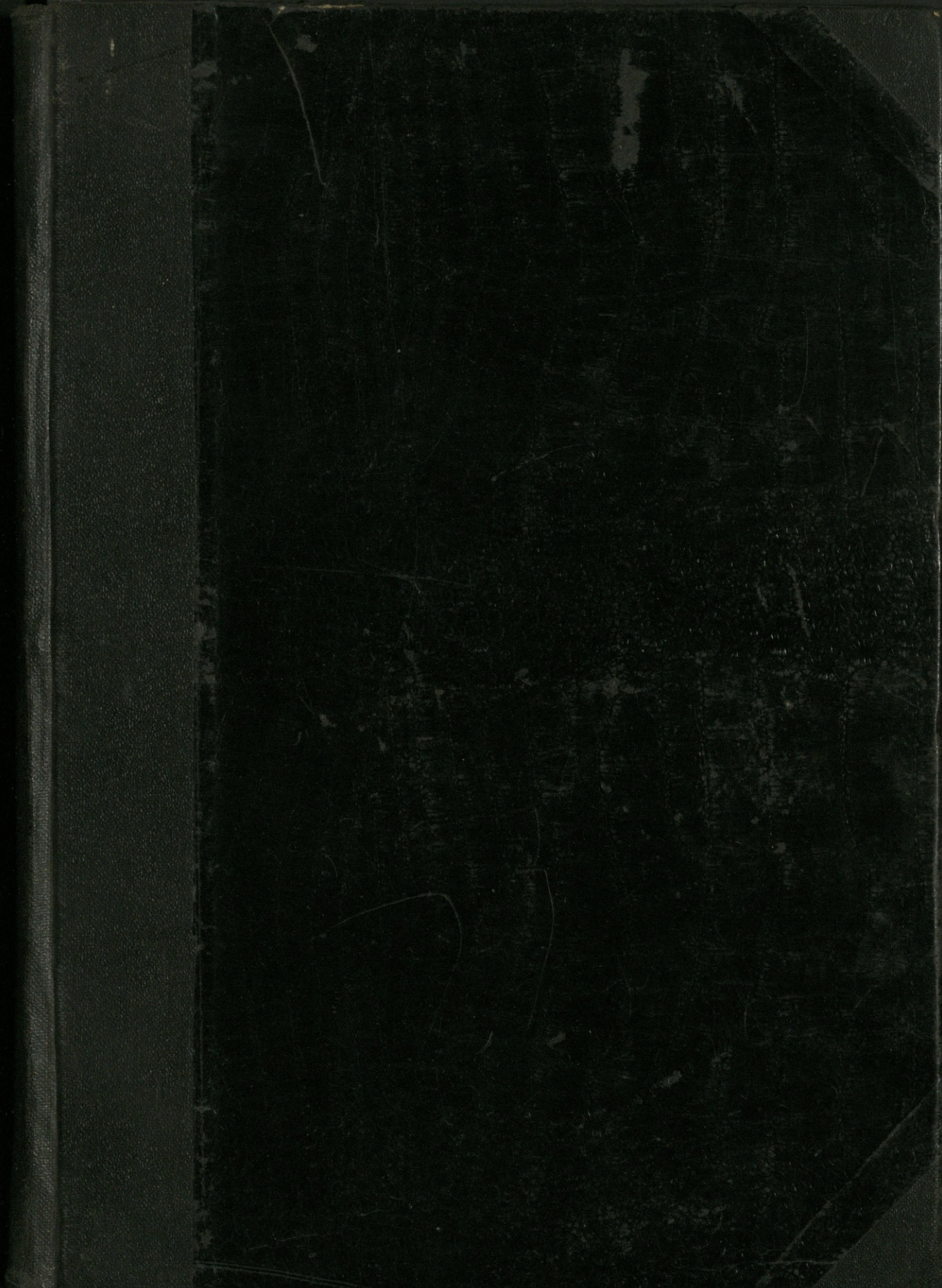


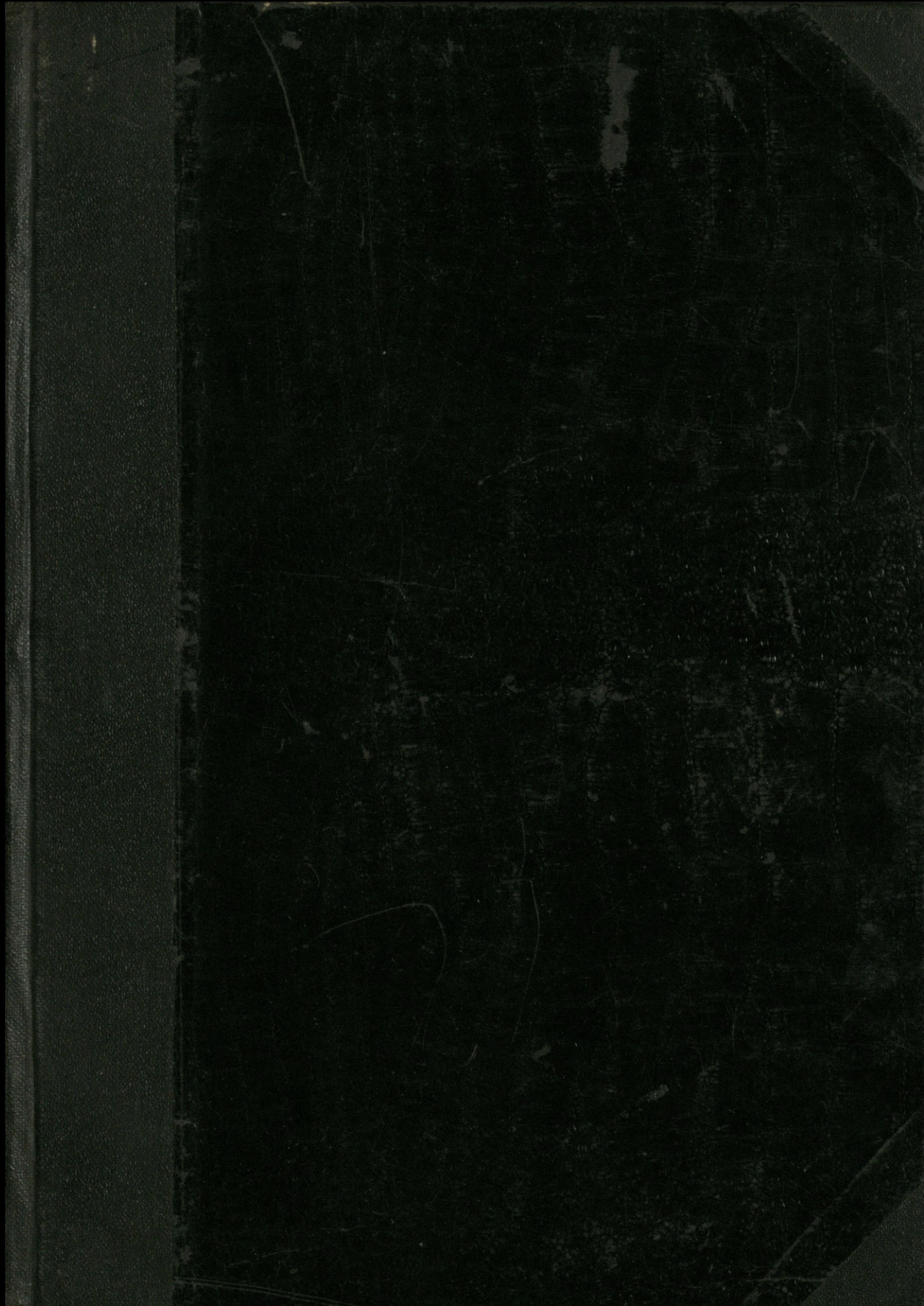
Grey Scale #13



DANES-PICTA.COM

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19



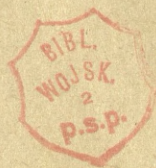


BIBLIOTEKA „PRZEGLĄDU ARTYLERYJSKIEGO“

Nr. 5.

a 221

WYTRZYMAŁOŚĆ LUF DZIAŁOWYCH



OPRACOWAŁ

ppłk. inż. KAZIMIERZ JAKOWSKI

BIBLIOTEKA OFICERSKA
2. PUŁKU STRZELCÓW PODHALANSKICH

2204

WARSZAWA. — 1929

NAKŁADEM „PRZEGLĄDU ARTYLERYJSKIEGO”
WARSZAWA, UL. NOWOWIEJSKA 1, POKÓJ 406.

355.3 (358.7)



32281/2

SŁOWO WSTĘPNE.

W polskiej wojskowej literaturze fachowej techniczno-artyleryjskiej dawał się odczuć brak podręcznika, dotyczącego konstrukcji luf działowych ujętej z punktu widzenia ich wytrzymałości; poszczególne zagadnienia z tej dziedziny były niejednokrotnie poruszane na łamach Przeglądu Artyleryjskiego, lecz nosiło to charakter dorywczy, prace odnośne nie były zsystematyzowane.

Niniejsza praca stanowi pierwszą próbę wypełnienia tej luki; opiera się ona głównie na źródłach francuskich i stara się przedstawić całokształt zagadnienia obliczania mocy lufy działowej przy uwzględnieniu również najnowszych zdobyczy tego działu techniki, jakimi są samowzmacnianie luf oraz koszulki wymienne; praca ta pozostawia na boku stronę opisową poszczególnych wewnętrznych i zewnętrznych części luf działowych w założeniu, iż czytelnik jest dostatecznie praktycznie obznajmiony z armatą.

W pracy niniejszej ujęta jest tylko jedna strona zagadnienia projektowania lufy działowej, a mianowicie sprawy wytrzymałości ścian lufy na zasadzie danej krzywej ciśnienia; obliczanie wzgl. ustalanie tej krzywej oraz obliczanie wymiarów komory naboowej, długości części gwintowanej i t. d., w ten sposób, aby zadośćuczynić danym wymaganiom balistycznym, — należą do dziedziny balistyki wewnętrznej.

Praca składa się z dwóch części i czterech załączników.

Część I, stanowiąca niejako wstęp do właściwego tematu, reasumuje pewne wiadomości z wiedzy ogólnej (teoria sprężystości, wytrzymałość materiałów, nomografia) które są potrzebne dla należytego zrozumienia spraw dotyczących wytrzymałości luf, ujętych w dalszym ciągu pracy; tu również zestawione są poszczególne teorie, które w różnych czasach i krajach były przyjmowane oficjalnie przez artylerję przy obliczaniu luf.

Część II, stanowiąca właściwy temat pracy, rozważa, jak to jest dotąd zwykle praktykowane, sprawę wytrzymałości poprzecznej oddzielnie od wytrzymałości podłużnej; podstawę obliczeń zasadniczo stanowi teoria odkształceń przez ślizganie bez tarcia, przyjęta oficjalnie w artylerji francuskiej od r. 1922 — na zasadzie prac p. inż. en chef artylerji morskiej Malaval — zamiast uprzednio stosowanej teorii Saint-Venant; w poszczególnych wypadkach wskazane są różnice, do których prowadzi w obliczeniach przyjęcie jednej lub drugiej z tych teoryj; poświęcono dużo uwagi sposobom wykreślnym obliczania wytrzymałości poprzecznej luf złożonych oraz lufom samowzmocnionym: specjalny rozdział poświęcony jest wytrzymałości podłużnej, która stanowi zagadnienie bardzo ważne, tem niemniej zbyt pobieżnie ujmowane w większości dotychczasowych podręczników.

Załączniki 1, 2 i 4 ujmują poszczególne kwestje związane bezpośrednio ze sprawą właściwej wytrzymałości luf (odnawianie przewodu, wpływ ciepła, uzasadnienie zastosowania wzorów równowagi statycznej), wreszcie załącznik 3 omawia sprawę wytrzymałości zamka armatniego, który może być uważany za stanowiący do pewnego stopnia nierozzerwalną całość z lufą, i który, jako taki, zwykle omawiany jest w podręcznikach luf dotyczących.

Pracę tę poświęcam tym Kolegom wojskowym, których mogą zainteresować poruszone tu działy techniki, lub którym książka ta mogłaby być pomocną w ich studjach i pracy fachowej.

Warszawa, 15 kwietnia 1929.

Autor

SPIS RZECZY.

Słowo wstępne	str. III
Literatura	VIII

Część pierwsza.

Teorje i doświadczenia, będące podstawą obliczania
wytrzymałości luf działowych.

ROZDZIAŁ I.

*Streszczenie zasad teorii sprężystości, na których oparta jest teoria
wytrzymałości luf.*

§ 1. Hipoteza ogólna	1
„ 2. Równowaga elementarnego równoległoscianu	2
„ 3. Przesunięcia cząsteczkowe	5
„ 4. Równania wyrażające związek między siłami sprężystymi, a przesunię- ciami cząsteczkowymi	7
„ 5. Znaczenie współczynników λ i μ	11
„ 6. Równania sprężystości w systemie współrzędnych walcowych	12
„ 7. Wzory Lamé'go	18
„ 8. Uwaga o sposobie wyprowadzania wzorów Lamé'go	20

ROZDZIAŁ II.

Odształcenia pod działaniem sił zewnętrznych.

§ 1. Ustalenie zasad	24
„ 2. Odształcenia pod wpływem jednej siły normalnej	25
„ 3. Określenie granicy sprężystości pod działaniem jednej siły normalnej	32
„ 4. Skutki zimnej obróbki pod wpływem jednej siły normalnej	34
„ 5. Granica sprężystości w razie działania kilku sił zewnętrznych	36
„ 6. Odształcenia trwałe pod działaniem kilku sił	49
„ 7. Równanie odształceń i granica sprężystości nabyta na skutek odształ- ceń w rurze	56
„ 8. Uwaga, dotycząca sposobu działania sił	59

ROZDZIAŁ III.

<i>Pojęcie o nomogramach typu M. d'Ocagne</i>	61
---	----

Część druga.

Obliczanie wytrzymałości luf działowych.

	str.
Wstęp	66

ROZDZIAŁ I.

Wytrzymałość poprzeczna.

§ 1. Lufy proste (pojedyncze)	73
1. Określenie i najwyższa moc sprężysta lufy prostej	73
2. Zastosowanie sposobu wykreślnego	78
§ 2. Lufy złożone	82
1. Określenia i zasady	82
2. Zaciskanie konstrukcyjne	84
3. Obliczenie naprężeń	88
4. Połączenie stanów równowagi	89
5. Obliczenie zaciskania	91
6. Naprężenia ciągnące i ściskające oraz najwyższa teoretyczna wy- trzymałość	94
7. Określenie zacisków w rurze złożonej, obciążonej do jej najwyższej wytrzymałości teoretycznej	96
8. Najwyższa praktyczna wytrzymałość, czyli moc sprężysta	97
9. Wpływ poszczególnych czynników na wytrzymałość lufy złożonej	98
a) wpływ ilości elementów	98
b) wpływ zaciskania	99
c) wpływ promieni styków; prawo Gadolina	99
d) wpływ granicy sprężystości metalu poszczególnych elementów	102
10. Zaciskanie bezwzględne i zaciskanie całkowite	103
11. Kształt rury wzmocnionej i jej elementów	107
12. Spółczynnik bezpieczeństwa	110
13. Uwagi dotyczące przyjętych hipotez	111
14. Sposoby wykreślne obliczania luf złożonych	113
A. Sposób płk. Henry w dostosowaniu do hipotezy ślizgań bez tarcia	113
B. Sposób nomograficzny	127
§ 3. Lufy wzmocnione drutem	133
1. Określenia i zasady	133
2. Najwyższa moc sprężysta w założeniu hipotezy ślizgań bez tarcia	135
3. Określenie ciśnień w wypadku ogólnym	140
4. Określenie ciśnień w wypadku, gdy znane są naprężenia konstruk- cyjne	142
§ 4. Lufy samowzmocnione (autofrettage)	146
1. Wiadomości wstępne	146
2. Istota rury samowzmocnionej	147
3. Pojęcie o sposobach dokonywania operacji samowzmacniania	152
4. Teoretyczne obliczenie poprzecznej wytrzymałości lufy samowzmoc- nionej	153
5. Moc bardzo cienkiej warstwy wewnętrznej	157
6. Odkształcenie poszczególnych warstw pod ciśnieniem	157
7. Określenie granicy sprężystości nabytej	158
8. Kilka cyfrowych wyników obliczeń	161

	str.
9. Warunki bezpieczeństwa przy samowzmacnianiu	164
A. Wytrzymałość na rozerwanie w czasie samowzmocnienia . .	165
B. Odształcenia trwale w czasie powrotu do stanu spoczynku	166
10. Lufy samowzmocnione dwublokowe	178
11. Kilka uwag, dotyczących praktycznego znaczenia samowzmacniania	184

ROZDZIAŁ II.

Wytrzymałość podłużna.

§ 1. Rozważania wstępne	187
„ 2. Wytrzymałość podłużna przy użyciu zamka klinowego	191
„ 3. Wytrzymałość podłużna przy użyciu zamka śrubowego	195
1. Brak ciągłości w naprężeniach i odształcenie tworzącej	195
2. Wzory Gadolina	199
3. Wartości odształceń	204
§ 4. Ogólne środki stosowane dla polepszenia wytrzymałości podłużnej . .	207
„ 5. Ogólne wnioski z rozważań dotyczących wytrzymałości podłużnej . .	211

Załącznik 1.

Rdzeniowanie i koszulkowanie luf działowych.

§ 1. Cel rdzeniowania i koszulkowania	213
„ 2. Rdzeniowanie	214
1. Charakter przeróbki	214
2. Wytrzymałość podłużna	214
3. Profil wewnętrzny	215
4. Obliczenia wytrzymałościowe przy rdzeniowaniu	215
„ 3. Koszulkowanie	220
1. Pojęcia ogólne	220
2. Koszulki wymienne czyli sprężyste	221
3. Rozwalcowywanie koszulki	226
4. Koszulki częściowe	226

Załącznik 2.

Wpływ ciepła na lufy działowe.

§ 1. Wiadomości wstępne	228
„ 2. Próby określenia temperatury, do której lufa rozgrzewa się przy strze- laniu	230
„ 3. Wpływ podwyższonych temperatur na własności mechaniczne metalu	232
„ 4. Dodatkowe naprężenia, powstające w lufie na skutek zjawisk cieplnych	237
„ 5. Wnioski	240

Załącznik 3.

Obliczanie zamków działowych.

§ 1. Wiadomości wstępne	241
„ 2. Zamki klinowe	243
„ 3. Zamki śrubowe	246
1. Kształt gwintu	246
2. Wysiłki	251

	str.
3. Zastosowanie do śruby zwykłej	253
4. Zastosowanie do śruby szczeblowej	256
5. Dane i wskazówki praktyczne	259
6. Uwagi ogólne, dotyczące zamka śrubowego	261
§ 4. Wnioski	263

Załącznik 4.

Uzasadnienie zastosowania wzorów równowagi statycznej przy obliczaniu wytrzymałości luf	264
--	-----

LITERATURA.

- G. Lamé.* — Leçons sur la théorie mathématique de l'élasticité des corps solides (1866).
- Cpt. Ott.* — Bouches à feu (cours de l'Ecole Militaire de l'Artillerie — 1923).
- Ing. gén. Jacob.* — Résistance et construction des bouches à feu. — Autofrettage (1920).
- Ing. en chef Malaval.* — Mémoire sur les propriétés mécaniques des métaux (1922).
- Ing. en chef Leblond.* — Mémoire sur les déformations permanentes des métaux (1923).
- Col. Thomas.* — Résistance des bouches à feu (Cours Sup. Techn. de l'Artillerie 1926).
- Chef d'esc. Maurin.* — A. L. V. F. — Autofrettage (Cours Sup. Techn. de l'Artillerie 1925).
- F. Gossot et R. Liouville.* — Mémoire sur les vibrations élastiques et la résistance des canons (1897).
- Ing. en chef Malaval.* — Résistance transversale des tubes cylindriques (1923).
- Ing. principal Pivetaud.* — Cours de mécanismes de culasse (1912).
- Ing. en chef Paquelier.* — De l'influence de la chaleur sur la résistance des bouches à feu (1924).

Część I-sza.

Teorje i doświadczenia, będące podstawą obliczania wytrzymałości luf działowych.

ROZDZIAŁ I.

Streszczenie zasad teorii sprężystości*), na których oparta jest teoria wytrzymałości luf działowych.

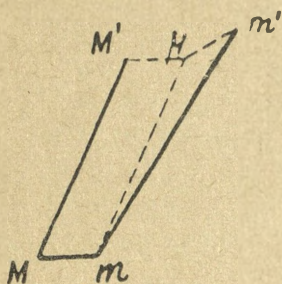
§ 1. *Hipoteza ogólna.* — Ciało stałe, powierzchnia którego nie jest poddana żadnemu ciśnieniu, i na cząsteczki którego nie działa żadna siła zewnętrzna, składa się z nieskończonej ilości punktów materialnych, położonych nieskończenie blisko jeden od drugiego, lecz nie stykających się wzajemnie; wzajemna odległość tych punktów jest wielkością stałą, jeżeli ciało jest idealnie jednolite; wszystkie te punkty mają własność następującą: jeżeli następstwem działania przyczyny zewnętrznej dwa z nich, dostatecznie blisko siebie położone, zbliżą się względnie oddalą się wzajemnie, to między temi dwiema cząsteczkami powstaje siła sprężysta odpychająca względnie przyciągająca, która to siła jest funkcją początkowej odległości ζ tych dwóch cząsteczek oraz odkształcenia $\Delta\zeta$, czyli długości na którą te cząsteczki wzajemnie zbliżyły względnie oddaliły się. Dla danego ciała funkcja ta redukuje się do zera, bez względu na wartość odległości ζ , jeżeli mamy $\Delta\zeta = 0$; funkcja ta zmniejsza się szybko bez względu na wartość $\Delta\zeta$, jeżeli odległość ζ osiąga wartość dostatecznie dużą, gdyż wszelka kohezja zanika między dwiema częściami danego ciała, o ile będą one rozdzielone przez dostatecznie dużą odległość. Jeżeli ograniczymy

*) w/g G. Lamé „Leçons sur la théorie mathématique de l'élasticité des corps solides”.

się do rozpatrywania tego wypadku, gdy zmiany kształtu, spowodowane przez działanie sił zewnętrznych, są nadzwyczaj małe (ze względu bądź na wartość tych sił zewnętrznych, bądź na dużą sztywność rozpatrywanego ciała) funkcja, o której mowa, wyrazi się wzorem

$$F(\zeta, \Delta\zeta) = \Delta\zeta \cdot f(\zeta),$$

w którym $f(\zeta)$ staje się wartością nieskończenie małą, jeżeli ζ osiągnie wartość skończoną. Przypuśćmy, iż M i M' (rys. 1) oznaczają początkowe położenie dwóch punktów materialnych, zaś m i m' oznaczają nowe położenie tych samych punktów, czyli $MM' = \zeta$; jeżeli przez punkt m przeprowadzimy odcinek mp równy i równoległy MM' , to odkształcenie $\Delta\zeta$, czyli różnica 2 odległości mm' i mp , może być wyrażone przez rzut $p.m'$ na mm' lub na pm , gdyż przypuszczamy, iż wartość $p.m'$ jest nadzwyczaj małą w porównaniu z wartością



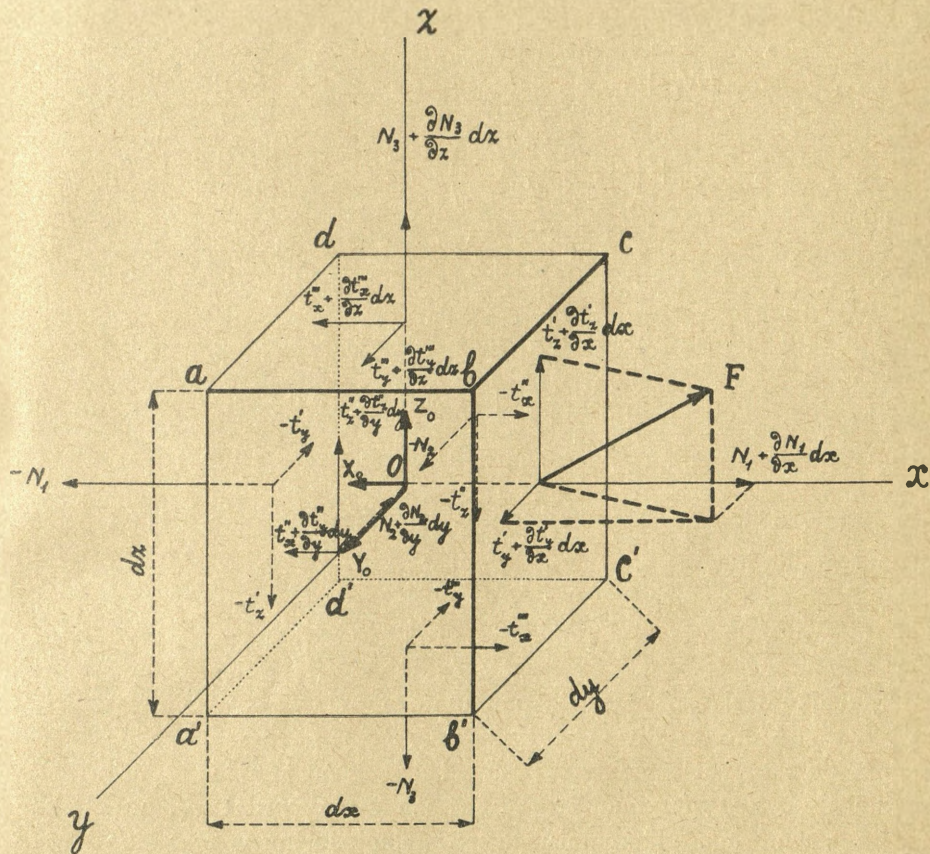
Rys. 1.

$MM' = \zeta$, co winno odpowiadać rzeczywistości, jeżeli w grę wchodzi odkształcenia bardzo małe. Odkształcenie $\Delta\zeta$, wyrażone przez wyżej wymieniony rzut, będzie miało znak +, jeżeli rozpatrywane cząsteczki oddaliły się od siebie, znak —, jeżeli zbliżyły się one ku sobie. Względ, iż samo ζ jest wartością nieskończenie małą, nie staje na przeszkodzie powyższemu rozumowaniu; w rzeczy samej, jeżeli ζ ma być uważane za wartość nieskończenie małą pierwszego

stopnia, to $\Delta\zeta$ będzie wartością nieskończenie małą w stosunku do ζ , czyli wartością nieskończenie małą drugiego stopnia.

§ 2. *Równowaga elementarnego równoległościanu.* Wyobraźmy sobie wewnątrz środowiska stałego element równoległościanu prostokątny $abcd a'b'c'd'$; element ten (rys. 2) winien być w równowadze pod działaniem sił sprężystych, wywieranych na jego sześć ścianek, oraz sił działających na jego masę; przeprowadźmy przez środek równoległościanu system prostokątnych osi współrzędnych $o(xyz)$, równoległych do 3 krawędzi równoległościanu. Siła sprężysta, działająca na każdą ze ścianek równoległościanu, może być rozłożona na 3 składowe równoległe do osi współrzędnych; jedna z tych składowych będzie normalną do płaszczyzny odnośnej ścianki, zaś dwie pozostałe będą tnące, czyli styczne, t. j. będą działały w płaszczyźnie tejże ścianki równoległe do jej dwóch krawędzi, jak to wskazuje rys. 2 odnośnie np. siły F , dotyczącej ścianki $bb'cc'$; każda z tych sił jest funkcją trzech zmiennych x, y, z . Jeżeli oznaczymy $ab = dx$, $bc = dy$, $aa' = dz$, jeżeli

przedstawione na rys. 2 siły będą oznaczały siły jednostkowe (czyli odniesione do jednostki powierzchni) i jeżeli całkowita siła sprężysta normalna, działająca na $aa'd'd$, wynosi $-N_1 dzdy$, — to całkowita siła sprężysta normalna, działająca na $bb'c'c$ wyniesie $\left(N_1 + \frac{\partial N_1}{\partial x} dx\right) dzdy$; podobnie, jeżeli całkowita siła sprężysta styczna, działająca na $aa'd'd$ równoległe do osi z , wynosi $-t'_z dzdy$, to całkowita siła



Rys. 2.

sprężysta styczna, działająca na $bb'c'c$ równoległe do osi z , wyniesie $\left(t'_z + \frac{\partial t'_z}{\partial x} dx\right) dzdy$; jeżeli na $cc'd'd$ działa równoległe do osi x siła styczna $-t''_x dx dz$, to na $aa'b'b$ będzie działała także siła $\left(t''_x + \frac{\partial t''_x}{\partial y} dy\right) dx dz$ i t. d., jak to wskazuje poglądowo rys. 2. W ten sposób równoległościan może być rozpatrywany, jako znajdujący się w równowadze pod

równoczesnem działaniem 18 składowych sił, działających na jego ścianki, oraz 3 składowych siły, działającej na jego masę; jeżeli te ostatnie 3 składowe, równoległe do osi współrzędnych, oznaczmy X_0, Y_0, Z_0 w odniesieniu do jednostki masy i przyjmiemy iż rozpatrywane ciało stałe ma gęstość ρ , to siły przyłączone w punkcie środkowym równoległościanu wyrażą się przez $X_0 \rho dx dy dz, Y_0 \rho dx dy dz, Z_0 \rho dx dy dz$. W tych warunkach równania równowagi równoległościanu wyrażą się w sposób następujący:

Suma rzutów na ox :

$$-N_1 dy dz + \left(N_1 + \frac{\partial N_1}{\partial x} dx \right) dy dz - t''_x dx dz + \left(t''_x + \frac{\partial t''_x}{\partial y} dy \right) dx dz - t'''_x dx dy + \left(t'''_x + \frac{\partial t'''_x}{\partial z} dz \right) dx dy + X_0 \rho dx dy dz = 0,$$

czyli

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial t''_x}{\partial y} + \frac{\partial t'''_x}{\partial z} + X_0 \rho = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

w ten sam sposób otrzymamy sumę rzutów na oy :

$$\frac{\partial t'_y}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} + \frac{\partial t'''_y}{\partial z} + Y_0 \rho = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

i na oz

$$\frac{\partial t'_z}{\partial x} + \frac{\partial t''_z}{\partial y} + \frac{\partial N_3}{\partial z} + Z_0 \rho = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

suma momentów w stosunku do osi ox :

$$\left(t''_z + \frac{\partial t''_z}{\partial y} dy \right) dx dz \cdot \frac{dy}{2} + t''_z dx dz \cdot \frac{dy}{2} = \left(t'''_y + \frac{\partial t'''_y}{\partial z} dz \right) dx dy \cdot \frac{dz}{2} + t'''_y dx dy \cdot \frac{dz}{2}$$

odrzucając wielkości nieskończenie małe stopnia wyższego, otrzymujemy $t''_z = t'''_y$, które to siły oznaczmy przez T_1 ; w ten sam sposób w stosunku do osi oy otrzymamy $t'_z = t'''_x$, i oznaczmy je przez T_2 , oraz w stosunku do osi oz otrzymamy $t'_y = t''_x$, oznaczmy przez T_3 , a w takim razie równowaga elementarnego równoległościanu wyrazi się 3 równaniami:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial T_3}{\partial y} + \frac{\partial T_2}{\partial z} + X_0 \rho &= 0 \quad . \quad . \quad (1') \\ \frac{\partial T_3}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} + \frac{\partial T_1}{\partial z} + Y_0 \rho &= 0 \quad . \quad . \quad (2') \\ \frac{\partial T_2}{\partial x} + \frac{\partial T_1}{\partial y} + \frac{\partial N_3}{\partial z} + Z_0 \rho &= 0 \quad . \quad . \quad (3') \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{otrzymujemy w ten sposób 3 siły sprężyste normalne, które oznaczmy symbolem } N_i \text{ i 3 siły sprężyste tnące } T_i, \text{ w których to symbolach wskaźnik } i \text{ może przyjmować wartości 1, 2 i 3.} \end{array}$$

§ 3. *Przesunięcia cząsteczkowe.* — Odształceniom ciała stałego, t. j. zmianom wzajemnej odległości cząsteczek, stanowiących to ciało, towarzyszy zawsze powstawanie sił sprężystych przyciągających lub odpychających między temi cząsteczkami, przyczem między wartością przesunięć cząsteczek, a odpowiadającymi im (przesunięciom) siłami sprężystymi istnieje pewna wzajemna zależność. Przypuśćmy, iż pewien punkt materialny M wewnątrz rozpatrywanego ciała stałego, niepoddanego żadnej sile zewnętrznej, ma współrzędne x, y, z ; gdy siła zewnętrzna spowoduje odkształcenie tegoż ciała, to wspomniany punkt zajmie nowe położenie m (rys. 1), którego współrzędne będą $x + u, y + v, z + w$; u, v, w stanowią więc rzuty odkształcenia Mm na 3 osie współrzędnych; u, v, w są każde funkcją ciągłą zmiennych x, y, z . Jeżeli odkształcenie było bardzo nieznaczne, to wartości u, v, w , wewnątrz rozpatrywanego ciała są bardzo małe; wyobraźmy sobie w pobliżu punktu M inny punkt M' , którego współrzędne początkowe są:

$$x' = x + h, \quad y' = y + k, \quad z' = z + l$$

i który po wyżej wymienionem odkształceniu ciała stałego zajmie położenie m' o współrzędnych $x' + u', y' + v', z' + w'$. Rzuty odległości $\zeta = MM'$ na 3 osie współrzędnych wynoszą więc h, k, l , które to wartości będziemy uważali za bardzo małe, zarówno jak i wartość ζ ; MM' czyni z osiami współrzędnych kąty, których cos są $\frac{h}{\zeta}, \frac{k}{\zeta}, \frac{l}{\zeta}$.

Dla otrzymania rzutów u', v', w' odcinka $M'm'$ trzeba w funkcjach u, v, w zastąpić x, y, z resp. przez $x + h, y + k, z + l$; w takim razie na mocy wzoru Taylora otrzymamy:

$$(1) \quad \begin{cases} u' = u + \frac{\partial u}{\partial x} h + \frac{\partial u}{\partial y} k + \frac{\partial u}{\partial z} l \\ v' = v + \frac{\partial v}{\partial x} h + \frac{\partial v}{\partial y} k + \frac{\partial v}{\partial z} l \\ w' = w + \frac{\partial w}{\partial x} h + \frac{\partial w}{\partial y} k + \frac{\partial w}{\partial z} l, \end{cases}$$

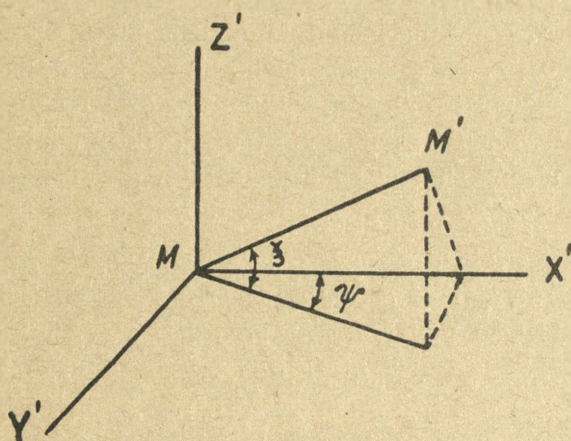
jeżeli przypuścimy, iż h, k, l są dość małe, aby można było odrzucić wyrazy, zawierające ich iloczyny, co właśnie ma miejsce, jeżeli chcemy określić wzajemne oddziaływanie 2 punktów materialnych M i M' , które przesunęły się w m i m' , gdyż oddziaływanie to ma miejsce tylko w takim razie, jeżeli ζ jest wielkością bardzo małą.

Jak widzieliśmy w § 1 $\Delta \zeta$ może być zastąpione przez rzut odcinka $\mu m'$ na μm ; ponieważ składowe rzuty $\mu m'$ na osi współrzędnych wynoszą $u' - u, v' - v, w' - w$, mamy

$$\Delta \zeta = \frac{h}{\zeta} (u' - u) + \frac{k}{\zeta} (v' - v) + \frac{l}{\zeta} (w' - w) \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Zamieniając w równaniu (2) $u' - u$ i t. d. przez wartości, określone przez (1), otrzymamy

$$\begin{aligned} \Delta \zeta = \frac{1}{\zeta} \left[h^2 \frac{\partial u}{\partial x} + k^2 \frac{\partial v}{\partial y} + l^2 \frac{\partial w}{\partial z} + kl \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) + lh \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \right. \\ \left. + hk \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3). \end{aligned}$$



Oznaczając przez ξ kąt utworzony przez kierunek MM' z płaszczyzną xoy i przez ψ kąt, który tworzy płaszczyzna, przechodząca przez MM i równoległa do oz , z płaszczyzną xoz , mamy (rys. 3)

$$h = \zeta \cos \xi \cos \psi,$$

$$k = \zeta \cos \xi \sin \psi,$$

$$l = \zeta \sin \xi,$$

zaś wzór (3) przyjmuje postać

$$\begin{aligned} \Delta \zeta = \zeta \left[\frac{\partial u}{\partial x} \cos^2 \xi \cos^2 \psi + \frac{\partial v}{\partial y} \cos^2 \xi \sin^2 \psi + \frac{\partial w}{\partial z} \sin^2 \xi + \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \cos \xi \sin \xi \sin \psi + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \cos \xi \sin \xi \cos \psi + \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \cos^2 \xi \cos \psi \sin \psi \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4). \end{aligned}$$

Wzór (4) wskazuje, iż pochodne $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}$ (zespół których będziemy oznaczali symbolicznie przez $\frac{\partial(u, v, w)}{\partial(x, y, z)}$) są wartościami bardzo małymi, gdyż stosunek $\frac{\Delta \zeta}{\zeta}$ jest bardzo mały. Jeżeli odcinek MM' (czyli ζ) jest równoległy do ox (czyli $\xi = 0, \psi = 0$), to $\frac{\Delta \zeta}{\zeta} = \frac{\partial u}{\partial x}$; jeżeli jest on równoległy do oy ($\xi = 0,$

$\psi = \frac{\pi}{2}$, to $\frac{\Delta \zeta}{\zeta} = \frac{\partial v}{\partial y}$; jeżeli wreszcie jest równoległy do oz , czyli $\xi = \frac{\pi}{2}$, to $\frac{\Delta \zeta}{\zeta} = \frac{\partial w}{\partial z}$; w ten sposób odcinek dx po odkształceniu przyjmuje wartość $dx \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right)$; zaś odcinki dy i dz po odkształceniu stają się resp. $dy \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$ i $dz \left(1 + \frac{\partial w}{\partial z}\right)$, a w takim razie objętość elementarnego równoległościanu, która przed odkształceniem wynosiła $\omega = dx dy dz$, otrzymuje po odkształceniu wartość

$$\omega' = dx dy dz \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right) \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \left(1 + \frac{\partial w}{\partial z}\right) = \omega \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right),$$

odrzucając iloczyny pochodnych; rozszerzenie przestrzenne, czyli

$$\Theta = \frac{\omega' - \omega}{\omega} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \dots \dots \dots (5),$$

czyli rozszerzenie przestrzenne w danym punkcie środowiska stałego jest równe sumie trzech rozszerzeń linjowych, wziętych w tym samym punkcie w 3-ch kierunkach wzajemnie prostopadłych.

Wzór (4) wskazuje, iż, dla punktu M , $\Delta \zeta$, czyli przyrost odległości oddzielającej punkt M od M' , będzie wartością zmienną, zależną od długości odcinka $\zeta = MM'$, oraz od kątów ξ i ψ , lecz pochodne $\frac{\partial (u, v, w)}{\partial (x, y, z)}$ będą miały wartości stałe dla danego punktu $M (x, y, z)$, odpowiadające wartościom wyżej wymienionych pochodnych funkcji u, v, w , w których na miejsce x, y, z podstawione będą wartości odpowiednich współrzędnych punktu M ; w ten sposób dla danego punktu $M (x, y, z)$, $\Delta \zeta$ będzie składała się z 6-ciu wyrazów, zmiennych w zależności od wartości ζ, ξ i ψ , lecz posiadających stałe współczynniki

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}, \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right), \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right), \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right),$$

które to współczynniki oznaczymy przez G_i .

§. 4. *Równania wyrażające związek między siłami sprężystymi N_i, T_i , a przesunięciami cząsteczkowymi.* — Jeżeli chcemy określić wartość każdej z 3-ch składowych siły sprężystej, działających na każdą z 6-ciu ścianek równoległościanu $abcd a'b'c'd'$ (rys. 2), znajdującego się w punkcie M , to działanie każdego z sąsiednich punktów M' wyrazi się przez odnośną składową siły, wyrażającej wzajemne oddziaływanie M i M' , pomnożonej przez $\cos \xi \cos \psi$, względnie przez $\cos \xi \sin \psi$,

względnie przez $\sin \xi$. Jeżeli następnie określimy sumę czynników, dostarczonych każdej z wyżej wymienionych składowych w punkcie M przez wszystkie punkty takie, jak M' , które działają na punkt M , to będziemy mogli wynieść współczynnik G_i za nawias odnośnej sumy, i szukana wartość każdej z tych składowych będzie się składała z 6-ciu wyrazów, mających poszczególne G_i jako współczynniki. Jest to postać ogólna każdej składowej siły sprężystej, działającej w punkcie M , między innymi wszystkich składowych N_i , T_i . Możemy więc napisać wzory symboliczne

$$\left. \begin{aligned} N_i &= A_i \frac{\partial u}{\partial x} + B_i \frac{\partial v}{\partial y} + C_i \frac{\partial w}{\partial z} + D_i \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \\ &\quad + E_i \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) + F_i \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ T_i &= A_i \frac{\partial u}{\partial x} + B_i \frac{\partial v}{\partial y} + C_i \frac{\partial w}{\partial z} + D_i \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \\ &\quad + E_i \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) + F_i \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (6),$$

które to wzory musiałyby być napisane trzy razy, zastępując i przez 1, 2, 3. Zobaczmy obecnie, jak się dają uprościć wzory N_i , T_i , jeżeli idzie o ciało jednolite i równozwrotne, t. j. mające jednakową budowę we wszystkich kierunkach. Jeżeli np. idzie o N_i , czyli składową normalną siły sprężystej, działającej na ściankę prostopadłą do ox , to rzut odkształcenia $u \perp$ do tej ścianki, odgrywa rolę specjalną, własną, zaś rzuty styczne v i w odgrywają rolę wzajemnie identyczną; wynika stąd, iż $\frac{\partial u}{\partial x}$ będzie miało współczynnik A , różniący się od współczynnika B , wspólnego dla $\frac{\partial v}{\partial y}$ i $\frac{\partial w}{\partial z}$, i iż dwumian $\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)$ będzie miał współczynnik $D \neq E$, współczynnika wspólnego dla $\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)$ i $\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$. Ponieważ zmiana w oznaczeniu osi współrzędnych spowodowałaby zamianę N_1 w N_2 , względnie N_3 , bez względu na którą współczynniki musiałyby pozostać identyczne ze względu na jednolitość i równozwrotność rozpatrywanego ciała, będziemy mieli dla N_2 względnie dla N_3 te same współczynniki A , B , D i E , biorąc pod uwagę, iż rzutami normalnymi dla N_2 jest v , a dla N_3 jest w . Jeżeli idzie o T_1 , które jest równocześnie składową dwóch sił sprężystych, wywieranych na ścianki równoległoscianu, prostopadłe do oy i oz , to w tej składowej v i w odgry-

wają rolę identyczną, podczas gdy u odgrywa rolę własną, specjalną; te same więc przyczyny ograniczają do liczby czterech współczynniki $A, B, \Delta, \mathcal{E}$ składowej T_1 . Rozważania te prowadzą do rozpatrywania 8 różnych współczynników, rozgraniczonych w/g tabelki (7). Jeżeli idzie

	$\frac{\partial u}{\partial x}$	$\frac{\partial v}{\partial y}$	$\frac{\partial w}{\partial z}$	$\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$	$\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$	$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$
N_1	A	B	B	D	E	E
N_2	B	A	B	E	D	E
N_3	B	B	A	E	E	D
T_1	A	B	B	Δ	$\mathcal{E}$	$\mathcal{E}$
T_2	B	A	B	$\mathcal{E}$	Δ	$\mathcal{E}$
T_3	B	B	A	$\mathcal{E}$	$\mathcal{E}$	Δ

... (7)

np. o odkształcenia, naskutek siły ciągnącej // do oz, to prawo przesunięć cząsteczkowych jest wyrażone przez

$$u = -ax, \quad v = -ay, \quad w = cz,$$

a w takim razie musimy mieć

$$T_3 = 0 \quad \text{i} \quad T_2 = 0,$$

wobec czego tabela (7) daje

$$A = B = 0.$$

Jeżeli idzie o odkształcenia naskutek siły skręcającej dookoła osi oz, to prawo przesunięć cząsteczkowych będzie wyrażone przez

$$u = -\omega yz, \quad v = \omega xz, \quad w = 0 \quad \text{gdzie} \quad \omega = \text{constans},$$

a w takim razie dla $y = 0$ będziemy mieli

$$N_1 = 0, \quad T_3 = 0, \quad T_2 = 0, \quad N_3 = 0,$$

podczas gdy tabela (7) daje

$$N_1 = D\omega x, \quad T_3 = T_2 = \mathcal{E}\omega x, \quad N = E\omega x,$$

musimy więc mieć

$$D = E = \mathcal{E} = 0.$$

A zatem składowe N_i, T_i będą miały tu tylko 3 różne współczynniki A, B i Δ ; oznaczając $B = \lambda$ i $A = \lambda + 2\mu$, oraz zamieniając

$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$ przez Θ , otrzymamy następujące 6 wzorów

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \lambda \Theta + 2 \mu \frac{\partial u}{\partial x} & N_2 &= \lambda \Theta + 2 \mu \frac{\partial v}{\partial y} & N_3 &= \lambda \Theta + 2 \mu \frac{\partial w}{\partial z} \\ T_1 &= \Delta \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & T_2 &= \Delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) & T_3 &= \Delta \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (8).$$

Ze względu na hipotezę, iż mamy do czynienia z ciałem jednolitem i równozwrotnem, jeżeli zamienimy system rzędnych o (x, y, z) przez o (x', y', z') powinniśmy otrzymać iden-

tyczne postacie wzorów i współczynników dla N'_i i T'_i . Jeżeli oznaczymy przez $(m_1, m_2, m_3, n_1, n_2, n_3, p_1, p_2, p_3)$ cos kątów, które czynią nowe osie spółrzędnych o (x', y', z') z poprzednimi osiami o (x, y, z) w myśl tabeli (9), to odnośne wzory przekształceń *) prowadzą do wniosku, iż dla wyżej

o	x'	y'	z'	
x	m_1	m_2	m_3	u
y	n_1	n_2	n_3	v
z	p_1	p_2	p_3	w
	u'	v'	w'	

(9).

*) Wzory te są następujące:

$$\left. \begin{aligned} N'_1 &= m_1^2 N_1 + n_1^2 N_2 + p_1^2 N_3 + 2 n_1 p_1 T_1 + 2 m_1 p_1 T_2 + 2 m_1 n_1 T_3 \\ N'_2 &= m_2^2 N_1 + n_2^2 N_2 + p_2^2 N_3 + 2 n_2 p_2 T_1 + 2 m_2 p_2 T_2 + 2 m_2 n_2 T_3 \\ N'_3 &= m_3^2 N_1 + n_3^2 N_2 + p_3^2 N_3 + 2 n_3 p_3 T_1 + 2 m_3 p_3 T_2 + 2 m_3 n_3 T_3 \\ T'_1 &= m_2 m_3 N_1 + n_2 n_3 N_2 + p_2 p_3 N_3 + (n_2 p_3 + p_2 n_3) T_1 + (m_3 p_2 + m_2 p_3) T_2 + (m_2 n_3 + m_3 n_2) T_3 \\ T'_2 &= m_1 m_3 N_1 + n_1 n_3 N_2 + p_1 p_3 N_3 + (n_3 p_1 + n_1 p_3) T_1 + (m_1 p_3 + m_3 p_1) T_2 + (m_3 n_1 + m_1 n_3) T_3 \\ T'_3 &= m_1 m_2 N_1 + n_1 n_2 N_2 + p_1 p_2 N_3 + (n_1 p_2 + n_2 p_1) T_1 + (m_2 p_1 + m_1 p_2) T_2 + (m_1 n_2 + m_2 n_1) T_3 \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

oraz:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u'}{\partial x'} &= m_1^2 \frac{\partial u}{\partial x} + n_1^2 \frac{\partial v}{\partial y} + p_1^2 \frac{\partial w}{\partial z} + n_1 p_1 \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) + m_1 p_1 \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) + m_1 n_1 \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial v'}{\partial y'} &= m_2^2 \frac{\partial u}{\partial x} + n_2^2 \frac{\partial v}{\partial y} + p_2^2 \frac{\partial w}{\partial z} + n_2 p_2 \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) + m_2 p_2 \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) + m_2 n_2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial w'}{\partial z'} &= m_3^2 \frac{\partial u}{\partial x} + n_3^2 \frac{\partial v}{\partial y} + p_3^2 \frac{\partial w}{\partial z} + n_3 p_3 \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) + m_3 p_3 \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) + m_3 n_3 \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial v'}{\partial z'} + \frac{\partial w'}{\partial y'} &= 2 m_2 m_3 \frac{\partial u}{\partial x} + 2 n_2 n_3 \frac{\partial v}{\partial y} + 2 p_2 p_3 \frac{\partial w}{\partial z} + (n_2 p_3 + n_3 p_2) \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \\ &\quad + (m_3 p_2 + m_2 p_3) \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) + (m_2 n_3 + m_3 n_2) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial w'}{\partial x'} + \frac{\partial u'}{\partial z'} &= 2 m_1 m_3 \frac{\partial u}{\partial x} + 2 n_1 n_3 \frac{\partial v}{\partial y} + 2 p_1 p_3 \frac{\partial w}{\partial z} + (n_3 p_1 + n_1 p_3) \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \\ &\quad + (m_1 p_3 + m_3 p_1) \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) + (m_3 n_1 + m_1 n_3) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial u'}{\partial y'} + \frac{\partial v'}{\partial x'} &= 2 m_1 m_2 \frac{\partial u}{\partial x} + 2 n_1 n_2 \frac{\partial v}{\partial y} + 2 p_1 p_2 \frac{\partial w}{\partial z} + (n_1 p_2 + n_2 p_1) \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \\ &\quad + (m_2 p_1 + m_1 p_2) \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) + (m_1 n_2 + m_2 n_1) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

wymienionej identyczności postaci i współczynników koniecznem jest, aby $\Delta = \mu$.

W ten sposób otrzymujemy 6 równań (10) sprężystości dla ciał stałych, jednolitych i równozwrotnych:

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \lambda \theta + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & N_2 &= \lambda \theta + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} & N_3 &= \lambda \theta + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \\ T_1 &= \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & T_2 &= \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) & T_3 &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (10),$$

w których μ i λ są wielkościami stałymi dla danego ciała i w których rozszerzenie przestrzenne wynosi

$$\theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (10').$$

Podstawiając wartości $N_1 N_2 N_3 T_1 T_2 T_3$, określone przez wzory (10) do równań (1'), (2'), (3') § 2 i posługując się wzorem (10') otrzymamy

$$\left. \begin{aligned} (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \rho X_0 &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \theta}{\partial x} + \\ &+ \mu \left[\frac{\partial \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right)}{\partial y} - \frac{\partial \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right)}{\partial z} \right] + \rho X_0 = 0 \\ (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \rho Y_0 &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \theta}{\partial y} + \\ &+ \mu \left[\frac{\partial \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right)}{\partial z} - \frac{\partial \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right)}{\partial x} \right] + \rho Y_0 = 0 \\ (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \rho Z_0 &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \theta}{\partial z} + \\ &+ \mu \left[\frac{\partial \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right)}{\partial x} - \frac{\partial \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right)}{\partial y} \right] + \rho Z_0 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (10'').$$

§ 5. Znaczenie współczynników λ i μ . — Współczynniki λ i μ , wchodzące do wzorów (10) są wielkościami tego samego gatunku, co N_i , T_i , ponieważ pochodne $\frac{\partial(u, v, w)}{\partial(x, y, z)}$ wyrażają stosunki wielkości jednorodnych; wynika stąd, iż λ oraz μ będą się wyrażały w kg. na jednostkę powierzchni (np. kg:mm²). Wartości cyfrowe λ i μ dla danego

ciała stałego, jednolitego i równozwrotnego mogą być wyprowadzone z najprostszych doświadczeń, np. doświadczeń na rozciąganie.

Wyobraźmy sobie równoległościan prosty o krawędziach pionowych, równoległych do osi oz ; jeżeli poddamy go ciągnienu $F \text{ kg} : \text{mm}^2$ prostopadle do każdej z jego podstaw poziomych, to ciało to wydłuży się w kierunku krawędzi pionowych a zwęzi się w kierunkach równoległych do podstaw poziomych; rzuty przesunąć cząsteczkowych wyrażą się tu wzorami:

$$u = -ax, \quad v = -ay, \quad w = cz,$$

w których a i c oznaczają pewne wartości stałe dla danego materiału; w takim razie siły tnące T_i będą tu równe zeru, zaś siły normalne N_i wyrażą się przez

$$N_1 = N_2 = \lambda(c - 2a) - 2\mu a, \quad N_3 = \lambda(c - 2a) + 2\mu c;$$

skądinąd N_1 i N_2 , które są stałe w całej masie równoległościanu, są równe zeru na bocznych powierzchniach takowego, zaś $N_3 = F \text{ kg} : \text{mm}^2$, mamy więc:

$$\lambda(c - 2a) - 2\mu a = 0, \quad \lambda(c - 2a) + 2\mu c = F,$$

stąd zaś

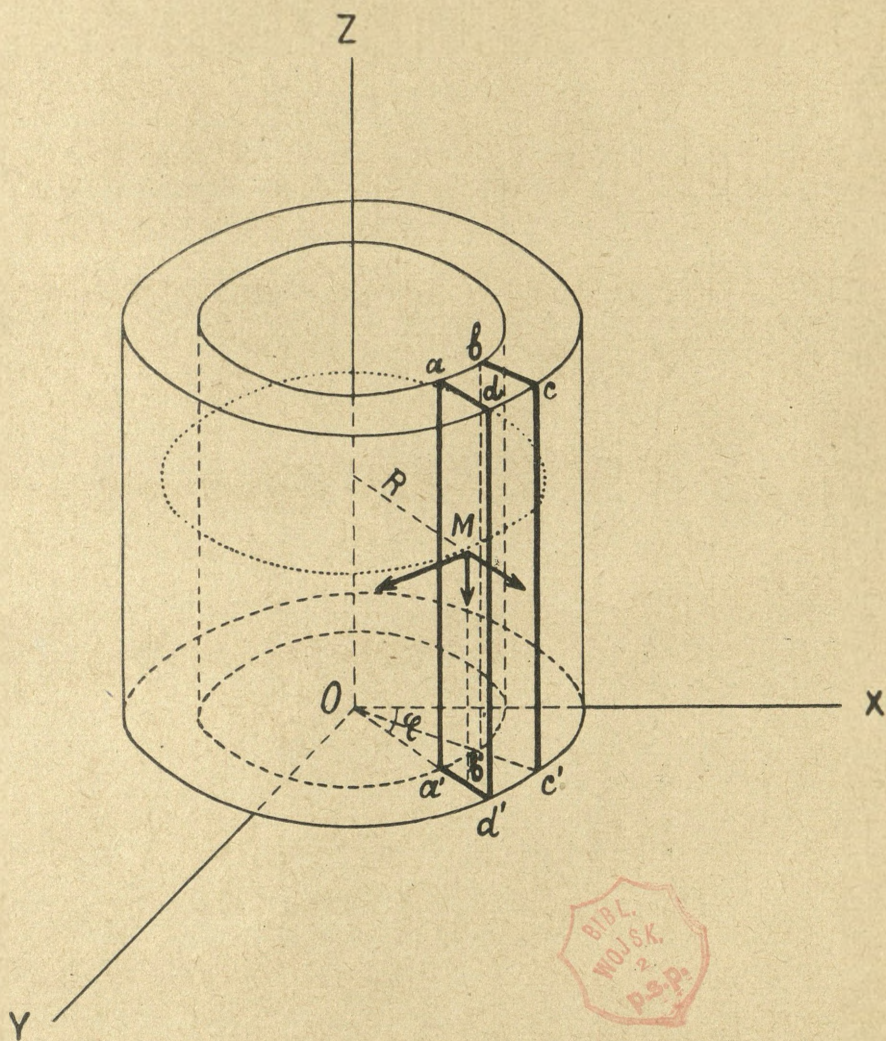
$$a = \frac{\lambda}{2\mu} \cdot \frac{F}{3\lambda + 2\mu}, \quad c = \frac{\lambda + \mu}{\mu} \cdot \frac{F}{3\lambda + 2\mu}.$$

c oznacza wydłużenie, które otrzymuje jednostka długości próbki pod działaniem siły jednostkowej rozciągającej $F \text{ kg} : \text{mm}^2$, a więc stosunek $\frac{F}{c}$ wyrazi to, co nazywamy modułem Younga danego materiału i oznaczamy przez M ; a oznacza zwężenie jednostki wymiaru przekroju poprzecznego próbki pod działaniem siły jednostkowej rozciągającej $F \text{ kg} : \text{mm}^2$, a więc $a = \frac{c}{m}$, gdzie m wyraża współczynnik przewężenia poprzecznego; mamy zatem

$$M = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}, \quad \text{czyli} \quad \left\{ \begin{array}{l} \lambda = \frac{Mm}{(m+1)(m-2)} \quad \dots \quad (11), \\ \mu = \frac{Mm}{2(m+1)} \quad \dots \quad (12). \end{array} \right.$$

§ 6. *Równania sprężystości w systemie współrzędnych walcowych (półbiegunowych, semipolarnych).* — Jeżeli idzie o ciała stałe, posiadające kształt walcowaty lub też ograniczone dwiema obrotowymi powierzchniami walcowymi o wspólnej osi (a więc rury), to równania

sprężystości rozpatrywa się zazwyczaj w systemie współrzędnych półbiegunowych, w którym położenie danego punktu M (rys. 4) określone jest przez: 1) promień R czyli jego odległość od osi; 2) kąt azymutalny φ , który tworzy ten promień z pewną płaszczyzną nie-



Rys. 4.

zmienną przechodzącą przez oś; 3) odległość punktu M od pewnej płaszczyzny niezmiennie prostopadłej do osi. Tu więc 3 systemy powierzchni współrzędnych będą stanowiły: 1) walce współśrodkowe; 2) płaszczyzny przechodzące przez oś walców; 3) płaszczyzny prostopadłe

do osi.*) Oznaczmy przez U, V, W rzuty przesunięcia punktu M , a mianowicie U na kierunku promienia R ; V na prostopadłą do płaszczyzny przechodzącej przez M i przez oś; W na kierunku osi; określone w ten sposób 3 kierunki są wzajemnie prostopadłe i stanowią 3 pomocnicze osie współrzędnych x', y', z' , których początek stanowi punkt M ; oznaczmy wreszcie przez ρ_i, Φ_i, Z_i składowe, wzdłuż wyżej wymienionych trzech kierunków, sił sprężystych wywartych w punkcie M na powierzchnię czyli pole elementarne jednej z powierzchni współrzędnych, przyczem będziemy brali wskaźnik $i = 1$ jeżeli element ten jest styczny do walca, $i = 2$ jeżeli element należy do płaszczyzny osiowej, oraz $i = 3$ jeżeli element należy do płaszczyzny prostopadłej do osi.

Te składowe ρ_i, Φ_i, Z_i są więc niczem innym, niż składowymi N_i, T_i w odniesieniu do osi $x' y' z'$, czyli że

$$\left. \begin{array}{lll} \rho_1 = N_1' & \Phi_2 = N_2' & Z_3 = N_3' \\ \Phi_3 = Z_2 = T_1' & Z_1 = \rho_3 = T_2' & \rho_2 = \Phi_1 = T_3' \end{array} \right\} \quad (13).$$

Przyjmijmy (rys. 4) za podstawę i oś systemu walcowego dawną płaszczyznę xy oraz dawną oś oz , oraz za płaszczyznę $\varphi = 0$ dawną płaszczyznę zx ; cos kątów, utworzonych z dawnymi osiami xyz przez nowe osie $x' y' z'$, mają wartości wskazane w poniższej tabelce (14),

x	y	z	
$\cos \varphi$	$\sin \varphi$	0	x' (czyli R)
$-\sin \varphi$	$\cos \varphi$	0	y'
0	0	1	z'

(14),

wobec czego wzory przekształceń, które wiążą dawne współrzędne x, y, z , z nowymi R, φ, z , oraz dawne rzuty przesunięcia cząsteczkowego u, v, w z nowymi U, V, W są następujące:

$$\left. \begin{array}{l} x = R \cos \varphi \quad y = R \sin \varphi \quad z = z \quad R = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x} \\ u = U \cos \varphi - V \sin \varphi \quad v = U \sin \varphi + V \cos \varphi \end{array} \right\} \quad (15).$$

*) Tu więc element równoległościenny $abcd a'b'c'd'$ (rys. 2) zastąpiony jest przez element $abcd a'b'c'd'$ (rys. 4), ograniczony przez cztery płaszczyzny i dwie powierzchnie krzywe.

Różniczkowanie wzorów (15) daje:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial R}{\partial x} &= \cos \varphi, & \frac{\partial R}{\partial y} &= \sin \varphi, & \frac{\partial \varphi}{\partial x} &= -\frac{\sin \varphi}{R}, & \frac{\partial \varphi}{\partial y} &= \frac{\cos \varphi}{R}, \\ \frac{\partial [\quad]}{\partial x} &= \frac{\partial [\quad]}{\partial R} \cos \varphi - \frac{\partial [\quad]}{\partial \varphi} \cdot \frac{\sin \varphi}{R}, \\ \frac{\partial [\quad]}{\partial y} &= \frac{\partial [\quad]}{\partial R} \sin \varphi + \frac{\partial [\quad]}{\partial \varphi} \cdot \frac{\cos \varphi}{R}, \end{aligned} \right\} \quad (16),$$

ostatnie dwa równania mają postać symboliczną i wskazują, w jaki sposób pochodne danej funkcji w stosunku do x i do y , przekształcają się w jej pochodne w stosunku do R i do φ ; pochodna w stosunku do z pozostaje bez zmiany.

Dla ustalenia równań, wyrażających równowagę elementu objętościowego, moglibyśmy przystąpić na zasadzie powyższych wzorów do przekształcenia równań (10'') § 4; jednakowoż jest rzeczą prostszą i bardziej naturalną określić bezpośrednio ogólne równania równowagi elementu $abcd a'b'c'd'$ (rys. 4) w systemie współrzędnych walcowych; objętość tego elementu wynosi

$$\omega = dR \cdot R d\varphi \cdot dz$$

w założeniu, iż jest on ograniczony dwoma walcami o promieniach R i $R + dR$, dwiema płaszczyznami o kątach azymutalnych $\varphi + d\varphi$ oraz dwiema prostopadłymi do osi walca płaszczyznami, których wzajemna odległość wynosi dz . Aby wyrazić równowagę tego elementu należy napisać trzy sumy Σx , Σy , Σz składowych (wzdłuż kierunków osi ox , oy , oz) sił sprężystych, działających na 6 ścianek rozpatrywanego elementu, oraz składowych $\delta\omega\rho_0$, $\delta\omega\Phi_0$ i $\delta\omega z_0$, działających na masę $\delta\omega$ (przez δ oznaczamy tu gęstość, dla odróżnienia od sił ρ). Postępując analogicznie, jak w § 2 i przyjmując pod uwagę, że w danym razie powierzchnie $ab b'a'$ i $dc c'd'$ nie są sobie równe, i że proste prostopadłe do ścianek $ad d'a'$ i $bc c'b'$ nie są wzajemnie równoległe, otrzymamy system równań:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho_1}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial \rho_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial \rho_3}{\partial z} + \frac{\rho_1 - \Phi_2}{R} + \delta\rho_0 &= 0, \\ \frac{\partial \Phi_1}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Phi_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial \Phi_3}{\partial z} + \frac{\Phi_1 + \rho_2}{R} + \delta\Phi_0 &= 0, \\ \frac{\partial Z_1}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial Z_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial Z_3}{\partial z} + \frac{Z_1}{R} + \delta Z_0 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (16').$$

Równania (16') podobnie jak równania (1'), (2'), (3') § 2 mają charakter najogólniejszy; są one w mocy nawet wówczas, gdy ciało jest jednolite i równozwrotne.

Jeżeli mamy do czynienia z walcem wzgl. rurą, zrobioną z ciała jednolitego i równozwrotnego, to dla przekształcenia równań (10) § 4 celem otrzymania składowych R_i, Φ_i, Z_i , określimy przedewszystkiem pochodne $\frac{\partial(u, v, w)}{\partial(x, y, z)}$ w funkcji U, V, W, R, φ, z , różniczkując wzory (15) i posilkując się wzorami (16); otrzymane wartości podstawimy na miejsce pochodnych $\frac{\partial(u, v, w)}{\partial(x, y, z)}$ do równań (10) i otrzymamy w ten sposób N_i, T_i , w funkcji U, V, W, R, φ, z ; następnie przy pomocy 6-ciu równań (a), wskazanych w odnośniku do § 4, w których na miejsce m_i, n_i, p_i podstawimy odnośne wartości, dane przez tabelkę (14), otrzymamy wartości N'_i, T'_i , czyli poszukiwane wartości składowych R_i, Φ_i, Z_i , a mianowicie:

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 &= \lambda \theta + 2\mu \frac{\partial U}{\partial R}, & \Phi_3 &= Z_2 = \mu \left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{R} \frac{\partial W}{\partial \varphi} \right), \\ \Phi_2 &= \lambda \theta + 2\mu \left(\frac{U}{R} + \frac{1}{R} \frac{\partial V}{\partial \varphi} \right), & Z_1 &= \rho_3 = \mu \left(\frac{\partial W}{\partial R} + \frac{\partial U}{\partial z} \right), \\ Z_3 &= \lambda \theta + 2\mu \frac{\partial W}{\partial z}, & \rho_2 &= \Phi_1 = \mu \left(\frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial \varphi} + \frac{\partial V}{\partial R} - \frac{V}{R} \right). \end{aligned} \right\} \quad (17).$$

$$\theta = \frac{1}{R} \frac{\partial(RU)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial V}{\partial \varphi} + \frac{\partial W}{\partial z}.$$

Wzory powyższe pozwalają w pewnych hipotezach określić wartości odkształceń jednostkowych w punkcie M ; w rzeczy samej powróćmy do wzoru (4)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta \xi}{\xi} &= \frac{\partial u}{\partial x} \cos^2 \xi \cos^2 \psi + \frac{\partial v}{\partial y} \cos^2 \xi \sin^2 \psi + \frac{\partial w}{\partial z} \sin^2 \xi + \\ &+ \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \cos \xi \sin \xi \sin \psi + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \cos \xi \sin \xi \cos \psi + \\ &+ \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \cos^2 \xi \cos \psi \sin \psi \end{aligned} \right\} \quad (4),$$

Jeżeli przypuścimy, iż siły i odkształcenia sprężyste mają jednakowy układ we wszystkich przekrojach rury przechodzących przez oś, czyli, że są one niezależne od φ — to różniczkując, jak uprzednio, wzory (15) przy posilkowaniu się wzorami (16) otrzymamy

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{\partial U}{\partial R}, & \frac{\partial v}{\partial z} &= 0, & \frac{\partial u}{\partial z} &= \frac{\partial U}{\partial z}, & \frac{\partial v}{\partial y} &= \frac{U}{R}, & \frac{\partial w}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= 0, & \frac{\partial w}{\partial z} &= \frac{\partial W}{\partial z}, & \frac{\partial w}{\partial x} &= \frac{\partial W}{\partial R}, & \frac{\partial v}{\partial x} &= 0, \end{aligned}$$

wobec czego wzór (4) przyjmie postać

$$\varepsilon = \frac{\Delta^*}{\xi} = \frac{\partial U}{\partial R} \cos^2 \xi \cos^2 \psi + \frac{U}{R} \cos^2 \xi \sin^2 \psi + \frac{\partial W}{\partial z} \sin^2 \xi + \left. \begin{aligned} &+ \left(\frac{\partial W}{\partial R} + \frac{\partial U}{\partial z} \right) \cos \xi \sin \xi \cos \psi \end{aligned} \right\} \dots (4').$$

Jeżeli chcemy określić *główne* odkształcenia jednostkowe w punkcie M , to zadanie to sprowadza się do określenia maximum i minimum odkształcenia ε , danego przez wzór (4'); oznaczmy

$$\begin{aligned} \cos \xi \cos \psi &= \alpha, & \cos \xi \sin \psi &= \beta, & \sin \xi &= \gamma, \\ \frac{\partial U}{\partial R} &= K_1, & \frac{U}{R} &= K_2, & \frac{\partial W}{\partial z} &= K_3, & \frac{\partial W}{\partial R} + \frac{\partial U}{\partial z} &= 2K_4, \end{aligned}$$

w takim razie zadanie sprowadza się do poszukiwania maximum wzgl. minimum ε

$$\varepsilon = K_1 \alpha^2 + K_2 \beta^2 + K_3 \gamma^2 + 2K_4 \alpha \gamma \dots (a),$$

gdzie α, β i γ czynią zadość warunkowi

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1 \dots (b),$$

dla znalezienia poszukiwanego maximum wzgl. minimum, wyznaczmy α wzgl. β z równania (b) i po podstawieniu odnośnej wartości do równania (1), rozwiążemy system równań

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \beta} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial \gamma} = 0,$$

względnie

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial \gamma} = 0,$$

otrzymamy w ten sposób odkształcenia główne dla wartości α, β i γ czyniących zadość powyższym systemom, a mianowicie dla 3 rozwiązań następujących:

$$\left. \begin{aligned} (1) \quad &\alpha_1 = 0, \quad \beta_1 = 1, \quad \gamma_1 = 0, \quad \text{stąd } \varepsilon_1 = K_2 = \frac{U}{R} \\ (2) \quad &\left. \begin{aligned} \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{aligned} \right\} = \pm \sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{K_4^2}{(K_1 - K_3)^2 + 4K_4^2}}}; \\ \text{i} \\ (3) \quad &\left. \begin{aligned} \beta_{2,3} = 0; \quad \gamma_2 \\ \gamma_3 \end{aligned} \right\} = \pm \sqrt{\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{K_4^2}{(K_1 - K_3)^2 + 4K_4^2}}}, \\ \text{stąd} \quad &\left. \begin{aligned} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{aligned} \right\} = \frac{1}{2} [K_1 + K_3 \pm \sqrt{(K_1 - K_3)^2 + 4K_4^2}] = \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial W}{\partial z} \pm \sqrt{\left(\frac{\partial U}{\partial R} - \frac{\partial W}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial R} + \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2} \right] \end{aligned} \right\} \dots (17')$$

ponieważ w rozwiązaniu (1) mamy $\alpha=0$, $\gamma=0$, $\beta=1$ więc $\psi=90^\circ$; $\xi=0$, a więc odkształcenie ε_1 znajduje się w płaszczyźnie prostopadłej do osi rury i jest skierowane wzdłuż stycznej do koła o promieniu R (rys. 4); w rozwiązaniach (2 i 3) mamy $\beta=0$, zaś $\alpha \neq 0$, $\gamma \neq 0$, a więc $\psi=0$; wynika stąd, iż odkształcenia ε_2 i ε_3 znajdują się w płaszczyźnie, przechodzącej przez oś rury.

Jeżeli wreszcie chcemy w tych samych hipotezach napisać równania równowagi elementu $abcd a'b'c'd'$ (rys. 4), to musimy do równań (16') podstawić wartości $\rho_i \Phi_i z_i$, określone przez wzory (17); w myśl założonych hipotez $V=0$ oraz pochodne $\frac{\partial W}{\partial \varphi} = \frac{\partial U}{\partial \varphi} = 0$, wobec czego $\Phi_3 = z_2 = \rho_2 = \Phi_1 = 0$, oraz $\Theta = \frac{U}{R} + \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial W}{\partial z}$; w tych założeniach drugie równanie z grupy (16') daje $0=0$, natomiast pierwsze i trzecie — o ile oznaczmy przez $\Psi = \frac{\partial W}{\partial R} - \frac{\partial U}{\partial z}$ przyjmują postać

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial \Theta}{\partial R} - \mu \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0; \quad (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \Theta}{\partial z} + \mu \left[\frac{\partial \Psi}{\partial R} + \frac{\Psi}{R} \right] = 0 \quad (17'').$$

§ 7. *Wzory Lamé'go.* — Stosując powyższe wzory (17) do rury o promieniu wewnętrznym R_0 i promieniu zewnętrznym R_1 , która z wewnątrz poddana jest ciśnieniu jednostkowemu — P_0 , z zewnątrz ciśnieniu jednostkowemu — P_1 , w założeniu, iż $P_0 > P_1$ o tyle, iż mamy $P_0 R_0^2 - P_1 R_1^2 > 0$, Lamé ustalił wzory, które do dziś dnia stanowią punkt wyjścia teorii wytrzymałości rur. W przypuszczeniu, iż rura jest zamknięta z 2-ch stron przez dna, połączone z rurą w ten sposób, że w bocznych ściankach rury, rozwijają się równolegle do osi rury siły sprężyste Z_3 stałe w każdym punkcie ścianki rury, i iż wydłużenie jednostkowe w kierunku osi rury jest również wielkością stałą, oraz że rura pozostaje jednolitą i równozwrotną po odkształceniu, dochodzimy do wniosku, iż we wzorach (17) U będzie niezależne od φ i z ; W będzie niezależne od φ i R , $\frac{dW}{dz}$ będzie miało wartość stałą, którą oznaczmy przez c ; V będzie stale równe zero, a w takim razie:

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 &= \lambda \Theta + 2\mu \frac{dU}{dR}, & \Theta &= \frac{dU}{dR} + \frac{U}{R} + c, \\ \Phi_2 &= \lambda \Theta + 2\mu \frac{U}{R}, & \Phi_3 &= Z_2 = Z_1 = \rho_3 = \rho_2 = \Phi_1 = 0, \\ Z_3 &= \lambda \Theta + 2\mu c \end{aligned} \right\} \dots \dots (18),$$

widzimy więc przedewszystkiem, iż w rozpatrywanym wypadku wszystkie siły tnące stają się równe zeru; ponieważ Z_3 jest wielkością stałą, odnośne równanie (18) wskazuje, że i Θ będzie wielkością stałą, którą oznaczmy przez $2a + c$

$$\Theta = \frac{dU}{dR} + \frac{U}{R} + c = 2a + c, \quad \text{czyli} \quad \frac{dU}{dR} + \frac{U}{R} = 2a,$$

a więc $U = aR + \frac{b}{R}$ gdzie b jest constans;

wprowadzając tę wartość U do wzorów (18) mamy

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 &= \lambda(2a + c) + 2\mu \left(a - \frac{b}{R^2} \right) \\ \Phi_2 &= \lambda(2a + c) + 2\mu \left(a + \frac{b}{R^2} \right) \\ Z_3 &= \lambda(2a + c) + 2\mu c \end{aligned} \right\} \dots \dots (19),$$

określając wielkości stałe a , b i c na zasadzie początkowych danych zadania, mamy wartość stałą Z_3 określoną przez równanie $(\pi R_1^2 - \pi R_0^2) \times \times Z_3 = P_0 \cdot \pi R_0^2 - P_1 \pi R_1^2$; prócz tego siła sprężysta $\rho_1 = -P_0$ dla $R = R_0$ oraz $\rho_1 = -P_1$ dla $R = R_1$; mamy więc

$$\lambda(2a + c) + 2\mu \left(a - \frac{b}{R_0^2} \right) = -P_0,$$

$$\lambda(2a + c) + 2\mu \left(a - \frac{b}{R_1^2} \right) = -P_1,$$

$$\lambda(2a + c) + 2\mu c = \frac{P_0 R_0^2 - P_1 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2},$$

ostatnie 3 równania rozwiązane w stosunku do a , b i c dają

$$a = c = \frac{1}{3\lambda + 2\mu} \cdot \frac{P_0 R_0^2 - P_1 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2},$$

$$b = \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{(P_0 - P_1) R_0^2 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2}.$$

Jeżeli podstawimy te wartości a , b i c do równań (19) i oznaczmy siłę sprężystą działającą wzdłuż promienia przez P czyli $\rho_1 = -P$,
 " " " " stycznej " T " $\Phi_2 = T$,
 " " " " tworzącej " S " $Z_3 = S$,
 to otrzymamy ostatecznie system równań (20)

$$\left. \begin{aligned} P &= -\frac{P_0 R_0^2 - P_1 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} + \frac{(P_0 - P_1) R_0^2 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} \cdot \frac{1}{R^2} \\ T &= \frac{P_0 R_0^2 - P_1 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} + \frac{(P_0 - P_1) R_0^2 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} \cdot \frac{1}{R^2} \\ S &= \frac{P_0 R_0^2 - P_1 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} \end{aligned} \right\} \quad (20).$$

Co się tyczy odkształceń jednostkowych, to we wzorach (17') musimy na zasadzie przyjętych w niniejszym § hipotez przyjąć

$$\frac{\partial W}{\partial R} = \frac{\partial U}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial z} = C,$$

a więc otrzymamy odkształcenia główne:

$$\left. \begin{aligned} \text{wzdłuż stycznej } \varepsilon_1 &= \frac{U}{R} \\ (\xi = 90^\circ, \psi = 0) \text{ wzdłuż tworzącej } \varepsilon_3 &= \frac{\partial W}{\partial z} = C \\ (\xi = 0, \psi = 0) \text{ wzdłuż promienia } \varepsilon_2 &= \frac{\partial U}{\partial R} \end{aligned} \right\} \quad (20')$$

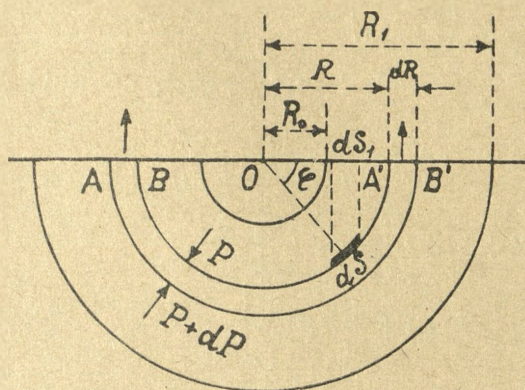
§ 8. *Uwaga.* — Wyżej wyszczególnione wzory, zwane wzorami Lamé'go mogą być wyprowadzone w sposób o wiele krótszy, jeżeli przyjmiemy zawczasu pewną liczbę hipotez ograniczających. I tak, jeżeli przypuścimy, iż wydłużenie rury wzdłuż osi oraz siła jednostkowa ciągnąca równoległa do osi rury, są wielkościami stałymi i iż wewnątrz ścianek rury nie istnieją żadne siły ślizgania, oraz że rura pozostaje jednorodną i jednozwnrotną pomimo odkształceń powstających pod wpływem sił poprzecznych, to możemy przedewszystkiem ustalić dwa zasadnicze równania, a mianowicie: A) równanie równowagi i B) równanie ciągłości.

A. *Równanie równowagi.* — Wyobraźmy sobie rurę pojedynczą o średnicy wewnętrznej $2R_0$, średnicy zewnętrznej $2R_1$ i o długości równej jednostce (rys. 5). Wyobraźmy sobie w przekroju poprzecznym tej rury warstwę nieskończenie cieką o promieniach R i $(R + dR)$. Oznaczmy przez P i $(P + dP)$ ciśnienia jednostkowe, działające na powierzchnie wewnętrzną i zewnętrzną tej warstwy o grubości dR . Oznaczmy przez T naprężenie jednostkowe w cząsteczkach warstwy w AB i $A'B'$. Siła spychająca ku dołowi element ds powierzchni warstwy o promieniu R wyrazi się przez $Pds \sin \varphi$.

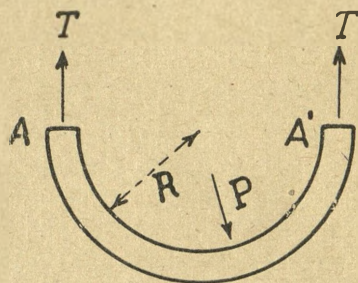
Siła wypadkowa, spychająca ku dołowi całą powierzchnię $1/2$ warstwy od B do A' będzie więc

$$\int_0^\pi P ds \sin \varphi = \int_0^\pi PR d\varphi \sin \varphi = PR \int_0^\pi \sin \varphi d\varphi = PR \left[-\cos \varphi \right]_0^\pi = 2PR.$$

Ta siła wypadkowa jest wynikiem działania na półwarstwę R wszystkich warstw, leżących bliżej do osi rury, pod wpływem ciśnienia wewnętrznego, rozwiniętego wewnątrz rury.



Rys. 5.



Rys. 6.

Powierzchnia zewnętrzna rozpatrywanej $1/2$ warstwy (o promieniu $R + dR$), będzie również poddana ze strony warstw zewnętrznych sile

$$2(P + dP)(R + dR) + 2TdR,$$

gdzie $2TdR$ wyraża siłę działającą ku górze w miejscach AB i $A'B'$.

Ażeby więc rozpatrywana półwarstwa była w równowadze, trzeba aby

$$(P + dP)(R + dR) + TdR = PR \quad \text{czyli} \quad d(PR) + TdR = 0 \quad . \quad (21),$$

równanie to nazywamy równaniem równowagi. (Równanie to ma charakter zupełnie ogólny i stosuje się zarówno do rur pojedynczych, jak i złożonych, tak w czasie spoczynku, jak i pod ciśnieniem).

B. *Równanie ciągłości.* — Równanie to otrzymujemy, obliczając dwoma różnemi sposobami powiększenie długości promienia $(R + dR)$ przy odkształceniu sprężystem pod wpływem ciśnień i naprężeń ciągnących, i porównywując następnie otrzymane w ten sposób dwie wartości.

Obliczmy z początku wydłużenie promienia R pod wpływem tych ciśnień i naprężeń (rys. 6). Półokrąg koła o promieniu R wydłuża się o $\Delta(\pi R)$, przyczem na mocy odnośnych praw odkształceń mamy

$$\frac{\Delta(\pi R)}{\pi R} = \frac{1}{M} \left(T + \frac{P}{m} \right)$$

(Gdzie M oznacza moduł Younga a m — współczynnik przewężenia poprzecznego), — skąd otrzymujemy wydłużenie promienia R

$$\Delta R = \frac{1}{M} \left(T + \frac{P}{m} \right) R \dots \dots \dots (22).$$

Przejdźmy teraz we wzorze (22) od R do $(R + dR)$; otrzymamy

$$\begin{aligned} \Delta(R + dR) &= \Delta R + d(\Delta R) = \Delta R + \frac{1}{M} d \left[\left(T + \frac{P}{m} \right) R \right] = \\ &= \Delta R + \frac{1}{M} \left[T dR + \frac{P}{m} dR + R dT + \frac{R}{m} dP \right] = \\ &= \Delta R + \frac{1}{M} \left[d(TR) + \frac{1}{m} d(PR) \right] \end{aligned}$$

czyli

$$d(\Delta R) = \frac{1}{M} \left[d(TR) + \frac{1}{m} d(PR) \right] \dots \dots \dots (23).$$

Skądinąd dR jest grubością warstwy, poddanej w kierunku długości naprężeniu, t. j. sile rozciągającej jednostkowej T , zaś w kierunku promienia ciśnieniu jednostkowemu P ; a więc również na zasadzie tych samych praw otrzymamy odkształcenie grubości tej warstwy

$$\Delta(dR) = - \frac{1}{M} \left(P + \frac{T}{m} \right) dR \dots \dots \dots (24),$$

ponieważ warunek zachowania ciągłości masy wymaga, aby $d(\Delta R) = -\Delta dR$, porównując równanie (23) z (24) otrzymamy

$$\begin{aligned} d(TR) + \frac{1}{m} d(PR) &= - \left(P + \frac{T}{m} \right) dR \\ d(TR) + \frac{1}{m} d(PR) + \frac{1}{m} T dR + P dR &= 0 \\ d(TR) + \frac{1}{m} [d(PR) + T dR] + P dR &= 0 \end{aligned}$$

ponieważ zaś równanie (21) daje $d(PR) + T dR = 0$, mamy więc nowe równanie

$$d(TR) + PdR = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25),$$

które nosi nazwę równania ciągłości.

Wzory Lamé'go. — Równania (21) i (25) pozwalają obliczyć siły, powstające wewnątrz ścianki rury, o ile znamy zewnętrzne i wewnętrzne ciśnienia, którym poddana jest rura:

$$d(PR) + TdR = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21),$$

$$d(TR) + PdR = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25),$$

odejmując (21) od (25), otrzymamy

$$TdR + RdT + PdR - PdR - RdP - TdR = 0,$$

$$RdT - RdP = 0, \quad \text{czyli} \quad Rd(T - P) = 0,$$

a więc $T - P$ jest wielkością stałą, którą oznaczmy przez $2b$

$$T - P = 2b \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26).$$

Dodajmy teraz (21) i (25)

$$TdR + RdT + PdR + PdR + RdP + TdR = 0,$$

$$R(dT + dP) + 2TdR + 2PdR = 0,$$

$$Rd(T + P) + 2(T + P)dR = 0.$$

Mnożąc ostatnie równanie przez R otrzymamy:

$$R^2 d(T + P) + 2R(T + P)dR = 0,$$

czyli

$$d[R^2(T + P)] = 0,$$

a więc $R^2(T + P)$ jest wielkością stałą, którą oznaczmy przez $2a$

$$R^2(T + P) = 2a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27),$$

otrzymujemy w ten sposób system 2-ch równań

$$\left. \begin{array}{l} R^2(T + P) = 2a \\ P = \frac{a}{R^2} - b \end{array} \right\} \begin{array}{l} T - P = 2b \\ T = \frac{a}{R^2} + b \end{array} \quad . \quad . \quad . \quad (28).$$

Jeżeli rura ma promień wewnętrzny R_0 i zewnętrzny R_1 , i jeżeli ciśnienie wewnętrzne w rurze jest P_0 , a zewnętrzne ciśnienie wynosi P_1 , otrzymamy

$$P_0 = \frac{a}{R_0^2} - b, \quad P_1 = \frac{a}{R_1^2} - b,$$

stąd zaś

$$a = \frac{(P_0 - P_1)R_0^2 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2}, \quad b = \frac{P_0 R_0^2 - P_1 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2},$$

podstawiając zaś te wartości do wzorów (28) otrzymujemy dla T i P te same wzory, co (20).

Jednakowoż, z punktu widzenia ścisłości, ten sposób dowodzenia może być uważany za zadawalniający tylko w takim razie, jeżeli oprzemy się na pewnych rezultatach, otrzymanych metodą analityczną §§ 1—7, która to metoda, niezależnie od jej znaczenia z punktu widzenia historycznego, jakkolwiek dłuższa, pozwala jednak zdać sobie dokładnie sprawę z przyjętych hipotez oraz z czynników, wpływ których następnie odrzucamy; prócz tego wzory (17) będą nam potrzebne, gdy będziemy badali wpływ sił tnących (czyli sił ślizgania) na wytrzymałość podłużną lufy.

ROZDZIAŁ II.

Odształcenia pod działaniem sił zewnętrznych.*)

§ 1. *Ustalenie zasad.* — Z punktu widzenia teorii wytrzymałości luf działowych, interesują nas przedewszystkiem odkształcenia pod wpływem sił normalnych (rozciągających i ściskających), następnie zaś sił przesuwających (czyli tnących). Odnośne studjum sprowadza się w takim razie do zbadania i ustalenia praw:

- a) odkształceń *sprężystych* pod wpływem jednej siły, lub paru sił wzajemnie prostopadłych;
- b) odkształceń *trwałych* również pod wpływem jednej lub paru sił wzajemnie prostopadłych;
- c) granicy oddzielającej odkształcenia sprężyste od trwałych w poszczególnych wypadkach.

Przez czas bardzo długi w praktyce konstrukcyjnej ograniczano się do rozpatrywania jedynie okresu sprężystego; jedną z przyczyn tego stanu rzeczy był wzgląd na gatunek metalu używanego, gdyż stosowano bądź surowiec (żeliwo) bądź też stal gatunków wątpliwych, obciążanie której powyżej granicy sprężystości mogło wydawać się rzeczą ryzykowną; obecnie, dzięki postępowi hutnictwa i sposobów obróbki metalu, można rozszerzyć krąg jego zastosowań poza granicę odkształceń sprężystych; badania winny więc objąć okres odkształceń trwałych, nie mówiąc już o tem, iż z punktu widzenia społecznika bezpieczeństwa jest zawsze korzystnem znać nie tylko granicę sprężystości metalu, ale i jego granicę wytrzymałości.

Na pierwszy rzut oka wydaje się, iż okres sprężysty winien przedstawiać najwięcej trudności z powodu nadzwyczaj małych wartości

*) Wg. M. Malaval „Mémoire sur les propriétés mécaniques des métaux” (Mémorial de l'Art. française r. 1922 str. 53 — 109).

odkształceń; jednakowoż ten właśnie okres jest obecnie najlepiej zbaidany, przynajmniej jeżeli idzie o zwykłe warunki prób, to jest o siły działające powoli, a to dlatego, iż odkształcenia sprężyste posiadają pewne własności, które znacznie ułatwiają ich poznanie, a mianowicie:

- a) są one proporcjonalne do wysiłku, — a więc w razie jednej siły działającej wystarczy znaleźć jeden punkt prostej, przedstawiającej zmianę odkształcenia w funkcji siły (jednakowoż w rzeczywistości współczynnik kątowy tej prostej, czyli t. zw. „moduł sprężystości Younga” nie jest znany zupełnie dokładnie i jest trudny do określenia; dla metali po zimnej obróbce nie jest on zupełnie niezależny od uprzedniego odkształcenia trwałego);
- b) w wypadku kilku sił, — odkształcenia, wynikające z działania każdej z nich, sumują się algebraicznie.

Przeciwnie, w okresie odkształceń trwałych, prawo odkształceń w funkcji siły działającej, przestaje być liniowym; skądinąd nie mamy podstawy do przyjęcia tu *a priori* zasady, analogicznej do (b). Można zresztą powiedzieć, iż dotychczasowe wiadomości w zakresie odkształceń trwałych stanowią tylko małą część tego, co jest nam potrzebne.

Wreszcie zaznaczyć należy, iż w niniejszym rozdziale ograniczymy się do rozpatrywania praw i doświadczeń, dotyczących jednego, używanego obecnie w budowie łuf działowych, materiału — a mianowicie stali.

§ 2. *Odkształcenia pod wpływem jednej siły normalnej.* — Jeżeli poddamy stalowy pręt walcowy dwóm siłom rozciągającym równym, lecz odwrotnie skierowanym, działającym w osi pręta w ten sposób, że każda z nich skierowana będzie od końca pręta na zewnątrz, — to stwierdzimy, iż z początku pręt wydłuży się o bardzo małe długości proporcjonalne do siły rozciągającej (prawo Hooke’a), i jeżeli następnie siła rozciągająca przestanie działać, to odkształcenie znika prawie w zupełności, i pręt praktycznie powraca do swych początkowych wymiarów — jest to więc t. zw. odkształcenie *sprężyste*; jeżeli następnie, ponownie rozpoczynając rozciąganie, będziemy poddawali pręt coraz większej sile rozciągającej, to — począwszy od pewnej wartości siły, określonej dla danego gatunku stali, odkształcenia przestają być proporcjonalne do sił rozciągających, i pręt nie powróci już do swych początkowych wymiarów, gdy siła rozciągająca przestanie działać; nazywamy *granicą sprężystości* metalu tę wartość siły rozciągającej (w odniesieniu do jednostki przekroju pręta) — przy której zaczynają powstawać *odkształcenia trwałe*.

Przyjmujemy więc z zupełnie wystarczającą dokładnością praktyczną założenie, że odkształcenia stali są sprężyste i proporcjonalne do siły rozciągającej dopóty, dopóki siła ta jest niższą od powyżej określonej granicy sprężystości, którą oznaczamy zwykle przez E kg : mm² *).

Jeżeli oznaczymy przez F wartość siły rozciągającej w kg, przez S przekrój pręta w mm², przez L długość pręta, przez ΔL zwiększenie długości pręta pod wpływem siły F , to nazwiemy: siłą rozciągającą jednostkową, czyli naprężeniem ciągnącym wartość $T = \frac{F}{S}$, rozciągnięciem zaś (czyli wydłużeniem) jednostkowym wartość $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$.

Dopóki T nie przekroczy granicy sprężystości E danego metalu, T i ε znajdują się w stałym stosunku, i nazywamy ten stosunek modułem sprężystości (t. zw. „moduł Younga”) **),

$$M = \frac{T}{\varepsilon} = \frac{\frac{F}{S}}{\left(\frac{\Delta L}{L}\right)},$$

mamy więc $\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{M} T \dots \dots \dots (1),$

E i T wyrażają się w kg na mm², ε jest liczbą oderwaną, a więc M wyrazi się w kg na mm²; doświadczenie wskazuje, że dla stali M wynosi od 21000 do 22000 kg : mm².

Skądinąd pod wpływem siły rozciągającej pręt nie tylko wydłuża się w kierunku, w którym działa ta siła, t. j. w kierunku osi pręta, lecz również zwęża swój przekrój w kierunku prostopadłym do kierunku działania siły rozciągającej, a więc zmniejsza się przekrój poprzeczny pręta. Nazywamy zwężeniem jednostkowym η stosunek zwężenia przekroju części zmiany ΔD średnicy pręta po odkształceniu do średnicy pierwotnej pręta D

$$\eta = \frac{\Delta D}{D},$$

doświadczenie stwierdza, że pomiędzy ε i η zachodzi stosunek

$$m = \frac{\varepsilon}{\eta},$$

*) Określona w ten sposób „granica sprężystości” będzie identyczna z „granica proporcjonalności”, t. j. z wysiłkiem, dla którego wydłużenia przestają być proporcjonalne do wysiłku.

**) Por. Rozdział I § 5.

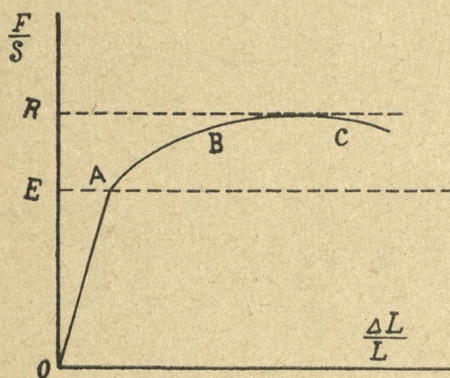
odkształcenia jednostkowe $\frac{\Delta L}{L}$, i jako rzędne naprężenia $\frac{F}{S}$ (rys. 1).

Na wykresach tych okres odkształceń sprężystych odpowiada prostej OA ; krzywe ABC , odpowiadają okresowi, w którym naprężenie przekroczyło granicę sprężystości; maksymalne naprężenie, które pręt może wytrzymać na rozciąganie równa się liczbowo odcinkowi OR ; odcinek OE przedstawia liczbowo granicę sprężystości; widzieliśmy uprzednio, że o ile $\frac{F}{S} < E$, to

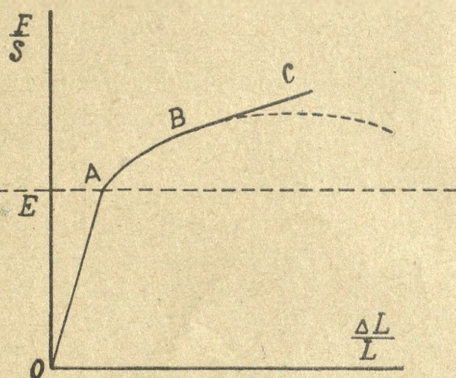
$$\frac{F}{S} = M \frac{\Delta L}{L},$$

a więc moduł M jest współczynnikiem kątowym prostej OA .

Po przekroczeniu najwyższego naprężenia, które może wytrzymać pręt, odkształcenie umiejscawia się w pasie najmniejszej wytrzymałości, w którym powstaje zdławienie, zwiększające się aż do chwili



Rys. 1.



Rys. 2.

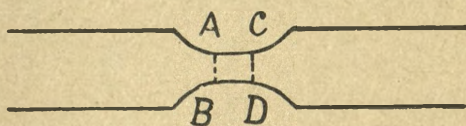
pęknięcia; jest to zjawisko zwężenia (strykcja); doświadczenie wskazuje, iż po przekroczeniu najwyższego naprężenia R , wystarcza stosować zmniejszające się postępowo naprężenia, aby doprowadzić pręt do rozerwania; jeżeli oznaczmy przez S początkowy przekrój pręta a przez s przekrój końcowy pręta w głębi zwężenia, to $\frac{S-s}{S} \cdot 100\%$ oznacza zwężenie liczbowo; po przekroczeniu więc punktu, odpowiadającego rzędnej R , dalsza część wykresu będzie gałęzią krzywej, opadającą ku osi odciętych, jak wskazuje rys. 1; dla zwykłej stali armatniej całkowite wydłużenie jednostkowe w chwili rozerwania wynosi $12 - 16\%$, zwężenie minimum 25% .

Liczne i datujące oddawna doświadczenia (Coulomb), dokonywane bądź przez badanie ciężaru gatunkowego, bądź przez geometryczne pomiary objętości, dowodzą, iż objętość pręta odkształconego w sposób trwały jest równą jego początkowej objętości; jeżeli więc będziemy rozpatrywali pręt walcowy lub pryzmatyczny, którego początkowa długość wynosi L , a początkowy przekrój S , i jeżeli pręt ten po odkształceniu otrzyma przekrój s i długość $(L + \Delta L)$, to na mocy prawa zachowania objętości będziemy mieli

$$LS = (L + \Delta L)s, \text{ czyli } s \Delta L = L(S - s), \text{ t. j. } \frac{\Delta L}{L} = \frac{S - s}{s},$$

wynika stąd, iż $\frac{S - s}{s}$ wyraża wydłużenie, które otrzymałby pręt, gdyby przekrój pręta we wszystkich punktach otrzymał wartość s ; jeżeli w chwili rozerwania s wyraża przekrój w głębi zwężenia, to $\frac{S - s_0}{s}$ nosi nazwę wydłużenia zwężającego (*allongement de striction*)*; jest to jedna z najbardziej charakterystycznych danych, wyrażających własności metalu, gdyż wyraża ona największe wydłużenie, które metal może otrzymać w danym punkcie pod wpływem siły rozciągającej; charakteryzuje ona niejako „odkształcalność” metalu; w zwykłej stali armatniej $\frac{S - s_0}{s}$ ma wartość minimum 30%, często zaś osiąga wartości do 100%.

Na wykresach rys. 1 i 2 odcięte wyrażają stosunek całkowitego wydłużenia pręta do jego długości pierwotnej; z poprzednich rozważań wynika, iż wydłużenie pręta, mierzone w chwili rozerwania składa się z 2 wydłużeń, z których pierwsze jest proporcjonalne do długości pręta, drugie zaś niezależne od tej długości i stałe dla danej średnicy (pod warunkiem wszakże, aby długość pręta była dostateczna). Jeżeli chcemy otrzymać wykres w rzeczywistości charakteryzujący dany metal, koniecznem jest po przekroczeniu najwyższego naprężenia przyjąć jako odcięte bynajmniej nie stosunek wydłużenia całkowitego do długości pierwotnej, ale rzeczywiste wydłużenie jednostkowe najbardziej obciążonej części pręta, t. j. części $ABCD$ w głębi zwężenia (rys. 3), której wydłużenie, jak widzieliśmy, wyraża się przez



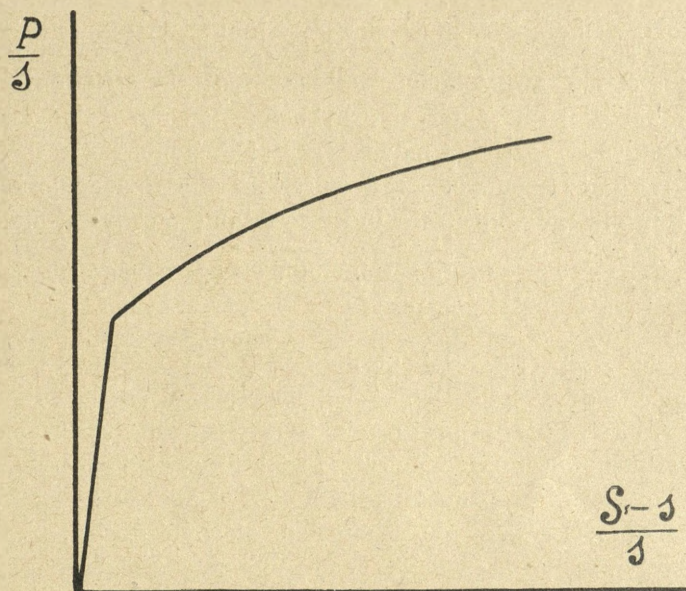
Rys. 3.

*) Niektórzy autorzy zaznaczają, jakoby w części zwężonej zachodziło zwiększenie objętości; pomiary dokonane w Centr. Labor. Marynarki odnośnie stali nie potwierdziły tego.

$\frac{S-s}{s}$; jeżeli więc weźmiemy, jako odcięte, wartości $\frac{S-s}{s}$, gdzie s będzie dotyczyło najmniejszego przekroju w każdej chwili, a jako rzędne

$$\frac{P}{s} = P \frac{1 + \frac{S-s}{s}}{S} = \frac{P}{S} \left(1 + \frac{\Delta L}{L} \right),$$

to otrzymamy wykres (rys. 4), na którym rzędne będą wzrastały w sposób ciągły, aż do ostatecznego obciążenia, które możemy nazwać właściwym obciążeniem rozrywającym i które dla zwykłej stali armatniej dochodzi do 120 kg : mm². Zauważyć należy, iż najwyższe właściwe obciążenia rozrywające niekoniecznie będą odpowiadały stali o naj-



Rys. 4.

wyższej wytrzymałości na rozerwanie R , gdyż stale twarde mają naogół mniejsze zwężenie, niż stale miększe, wobec czego odnośna krzywa będzie zajmowała mniejszą przestrzeń w kierunku osi odciętych. Wartość $\frac{S-s}{s}$, którą w wykresie tym odkładamy na osi odciętych, jest bardzo zbliżona do teoretycznej wartości wydłużenia jednostkowego w każdej chwili; w rzeczy samej, jeżeli chcemy określić tę ostatnią wartość, to musimy w każdej chwili odnosić przyrost elementarny Δl do długości rzeczywistej l , którą w tej chwili pręt posiada (a nie do war-

tości pierwotnej l_0 , którą pręt posiadał przed przystąpieniem do próby), a w takim razie musimy odkładać na osi odciętych poszczególne wartości $\frac{\Delta l}{l}$ jedno za drugim, a w takim razie odcięta całkowita będzie wynosiła

$$\int_{l_0}^{l_1} \frac{\Delta l}{l} = \log \frac{l_1}{l_0} = \left(\frac{l_1}{l_0} - 1 \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{l_1}{l_0} - 1 \right)^2 + \dots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{n!} \left(\frac{l_1}{l_0} - 1 \right)^n + \dots$$

ponieważ $\left(\frac{l_1}{l_0} - 1 \right)$ jest wartością bardzo małą, możemy ograniczyć się do jego pierwszej potęgi, czyli do $\frac{S-s}{s}$, gdyż $l_0 S = l_1 s$, a więc $\frac{l_1}{l_0} - 1 = \frac{S-s}{s}$.

Przy próbach na ściskanie nie zachodzi żadne zjawisko, analogiczne do zwężenia; wykres rys. 2 może tu być uważany za charakterystyczny; jeżeli wykres ten porównamy z wykresem rys. 1, dotyczącym rozciągania tej samej stali i ustalonym w tych samych założeniach co do $\frac{P}{S}$ i $\frac{\Delta L}{L}$, to widzimy, iż oba wykresy, identyczne w okresie sprężystym, rozchodzą się, począwszy od pewnego punktu okresu odkształceń trwałych, przyczem krzywa ściskania wznosi się ponad krzywą ciągnięcia; jeżeli wszakże zechcemy zbudować wykres dotyczący ściskania, w którym rzędne przedstawiałyby naprężenia odniesione w każdej chwili do rzeczywistego przekroju pręta, a odcięte — rzeczywiste ściśnięcia, czyli skrócenia jednostkowe pręta w każdej chwili, oraz jeżeli oznaczymy tu przez S końcowy, a przez s początkowy przekrój pręta, którego długość początkowa była l_0 , a długość końcowa l_1 , to analogiczne rozumowanie, jak odnośnie prób na ściskanie doprowadzi nas do wniosku, iż rzeczywiste skrócenie jednostkowe pręta wyrazi się każdej chwili przez

$$\int_{l_1}^{l_0} \frac{\Delta l}{l} = \log \frac{l_0}{l_1} \approx \frac{l_0}{l_1} - 1 = \frac{S-s}{s}$$

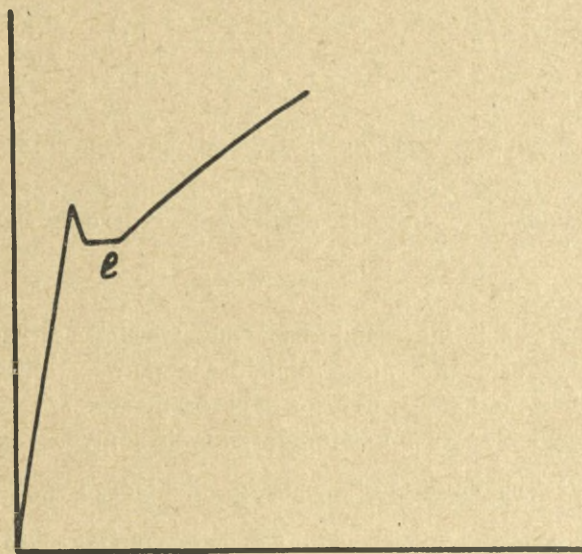
i doświadczenie wskazuje, iż możemy przyjąć, że tak zbudowane wykresy, dotyczące ciągnięcia i ściskania jednej i tej samej stali (odpowiadające rys. 4), są identyczne w granicach ich wspólnego przebiegu (wykres na ściskanie będzie jednak zajmował więcej miejsca w kierunku osi odciętych, niż wykres na ciągnięcie).

W granicach, w których stal jest wykorzystana przy budowie luf działowych, przyjmując praktycznie możemy, iż wyżej wymienione wykresy

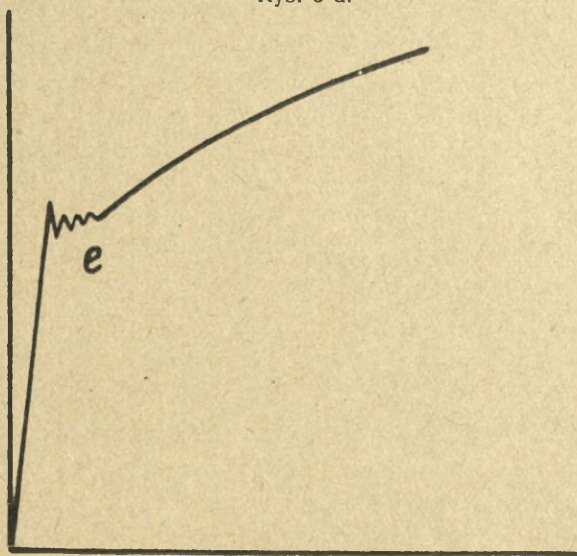
składają się z dwóch linii prostych, odpowiadających: pierwsza okresowi sprężystemu, druga — okresowi odkształceń trwałych.

§ 3. *Określenie granicy sprężystości pod działaniem jednej siły normalnej.* Obciążenie wywarte w czasie prób na ciągnięcie, odczytywane są najczęściej

bądź na manometrze rtęciowym, bądź na dźwigni zaopatrzonej w ciężar przesuwalny. W chwili dojścia do granicy sprężystości daje się zaobserwować w maszynach dźwigniowych chwilowy spadek dźwigni, w maszynach zaś z manometrem — chwilowe zatrzymanie wzrostu wysokości słupa rtęci; naogół mówiąc, im bardziej stal jest miękka, tembardziej jasno zjawiska te są zaznaczone, a nawet w niektórych wypadkach towarzyszy im znaczny spadek ciśnienia, mogący dochodzić nawet do $5 \text{ kg} : \text{mm}^2$ co nazwano „punktem zatrzymania“, po którym następują odkształcenia trwałe, a na wykresie zazwyczaj bądź odcinek równoległy do osi odciętych (rys. 5-a), bądź też linia łamana (rys. 5-b); jako granicę sprężystości przyjmujemy



Rys. 5-a.

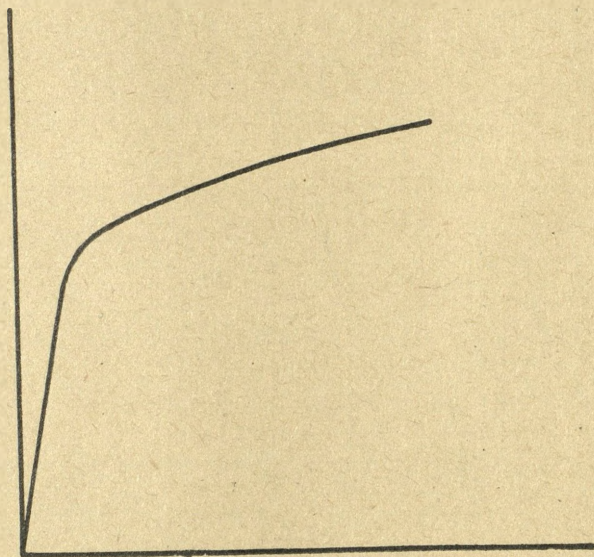


Rys. 5-b.

obciążenie odpowiadające punktowi *e*; zaznaczyć zresztą należy, iż

rodzaj maszyny użytej do prób i szybkość, z jaką dokonywana jest próba, mają duży wpływ na zjawisko powstawania tych odcinków prostych względnie łamanych, które to zjawisko nie jest jeszcze dostatecznie wytłumaczone. W ten sposób „punkt zatrzymania” daje nam łatwy i praktyczny sposób określenia najwyższego obciążenia w okresie sprężystym; tak określoną granicę sprężystości nazwiemy „jawną granicą sprężystości” (*limite d'élasticité apparente*), jest ona przyjęta ogólnie w bieżących próbach odbiorczych w artylerji francuskiej.

Zaznaczyć jednak należy, iż „punkt zatrzymania”, zjawienie się którego zależne jest od wielu czynników, między innymi od szybkości dokonywania próby, niema znaczenia fizycznego i dlatego z punktu widzenia czysto naukowego, nie może on być uważany za ścisły pomiar granicy sprężystości; prócz tego stal twarda nie daje punktu zatrzymania i jej wykres obciążeń w funkcji wydłużeń jednostkowych ma wygląd ciągły bez punktów kątowych (rys. 5-c). Starano się więc



Rys. 5-c.

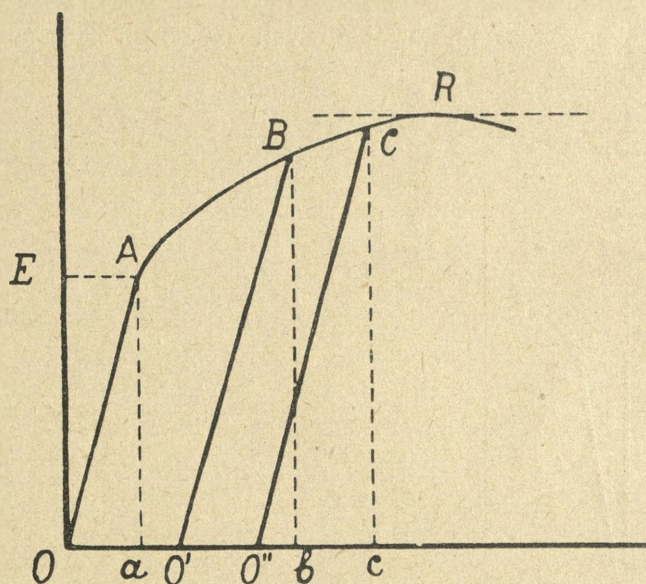
dać ścisłe i ogólne określenie granicy sprężystości; i tak Międzynarodowa Komisja Sposobów dokonywania prób (Kongres w Brukselli r. 1906), postawiła wniosek, aby przyjąć, jako praktyczną granicę sprężystości, obciążenie, które nadaje prętowi wydłużenie trwałe, równe 0,001 jego długości (czyli 0,1 mm dla pręta o długości 100 mm); francuska Komisja Normalizacyjna przyjęła $\frac{1}{500}$ jego długości i okre-

śliła, że warunek, opiewający iż dany metal ma mieć granicę sprężystości $E \text{ kg} : \text{mm}^2$, jest wypełniony, jeżeli próbka poddana przez przeciąg 10 sekund obciążeniu, wywołującemu naprężenie jednostkowe $E \text{ kg} : \text{mm}^2$, po odciążeniu powraca do swej pierwotnej długości z tolerancją do 0,002 takowej.

Powyższe określenia nie są może wystarczające dla uczonego, lecz najzupełniej wystarczają dla dostawców i konstruktorów sprzętu artyleryjskiego.

Pozostawiamy na boku dokładny opis i sposób użycia maszyn, służących do określania granicy sprężystości.

§ 4. *Skutki zimnej obróbki pod wpływem jednej siły normalnej.* Przyjrzyjmy się teraz bliżej zjawiskom, które zachodzą w metalu, jeżeli naprężenie bądź rozciągające, bądź ściskające przekroczy uprzednio określoną granicę sprężystości. Stwierdzimy wówczas, iż odkształcenia



Rys. 6.

odnośnie stają się o wiele większe, niż przed przekroczeniem granicy sprężystości, i że przestają być one proporcjonalnymi do naprężeń; o ile wówczas siła przestanie działać, to tylko część stwierdzonego odkształcenia znika, część zaś odkształcenia pozostaje nadal; ta część odkształcenia będzie więc odkształceniem trwałem; skądinąd doświadczenie wskazuje, że moduł sprężystości metalu nie ulega znaczniejszej zmianie. Jeżeli stal o granicy sprężystości E poddamy naprężeniu $Bb > E$, wykres (rys. 6) odkształceń tej stali podczas okresu wzra-

stających naprężeń będzie OAB ; jeżeli następnie odciążymy pręt, to w myśl powiedzianego powyżej zachowa on pewne odkształcenie stałe OO' , czyli, że przy powrocie naprężenia do zera, pręt nie skurczy się do swej długości pierwotnej według linii wykresu BAO , lecz powrót do linii naprężeń równych zeru, odbędzie się według prostej BO' , równoległej do AO (ponieważ moduł sprężystości nie uległ zmianie).

W ten sposób odkształcenie trwałe będzie przedstawione przez odcinek OO' , a odkształcenie sprężyste przez $O'b$.

Jeżeli w ślad za tą pierwszą próbą, podczas której przekroczyliśmy granicę sprężystości, rozpoczniemy ponownie próbę, w tych samych warunkach, prawo odkształceń pręta będzie przedstawione przez $O'BR$. Dopóki najwyższe naprężenie w tej nowej próbie pozostanie niższem, niż Bb , nie stwierdzimy nowych odkształceń trwałych po odciążeniu pręta. Jeżeli najwyższe naprężenie osiągnięte w tej nowej próbie, będzie $Cc > Bb$, otrzymamy nowe odkształcenie trwałe $OO'' > OO'$ i odkształcenie sprężyste $O''c > O'b$ i t. d. *)

A więc metal otrzymał nową granicę sprężystości, wyższą od początkowej; ta zmiana własności metalu, pochodząca stąd, że naprężenie, większe od granicy sprężystości, nadało mu pewne odkształcenie stałe, nosi nazwę zimnej obróbki (*écrouissage*). Na tem polega prawo Coulomb'a: „metal po zimnej obróbce otrzymuje granicę sprężystości równą największemu naprężeniu, któremu został poddany podczas tej próby“ (jeżeli warunki szybkości dokonywania próby pozostają te same).

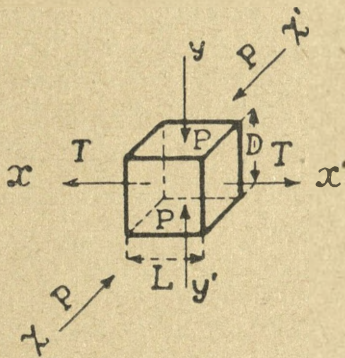
Wykresy odkształceń, ustalone w czasie prób, dają sumę odkształcenia sprężystego i odkształcenia trwałego; w dalszym ciągu, mówiąc o pręcie odkształconym, będziemy rozumieli pod wyrazem „wydłużenie” sumę wydłużeń trwałego i sprężystego, czyli wydłużenie pod obciążeniem.

Skutki zimnej obróbki mogą być całkowicie lub częściowo usunięte przez wyżarzenie, w której to operacji zasadniczymi czynnikami są temperatura wyżarzenia i czas trwania wyżarzenia (dla stali zwykłej półgodzinne wyżarzenie przy temp. 900°C). Wreszcie zaznaczyć należy, iż zimna obróbka zmniejsza odporność na uderzenie i wpływa ujemnie na jednolitość i równozwrotność stali (budowa i własności

*) Jeżeli nowa próba jest dokonana w kilka dni po pierwszej, to daje się zauważyć nowa granica sprężystości $> bB$, przyczem różnica może osiągnąć kilka $\text{kg}:\text{mm}^2$; moduł sprężystości cokolwiek zmniejsza się po zimnej obróbce; w stanie spoczynku po odciążeniu moduł powoli wzrasta i po kilku latach może nawet znacznie przekroczyć wartość pierwotną (Bauschinger).

w różnych kierunkach stają się niejednakowe), co—w mniejszym jednak stopniu — zachodzi i po operacji odkuwania na gorąco.

§ 5. *Granica sprężystości w razie działania kilku sił zewnętrznych.*—Rozpatrywaliśmy dotąd odkształcenia, powstające pod działaniem bądź tylko siły rozciągającej, bądź też tylko siły ściskającej. Jeżeli wszakże równocześnie poddamy stal ciągnieniu i ściskaniu,



Rys. 7.

działającym w dwu kierunkach wzajemnie prostopadłych, — to odkształcenia będą z początku sprężyste, podobnie jak w wypadku ciągnienia lub ściskania, działających oddzielnie, i mierzyć się będą sumą odkształceń sprężystych, wywołanych przez każde z naprężeń wzięte oddzielnie. O ile więc na prostokątny równoległoscian (Rys. 7) będą działały wzdłuż xx' naprężenia rozciągające (T, T) , a wzdłuż yy' — naprężenia ściskające (P, P) , to otrzymamy odkształcenia w myśl poniższej tablicy, a to na mocy uprzednio ustalonych wzorów (1) i (2) § 2, wyrażających, iż każda z tych sił wywołuje w swoim kierunku odkształcenie, równe jej ilorazowi przez moduł M , a w kierunku prostopadłym — także odkształcenie ujemne, dzielone przez współczynnik przewężenia poprzecznego m .

KIERUNEK	Odkształcenie w tym kierunku wywołane oddzielnie przez		Odkształcenie jednostkowe całkowite w tym kierunku
	naprężenie rozciągające (T, T)	naprężenie ściskające (P, P)	
xx' , czyli ciągnienia	$\frac{1}{M} \cdot T$	$\frac{1}{M} \cdot \frac{1}{m} P$	$\frac{1}{M} \left(T + \frac{1}{m} P \right) = \frac{\Delta L}{L}$
yy' , czyli ściskania	$-\frac{1}{M} \cdot \frac{1}{m} T$	$-\frac{1}{M} P$	$-\frac{1}{M} \left(P + \frac{1}{m} T \right) = -\frac{\Delta D}{D}$

Jeżeli oprócz wyżej wymienionych dwóch sił, będą równocześnie działały na trzecią parę ścianek siły (P, P) ściskające w kierunku zz' prostopadłym do poprzednich, to odkształcenie jednostkowe całkowite w kierunku xx' wyrazi się przez

$$\frac{1}{M} \left(T + 2 \frac{1}{m} P \right),$$

w kierunku yy' przez

$$-\frac{1}{M} \left[P + \frac{1}{m} (T - P) \right].$$

Określenie stosunku, który może łączyć T, P i granicę sprężystości E , celem oznaczenia chwili, w której rozpoczynają się odkształcenia trwałe pod równoczesnem działaniem naprężeń rozciągających i ściskających,—były przedmiotem długotrwałych sporów.

Lamé i General Virgile wychodzili z założenia, że niema odkształcenia trwałego dopóty, dopóki największe z naprężeń, wziętych oddzielnie, nie przekroczy granicy sprężystości metalu E ; hipoteza ta wyrazi się więc przez

$$T \leq E \quad \text{jeżeli} \quad T > P$$

i

$$P \leq E \quad \text{jeżeli} \quad P > T.$$

Clebsch, Poncelet i Saint-Venant (1885), zmieniając nieco poprzednią hipotezę, wyszli z założenia, iż idzie nie o to, aby utrzymać najwyższe naprężenie poniżej granicy sprężystości, lecz o to, aby najwyższe odkształcenie sprężyste pozostawało poniżej pewnej granicy odkształceń; należy więc ograniczyć największe rozciągnięcie jednostkowe do rozciągnięcia jednostkowego, odpowiadającego granicy sprężystości metalu, skąd wynika w razie równoczesnego działania wzajemnie prostopadłych 2 naprężeń, ściskającego P i rozciągającego T , warunek

$$T + \frac{P}{m} \leq E,$$

gdzie m jest określonym uprzednio współczynnikiem przewężenia poprzecznego; przyjmując $m = \frac{8}{3}$, otrzymamy

$$T + \frac{3}{8} P \leq E.$$

Duguet (1882) wypowiedział hipotezę, iż odkształcenia powstają przez ślizganie międzycząsteczkowe, odbywające się z pewnem tarcieciem, przyczem opór przeciw ślizganiu, powstający z powodu tarcia jest proporcjonalny do ciśnienia, wynikiem tej hipotezy jest warunek

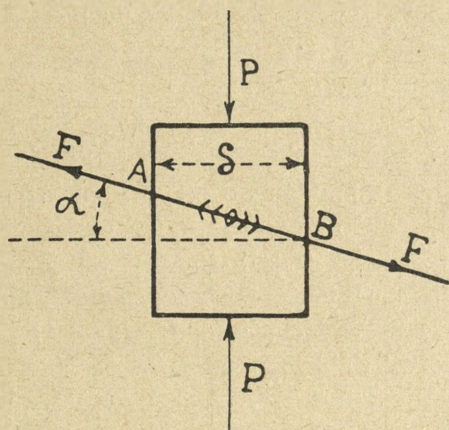
$$T + 0,7 P \leq E.$$

Wreszcie, na mocy najnowszych doświadczeń, bardziej dokładnych, niż poprzednie, ing. en chef francuskiej artylerji morskiej Malaval powrócił do hipotezy Coulomb'a, według której odkształcenia powstają przez ślizgania międzycząsteczkowe, odbywające się bez

tarcia i że wobec tego trzeba ograniczyć w każdym punkcie składowe styczne, czyli tnące, tak ażeby ślizganie nie mogło zaistnieć; ta hipoteza prowadzi do wzoru $T + P \leq E$.

Ponieważ ta hipoteza przyjęta została oficjalnie przez artylerję francuską, i przyjmujemy ją, jako podstawę obliczeń luf działowych, należy więc bliżej ją sprecyzować.

Wyobraźmy sobie walec, którego przekrój prostopadły do osi wynosi S i którego obie podstawy są poddane ciśnieniu normalnemu P kg : mm² (rys. 8); walec ten przekrojony jest przez płaszczyznę AB ,



Rys. 8.

prostopadłą do płaszczyzny rysunku i tworzącą kąt α z podstawą cylindra. Wypadkowa sił ciśnienia na podstawy walca wynosi PS ; rzut tej wypadkowej na płaszczyznę AB będzie $PS \sin \alpha$; wyraża on dążność, którą ma górna część cylindra do ześlizgnięcia się po części dolnej wzdłuż płaszczyzny AB ; jeżeli nie wchodzi w rachubę tarcie, to dla utrzymania jednej części na drugiej trzeba będzie przyczepić do górnej części równoległe do linii AB siłę równą $PS \sin \alpha$ i działającą w kierunku odwrotnym. Pole przekroju walca przez płaszczyznę AB wynosi $\frac{S}{\cos \alpha}$, a więc wyżej wymieniona dążność do ślizgania, obliczona na jednostkę powierzchni przekroju, wyniesie

$$\frac{PS \sin \alpha}{\left(\frac{S}{\cos \alpha} \right)} = \frac{P \sin 2\alpha}{2},$$

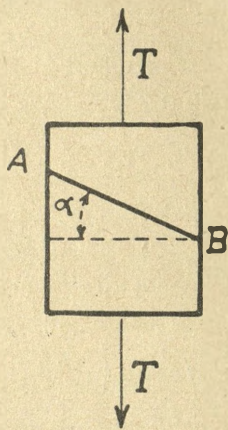
wynika stąd, iż dążność do ślizgania osiąga swą wartość najwyższą dla $\alpha = 45^\circ$, i w takim razie wyniesie ona $\frac{P}{2}$ kg : mm². Jeżeli oznaczymy przez G opór, który stawia metal na jednostkę powierzchni przeciw powstawaniu ślizgania, to ślizganie rozpocznie się wówczas, gdy będziemy mieli

$$G = \frac{P}{2} \quad \text{czyli} \quad P = 2G.$$

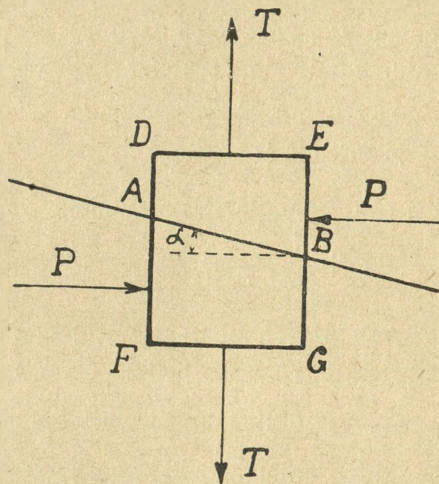
Jeżeli odkształcenia trwałe powstają wskutek ślizgania bez tarcia, to początek ślizgania będzie odpowiadał chwili, gdy obciążenie jednostkowe walca osiągnie wartość granicy sprężystości metalu, czyli gdy

$$P = E \quad \text{a więc} \quad G = \frac{E}{2}.$$

Wyobraźmy sobie teraz, iż zamiast ciśnienia $P \text{ kg:mm}^2$, walec będzie poddany działaniu sił rozciągających $T \text{ kg:mm}^2$ (rys. 9); przypuśćmy, iż jest on znów przecięty przez płaszczyznę AB , lecz że



Rys. 9.



Rys. 10.

obie jego części wywierają na siebie wzajemne przyciąganie takie iż nie mogą oddzielić się od siebie (co może być urzeczywistnione przez dostateczne wypolerowanie powierzchni, jak np. w płytkach Johansona); to samo rozumowanie, co poprzednio, prowadzi nas do tych samych wniosków, a mianowicie, iż odkształcenia trwałe zaczną powstawać wówczas, gdy T będzie równem $2G$ dla kąta $\alpha = 45^\circ$.

W ten sposób rozpatrywana hipoteza tłumaczy sama przez się identyczność granic sprężystości na ciągnięcie i na ściskanie oraz identyczność odnośnych wykresów, gdyż w obydwóch wypadkach powstają te same ślizgania; wg. tej hipotezy granica sprężystości na ślizganie (ciącie) będzie równa połowie granicy sprężystości na ciągnięcie, co potwierdziły próby dokonane przez Bauschingera.

Przypuśćmy wreszcie, iż prostokąt rys. 10 przedstawia przekrój równoległoscianu, którego trzecia krawędź jest prostopadła do płaszczyzny rysunku; przypuśćmy, iż zostają wywarte: siły ciągnące wzdłuż

kierunku EG i siły ściskające wzdłuż kierunku DE ; obie te siły łączą się razem dla spowodowania ślizgania wzdłuż AB . Jeżeli, — jak widzieliśmy uprzednio, — dla wywołania odkształceń trwałych pod oddzielnym działaniem siły rozciągającej lub siły ściskającej potrzeba było, aby naprężenie jednostkowe T lub P wynosiło $2G$ czyli E , to w rozpatrywanym wypadku wystarczy, aby suma $T + P$ wyniosła $2G$ czyli E t. j. aby

$$T + P = E.$$

Reasumując powyższe, widzimy iż odnośnie chwili, w której — pod łącznym działaniem dwóch naprężeń wzajemnie prostopadłych, ściskającego P i rozciągającego T , zaczynają powstawać odkształcenia trwałe, mamy do czynienia z czterema hipotezami:

1) Lamé, Virgile

$$T \text{ lub } P = E,$$

2) Duguet

$$T + 0,7 P = E,$$

3) Clebsch, Poncelet, Saint-Venant 4) Coulomb, Tresca, Malaval

$$T + \frac{1}{m} P = E,$$

$$T + P = E.$$

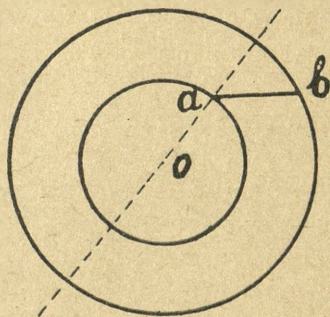
Pierwsza z nich została zarzuconą już oddawna; druga niezupełnie odpowiada wynikom doświadczeń i nie była w szerszym zakresie stosowana przy obliczaniu wytrzymałości luf; trzecia $\left(T + \frac{P}{m} = E\right)$ była podstawą obliczania bardzo dużej ilości luf i utrzymała się do r. 1920, nawet traktat inż. gen. Jacob „Résistance et construction des bouches à feu; autofrettage”, którego 2-e wydanie ukazało się w r. 1920, oparty jest jeszcze całkowicie na tej hipotezie; natomiast oficjalne dokumenty francuskiej artylerji po r. 1920, przyjmują niepodzielnie hipotezę czwartą ($T + P = E$).

Sprawa decyzji, która z tych hipotez ma być stosowaną przy obliczaniu luf, jest rzeczą pierwszorzędnej wagi; pamiętać należy, iż wartość wszelkich obliczeń wynika przedewszystkiem z wartości hipotez, stanowiących podłoże tych obliczeń, i dlatego jest bezwzględna koniecznością poddawać jaknajszerzej sprawdzaniu doświadczalnemu hipotezy, na których opieramy swe teorie; prócz tego z punktu widzenia rezultatu obliczenia wytrzymałości lufy jest w praktyce rzeczą nadzwyczaj ważną, która z tych hipotez ma być zastosowaną, gdyż różnice między wynikami otrzymanymi przy zastosowaniu hipotezy odkształceń, a wynikami, obliczonymi w założeniu hipotezy ślizgań bez tarcia, mogą dochodzić do przeszło 40%. Było więc rzeczą wagi bardzo dużej uzasadnienie i sprawdzenie doświadczalne tych hipotez.

Oдноśne prace były dokonane w Centralnem Laboratorjum Marynarki Francuskiej i ogłoszone zostały w „Mémorial de l'Artillerie Française” w r. 1922 (ing. en chef Malaval — Mémoire sur les propriétés mécaniques des métaux) i 1923 r. (ing. en chef Leblond — Mémoire sur les déformations permanentes des métaux); dotyczyły one bronzu, miedzi oraz stali zlewnej różnych gatunków i twardości; w danym wypadku interesują nas jedynie doświadczenia, dotyczące stali, jako jedyne go metalu, który obecnie wchodzi w grę przy budowie luf armatnich.

Oдноśne metody doświadczalne mogą być podzielone na 2 zasadnicze grupy: 1) metoda bezpośrednia i 2) metoda pośrednia.

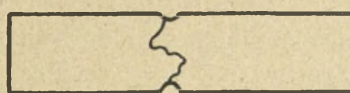
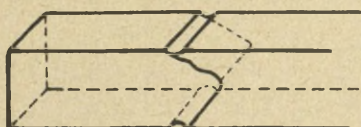
Metoda bezpośrednia dąży do wykazania obecności ślizgań w chwili, gdy takowe powstają; uwidacznia ona przebieg zjawiska i pozwala na mierzenie kątów. Już w wynikach doświadczeń i zjawisk, obserwowanych dawniej, można było dopatrzeć się bezpośrednich dowodów ślizgań międzycząsteczkowych; i tak, przy rozpatrywaniu większej ilości złamanych próbek płaskich przy próbach na rozciąganie, uderza zwykle duża ich ilość, w których złom idzie wzdłuż płaszczyzny silnie nachylonej do kierunku krawędzi; również przy badaniu powierzchni pęknięć ciał walcowych pod wpływem ciśnienia wewnętrznego (rury, kadłuby pocisków i t. d.) częstokroć widzimy pęknięcia, jak *ab* na rys. 11 silnie nachylone w stosunku do płaszczyzny osiowej. Celem bardziej systematycznego wykorzystania wyników tych obserwacji, p. Leblond dokonał w Centralnem Laboratorjum Marynarki prób na rozciąganie i ściskanie nie faworyzując bynajmniej powstawania zjawisk ślizgania, lecz ograniczając na próbkach możliwości ich zaistnienia tak, aby mieć



Rys. 11.

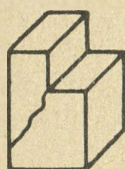
powierzchnie ślizgania w możliwie najmniejszej ilości, lecz zato dobrze uwidocznione. W tym celu przy próbach na rozciąganie p. Leblond używał próbek z karbami, które to karby faworyzują powstanie pęknięcia w tych przekrojach, w których same się znajdują; próby te wykazały, że одноśne próbki zrobione ze stali miękkiej stale wykazywały pęknięcia wzdłuż płaszczyzn pochyłonych pod kątem 45° do kierunku krawędzi — w kształcie V lub Z (jak wskazuje rys. 12), ten rezultat, który może à priori wydać się dziwnym (gdyż możnaby oczekiwać raczej pęknięcia wzdłuż płaszczyzny $\perp$ do osi), nie da się wytłuma-

czyć inaczej niż przez hipotezę odkształceń bez tarcia; przy próbach na ściskanie stosowano próbki z wycięciem, jak wskazuje rys. 13 i zaobserwowano również pęknięcia pod kątem do kierunku krawędzi. Jednakowoż zachodzi przy tych próbach jeszcze jedno zjawisko, które o wiele jaśniej, aniżeli wyżej wymienione powierzchnie pęknięć, potwierdza istnienie powyższych ślizgań i uwidacznia kąt 45° ; jest to t. zw. kwadrat ślizgania (*carré de glissement*), który zjawia się na

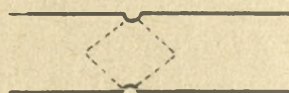


Rys. 12.

bocznych ściankach próbek przed samym pęknięciem—ten kwadrat wklęsły w razie ciągnięcia jasno wykazuje powstanie 4 płaszczyzn ślizgania (rys. 14),



Rys. 13.



Rys. 14.

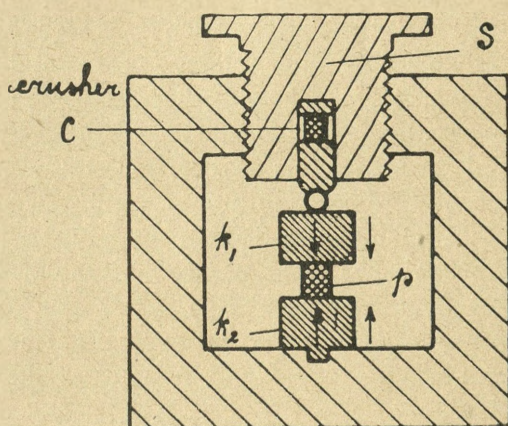
przyczem pęknięcie ostateczne obejmuje tylko dwie z tych płaszczyzn; jeżeli potrafimy przerwać w odpowiedniej chwili pracę rozciągania, zanim w grę wejdzie zjawisko zwężenia, które rzecz prosta deformuje wyżej wymieniony kwadrat, to można nawet obejść się bez pomiarów kątów, gdyż na oko widać odrazu, iż odnośna figura przedstawia kwadrat, lecz nie romb (ukośnik), czyli że ślizganie odbywa się pod kątem 45° ; przy próbach na ściskanie próbek o przekroju kwadratowym z karbem, również zaobserwowano powstawanie kwadratu ślizgania, lecz tym razem nie wklęsłego, lecz wypukłego; w razie jeżeli ciśnienie rośnie aż do zgniecenia próbki, kwadrat ślizgania rzecz prosta również ulega zgnieceniu.

Wyniki prób na rozciąganie lub ściskanie pod wpływem uderzenia spadającego ciała wykazały, iż szybkość wzrostu działania siły nie wpływa na przebieg zjawiska ślizgania, które pozostaje w mocy; uwaga ta ma duże znaczenie w tem, co dotyczy racjonalności obliczeń na wytrzymałość przeciw ślizganiu w razie efektów dynamicznych. Rezultaty tych prób, zdaniem p. Leblond, wykazują dobitnie, iż metale bardziej jednolite, jak stal miękka, odkształcają się przez ślizganie bez tarcia pod wpływem sił ciągnięcia lub ściskania; co się tyczy prób na rozciąganie próbek ze stali twardej, to tu pęknięcie powstaje przez rozerwanie wzdłuż przekroju prostopadłego do kierunku siły, gdyż tu — ze względu na mniejszą jednolitość materiału, — kohezja cząsteczek w płaszczyźnie prostopadłej do osi zostaje pokonana

wcześniej, niż opór przeciw ślizganiu w płaszczyźnie pochyłej; jednakowoż i w stali twardej powstaje przed rozerwaniem zjawisko ślizgania wzdłuż płaszczyzn pod kątem 45° , co potwierdza zjawisko „kwadratu ślizgania“, obserwowane w stali wszystkich gatunków.

Metoda pośrednia dąży do stwierdzenia doświadczalnego nie samego faktu ślizgania, lecz wniosków, które drogą analizy dają się wysnuć z hipotezy Coulomb'a, względnie do stwierdzenia doświadczalnego nieprawdziwości wniosków, wysnutych z teorii przeciwnych. Już uprzednio, gdy stan techniki nie pozwalał jeszcze na dokonywanie doświadczeń w rodzaju tych, które były wykonane przez pp. Malaval et Leblond, i o których będzie mowa za chwilę, zdano sobie sprawę z faktów, które potwierdzały wnioski, wysnute z teorii Coulomb'a; a mianowicie z hipotezy tej, jak widzieliśmy uprzednio, wynika, że w materiałach ściśle jednolitych: *a*) granica sprężystości na ciągnięcie winna być równą granicy sprężystości na ściskanie, *b*) wykresy odnośnych prób winny być identyczne, *c*) granica sprężystości na ślizganie winna być równą połowie granicy sprężystości na ciągnięcie lub ściskanie; doświadczenia bieżące potwierdzają wnioski *a* i *b* w razie jeżeli idzie o metale jednolite — wniosek *c* potwierdzony jest przez doświadczenie Bauschingera.

Inny wniosek, który — jak widzieliśmy uprzednio — daje się wysnuć z teorii ślizgań bez tarcia i który ma właśnie kapitalne znaczenie w obliczaniach wytrzymałości poprzecznej rur, jest ten, iż według tej teorii — pod równoczesnem działaniem 2-ch natężeń ciągnięcia i ściskania, działających w kierunkach wzajemnie prostopadłych, odkształcenia trwałe zaczną powstawać w chwili, gdy suma tych natężeń stanie się równa granicy sprężystości metalu. Potwierdzenie eksperymentalne tego właśnie wniosku, stanowiło główne zadanie doświadczeń dokonanych przez pp. Malaval i Leblond; podobne próby muszą być dokonywane z próbkami metalu bardzo jednolitego. Doświadczenia te były dość liczne, przytoczę tu z nich 2, które wydają się najbardziej miarodajne. P. Malaval zastosował przyrząd, wskazany schematycznie



Rys. 15.

na rys. 15: próbka p podlega równocześnie rozciąganiu stałemu $T \text{ kg: mm}^2$ w kierunku osi oraz za pośrednictwem 2-ch kowadeł k_1 i k_2 ściskaniu, wywartemu na 2 poziome ścianki przez śrubę S i mierzonemu crusherem C ; utrzymując stałą wartość naprężenia ciągnącego T , zwiększamy stopniowo naprężenie ściskające P aż do chwili przekroczenia granicy sprężystości, co odpowiada raptownemu obniżeniu ciśnienia w manometrze maszyny rozciągającej; próby te, dokonywane ze stałą o znanej granicy sprężystości E wykazały, iż w chwili osiągnięcia E suma $T + P$ jest bardzo bliską do E . Przypuśćmy, iż mamy $P = T$ a $E = 30$, w takim razie według hipotezy Coulomb'a granica sprężystości będzie osiągnięta, gdy $P = T = 15 \text{ kg: mm}^2$ podczas, gdy według hipotezy St. Venant odkształcenia trwałe winny zacząć powstawać dopiero w chwili, gdy

$$T + \frac{P}{m} = T + \frac{T}{m} = T + \frac{3 \cdot T}{8} = \frac{11}{8} T = 30,$$

czyli

$$T = \frac{240}{11} = 21,8 \text{ kg: mm}^2,$$

tymczasem wyżej wymienione doświadczenie wskazuje, iż jeżeli wyrzemy stałe naprężenie rozciągające $T = 21,8 \text{ kg: mm}^2$, to widzimy osiągnięcie E już przy $P = 8,5 \text{ kg: mm}^2$, zaś dla $P = T = 21,8 \text{ kg: mm}^2$, kowadła k_1 i k_2 dają już bardzo znaczne zgniecenie próbki, co zadaje kłam hipotezie Saint-Venant. Wadą tego przyrządu jest to, iż kowadła k_1 i k_2 , ściskając p , w ruchu cząsteczek w kierunku siły ciągnącej powodują tarcie ciała stałego o ciało stałe, stawiające dużą przeszkodę przeciw ruchowi tych cząsteczek, a przez to wprowadzają przyczynę pewnego nieokreślonego błędu. W próbach swych p. Leblond usunął tarcie wzajemne dwóch ciał stałych i zastąpił je przez tarcie płynu o powierzchnię próbki, sprowadzając w ten sposób odnośny błąd do minimum; schemat odnośnego przyrządu wskazuje rys. 16. Próbka walcowa, o przekroju S , zostaje obtoczona w środkowej swej części do średnicy s ; płyn, idący pod ciśnieniem z kompresora K , wywiera tu jednostajne ciśnienie $P \text{ kg: mm}^2$ na całą boczną powierzchnię próbki, a prócz tego wywiera on siłę rozciągającą

$$T = \frac{P(S - s)}{s} \text{ kg: mm}^2.$$

W tych warunkach według hipotezy Saint Venant otrzymamy odkształcenie trwałe, gdy

$$T + \frac{2P}{m} = T + \frac{3}{4} P = E,$$

podczas, gdy według hipotezy Coulomb'a otrzymujemy ten sam wzór co uprzednio $T + P = E$; jeżeli znamy granicę sprężystości E — metalu próbki, to zapomocą kompresora zwiększamy P aż do chwili, gdy granica sprężystości w próbce zostanie przekroczona (co według norm Francuskiej Komisji Normalizacyjnej materiałów odpowiada chwili, gdy otrzymamy wydłużenie trwałe $\frac{1}{500}$ pierwotnej długości).

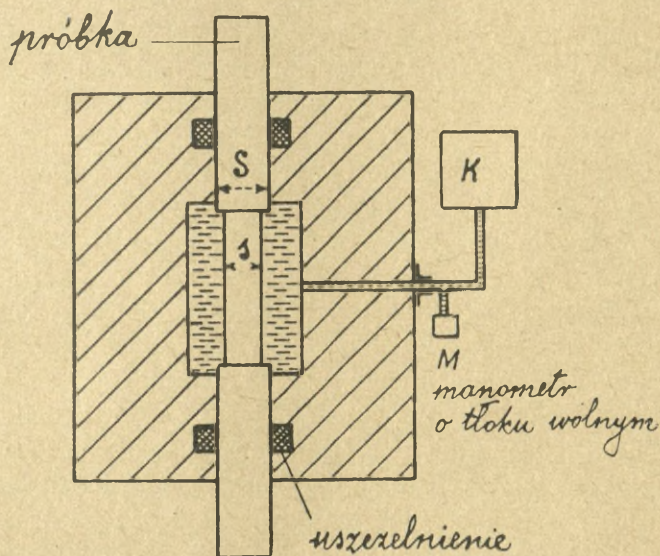
Celem zdania sobie sprawy, która z rozpatrywanych hipotez jest bliższą do rzeczywistości, p. Leblond wychodzi ze wzoru

$$T + \lambda P = E,$$

więc

$$\lambda = \frac{E - T}{P} = \frac{E}{P} - \frac{S - s}{s}$$

chwili, gdy granica sprężystości będzie osiągnięta, odpowiada pewna wartość P_1 — stąd określamy λ . W czasie doświadczeń w 7 kolejnych próbach znaleziono wartości λ w granicach od 0,81 do 1,1 przy war-



Rys. 16.

tości średniej $\lambda = 0,96$ co jest bardzo zbliżone do cyfry $\lambda = 1$, wynikającej z hipotezy Coulomb'a, natomiast różni się znacznie od cyfry $\lambda = 0,75$, wynikającej z hipotezy Saint Venant przy $m = \frac{8}{3}$. Otrzymane przez p. Leblond uchylenia od tej cyfry dają się łatwo wytłumaczyć

przez nieuchronne błędy operacyjne oraz przez brak idealnej jednolitości w materiale, który nie ma jednakowych cech wytrzymałościowych w kierunku podłużnym i poprzecznym.

Wreszcie wspomnieć tu można jeszcze o jednym doświadczeniu, cytowanym przez p. Malaval. Jeżeli umieścimy sześciian stalowy w zbiorniku wody, w którym wytworzymy ciśnienie P kg : mm², ściśnięcie jednostkowe wzdłuż krawędzi wyniesie w/g hipotezy Saint-Venant

$$\frac{P}{M} - \frac{3}{8} \cdot \frac{P}{M} - \frac{3}{8} \cdot \frac{P}{M} = \frac{1}{4} \cdot \frac{P}{M},$$

a więc według tej hipotezy w sześcianie, o którym mowa, zaszłyby odkształcenia trwałe już przy ciśnieniu wody równem poczwórnej granicy sprężystości metalu; przeciwnie w hipotezie ślizgań bez tarcia, ponieważ działające wzajemnie prostopadle naprężenia są sobie równe, nie powinno być żadnego odkształcenia trwałego; doświadczenie zupełnie potwierdza ten wniosek: sześciian poddany ciśnieniu wody $> 4E$ nie nosi po wyjęciu z wody żadnych śladów odkształceń i jego granica sprężystości E nie ulega zmianie.

Reasumując powyższe wnioski z doświadczeń metod zarówno bezpośredniej, jak i pośredniej, dochodzimy do wniosku, iż wszystkie one przemawiają na korzyść hipotezy Coulomb - Malaval, czyli ślizgań międzycząsteczkowych bez tarcia, wobec czego pp. Malaval i Leblond dochodzą do wniosku sformułowanego przez nich w sposób następujący: *należy w obliczeniach wytrzymałości luf działowych odrzucić wzory, wynikające z teorii Barré de Saint-Venant i przyjąć natomiast wzory, oparte na hipotezie odkształceń przez ślizganie bez tarcia*; co też zostało zastosowane przez artylerję francuską, we wszystkich oficjalnych dokumentach po roku 1922.

W dalszych rozdziałach niniejszej pracy i my również przyjmujemy hipotezę ślizgań bez tarcia (Coulomb), jako podstawę obliczenia wytrzymałości luf, jednakowoż ze względu na to, iż nie wszędzie jeszcze hipoteza odkształceń (B. de Saint-Venant) została definitywnie zarzucona, będziemy w poszczególnych wypadkach obliczeń wskazywali, do jakich różnic prowadziłoby przyjęcie tej ostatniej hipotezy.

Ażeby zakończyć ogólną charakterystykę teorii ślizgań bez tarcia, pozostaje jeszcze określić, co teoria ta przyjmuje, jako miarę ślizgania i jaki związek zachodzi między tak określonym ślizganiem, a siłami ślizganie to wywołującymi.

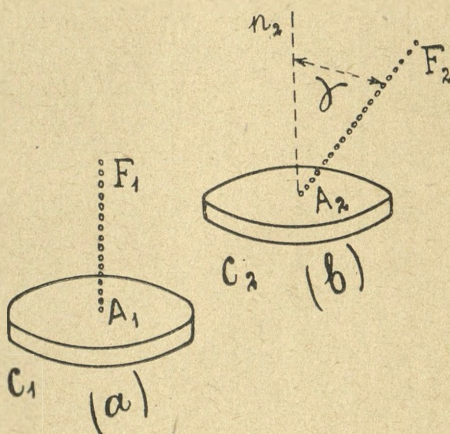
W wytrzymałości materiałów odkształcenia, powstające wskutek sił przesuwających, czyli tnących, określane są jako odkształcenia kątowe w sposób następujący: „jeżeli, pod działaniem naprężenia

tnącego $t \text{ kg} : \text{mm}^2$, dwie cząsteczki powierzchni wzajemnie prostopadłych pochyla się, a kąt prosty między nimi zawarty zmieni się o γ , to ilość γ równa się liczbie długości wzajemnego przesunięcia się dwóch równoległych cząsteczek powierzchni, leżących od siebie w odległości równej jednostce długości; nazywamy współczynnikiem sprężystości na przesuwanie wielkość

$$M_1 = \frac{\text{naprężenie tnące}}{\text{przesunięcie}} = \frac{t}{\gamma} \text{ kg} : \text{mm}^2;$$

doświadczenie wskazuje, że M_1 jest w stałym stosunku do określonego uprzednio modułu sprężystości na ciśnienie $M \frac{M_1}{M} = \frac{m}{2(m+1)}$.

Określić kąt γ możemy również w sposób następujący: wyobraźmy sobie w środowisku ciała stałego warstwę płaską cząsteczek, tworzących okrągłą płytkę C_1 , oraz szereg cząsteczek, tworzących linię prostą F_1 , prostopadłą do C_1 (rys. 17-a); po odkształceniu na skutek sił przesuwających płytka okrągła C_1 stanie się płytką płaską eliptyczną C_2 , zaś szereg cząsteczek F_1 przekształci się w szereg prostoliniowy F_2 pochylony w stosunku do C_2 ; kąt ślizgania γ (rys. 17-b) będzie to kąt zawarty między prostą $A_2 n_2$, prostopadłą do odkształconej płytki C_2 , a szeregiem cząsteczek F_2 , które tworzyły poprzednio szereg prostopadły do C_1 . Wyobraźmy sobie teraz sześcián, (przedstawiony na rys. 18 przez jedną z jego ścianek $ABCD$), który będzie poddany sile ściskającej $P \text{ kg} : \text{mm}^2$, równoległej do krawędzi AC i BD ; wyobraźmy sobie wewnątrz tego sześciánu element płaski $S_1 S_2$ prostopadły do płaszczyzny rysunku i odgrywający rolę płytki C_1 w poprzednim określeniu; oznaczmy przez α kąt, utworzony przez $S_1 S_2$ z kierunkiem P ; będziemy mieli $\text{tg } \alpha = \frac{S_2 C}{S_1 C}$, który to wzór zróżniczkowany logarytmicznie daje



Rys. 17.

$$\frac{2d\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{d(S_2 C)}{S_2 C} - \frac{d(S_1 C)}{S_1 C},$$

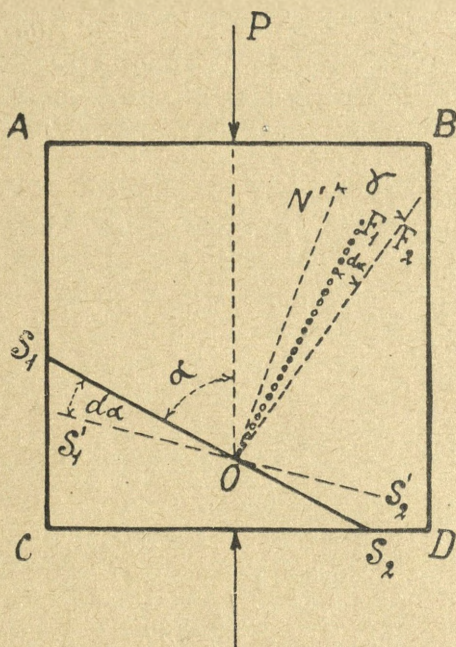
skądinąd mamy, oznaczając przez M moduł sprężystości na ciągnięcie i ściskanie, a przez m współczynnik przewężenia poprzecznego

$$\frac{d(S_1 C)}{S_1 C} = -\frac{P}{M} \quad \text{i} \quad \frac{d(S_2 C)}{S_2 C} = \frac{1}{m} \cdot \frac{P}{M},$$

otrzymujemy więc

$$d\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{2} \cdot \frac{P}{M} \left(1 + \frac{1}{m}\right),$$

tymczasem szereg cząsteczek, który był uprzednio $\perp$ do $S_1 S_2$ również przechylił się o kąt $d\alpha$, gdyż szereg ten tworzył z kierunkiem P



$$OF_1 \perp S_1 S_2$$

$$ON' \perp S_1' S_2'$$

Rys. 18.

kąt $\alpha' = \frac{\pi}{2} - \alpha$, wobec czego $\sin 2\alpha' = \sin 2\alpha$; wynika stąd, iż kąt $\gamma = 2d\alpha = \frac{P \sin 2\alpha}{M} \left(1 + \frac{1}{m}\right)$. Widzimy więc tu, iż ślizganie osiągnie swą wartość największą dla $\alpha = 45^\circ$; skądinąd składowa tnąca wzdłuż $S_1 S_2$ wyraża się przez

$$t = \frac{PS \sin \alpha}{\left(\frac{S}{\cos \alpha}\right)} = \frac{P \sin 2\alpha}{2}, \quad \text{a więc} \quad \gamma = \frac{2t}{M} \left(1 + \frac{1}{m}\right)$$

i jeżeli nazwiemy $M_1 = \frac{t}{\gamma}$ współczynnikiem sprężystości na ślizganie, to otrzymamy $\frac{t}{\gamma} = \frac{M}{2} \cdot \frac{m}{m+1} = M_1$, co potwierdza wskazane przed chwilą wyniki doświadczeń, przemawiając raz jeszcze na korzyść teorii ślizgań bez tarcia.

§ 6. *Odształcenia trwałe pod działaniem kilku sił.* — W § 2 niniejszego rozdziału przy rozpatrywaniu wykresu obciążeń w funkcji wydłużeń widzieliśmy, iż, chcąc brać obciążenia w odniesieniu do rzeczywistego przekroju pręta w danej chwili, oraz wydłużenia rzeczywiste — zmuszeni jesteśmy odkładać na osi odciętych długości proporcjonalne do logarytmów stosunku długości końcowej L_1 do długości pierwotnej L_0 , czyli $\log \frac{L_1}{L_0}$; tę właśnie wartość przyjmiemy, jako miarę odkształcenia i oznaczymy ją przez $\delta = \log \frac{L_1}{L_0}$.

Wyobraźmy sobie teraz prostokątny równoległoscian $a \times b \times c$, którego krawędzie są równoległe do osi współrzędnych xx' , yy' i zz' , oraz oznaczmy wydłużenia trwałe δ każdej z jego krawędzi przez δ_x , δ_y , δ_z . Jeżeli po odkształceniu równoległoscian przyjął kształt $a_1 \cdot b_1 \cdot c_1$, to na zasadzie prawa zachowania pierwotnej objętości, będziemy mieli

$$\frac{a_1 \cdot b_1 \cdot c_1}{a \cdot b \cdot c} = 1,$$

czyli

$$\log \frac{a_1}{a} + \log \frac{b_1}{b} + \log \frac{c_1}{c} = 0,$$

to jest

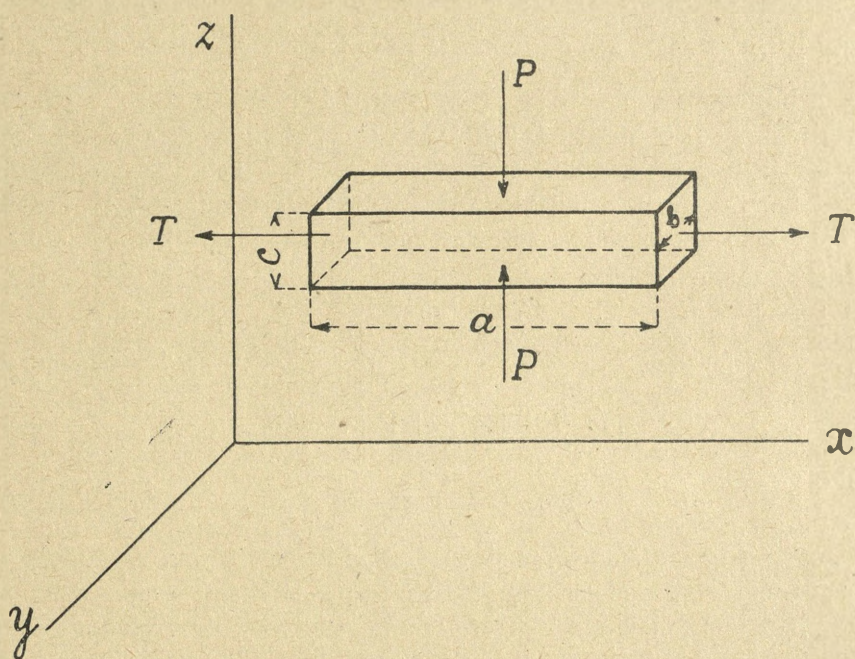
$$\delta_x + \delta_y + \delta_z = 0. \quad (3),$$

Jeżeli więc suma odkształceń δ_x , δ_y i δ_z jest równą zeru, to wyprowadzamy stąd wnioski: 1) jeżeli jedno z nich jest równe zeru, to dwa pozostałe mają jedną i tę samą wartość bezwzględną, lecz mają różne znaki; 2) jeżeli dwa z nich mają tę samą wartość, to wartość ta równa się połowie wartości trzeciego odkształcenia ze zmienionym znakiem. Jeżeli wydłużenia są dostatecznie małe, to możemy zamiast $\log \frac{L_1}{L_0}$ brać pierwszy wyraz odnośnego rozwinięcia w szereg, czyli $\frac{L_1 - L_0}{L_0}$; w dalszym ciągu niniejszego rozdziału będziemy wychodzili z założenia, iż obciążenia są odniesione nie do przekroju początkowego, lecz do przekroju rzeczywistego.

Jeżeli wyżej wymieniony równoległoscian odkształca się pod działaniem tylko naprężenia rozciągającego T , działającego równoległe do osi ox , i jeżeli przypuścimy, iż przekrój równoległoscianu prostopadły do osi ox w czasie odkształceń pozostaje podobnym samemu sobie, to δ_y i δ_z będą sobie równe i będą przedstawiały jednostkowe skrócenia odnośnych wymiarów, zaś δ_x będzie wydłużenie, a więc na zasadzie wzoru (3) będziemy mieli

$$\delta_y = \delta_z = -\frac{\delta_x}{2}.$$

Jeżeli na ten sam równoległoscian, oprócz naprężenia ciągnącego T , będzie działało naprężenie ściskające P (jak wskazuje rys. 19),



Rys. 19.

to skutek działania P wyrazi się przez powiększenie wartości bezwzględnej odkształcenia skracającego δ_z , i przez zmniejszenie wartości bezwzględnej skrócenia δ_y ; innymi słowy, w miarę tego, jak P powiększa się, wartość bezwzględna δ_y zmniejsza się, przyczem mamy ciągle

$$\delta_x + \delta_y + \delta_z = 0.$$

Gdy wartości bezwzględne $|P| = |T|$, wówczas $\delta_y = 0$, gdyż skutki działania naprężeń ściskających i ciągnących na odkształcenie w kierunku osi oy stają się równe i wzajemnie przeciwne, a więc

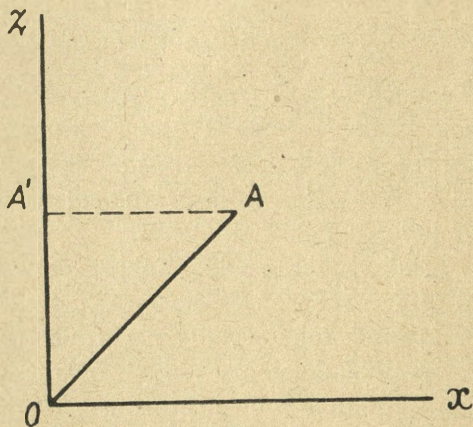
$$\delta_y = 0 \quad \delta_z = -\delta_x.$$

Gdy $|P| > |T|$, wówczas δ_z staje się największym odkształceniem, zaś δ_y zmienia kierunek i staje się wydłużeniem; wreszcie gdy $\left|\frac{T}{P}\right|$ zmniejsza się stopniowo, aż do $\frac{T}{P} = 0$, dochodzimy w końcu do zwykłego ściskania i do równań

$$\delta_x = \delta_y = -\frac{\delta_z}{2}.$$

Jeżeli mamy tylko naprężenie rozciągające, czyli $T = S$ i $P = 0$, to największe siły tnące powstają dla elementów nachylonych o 45° w stosunku do osi; jeżeli zaś będziemy mieli dwa naprężenia wzajemnie prostopadłe i równe co do wartości bezwzględnych $|T| = |P| = \frac{S}{2}$, to, jak wiemy, powierzchnie największego ślizgania są pochylone o 45° w stosunku do kierunków obydwóch tych sił; ale w pierwszym wypadku ślizgania te powstają wzdłuż stożków o kącie u wierzchołka $\alpha = 45^\circ$, w drugim zaś — wzdłuż płaszczyzn, tworzących kąty 45° z kierunkami obu naprężeń.

Jako wartość ślizgania elementarnego możemy tu przyjąć różnicę wartości bezwzględnych największego i najmniejszego wydłużenia; w rzeczy samej, niech δ_x będzie największym, a δ_z najmniejszym wydłużeniem; ox i oz (rys. 20) odnośne osi i A punkt dwudzielnej kąta zawartego między osiami, przyczem $OA = \sqrt{2}$; elementarne ślizganie, które zachodzi wzdłuż elementów $\perp$ do dwudzielnych kąta między osiami, może być zmierzone, jako podwójna bezwzględna wartość przyrostu kąta $\angle zOA$; mamy $\operatorname{tg} \angle zOA = \frac{AA'}{OA'}$, a ponieważ $\angle zOA = 45^\circ$, więc różniczkując logarytmicznie, otrzymamy



Rys. 20.

$$\frac{d[zOA]}{\left(\frac{1}{2}\right)} = \left| \frac{d(AA')}{AA'} - \frac{d(OA')}{OA'} \right| = |d\delta_x - d\delta_z|.$$

Jeżeli odkształcenia zachodzą zawsze w tym samym kierunku, to ślizganie całkowite będzie równe całce ślizgań elementarnych, czyli $|\delta_x - \delta_z|$.

Jeżeli obecnie będziemy rozpatrywali wypadek $T = S$, $P = O$ i oznaczymy przez Δ odnośną wartość wydłużenia δ_x ,—to jak widzieliśmy uprzednio

$$\delta_z = -\frac{\delta_x}{2},$$

a więc

$$|\delta_x - \delta_z| = \frac{3}{2} \delta_x = \frac{3}{2} \Delta.$$

Weźmy następnie wypadek $T = \frac{S}{2}$, $P = \frac{S}{2}$; ponieważ mamy tu $T + P = S$, wartość ścinania (cisaillement) będzie taka sama, co w wypadku samego tylko naprężenia ciągnącego $T = S$, w obydwóch więc tych wypadkach muszą zachodzić te same ślizgania elementarne, a więc największe ślizganie będzie znowu $|\delta_x - \delta_z| = \frac{3}{2} \Delta$; widzieliśmy jednak, że w tym wypadku mamy $\delta_x = -\delta_z$, a więc $\delta_x = \frac{3}{4} \Delta$; wynika stąd, iż największe wydłużenie, wynikające z równoczesnego działania dwóch naprężeń T i P wzajemnie równych liczebnie i prostopadłych równa się trzem czwartym największego wydłużenia, które powstałoby pod działaniem jednego tylko naprężenia ciągnącego równego sumie ($T + P$).

Należy teraz zdać sobie sprawę z tego, w jaki sposób zmienia się granica sprężystości próbki poddanej kilku siłom, wywołującym wyżej omówione wydłużenia trwałe; widzieliśmy uprzednio (§ 4), że w wypadku działania jednej tylko siły, próbka stali otrzymuje przez zimną obróbkę nową granicę sprężystości, równą największemu naprężeniu, któremu była poddana, czyli, że ta nowa granica sprężystości wyrazi się liczebnie przez rzędną wykresu obciążeń jednostkowych metalu w funkcji wydłużeń w czasie okresu zimnej obróbki, który to wykres w okresie odkształceń trwałych nas interesujących może być uważany za linię prostą (jak to zaznaczono w końcu § 2), np. AB na rys. 21.*) W takim razie, jeżeli oznaczymy przez Δ' całko-

*) patrz rysunki oddzielne pod opaską.

wite jednostkowe wydłużenie próbki, pod działaniem naprężenia ciągnącego T' , to prawo odkształceń (i zmiany granicy sprężystości) wyrazi się przez

$$E = T' = a' + b' \Delta' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4),$$

gdzie $a' = OA'$ (A' jest to punkt, w którym prosta AB przecina oś rzędnych), $b' =$ współczynnik kątowy prostej AB .

Jeżeli teraz próbka poddana będzie dwu wzajemnie prostopadłym naprężeniom T i P , takim, iż liczbowo $T = P$ i $T + P = T'$, oraz jeżeli oznaczymy przez Δ całkowite jednostkowe wydłużenie próbki pod działaniem łącznym T i P , to będziemy mieli na mocy powiedzianego wyżej

$$\delta_x = \frac{3}{4} \Delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5),$$

skądinąd na mocy hipotezy Coulomb-Malaval

$$E = T + P = T' = a' + b' \Delta$$

i zamieniając Δ przez $\frac{4}{3} \delta_x$ na mocy wzoru (5), otrzymamy prawo odkształceń (i zmiany granicy sprężystości) pod łącznym działaniem T i P

$$E = T + P = a' + \frac{4}{3} b' \delta_x,$$

a oznaczając $b = \frac{4}{3} b'$, mamy

$$E = T + P = a' + b \delta_x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6),$$

w ten sposób tę część wykresu, dającego $(T + P)$, a zatem E w funkcji wydłużeń, która odpowiada wydłużeniom trwałym, stanowi prosta $A''B$; do czasu zaś przekroczenia początkowej granicy sprężystości E_i (odpowiadającej rzędnej punktu A) odnośny wykres stanowi prosta OA , której współczynnik kątowy równa się modułowi M . Z wystarczającą dla praktyki dokładnością możemy przypuścić, iż punkty A i A'' pokrywają się wzajemnie i przeprowadzić prostą o współczynniku kątowym b przez punkt A ; w takim razie zamiast A' otrzymamy punkt A''' i zamiast długości a' długość a ; (otrzymany w ten sposób błąd względny na tej długości wyniesie około $- 0,88\%$); w takim razie zamiast wzoru (6) będziemy mieli

$$E = T + P = a + b \delta_x,$$

gdzie, jak widać z rysunku 21:

$$AD = \frac{E_i}{M},$$

$$a = OD - DA''' = OD - AD \cdot b = E_i - \frac{E_i}{M} b = E_i \left(1 - \frac{b}{M}\right) \quad (7),$$

wartości E_i , M i $b = \frac{4}{3} b'$ otrzymujemy przez dokonanie z odnośną stałą zwykłych prób na ciągnięcie; jako wartości, które można przyjąć w przedwstępnych projektach dla stali armatniej, p. Malaval wskazuje $E_i = 45 \text{ kg} : \text{mm}^2$, $M = 22000 \text{ kg} : \text{mm}^2$, $b = 770 \text{ kg} : \text{mm}^2$, zaś p. Jacob przyjmuje w swoich obliczeniach cyfry odpowiadające $b = 666 \text{ kg} : \text{mm}^2$, jakkolwiek w innym miejscu *) zaznacza, iż należałoby przyjąć cyfry odpowiadające $b = \frac{660 \cdot 4}{3} = 880$.

Powyższe rozumowanie dotyczy wypadku, gdy $T = P$; pozostaje do zbadania, jak się przedstawia ta sama sprawa, gdy $T \neq P$; w tym celu ustalmy wykres $\frac{\partial_x}{\Delta}$ w funkcji $\frac{T}{T+P}$, gdy suma $(T+P)$ pozostaje wartością stałą S , zaś T zmienia się w granicach od O do S ; widzieliśmy iż

$$\begin{aligned} \text{dla } T = O \text{ mamy } \frac{\partial_x}{\Delta} &= \frac{\Delta}{2} \\ \text{„ } T = \frac{S}{2} \text{ „ } \frac{\partial_x}{\Delta} &= \frac{3}{4} \Delta \\ \text{„ } T = S \text{ „ } \frac{\partial_x}{\Delta} &= \Delta, \end{aligned}$$

z czego wynika, iż odnośny wykres przedstawia 3 punkty A, B, C , leżące na jednej prostej (rys. 22). P. Malaval **) przyjmuje, iż całkowity wykres wyrazi się przez prostą AC , a to na zasadzie rozumowania następującego: „Ponieważ zmiany $\frac{\partial_x}{\Delta}$ w funkcji $\frac{T}{T+P}$ muszą być funkcją ciągłą, mamy prawo przyjąć

$$\frac{\partial_x}{\Delta} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{T}{T+P} = \frac{T + \frac{P}{2}}{T+P},$$

gdyż na zasadzie symetrii jeżeli

$$\frac{\partial_x}{\Delta} = f\left(\frac{T}{T+P}, \frac{P}{T+P}\right),$$

*) Jacob „Résistance et construction des bouches à feu. Autofrettage” tom I str. 170 do 179.

**) Malaval „Mémoire sur les propriétés mécaniques des métaux” str. 101-102.

to

$$\frac{\delta_z}{\Delta} = -f\left(\frac{T}{T+P}, \frac{P}{T+P}\right),$$

ponieważ naprężenia ciągnące i ściskające wywołują te same skutki lecz odwrotnych znaków, a więc będziemy mieli

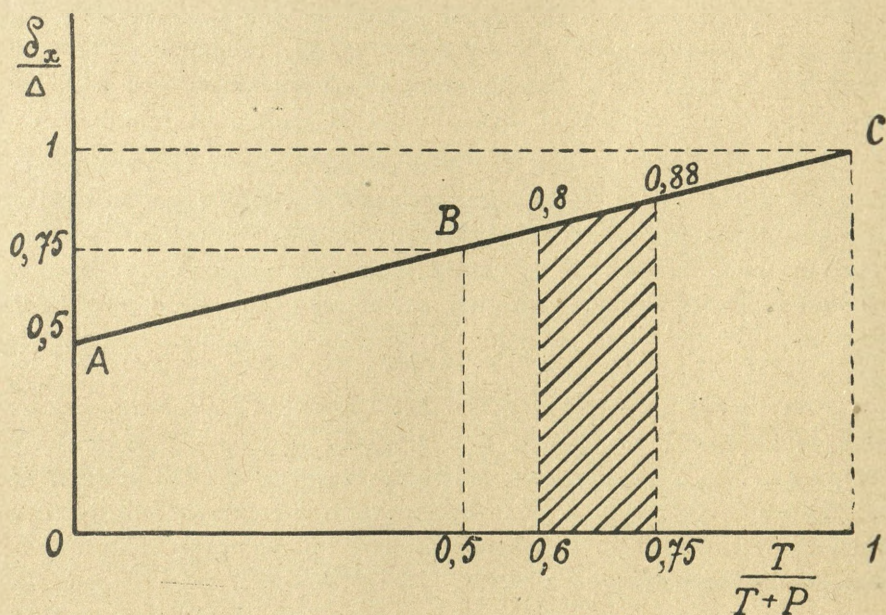
$$\frac{\delta_z}{\Delta} = -\frac{P + \frac{T}{2}}{T + P}.$$

Można łatwo zdać sobie sprawę, iż wykres $\frac{\delta_y}{\Delta}$ w funkcji $\frac{T}{T+P}$ również daje 3 punkty leżące na jednej prostej, gdyż:

$$\text{dla } T=0 \text{ mamy } \delta_y = \frac{\Delta}{2}$$

$$\text{„ } T = \frac{S}{2} \text{ „ } \delta_y = 0$$

$$\text{„ } T = S \text{ „ } \delta_y = -\frac{\Delta}{2}$$



Rys. 22.

ponieważ odnośna funkcja musi mieć również charakter ciągły, można napisać

$$\frac{\delta_y}{\Delta} = \frac{1}{2} - \frac{T}{T+P} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P-T}{T+P},$$

a w takim razie będą zachowane w każdej chwili warunki zasadnicze

$$\delta_x + \delta_y + \delta_z = 0, \quad \text{oraz} \quad \delta_x - \delta_z = \frac{3}{2} \Delta.$$

Wykresy w rodzaju rys. 21 będą nam potrzebne w teorii rur samowzmocnionych, których grubość nie przekracza obecnie, jak zobaczymy w następnej części niniejszej pracy, $\frac{3}{4}$ kalibru (co odpowiada stosunkowi $\frac{R_1}{R_0} = 2,5$); możemy dla $\frac{R_1}{R_0}$ przyjąć praktycznie granice od 1,5 — 2,5, dla których to granic wzoru Lamé (§ 7 Rozdział I), wskazują, że dla $P_1 = 0$ będziemy mieli $\frac{T_0}{T_0 + P_0}$ w granicach od 0,72 do 0,58, w takim razie wykres rys. 22 wskazuje, iż stosunek $\frac{\delta_x}{\Delta}$ będzie się wahał w granicach od 0,88 do 0,80, a prosta AC wykresu rys. 21 będzie miała współczynnik kątowy w granicach od 1,25 do 1,14, zamiast $1,33 \left(= \frac{4}{3} \right)$, jak to przyjęliśmy na rys. 21 dla $T = P$. Jednakowoż z dostateczną dla praktyki obliczania luf działowych ścisłością możemy ograniczyć się do rozpatrywania w tych wszystkich wypadkach cyfr, dostarczonych przez wykres rys. 21, tembardziej iż otrzymane z tego tytułu błędy kompensują się w pewnej mierze z błędem, wynikającym z przyjęcia na wykresie rys. 21 prostej AC, zamiast A''B'.

§ 7. *Równanie odkształceń i granica sprężystości nabyta na skutek odkształcenia w rurze.* — Wyobraźmy sobie (podobnie jak w § 8 Rozdziału I) wewnątrz rury pojedynczej warstwę nieskończonej cienką, której promienie wynoszą w czasie spoczynku przed odkształceniem: promień wewnętrzny R_i , promień zewnętrzny $R_i + dR_i$; pod ciśnieniem po odkształceniu: promień wewnętrzny R , promień zewnętrzny $R + dR$.

Przypuśćmy, iż warstwa ta poddana jest tylko naprężeniu P w kierunku promienia i naprężeniu T w kierunku stycznej do przekroju poprzecznego (co odpowiadałoby ściśle rzeczywistości tylko w razie rury nieskończonej długiej, lecz może być przyjęte w razie rury dostatecznie długiej); w takim razie będziemy mieli w tej warstwie tylko dwa odkształcenia jednostkowe całkowite

$$\begin{aligned} \text{w kierunku promienia} \quad \delta_r &= \log \frac{dR}{dR_i} \\ \text{„ „ „ stycznej} \quad \delta_t &= \log \frac{R}{R_i}. \end{aligned}$$

Jeżeli oznaczymy przez δ_t' i δ_r' odkształcenia jednostkowe trwałe po powrocie do stanu spoczynku, a przez δ_t'' i δ_r'' odkształcenia jed-

nostkowe sprężyste, znikające po powrocie rury do stanu spoczynku, to będziemy mieli

$$\delta_t = \delta'_t + \delta''_t; \quad \delta_r = \delta'_r + \delta''_r;$$

skądinąd odkształcenia sprężyste δ''_t i δ''_r wyrażają się następującymi wzorami, w których m oznacza współczynnik przewężenia poprzecznego i M moduł sprężystości

$$\delta''_t = \frac{1}{M} \left(T + \frac{P}{m} \right) \quad \delta''_r = -\frac{1}{M} \left(P + \frac{T}{m} \right),$$

a więc

$$\delta_t = \delta'_t + \frac{1}{M} \left(T + \frac{P}{m} \right)$$

$$\delta_r = \delta'_r - \frac{1}{M} \left(P + \frac{T}{m} \right)$$

dodając wzajemnie ostatnie 2 równania i biorąc pod uwagę, iż $\delta'_t + \delta'_r = 0$ na zasadzie wzoru (3) § 6, otrzymamy

$$\delta_r + \delta_t = \frac{m-1}{m} \cdot \frac{1}{M} (T-P) = \log \frac{RdR}{R_i dR_i} + \log \frac{R}{R_i},$$

czyli

$$\log \frac{RdR}{R_i dR_i} = \frac{m-1}{m} \cdot \frac{1}{M} \cdot (T-P) \quad . \quad . \quad . \quad (4),$$

jeżeli odkształcenia są dostatecznie małe, tak iż $\log \frac{RdR}{R_i dR_i}$ może być zastąpiony przez $\frac{RdR - R_i dR_i}{R_i dR_i}$ czyli przez $\left(\frac{RdR}{R_i dR_i} - 1 \right)$, to wzór (4) przyjmie postać

$$RdR = \left[1 + \frac{m-1}{m} \cdot \frac{1}{M} (T-P) \right] R_i dR_i \quad . \quad . \quad . \quad (5).$$

Równanie to nazwiemy równaniem odkształceń; ma ono, podobnie jak i równanie równowagi (Rozdział I § 8), charakter zupełnie ogólny i stosuje się zarówno do okresu sprężystego, jako też i do odkształceń trwałych.

Jeżeli we wzorze (4) zamienimy $\log \frac{RdR}{R_i dR_i}$ nie przez $\left(\frac{RdR}{R_i dR_i} - 1 \right)$, ale przez $\frac{RdR - R_i dR_i}{RdR}$ (czyli przez $1 - \frac{R_i dR_i}{RdR}$), to równanie odkształceń przyjmie postać

$$RdR \left[1 - \frac{m-1}{m} \cdot \frac{1}{M} \cdot (T-P) \right] = R_i dR_i \quad . \quad . \quad . \quad (6),$$

lub

$$RdR (T-P) = \frac{m}{m-1} \cdot M (RdR - R_i dR_i) \quad . \quad . \quad . \quad (7),$$

skądinąd równanie równowagi daje $T = -\frac{d(PR)}{dR}$ i po podstawieniu tej wartości T do wzoru (7) otrzymujemy

$$-Rd(PR) - PRdR = \frac{m}{2(m-1)} \cdot M[d(R^2) - d(R_i^2)],$$

czyli

$$-d(PR^2) = M[d(R^2) - d(R_i^2)] \cdot \frac{m}{2(m-1)} \quad (8).$$

Jeżeli w tej samej rurze weźmiemy inną warstwę, której pierwotny i ostateczny promienie oznaczymy przez $R_{i,0}$ i R_0 , oraz jeżeli scałkujemy równanie (8) w granicach od R_0 do R , to otrzymamy

$$P_0 R_0^2 - PR^2 = M[R^2 - R_0^2 - (R_i^2 - R_{i,0}^2)] \frac{m}{2(m-1)} \quad (9),$$

czyli

$$\frac{1}{2}(R^2 - R_i^2) + \frac{m-1}{m} \cdot \frac{PR^2}{M} = \frac{1}{2}(R_0^2 - R_{i,0}^2) + \frac{m-1}{m} \cdot \frac{P_0 R_0^2}{M} \quad (10),$$

jeżeli oznaczymy odkształcenia jednostkowe całkowite

$$\left. \begin{aligned} \delta R_i &= R - R_i \\ \delta R_{i,0} &= R_0 - R_{i,0} \end{aligned} \right\} \quad \text{czyli} \quad \left. \begin{aligned} R_i &= R - \delta R_i \\ R_i^2 &= R^2 - 2R\delta R_i + (\delta R_i)^2, \end{aligned} \right\} \quad \text{i}$$

to lewa część równania (10) przyjmie postać

$$\frac{1}{2} \left[2R\delta R_i - (\delta R_i)^2 \right] + \frac{m-1}{m} \cdot \frac{PR^2}{M} = R^2 \left[\frac{\delta R_i}{R} - \frac{1}{2} \left(\frac{\delta R_i}{R} \right)^2 + \frac{m-1}{m} \cdot \frac{P}{M} \right],$$

a więc

$$\begin{aligned} R^2 \left[\frac{\delta R_i}{R} - \frac{1}{2} \left(\frac{\delta R_i}{R} \right)^2 + \frac{m-1}{m} \cdot \frac{P}{M} \right] &= R_0^2 \left[\frac{\delta R_{i,0}}{R_0} - \frac{1}{2} \left(\frac{\delta R_{i,0}}{R_0} \right)^2 + \frac{m-1}{m} \cdot \frac{P_0}{M} \right] = \\ &= \text{Constans}^*) = C \quad (11). \end{aligned}$$

*) W wypadku, gdy odkształcenia są bardzo małe (np. w okresie sprężystym i w okresie półsprężystym samowzmacniania luf) wyraz $\left(\frac{\delta R_i}{R} \right)^2$ może być odrzucony.

Zauważyć należy, iż równanie odkształceń pozwala ustalić równania Lamé'go w sposób następujący: ponieważ mamy $\frac{\delta R}{R} = \frac{1}{M} \left(T + \frac{P}{m} \right)$, równanie (11) po odrzuceniu wyrazów $\left(\frac{\delta R}{R} \right)^2$ daje $R^2 \left[\frac{\delta R}{R} + \frac{m-1}{m} \cdot \frac{P}{M} \right] = \text{constans}$.

$$R^2 \left[\frac{1}{M} \left(T + \frac{P}{m} \right) + \frac{m-1}{m} \cdot \frac{P}{M} \right] = R^2 (T+P) = B = \text{constans} \quad \text{czyli} \quad d[R^2 (T+P)] = 0,$$

$$\text{t. j.} \quad (T+P) 2RdR + R^2 d(T+P) = 0 \quad (1);$$

Pozostaje jeszcze do określenia granica sprężystości, którą rura nabywa na skutek tych odkształceń trwałych; na zasadzie prawa Coulomb'a ta nowa granica sprężystości określa się przez wzór

$$T + P = E.$$

Jeżeliby naprężenie $(T + P)$ działało jako naprężenie ciągnące, to otrzymalibyśmy odkształcenie ΔR takie, iż

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{T + P}{M},$$

ale te same dwa naprężenia T i P , działając w dwóch kierunkach wzajemnie prostopadłych i powodując podniesienie granicy sprężystości do wartości $E = T + P$, wywołują w rurze odkształcenie promienia, wynoszące, jak widzieliśmy przed chwilą

$$\frac{\delta R}{R} = \frac{T + \frac{P}{m}}{M},$$

mamy więc

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\delta R}{R} + \frac{m-1}{m} \cdot \frac{P}{M};$$

z wykresu (rys. 21) widać, iż

$$OC' = E = a + b \frac{\Delta R}{R} = E_i \left(1 - \frac{b}{M}\right) + b \left[\frac{\delta R}{R} + \frac{m-1}{m} \cdot \frac{P}{M}\right],$$

biorąc zaś pod uwagę równanie (11) i odrzucając $\left(\frac{\delta R}{R}\right)^2$, możemy napisać

$$E = a + b \frac{C}{R^2} \dots \dots \dots (12).$$

§ 8. *Uwaga, dotycząca sposobu działania sił.* Szybkość, z jaką zostaje rozwinięty w czasie próby wysiłek, powodujący dane naprężenie, ma duży wpływ na otrzymane wyniki wytrzymałościowe nawet w warunkach bieżących prób odbiorczych; wpływ ten staje się jeszcze znaczniejszym, gdy szybkość rozwoju wysiłku staje się bardzo dużą, co ma właśnie miejsce w lufach działowych, gdzie w chwili strzału ciśnienie paru tysięcy atmosfer rozwija się w ciągu kilku tysięcznych

skądinąd równanie równowagi $d(PR) = -TdR$ daje $(T+P)dR + RdP = 0$, czyli

$$(T+P)2RdR + 2R^2dP = 0 \dots \dots \dots (II)$$

odejmując (II) od (I), otrzymujemy $R^2(dP - dT) = 0$ lub $R^2d(P - T) = 0$, a więc $T - P = A = \text{constans}$.

sekundy; wynika z tego, iż badanie nad zmiennością cech wytrzymałościowych stali w zależności od szybkości rozwoju wysiłku posiada duże znaczenie dla artylerji.

Dla urzeczywistnienia szybkości rozwoju naprężenia, porównalnej do tej szybkości, którą daje działanie gazów prochowych w lufie — możemy uciec się do wykorzystania efektów uderzeń ciała spadającego, posiadającego odpowiedni ciężar i szybkość; daje to możność przedewszystkiem porównać otrzymane tą drogą cyfry wydłużenia i zwężenia do tych samych cyfr otrzymanych z tą samą stalą przy powolnem rozwoju ciągnięcia; możemy również zdać sobie sprawę z wytrzymałości danej próbki w czasie uderzenia, t. j. z siły oporu r , który stawia ona ruchowi spadającego ciała; w rzeczy samej, jeżeli p jest masa spadającego ciała, u jego szybkość od chwili zetknięcia z próbką, to będziemy mieli

$$\frac{p}{g} \cdot \frac{du}{dt} = p - r,$$

a więc aby otrzymać r , wystarczy zmierzyć przyspieszenie $\frac{du}{dt}$ w czasie uderzenia, co można skutecznie np. przy pomocy wykreślenia krzywej szybkości na bębnie, którego szybkość obrotowa mierzy się przy pomocy kamertonu.

Podobne doświadczenia wykazały, iż dla stali armatniej wydłużenia i zwężenia nie są większe przy próbach przez uderzenie, niż przy próbach na powolne rozciąganie; to samo dotyczyłoby i wytrzymałości na ciągnięcie bardzo szybkie w porównaniu z ciągnięciem powolnem. Z tego punktu widzenia moglibyśmy się ograniczyć do porównywania sił sprężystych, obliczonych ze wzorów na wytrzymałość luf działowych, z cechami wytrzymałościowymi użytej stali, ustalonymi na zasadzie prób dokonywanych w zwykłych warunkach laboratoryjnych na maszynach przeznaczonych do prób wytrzymałościowych statycznych.

Przy obliczeniach luf działowych stosujemy hipotezę, iż gazy prochowe są w każdej chwili równomiernie podzielone wewnątrz zajmowanej przez nie przestrzeni; ta właśnie hipoteza została przyjęta przy wyprowadzaniu wzorów balistyki wewnętrznej. Przypuszczać jednak należy, iż w rzeczywistości sprawa ma się inaczej, i że w masie gazowej powstają wiry, skąd wynikać będą efekty dynamiczne w postaci silnych uderzeń. Doświadczenia dokonane nad spalaniem prochów w naczyniu zamkniętem (p. Vieille), wykazują, że takie uderzenia mają miejsce w rzeczywistości; chociaż w objętościach zmien-nych przy ruchu pocisku w lufie zjawisko to jest, rzecz prosta, odmiennem, niż w naczyniu zamkniętem, to jednak istnienie zjawiska ude-

rzeń i w lufie nie ulega kwestji; masy prochowe, uczestniczące w tym ruchu i tych uderzeniach, wynoszą zaledwie kilka kg, względnie część kg, gdyż są częścią naboju; szybkości jednak tych mas, a co zatem idzie intensywność uderzeń, mogą być bardzo znaczne. Wynika stąd, iż próby na uderzenie mają znaczenie kapitalne z punktu widzenia stali, przeznaczonej na lufy działowe; jednakowoż ograniczano się dotąd tylko do umieszczania odnośnych wymogów w warunkach technicznych na stal; same zaś sposoby obliczeń nie zostały związane z pojęciem „udarności” metalu.

Wreszcie zaznaczyć należy, iż w obliczeniach wytrzymałości luf stosujemy wzory równowagi statycznej, inaczej mówiąc, przypuszczamy, iż — przy przejściu od okresu spoczynku do okresu ciśnienia gazów prochowych przy strzale — lufa przyjmuje odkształcenia, odpowiadające działaniu statycznemu, pomimo charakteru dynamicznego zjawisk, omówionych w niniejszym §. Jednakowoż zobaczymy w dalszym ciągu niniejszej pracy (załącznik 3), iż pp. Gossot i Liouville dowiedli na zasadzie teorii drgań, iż w warunkach normalnych strzału lufa stanowi system sprężysty, stawiający statyczny opór rozwiniętym siłom, przy czem próby i doświadczenia dokonane w Centralnem Laboratorjum Marynarki Francuskiej,*) potwierdziły, iż siły bezwładności mas lufy, wprawionych w ruch, są bardzo nikłe, i że na tej zasadzie można stosować w obliczeniach wytrzymałości luf wzory równowagi statycznej.

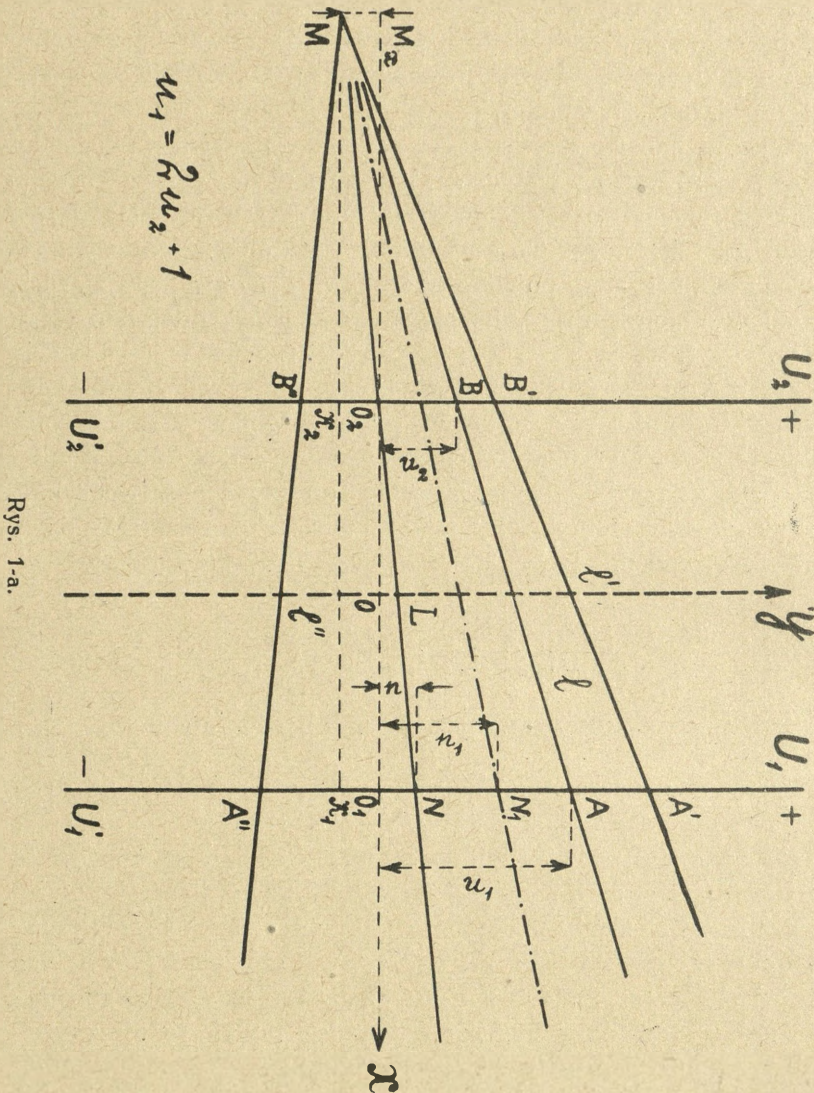
ROZDZIAŁ III.

Pojęcie o nomogramach typu M. d'Ocagne.

Oprócz rachowania wzorami, w obliczaniu wytrzymałości luf działowych stosuje się w szerokim zakresie rachunek wykreslny. Niektóre z odnośnych wykresów są zrozumiałe same przez się; inne oparte są na ogólnej teorii nomografji; do tej ostatniej kategorii należą stosowane czasami do obliczania naprężeń i odkształceń nomogramy punktów, leżących na prostej, typu M. d'Ocagne. Celem odciążenia tych części niniejszej pracy, w których wskazany będzie sposób posługiwania się wyżej wymienionemi nomogramami, podaję tu dla czytelników nie obznajmionych bliżej z nomografją, streszczenie zasadniczych pojęć, dotyczących tych nomogramów i ich własności, które będą wykorzystane w następnych rozdziałach. Przedewszystkiem na-

*) Jacob „Résistance et construction des bouches à feu” wyd. 1920 tom I str. 130 — 131.

leży określić układ współrzędnych równoległych; wyobraźmy sobie (rys. 1-a i 1-b) dwie proste równoległe $U_1 U'_1$ i $U_2 U'_2$, na których leżą punkty zerowe 0_1 i 0_2 , które będą początkami układu, przyczem $0_1 U_1$ i $0_2 U_2$ będą kierunkami dodatnimi; jeżeli na osi $U_1 U'_1$ odłożymy od-



cinek $0_1 A = u_1$, wzięty ze swym znakiem, a na osi $U_2 U'_2$ także od-cinek $0_2 B = u_2$, to wyżej wymienione 2 współrzędne (u_1 , u_2) określają w układzie współrzędnych równoległych prostą l określoną przez dwa

wszystkie te proste przecinają się w jednym punkcie M ; w rzeczy samej, jeżeli weźmiemy prostą L określoną przez współrzędne ($u_1 = n, u_2 = 0$), która przecina oś $U_2 U'_2$ w punkcie O_2 , a oś $U_1 U'_1$ w punkcie N , takim iż $O_1 N = n$, to wszystkie proste $l, l', l'' \dots$, czyniące zadość warunkowi (1), będą odcinały na osiach $U_1 U'_1$ i $U_2 U'_2$ odcinki będące we wzajemnym stałym stosunku

$$\frac{NA}{O_2 B} = \frac{NA'}{O_2 B'} = \frac{NA''}{O_2 B''} = \dots = m,$$

a więc będą one zbieżne w pewnym punkcie M , znajdującym się na prostej L ; wynika stąd, iż równanie (1) we współrzędnych równoległych określa pewien punkt M ; jeżeli MK_2 będzie odległością geometryczną tego punktu M od osi $U_2 U'_2$, zaś MK_1 — odległością geometryczną tego punktu M od osi $U_1 U'_1$, to $\frac{MK_1}{MK_2} = m$.

Oznaczając przez d wzajemną odległość $K_1 K_2$ osi współrzędnych, możemy określić położenie punktu M w stosunku np. do dwóch osi współrzędnych prostopadłych O_x i O_y , gdzie O będzie środkiem odcinka $O_2 O_1$, zapomocą współrzędnych $x = -OM_x$ i $y = MM_x$ mamy

$$\frac{MK_1}{MK_2} = m, \text{ czyli } \frac{MK_1 - MK_2}{MK_2} = \frac{m-1}{1},$$

$$\text{to jest } \frac{d}{MK_2} = m-1$$

$$-x = OM_x = MK_2 + \frac{d}{2} = \frac{d}{m-1} + \frac{d}{2} = \frac{d}{2} \cdot \frac{m+1}{m-1}$$

$$\text{i } \frac{y}{n} = \frac{MK_2}{d}, \text{ czyli } y = \frac{n}{m-1},$$

a więc współrzędne punktu M w stosunku do O_x, O_y będą

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{d}{2} \cdot \frac{m+1}{m-1} \dots \dots \dots (2), \\ y = -\frac{n}{m-1} \dots \dots \dots (3). \end{array} \right.$$

Rozpatrzmy teraz, w jaki sposób będzie się zmieniało położenie punktu M w zależności od zmian współczynników m i n w równaniu (1).

1) Przypuśćmy, iż w równaniu (1) damy współczynnikowi n pewną określoną liczbową niezmienną wartość $n = n_1$, zaś m będzie wartością zmienną, mogącą przybierać wszelkie wartości liczbowe od $-\infty$ do $+\infty$; wówczas odległość punktu M od osi $U_1 U'_1$ i $U_2 U'_2$

będzie się zmieniała, lecz punkt M będzie stale pozostawał na jednej i tej samej prostej, określonej przez $(u_1 = n_1, u_2 = 0)$, przechodzącej przez punkt O_2 i odcinającej na osi $U_1 U_1'$ odcinek $O_1 N = n_1$; innymi słowy, miejscem geometrycznym punktów, przedstawionych przez równanie $u_1 = mu_2 + n_1$, przy wszelkich możliwych zmianach m , będzie prosta $O_2 N_1$; a więc każdej wartości współczynnika n będzie odpowiadała prosta, przechodząca przez O_2 ; otrzymujemy w ten sposób sieć, czyli pęk prostych, przechodzących przez O_2 i odpowiadających każda pewnej wartości współczynnika n (rys. 2); *) nazwiemy ją siecią I;

2) przypuścmy, iż w równaniu (1) damy współczynnikowi m pewną określoną liczbowo niezmienną wartość $m = m_1$, zaś n będzie wartością zmienną, mogącą przybierać wszelkie wartości liczbowe od $-\infty$ do $+\infty$; wówczas odległość punktu M od osi będzie niezmienną, czyli miejscem geometrycznym punktów, przedstawionych przez równanie $u_1 = m_1 u_2 + n$, przy wszelkich możliwych zmianach n będzie równoległa do osi linja prosta, której odległość od osi $U_1 U_1'$ będzie do jej odległości do osi $U_2 U_2'$ w stosunku m_1 ; a więc każdej wartości współczynnika m będzie odpowiadała prosta równoległa do osi; otrzymujemy w ten sposób sieć prostych równoległych, odpowiadających każda pewnej wartości współczynnika m (rys. 2); nazwiemy ją siecią II.

Z powyższego wynika, że przez każdy punkt płaszczyzny wykresu, przechodzić będą dwie proste, z których pierwsza należy do sieci I i odpowiada określonej wartości n , druga zaś należy do sieci II i odpowiada określonej wartości m ; innymi słowy, każdy punkt będzie określał pewną parę wartości m i n takich, iż wszystkie proste L przechodzące przez ten punkt będą odcinały na osiach $U_1 U_1'$ i $U_2 U_2'$ współrzędne u_1 i u_2 odpowiadające warunkowi $u_1 = mu_2 + n$ (1).

Odwrotnie, jeżeli weźmiemy prostą L , która odcina na osiach współrzędne u_1 i u_2 , to wszystkie punkty tej prostej będą określały takie pary wartości (m, n) , które odpowiadają warunkowi (1). Prostą taką nazwiemy *wskaznikiem* (lub indeksem).

Wykres ten pozwala więc określić jedną którąkolwiek z wartości, wchodzących do równania (1), jeżeli znamy 3 pozostałe.

Jeżeli np. zadamy sobie $(u_1 = -2, u_2 = 5)$, czyli indeks L (rys. 2), to widzimy, że np. wartości $m = -0,2$ odpowiada $n = -1$, co sprawdzić możemy rachując wzorem (1); w rzeczy samej: $-2 = -0,2 \cdot 5 - 1$.

*) patrz rysunki oddzielne pod opaską.

Część II-ga.

Obliczanie wytrzymałości luf działowych.

Wstęp.

Działo jako przyrząd do miotania pocisków, powinno być obliczone w ten sposób, aby móc nadać pewną szybkość początkową pociskowi, posiadającemu określony kaliber i określony ciężar; wychodząc z tych założeń i biorąc pod uwagę rodzaj użytego prochu, balistyka wewnętrzna pozwala określić objętość komory nabokowej i długość przewodu, oraz ustalić t. zw. krzywą ciśnienia, z której wyprowadzamy wnioski co do wartości tych sił, którym przeciwstawić się musi lufa w chwili strzału.

Kształt wewnętrzny lufy dostosowany jest do wymiarów zamka, komory nabokowej, stożka przejściowego oraz części gwintowanej przewodu; kształt zewnętrzny określony jest przez wyżej wymieniony kształt wewnętrzny oraz przez grubość ścianek, która konieczną jest w poszczególnych przekrojach, aby zapewnić należytą wytrzymałość na ciśnienie, rozwinięte przez prężność gazów prochowych, oraz przeciw innym przyczynom uszkodzeń.

Ciśnienie gazów prochowych w okresie od chwili rozpoczęcia palenia się prochu, aż do chwili wylotu pocisku z lufy (który to okres wynosi kilka tysięcznych sekundy) jest wielkością zmienną, a mianowicie:

- 1) ciśnienie na dno pocisku zmienia się w zależności od miejsca, które pocisk zajmuje w lufie,
- 2) dla każdego położenia pocisku w lufie ciśnienie jest zmiennem w przestrzeni pomiędzy dnem lufy, a dnem pocisku.

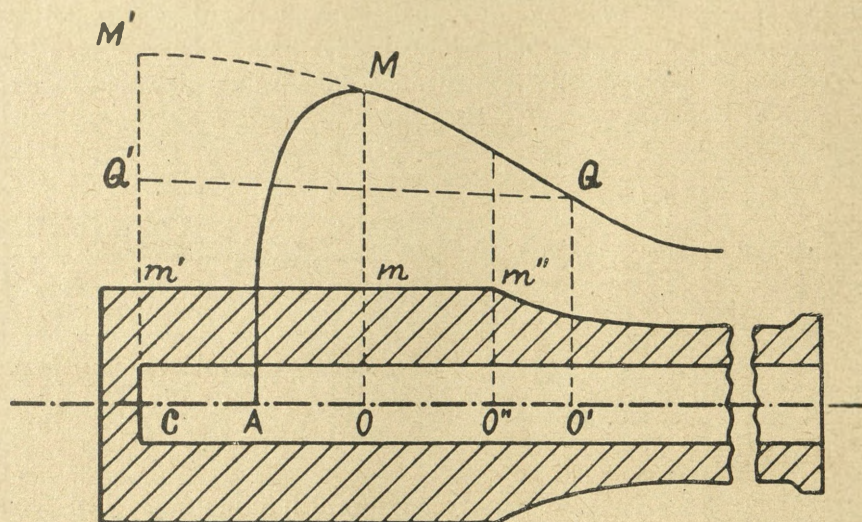
Zmiany, dotyczące punktu 1), są dane przez krzywą ciśnienia, o której była mowa w ustępie pierwszym; rys. 1, na którym *A* ozna-

cza położenie pocisku przy załadowaniu, wskazuje ogólny kształt krzywej ciśnienia na dno pocisku; *) weźmy pod uwagę położenie pocisku w lufie, gdy dno pocisku znajduje się w punkcie O , przy którym ciśnienie na dno pocisku osiąga swą wartość najwyższą. W tem położeniu O ciśnienie w przestrzeni CO jest wartością zmienną, prawo rozwoju której nie jest dokładnie znane; możemy wykreślić przedstawić je przez łuk krzywej MM' , przyczem

$$M'm' > Mm \text{ i } CM' > OM.$$

W praktyce możemy przyjąć, iż dla każdego punktu odcinka CO ciśnienie wynosi CM' oraz dać lufie pomiędzy punktem C i O grubość stałą, obliczoną na wytrzymałość przeciw temu ciśnieniu.

Dla każdego położenia pocisku w lufie poza punktem O (np. dla O') ciśnienie na dno pocisku wynosi $O'Q < OM$, przyczem ciś-



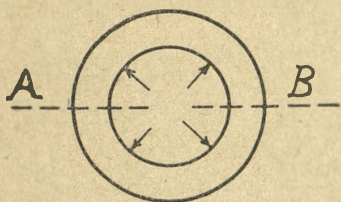
Rys. 1.

nienie w tyle za tym punktem (w chwili gdy dno pocisku jest w punkcie O') dane jest przez rzędne krzywej QQ' . Jednakowoż kształt tej krzywej nie ma dla nas znaczenia: jest jasne, że grubość lufy w punkcie O' powinna być obliczona na wytrzymałość przeciw ciśnieniu $O'Q$, grubość zaś ścianek pomiędzy O i O' — przeciw ciśnieniu, które dają

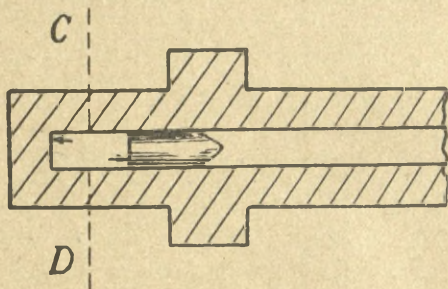
*) odcięte tej krzywej odpowiadają drodze przebytej przez dno pocisku w lufie, a rzędne sile ciśnienia w chwili, gdy dno pocisku znajduje się w danym punkcie osi odciętych.

rzędne krzywej QM , które to rzędne na przestrzeni OO' są większe od rzędnych krzywej QQ' . Ale ponieważ maximum ciśnienia może wypadkowo zdarzyć się trochę dalej, niż O — pozostawiamy tę samą grubość lufy aż do punktu O'' , znajdującego się na pewnej odległości przed O (licząc od wylotu lufy).

Wynika z powyższego, że profil lufy składać się będzie przede wszystkim z części walcowej, zwanej częścią zamkową (czyli nabo-jową), długość której od ścięcia zamkowego będzie większą, niż odle-głość od tego ścięcia do położenia dna pocisku w chwili, gdy gazy prochowe osiągają swą wartość najwyższą; następnie grubość lufy będzie mogła się zmniejszać, lecz będzie musiała pozostawać większą od tej grubości, która odpowiadałaby wartości ciśnienia $O'Q$, która rozwija się w danym punkcie; wynika z tego, że od punktu O'' do wylotu zewnętrzny profil rury składać się będzie z linii łamanej lub krzywej, kształt której określony będzie z jednej strony przez względy, dotyczące łatwości wykonania i scalania (montażu), z drugiej zaś przez wzgląd na to, aby nie tworzyć zbyt nagłych zmniejszeń gru-bości lufy ze względu na konieczność zachowania pewnej ciągłości



Rys. 2.



Rys. 3.

w jej mocy; innymi słowy, teoretyczny profil lufy nie może być ściśle zachowany. Wreszcie u wylotu nadaje się lufie pewne zgrubienie, aby ustrzec ją przed skutkami przypadkowych uderzeń oraz ułatwić różne czynności w czasie jej obsługi.

Badania, dotyczące wytrzymałości lufy będą miały na celu:

- 1) określenie najwyższego ciśnienia, które lufa może wytrzymać w danym punkcie;
- 2) określenie sposobu budowy lufy, aby mogła ona wytrzymać najwyższe ciśnienie przy możliwie najmniejszej grubości ścianek ze względu na jej wagę.

Gazy, wytwarzane w chwili strzału przez spalanie się prochu w przestrzeni o objętości zmiennej, zawartej między bocznymi ścian-

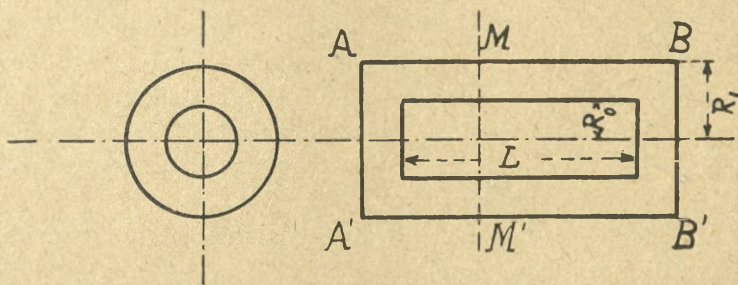
kami lufy oraz dnem lufy, a ruchomem dnem pocisku wywołują siły dwóch rodzajów:

1) siły poprzeczne, które dążą do rozsądzenia lufy wzdłuż płaszczyzny jak AB , przechodzącej przez oś geometryczną lufy, a więc równoległej do tworzących (rys. 2);

2) siły podłużne, działające w kierunkach wzajemnie przeciwnych na dno lufy i na dno pocisku, a więc rozwijające się między dnem lufy i organami, sprzęgającymi lufę z łożem; siły te dążą do rozsądzenia lufy wzdłuż płaszczyzny, jak CD , prostopadłej do osi geometrycznej lufy (rys. 3).

Pierwszy warunek, któremu lufa winna odpowiadać, polega rzecz prosta na tem, aby pęknięcia te nie mogły zaistnieć; jednakowoż ta wytrzymałość na rozerwanie nie jest wystarczającą; w rzeczy samej koniecznem jest, aby lufa — raz zbudowana — przy strzelaniu po każdym strzale powracała dokładnie do swych początkowych kształtów i wymiarów. Należy więc budować lufę w ten sposób, aby nie mogła ona z powodu strzału otrzymywać odkształceń trwałych (pozostających po ustaniu działania siły), — innemi słowy trzeba, aby odkształcenia, spowodowane przez siły, powstające w chwili strzału, były odkształceniami sprężystymi.

Niżej podane rozważania elementarne pozwalają zdać sobie sprawę z tego w jaki sposób wspomniane dwa rodzaje pęknięć względnie odkształceń (wzdłuż płaszczyzny AB rys. 2, względnie płaszczyzny CD rys. 3) przedstawiły się w oczach pierwszych badaczy sprawy wytrzy-



Rys. 4.

małości luf działowych. Weźmy wydrążony wewnątrz walec długości L o wewnętrznej średnicy $2R_0$ (rys. 4) i zewnętrznej średnicy $2R_1$; przypuśćmy, że walec ten posiada dno bardzo cienkie, jednak nie poddające się odkształceniom.

Obliczmy ciśnienie, które należy rozwinąć wewnątrz walca, aby wywołać odkształcenie trwałe ścianek. Na mocy prawa symetrii od-

kształcenie to może powstać bądź wzdłuż przekroju $ABA'B'$ równoległego do tworzących, bądź też wzdłuż przekroju MM' prostopadłego do tworzących. Jeżeli oznaczymy przez P_0 odpowiednio ciśnienie wewnętrzne, zaś przez E granicę sprężystości metalu, to granica ta zostanie osiągnięta w pierwszym wypadku wówczas, gdy

$$2L(R_1 - R_0)E = 2LR_0P_0,$$

czyli

$$P_0 = E \frac{R_1 - R_0}{R_0} = E \left(\frac{R_1}{R_0} - 1 \right).$$

W drugim wypadku granica ta zostanie osiągnięta wówczas, gdy

$$\pi(R_1^2 - R_0^2)E = \pi R_0^2 P'_0,$$

czyli

$$P'_0 = \frac{R_1^2 - R_0^2}{R_0^2} E = \left(\frac{R_1^2}{R_0^2} - 1 \right) E,$$

mamy więc

$$\frac{P_0}{P'_0} = \frac{\left(\frac{R_1}{R_0} - 1 \right)}{\left(\frac{R_1^2}{R_0^2} - 1 \right)} = \frac{1}{\frac{R_1}{R_0} + 1} < 1,$$

czyli że

$$P'_0 > P_0;$$

wyprowadzono stąd wniosek, iż granica sprężystości metalu zostanie przekroczoną w pierwszym wypadku przy ciśnieniu mniejszem, niż w drugim; to samo rozważanie doprowadziło do wniosku, iż rura będzie miała skłonności do pęknięcia wzdłuż tworzących.

Rozważania te skłoniły wyżej wymienionych uczonych do rozdzielania zadania, dotyczącego wytrzymałości luf działowych, na dwie niezależne wzajemnie części, a mianowicie:

1) badanie wytrzymałości lufy na działanie sił poprzecznych, czyli t. zw. wytrzymałości poprzecznej,

2) badanie wytrzymałości lufy na działanie sił podłużnych, czyli t. zw. wytrzymałości podłużnej.

Podobny podział zadania nie jest wszakże zupełnie racjonalny i logiczny, i to nie tylko z punktu widzenia teoretycznego (gdyż wytrzymałość lufy winna być rozpatrywana jako całość, i nie można oddzielać rozpatrywania sił poprzecznych od rozpatrywania sił podłużnych, bo mamy do czynienia z sumą efektów tych sił), lecz i z punktu widzenia praktycznego, gdyż wyżej wymieniony pogląd, iż niebezpiecznym przekrojem jest przekrój podłużny, odpowiada rzeczywistości tylko dla rury lub lufy pojedynczej, t. j. wykonanej z jednego kawałka,

jeżeli zaś idzie o lufy złożone, to większość wypadków, które zano-
towano z temi działami, zaszły właśnie na skutek działania sił podłuż-
nych. Niemniej jednak, podział, o którym mówimy, utrzymał się dotąd
we wszystkich znanych mi podręcznikach, i zostanie również zastoso-
wany w ciągu niniejszej pracy.

Braki, istniejące w przyjętych metodach obliczania luf działowych,
nie mogą być jednak przyczyną wydania sądu, iż obliczenia te są bez-
wartościowe; są one przybliżone, jak i wogóle wszystkie obliczenia
w dziedzinie wytrzymałości materiałów, zarówno jak np. obliczenia
wytrzymałości mostów, a jednak nikt nie odmawia znaczenia tym
ostatnim, pod pretekstem że jedynie próba odbiorczego obciążenia
mostu decyduje o racjonalności jego budowy. Tymczasem dają się
słyszeć zdania, iż wszelkie obliczenia, dokonywane przy wygotowaniu
projektu lufy, nie mają żadnej wartości praktycznej, i że jedyny racjo-
nalny sposób oceny lufy polega na sprawdzeniu doświadczalnym, czy
wytrzymuje ona ciśnienie gazów przy strzale. Podobne zdania są
z gruntu fałszywe, gdyż fakt, iż dana lufa czyni zadość próbie strze-
lania odbiorczego, bynajmniej nie jest dowodem, że lufa ta jest wolna
od wad konstrukcyjnych, które mogą stać się przyczyną wypadku
w czasie jej służby; takie wady konstrukcyjne mogą ujawnić się w pra-
ktyce dopiero po dłuższym przeciągu czasu i w nielicznej ilości egzem-
plarzy danego typu, co stwierdzają liczne przykłady przytaczane przez
historję sprzętu artyleryjskiego. Dlatego też zbadanie projektu pod
względem konstrukcyjnym, obliczeniowym, oparte na dokładnej zna-
jomości cech użytego metalu, jest rzeczą wagi pierwszorzędnej.

Skądinąd jednak nie trzeba zapominać i o tem, iż wyniki obli-
czeń nie mogą być przyjmowane absolutnie bezkrytycznie. Wzory ma-
tematyczne, dotyczące praw wytrzymałości rur stalowych, nie mogą
być uważane za bezwzględne; wynika to chociażby z tego, iż w rze-
czywistości stal nigdy nie jest tak idealnie jednolitą i równozwrotną,
jak zmuszeni jesteśmy to przypuścić w obliczeniach; należy więc pa-
miętać, że wzór matematyczny stanowi jedynie najprostszy sposób
przedstawiania zjawisk fizycznych, i że rezultaty obliczeń nie mogą
być bezpośrednio i bezkrytycznie stosowane w praktyce; zaznaczyć
należy z całym naciskiem, iż budowa luf działowych jest zasadniczo
nauką doświadczalną, jest więc rzeczą konieczną wszelkie dane
teoretyczne sprawdzać za pośrednictwem bardzo licznych doświad-
czeń, zwłaszcza wówczas, gdy idzie o jakiś nowy sposób ich
budowy.

Zresztą bardzo często w budowie maszyn wymiary danego ele-
mentu, obliczone na zasadzie wytrzymałości materiałów, zostają po-

mnożone przez 2,4, a czasem nawet 10 i więcej, — a to ze względów bezpieczeństwa, ażeby liczyć się ze zjawiskami, których nie możemy ująć rachunkowo; w tem co dotyczy luf działowych, które są elementami, pracującymi w warunkach specjalnie trudnych i niebezpiecznych, — jest rzeczą nad wyraz wskazaną iść za wskazówkami ostrożności, a nawet posuwać tę ostrożność do ostatecznych granic. Prowadzi nas to do przyjęcia pewnego „spółczynnika bezpieczeństwa“, który musi być tem większy, im mniej doskonałe są nasze metody obliczeń i im mniej pewni być możemy materiału, który używamy do wyrobu. I tak, stosowana przy projektowaniu luf metoda polega na obliczeniu wymiarów lufy z punktu widzenia jej wytrzymałości przeciw siłom poprzecznym, powodowanym przez ciśnienie gazów prochowych i na sprawdzeniu, iż wymiary te są dostateczne dla przeciwstawienia się siłom podłużnym ciśnienia gazów; w rzeczywistości jednak do tych ostatnich dodają się jeszcze siły powodowane przez bezwładność części wylotowej lufy w chwili odrzutu, tarcie pocisku o ścianki przewodu i t. d., których zazwyczaj nie ujmujemy rachunkowo w obliczeniach; wszystkie te siły powodują naprężenia równocześnie i rozwijają się w ciągu okresu nadzwyczaj krótkiego; musimy rachować się z tem, iż warstwa wewnętrzna metalu lufy może być poddana uderzeniom i przypadkowym ciśnieniom o wiele wyższym, niż te które przyjęliśmy za podstawę obliczeń, nie mówiąc już o tem, iż bezwzględna ścisłość hipotez, na których opieramy swe obliczenia, nie jest dowiedziona. Wreszcie w obliczeniach zmuszeni jesteśmy przyjąć, iż metal lufy jest ściśle jednolity, co nie jest w zupełności urzeczywistnione w praktyce.

Licząc się z powyższymi okolicznościami, które są oczywiście niekorzystne z punktu widzenia wytrzymałości lufy, nie mamy możliwości obciążać metalu lufy, działowej aż do wartości ciśnienia teoretycznego, które dają nam wzory wytrzymałościowe, i musimy stosować pewien współczynnik bezpieczeństwa, przez który mnożymy dopuszczalne ciśnienie obliczone, aby otrzymać dopuszczalne praktycznie ciśnienie, któremu możemy poddać tę lufę; tak określony współczynnik bezpieczeństwa jest rzecz prosta zawsze < 1 ; wartość jego ulegała stopniowym zmianom w miarę udoskonalenia sposobów obliczeń i w miarę postępu w sposobach produkcji i obróbki metalu; dawniej przyjmowano wartość współczynnika bezpieczeństwa $1/2$, obecnie zwiększono ją do $2/3$, a nawet czasem do $3/4$; wartość ta musi być tem mniejsza, im dany sposób konstrukcji jest trudniejszy i mniej wypróbowany.

ROZDZIAŁ I.

Wytrzymałość poprzeczna.

§ 1. Lufy proste (pojedyncze).

1. *Określenie sił i najwyższa moc sprężysta lufy prostej.* — Lufa prosta czyli pojedyncza posiada ścianki wykonane z jednego kawałka metalu; jest to rura, która podczas wyrobu nie była poddana skutkom zimnej obróbki celem zwiększenia granicy sprężystości metalu*).

Przyjmując hipotezy Lamé (§ 7, rozdział I, cz. 1), i wychodząc z założenia, iż wytrzymałość poprzeczna lufy prostej będzie określona przez jej moc sprężystą czyli przez to najwyższe ciśnienie wewnętrzne P_0 , które lufa będzie mogła znieść, nie otrzymując odkształceń trwałych, — celem określenia wartości naprężenia stycznego i naprężenia promieniowego możemy tu zastosować wzory Lamé'go, w których możemy przyjąć ciśnienie zewnętrzne $P_1 = 0$ ze względu na to, iż wartość P_1 , czyli jedna atmosfera, jest znikomą małą w porównaniu z ciśnieniem wewnętrznym P_0 , które jest ciśnieniem gazów prochowych i wynosi zazwyczaj parę tysięcy atmosfer; w tych warunkach wzory Lamé'go dają

$$P = - \frac{P_0 R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} + \frac{P_0 R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \cdot \frac{R_1^2}{R^2} \quad \dots \quad (1),$$

$$T = \frac{P_0 R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} + \frac{P_0 R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \cdot \frac{R_1^2}{R^2} \quad \dots \quad (2),$$

czyli

$$P = \frac{a}{R^2} - b \quad \dots \quad (3),$$

$$T = \frac{a}{R^2} + b \quad \dots \quad (4),$$

gdzie

$$a = \frac{P_0 R_0^2 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} \quad \dots \quad (5),$$

$$b = \frac{P_0 R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \quad \dots \quad (6),$$

wzory (1) i (2) możemy napisać pod postaciami następującymi

$$P = P_0 \frac{R_0^2}{R^2} \cdot \frac{R_1^2 - R^2}{R_1^2 - R_0^2} \quad \dots \quad (1'),$$

*) dla odróżnienia od lufy samowzmocnionej, która też może być wykonana z jednego kawałka.

$$T = P_0 \frac{R_0^2}{R^2} \cdot \frac{R_1^2 + R^2}{R_1^2 - R_0^2} \dots \dots \dots (2'),$$

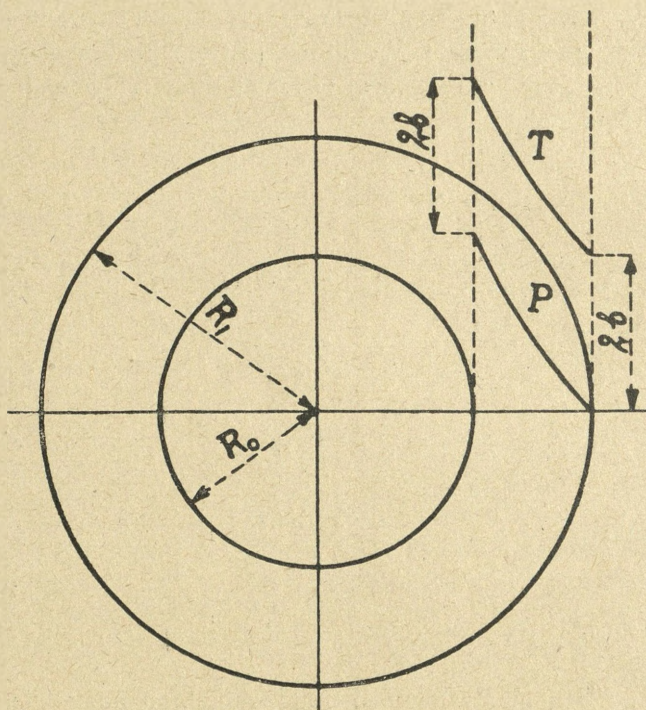
dzieląc (1') przez (2') otrzymamy

$$T = P \frac{R_1^2 + R^2}{R_1^2 - R^2} \dots \dots \dots (7),$$

wzory powyższe wskazują, iż zawsze $T > P$, oraz iż T i P zmniejszają się w miarę, gdy posuwamy się od wnętrza ścianki rury do jej powierzchni zewnętrznej, jak przedstawia wykres rys. 1; największe naprężenia mają miejsce dla warstwy wewnętrznej rury, będą to

$$P_0 \text{ oraz } T_0 = P_0 \frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \dots \dots \dots (7'),$$

Wzory (1) i (2) pozwalają również określić dla każdego punktu rury odkształcenia, a mianowicie odkształcenie dodatnie, czyli wydłu-



Rys. 1.

żenie w kierunku stycznej ϵ , i odkształcenie ujemne, czyli ściśnięcie (skrócenie) δ w kierunku promienia; otrzymujemy na zasadzie wzorów tabelki str. 37

$$\varepsilon = \frac{1}{M} \left(T + \frac{P}{m} \right) = \frac{P_0}{M} \cdot \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \left[\frac{m-1}{m} + \frac{m+1}{m} \cdot \frac{R_1^2}{R^2} \right]. \quad (8),$$

$$\delta = -\frac{1}{M} \left(P + \frac{T}{m} \right) = \frac{P_0}{M} \cdot \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \left[\frac{m-1}{m} - \frac{m+1}{m} \cdot \frac{R_1^2}{R^2} \right]. \quad (9).$$

Ażeby warstwa wewnętrzna najbardziej obciążona, nie mogła otrzymać odkształcenia trwałego, według hipotezy Lamé-Virgile (§ 5 Rozdz. II, cz. 1) trzeba, aby

$$P_0 \frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \leq E \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10),$$

gdzie E oznacza granicę sprężystości metalu.

Według hipotezy Barré de Saint-Venant ten sam warunek wyrazi się przez

$$T_0 + \frac{1}{m} P_0 = P_0 \left(\frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} + \frac{1}{m} \right) \leq E \quad . \quad . \quad . \quad (11),$$

zaś według hipotezy Coulomb-Malaval:

$$T_0 + P_0 = P_0 \frac{2 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} \leq E \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12).$$

Wzory (10), (11) i (12) pozwalają w każdej z wyżej wymienionych trzech hipotez rozwiązać dwa zasadnicze zadania, dotyczące wytrzymałości lufy prostej, a mianowicie: — obliczyć najwyższą moc sprężystą P_0 rury, określonej przez R_0 , R_1 i E , — określić minimalną grubość ścianki, którą powinna posiadać rura o promieniu wewnętrznym R_0 , zrobiona z metalu o granicy sprężystości E , aby osiągnąć moc sprężystą P_0 ; tę grubość możemy określić przez stosunek $\frac{R_1}{R_0}$; otrzymujemy wówczas:

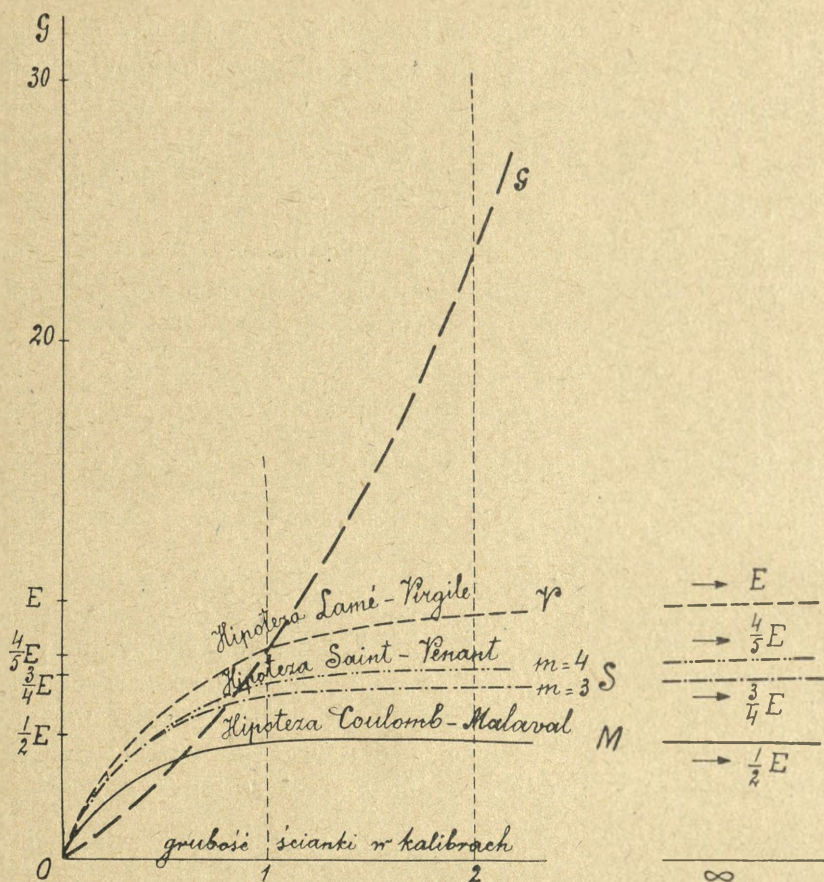
a) w hipotezie Lamé-Virgile

$$P_0 = \frac{E}{\frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2}} \quad \text{i} \quad \frac{R_1}{R_0} = \sqrt{\frac{\frac{E}{P_0} + 1}{\frac{E}{P_0} - 1}}$$

ostatni wzór wskazuje, iż $\frac{R_1}{R_0}$ staje się ∞ , gdy $E = P_0$, czyli iż według hipotezy Lamé-Virgile $P_0 = E$ jest graniczną wartością mocy sprężystej lufy przy nieskończenie wielkiej grubości ścianki;

b) w hipotezie Saint-Venant otrzymamy

$$P_0 = \frac{E}{\frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} + \frac{1}{m}} \quad \text{i} \quad \frac{R_1}{R_0} = \sqrt{\frac{\frac{E}{P_0} + 1 - \frac{1}{m}}{\frac{E}{P_0} - 1 - \frac{1}{m}}}$$



Rys. 2.

ostatni wzór wskazuje, iż w tej hipotezie najwyższa moc sprężysta rury dla nieskończenie wielkiej grubości ścianki dana jest przez

$$\frac{E}{P_0} - 1 - \frac{1}{m} = 0 \quad \text{czyli} \quad P_0 = E \frac{m}{m+1};$$

c) w hipotezie Coulomb-Malaval:

$$P_0 = \frac{1}{2} E \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2} \right) \quad \text{i} \quad \frac{R_1}{R_0} = \sqrt{\frac{\frac{E}{P_0}}{\frac{E}{P_0} - 2}}$$

a więc w tej hipotezie najwyższa moc sprężysta dla nieskończonej grubości ścianki rury wyniesie*)

$$P_0 = 2E.$$

Powyższe wzory wskazują, iż we wszystkich trzech hipotezach wytrzymałość rury zależna jest od stosunku $\frac{R_1}{R_0}$, czyli od grubości ścianki rury. Poniższa tablica reasumuje odnośne prawo, które pozwala zdać sobie sprawę z różnic rezultatów obliczeń, dotyczących mocy sprężystej rury, otrzymanych w założeniu tych trzech różnych hipotez, dotyczących stosunku łączącego T , P i E .

Grubość ścianki rury w kalibrach	P_0 maksymalne ciśnienie gazów prochowych dopuszczalne w założeniu hipotez				Wydajność, czyli wartość stosunku $\frac{P_0}{(P_0)_\infty}$ gdzie $(P_0)_\infty$ oznacza wytrzyma- łość rury o nieskończenie wielkiej grubości ścianki w założeniu hi- potez			
	gen. Virgile E $\left(\frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2}\right)$	Saint-Venant E $\left(\frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} + \frac{1}{m}\right)$ gdzie $3 < m < 4$		p. Malaval w myśl hipotezy Coulomb'a $\frac{1}{2} E \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2}\right)$				
					gen. Virgile	Saint-Venant		p. Malaval (Coulomb)
						$m = 3$	$m = 4$	
		przy $m = 3$	przy $m = 4$					
0,25	0,384 E	0,348 E	0,350 E	0,278 E				
0,5	0,6 E	0,5 E	0,521 E	0,375 E				
1	0,8 E	0,631 E	0,667 E	0,444 E	80%	84,2%	83,3%	88,8%
2	0,999 E	0,660 E	0,750 E	0,480 E	99,9%	88%	93%	96%
∞	E	0,750 E	0,800 E	0,5 E	1	1	1	1

Krzywe OV , OS i OM (rys. 2) przedstawiają wykreślenie zmianę mocy sprężystej w funkcji grubości ścianki w kalibrach dla każdej z powyższych hipotez.

Ciężar stalowej rury walcowej (o stałej grubości ścianki) długości h , o promieniu wewnętrznym R_0 i zewnętrznym R_1 , wyraża się wzorem $G = \pi h d (R_1^2 - R_0^2)$, gdzie przez d oznaczmy ciężar ga-

*) inaczej mówiąc, według hip. odkształceń przez ślizganie bez tarcia, rura o ścianie nieskończonej dużej grubości, zrobiona z metalu o granicy sprężystości 44 kg/mm², nie mogłaby wytrzymać ciśnienia większego, niż 2200 atm., co wydaje się absurdem; w rzeczywistości taka rura wytrzymałaby ciśnienia o wiele większe, lecz dla ciśnień, przekraczających 2200 atm., jej warstwa wewnętrzna otrzymałaby odkształcenia trwałe, czyli zostałaby poddana samowzmocnieniu; w ten sposób wychodzimy z granic okresu sprężystego, który jedynie powinien być przyjmowany pod uwagę dla luf prostych, i wkraczamy w okres półsprężysty, o którym będzie mowa w § 4 niniejszego rozdziału.

tunkowy stali; przyjmijmy $d = 7,8$; krzywa OG (rys. 2) przedstawia zmiany ciężaru G również w funkcji grubości ścianki w kalibrach; wskazuje ona, iż w każdej z rozpatrywanych hipotez moc sprężysta lufy wzrasta nadzwyczaj powoli od chwili, gdy grubość ścianki osiągnie wartość jednego kalibra, (co widzimy również z liczb, uwidoczniionych w poprzedniej tablicy), podczas gdy ciężar lufy wzrasta bardzo szybko; innymi słowy, zwiększenie grubości ścianki lufy prostej ponad jeden kaliber daje na mocy sprężystej zysk nadzwyczaj mały, który bynajmniej nie okupia wynikającego stąd zwiększenia ciężaru działa; jest to uzasadnienie tej zasady empirycznej, którą w budowie luf działowych stosowano prawie od chwili powstania takowych, o kilka stuleci przed rozpoczęciem studiów teoretycznych nad ich wytrzymałością. — Kształt ogólny lufy prostej wynika z rozważań, wskazanych we wstępie na str. 67 i 68.

2. *Zastosowanie sposobu wykreślnego.* — Wzory (1), (2), (8) i (9) niniejszego rozdziału wskazują, iż zmiany zarówno naprężeń, jak i odkształceń mogą być przedstawione w postaci równania (1) rozdziału III części 1, wobec czego odnośne wartości mogą być określane metodą wykreślną, stosując nomogramy typu M. d'Ocagne.

I tak, wzór na naprężenie promieniowe

$$P = -\frac{P_0 R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} + \frac{P_0 R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \cdot \frac{R_1^2}{R^2} \quad \dots \quad (1),$$

który możemy napisać, wprowadzając zamiast ciśnień ich stosunek do granicy sprężystości metalu $\frac{P_0}{E}$ i $\frac{P}{E}$, jako

$$\begin{aligned} \frac{P}{E} &= -\frac{P_0}{E} \cdot \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} + \frac{P_0}{E} \cdot \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \cdot \frac{R_1^2}{R^2} \\ \text{lub} \quad -\frac{P_0}{E} \cdot \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} &= -\frac{R_1^2}{R^2} \cdot \frac{P_0 R_0^2}{E(R_1^2 - R_0^2)} + \frac{P}{E} \quad \dots \quad (1') \end{aligned}$$

ma kształt zasadniczego wzoru rozdz. III części 1

$$u_1 = m u_2 + n$$

przyjmując

$$u_1 = -\frac{P_0}{E} \cdot \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \quad \text{i} \quad u_2 = \frac{P_0}{E} \cdot \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2}$$

oznaczymy stosunek $\frac{R_1}{R} = z$; w takim razie $m = -z^2$ i $n = \frac{P}{E}$, czyli

$$u_1 = -z^2 u_2 + \frac{P}{E}.$$

Otrzymamy więc, stosując metodę rozdz. III cz. 1, na wykresie rys. 3*)

— sieć I, czyli sieć „równych ciśnień (naprężeń)”, złożoną z linii prostych, zbieżnych w punkcie O_2 i odcinających na osi $U_1 U_1'$ odcinki odpowiadające w danej skali danemu ciśnieniu (naprężeniu) $\frac{P}{E}$ (w odniesieniu do granicy spręż. E), — np. prosta $O_2 \alpha$, odpowiadająca wartości ciśnienia danego przez $\frac{P}{E} = 0,1$, odcina na osi $U_1 U_1'$ od O_1 odcinek długości 0,1; prosta $O_2 \beta$, odpowiadająca wartości $\frac{P}{E} = 0,2$ — odcinek długości 0,2 i t. d.,

— sieć II, czyli sieć „równych promieni”, złożoną z linii prostych równoległych, i przecinających $O_2 O_1$ w punktach, których odległość od środka O odcinka $O_1 O_2$, wyrazi się wzorem (2) rozdz. III cz. 1, czyli

$$x = -\frac{d}{2} \cdot \frac{m+1}{m-1} = -\frac{d}{2} \cdot \frac{-z^2+1}{-z^2-1} = \frac{d}{2} \cdot \frac{1-z^2}{1+z^2},$$

np. dla $d=20$ i $z=2$ mamy $x=-6$

„ „ „ $z=3$ „ „ $x=-8$ i t. d.

A więc przez każdy punkt płaszczyzny wykresu rys. 3 przechodzić będą dwie proste, z których pierwsza należy do sieci I i odpowiada określonej wartości $\frac{P}{E}$, czyli danemu ciśnieniu P , — druga zaś do sieci II i odpowiada określonej wartości stosunku $\frac{R_1}{R_0}$, czyli danemu promieniowi R . Każdemu stanowi lufy, określonemu przez stosunek jej promieni zewnętrznego i wewnętrznego $\frac{R_1}{R_0}$, oraz przez ciśnienie wewnętrzne P_0 i granicę sprężystości metalu E , odpowiadać będzie pewna prosta, czyli wskaźnik, odcinający na osi $U_2 U_2'$ współrzędną

$$\frac{P_0}{E} \cdot \frac{1}{\left(\frac{R_1}{R_0}\right)^2 - 1}, \quad \text{a na osi } U_1 U_1' \quad - \frac{P_0}{E} \cdot \frac{1}{\left(\frac{R_1}{R_0}\right)^2 - 1};$$

wskaźnik ten przecina linie proste sieci II w punktach, które odpowiadają ciśnieniu $\frac{P}{E}$ panującemu w warstwie, odpowiadającej danej prostej.

Dla przykładu weźmy lufę określoną przez $R_0 = 40$ mm, $R_1 = 120$ mm, $P_0 = 2200$ atm. i $E = 44$ kg : mm², czyli $\frac{R_1}{R_0} = 3$, $\frac{P_0}{E} = \frac{1}{2}$.

*) patrz oddzielne rysunki pod opaską.

Oдноśny wskaźnik, jako linja prosta, będzie zupełnie określony, jeżeli określimy jego dwa punkty; dla $z = 1$, czyli dla powierzchni zewnętrznej rury mamy $\frac{P_0}{E} = 0$, stąd punkt O wskaźnika; dla $z = 3$, czyli dla powierzchni wewnętrznej rury, mamy $\frac{P_0}{E} = \frac{1}{2}$, stąd punkt m ; łącząc m i O otrzymamy szukany wskaźnik, oznaczony linją ciągłą na rys. 3; wskaźnik ten przecina prostą, odpowiadającą $z = 2$, w punkcie, który odpowiada według podziałki wykresu $\frac{P}{E} = 0,18$, czyli że ciśnienie w odnośnej warstwie wynosi $P = 0,18E$ i t. d.

W ten sposób wykres pozwala na określenie ciśnienia P , panującego we wszystkich warstwach; podobne wykresy możemy zbudować i dla naprężeń stycznych, odkształceń i t. d.

Weźmy dla przykładu odkształcenia styczne, które — jak widzieliśmy w p. 1 niniejszego paragrafu — wyrażają się wzorem

$$\varepsilon = \frac{P_0}{M} \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \left[\frac{m-1}{m} + \frac{m+1}{m} \frac{R_1^2}{R^2} \right] \dots \dots (8),$$

co możemy napisać w postaci

$$\frac{M\varepsilon}{E} = \frac{P_0}{E} \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \left[\frac{m-1}{m} + \frac{m+1}{m} \frac{R_1^2}{R^2} \right],$$

co dla współczynnika naprężenia poprzecznego $m = \frac{8}{3}$ daje

$$\frac{P_0}{E} \cdot \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \cdot 0,625 = - \frac{R_1^2}{R^2} \cdot \frac{P_0}{E} \cdot \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \cdot 1,375 + \frac{M\varepsilon}{E}$$

otrzymamy więc — przyjmując jak uprzednio

$$u_1 = - \frac{P_0}{E} \cdot \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \quad u_2 = \frac{P_0}{E} \cdot \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \quad \frac{R_1}{R} = z$$

$$- 0,625 u_1 = - 1,375 z^2 u_2 + \frac{M\varepsilon}{E}.$$

Jeżeli chcemy teraz otrzymać wykres wartości $\frac{M\varepsilon}{E}$, to stosując tę samą metodę, co dla ciśnień, będziemy mieli (rys. 3a*)

— sieć I, czyli sieć równych odkształceń, złożoną z linii prostych, zbieżnych w punkcie O_2 i odcinających na osi $U_1 U_1'$ odcinki odpowiadające

*) patrz rysunki oddzielne pod opaską.

$$-\frac{1}{0,625} \frac{M_{\varepsilon}}{E} = -1,6 \frac{M_{\varepsilon}}{E}, \left(\text{przyjmując dla } \frac{M_{\varepsilon}}{E} \text{ tę samą skalę co uprzednio dla } \frac{P}{E} \right).$$

— sieć II, czyli sieć równych promieni, złożoną z linii prostych równoległych i przecinających O_2O_1 w punktach, których odległość od O wyrazi się wzorem

$$x' = -\frac{d}{2} \cdot \frac{1,375z^2 + 0,625}{1,375z^2 - 0,625}.$$

Ponieważ zachowaliśmy tu te same wartości u_1 i u_2 , co na wykresie ciśnień, wykresy te będą miały wspólny wskaźnik; i tak wskaźnik Ok , odpowiadający na wykresach rys. 3 i 3a stanowi równowagi lufy, scharakteryzowanemu przez $P_0 = 2200 \text{ atm.}$, $E = 44 \text{ kg : mm}^2$, $\frac{R_1}{R_0} = 3$, — przecina prostą odpowiadającą na wykresie odkształceń

$$z = 3 \text{ w punkcie, który odpowiada } \frac{M_{\varepsilon}}{E} = 0,8$$

$$z = 2 \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \frac{M_{\varepsilon}}{E} = 0,38$$

$$z = 1 \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \frac{M_{\varepsilon}}{E} = 0,125,$$

co możemy sprawdzić zapomocą wzoru (8) np. — dla $z = 2$

$$\frac{M_{\varepsilon}}{E} = 0,5 \cdot \frac{1}{8} (0,625 + 1,375 \cdot 4) = 0,383 \text{ i t. d.}$$

(Ze względu na kierunek wskaźników, wykorzystana część sieci I wykresu odkształceń leży ku górze od osi odciętych i nalewo od U_2U_2' , wobec czego dla narysowania jej wystarcza na rzędnej punktu O_3 , określonego przez $O_3O_2 = O_2O_1$, odłożyć odcinki równe $+\frac{1}{0,625} = 1,6$).

Jeżeli teraz, w myśl hipotezy odkształceń przez ślizganie bez tarcia, przyjmiemy, iż warunek, któremu lufa musi czynić zadość, wyraża się przez

$$T + P \leq E \quad \text{czyli} \quad \frac{T + P}{E} \leq 1$$

to wzory

$$\frac{P}{E} = -\frac{P_0}{E} \cdot \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} + \frac{P_0}{E} \cdot \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \cdot \frac{R_1^2}{R^2}$$

$$\frac{T}{E} = \frac{P_0}{E} \cdot \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} + \frac{P_0}{E} \cdot \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \cdot \frac{R_1^2}{R^2}$$

dają

$$\frac{T+P}{E} = 2 \frac{P_0}{E} \cdot \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \cdot \frac{R_1^2}{R^2} = 2u_2 \cdot z^2$$

dla danego stanu lufy, określonego przez dane wartości P_0 , E , R_0 i R_1 , wartość u_2 jest równą współrzędnej, którą odnośny wskaźnik odcina na osi $U_2 U_2'$, czyli $O_2 k$, co w skali tych współrzędnych wynosi 0,0625; a więc w najbardziej obciążonej warstwie, czyli w warstwie wewnętrznej, dla której $z = 3$, będziemy mieli

$$\frac{T+P}{E} = 2 \cdot 0,0625 \cdot 9 = 1,125$$

wynika stąd, iż według hipotezy Coulomb-Malaval lufa $E = 44 \text{ kg} : \text{mm}^2$, $\frac{R_1}{R_0} = 3$ nie może być poddana ciśnieniu wewnętrznemu 2200 atm. bez przekroczenia granicy sprężystości metalu w warstwach wewnętrznych. Ażeby znaleźć w tem założeniu najwyższą moc sprężystą tej lufy, musimy określić wskaźnik jej stanu w ten sposób, aby rzędna u_2 odpowiadała warunkowi

$$2u_2 \cdot 9 = 1 \quad \text{czyli} \quad u_2 = 0,055 = O_2 S$$

co określa nowy wskaźnik OS (oznaczony linią przerywaną na rys. 3); wskaźnik ten przecina prostą $z = 3$ w punkcie odpowiadającym $\frac{P}{E} = 0,44$, z czego wniosek, iż najwyższe dopuszczalne ciśnienie wyniesie $P_0 = 0,44 \cdot 44 \approx 1950 \text{ atm}$.

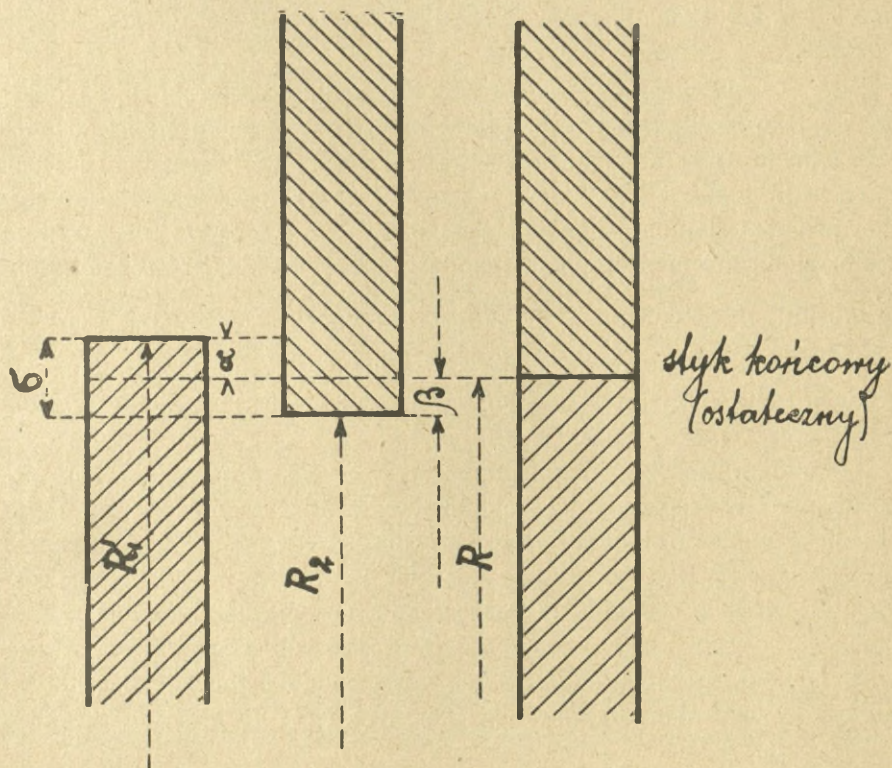
Powyższe zastosowanie nomogramu do obliczania rury prostej ma tylko znaczenie teoretyczne, bo odnośne wyniki otrzymujemy w sposób równie prosty, jeżeli nie szybszy, rachując wzorami; jednakowoż przykład ten ułatwi zrozumienie zastosowania odnośnej metody do obliczania wytrzymałości luf złożonych.

§ 2. Lufy złożone.

1. *Określenia i zasady.* — Ostateczne zastąpienie w artylerji pocisków kulistych pociskami kształtu podłużnego i wynikająca stąd konieczność zastosowania w lufach działowych bródz czyli gwintów dla zapewnienia równowagi pocisku na torze, postawiły już na początku drugiej połowy XIX wieku przed lufami działowymi tak wielkie wymagania co do ich wytrzymałości, że ówcześni konstruktorzy doszli do wniosku, iż lufa pojedyncza, t. j. zrobiona z jednego kawałka, nie będzie w stanie im zadośćuczynić; przystąpiono więc następnie do wyrobu luf t. zw. złożonych.

Lufa złożona składa się z elementów nałożonych jedno na drugie przez bandażowanie; bandażowanie polega na umieszczaniu na rurze prostej lub złożonej, o średnicy zewnętrznej D , — innej rury, również prostej lub złożonej, której średnica wewnętrzna jest mniejsza niż D , czego wynikiem jest *zaciskanie średnicowe*. Stosowane są dwa sposoby wykonania tej operacji, a mianowicie:

a) bandażowanie na gorąco — polega na rozgrzaniu rury zewnętrznej celem nadania jej średnicy wewnętrznej $> D$, na osadzeniu jej na rurę wewnętrzną i na ochłodzeniu zespołu; przy ochładzaniu



Rys. 4.

rura zewnętrzna dąży do powrotu do swych wymiarów początkowych i przylega silnie do rury wewnętrznej, obciskając takową, podczas gdy sama poddana zostaje rozciąganiu.

b) bandażowanie na zimno — wymaga nadania zewnętrznej powierzchni rury wewnętrznej i wewnętrznej powierzchni rury zewnętrznej kształtu stożkowego, przyczem pochylenie tworzących obydwóch stożków winno być jednakowe; część tylna rury wewnętrznej posiada wówczas

średnicę mniejszą, niż przednia część rury zewnętrznej, wobec czego pierwsza rura może być wprowadzona wewnątrz drugiej aż do chwili zetknięcia się powierzchni stożkowych; następnie przy pomocy prasy hydraulicznej wywiera się nacisk na rurę wewnętrzną przy równoczesnem umiejscowieniu rury zewnętrznej, co powoduje wtłoczenie pierwszej do drugiej oraz zaciskanie wzgl. rozciąganie średnicowe tych elementów; ten sposób, zastosowany w budowie lufy a. p. 75 mm wz. 1897, pozwala na urzeczywistnienie jedynie bardzo ograniczonego bandażowania.

Rura wewnętrzna, która może być sama przez się rurą prostą lub złożoną i na którą nakładamy rurę zewnętrzną, nosi nazwę *elementu bandażowanego*, rura zewnętrzna zaś — nazwę *elementu bandażującego*.

2. *Zaciskanie konstrukcyjne*. — Zaciskanie konstrukcyjne σ określa się jako różnica pomiędzy promieniem zewnętrznym elementu bandażowanego a promieniem wewnętrznym elementu bandażującego; jest ono równe sumie $\alpha + \beta$, gdzie α oznacza wartość, o którą został skrócony promień elementu bandażowanego, zaś β oznacza wartość, o którą wydłużył się promień elementu bandażującego (rys. 4); zaciskanie konstrukcyjne sprowadzone do jednostki długości promienia, czyli $\frac{\sigma}{R}$, gdzie R oznacza promień styku, nosi nazwę zaciskania konstrukcyjnego stosunkowego, lub jednostkowego; zwykle nazywamy tę wartość wprost „zaciskaniem”, oznaczając ją symbolem S .

Skutkiem bandażowania powstają w rurze złożonej naprężenia ściskające i rozciągające, a mianowicie bandażowanie wywołuje ściśnięcie wszystkich elementów, umieszczonych wewnątrz tego elementu, umiejscowienie którego odbyło się na ostatnim miejscu, oraz rozciągnięcie tego ostatniego; te naprężenia mają wartość zmienną w różnych warstwach poszczególnych rur, z których składa się rura złożona, a więc operacja wzmacniania czyli bandażowania jest środkiem do wywołania zmiany naprężeń ściskających i rozciągających wewnątrz rury prostej.

Rozpatrzmy dwa elementy № 1 i № 2, z których każdy składa się z pewnej liczby rur uprzednio obandażowanych (rys. 5); nałożenie elementu № 2 na element № 1 z zaciskaniem średnicowem wywołuje zmianę naprężeń rozciągających i ściskających w styku. Niech ΔP wyraża przyrost ciśnienia w styku, wynikający z nałożenia elementu № 2 na element № 1, który to przyrost ciśnienia jest jednakowy na zewnętrznej powierzchni elementu № 1 i na wewnętrznej powierzchni elementu № 2; niech ΔT wyraża przyrost naprężenia ciągnącego na wewnętrznej powierzchni elementu № 2, zaś — $\Delta T'$ przyrost naprężenia

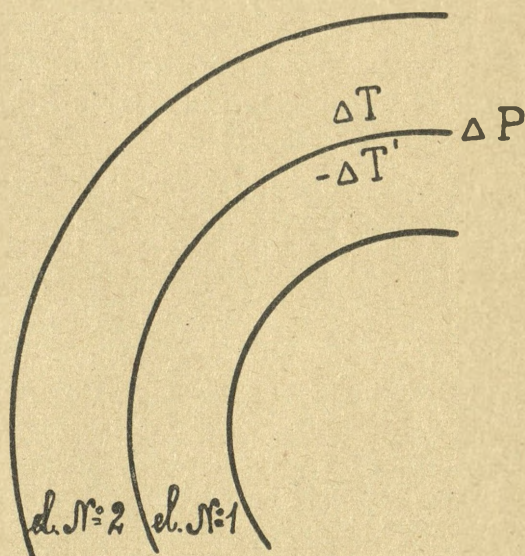
ciągnącego na zewnętrznej powierzchni elementu № 1; przyrost naprężenia ciągnącego będziemy uważali za dodatni, jeżeli wartość tego naprężenia ciągnącego wzrasta, — i za ujemny, jeżeli ta sama wartość zmniejsza się; w ten sposób $\Delta T > 0$, gdyż operacja bandażowania elementu № 1 przez element № 2 wywołuje rozciągnięcie warstwy wewnętrznej elementu № 2, — zaś $-\Delta T' < 0$, gdyż warstwa zewnętrzna elementu № 1 zostaje ściśniętą.

Wynika stąd, iż skutek wyżej wymienionej operacji bandażowania warstwa wewnętrzna elementu № 2 wydłuża się pod działaniem dwóch naprężeń wzajemnie prostopadłych: ciągnącego ΔT i ściskającego ΔP ; rozciągnięcie jednostkowe w warstwie wewnętrznej elementu № 2, a więc i wydłużenie jednostkowe promienia powierzchni wewnętrznej tego elementu wyrazi się wzorem

$$\epsilon' = \frac{1}{M} \left(\Delta T + \frac{\Delta P}{m} \right),$$

gdzie jak zawsze M oznacza moduł Younga, zaś m współczynnik przewężenia poprzecznego; wydłużenie całkowite β tegoż promienia R będzie więc

$$\beta = \frac{R}{M} \left(\Delta T + \frac{\Delta P}{m} \right).$$



Rys. 5.

Warstwa zewnętrzna elementu № 1 wskutek wyżej wymienionej operacji bandażowania doznaje wydłużenia (ujemnego czyli skrócenia) α pod działaniem dwóch wzajemnie prostopadłych naprężeń ściskających — $\Delta T'$ i ΔP , a więc

$$\alpha = \frac{R}{M} \left(-\Delta T' - \frac{\Delta P}{m} \right),$$

ponieważ zaś mieliśmy (rys 4)

$$\alpha + \beta = \sigma \quad \text{i} \quad S = \frac{\sigma}{R},$$

więc

$$\sigma = \frac{R}{M} (\Delta T - \Delta T')$$

czyli

$$MS = \Delta T - \Delta T' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13),$$

Przypuśćmy teraz, iż zespół połączonych elementów №№ 1 i 2 zostanie poddany jednostajnemu ciśnieniu, np. przez obandażowanie kilkoma szeregami pierścieni; wywoła to nowe zmiany naprężeń na stykających się ze sobą powierzchniach elementu № 1 i elementu № 2, a mianowicie:

na powierzchni wewnętrznej elementu № 2 przyrost naprężenia ciągnącego — τ i przyrost naprężenia ściskającego π ,

na powierzchni zewnętrznej elementu № 1 przyrost naprężenia ciągnącego — τ' i przyrost naprężenia ściskającego π ;

(przyrost naprężenia ściskającego jest ten sam z obu stron styku) pod wpływem tych przyrostów naprężeń wydłużenie ujemne (czyli skrócenie) promieni rozpatrywanych stykających się ze sobą powierzchni wyniesie:

$$\text{dla wewnętrznej powierzchni elementu № 2} \left(-\tau - \frac{\pi}{m} \right) \frac{R}{M},$$

$$\text{dla zewnętrznej powierzchni elementu № 1} \left(-\tau' - \frac{\pi}{m} \right) \frac{R}{M},$$

ponieważ obie wymienione warstwy pozostają we wzajemnem zetknięciu się ze sobą, więc odkształcenia wyżej wymienionych 2 promieni są sobie równe, z czego wynika, iż $\tau' = \tau$, czyli że dodanie nowego elementu bandażującego lub też wywarcie nawewnątrz lub nazewnątrz zespołu połączonych elementów №№ 1 i 2 jakiegokolwiek nowego ciśnienia, wywołuje jednakowe przyrosty naprężeń ciągnących na stykających się ze sobą powierzchniach tych elementów, a więc różnica między temi naprężeniami nie doznaje zmiany, czyli że zaciskanie pozostaje bez zmiany

$$MS = \Delta T - \Delta T'.$$

Wynika stąd, iż w lufie wzmocnionej, złożonej z dowolnej ilości elementów, zaciskanie konstrukcyjne S_k w styku № k jest zawsze proporcjonalne do różnicy $(\Delta T - \Delta T')$ przyrostów naprężeń ciągnących na obydwóch powierzchniach styku, i to zarówno w każdej chwili budowy lufy, jak i w każdej chwili jej służby, t. j. bez względu na to, jakie będzie ciśnienie panujące wewnątrz lub nazewnątrz lufy w stanie wykończonym. W szczególności możemy brać przyrosty naprężeń ciągnących lub ściskających, odpowiadających danemu jakimukolwiek stanowi równowagi lufy, w stosunku do tychże naprężeń istniejących po obu stronach danego styku w chwili skutecznego obandażowania.

Uwaga. W poprzednich rozważaniach, dotyczących wzoru zaciskania, mówiąc o promieniach powierzchni zewnętrznej elementu № 1 i wewnętrznej elementu № 2, braliśmy we wzorach wartości R , promienia końcowego czyli ostatecznego styku tych powierzchni. Ściśle mówiąc, należy odróżniać ten promień styku od następujących promieni początkowych (rys. 4)

R_2 początkowy promień wewnętrzny elementu № 2,
 R'_1 „ „ zewnętrzny „ № 1.

Jednakowoż z dostateczną dla praktyki ścisłością możemy w tych wzorach przyjmować bez różnicy bądź R , bądź R_2 , bądź R'_1 ; w rzeczy samej przyjęliśmy określenie zaciskania jako

$$S = \frac{R'_1 - R_2}{R}.$$

ponieważ $R_2 < R < R'_1$, więc

$$\frac{R'_1 - R_2}{R_2} > \frac{R'_1 - R_2}{R} > \frac{R'_1 - R_2}{R'_1}$$

stosowane w praktyce zaciskanie nigdy nie przekracza 0,002 (najwyżej 1,7 mm na metr), czyli

$$\frac{R'_1 - R_2}{R_2} < 0,002$$

mamy skądinąd

$$\frac{R'_1}{R_2} = 1 + \frac{R'_1 - R_2}{R_2},$$

a więc

$$\begin{aligned} \frac{R'_1 - R_2}{R'_1} &= \frac{\left(\frac{R'_1 - R_2}{R_2}\right)}{\left(\frac{R'_1}{R_2}\right)} = \frac{\frac{R'_1 - R_2}{R_2}}{1 + \frac{R'_1 - R_2}{R_2}} = \frac{R'_1 - R_2}{R_2} - \left(\frac{R'_1 - R_2}{R_2}\right)^2 + \\ &+ \left(\frac{R'_1 - R_2}{R_2}\right)^3 - \dots \end{aligned}$$

czyli

$$\frac{R'_1 - R_2}{R_2} - \frac{R'_1 - R_2}{R'_1} < 0,000004,$$

co w praktyce konstrukcyjnej stanowi różnicę z którą można się nie liczyć; możemy więc przyjąć jako wartość zaciskania S

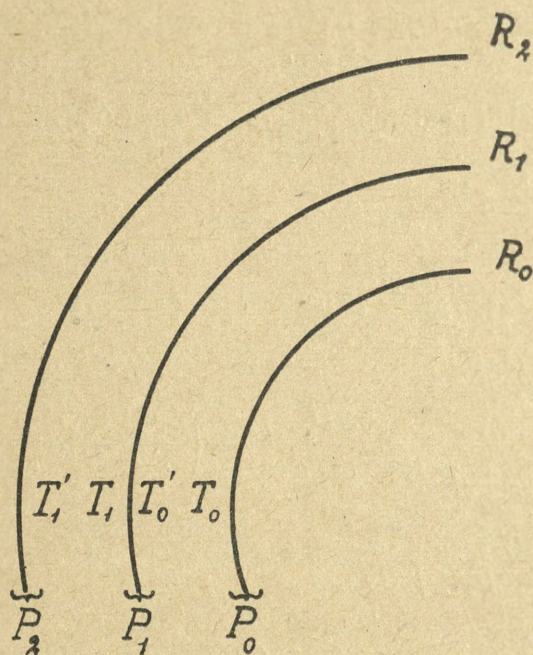
$$\text{bądź } \frac{R'_1 - R_2}{R_2}, \text{ bądź } \frac{R'_1 - R_2}{R}, \text{ bądź } \frac{R'_1 - R_2}{R'_1}.$$

Należy zauważyć, iż wspomniany stopień przybliżenia przedstawia analogię z tem, co widzieliśmy przy wyprowadzeniu ogólnych wzorów w teorii sprężystości, w których odrzucamy iloczyny odkształceń przez odkształcenia, wzgl. wyższe potęgi odkształceń.

Składną, przy obliczaniu odkształceń promieni, możemy również brać R zamiast R_2 wzgl. R_1' , gdyż różnica $(R_1' - R_2)$ jest nieznaczna; otrzymany stąd błąd jest mniejszy, niż S .

3. *Obliczenie naprężeń.* — Znając wartości zaciskania, możemy obliczyć naprężenia ciągnące i ściskające w styku poszczególnych elementów, a to na zasadzie wzorów Lamé'go. Rozpatrzmy np. dwa elementy, dla których promienie styków oraz naprężenia wskazane są na rys. 6; równania Lamé'go dają tu:

$$\begin{aligned} T_0 - P_0 &= T_0' - P_1 & T_1 - P_1 &= T_1' - P_2 \\ (T_0 + P_0) R_0^2 &= (T_0' + P_1) R_1^2 & (T_1 + P_1) R_1^2 &= (T_1' + P_2) R_2^2 \end{aligned}$$



Rys. 6.

R_2 co razem z wzorem na zaciskanie

$$MS_1 = T_1 - T_0'$$

R_1 daje 5 równań; w równaniach tych znamy ciśnienie wewnętrzne P_0 (przy strzale ciśnienie gazów prochowych), oraz ciśnienie zewnętrzne P_2 , czyli ciśnienie atmosferyczne, które przyjmujemy jako równe zeru; pozostaje 5 niewiadomych w 5 równaniach, co rozwiązuje zadanie. Zadanie to jest więc bardzo proste, jeżeli idzie o rurę złożoną z dwóch elementów, ale komplikuje się znacznie, gdy ilość elementów, wzrasta.

Przypuśćmy, iż mamy n elementów; wartości, które musimy określić, są to naprężenia ściskające i naprężenia ciągnące na powierzchniach wewnętrznej i zewnętrznej każdego elementu, czyli 4 wartości dla każdego elementu, a dla n elementów $4n$; z pośród tych $4n$ wartości znamy:

ciśnienie wewnętrzne P_0 ,

ciśnienie zewnętrzne na zewnętrzną powierzchnię ostatniego elementu (czyli ciśnienie atmosferyczne), pozostaje więc $(4n - 2)$ niewiadomych, od czego należy odjąć $(n - 1)$, gdyż w każdym z $(n - 1)$ styków naprężenia ściskające są jednakowe na wewnętrznej powierzchni elementu bandażującego i na zewnętrznej powierzchni elementu bandażowanego, co daje nam ogółem ilość niewiadomych

$$4n - 2 - (n - 1) = 3n - 1.$$

Dla określenia tych niewiadomych mamy następującą ilość równań: dwa równania Lamé'go dla każdego elementu, czyli $2n$ równań, jedno równanie zaciskania w każdym styku, czyli $(n - 1)$ równań, — ogółem $2n + n - 1 = 3n - 1$ równań czyli system $(3n - 1)$ równań z $(3n - 1)$ niewiadomymi; zadanie więc jest rozwiązane, jednak obliczenia stają się bardzo żmudne, gdy n wzrasta.

4. *Połączenie stanów równowagi.* — Zasada połączenia stanów równowagi pozwala rozwiązać powyższe zadanie w sposób o wiele prostszy. Zasada ta jest logiczną konsekwencją prawa Hooke'a i wyraża się w sposób następujący.

Jeżeli próbka pod wpływem naprężenia ciągnącego T_1 doznaje wydłużenia L_1 , a pod wpływem napr. ciągnącego T_2 doznaje wydłużenia L_2 — to ta sama próbka pod wpływem naprężenia ciągnącego $(T_1 + T_2)$ dozna wydłużenia $(L_1 + L_2)$.

Jeżeli próbka jest poddana równocześnie dwom wzajemnie prostopadłym naprężeniom: ciągnącemu T_1 i ściskającemu P_1 , to, jak widzieliśmy uprzednio, dozna ona wydłużenia $\left(T_1 + \frac{P_1}{m}\right) \cdot \frac{1}{M}$; jeżeli będzie ona następnie poddana naprężeniom: ciągnącemu $(T_1 \pm T_2)$ i ściskającemu $(P_1 \pm P_2)$, to doświadczenie wskazuje, iż otrzymane przez próbkę wydłużenie wyniesie $\left(T_1 \pm T_2 + \frac{P_1 \pm P_2}{m}\right) \frac{1}{M}$, czyli że i tutaj wydłużenie to stanowi sumę wydłużeń, których próbka doznałaby pod oddzielnem działaniem naprzed naprężeń T_1 i P_1 , następnie zaś naprężeń T_2 i P_2 ; zachodzi więc i tu połączenie stanów równowagi.

Te wnioski dotyczą nietylko próbki, ale i rury pojedynczej (prostej); widzieliśmy uprzednio (cz. 1 Rozdział I § 8), iż w rurze pojedynczej mamy

$$d(PR) + TdR = 0 \quad (\text{równanie równowagi}),$$

$$d(TR) + PdR = 0 \quad (\text{równanie ciągłości}),$$

jeżeli więc będziemy dla jednej i tej samej rury mieli dwa stany równowagi (A) i (B), określone przez

$$(A) \begin{cases} d(P_1 R) + T_1 dR = 0 \\ d(T_1 R) + P_1 dR = 0 \end{cases}$$

$$(B) \begin{cases} d(P_2 R) + T_2 dR = 0 \\ d(T_2 R) + P_2 dR = 0 \end{cases}$$

to otrzymamy (C)
$$\begin{cases} d[(P_1 \pm P_2)R] + (T_1 \pm T_2)dR = 0 \\ d[(T_1 \pm T_2)R] + (P_1 \pm P_2)dR = 0 \end{cases}$$

który to system równań wskazuje, iż połączenie stanów równowagi, określonych przez (A) i (B), daje stan równowagi (C). Podobnie, jak wyprowadzone z równań równowagi i ciągłości wzory Lamé'go, dają

$$T = P \frac{R_1^2 + R^2}{R_1^2 - R^2} \dots \dots \dots (7),$$

również z systemu (C) wynika, iż

$$T_1 \pm T_2 = (P_1 \pm P_2) \frac{R_1^2 + R^2}{R_1^2 - R^2}.$$

Jeżeli więc w danej rurze w pierwszym stanie równowagi ciśnieniu P_1 odpowiada naprężenie ciągnące T_1 , a w drugim stanie równowagi ciśnieniu P_2 odpowiada naprężenie ciągnące T_2 , — to w stanie równowagi, odpowiadającym równoczesnemu działaniu ciśnień $(P_1 \pm P_2)$, ciśnieniu $(P_1 \pm P_2)$ odpowiadać będzie naprężenie ciągnące $(T_1 \pm T_2)$; mamy więc połączenie stanów równowagi w rurze zupełnie tak samo, jak w próbkach.

Z zasady połączenia stanów równowagi wynika, iż wzory, wyprowadzone ze wzorów Lamé'go, dające naprężenia w każdym punkcie ścianki rury pojedynczej, mogą być stosowane do rury złożonej pod warunkiem, aby dołączyć do naprężeń ciągnących i ściskających, które powstałyby w fikcyjnej rurze pojedynczej, mającej ten sam promień wewnętrzny i tę samą grubość, co rozpatrywana rura złożona, i podanej temu samemu ciśnieniu wewnętrznemu P_0 , — naprężenia ciągnące i ściskające, istniejące uprzednio w rozpatrywanej rurze złożonej i spowodowane przez bandażowanie.

A więc rura złożona może być obliczona w ten sam sposób, jak i rura pojedyncza pod warunkiem przyjęcia pod uwagę skutków bandażowania. Wszystkie odnośne wzory § 1 będą mogły być zastosowane pod warunkiem, aby te wartości, które w rurze pojedynczej nazywaliśmy ciśnieniami względnie naprężeniami ściskającymi lub ciągnącymi, uważać tu za przyrosty ciśnień względnie naprężeń ściskających lub ciągnących; tak np. jeżeli w stosunku do rury pojedynczej o promieniach wewnętrznym R_0 i zewnętrznym R_1 mówiliśmy, iż pod

wpływem ciśnienia wewnętrznego P_0 warstwa wewnętrzna otrzymuje naprężenie ciągnące

$$T_0 = P_0 \frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \dots \dots \dots (7');$$

w stosunku do rury złożonej, o tych samych wymiarach powiemy, iż: przyrostowi wewnętrznego ciśnienia ΔP_0 odpowiada w warstwie wewnętrznej przyrost naprężenia ciągnącego, określony wzorem

$$\Delta T_0 = \Delta P_0 \frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2}.$$

Wynika stąd również wniosek następujący: jeżeli w rurze pojedynczej ciśnieniu wewnętrznemu P_0 odpowiada dane odkształcenie sprężyste w warstwie wewnętrznej, to to samo odkształcenie sprężyste w tej samej warstwie lufy złożonej, posiadającej te same wymiary, odpowie przyrostowi ciśnienia wewnętrznego, równemu P_0 ; innymi słowy, *odkształcenia pod działaniem danego ciśnienia wewnętrznego w rurze obandażowanej są równe tym samym odkształceniom w rurze pojedynczej, mającej te same wymiary wewnętrzne i zewnętrzne.*

5. *Obliczenie zaciskania.* — Obliczenie to ma na celu określenie zaciskania, które należy wytworzyć pomiędzy poszczególnymi elementami lufy w czasie jej budowy, ażeby naprężenia ciągnące i ściskające miały określone wartości; weźmy rurę złożoną z $(n+1)$ elementów, oznaczmy przez (rys. 7)

$R_0, R_1 \dots R_k \dots R_n, R_{n+1}$	promienie styków i rury,
1 k n, n+1	Numery elementów,
1 k n	Numery styków,
$E_1 \dots E_k \dots E_n, E_{n+1}$	granice spręż. metalu elementów,
$S_1 \dots S_k \dots S_n$	wartości zaciskania w stykach,
$P_0, P_1 \dots P_k \dots P_n, P_{n+1}$	ciśnienia: $\begin{cases} P_0 \text{ wewnętrzne, od } P_1 \text{ do } P_n \text{ w stykach,} \\ P_{n+1} \text{ zewnętrzne,} \end{cases}$
$T_0, T_1 \dots T_k \dots T_n,$	napr. ciagn. w warstw. wewn. każdego elem.
$T'_0, T'_1 \dots T'_k \dots T'_n$	" " " zewnętrzn. " "

wyobraźmy sobie, iż k elementów zostało już scalone, i że na ten zespół k elementów mamy nałożyć element № $k+1$; obliczmy odnośne zaciskanie. Widzieliśmy, iż zaciskanie mnożone przez moduł Younga jest w każdej chwili równe różnicy przyrostów naprężeń ciągnących na obydwóch powierzchniach styku (między innymi i w okresie między stanem rozpatrywanym i stanem w chwili scalenia)

$$MS = \Delta T - \Delta T'.$$

W chwili strzału przyrost naprężenia ciągnącego w warstwie wewnętrznej elementu bandażującego równa się naprężeniu ciągnącemu T_k minus naprężenie ciągnące, które istniało w tej warstwie w chwili scalania i było wówczas równem zeru; mamy więc

$$\Delta T = T_k.$$

Co się tyczy warstwy zewnętrznej elementu bandażowanego, to obliczenie odnośnego przyrostu naprężenia ciągnącego wykonamy w sposób następujący. W chwili strzału element bandażowany stanowi rurę, poddaną wewnątrz przyrostowi ciśnienia P_0 (ponieważ w chwili scalania ciśnienie wewnętrzne było ciśnienie atmosferyczne, przyjmowane tu równem zeru), a na zewnątrz przyrostowi ciśnienia P_k , które mu jest przekazane przez element bandażujący (ponieważ w chwili scalania ciśnienie zewnętrzne też było równe zeru); przyrost naprężenia ciągnącego $\Delta T'$ na zewnętrznej powierzchni elementu bandażowanego wyrazi się — na mocy zasady połączenia stanów równowagi — przez sumę 2 przyrostów, z których pierwszy $\Delta t_1'$ wynikłby wskutek przyrostu ciśnienia wewnętrznego P_0 , — a drugi $\Delta t_2'$ wskutek przyrostu ciśnienia zewnętrznego P_k ; a więc

$$\Delta T' = \Delta t_1' + \Delta t_2'.$$

Przyrost $\Delta t_1'$ możemy obliczyć, jako naprężenie ciągnące na zewnętrznej powierzchni rury pojedynczej (o promieniach: zewnętrznym R_k i wewnętrznym R_0) poddanej wewnętrznemu ciśnieniu P_0 ; w tym celu wystarczy we wzorze 2 (§ 1 Rozdz. I cz. 2) przyjąć $R = R_1 = R_k$, co da

$$\Delta t_1' = P_0 \frac{2R_0^2}{R_k^2 - R_0^2}.$$

Przyrost $\Delta t_2'$ możemy obliczyć, jako naprężenie ciągnące na wewnętrznej powierzchni rury pojedynczej (o promieniach: zewnętrznym R_k i wewnętrznym R_0) poddanej zewnętrznemu ciśnieniu P_k ; w tym celu wystarczy we wzorach (20) § 7 Rozdz. I cz. 1 przyjąć $R = R_1 = R_k$; $P_0 = 0$; $P_1 = P_k$

$$\Delta t_2' = -P_k \frac{R_k^2 + R_0^2}{R_k^2 - R_0^2}, \text{ a więc } \Delta T' = P_0 \frac{2R_0^2}{R_k^2 - R_0^2} - P_k \frac{R_k^2 + R_0^2}{R_k^2 - R_0^2}$$

$$MS_k = \Delta T - \Delta T' = T_k - P_0 \frac{2R_0^2}{R_k^2 - R_0^2} + P_k \frac{R_k^2 + R_0^2}{R_k^2 - R_0^2}. \quad (14).$$

Wzór (14), do którego wchodzi naprężenie ciągnące T_k oraz ciśnienia P_0 i P_k , może być przekształcony w ten sposób, aby zawierał

Wyeliminujmy T' w powyższych równaniach, wziętych po 2; otrzymamy wówczas, zauważając, że P_{n+1} (ciśnienie atmosferyczne) możemy wziąć w przybliżeniu $= 0$

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= \frac{2R_1^2}{R_1^2 + R_0^2} P_1 + \frac{R_1^2 - R_0^2}{R_1^2 + R_0^2} T_0 \\ P_1 &= \frac{2R_2^2}{R_2^2 + R_1^2} P_2 + \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_2^2 + R_1^2} T_1 \\ &\dots \dots \dots \\ P_k &= \frac{2R_{k+1}^2}{R_{k+1}^2 + R_k^2} P_{k+1} + \frac{R_{k+1}^2 - R_k^2}{R_{k+1}^2 + R_k^2} T_k \\ &\dots \dots \dots \\ P_{n-1} &= \frac{2R_n^2}{R_n^2 + R_{n-1}^2} P_n + \frac{R_n^2 - R_{n-1}^2}{R_n^2 + R_{n-1}^2} T_{n-1} \\ P_n &= 0 + \frac{R_{n+1}^2 - R_n^2}{R_{n+1}^2 + R_n^2} T_n \end{aligned} \right\} (n+1 \text{ równań.})$$

Maksymalna teoretyczna wytrzymałość lufy złożonej będzie, rzecz prosta, osiągnięta wtedy, gdy promienie styków i zaciśnięcia w stykach będą obliczone w ten sposób, aby wszystkie elementy doszły do granicy sprężystości w ich warstwach wewnętrznych w chwili, gdy prężność gazów prochowych w chwili strzału osiąga swe maximum. Jak wiemy (na zasadzie hipotezy Coulomb'a) będzie to urzeczywistnione dla elementu № $(k+1)$, t. j. w styku № k , wtenczas, gdy zadość uczynimy równaniu

$$T_k + P_k = E_{k+1}$$

oznaczając przez E_{k+1} granicę sprężystości metalu danego elementu.

Przenieśmy wartość $T_k = E_{k+1} - P_k$ w odnośne równanie ostatniego szeregu $(n+1)$ równań:

$$P_k = \frac{2R_{k+1}^2}{R_{k+1}^2 + R_k^2} P_{k+1} + \frac{R_{k+1}^2 - R_k^2}{R_{k+1}^2 + R_k^2} (E_{k+1} - P_k)$$

czyli

$$P_k \left(1 + \frac{R_{k+1}^2 - R_k^2}{R_{k+1}^2 + R_k^2} \right) = \frac{2R_{k+1}^2}{R_{k+1}^2 + R_k^2} P_{k+1} + \frac{R_{k+1}^2 - R_k^2}{R_{k+1}^2 + R_k^2} E_{k+1},$$

a więc

$$P_k = P_{k+1} + \frac{1}{2} E_{k+1} \left(1 - \frac{R_k^2}{R_{k+1}^2} \right),$$

otrzymamy więc nowy szereg $(n+1)$ równań:

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= P_1 + \frac{1}{2} E_1 \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2} \right) \\ P_1 &= P_2 + \frac{1}{2} E_2 \left(1 - \frac{R_1^2}{R_2^2} \right) \\ &\dots \dots \dots \\ P_k &= P_{k+1} + \frac{1}{2} E_{k+1} \left(1 - \frac{R_k^2}{R_{k+1}^2} \right) \\ &\dots \dots \dots \\ P_{n-1} &= P_n + \frac{1}{2} E_n \left(1 - \frac{R_{n-1}^2}{R_n^2} \right) \\ P_n &= P_{n+1} + \frac{1}{2} E_{n+1} \left(1 - \frac{R_n^2}{R_{n+1}^2} \right) \end{aligned} \right\} (n+1) \text{ równań. } \dots (16),$$

dodając te równania między sobą i biorąc w przybliżeniu (jak uprzednio) $P_{n+1} = 0$, otrzymamy

$$P_0 = \frac{1}{2} E_1 \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2} \right) + \dots + \frac{1}{2} E_{k+1} \left(1 - \frac{R_k^2}{R_{k+1}^2} \right) + \dots + \frac{1}{2} E_{n+1} \left(1 - \frac{R_n^2}{R_{n+1}^2} \right) \dots \dots \dots (17),$$

ponieważ zaś $\frac{1}{2} E_{k+1} \left(1 - \frac{R_k^2}{R_{k+1}^2} \right)$ jest, stosownie do tego, co widzieliśmy dla rury prostej, maksymalną teoretyczną wytrzymałością odnośnego elementu, dochodzimy do wniosku, że *maksymalna teoretyczna wytrzymałość lufy złożonej, jest równa sumie maksymalnych teoretycznych wytrzymałości rur, z których składa się ta lufa złożona.*

$$P_0 = \Sigma \left[\frac{1}{2} E_{k+1} \left(1 - \frac{R_k^2}{R_{k+1}^2} \right) \right].$$

7. *Określenie zaciskania w rurze złożonej, obciążonej do jej najwyższej wytrzymałości teoretycznej.* — Wzór (14) daje zaciskanie w styku № k

$$MS_k = T_k - P_0 \frac{2R_0^2}{R_k^2 - R_0^2} + P_k \frac{R_k^2 + R_0^2}{R_k^2 - R_0^2} \dots \dots (14)$$

ponieważ w rurze złożonej, obciążonej do jej najwyższej wytrzymałości teoretycznej, mamy

$$T_k + P_k = E_{k+1},$$

więc

$$T_k = E_{k+1} - P_k$$

podstawiając tę wartość T_k do wzoru (14), otrzymamy

$$MS_k = E_{k+1} + (P_k - P_0) \frac{2R_0^2}{R_k^2 - R_0^2} \quad \dots \quad (18)$$

składając przez zsumowanie k pierwszych równań (16) otrzymamy

$$P_0 = P_k + \frac{1}{2} E_1 \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2}\right) + \dots + \frac{1}{2} E_k \left(1 - \frac{R_{k-1}^2}{R_k^2}\right)$$

$$\text{czyli} \quad P_k - P_0 = - \left[\frac{1}{2} E_1 \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2}\right) + \dots + \frac{1}{2} E_k \left(1 - \frac{R_{k-1}^2}{R_k^2}\right) \right]$$

wobec tego równanie (18) daje

$$MS_k = E_{k+1} - \left[\frac{1}{2} E_1 \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2}\right) + \dots + \frac{1}{2} E_k \left(1 - \frac{R_{k-1}^2}{R_k^2}\right) \right] \frac{2R_0^2}{R_k^2 - R_0^2} \quad (18')$$

widzimy więc, iż w danym razie zaciskanie w styku № k zależy tylko od wartości promieni od R_0 do R_k oraz od granic sprężystości $(k+1)$ pierwszych elementów; jest ono niezależne od liczby elementów umieszczonych powyżej elementu № $(k+1)$, od ich granicy sprężystości i od ich zacisków.

8. *Najwyższa praktyczna wytrzymałość lufy złożonej, czyli jej moc sprężysta.* — Jeżeli zastosować wskazane w § 7 teoretyczne wartości zaciskania, obliczone w ten sposób, aby przy strzale każdy element rury złożonej osiągał swą granicę sprężystości, to może się zdarzyć, iż warstwa wewnętrzna w stanie spoczynku przekroczy swą granicę sprężystości i ulegnie zgnieceniu. W obecnej części niniejszej pracy (teoria luf niesamowzmocnionych) nie możemy tego dopuścić, ponieważ idzie nam o to, aby ani w stanie spoczynku, ani przy strzale, żadna warstwa metalu nie przekroczyła swej granicy sprężystości.

A więc w tem założeniu, maximum wytrzymałości lufy zostanie osiągnięte wtedy, gdy naprężenie styczne w warstwie wewnętrznej w stanie spoczynku t_0 stanie się równem E , t. j. granicy sprężystości na ściskanie.

Stosując do takiej lufy złożonej o promieniach: R_0 i R_1 , zasadę połączenia stanów równowagi (§ 4), widzimy iż:

— w fikcyjnej rurze pojedynczej, posiadającej te same wymiary, co rozpatrywana lufa złożona, pod wpływem ciśnienia P_0 powstaną w warstwie wewnętrznej naprężenia styczne $|T_0|_f = P_0 \frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2}$ i ciśnienie P_0 ,

— na skutek bandażowania powstały:

naprężenie styczne — t_0 i ciśnienie 0,

a więc na mocy powyższej zasady rzeczywiste naprężenia w warstwie wewnętrznej rury złożonej będą:

$$\text{naprężenie styczne } T_0 = |T_0|_f - t_0 = P_0 \frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} - t_0$$

i ciśnienie P_0

skądinąd

$$t_0 = E$$

według hipotezy odkształceń przez ślizganie bez tarcia, najwyższe ciśnienie P_0 , które będzie mogła wytrzymać taka rura złożona, przy strzale wyniesie

$$T_0 + P_0 = P_0 \frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} - t_0 + P_0 = E, \text{ a ponieważ } t_0 = E$$

więc

$$2P_0 \frac{R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} = 2E$$

czyli

$$P_0 = E \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2} \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19),$$

ponieważ zaś najwyższa moc sprężysta rury pojedynczej o promieniach R_0 i R_1 wynosi (wzór 12)

$$P_0 = \frac{1}{2} E \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2} \right),$$

a więc wzór (19) dowodzi, iż *najwyższa moc sprężysta w rurze złożonej nie może przekroczyć podwójnej wartości najwyższej mocy sprężystej rury pojedynczej, zrobionej z tego samego metalu i posiadającej te same wymiary.*

9. Wpływ poszczególnych czynników na wytrzymałość lufy złożonej.

a) wpływ ilości elementów — widzieliśmy uprzednio, iż najwyższa teoretyczna wytrzymałość lufy złożonej z $(n+1)$ elementów wyraża się wzorem (17)

$$P_0 = \frac{1}{2} E_1 \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2} \right) + \dots + \frac{1}{2} E_{k+1} \left(1 - \frac{R_k^2}{R_{k+1}^2} \right) + \dots + \frac{1}{2} E_{n+1} \left(1 - \frac{R_n^2}{R_{n+1}^2} \right)$$

jeżeli wszystkie elementy są zrobione z jednego i tego samego metalu, czyli jeżeli $E_1 = \dots = E_{k+1} = \dots = E_{n+1} = E$, to wzór (17) przyjmuje postać

$$P_0 = \frac{1}{2} E \left[n+1 - \left(\frac{R_0^2}{R_1^2} + \dots + \frac{R_k^2}{R_{k+1}^2} + \dots + \frac{R_n^2}{R_{n+1}^2} \right) \right] \quad . \quad (20)$$

przypuśćmy, iż zastąpimy element № $(k+1)$ (promienie R_k i R_{k+1})

przez dwa elementy: pierwszy o promieniach R_k i R , drugi o promieniach R i R_{k+1} , tak iż

$$R_k < R < R_{k+1}$$

teoretyczna najwyższa wytrzymałość tej nowej rury złożonej wyrazi się wzorem

$$P_0' = \frac{1}{2} E \left[n + 2 - \left(\frac{R_0^2}{R_1^2} + \dots + \frac{R_k^2}{R^2} + \frac{R^2}{R_{k+1}^2} + \dots + \frac{R_n^2}{R_{n+1}^2} \right) \right] \quad (21)$$

a więc

$$\begin{aligned} P_0' - P_0 &= \frac{E}{2} \left(1 - \frac{R_k^2}{R^2} - \frac{R^2}{R_{k+1}^2} + \frac{R_k^2}{R_{k+1}^2} \right) = \\ &= \frac{E}{2} \cdot \frac{R^2 R_{k+1}^2 - R_k^2 R_{k+1}^2 - R^4 + R_k^2 R^2}{R^2 R_{k+1}^2} = \frac{E (R_{k+1}^2 - R^2) (R^2 - R_k^2)}{2 R^2 R_{k+1}^2} \end{aligned}$$

ponieważ zaś $R_{k+1} > R$ i $R > R_k$ więc $P_0' - P_0 > 0$

czyli: *najwyższa teoretyczna wytrzymałość lufy złożonej z elementów, zrobionych z jednego i tego samego metalu, wzrasta wraz z liczbą elementów.*

b) *wpływ zaciskania* — jest rzeczą oczywistą, iż wytrzymałość lufy złożonej wzrasta wraz z powiększeniem zaciskania z tem zastrzeżeniem, aby zaciskania nie przekroczyły tych wartości, dla których w czasie spoczynku lub w chwili strzału warstwa wewnętrzna jednego z elementów przekroczy swą granicę sprężystości i otrzyma odkształcenie trwałe (porównaj § 8). W praktyce wartość zaciskania nie przekracza 1,7 mm na metr, czyli 0,0017, lecz często zmuszeni jesteśmy pozostawać poniżej tej granicy, aby uniknąć zgniecenia metalu; dawniej przyjmowano dla zaciskania wartość stałą pośrednią 0,0015, gdyż lufy nie były wyrabiane z dokładnością taką, aby można było narzucać konstruktorom ściśle określone i wynikające z obrachunku warunki zaciskania, które zmieniają się stosownie do okoliczności; obecnie konstruktorzy gwarantują w zaciskaniach dokładność 0,0001, wobec czego można nadawać zaciskaniom wartości, które daje teoria.

c) *wpływ promieni styków; prawo Gadolina.* — Rozpatrzmy wzór (20) najwyższej teoretycznej wytrzymałości lufy złożonej z $(n+1)$ elementów zrobionych z tego samego metalu.

$$P_0 = \frac{1}{2} E \left[(n+1) - \left(\frac{R_0^2}{R_1^2} + \frac{R_1^2}{R_2^2} + \dots + \frac{R_k^2}{R_{k+1}^2} + \dots + \frac{R_n^2}{R_{n+1}^2} \right) \right]$$

szereg $\frac{R_0^2}{R_1^2}, \frac{R_1^2}{R_2^2}, \dots, \frac{R_n^2}{R_{n+1}^2}$ ma tę właściwość, iż iloczyn wszystkich wyrazów równa się $\frac{R_0^2}{R_{n+1}^2}$, a więc wielkości stałej, wobec czego suma odnośnych wyrazów osiąga swą wartość najmniejszą wtedy, gdy

$$\frac{R_0^2}{R_1^2} = \frac{R_1^2}{R_2^2} = \dots = \frac{R_n^2}{R_{n+1}^2}$$

innemi słowy P_0 osiągnie swą wartość największą wówczas, gdy promienie styków będą tworzyły postęp geometryczny (twierdzenie to było dowiedzione po raz pierwszy przez generała artylerji rosyjskiej Gadolina — 1861); w założeniu tego prawa najwyższa teoretyczna wytrzymałość lufy złożonej wyrazi się wzorem

$$P_0 = \frac{1}{2} E \left[(n+1) - (n+1) \frac{R_0^2}{R_1^2} \right]$$

ponieważ skądinąd

$$\left(\frac{R_0^2}{R_1^2} \right)^{n+1} = \frac{R_0^2}{R_{n+1}^2},$$

a więc

$$P_0 = \frac{n+1}{2} E \left[1 - \left(\frac{R_0^2}{R_{n+1}^2} \right)^{\frac{1}{n+1}} \right] \dots \dots \dots (22)$$

a w takim razie wzór (18'), dający zaciskanie przyjmuje postać

$$\begin{aligned} MS_k &= E - \frac{k}{2} E \left[1 - \left(\frac{R_0^2}{R_k^2} \right)^{\frac{1}{k}} \right] \frac{2R_0^2}{R_k^2 - R_0^2} = \\ &= E \left\{ 1 - k \left[1 - \left(\frac{R_0^2}{R_k^2} \right)^{\frac{1}{k}} \right] \frac{R_0^2}{R_k^2 - R_0^2} \right\} \end{aligned}$$

ponieważ zaś

$$\left(\frac{R_0^2}{R_k^2} \right)^{\frac{1}{k}} = \frac{R_0^2}{R_1^2},$$

więc

$$MS_k = E \left[1 - \frac{k \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2} \right)}{\frac{R_k^2}{R_0^2} - 1} \right] \dots \dots \dots (23)$$

gdzie

$$\frac{R_0^2}{R_1^2} = \left(\frac{R_0^2}{R_{n+1}^2} \right)^{\frac{1}{n+1}}$$

i

$$\frac{R_0^2}{R_k^2} = \left(\frac{R_0^2}{R_1^2} \right)^k = \left(\frac{R_0^2}{R_{n+1}^2} \right)^{\frac{k}{n+1}}.$$

Przypuśćmy teraz — zawsze w założeniu prawa Gadolina — że, przy zachowaniu danych R_0 i R_{n+1} , ilość elementów rośnie bez końca, t. zn., że n staje się ∞ , a $\frac{1}{n+1}$ dąży do zera; oznaczając

$$\frac{R_0^2}{R_{n+1}^2} = h \quad \text{ i } \quad \frac{1}{n+1} = t,$$

otrzymamy

$$P_0 = \frac{E}{2} \cdot \frac{1-h^t}{t},$$

gdzie h jest wielkością stałą, a t dąży do zera; w takim razie $\frac{1-h^t}{t}$ dąży do $(-\text{Log } h)$, gdzie $\text{Log } h$ oznacza logarytm naturalny liczby h .

Mamy więc

$$\lim P_0 = -\frac{E}{2} \text{Log} \frac{R_0^2}{R_{n+1}^2} = E \text{Log} \frac{R_{n+1}}{R_0} \quad (22').$$

Ten sam wzór (22') możemy otrzymać, wychodząc z założenia, iż teoretyczna wytrzymałość lufy złożonej z nieskończenie wielkiej ilości nieskończenie małych elementów, równa się sumie wytrzymałości warstw elementarnych o promieniach wewnętrznym $(R-dR)$ i zewnętrznym R .

$$P_0 = \frac{E}{2} \sum \left[1 - \frac{(R-dR)^2}{R^2} \right] = \frac{E}{2} \sum \frac{2RdR - dR^2}{R^2},$$

odrzucając ilości nieskończenie małe drugiego stopnia, otrzymamy

$$\lim P_0 = \frac{E}{2} \int_{R_0}^{R_{n+1}} \frac{2RdR}{R^2} = E \int_{R_0}^{R_{n+1}} \frac{dR}{R} = E \text{Log} \frac{R_{n+1}}{R_0}.$$

Uwaga. Wzór ten wyprowadzony w założeniu hipotezy Coulomb-Malaval wskazuje, iż w wypadku t. zw. „bandażowania normalnego i ciągłego”, odpowiadającego nieskończenie wielkiej ilości rur elementarnych nieskończenie cienkich, włożonych jedna na drugą z zaciskaniem takim, iż wszystkie rury elementarne osiągną jednocześnie swą granicę sprężystości, — gdy R_{n+1} staje się nieskończenie wielkie, wytrzymałość takiej rury osiąga również wartość nieskończenie wielką.

O ilebyśmy przyjęli hipotezę Barré de Saint-Venant, $T + \frac{1}{m} P = E$, to wytrzymałość takiej rury wyniosłaby $\frac{E}{1 - \frac{1}{m}}$, czyli miałaby war-

tość ograniczoną; pierwszy wniosek wydaje się bardziej nadającym się do przyjęcia, niż drugi.

d) *wpływ granicy sprężystości metalu poszczególnych elementów.*
Wzór (17), dający największą teoretyczną wytrzymałość lufy złożonej z $(n+1)$ elementów

$$P_0 = \frac{1}{2} E_1 \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2}\right) + \frac{1}{2} E_2 \left(1 - \frac{R_1^2}{R_2^2}\right) + \dots + \frac{1}{2} E_{k+1} \left(1 - \frac{R_k^2}{R_{k+1}^2}\right) + \dots + \frac{1}{2} E_{n+1} \left(1 - \frac{R_n^2}{R_{n+1}^2}\right) \dots \dots \dots (17)$$

wskazuje, iż jeżeli promienie styków czynią zadość prawu Gadolina, czyli jeżeli mamy

$$1 - \frac{R_0^2}{R_1^2} = 1 - \frac{R_1^2}{R_2^2} = \dots = 1 - \frac{R_k^2}{R_{k+1}^2} = \dots = 1 - \frac{R_n^2}{R_{n+1}^2},$$

i

$$E_1 \neq E_2 \neq \dots \neq E_{k+1} \neq \dots \neq E_{n+1},$$

to

$$P_0 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2}\right) (E_1 + E_2 + \dots + E_{k+1} + \dots + E_{n+1});$$

w tym wypadku więc P_0 będzie miało jedną i tę samą wartość bez względu na to, w jakim porządku będą następowały po sobie elementy o różnych granicach sprężystości.

Jeżeli jednak prawo Gadolina nie jest zachowane i mamy tyle różnych gatunków metali, ile jest elementów, to dla osiągnięcia najwyższej wartości P_0 należy poszczególne elementy wykonywać w ten sposób, aby we wzorze (17) największym wartościom mnożnika $\left(1 - \frac{R_k^2}{R_{k+1}^2}\right)$ odpowiadały największe wartości mnożnika E_{k+1} ; jeżeli np. mamy

$$\frac{R_0}{R_1} < \frac{R_1}{R_2} < \dots < \frac{R_k}{R_{k+1}} < \dots < \frac{R_n}{R_{n+1}},$$

czyli

$$1 - \frac{R_0^2}{R_1^2} > 1 - \frac{R_1^2}{R_2^2} > \dots > 1 - \frac{R_k^2}{R_{k+1}^2} > \dots > 1 - \frac{R_n^2}{R_{n+1}^2},$$

to trzeba dla osiągnięcia maximum P_0 , aby

$$E_1 > E_2 > \dots > E_{k+1} > \dots > E_{n+1}$$

jeżeli wogóle będziemy mieli pośród $(n+1)$ elementów porządek następujący promieni

$$\frac{R_\lambda^2}{R_{\lambda+1}^2} > \dots > \frac{R_\mu^2}{R_{\mu+1}^2} > \dots > \frac{R_\nu^2}{R_{\nu+1}^2} > \dots > \frac{R_\sigma^2}{R_{\sigma+1}^2},$$

to należy zachować taki porządek materiałów, aby

$$E_{\lambda+1} < \dots < E_{\mu+1} < \dots < E_{\nu+1} < \dots < E_{\sigma+1}.$$

Wynika stąd, iż jeżeli mamy do wykonania lufę złożoną z 2 elementów (np. rura rdzeniowa i obsada), które mają być wykonane z metali o niejednakowej granicy sprężystości, to:

— w razie gdy $\frac{R_0}{R_1} > \frac{R_1}{R_2}$, winniśmy brać $E_1 < E_2$, czyli metal bardziej sprężysty musi być nazewnątrz (element bandażujący musi być wykonany z metalu bardziej sprężystego, niż element bandażowany);

— w razie gdy $\frac{R_0}{R_1} < \frac{R_1}{R_2}$, winniśmy brać $E_1 > E_2$, czyli metal mniej sprężysty musi być nazewnątrz (element bandażowany winien być wykonany z metalu bardziej sprężystego, niż element bandażujący).

Jeżeli wszystkie elementy mają być wykonane z jednego i tego samego metalu, to — jak wskazuje wzór (22) — najwyższa teoretyczna wytrzymałość lufy złożonej będzie proporcjonalną do granicy spręż. E tego metalu; wogóle teoretyczna wytrzymałość lufy złożonej wzrasta, gdy wzrastają granice spręż. metali, z których są wykonane jej elementy składowe.

10. *Zaciskanie bezwzględne i zaciskanie całkowite**). — We wszystkim, co było dotąd powiedziane, przyjmowaliśmy pod uwagę zaciskanie konstrukcyjne, czyli różnicę między zewnętrznym promieniem elementu bandażowanego a wewnętrznym promieniem elementu bandażującego; należy wszakże tu odróżniać: zaciskanie bezwzględne i zaciskanie całkowite.

Zaciskaniem bezwzględnem nazywać będziemy różnicę między promieniem wewnętrznym elementu pojedynczego № $(k+1)$ a promieniem zewnętrznym elementu pojedynczego № k w założeniu, iż elementy te rozpatrywane są same przez się, jako oddzielone od siebie i od tych elementów [№ № $(k+2)$ i $(k-1)$], z którymi się stykają.

Zaciskaniem całkowitem nazwiemy różnicę między promieniem wewnętrznym elementu *złożonego* bandażującego a promieniem zewnętrznym elementu *złożonego* bandażowanego, przy scalaniu tych dwóch elementów złożonych.

*) Określenia te różnią się u różnych autorów; przyjmujemy tu oficjalne nazwy francuskie: „serrage absolue”, „serrage total” i serrage de pose”, przyjęte w „Cours Supérieur Technique de l'Artillerie” (Organisation des matériels — résistance des bouches à feu — Colonel Thomas—str. 36).

Zaciskaniem jednostkowym bezwzględem wzgl. zaciskaniem jednostkowym całkowitem nazwiemy stosunek wyżej wymienionych różnic promieni do odnośnego promienia, uwzględniając treść uwagi § 2 niniejszego rozdziału.

Będziemy tu oznaczali zaciskanie jednostkowe bezwzględne w styku № k symbolem S_k , zaciskanie jednostkowe całkowite symbolem s_k ; oznaczmy w rurze złożonej z $(n+1)$ elementów przez

R_k' promień zewnętrzny elem. № k } wziętych oddzielnie
 R_{k+1} „ wewnętrzny „ № $k+1$ }

t. j. przed scaleniem z pozostałymi elementami, oraz

przez ρ_k' promień zewnętrzny k pierwszych elementów scalonych,

„ ρ_{k+1} „ wewnętrzny pozostałych $(n+1-k)$ elementów

również scalonych ze sobą i przystąpmy do obandażowania otrzymanej w ten sposób rury wewnętrznej, złożonej z k elementów, przez rurę złożoną z $(n+1-k)$ elementów. Z poprzednich określeń wynika, iż

$$R_k' = R_{k+1} (1 + S_k) \dots \dots \dots (24),$$

$$\rho_k' = \rho_{k+1} (1 + s_k) \dots \dots \dots (25).$$

Element № k , który przed nałożeniem na pierwsze $(k-1)$ elementów miał zewnętrzny promień R_k' , po obandażowaniu tych pierwszych $(k-1)$ elementów doznał wydłużenia wskutek zaciskania i otrzymał na skutek tego promień zewnętrzny ρ_k' ; oznaczając to wydłużenie jednostkowe przez ε_k' mamy

$$\rho_k' = R_k' (1 + \varepsilon_k') \dots \dots \dots (26).$$

Również element № $(k+1)$, który miał początkowo promień wewnętrzny R_{k+1} , po obandażowaniu go przez pozostałe $(n-k)$ elementów doznał jednostkowego skrócenia ε_{k+1} , i stosownie do powyższych określeń otrzymał promień wewnętrzny ρ_{k+1}

$$R_{k+1} = \rho_{k+1} (1 + \varepsilon_{k+1}) \dots \dots \dots (27)$$

podstawiając do równania (24) wartości R_k' i R_{k+1} z równań (26) i (27), otrzymamy

$$\rho_k' = \rho_{k+1} (1 + S_k) (1 + \varepsilon_k') (1 + \varepsilon_{k+1})$$

odrzucając iloczyny S_k , ε_k' i ε_{k+1} , jako wartości znikomo małe, możemy napisać

$$\rho_k' = \rho_{k+1} (1 + S_k + \varepsilon_k' + \varepsilon_{k+1}),$$

które to równanie w związku z równaniem (25) daje

$$s_k = S_k + \varepsilon_k' + \varepsilon_{k+1},$$

a więc jednostkowe zaciskanie całkowite równa się zaciskaniu jednostkowemu bezwzględnemu powiększonemu o wartości bezwzględne odkształceń, które istniały na zewnętrznej wzgl. wewnętrznej powierzchni rury złożonej bandażowanej wzgl. rury złożonej bandażującej przed scaleniem tych rur.

Jeżeli, jak to ma zwykle miejsce, elementy nakładane są po kolei, czyli na rurę, złożoną z k pierwszych elementów, nakładamy oddzielny element $(k+1)$, to

$$\varepsilon_{k+1} = 0$$

i

$$s_k = S_k + \varepsilon_k'$$

i w takim razie jednostkowe zaciskanie całkowite równa się zaciskaniu jednostkowemu bezwzględnemu powiększonemu o wydłużenie, istniejące na powierzchni zewnętrznej k pierwszych elementów przed nałożeniem elementu № $(k+1)$.

To wydłużenie ε_k' daje się obliczyć w sposób bardzo prosty. Rozpatrzmy przedewszystkiem rurę złożoną z dwóch tylko elementów; oznaczmy przez R_0 , R_2 jej promienie wewnętrzny i zewnętrzny, oraz przez R_1 promień styku; ponieważ w danym wypadku obie rury bandażująca i bandażowana są rurami pojedynczemi, więc tu zaciskanie bezwzględne równe jest zaciskaniu całkowitemu; w wypadku tym wzór (15) daje (ponieważ ciśnienia zewnętrzne P_2 i wewnętrzne P_0 są równe 0 w czasie spoczynku)

$$MS_1 = P_1 \frac{2R_1^2 (R_2^2 - R_0^2)}{(R_2^2 - R_1^2) (R_1^2 - R_0^2)} \dots \dots (28).$$

Oznaczmy przez $\left(\frac{\partial R_0}{R_0}\right)$ odkształcenie jednostkowe na powierzchni wewnętrznej; w stanie spoczynku naprężenie styczne na tejże powierzchni wewnętrznej (dane przez wzór (20) § 7 Rozdz. I cz. 1 przy $R = R_0$ i $P_0 = 0$) będzie

$$T_0 = -P_1 \frac{2R_1^2}{R_1^2 - R_0^2},$$

a więc (ponieważ $P_0 = 0$)

$$\left|\frac{\partial R_0}{R_0}\right| = \frac{1}{M} \cdot \frac{2P_1 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} = S_1 \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_0^2}$$

na zasadzie wzoru (28).

W ten sam sposób otrzymamy

$$\frac{\partial R_2}{R_2} = \frac{1}{M} \frac{2P_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} = S_1 \frac{R_1^2 - R_0^2}{R_2^2 - R_0^2}$$

oznaczymy przez

$$\begin{aligned} A_1 \text{ przekrój pierwszego elementu} &= \pi (R_1^2 - R_0^2) \\ A_2 \text{ „ drugiego „} &= \pi (R_2^2 - R_1^2) \\ A_{1,2} \text{ „ całej rury złożonej} &= \pi (R_2^2 - R_0^2) \end{aligned}$$

w takim razie

$$\left| \frac{\partial R_0}{R_0} \right| = S_1 \frac{A_2}{A_{1,2}} \quad \frac{\partial R_2}{R_2} = S_1 \frac{A_1}{A_{1,2}}$$

czyli

$$\left| \frac{\partial R_0}{R_0} \right| + \frac{\partial R_2}{R_2} = S_1$$

oraz

$$\left| \frac{\partial R_0}{R_0} \right| A_1 = \frac{\partial R_2}{R_2} A_2.$$

Przejdźmy teraz do rury złożonej z $(n + 1)$ elementów; oznaczymy przez

$S_1, S_2, \dots, S_k, \dots, S_q, \dots, S_n$ jednostkowe zaciskania bezwzględne $A_1, A_2, \dots, A_k, \dots, A_q, \dots, A_n, A_{n+1}$ przekroje poszczególnych elementów, przez $A_{k,q}$ przekrój rury złożonej z elementów od № k do № q .

Na zasadzie połączenia stanów równowagi odkształcenie jednostkowe na danej powierzchni równa się sumie poszczególnych odkształceń, któreby powstały pod wpływem każdego zaciskania rozpatrywanego oddzielnie; mamy więc

$$\left| \frac{\partial R_0}{R_0} \right| = S_1 \frac{A_{2,n+1}}{A_{1,n+1}} + S_2 \frac{A_{3,n+1}}{A_{1,n+1}} + \dots + S_n \frac{A_{n+1}}{A_{1,n+1}},$$

$$\frac{\partial R_{n+1}}{R_{n+1}} = S_1 \frac{A_1}{A_{1,n+1}} + S_2 \frac{A_{1,2}}{A_{1,n+1}} + \dots + S_n \frac{A_{1,n}}{A_{1,n+1}},$$

a więc

$$\left| \frac{\partial R_0}{R_0} \right| + \frac{\partial R_{n+1}}{R_{n+1}} = S_1 + S_2 + \dots + S_n.$$

Posługując się powyższymi wzorami, otrzymamy z łatwością w każdym poszczególnym wypadku związek między zaciskaniem całkowitem a zaciskaniem bezwzględnem, ponieważ zaciskanie całkowite jest równe zaciskaniu bezwzględnemu powiększonemu o wydłużenie jednostkowe, istniejące na powierzchni zewnętrznej elementu bandażowanego przed obandażowaniem; rozpatrzmy tu wypadki następujące:

a) rura złożona z *dwóch* elementów: w takim razie mamy $\frac{\partial R_1}{R_1} = 0$, ponieważ element bandażowany jest rurą pojedynczą, a więc $s_1 = S_1$,

b) rura złożona z *trzech* elementów: wydłużenie jednostkowe na zewnętrznej powierzchni elementu bandażowanego, składającego się z 2 rur pojedynczych, wynosi

$$\frac{\partial R_2}{R_2} = S_1 \frac{A_1}{A_{1,2}},$$

a więc

$$s_2 = S_2 + S_1 \frac{A_1}{A_{1,2}},$$

c) rura złożona z *czterech* elementów: wydłużenie jednostkowe na zewnętrznej powierzchni elementu bandażowanego, składającego się z 3 rur pojedynczych, wynosi

$$\frac{\partial R_3}{R_3} = S_1 \frac{A_1}{A_{1,3}} + S_2 \frac{A_{1,2}}{A_{1,3}},$$

a więc

$$s_3 = S_3 + S_2 \frac{A_{1,2}}{A_{1,3}} + S_1 \frac{A_1}{A_{1,3}} \text{ i t. d.}$$

Odwrotnie, zaciskanie bezwzględne możemy określić w funkcji zaciskania całkowitego, rozwiązując poprzednie równania w stosunku do S :

$$S_1 = s_1, \quad S_2 = s_2 - s_1 \frac{A_1}{A_{1,2}}$$

$$\begin{aligned} S_3 &= s_3 - S_2 \frac{A_{1,2}}{A_{1,3}} - s_1 \frac{A_1}{A_{1,3}} = s_3 - s_2 \frac{A_{1,2}}{A_{1,3}} + s_1 \frac{A_1}{A_{1,2}} \cdot \frac{A_{1,2}}{A_{1,3}} - s_1 \frac{A_1}{A_{1,3}} \\ &= s_3 - s_2 \frac{A_{1,2}}{A_{1,3}} \text{ i t. d.} \end{aligned}$$

11. *Kształt rury wzmocnionej i jej elementów.* — Jeżeli żadne specjalne względy nie przemawiają przeciwko temu, i jeżeli — jak to najczęściej bywa elementy bandażujące i bandażowane są wykonane z jednego i tego samego metalu, to stosować należy prawo Gadolina, określając promień wewnętrzny, promienie kolejnych styków i promień zewnętrzny w ten sposób, aby tworzyły one postęp geometryczny; ponieważ w tych założeniach

$$E_1 = E_2 = \dots = E_{n+1} = E, \quad \frac{R_0^2}{R_1^2} = \frac{R_1^2}{R_2^2} = \dots = \frac{R_n^2}{R_{n+1}^2} = q,$$

więc wszystkie elementy będą miały jednakową moc sprężystą $= \frac{P_0}{n+1}$,

gdzie oznaczymy przez P_0 żadaną moc sprężystą lufy złożonej; wynika stąd, iż

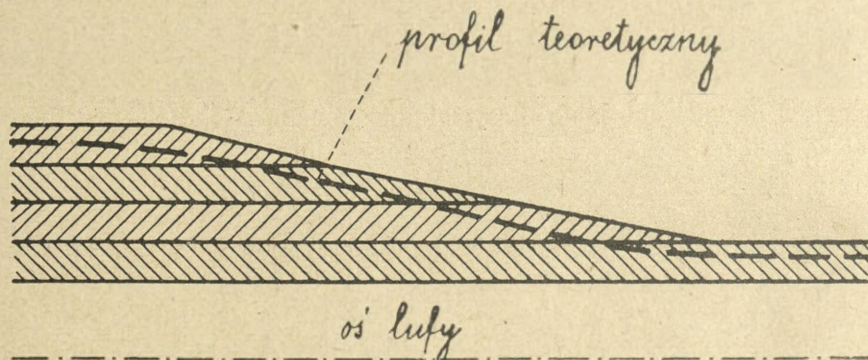
$$R_1 = \frac{R_0}{\sqrt{1 - \frac{2P_0}{(n+1)E}}},$$

poczem otrzymamy dalsze promienie

$$R_2 = qR_1, \quad R_3 = qR_2 \dots$$

oraz zaciskania w poszczególnych stykach na mocy wzoru (23).

Jeżeli prawo Gadolina nie jest zachowane, i jeżeli np. dajemy sobie wartości pewnych promieni lub różne granice sprężystości elementów, zadanie zostaje rozwiązane na podstawie wzoru (17), wykorzystując w sposób najbardziej korzystny wpływ poszczególnych czynników na wytrzymałość lufy złożonej, jak wskazano w p. 9 niniejszego §.

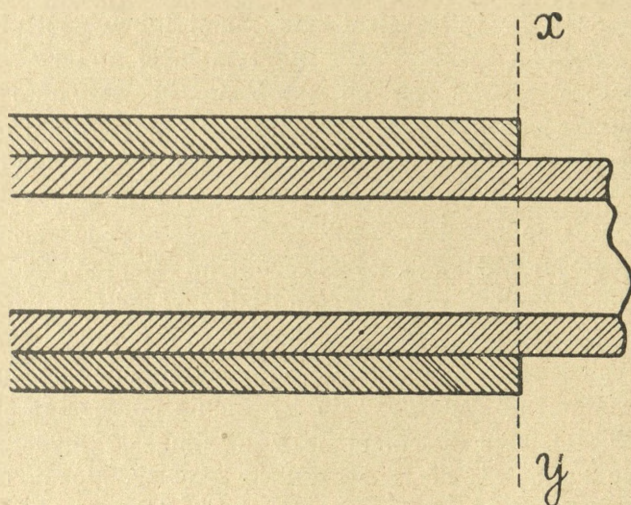


Rys. 8.

Kształt ogólny lufy złożonej będzie naogół ten sam co w lufie pojedynczej, przyczem przy równej grubości ścianki lufa złożona będzie miała większą moc sprężystą, a przy równej mocy sprężystej mniejszą grubość, niż lufa pojedyncza. Podobnie jak w rurze pojedynczej, nadaje się rurze złożonej stałą grubość od ścięcia zamka aż do pewnego przekroju, znajdującego się poza przekrojem najwyższego ciśnienia, poczem tworzy się część wylotową z jednego lub kilku uciętych stożków, bądź też z jednego lub kilku walców, połączonych uciętymi stożkami; przyczem tworzące odpowiadają mniej więcej profilowi teoretycznemu (rys. 8).

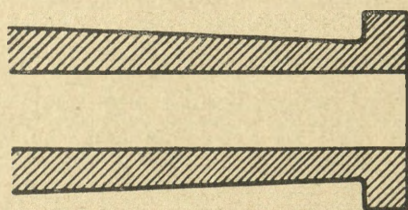
Liczba elementów zmniejsza się postępowo w ten sposób, aby elementom nie dawać grubości zbyt małej; jeżeli idzie o pierścienie, to w odpowiedniej chwili można zastąpić dwa szeregi pierścieni

przez jeden o odpowiedniej grubości. Jest rzeczą bardzo ważną, aby nie przerywać *raptownie* danego szeregu, jak np. na rys. 9, a to dlatego, iż metal leżący poniżej elementu bandażowanego (w danym razie rury rdzeniowej) uległby w ten sposób raptownemu zławieniu,



Rys. 9.

wywołującemu w przekroju *xy* niebezpieczne naprężenia już w stanie spoczynku; praktyka wskazuje, iż lufy, w których ta ostrożność nie została zachowana dawały przy strzelaniu pęknięcia wzdłuż płaszczyzny przekroju, odpowiadającego ścięciu *xy* pierścienia lub obsady.



Rys. 10.

U wylotu grubość ścianki zazwyczaj wynosi około $\frac{1}{4}$ kalibra; podobnie jak w lufach pojedynczych, częstokroć nadaje się części wylotowej na samym końcu pewne zgrubienie, mające czasem nawet kształt wystającego silnie nad powierzchnią lufy pierścienia (rys. 10), celem uniknięcia uszkodzeń z powodu przypadkowych uderzeń, oraz celem ułatwienia manipulacji z lufą (np. w c. hb. 155 mm Schneidra).

12. *Spółczynnik bezpieczeństwa.* — Ze względu na poszczególne czynniki, o których była mowa w ostatnich 2 ustępach wstępu do niniejszej części, należy brać pod uwagę przy budowie luf złożonych pewien współczynnik bezpieczeństwa.

Wyżej wyłożona teoria luf złożonych nie może być, rzecz prosta, uważana za zupełnie ścisłą; jest ona mniej lub więcej przybliżona, jak zresztą wszystkie zastosowania wytrzymałości materiałów. Między innymi, teoria ta oparta jest na założeniu, iż wszystkie elementy, z których składa się lufa, są jednolite i równozwrotne, oraz iż zaciśkanie zostaje zachowane w chwili strzału; tymczasem nie ulega wątpliwości, iż w czasie strzelania temperatura poszczególnych elementów nie jest jednakową, gdyż bez względu na staranność budowy — odległości pomiędzy poszczególnymi elementami są bardzo znaczne w porównaniu z odległościami międzycząsteczkowymi, co nie daje możliwości ciepła szybko przechodzić od jednego elementu do drugiego. Wynika stąd nierównomierne rozszerzanie się metalu poszczególnych elementów, co dąży do wywołania poruszania się jednych elementów w stosunku do elementów z nimi się stykających; nie możemy więc tu mówić ściśle o ciągłości zjawisk. Można przypuścić, iż skutki tej nieścisłości, wypływające z faktu istnienia styków, będą tem dotkliwsze, im ilość styków będzie większa; tem można wytłumaczyć tendencję do unikania dużej ilości kolejnych elementów, jakkolwiek wytrzymałość lufy zasadniczo wzrasta wraz z ilością elementów; lecz im mniejsza jest ilość elementów, tem większa będzie masa danego elementu i tem większe mogą być szanse jego niejednorodności, — co było zwłaszcza bardzo ważne w początkach fabrykacji luf ze stali, gdy nie umiano jeszcze wytwarzać większych bloków stali dostatecznie jednolitych i wolnych od wad; obecnie dzięki postępom hutnictwa i obróbki metali można używać metalu w blokach o wiele większych, niż dawniej i mieć więcej zaufania do jego jakości.

Dawniej, gdy gatunek używanego metalu był gorszy i gdy opierano się na mniej wypróbowanych i uzasadnionych hipotezach obliczeń, przyjmowano w budowie luf złożonych współczynnik bezpieczeństwa $= \frac{1}{2}$,

czyli np. lufę, której teoretyczna moc sprężysta wynosiła np. 4000 atm., obciążano nie więcej, niż do 2000 atmosfer. Jednakowoż wzrost ciśnienia gazów prochowych ponad 50% najwyższego ciśnienia normalnego może się zdarzyć tylko w razach zupełnie wyjątkowych, czyli że lufa działowa, w której najwyższe ciśnienie gazów prochowych w chwili strzału wynosi normalnie p_0 kg:cm², nie bywa zazwyczaj poddawana w rzeczywistości ciśnieniom $> 1,5 p_0$, co pozwala obe-

nie — dzięki postępom dokonanyom zarówno przez teorię, jak i przez praktykę, ograniczyć współczynnik bezpieczeństwa do $\frac{2}{3}$ dla elementów najbardziej obciążonych, jak lufy rdzeniowe; dla innych elementów jak nap. pierścienie zdawałoby się, iż można*) przyjąć współczynnik bezpieczeństwa $\frac{3}{4}$.

Widzieliśmy uprzednio (p. 8), iż moc sprężysta rury złożonej o promieniach R_0 , R_1 i o granicy sprężystości metalu E nie może przekroczyć wartości

$$P_0 = E \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2} \right)$$

np. dla stali, w której $E = 44 \text{ kg} : \text{mm}^2$ i lufy, mającej w części zamkowej grubość równą kalibrowi otrzymamy

$$P_0 = 44 \left(1 - \frac{1}{9} \right) \text{ kg} : \text{mm}^2 \approx 3910 \text{ kg} : \text{cm}^2,$$

biorąc pod uwagę współczynnik bezpieczeństwa $\frac{2}{3}$, taka lufa mogłaby być obciążona do 2600 atm.

Wytrzymałość lufy w granicach 2000—3000 atm. są naogół wystarczające dla większości dział obecnych; pamiętać jednak należy, iż stosowanie wysokich ciśnień, jeżeli te nawet nie przekraczają mocy sprężystej lufy, wywołuje szybkie zużycie lufy. Wreszcie społeczna balistyka stawia konstruktorom żądania zrealizowania w pewnych wypadkach ciśnień, znacznie przekraczających poprzednio ustalone granice; lufy złożone, o których jest mowa w niniejszym rozdziale i w których stawiamy sobie za warunek, aby początkowa granica metalu nie została przekroczona ani przy obróbce, ani przy strzale, — nie są częstokroć w stanie zadośćuczynić tym żądaniom, ustępując w tym względzie lufom samowzmocnionym, o których będzie mowa w § 4.

13. *Uwagi, dotyczące przyjętych hipotez.* — W poszczególnych punktach niniejszego § opieraliśmy się na hipotezie odkształceń przez ślizgania bez tarcia (Coulomb-Malaval); w poprzednim § widzieliśmy, iż w stosunku do lufy pojedynczej zastosowanie tej hipotezy, zamiast hipotezy Saint-Venant, prowadzi tylko do innych liczb dla obliczonej mocy sprężystej rury. Jeżeli idzie o lufy złożone, to tu wpływ poprawki, wynikającej z zastąpienia jednej z tych hipotez przez drugą, jest o wiele głębszy. Przedewszystkiem przyjęcie wzoru $T + P = E$, zamiast $T + \frac{P}{m} = E$, również wpływa na obniżenie obliczonej wy-

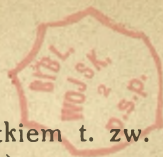
*) Jacob — tom I str. 131—132 wydanie r. 1920.

trzymałości lufy; np. dla lufy, określonej przez stosunek promieni $R_0:R_1:R_2:R_3:R_4=1:1,5:1,75:2:3$ i zrobionej z metalu o granicy sprężystości $E \text{ kg/mm}^2$, wykreślne obliczenie której to lufy metodą M. d'Ocagne, podane w p. 14 niniejszego paragrafu, wskazuje iż może ona w hipotezie Coulomb-Malaval wytrzymać bez uzyskania odkształceń trwałych ciśnienie $P_0=0,8 E$, hipoteza Saint-Venant daje*) $P_0=0,9 E$. Tu wszakże, niezależnie od obniżenia obliczonego wyniku, przyjęcie hipotezy Coulomb-Malaval zamiast hipotezy Saint-Venant wprowadza głębokie zmiany w samej teorii i w samych sposobach obliczeń. I tak p. inż. gen. Jacob („Résistance et construction des bouches à feu—Autofrettage“ t. I str. 32 wyd. 1920), przyjmując hipotezę Saint-Venant zaznacza, że „hipoteza ta prowadzi do wniosków, o których nie śniło się jeszcze przed kilkoma laty, i które zmuszają do zupełnej zmiany dotychczasowych prawideł budowy luf działowych“; dotyczy to wniosków z teorii inż. franc. art. morskiej Coupaye, który dowiódł, że w rurach złożonych w założeniu hipotezy Saint-Venant przy pewnym stosunku promieni rur i pierścieni, oraz ciśnienia, nie wystarcza opierać się na wartości najwyższego odkształcenia sprężystego stycznego, gdyż w warunkach tych może się zdarzyć, iż nie odkształcenie styczne, lecz odkształcenie promieniowe staje się największem i najniebezpieczniejszem; teoria ta oparta na dość skomplikowanych i żmudnych obliczeniach, staje się nieaktualną przy przyjęciu hipotezy Coulomb-Malaval, przyczem wszystkie obliczenia znacznie upraszczają się.

To wszakże znów — podobnie, jak odnośnie luf prostych**), powstaje pewne zastrzeżenie: jeżeli hipoteza St. Venant jest fałszywa, to czem wytłumaczyć, że chociaż prawie wszystkie dotychczasowe lufy złożone, a pośród nich i te, które były w użyciu w czasie wojny światowej 1914—1918, były obliczone według tej właśnie hipotezy — nie skonstatowano w nich przy tak uciążliwej służbie braku wytrzymałości poprzecznej pomimo, iż przyjęta obecnie hipoteza Coulomb-Malaval daje dla nich wytrzymałość niższą? Wytłumaczyć to można z jednej strony znacznym współczynnikiem bezpieczeństwa ($1/2$ lub $2/3$, podczas gdy obniżenie wytrzymałości wynosi około 20%); prócz tego i w tych lufach zachodziło częstokroć zjawisko samowzmocnienia; w rzeczy samej, już dawniej przy próbach nowych luf złożonych zauważono, iż po oddaniu kilku pierwszych strzałów powstawało powiększenie średnicy o kilka setnych mm; to powiększenie średnicy

*) Jacob — tom I str. 145—151 wyd. roku 1920.

**) P. odnośnik str. 77.



nie było właściwym zużyciem, lecz było ono skutkiem t. zw. „balistycznego samowzmocnienia” (autofrettage balistique); w rzeczy samej, jeżeli poddać lufę złożoną ciśnieniu gazów prochowych wyższemu od maksymalnej mocy, nadanej przez wzmocnienie obsadą lub pierścieniami (w hipotezie nieodkształcania się trwałego warstwy wewnętrznej), lufa sama przez się przechodzi w stan odpowiedniego wzmocnienia, czyli „samowzmacnia się”, — lecz, przyjmując naskutek tego pewne odkształcenie trwałe warstwy wewnętrznej, powiększa przez to nieco swą średnicę; to zjawisko samowzmocnienia balistycznego zmuszało konstruktorów do wykonywania z lufami nowymi t. zw. „strzelania rozszerzającego” (tir de déburrage), celem doprowadzenia lufy do jej definitywnego wewnętrznego kształtu.

14. Sposoby wykreślne obliczania luf złożonych.

A. Sposób płk. Henry w dostosowaniu do hipotezy odkształceń przez ślizganie bez tarcia. — Wzory Lamé’go, dające naprężenia ciągnące oraz ciśnienie, mogą być przedstawione pod postacią

$$P = -a + \frac{b}{R^2}, \quad T = a + \frac{b}{R^2},$$

oznaczymy $x = \frac{1}{R^2}$, poczem wzory te przyjmą postać

$$T = a + bx \quad P = -a + bx.$$

Jeżeli jako odcięte będziemy odkładali wartości x , a jako rzędne — wartości naprężeń ciągnących T i ciśnień P , to wykresy T i P w zależności od x będą się składały z 2 linii prostych: AB dla T i CD dla P ; (rys. 11) dla prostych tych rzędne, odpowiadające $x = 0$, są wzajemnie równe, lecz różnią się znakiem

$$OA = -OC,$$

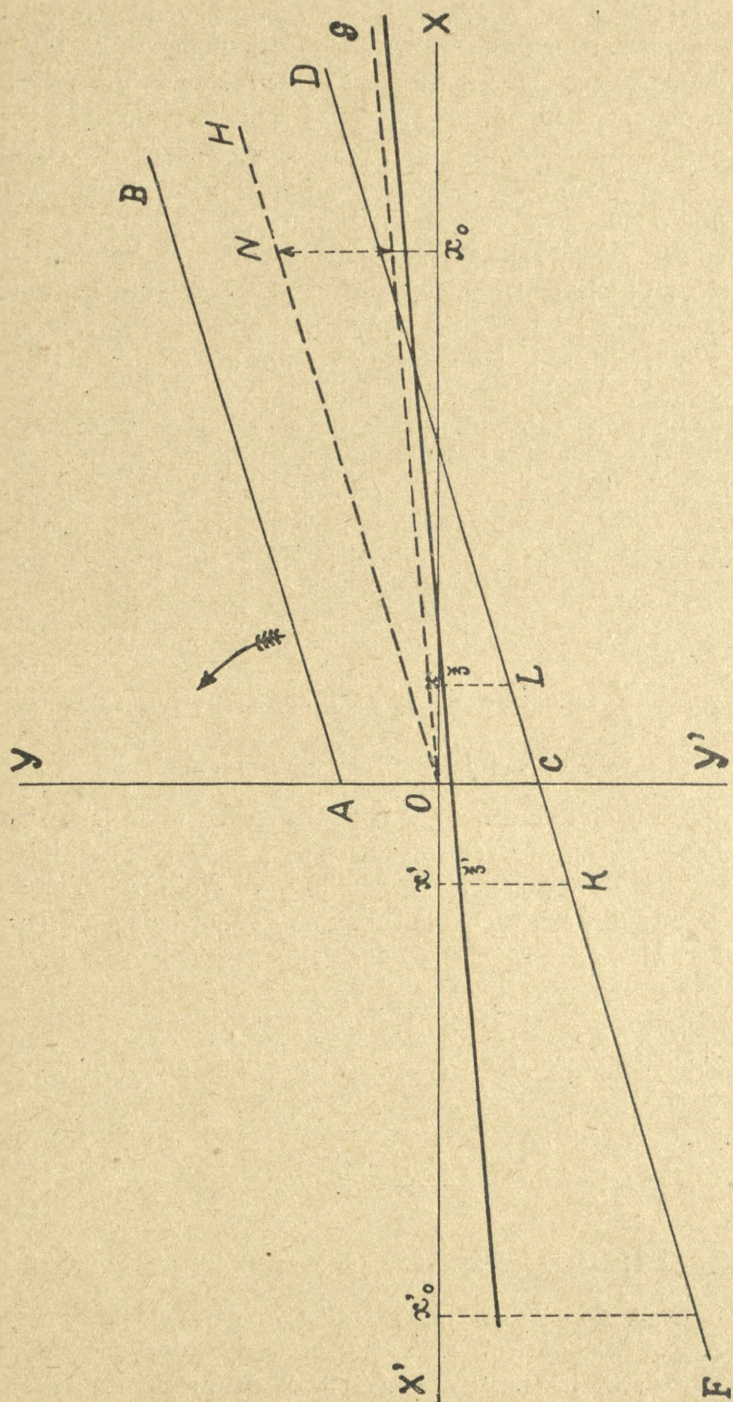
zaś współczynniki kątowe tych prostych są jednakowe, (a mianowicie b) wobec czego $AB \parallel CD$.

Mamy prócz tego

$$\frac{T + P}{2} = bx,$$

wynika stąd, iż prosta, przedstawiająca $\frac{T + P}{2}$, przechodzi przez 0 i jest równoległą do AB i CD ; będzie to więc prosta OH na rys. 11.

Naprężenia ciągnące i ciśnienia możemy również przedstawić w sposób prostszy, jak następuje: jeżeli obrócimy prostą AB , przedstawiającą naprężenia ciągnące, o 180° dookoła punktu 0 w kierunku



Rys. 11.

strzałki, to prosta AB stanie się przedłużeniem prostej CD , przedstawiającej ciśnienia; będziemy więc mogli odczytywać T i P na jednej i tej samej prostej, a mianowicie:

— ciśnienia P odczytywać będziemy na prawo od osi yy' i liczyć je będziemy, jako rzędne wymienionej prostej biorąc wartości tych rzędnych od osi xx' , jako dodatnie w kierunku $y > 0$; a więc dla punktu odpowiadającego odciętej $x = ox = \frac{1}{R^2}$ ciśnienie będzie $P = -xL$;

— naprężenia ciągnące T odczytywać będziemy nalewo od osi yy' i liczyć je będziemy, jako rzędne wymienionej prostej, biorąc wartości tych rzędnych od osi xx' , jako dodatnie w kierunku $y < 0$; a więc dla tegoż punktu odpowiadającego odciętej $ox' = -\frac{1}{R^2}$ naprężenie ciągnące będzie $T = x'K$.

Ażeby granica sprężystości rury została przekroczona w jej warstwie wewnętrznej, dla $x_0 = \frac{1}{R_0^2}$, trzeba, aby $T_0 + P_0 = E$, czyli $\frac{T_0 + P_0}{2} = \frac{E}{2}$; jeżeli więc odcinek $Nx_0 \leq \frac{E}{2}$, to granica sprężystości metalu nie jest przekroczona w wewnętrznej warstwie rury.

Tak określona „prosta naprężeń ciągnących i ciśnień” FCD odpowiada pewnemu stanowi równowagi rury; w innym stanie równowagi, naprężenia ciągnące i ciśnienia będą miały inne wartości, i prosta FCD nie będzie już przedstawiała naprężeń ciągnących i ciśnień w tym stanie równowagi. Ażeby jednak ta sama prosta FCD nawet w tym nowym stanie równowagi przedstawiała nadal naprężenia ciągnące i ciśnienia, wystarczy liczyć wartości rzędnych tej prostej nie od dawnej osi odciętych xx' , lecz od innej osi, którą otrzymamy, biorąc powyżej poszczególnych punktów prostej FCD , odpowiadających danej wartości promienia R , punkty ξ i ξ' takie, iż $\xi'K$ i ξL i t. d. będą równe nowym naprężeniom ciągnącym i ciśnieniom, istniejącym w danym punkcie ścianki rury w tym nowym stanie równowagi; otrzymamy w ten sposób nową oś $\xi\xi'$. Widzimy z powyższego, iż przyjęcie nowej osi $\xi\xi'$ jest równoznaczne z operacją algebraicznego odejmowania od naprężeń ciągnących i ciśnień, istniejących w poprzednim stanie równowagi, — naprężeń ciągnących i ciśnień, które przedstawia ta nowa oś $\xi\xi'$ w stosunku do poprzedniej osi xx' . Jeżeli przez początek układu współrzędnych (punkt O) przeprowadzimy prostą OG równoległą do nowej osi $\xi\xi'$, to OG będzie prostą, przedstawiającą wartości $\frac{T+P}{2}$ nowej osi $\xi\xi'$; półsuma $\frac{T+P}{2}$ naprężenia ciągnącego

dla badania wytrzymałości luf złożonych, dla których zwykła metoda obliczeń zapomocą wzorów jest zbyt długa i mozolna; to też poniższe przykłady dotyczyć będą luf złożonych. Zaznaczmy wreszcie, że osie takie jak xx' lub $\xi\xi'$ noszą również nazwę „linij lub osi zer” wzgl. „osi rzędnych zerowych”.

Zadanie № 1. — Zbudować wykres lufy złożonej, w której znamy promienie wewnętrzny, zewnętrzny i wszystkich styków oraz granice sprężystości wszystkich poszczególnych elementów (rys. 12).

Przypuśćmy, iż lufa obciążona jest do dopuszczalnego maximum, i określmy w tem założeniu najwyższą jej moc sprężystą oraz zaciskania w poszczególnych stykach; weźmy rurę, złożoną z 3 elementów, określonych przez promień wewnętrzny R_0 , promienie styków R_1 i R_2 , promień zewnętrzny R_3 oraz granice sprężystości elementów E_1 , E_2 i E_3 ; weźmiemy więc odcięte

$$\begin{aligned} Ox_0 = -Ox_0' &= \frac{1}{R_0^2}, & Ox_1 = -Ox_1' &= \frac{1}{R_1^2}, \\ Ox_2 = -Ox_2' &= \frac{1}{R_2^2}, & Ox_3 = -Ox_3' &= \frac{1}{R_3^2}. \end{aligned}$$

Na powierzchni zewnętrznej panuje ciśnienie atmosferyczne, które przyjmujemy równem zeru; wynika stąd, iż prosta, przedstawiająca ciśnienia w 3-im, t. j. zewnętrznym elemencie, przejdzie przez punkt x_3 ; ponieważ element ten ma być obciążony do dopuszczalnego maximum, więc prosta przedstawiająca $\frac{T+P}{2}$ dla tego elementu będzie miała w punkcie odpowiadającym x_2 , rzędną równą $\frac{E_3}{2}$; weźmiemy więc $\left(x_2, \frac{E_3}{2}\right) = \frac{E_3}{2}$, i połączmy punkt $\left(\frac{E_3}{2}\right)$ z punktem O ; ponieważ prosta $\left(O, \frac{E_3}{2}\right)$ jest równoległą do prostej naprężeń ciągnących i ciśnień, otrzymamy tę ostatnią prostą dla 3-go elementu, prowadząc $x_3a // \left(O, \frac{E_3}{2}\right)$ do przecięcia w punkcie a z rzędną punktu x_2 i przedłużając x_3a w stronę $x < 0$; w ten sposób wartość ciśnień w 3-im elemencie będzie określona przez rzędne odcinka x_3a liczone od osi xx' jako dodatnie w kierunku $y > 0$ — zaś wartość naprężeń ciągnących przez rzędne odcinka $a'a_1'$, liczone od osi xx' jako dodatnie w kierunku $y < 0$.

W styku, odpowiadającym punktowi x_2 , ciśnienie jest jednakowe z jednej i drugiej strony styku, a więc w elemencie 2-im w punkcie x_2 będziemy mieli ciśnienie x_2a , wobec czego prosta ciśnień w 2-im

elemencie przejdzie przez punkt a ; jeżeli podobnie jak to uczyniliśmy dla elementu 3-go, weźmiemy prostą $\frac{T+P}{2}$ dla elementu 2-go w ten sposób, aby rzędna tej prostej miała wartość $\frac{E_2}{2}$ w styku, odpowiadającym punktowi x_1 , — to prosta ciśnień dla elementu 2-go będzie równoległą do prostej $\frac{T+P}{2}$ dla tegoż elementu; otrzymamy w ten sposób odcinek $ab \parallel \left(O, \frac{E_2}{2}\right)$, zawarty między rzędnymi punktów x_2 i x_1 ; przedłużając tę prostą otrzymamy dla naprężeń ciągnących w 2-im elemencie odcinek $b'b'_1$, zawarty między rzędnymi punktów x'_2 i x'_1 .

W styku odpowiadającym punktowi x_1 , ciśnienie jest jednakowe po obu stronach styku, a więc w elemencie 1-ym w punkcie x_1 będziemy mieli ciśnienie x_1b , wobec czego prosta ciśnień w 1-ym elemencie przejdzie przez punkt b i będzie równoległą do prostej $\frac{T+P}{2}$ w tym samym elemencie, która to prosta $\frac{T+P}{2}$ dla punktu, odpowiadającego odciętej x_0 , ma rzędną $\frac{E_1}{2}$; otrzymujemy w ten sposób dla ciśnień w 1-ym elemencie odcinek prostej bc , przyczem rzędna x_0c wyraża najwyższe ciśnienie wewnętrzne, które może znieść rozpatrywana lufa złożona bez doznania odkształceń trwałych, a więc moc sprężystą lufy złożonej; dla naprężeń ciągnących w elemencie 1-ym otrzymamy, analogicznie do tego co widzieliśmy w poprzednich dwóch elementach, odcinek $c'c'_1$ zawarty między rzędnymi punktów x'_1 i x'_0 na przedłużeniu odcinka bc .

W styku, odpowiadającym punktowi x'_2 , różnica między naprężeniami ciągnącymi po obu stronach styku jest równą różnicy rzędnej prostej naprężeń ciągnących w 3-im elemencie a rzędnej prostej naprężeń ciągnących w 2-im elemencie; ta różnica naprężeń ciągnących ΔT_2 jest równą MS_2 , gdzie S_2 oznacza zaciskanie bezwzględne.

Aby określić zaciskanie całkowite w styku, odpowiadającym punktowi x'_2 , musimy rozpatrywać zespół dwóch pierwszych elementów, jako rurę pojedynczą, na której umieszczamy trzeci element; wykres ciśnień w takiej rurze pojedynczej byłby przedstawiony przez prostą ac , ponieważ w niej ciśnienia byłyby: na zewnątrz x_2a i wewnątrz x_0c . Przedłużając odcinek ac aż do przecięcia z rzędną punktu x'_2 , otrzymujemy punkt b'_2 oraz odcinek $b'_2x'_2$ wyrażający naprężenie ciągnące na powierzchni zewnętrznej zespołu elementu 1-go i 2-go, rozpatrywanego jako rura pojedyncza; wynika stąd, iż odcinek $a'_1b'_2$,

wyrażający różnicę między tem naprężeniem ciągnącym $b_2'x_2'$ a naprężeniem ciągnącym na wewnętrznej powierzchni elementu 3-go, czyli $a_1'x_2'$, będzie wyrażał zaciskanie całkowite mnożone przez moduł, czyli $\Delta T_2' = Ms_2$, gdzie s_2 oznacza zaciskanie całkowite.

Ażeby przejść obecnie od wyżej określonego wykresu, odpowiadającego stanowi równowagi w czasie strzału, do wykresu stanu równowagi w czasie spoczynku, musimy przyjąć nową oś $X'X_1'$; ta nowa oś przechodzi przez punkty x_3 i c , gdyż w stanie spoczynku ciśnienie na zewnętrznej i powierzchni rury złożonej jest ciśnienie atmosferyczne, które przyjmujemy równem zeru; innemi słowy wystarczy odjąć od ciśnień i naprężeń ciągnących, istniejących w chwili strzału w lufie złożonej, ciśnienia i naprężenia ciągnące, istniejące w rurze pojedynczej x_3x_0 poddanej wewnętrznemu ciśnieniu P_0 .

Uwaga. Stosownie do tego, co było powiedziane w punkcie 8, należy na wykresie, odpowiadającym stanowi spoczynku, sprawdzić, czy największe naprężenie styczne (ściskające) w stanie spoczynku nie przekracza granicy sprężystości metalu.

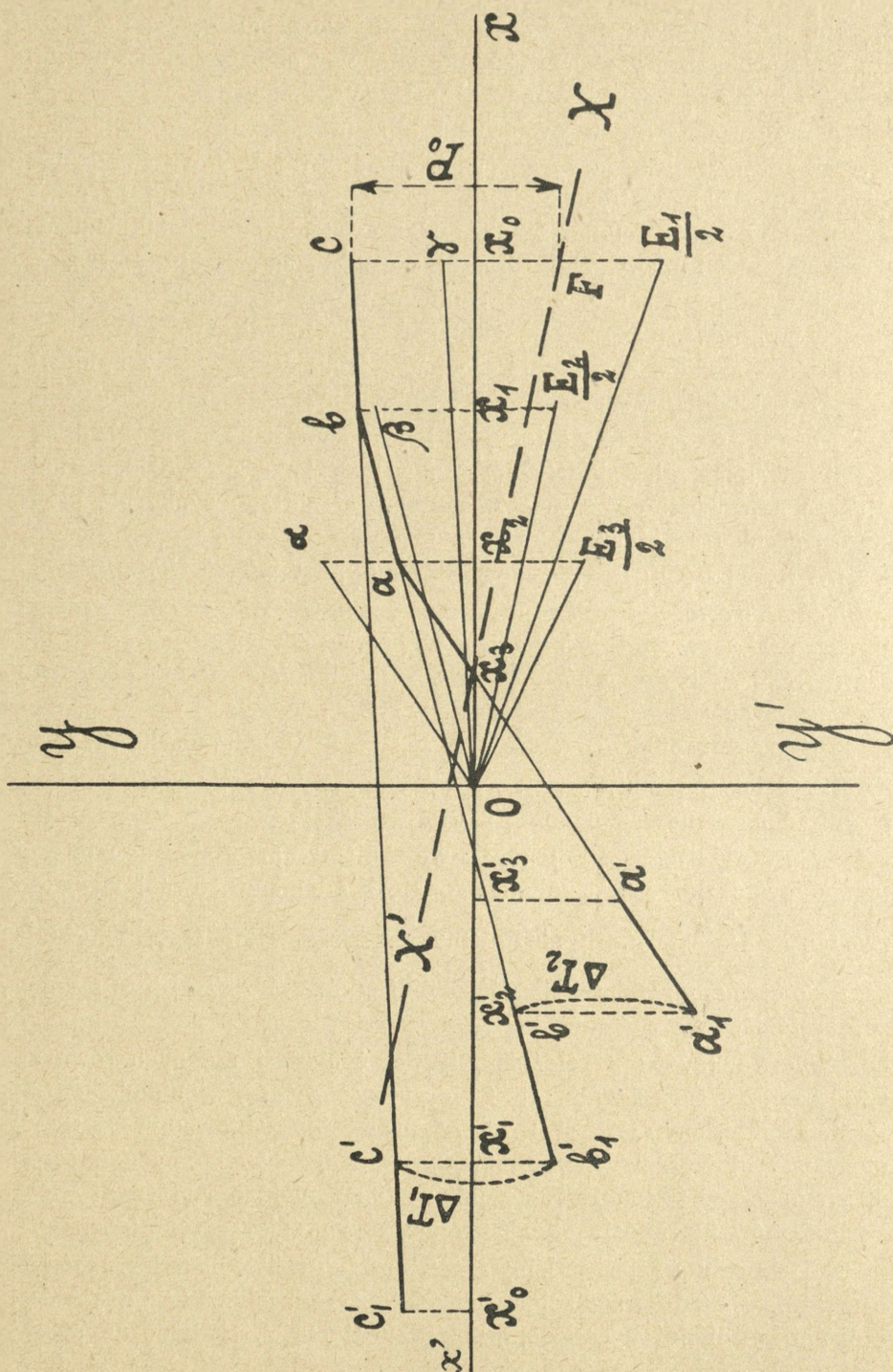
Zadanie № 2. Zbudować wykres lufy złożonej, w której znamy promienie, wartości zacisków bezwzględnych w stykach oraz granice sprężystości poszczególnych elementów, i obliczyć dopuszczalne ciśnienie wewnętrzne P_0 w założeniu, aby żaden z elementów nie był obciążony powyżej swej granicy sprężystości (rys. 13).

Rozpatrzmy znowu lufę złożoną z trzech elementów i oznaczmy na osi odciętych punkty x_3, x_2, x_1, x_0 oraz x_3', x_2', x_1', x_0' , odpowiadające powierzchniom oraz stykom.

W przeciwieństwie do tego, co widzieliśmy uprzednio, nie możemy tu zbudować wykresu, składającego się z odcinków równoległych do prostych $\frac{T+P}{2}$, gdyż tu nie wiemy zawczasu, jakie jest obciążenie każdego elementu, wiemy tylko, iż obciążenie to nie przekracza granicy sprężystości.

Wychodzimy tu z założenia, iż położenie osi rzędnych równych zeru, czyli osi zer, chwilowo jest nieznane; określimy więc dla każdego elementu kierunek tej osi w ten sposób, aby odnośny element był obciążony do granicy sprężystości, poczem wybierzemy z pośród otrzymanych w ten sposób kierunków, ten z nich, dla którego, żaden z elementów nie będzie obciążony powyżej granicy sprężystości.

W tym celu przeprowadźmy przez punkt x_3 w bylejakim kierunku odcinek prostej aż do przecięcia w punkcie a z rzędną punktu x_2 ; gdyby 3-ci element był obciążony aż do granicy sprężystości, to odnośna prosta



Rys. 13.

$\frac{T+P}{2}$ byłaby prostą $O\alpha$ równoległą do x_3a , i przechodzącą przez początek układu współrzędnych O ; skądinąd wiemy iż odcinek rzędnej punktu x_3 , zawarty między prostą $\frac{T+P}{2}$ elementu 3-go a osią rzędnych zerowych, jest równy połowie granicy sprężystości metalu tego elementu, weźmiemy więc w kierunku $y < 0$ odcinek $\left(\alpha, \frac{E_3}{2}\right) = \frac{E_3}{2}$; otrzymamy w ten sposób punkt $\frac{E_3}{2}$ oraz prostą $\left[O, \frac{E_3}{2}\right]$, która byłaby osią zer elementu 3-go, gdyby ten element był obciążony do swej granicy sprężystości. Przedłużenie prostej x_3a w stronę $x < 0$ daje między rzędnymi punktów x_3' i x_2' odcinek $a'a_1'$, który przedstawia naprężenie ciągnące w elemencie 3-im, a więc naprężenie ciągnące na wewnętrznej powierzchni elementu 3-go dane jest przez punkt a_1' ; ponieważ znamy wartość zaciskania w styku, czyli różnicę ΔT_2 między naprężeniami ciągnącymi po obu stronach tegoż styku, a więc odkładając $a_1'b' = \Delta T_2$, otrzymamy punkt b' prostej naprężeń ciągnących w 2-im elemencie.

Ponieważ w styku x_2 ciśnienie jest jednakowe po obu stronach styku, prosta przedstawiająca ciśnienia w elemencie 2-im przechodzi przez punkt a ; mamy więc dwa punkty (a i b') prostej ciśnień i naprężeń ciągnących w tym elemencie, która daje dla ciśnień odcinek ab , a dla naprężeń ciągnących odcinek $b'b_1'$. Następnie prowadząc $O\beta \parallel ab$, otrzymamy prostą $\frac{T+P}{2}$ dla elementu 2-go, i biorąc odcinek $\left(\beta, \frac{E_2}{2}\right) = \frac{E_2}{2}$, otrzymamy $\left(0, \frac{E_2}{2}\right)$ oś zer elementu 2-go.

Postępując w ten sam sposób dla elementu 1-go (granica sprężystości E_1 , zaciskanie w styku ΔT_1) otrzymamy $\left(0, \frac{E_1}{2}\right)$ oś zer elementu 1-go ($O\gamma \parallel bc$ i odcinek $\left[\gamma, \frac{E_1}{2}\right] = \frac{E_1}{2}$).

Jest rzeczą oczywistą, iż z pośród kierunków wyżej wymienionych trzech osi zer musimy wybrać ten dla którego *żaden* z elementów nie jest obciążony powyżej swej granicy sprężystości; jest to oś najbardziej zbliżona do wykresu x_3abc , a mianowicie na rys. 13 oś $\left(0, \frac{E_2}{2}\right)$.

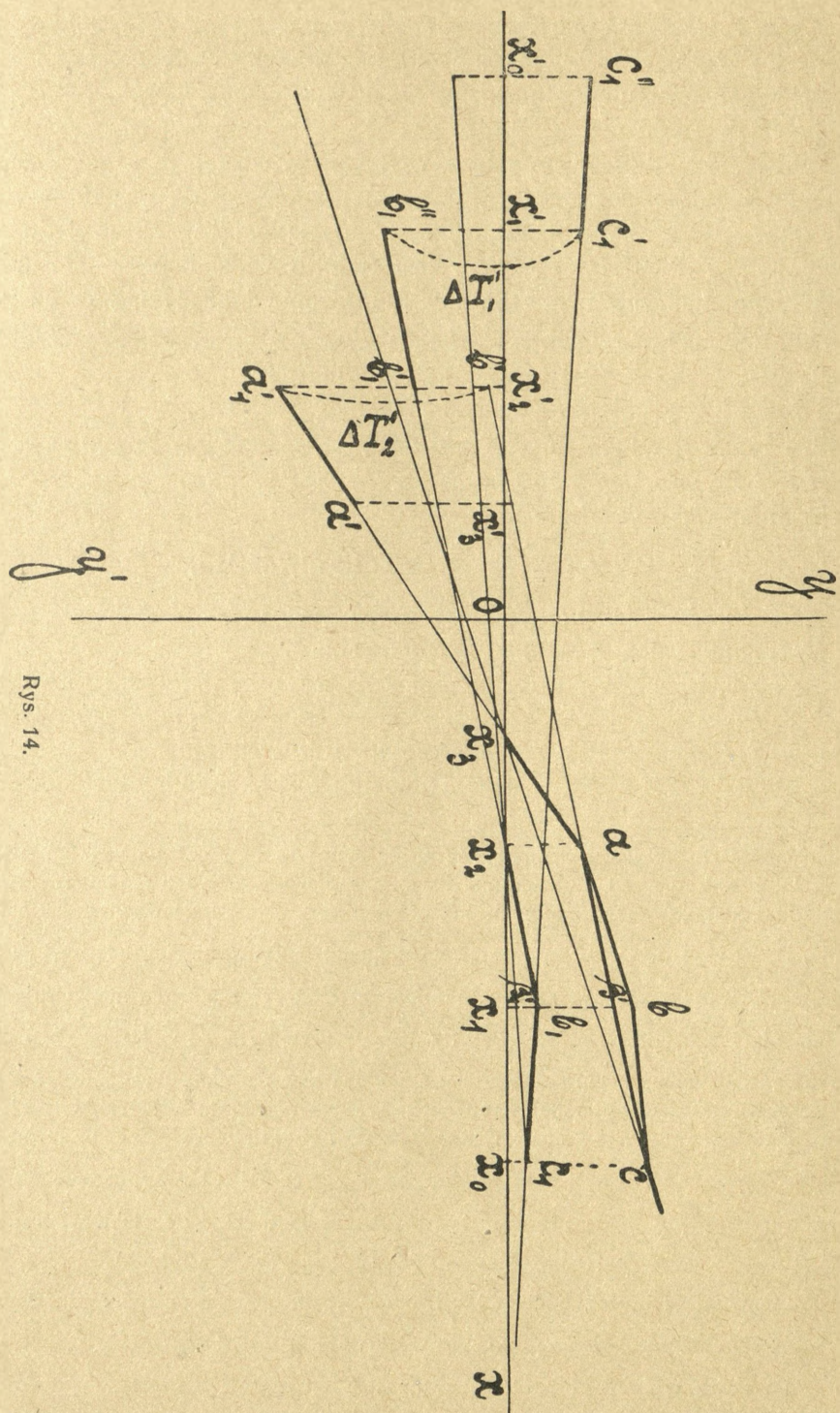
Ażeby więc otrzymać oś wykresu całkowitej rury złożonej w chwili strzału, musimy przeprowadzić przez punkt x_3 prostą xx' równoległą do $\left(0, \frac{E_2}{2}\right)$, gdyż na powierzchni odpowiadającej punktowi x_3 , t. j. na

zewewnętrznej powierzchni rury ciśnienie w czasie strzału przyjmujemy równem zeru (ciśnienie atmosferyczne); otrzymana w ten sposób oś xx' przecina rzędną punktu x_0 w punkcie F ; odcinek cF określa w tych warunkach najwyższe dopuszczalne ciśnienie wewnętrzne dla rozpatrywanej rury złożonej.

Zadanie № 3. To samo zadanie co Nr. 2, w założeniu, iż zamiast zaciskania bezwzględnego znamy zaciskanie całkowite. — W takim razie postępujemy odnośnie elementu 3-go w ten sam sposób, co poprzednio, ale tu odcinek $a_1'b'$ będzie równy zaciskaniu całkowitemu $\Delta T_2'$ (rys. 14) a nie zaciskaniu bezwzględemu ΔT_2 , jak to miało miejsce w zadaniu № 2. W ten sposób otrzymamy jeden punkt prostej naprężeń ciągnących, odpowiadającej zespołowi elementów znajdujących się pod 3-im elementem, rozpatrywanemu jako rura pojedyncza. Trzeba więc będzie przedłużyć prostą $b'a$ aż do przecięcia w punkcie c z rzędną punktu x_0 ; otrzymujemy więc wykres, odpowiadający rurze składającej się z elementu 3-go, oraz zespołu elementów 1 i 2, rozpatrywanego jako rura pojedyncza; dla takiej rury złożonej wykres w stanie spoczynku otrzymamy, biorąc x_3c jako oś rzędnych zerowych.

Na tym wykresie odcinki rzędnych, zawarte między prostą ac a osią x_3c_1 oznaczają ciśnienia, powstające w zespole elementów 1 i 2 i wynikające wyłącznie z zaciskania w styku x_2 ; ażeby otrzymać ciśnienia rzeczywiste, trzeba jeszcze dodać do nich ciśnienia, które uprzednio już istniały w rurze, składającej się z elementów 1 i 2 i które wynikały z zaciskania w styku x_1 .

Dla określenia tych ostatnich postępujemy w ten sam sposób, co uprzednio: przez punkt x_2 przeprowadzamy prostą o kierunku dowolnym aż do przecięcia w punkcie b_1 z rzędną punktu x_1 przedłużając tę prostą w kierunku $x < 0$, otrzymamy odcinek naprężeń ciągnących $b_1'b_1''$ w elemencie 2-im; następnie bierzemy $b_1''c_1' = \Delta T_1'$, t. j. całkowitemu zaciskaniu w styku x_1 ; punkt c_1' odpowiada naprężeniu ciągnącemu na zewnętrznej powierzchni elementu 1-go; łącząc c_1' z punktem b_1 , odpowiadającym ciśnieniu w styku x_1 , otrzymamy wykres ciśnień (b_1c_1) i naprężeń ciągnących ($c_1''c_1'$) w elemencie 1-ym. Ośią zer, odpowiadającą stanowi spoczynku elementów 1 i 2, będzie prosta x_2c_1 ; odcinek rzędnej $b_1\beta_1'$, zawartej między punktem b_1 a osią x_2c_1 wyraża ciśnienie w styku x_1 , wynikające z zaciskania w tym styku. Dla otrzymania więc kompletnego wykresu, dotyczącego rury złożonej z 3 elementów, wystarczy wziąć na rzędnej punktu x_1 punkt b , którego odległość od punktu β' (leżącego na przecięciu prostej ac z rzędną punktu x_1) jest równą $b_1\beta_1'$; otrzymujemy w ten sposób wykres x_3abc .



Ażeby otrzymać następnie wspólną oś zer i określić najwyższe ciśnienie, które może wytrzymać rura bez przekroczenia granicy sprężystości żadnego elementu, postępujemy w ten sam sposób, co w zadaniu № 2.

Powyższa metoda pozwala w praktyce rozwiązać dwa zasadnicze zadania, a mianowicie może być zastosowana: a) do projektowania lufy nowej; b) do zbadania wykresu lufy istniejącej; ze względu na uogólnienie najbardziej celowym jest (jak to widzieliśmy w stosunku do lufy pojedynczej) oznaczać siły (naprężenia i ciśnienia) przez ich stosunek do granicy sprężystości metalu E , a poszczególne wymiary przez ich stosunek do wewnętrznej średnicy R_0 .

Rozpatrzmy następujące dwa przykłady liczbowe.

a) *Lufa złożona z 4 elementów. Dane zadania: promień wewnętrzny R_0 , promienie styków R_1, R_2, R_3 oraz promień zewnętrzny R_4 , które mają się*) do siebie*

$$R_0 : R_1 : R_2 : R_3 : R_4 = 1 : 1,5 : 1,75 : 2 : 3,$$

granica sprężystości metalu wszystkich czterech elementów $E = 44 \text{ kg/mm}^2$, moduł Young'a 22000 kg/mm^2 .

Zbudować wykres i obliczyć zaciskania oraz najwyższe dopuszczalne ciśnienie w czasie strzału w założeniu, iż przy strzale każdy element jest obciążony do dopuszczalnego maximum.

Biorąc (rys. 15**) Ox_0 jako jednostkę dla skali odciętych, odkła-

*) Jest to przykład, rozpatrzony przez p. inż. gen. Jacob na str. 146 — 151 tomu I „Résistance et constructions des bouches à feu” (Wydanie 1920 r.). Przy ustalaniu stosunku poszczególnych promieni p. inż. gen. Jacob wychodzi z założenia, iż a) rura nie powinna mieć więcej, niż 1 kal. grubości, stąd $\frac{R_1}{R_0} = 3$; b) rura rdzeniowa, która ma zwykle znaczną długość, nie może mieć grubości mniejszej, niż $\frac{1}{5}$ kal., a więc $\frac{R_1}{R_0} \geq 1,4$ poczem przyjmuje $\frac{R_1}{R_0} = 1,5$; c) grubość obsady, która zawiera gniazdo zamkowe i która jest poddana wysiłkowi podłużnemu, powinna być obliczona w ten sposób, aby wydłużenie w kierunku podłużnym, wywołane przez ten wysiłek, nie było zbyt znaczne; dochodzi się do należytego wyniku w tym względzie, przyjmując $\frac{R_3}{R_0} = 2$ co daje obsadzie grubość $\frac{1}{2}$ kalibra; d) prawo Gadolina może więc być tu zastosowane tylko do styku x_2 , co daje

$$R_2^2 = R_1 R_3 = 1,5 R_0 \cdot 2 R_0 = 3 R_0^2,$$

przyjmujemy wartość przybliżoną $R_2 = 1,75 R_0$; — opierając się na hipotezie Barré-de-Saint-Venant, p. Jacob znajduje dla takiej lufy $\frac{P_0}{E} = 0,9$.

**) patrz rysunki oddzielne pod opaską.

damy $Ox_1 = \frac{1}{1,5^2} = 0,444$; $Ox_2 = \frac{1}{1,75^2} = 0,326$; $Ox_3 = \frac{1}{2^2} = 0,25$ i $Ox_4 = \frac{1}{3^2} = 0,111$ oraz punkty x_0' , x_1' , x_2' , x_3' i x_4' symetryczne w stosunku do O . Na rzędnej punktu x_3 odkładamy odcinek $x_3 e_3 = \frac{1}{2}$ w skali przyjętej dla naprężeń, poczem przez x_4 prowadzimy równoległą do Oe_3 aż do przecięcia w punkcie a z rzędną x_3 i do przecięcia w punkcie a_1' z rzędną x_3' ; stąd boki $x_4 a$ wykresu ciśnień i $a' a_1'$, wykresu naprężeń ciągnących dla 4-go elementu. Na rzędnej punktu x_2 odkładamy $x_2 e_2 = \frac{1}{2}$, poczem przez a prowadzimy, prostą równoległą do Oe_2 , która daje boki wykresów ab i $b' b_1'$ dla 3-go elementu; na rzędnej punktu x_1 odkładamy $x_1 e_1 = \frac{1}{2}$, poczem prosta równoległa do Oe_1 daje boki wykresów bc i $c' c_1'$ dla 2-go elementu; na rzędnej punktu x_0 odkładamy $x_0 e_0 = \frac{1}{2}$, — poczem prosta równoległa do Oe_0 przeprowadzona przez c daje dla 1-go elementu boki cd i $d' d_1'$.

Najwyższe dopuszczalne ciśnienie w chwili strzału będzie więc $x_0 d = 0,8E$, czyli $\frac{Po}{E} = 0,8$.

Zaciskania bezwzględne:

$$\text{w styku 3-im będzie } S_3 = \frac{E}{M} \cdot b' a_1' = \frac{1}{500} \cdot 0,2 = 0,0004.$$

$$\text{„ 2-im „ } S_2 = \frac{E}{M} \cdot c' b_1' = \frac{1}{500} \cdot 0,3 = 0,0006,$$

$$\text{„ 1-ym „ } S_1 = \frac{E}{M} \cdot d' c_1' = \frac{1}{500} \cdot 0,57 = 0,0011.$$

Jeżeli idzie o określenie zaciskania całkowitego np. w styku 3-im, to prosta ad przecina rzędną x_3' w punkcie b'' stąd zaś:

$$s_3 = \frac{E}{M} \cdot b'' a_1' = \frac{1}{500} \cdot 0,64 = 0,0013.$$

Osią zer w czasie spoczynku jest $x_4 d$, stąd największe naprężenie styczne w stanie spoczynku (wywołane przez zaciskanie) $d_1 d_1' = -0,82E$, co jest dopuszczalne.

b) *Lufa złożona z 3 elementów. Dane zadania: promień wewnętrzny R_0 , promienie styków R_1 i R_2 oraz promień zewnętrzny R_3 ,*

które mają się do siebie, jak

$$R_0 : R_1 : R_2 : R_3 = 1 : 1,44 : 2,07 : 3 \text{ (wg. prawa Gadolina)}$$

zaciskanie całkowite w stykach $s_1 = s_2 = 0,0013$; granica sprężystości metalu wszystkich trzech elementów $E = 44 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$; moduł Younga $22000 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$. Zbudować wykres, określić naprężenia, wywołane przez zaciskanie w czasie spoczynku, oraz najwyższe dopuszczalne ciśnienie w czasie strzału.

Biorąc (rys. 16)*) Ox_0 , jako jednostkę dla skali odciętych odkładamy

$$Ox_1 = \frac{1}{1,44^2} = 0,48, \quad Ox_2 = \frac{1}{2,07^2} = 0,23, \quad Ox_3 = 0,11$$

i bierzemy punkty x_0', x_1', x_2', x_3' symetryczne w stosunku do O .

Przez punkt O prowadzimy prostą $O\alpha$ o dowolnym kierunku, i na rzędnej x_2 odkładamy $\alpha m = \frac{1}{2}$ w skali przyjętej dla naprężeń; $x_3\alpha \parallel O\alpha$ daje boki $x_3\alpha$ wykresu ciśnień, i $a'a_1'$ wykresu naprężeń ciągnących dla 3-go elementu.

Na rzędnej punktu x_2' odkładamy

$$a_1'b' = \frac{MS_2}{E} = \frac{22000 \cdot 0,0013}{44} = 0,65$$

w skali przyjętej dla naprężeń; prosta $b'a$ daje na rzędnej x_0 punkt c , i na rzędnej x_1 punkt β' .

Przez punkt x_2 prowadzimy prostą x_2b_1 o dowolnym kierunku, która pomiędzy rzędnymi x_1' i x_2' daje odcinek $b_1''b_1'$, poczem bierzemy na rzędnej x_1' odcinek $b_1''c_1' = \frac{MS_1}{E} = 0,65$; prosta $c_1'b_1$ daje punkt c_1 na rzędnej x_0 ; prosta x_2c_1 określa na rzędnej x_1 odcinek $b_1\beta_1'$; odkładając na tej samej rzędnej $\beta'b = \beta_1'b_1$ otrzymujemy pozostałe dwa boki wykresu ciśnień ab i bc , oraz odnośne boki wykresu naprężeń ciągnących $b_2'b_2''$ i c_2'' .

Oś zer w stanie spoczynku x_3c daje na rzędnej punktu x_0' punkt k , a stąd naprężenie ściskające w stanie spoczynku $c_2''k$, które w odnośnej skali wynosi $0,83E$, co jest dopuszczalne.

Dla określenia osi zer w czasie strzału wykreślamy $O\beta \parallel ab$ i $O\gamma \parallel bc$, poczem bierzemy na rzędnych punktów x_1 względnie x_0 punkty n wzgl. p odległe od β wzgl. od γ o $0,5$ w skali przyjętych dla naprężeń; z otrzymanych w ten sposób trzech osi om , on i op najbardziej zbliżoną do wykresu x_3abc jest on ; prowadząc przez x_3

*) patrz rysunki oddzielne pod opaską.

prostą równoległą do on , otrzymujemy oś zer w czasie strzału xx' , która na rzędnej punktu x_0 określa najwyższe dopuszczalne ciśnienie podczas strzału $cF = 0,72E$ w skali przyjętej dla naprężeń. Zaciskanie bezwzględne

$$S_2 = \frac{E}{M} \cdot a_1' b_2' = \frac{44 \cdot 0,45}{22000} = 0,0009$$

i

$$S_1 = \frac{E}{M} \cdot b_2'' c' = \frac{44 \cdot 0,64}{22000} = 0,0013.$$

B. Sposób nomograficzny. Zastosujemy tu tę samą metodę, co w punkcie 2 § 1. Rozdział I cz. 2. Podobnie, jak i w sposobie poprzednim wykresy będą tu wieloboczne, t. j. będą składały się z odcinków prostych, odpowiadającym poszczególnym elementom. Tu wszakże posługiwanie się wykresem naprężeń stycznych celem określenia względnie wykorzystania danych wartości zaciskania przedstawia pewne trudności, gdyż na wykresie tym bezwzględna wartość odciętych bardzo szybko wzrasta wraz z wartością współczynnika z , co prowadziłoby w konsekwencji do zbyt wielkich wymiarów wykresu i użycia niemożliwie dużych arkuszy, możemy jednakże równie dobrze posługiwać się w tym celu scharakteryzowanym już w punkcie 2 § 1 wykresem odkształceń stycznych. W rzeczy samej, jak widzieliśmy w punkcie 2 § 2 niniejszego rozdziału, zaciskanie może być wyrażone, jako różnica odkształceń stycznych, istniejących w stykających się ze sobą powierzchniach, tak iż możemy napisać

$$\frac{MS}{E} = \frac{M\epsilon_1}{E} - \frac{M\epsilon_2}{E}.$$

Poniższe dwa przykłady wyjaśniają istotę zastosowania sposobu nomograficznego do luf złożonych.

a) *Lufa złożona z 4 elementów, promienie których mają się do siebie, jak*

$$R_0 : R_1 : R_2 : R_3 : R_4 = 1 : 1,5 : 1,75 : 2 : 3$$

granica sprężystości metalu wszystkich 4 elementów $E = 44 \text{ kg} : \text{mm}^2$; moduł Younga $22000 \text{ kg} : \text{mm}^2$. Zbudować wykres i obliczyć zaciskania oraz najwyższe dopuszczalne ciśnienie w czasie strzału w założeniu, iż przy strzale każdy element jest obciążony do dopuszczalnego maximum (to samo zadanie co powyżej A — a).

Jak widzieliśmy w punkcie 2 § 1, gdy metal jest obciążony do maximum dopuszczalnego na zasadzie hipotezy Coulomb-Malaval, od-

nośny wskaźnik przecina oś $U_2 U_2'$ w punkcie którego odległość od O_2 wynosi

$$kO_2 = u_2 = \frac{1}{2z^2}.$$

Dla rury wewnętrznej mamy

$$z = \frac{R_4}{R_0} = 3, \quad \text{a więc} \quad u_2 = \frac{1}{18} = 0,055$$

stąd zaś punkt k_3 (rys. 17)*).

Dla pierwszego szeregu pierścieni

$$z = \frac{R_4}{R_1} = \frac{3}{1,5} = 2, \quad \text{a więc} \quad u_2 = \frac{1}{8} = 0,125,$$

stąd zaś punkt k_2 .

Dla drugiego szeregu pierścieni

$$z = \frac{R_4}{R_2} = \frac{3}{1,75} = 1,71 \quad \text{a więc} \quad u_2 = \frac{1}{2 \cdot 1,71^2} = 0,17,$$

stąd zaś punkt $k_{1,75}$.

Dla obsady mamy

$$z = \frac{R_4}{R_3} = \frac{3}{2} = 1,5 \quad \text{a więc} \quad u_2 = \frac{1}{2 \cdot 1,5^2} = 0,22,$$

stąd zaś punkt $k_{1,5}$.

Dla określenia wartości odciętych na wykresie ciśnień, posługujemy się wzorem

$$x = \frac{d}{2} \cdot \frac{1 - z^2}{1 + z^2},$$

co daje:

Dla rury wewnętrznej $z = 3$

$$x = 20 \frac{1 - 9}{1 + 9} = -16, \quad \text{stąd zaś punkt } A_3.$$

Dla pierwszego szeregu pierścieni $z = 2$

$$x = 20 \frac{1 - 4}{1 + 4} = -12, \quad \text{stąd zaś punkt } A_2.$$

Dla drugiego szeregu pierścieni $z = 1,71$

$$x = 20 \frac{1 - 1,71^2}{1 + 1,71^2} = -9,85, \quad \text{stąd zaś punkt } A_{1,71}.$$

*) patrz rysunki oddzielne pod opaską.

Dla obsady $z = 1,5$

$$x = 20 \frac{1 - 1,5^2}{1 + 1,5^2} = -7,7, \text{ stąd zaś punkt } A_{1,5}.$$

Dla określenia wartości odciętych na wykresie odkształceń posługujemy się wzorem

$$x' = - \frac{d}{2} \frac{1,375 z^2 + 0,625}{1,375 z^2 - 0,625},$$

co daje:

dla rury wewnętrznej	$z = 3$	$x' = -22,5$,	stąd zaś punkt B_3
„ 1-go szeregu pierścieni	$z = 2$	$x' = -26,2$,	„ „ „ B_2
„ 2-go „ „	$z = 1,71$	$x' = -28,9$,	„ „ „ $B_{1,71}$
„ obsady	$z = 1,5$	$x' = -32,6$,	„ „ „ $B_{1,5}$.

Ponieważ obsada jest obciążona do dopuszczalnego maximum, więc odnośny bok wieloboku musi przejść przez punkt $k_{1,5}$; wykreślamy więc prostą $Ok_{1,5}$, która przecina rzędną punktu $A_{1,5}$ w punkcie a , i rzędną punktu $B_{1,5}$ w punkcie a_1 ; stąd pierwszy bok wykresu Oa odpowiadający obsadzie. Ponieważ drugi szereg pierścieni jest również obciążony do dopuszczalnego maximum, więc odnośny bok wykresu przejdzie przez $k_{1,71}$; łączymy więc punkt a z punktem $k_{1,71}$ i na przecięciu prostej $ak_{1,71}$ z rzędnymi $A_{1,71}$, $B_{1,5}$ oraz $B_{1,71}$ otrzymujemy punkty b , b_1 i b_1' ; stąd drugi bok wykresu ab , odpowiadający 2-mu szeregowi pierścieni. W analogiczny sposób otrzymamy trzeci bok wykresu bc , odpowiadający 1-mu szeregowi pierścieni, oraz czwarty bok wykresu cd , odpowiadający rurze rdzeniowej (wewnętrznej).

W ten sposób otrzymujemy wykres $Oabcd$ i ogólny wskaźnik rury złożonej Od , odpowiadające stanowi równowagi w chwili strzału, przy ciśnieniu wewnętrznym, obciążającym wszystkie elementy składowe do dopuszczalnego maximum. Punkt d leży na prostej równych ciśnień, oznaczonej cyfrą 0,8 a więc najwyższe dopuszczalne ciśnienie przy strzale wynosi $P_0 = 0,8E$.

Od wykresu $Oabcd$ w chwili strzału przechodzimy do wykresu $Oa'b'c'A_3$ w stanie spoczynku, biorąc na rzędnych odnośnych punktów

$$A_2c' = \gamma c; A_{1,71}b' = \beta b \text{ i } A_{1,5}a' = \alpha a.$$

Dla określenia zaciskania bezwzględnego między obsadą a drugim szeregiem pierścieni, bierzemy różnicę naprężeń stycznych istniejących po obu stronach styku $B_{1,5}$ czyli

$$a_1 B_{1,5} - b_1' B_{1,5} = a_1 b_1' \text{ co w skali rzędnej } B_{1,5} \text{ wynosi } a_1 b_1' = 0,22E,$$

$$\text{a więc } \frac{MS_3}{E} = 0,22, \text{ czyli } S_3 = \frac{0,22E}{M} = \frac{0,22 \cdot 44}{22000} = 0,0004.$$

Dla styku $B_{1,71}$ (między pierwszym a drugim szeregiem pierścieni) mamy analogicznie $\frac{MS_2}{E} = b_1 c_1' = 0,29$, a więc $S_2 = 0,00058$, czyli okrągło 0,0006, zaś dla styku B_2 (między pierwszym szeregiem pierścieni a rurą rdzeniową) $\frac{MS_1}{E} = c_1 d_1' = 0,56$, czyli $S_1 = 0,0011$.

Dla określenia zaciskania całkowitego np. w styku 3-im łączymy punkt a z punktem d , prosta ad przecina rzędną punktu $B_{1,5}$ w punkcie a'' ; zaciskanie całkowite S_3 dane jest przez wzór

$$MS_3 = a_1 a'' = 0,66E, \quad \text{a więc } S_3 = 0,0013.$$

Odkształcenie styczne ujemne $M\varepsilon$ (czyli ściśnięcie) wywołane w wewnętrznej warstwie rury rdzeniowej w czasie spoczynku naskutek zaciskania, równa się odcinkowi rzędnej B_3 , zawartemu między linją zer w czasie spoczynku (t. j. 00₂) a prostą $c'A_3$, a więc $B_3 h$, co w skali odnośnej rzędnej wynosi $B_3 h = -0,85E$, co jest dopuszczalne.

Otrzymujemy więc w przybliżeniu te same wyniki, co przy rozwiązaniu tegoż zadania sposobem płk. Henry ($A - a$).

b) *Lufa złożona z 3 elementów, promienie których mają się do siebie jak*

$$R_0 : R_1 : R_2 : R_3 = 1 : 1,44 : 2,07 : 3$$

zaciskanie bezwzględne w stykach $S_1 = 0,0013$ i $S_2 = 0,0009$; granica sprężystości metalu wszystkich trzech elementów $E = 44 \text{ kg} : \text{mm}^2$; moduł Young'a $M = 22000 \text{ kg} : \text{mm}^2$. Zbudować wykres, — określić odkształcenia, wywołane przez zaciskanie w czasie spoczynku, oraz najwyższe dopuszczalne ciśnienie w czasie strzału (jest to zadanie analogiczne, co powyżej $A - b$, tylko że zamiast zaciskañ całkowitych dane są wartości zaciskañ bezwzględnych).

Podobnie jak w zadaniu poprzednim określamy przedewszystkiem na osi $U_2 U_2'$ punkty k na zasadzie wzoru $kO_2 = u_2 = \frac{1}{2z^2}$.

Dla pierwszego (wewnętrznego) elementu

$$z = \frac{R_3}{R_0} = 3; \quad \text{a więc } u_2 = 0,055,$$

stąd punkt k_3 (rys. 18)*).

Dla drugiego elementu

$$z = \frac{R_3}{R_1} = \frac{3}{1,44} = 2,07; \quad u_2 = 0,116,$$

stąd punkt $k_{2,07}$.

*) patrz rysunki oddzielne pod opaską.

Dla trzeciego elementu

$$z = \frac{R_3}{R_2} = \frac{3}{2,07} = 1,44; \quad u_2 = 0,24$$

stąd punkt $k_{1,44}$.

Dla określenia wartości odciętych na wykresie ciśnień, posługując się wzorem $x = \frac{d}{2} \cdot \frac{1-z^2}{1+z^2}$, otrzymamy dla pierwszego elementu

$$z = 3; \quad x = 20 \frac{1-9}{1+9} = -16$$

stąd punkt A_3 .

Dla drugiego elementu

$$z = 2,07; \quad x = 20 \frac{1-2,07^2}{1+2,07^2} = -12,4,$$

stąd punkt $A_{2,07}$.

Dla trzeciego elementu

$$z = 1,44; \quad x = 20 \frac{1-1,44^2}{1+1,44^2} = -6,96,$$

stąd punkt $A_{1,44}$.

Dla określenia wartości odciętych na wykresie odkształceń, posługując się wzorem $x = -\frac{d}{2} \cdot \frac{1,375z^2 + 0,625}{1,375z^2 - 0,625}$, otrzymamy

dla pierwszego elementu	$z = 3,$	$x' = -22,$	stąd punkt $B_3,$
„ drugiego	„ $z = 2,07,$	$x' = -25,7,$	„ „ $B_{2,07},$
„ trzeciego	„ $z = 1,44,$	$x' = -34,$	„ „ $B_{1,44}.$

Zbudujemy przedewszystkiem wykres pomocniczy, odpowiadający stanowi równowagi pod dowolnem ciśnieniem wewnątrz rury rdzeniowej; dajemy sobie dowolnie pierwszy bok wykresu np. Oa'' ; przedłużając prostą Oa'' do przecięcia z rzędną punktu $B_{1,44}$ otrzymamy punkt a_1'' poniżej którego bierzemy na tej rzędnej w odnośnej skali odcinek

$$a_1''b_1'' = \frac{MS_2}{E} = \frac{22000 \cdot 0,0009}{44} = 0,45$$

poczem łączymy punkt b_1'' z punktem a'' ; $b_1''a''$ przecina rzędną punktu $A_{2,07}$ w punkcie b'' , stąd otrzymujemy drugi bok $a''b''$ wykresu. Poniżej punktu b_2'' , w którym $b_1''a''$ przecina rzędną $B_{2,07}$, bierzemy na tej rzędnej w odnośnej skali odcinek

$$b_2''c_1'' = \frac{MS_1}{E} = \frac{22000 \cdot 0,0013}{44} = 0,65,$$

poczem łączymy punkt c_1'' z b'' , co daje na rzędnej A_3 punkt c'' , stąd zaś trzeci bok wykresu $b''c''$.

Od otrzymanego w ten sposób wykresu pomocniczego $Oa''b''c''$, przechodzimy, jak w zadaniu poprzednim, do wykresu w stanie spoczynku $Oa'b'A_3$; prosta A_3b' przecina rzędną B_3 w punkcie h ; odcinek B_3h w danej skali wynosi $0,9E$, co jest dopuszczalne.

Ażeby określić najwyższe dopuszczalne ciśnienie w czasie strzału pod warunkiem, aby granica sprężystości metalu nie była przekroczona w żadnym elemencie, zbudujemy przedewszystkiem wykres, odpowiadający stanowi równowagi, przy którym granica sprężystości zostaje osiągnięta na wewnętrznej powierzchni pierwszego elementu (a więc w rurze rdzeniowej); w tym celu łączymy punkt k_3 z punktem b' ; k_3b' przecina rzędną A_3 w punkcie i ; prosta $iA_{2,07}$ daje na osi U_2U_2' punkt j ; wykreślając następnie prostą Oj otrzymamy linię zer stanu równowagi, przy którym granica sprężystości w warstwie A_3 zostaje osiągnięta, co odpowiada wykresowi $Oa_1b_1c_1$; w rzeczy samej podobieństwo trójkątów:

$$\Delta ib'A_{2,07} \sim \Delta ik_3j \quad \text{oraz} \quad \Delta k_3c_1j \sim \Delta b_1c_1l$$

daje

$$\frac{b'A_{2,07}}{k_3j} = \frac{A_3A_{2,07}}{O_2A_3} = \frac{b_1l}{k_3j} \quad \text{a więc} \quad b'A_{2,07} = b_1l.$$

i bok wykresu b_1c_1 , odpowiadający pierwszemu elementowi przechodzi przez punkt k_3 , co odpowiada osiągnięciu granicy sprężystości w wewnętrznej warstwie pierwszego elementu; odnośne ciśnienie wewnątrz rury wyniesie $A_3c_1 = 0,8E$; jednakowoż przy tym stanie równowagi bok wykresu a_1b_1 odpowiadający drugiemu elementowi przecina oś U_2U_2' w punkcie m , położonym wyżej, niż punkt $k_{2,07}$, czyli $O_2m > O_2k_{2,07}$,

wobec czego $\frac{T+P}{E} > 1$ na wewnętrznej powierzchni drugiego elementu. Wynika stąd, iż ciśnienie $P_0 = 0,8E$ jakkolwiek dopuszczalne dla pierwszego elementu, nie jest dopuszczalne dla zespołu rozpatrywanej lufy złożonej, bo wywołuje przekroczenie granicy sprężystości na wewnętrznej powierzchni elementu drugiego.

Szukamy więc stanu równowagi, przy którym granica sprężystości na wewnętrznej powierzchni drugiego elementu zostaje przekroczona; w tym celu wykreślamy prostą $k_{2,07}a'$, co na rzędnej A_3 daje punkt p , prosta $pA_{1,44}$ przecina U_2U_2' w punkcie p_1 ; prosta p_1O daje na rzędnej $A_{2,07}$ punkt b_2 szukanego wykresu, a zatem cały wykres $Oa_2b_2c_2$; przyczem rysunek wskazuje, iż bok b_2c_2 przetnie U_2U_2' poniżej punktu k_3 , zaś bok Oa_2 poniżej punktu $k_{1,44}$, a więc ten stan równowagi, odpowiadający wykresowi $Oa_2b_2c_2$ nie wywołuje osiągnięcia (ani tembardziej przekroczenia) granicy sprężystości w elemencie

pierwszym i trzecim, powodując jedynie osiągnięcie granicy sprężystości w elemencie drugim (prosta b_2a_2 przechodzi przez $k_{2,07}$); odnośne ciśnienie wewnątrz lufy wynosi $P_0 = A_3c_2 = 0,73E$ co stanowi najwyższe dopuszczalne ciśnienie w przewodzie rozpatrywanej lufy.

Otrzymujemy więc w przybliżeniu te same wyniki, co przy rozwiązaniu tegoż zadania sposobem płk. Henry ($A - b$).

Uwaga. Przy porównywaniu powyższych dwóch sposobów (sposób płk. Henry i sposób nomograficzny), na pierwszy rzut oka здаwałoby się, iż pierwszy z nich jest o wiele praktyczniejszy i szybszy, gdyż nie potrzeba rysować wymagających starannego wykonania sieci zbieżnych w punkcie O_2 linii równych ciśnień i linii równych odkształceń; również sposób określania odciętych na wykresie płk. Henry jest prostszy, niż w sposobie nomograficznym; wreszcie, jeżeli chcemy zachować dostatecznie duże i czytelne podziałki, sposób nomograficzny wymaga większych arkuszy. Prawda, iż pierwszy względ nie odgrywa zasadniczej roli, ponieważ można posiadać nomogram starannie i dokładnie narysowany raz na zawsze na specjalnym arkuszu (najlepiej papieru kratkowanego), zaś w każdym poszczególnym wypadku wykreślać wykresy, dotyczące badanych luf, na kalce umocowywanej na wyżej wymienionym nomogramie; jednakowoż pozostają pozostałe dwie niedogodności sposobu nomograficznego, z których ostatnia nabiera specjalnej wagi ze względu na to, iż w sposobie tym, podziałki na poszczególnych rzędnych są tem mniejsze, iż odnośny punkt znajduje się bliżej osi U_2U_2' , a zatem najmniejsze podziałki odpowiadają najważniejszemu rzędnym, dotyczącym rury rdzeniowej (i wogóle elementów wewnętrznych, najbardziej obciążonych), — co utrudnia odczytywanie najważniejszych danych (np. ciśnienia w przewodzie), zwłaszcza jeżeli w tych miejscach na wykresie przechodzi dużo linii pomocniczych np. na rys. 18. Dlatego też sposób płk. Henry w odniesieniu do luf złożonych wydaje się bardziej wskazanym.

§ 3. Lufy wzmocnione drutem.

1. *Określenia i zasady.* — Ponieważ, jak widzieliśmy uprzednio (część 2, Rozdział I § 2 p. 9-a), wytrzymałość lufy złożonej o danej grubości, składającej się elementów, zrobionych z jednego i tego samego metalu, wzrasta wraz z liczbą tych elementów, więc niektórzy konstruktorzy (np. Longridge w Anglii w r. 1855, kpt. Schultz we Francji w r. 1873) wpadli na myśl wzmacniania wytrzymałości rury rdzeniowej przez bandażowanie jej przy pomocy kolejnych warstw drutu stalowego, które odgrywają w ten sposób rolę elementów bardzo

cienkich. Sposób ten przyjął się zwłaszcza w Anglii, gdzie był zastosowany do dużej ilości dział; polega on zasadniczo na nawijaniu dookoła rury warstwy drutu, w której zwoje stykają się wzajemnie ze sobą, przyczem drutowi nadaje się pewne naprężenie ciągnące; następnie na tę pierwszą warstwę nawija się druga warstwa drutu o naprężeniu ciągnącym większym, niż w pierwszej i t. d.

Zwolennicy tego sposobu wzmacniania rury podkreślali następujące jego zalety:

1^o bardzo duża liczba kolejnych pierścieni;

2^o drut stalowy może posiadać granicę sprężystości o wiele wyższą, niż obsady i pierścienie zrobione z najlepszej stali: granica ta mogła przekraczać wartość $100 \text{ kg} : \text{mm}^2$, podczas gdy dla metali obsad i pierścieni granica ta wynosiła zwykle około 40 do $50 \text{ kg} : \text{mm}^2$; tu zaznaczyć wszakże należy, iż tak wysoka granica sprężystości drutu osiągnięta była zazwyczaj przez przeciąganie na zimno naciągarkach, a więc używano tu w rzeczywistości metalu, którego granica sprężystości była już przekroczoną w czasie zimnej obróbki;

3^o bandażowanie drutem dawało możliwość regulowania naprężenia w poszczególnych warstwach drutu w czasie samej konstrukcji w ten sposób, aby lufa już w czasie spoczynku była w takich warunkach równowagi sprężystej, by wytrzymałość wszystkich warstw obandażowania była w pełni wykorzystana; zaznaczyć wszakże należy, iż — jakkolwiek uważano, iż łatwiej jest nadać drutowi żądane naprężenie, niż nakładać obsadę względnie pierścienie z daną wartością zaciskania (w rzeczy samej wystarczało obciążyć drut, w chwili nawijania, przez siłę określonej wartości, podczas gdy urzeczywistnienie dokładnej wartości zaciskania wymagało bardzo dokładnej i kosztownej obróbki) — to jednak osiągnięcie pełnego obciążenia wszystkich zwojów wymagało dość skomplikowanej w praktyce metody nawijania;

4^o przypuszczano, iż przez wykorzystanie najwyższego dopuszczalnego obciążenia wszystkich warstw bandażujących uda się znacznie zmniejszyć grubość, a przez to i ciężar lufy, przy zachowaniu danej mocy sprężystej; jednakże widzieliśmy, iż w praktyce bez względu na rodzaj bandażowania istnieje pewna minimalna grubość ścianki lufy, poniżej której zejść jest niepodobieństwem, jeżeli chcemy zachować daną moc sprężystą (cz. 2 Rozdz. I § 2 p. 8); skądinąd warstwy drutu nie przyjmują żadnego udziału w wytrzymałości lufy na siły podłużne i konieczność zapewnienia wytrzymałości podłużnej zmusza, jak zobaczymy w Rozdziale II, do zastosowania konstrukcji, która sama przez się zwiększa ciężar lufy, wobec czego traci się z punktu widzenia

ciężaru lufy to, co się uzyskało przez wykorzystanie wytrzymałości poprzecznej wszystkich warstw drutu bandażującego.

Prócz tego sposób bandażowania drutem był silnie krytykowany i dla innych wad, a mianowicie:

1^o trudność należytego umocowania końców drutu;

2^o trudność naprawy w razie przypadkowego zerwania się drutu; istnieje co prawda dowodzenie, iż pęknięcie drutu w jednym miejscu nie jest w stanie unicestwić efektu bandażowania, — jednak należy uważać, iż nie jest wyjaśnionem, jak dalece właściwość ta może być stosowana, tembardziej, iż nigdy nie będziemy mieli pewności, w ilu miejscach i w ilu warstwach zaszły pęknięcia; w rzeczy samej pękanie drutu stanowi jedną z dużych trosk angielskiej artylerji morskiej.

To też sposób ten jest stosunkowo mało rozpowszechniony; artylerja francuska nie stosowała go zupełnie; we wzorach będących obecnie na uzbrojeniu artylerji polskiej nie spotykamy go. Z punktu widzenia teoretycznego, lufy wzmocnione drutem są najbardziej zbliżone do tego, co widzimy w lufach samowzmocnionych; te ostatnie wszakże o wiele lepiej urzeczywistniają pełne wykorzystanie mocy sprężystej wszystkich warstw metalu, jak zobaczymy w § 4 niniejszego Rozdziału. To też lufom wzmocnionym drutem poświęcimy tu stosunkowo najmniej miejsca, ograniczając się do teoretycznego rozpatrzenia sprawy obliczenia ich wytrzymałości.

2. *Najwyższa moc sprężysta rury wzmocnionej zwojami drutu w założeniu hipotezy Coulomb-Malaval.* — Rozpatrzmy wytrzymałość poprzeczną lufy, składającej się z rury rdzeniowej i ze zwojów drutu i zbudowanej tak, aby w chwili strzału granica sprężystości była osiągnięta w wewnętrznej warstwie każdego zwoju; jasnem jest, iż warunek ten określa naprężenie, które winno być nadane każdemu zwojowi w chwili nawijania; przy rozwiązaniu tego zadania oprzemy się na metodzie wykreślnej, wskazanej w p. 14 — A poprzedniego §.

Gdybyśmy chcieli przechodzić kolejno od jednego zwoju do następnego, rozpatrując każdy zwój jako oddzielny element, konstrukcja wykresu byłaby bardzo długą i uciążliwą; będziemy więc poszukiwali rozwiązania asymptotycznego (niemaltycznego), które byłoby w zupełności ścisłem tylko wówczas, gdyby grubość drutu była nieskończenie mała, — które jednak może być przyjęte ze względu na stosunkowo bardzo małą grubość drutu, używanego do wzmacniania. Zaciskania nie mogą tu być obliczone przez mierzenie średnic kolejnych zwojów; są one określone przez naprężenie drutu w chwili nawijania, które to naprężenie nazwiemy *naprężeniem konstrukcyjnem*. Jest rzeczą oczywistą, iż to naprężenie konstrukcyjne w danym zwoju różni się od

naprężenia istniejącego w rzeczywistości w tejże warstwie po nawinięciu dalszych zwojów; wyjątek w tym względzie stanowi tylko zwój ostatni (zewnątrzny).

Będziemy rozpatrywali lufę składającą się z rury rdzeniowej o granicy sprężystości E_0 oraz o promieniach wewnętrznym R_0 i zewnętrznym R_1 , wzmocnioną zwojami drutu o granicy sprężystości E z tem, iż zwój ostatni (zewnątrzny) posiada promień R_2 . Będziemy więc na osi odciętych (rys. 19) odkładali:

$$x_2 = O x_2 = \frac{1}{R_2^2} \quad x_1 = O x_1 = \frac{1}{R_1^2} \quad x_0 = O x_0 = \frac{1}{R_0^2}$$

wykres ciśnień zaczyna się w punkcie x_2 ; część wykresu ciśnień P , odpowiadająca zwojom drutu, zawarta jest pomiędzy punktem x_2 a rzędną punktu x_1 ; gdybyśmy przechodzili kolejno od jednego zwoju do następnego, rozpatrując każdy zwój jako oddzielny element, to wykres ciśnień pomiędzy x_2 , a rzędną punktu x_1 , byłby linią łamaną wieloboczną, w której każdy bok, odpowiadający danemu zwojowi, byłby równoległy do prostej przechodzącej przez punkt O i przecinającej rzędną punktu, odpowiadającego wewnętrznej warstwie tegoż zwoju, w punkcie, rzędna którego wynosi $\frac{E}{2}$. Jeżeli przypuścimy, iż grubość drutu jest nieskończenie mała, wspomniana linia łamana staje się linią krzywą, w każdym punkcie M której styczna jest równoległą do prostej OA takiej, iż $x A = \frac{E}{2}$; warunek ten określa w zupełności kształt krzywej, w rzeczy samej współczynnik kątowy stycznej wyniesie

$$\frac{dp}{dx} = \frac{E}{2x},$$

$$\text{a więc} \quad \frac{dp}{E} = \frac{dx}{2x}, \quad \text{czyli} \quad \frac{P}{E} = \frac{1}{2} \text{Log } Kx,$$

gdzie Log oznacza logarytm naturalny, a K stałą całkowania; K określone jest przez warunek, iż punkcie x_2 ciśnienie wynosi $P_2 = 0$, a więc

$$0 = \frac{E}{2} \text{Log } Kx_2, \quad \text{czyli} \quad Kx_2 = 1, \quad \text{t. j.} \quad K = \frac{1}{x_2},$$

równanie krzywej będzie więc:

$$P = \frac{E}{2} \text{Log } \frac{x}{x_2} = E \text{Log } \frac{R_2}{R}$$

wykres rys. 19 w pierwszym (wewnętrznym) zwoju drutu daje ciśnienie $P_1 = \alpha x_1$, czyli

$$P_1 = E \operatorname{Log} \frac{R_2}{R_1} \dots \dots \dots (29).$$

Część wykresu ciśnień, odpowiadająca rurze rdzeniowej, będzie odcinkiem linii prostej ba przechodzącej przez punkt a i równoległej do prostej OB , której rzędna w punkcie B wynosi $x_0 B = \frac{E_0}{2}$; część wykresu naprężeń stycznych T , odpowiadającą rurze rdzeniowej, otrzymujemy pomiędzy rzędnymi punktów x_0' i x_1' ($Ox_0' = Ox_0$ i $Ox_1' = Ox_1$), przedłużając ab w kierunku odciętych ujemnych, będzie więc to odcinek $a'b'$. Część wykresu naprężeń ciągnących T , odpowiadającą zwojom drutu, otrzymujemy pomiędzy rzędnymi punktów x_1' i x_2' ($Ox_2' = Ox_2$), prowadząc w każdym punkcie M (odcięta x) krzywej x_2a styczną do przecięcia w punkcie M' z rzędną punktu x' ($Ox' = Ox$); otrzymujemy w ten sposób krzywą $x_2''a''$.

Na wykresie tym osią zer w czasie strzału jest oś odciętych x_0x_0' , zaś oś zer w stanie spoczynku otrzymamy łącząc punkt b z punktem x_2 ; będzie to więc prosta bC . Powyższe dwie osi pozwalają oznaczyć naprężenie styczne w poszczególnych warstwach w chwili strzału i w stanie spoczynku, które to naprężenia naogół różnią się od naprężenia konstrukcyjnego. Aby oznaczyć to ostatnie musimy liczyć naprężenia styczne od osi zer, odpowiadającej rurze fikcyjnej, którą otrzymalibyśmy np. dla zwoju x przez usunięcie wszystkich zwojów zewnętrznych w stosunku do x (t. j. odpowiadających odciętym od x do x_2); będzie to prosta bM , która przecina w punkcie D rzędną punktu x' ; stąd otrzymamy w warstwie o promieniu $R = \frac{1}{\sqrt{x}}$ naprężenie konstrukcyjne DM' . Wspomniana oś fikcyjna dla pierwszego (wewnętrznego) zwoju drutu zlewa się z prostą bb' , odpowiadającą wykresowi ciśnień i naprężeń stycznych w rurze rdzeniowej, a więc naprężenie konstrukcyjne w pierwszym zwoju drutu będzie $a'a''$; dla ostatniego (zewnętrznego) zwoju drutu oś fikcyjna zlewa się z osią zer w czasie spoczynku, a więc naprężenie konstrukcyjne w ostatnim zwoju będzie Fx_2'' .

Wykres rys. 19 wskazuje, iż skutek obandażowania drutem w wewnętrznej warstwie rury rdzeniowej powstaje naprężenie styczne ściskające $b'C$; ażeby warstwa ta nie uległa zgnieceniu, konieczne jest, aby naprężenie, o którym mowa, było mniejsze, niż granica sprężystości metalu rury rdzeniowej, czyli aby

$$b'C \leq E_0 \dots \dots \dots (30),$$

skądinąd $b'C = x_0'b' - x_0'C \dots \dots \dots (31);$

ażeby określić $x_0'b'$, zauważmy iż jest to rzędna punktu b' odpowiadającego odciętej x_0' , na prostej, z której znamy jeden punkt a (odcięta $\frac{1}{R_1^2}$, rzędna $P_1 = E \text{Log} \frac{R_2}{R_1}$) oraz współczynnik kątowy $\frac{E_0}{2x_0} = \frac{E_0 R_0^2}{2}$; wynika stąd, iż równanie prostej bb' jest

$$y - E \text{Log} \frac{R_2}{R_1} = \frac{E_0 R_0^2}{2} \left(x - \frac{1}{R_1^2} \right)$$

dla $x = -\frac{1}{R_0^2}$, otrzymamy

$$y = x_0'b' = E \text{Log} \frac{R_2}{R_1} - \frac{E_0 R_0^2}{2} \left(\frac{1}{R_0^2} + \frac{1}{R_1^2} \right) \dots \dots (32);$$

dla $x = \frac{1}{R_0^2}$, otrzymamy

$$y = x_0b = E \text{Log} \frac{R_2}{R_1} + \frac{E_0 R_0^2}{2} \left(\frac{1}{R_0^2} - \frac{1}{R_1^2} \right) = P_0.$$

Dla określenia $x_0'C$, napiszmy równanie prostej bC ; prosta ta przechodzi przez 2 znane punkty, a mianowicie punkt x_2 (odcięta $\frac{1}{R_2^2}$, rzędna zero) oraz punkt b (odcięta $\frac{1}{R_0^2}$, rzędna P_0) stąd równanie prostej bc

$$y = \frac{P_0}{\frac{1}{R_0^2} - \frac{1}{R_2^2}} \left(x - \frac{1}{R_2^2} \right) = \frac{E \text{Log} \frac{R_2}{R_1} + \frac{E_0 R_0^2}{2} \left(\frac{1}{R_0^2} - \frac{1}{R_1^2} \right)}{\frac{1}{R_0^2} - \frac{1}{R_2^2}} \left(x - \frac{1}{R_2^2} \right)$$

dla $x = -\frac{1}{R_0^2}$, otrzymamy

$$y = x_0'C = - \left[E \text{Log} \frac{R_2}{R_1} + \frac{E_0 R_0^2}{2} \left(\frac{1}{R_0^2} - \frac{1}{R_1^2} \right) \right] \frac{\frac{1}{R_0^2} + \frac{1}{R_2^2}}{\frac{1}{R_0^2} - \frac{1}{R_2^2}} \dots \dots (33);$$

podstawiając wartości $x_0'b'$ i $x_0'C$ ze wzorów (32) i (33) do wzoru (31) możemy napisać ze względu na wzór (30)

$$E \text{Log} \frac{R_2}{R_1} - \frac{E_0 R_0^2}{2} \left(\frac{1}{R_0^2} + \frac{1}{R_1^2} \right) + \left[E \text{Log} \frac{R_2}{R_1} + \frac{E_0 R_0^2}{2} \left(\frac{1}{R_0^2} - \frac{1}{R_1^2} \right) \right] \frac{\frac{1}{R_0^2} + \frac{1}{R_2^2}}{\frac{1}{R_0^2} - \frac{1}{R_2^2}} \leq E_0,$$

czyli

$$E \operatorname{Log} \frac{R_2}{R_1} \left[1 + \frac{\frac{1}{R_0^2} + \frac{1}{R_2^2}}{\frac{1}{R_0^2} - \frac{1}{R_2^2}} \right] \leq E_0 \left[1 + \frac{R_0^2}{2} \left(\frac{1}{R_0^2} + \frac{1}{R_1^2} \right) - \frac{R_0^2}{2} \cdot \frac{\left(\frac{1}{R_0^2} - \frac{1}{R_1^2} \right) \left(\frac{1}{R_0^2} + \frac{1}{R_2^2} \right)}{\frac{1}{R_0^2} - \frac{1}{R_2^2}} \right],$$

czyli

$$\frac{E_0}{E} \geq \frac{2 \operatorname{Log} \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_0^2}{R_1^2} - \frac{2R_0^2}{R_2^2}} \dots \dots \dots (34).$$

Wzór powyższy — w danych warunkach wymiarów rury rdzeniowej oraz granic sprężystości metalu rury i drutu, — pozwala określić dopuszczalną maksymalną grubość warstwy drutu przy zastosowaniu takiego naprężenia konstrukcyjnego, aby w chwili strzału granica sprężystości była osiągnięta w wewnętrznej warstwie rury rdzeniowej i we wszystkich zwojach drutu, którego średnica uważana jest za nieskończenie małą.

3. *Określenie ciśnień w wypadku ogólnym.* — Przypuśćmy, iż zamiast warunku osiągnięcia w chwili strzału granicy sprężystości we wszystkich zwojach drutu, jak w punkcie poprzednim, — damy sobie jakiegobądź inne prawo rozwoju naprężeń stycznych w tychże zwojach, które oznaczmy ogólnie symbolem $T = f(x)$ przy zachowaniu $x = \frac{1}{R^2}$. W takim razie (rys. 20) biorąc, jak dawniej $Ox = Ox' = x$, otrzymamy dla naprężeń T pewną krzywą (T), taką iż łącząc każdy punkt jej M' z jego odpowiednikiem M na poszukiwanej krzywej ciśnień (P) otrzymamy prostą MM' styczną w punkcie M do krzywej (P), — przyczem $f(x)$ oznacza wartość rzędnej krzywej (T) w punkcie M' . Prowadząc $x'a \parallel M'M$, otrzymamy na rzędnej punktu M .

$$aM = f(x), \quad xM = P,$$

a więc

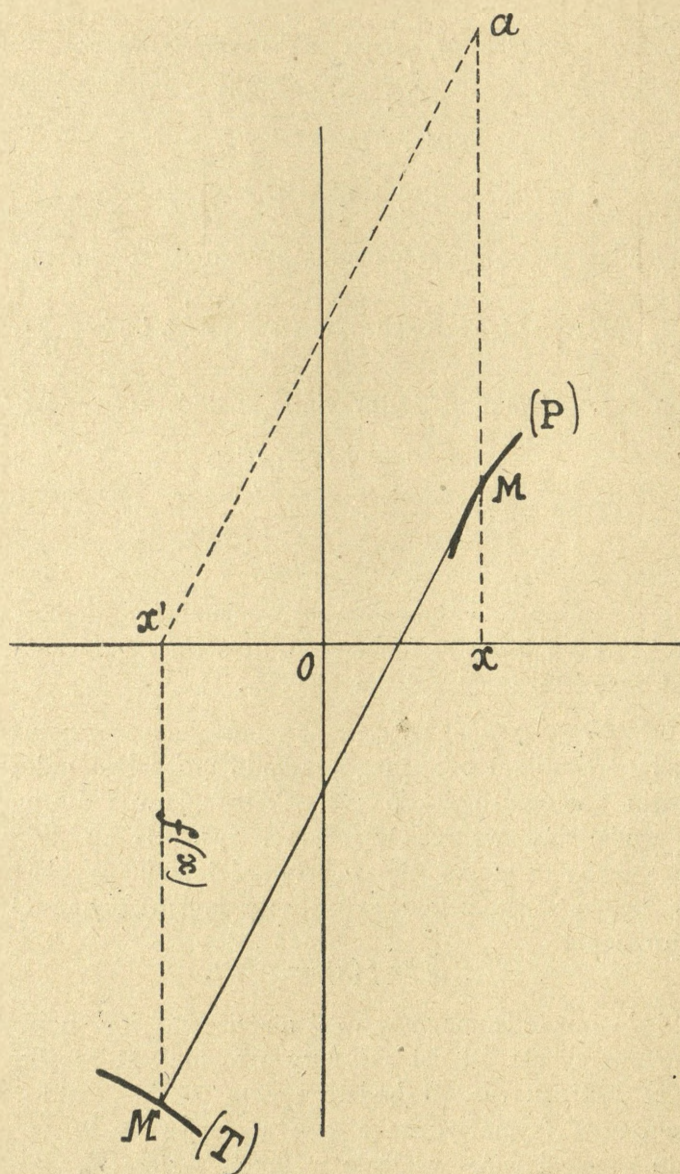
$$\frac{dP}{dx} = \frac{P + f(x)}{2x}$$

czyli

$$\frac{dP}{P + f(x)} = \frac{dx}{2x} \dots \dots \dots (35),$$

ponieważ $x = \frac{1}{R^2}$, więc $dx = -\frac{2dR}{R^3}$

$$f(x) = f\left(\frac{1}{R^2}\right) = F(R),$$



Rys. 20.

a w takim razie równanie (35) przyjmuje postać

$$\frac{dP}{P + F(R)} = -\frac{dR}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35')$$

w równaniu różniczkowym (35') zmienne P i R są nie rozdzielone; dla rozwiązania tego równania zastosujemy więc metodę klasyczną, zakładając

$$P = tu, \quad \text{czyli} \quad dP = udt + tdu$$

$$\frac{udt + tdu}{ut + F(R)} = -\frac{dR}{R},$$

czyli

$$u(Rdt + t dR) + R t du + F(R) dR = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

przyrównując do zera współczynnik wyrazu u , otrzymamy

$$Rdt = -t dR, \quad \text{czyli} \quad \frac{dt}{t} = -\frac{dR}{R}, \quad \text{t. j.} \quad t = \frac{1}{R},$$

a w takim razie równanie (36) przyjmie postać $du = -F(R) dR$, czyli

$$u = -\int F(R) dR + c$$

$$P = tu = \frac{1}{R} [c - \int F(R) dR]$$

określenie na mocy powyższego wzoru ciśnienia P będzie więc rzecz prosta, zależne od kształtu funkcji $F(R)$; stała całkowania c określa się na tej zasadzie, iż $P=0$ dla $R=R_2$.

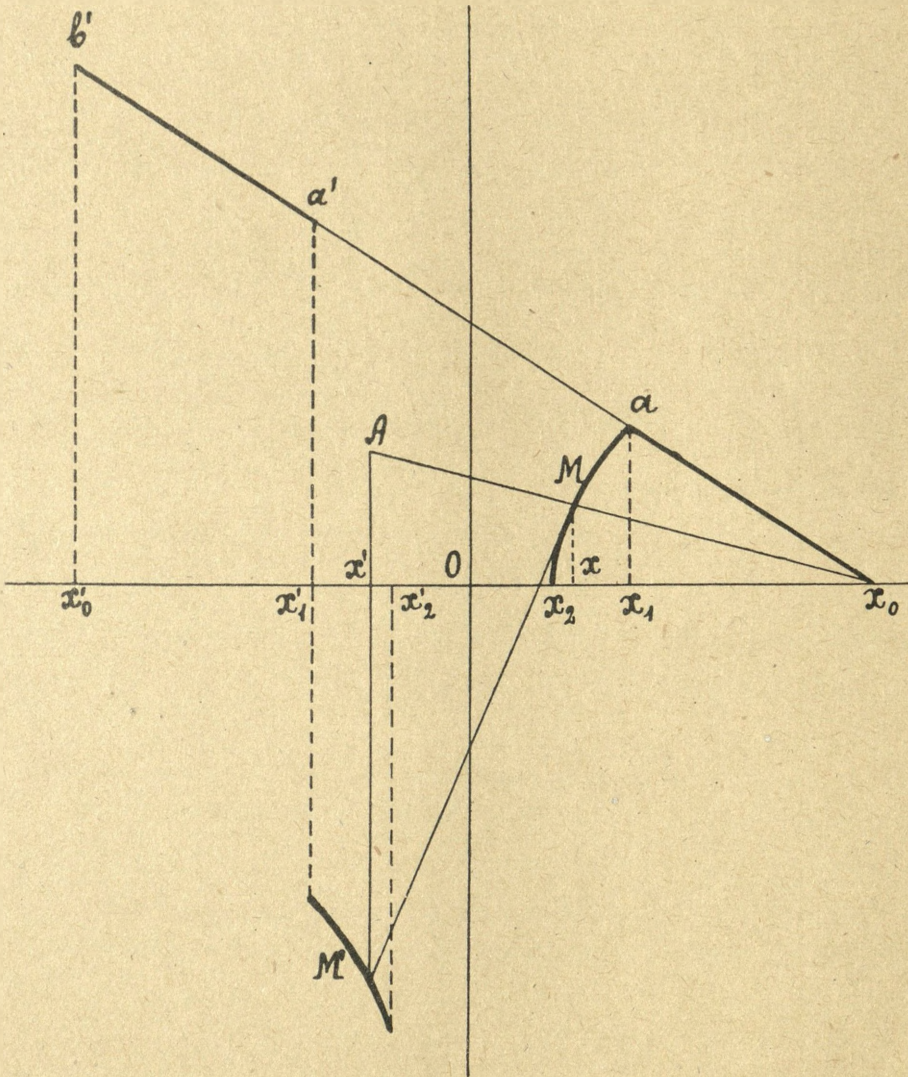
4. *Określenie ciśnień w wypadku, gdy znane są naprężenia konstrukcyjne.* — Studium odnośnego zadania może być przeprowadzone na wykresie analogicznym do rys. 19, jednakowoż dla uproszczenia obliczeń weźmiemy wykres w postaci rys. 21, na którym oś zer w czasie spoczynku zlewa się z osią odciętych. Wyobraźmy sobie, iż znamy dla każdego zwoju naprężenie konstrukcyjne $\mathcal{G}$ w postaci funkcji promienia

$$\mathcal{G} = f(x) = F(R).$$

Stosownie do powiedzianego w p. 2 niniejszego §, — naprężenie konstrukcyjne mierzy się od osi zer rury fikcyjnej, którą dla punktu M (odcięta x) wykresu rys. 21 będzie prosta $x_0 M$; prosta ta przecina rzędną punktu x' (symetrycznego x w stosunku do 0) w punkcie A ; naprężenie konstrukcyjne wyniesie w takim razie

$$\mathcal{G} = AM' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36),$$

gdzie M' jest odpowiednikiem punktu M na wykresie naprężeń stycznych, przyczem prosta MM' będzie styczną do poszukiwanej krzywej ciśnień w punkcie M . Określmy wartość odcinka AM' zawartego na



Řys. 21.

rzędnej x' między prostymi x_0M i MM'

$$AM' = Ax' + x'M' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (37)$$

prosta $x_0 M$ przechodzi przez punkt x_0 (odcięta $x_0 = \frac{1}{R_0^2}$, rzędna zero) i przez punkt M (odcięta $x = \frac{1}{R^2}$, rzędna P); równanie tej prostej będzie

$$y = - \frac{P}{\frac{1}{R_0^2} - \frac{1}{R^2}} \left(x - \frac{1}{R_0^2} \right)$$

dla $x = -\frac{1}{R^2}$ mamy

$$y = Ax' = P \frac{\frac{1}{R_0^2} + \frac{1}{R^2}}{\frac{1}{R_0^2} - \frac{1}{R^2}} \quad \dots \dots \dots (38);$$

prosta MM' ma współczynnik kątowy $\frac{dP}{dx} = -\frac{R^3 dP}{2dR}$ i przechodzi przez punkt M , równanie tej prostej będzie więc

$$y - P = -\frac{R^3 dP}{2dR} \left(x - \frac{1}{R^2} \right)$$

dla $x = -\frac{1}{R^2}$ mamy

$$y = -x'M = P - \frac{R^3 dP}{2dR} \cdot \left(-\frac{2}{R^2} \right) = P + R \frac{dP}{dR} \quad \dots (39)$$

porównywując równania (36), (37), (38), i (39) otrzymujemy

$$\mathcal{G} = P \frac{\frac{1}{R_0^2} + \frac{1}{R^2}}{\frac{1}{R_0^2} - \frac{1}{R^2}} - P - R \frac{dP}{dR},$$

czyli

$$\mathcal{G} = 2P \frac{\frac{1}{R^2}}{\frac{1}{R_0^2} - \frac{1}{R^2}} - R \frac{dP}{dR},$$

czyli

$$\mathcal{G} = 2P \frac{R_0^2}{R^2 - R_0^2} - R \frac{dP}{dR} \quad (40*).$$

*) jest to to samo równanie, które p. Jacob otrzymuje sposobem analitycznym (tom I str. 143—144) rozumując, jak następuje: napężenie styczne T w warstwie o promieniu R wynosi na zasadzie wzorów Lamé'go

$$T = -P - R \frac{dP}{dR}$$

W równaniu różniczkowym (40) zmienne P i R są nierozdzielone, gdyż $\mathcal{T}$ jest funkcją $F(R)$; stosując tą samą metodą, co w punkcie 3 niniejszego §, napiszemy

$$P = tu$$

$$2tu \frac{R_0^2}{R^2 - R_0^2} - R \frac{tdu + udt}{dR} = \mathcal{T} = F(R)$$

$$u \left(2t \frac{R_0^2}{R^2 - R_0^2} - R \frac{dt}{dR} \right) - \frac{Rtdu}{dR} = F(R) \quad . \quad . \quad . \quad (41)$$

$$2t \frac{R_0^2}{R^2 - R_0^2} - R \frac{dt}{dR} = 0, \quad \text{stąd} \quad \frac{dt}{t} = \frac{2R_0^2 dR}{R(R^2 - R_0^2)}$$

całkując, otrzymamy

$$\text{Log } t = \text{Log} \frac{R^2 - R_0^2}{R^2}, \quad \text{czyli} \quad t = \frac{R^2 - R_0^2}{R^2}$$

w takim razie równanie (41) przyjmuje postać

$$- \frac{R^2 - R_0^2}{R} \cdot \frac{du}{dR} = F(R), \quad \text{stąd zaś} \quad du = - \frac{F(R) R dR}{R^2 - R_0^2}$$

$$u = - \int \frac{F(R) R dR}{R^2 - R_0^2} + C$$

wreszcie

$$P = tu = \frac{R^2 - R_0^2}{R^2} \left[C - \int \frac{F(R) R dR}{R^2 - R_0^2} \right]$$

ostateczne scałkowanie będzie tu zależne od kształtu funkcji $F(R)$, zaś stała C będzie określona przez warunek, że dla $R = R_0$ mamy $P = 0$.

gdzie P oznacza ciśnienie w stanie spoczynku w tej samej warstwie; jeżeli usuniemy wszystkie zwoje zewnętrzne w stosunku do rozpatrywanej warstwy, to odnośnie naprężenie stanie się równe naprężeniu konstrukcyjnemu $\mathcal{T}$ przyczem mamy

$$T = \mathcal{T} + \mathcal{T}'$$

gdzie $\mathcal{T}'$ jest naprężeniem uzupełniającem (powstałem w fikcyjnej rurze pojedynczej o promieniu zewnętrznym R i promieniu wewnętrznym R_0 pod wpływem ciśnienia zewnętrznego P)

$$\mathcal{T}' = -P \frac{R^2 + R_0^2}{R^2 - R_0^2}$$

a więc

$$\mathcal{T} = -\mathcal{T}' + T = P \frac{R^2 + R_0^2}{R^2 - R_0^2} - P - R \frac{dP}{dR} = 2P \frac{R_0^2}{R^2 - R_0^2} - R \frac{dP}{dR}$$

§ 4. Lufy samowzmocnione.

1. *Wiadomości wstępne.* — Aż do wielkiej wojny światowej przypuszczano naogół, iż sposób budowy luf wzmocnionych, składających się z dwóch lub więcej różnych elementów, o których była mowa w §§ 2 i 3 niniejszego rozdziału, był jedynym, który dawał możliwość przy możliwie najmniejszym ciężarze lufy stalowej wytrzymania tych ciśnień, które są wynikiem coraz dalej idących żądań, dotyczących donośności i ciężaru pocisku; pogląd ten był zresztą do pewnego stopnia konsekwencją ówczesnego stanu techniki, który nie dawał możliwości i pewności otrzymania dostatecznie wielkich bloków stalowych dostatecznie jednolitej budowy.

Jednakże coraz większe postępy z jednej strony badań naukowych w dziedzinie odkształceń i własności metali, popartych coraz większą ilością doświadczeń i prób praktycznych, — z drugiej zaś strony najnowsze zdobycze w dziale produkcji i obróbki materiału stalowego, naprowadziły niektórych konstruktorów na myśl, aby powrócić do wyrobu luf działowych z jednego kawałka, przyczem osiągnięcie niezbędnych cech wytrzymałości materiału stalowego, z którego zrobiona jest taka lufa, uskutecznione jest podczas fabrycznej obróbki lufy przez celowe i umiejętne przekroczenie granicy sprężystości metalu drogą wytworzenia wewnątrz rury bardzo wysokiego ciśnienia.

Sposób ten, który nazwiemy „samowzmacnianiem”, zastosowany we Francji po raz pierwszy w r. 1909 pod nazwą „autofrettage”, wzbudza obecnie duże zainteresowanie w artylerjach państw obcych i w odnośnych gałęziach przemysłu zagranicą; jest on bezsprzecznie wyrazem bardzo dużego postępu w najnowszych poglądach na budowę stalowej lufy armatniej.

Podane w §§ 1, 2 i 3 niniejszego rozdziału obliczenia wytrzymałości poprzecznej luf działowych oparte są na tej, — jak myślano dawniej — niewzruszalnej zasadzie, że granica sprężystości metalu, z którego zrobiona jest lufa, w żadnym wypadku przekroczoną być nie powinna; celem zwiększenia poprzecznej wytrzymałości lufy stosowano, jak powiedziano powyżej, bandażowanie rury rdzeniowej szeregiem obręczy, budując t. zw. lufy złożone.

Samowzmocnienie lufy ma na celu również zwiększenie poprzecznej wytrzymałości, lecz odnośna metoda zrywa z niewzruszalnością zasady nieprzekraczania w żadnym wypadku granicy sprężystości metalu, i stosuje celowe przekroczenie tej granicy w czasie obróbki metalu na zimno, dzięki czemu, stosownie do prawa Coulomb'a*),

*) patrz § 4 Rozdział II cz. 1.

metal otrzymuje nową, wyższą granicę sprężystości, — przyczem po ukończeniu tej obróbki poszczególne warstwy metalu leżące dalej od osi rury, wywierają ciśnienie, skierowane w stronę osi rury, na warstwy położone bliżej tej osi, a więc warstwy zewnętrzne obciskają niejako warstwy wewnętrzne, i to tłumaczy nam samą nazwę „samowzmacnianie”, po francusku „autofrettage”, co dosłownie znaczy „samobandażowanie”.

Nie ulega wątpliwości, że zasada samowzmacniania była znana już oddawna, choć pod innemi nazwami; tak np. duża ilość bronzowych luf działowych w b. artylerji austrowęgierskiej poddawana była faktycznie samowzmocnieniu dzięki utwardzeniu wewnętrznej warstwy metalu przez przeciąganie w przewodzie dornia stalowego (t. zw. stalobronz lub spiż stalowy gen. Uchatiusa); jednakowoż teoretyczne i praktyczne zastosowanie tej zasady do luf stalowych jest dziełem inżyniera francuskiej artylerji morskiej, p. Malaval, który dokonał pierwszych odnośnych prób w r. 1909 w zakładach Schneidra w le Creusot. W czasie wojny światowej dokonano ponownie prób samowzmacniania stalowych luf działowych, przyczem próby te dały rezultaty tak pomyślne, że pod koniec wojny pewna ilość dział o stalowych lufach samowzmocnionych była już w użyciu.

2. *Istota rury samowzmocnionej.* — W §§ 4—7 Rozdziału II części 1 było wyjaśnione na czem polega prawo Coulomb'a i jaki jest wpływ zimnej obróbki na granicę sprężystości metalu próbki (w wypadku działania jednej lub paru sił wzajemnie prostopadłych) oraz metalu rury.

Wpływ jednak zimnej obróbki wnętrza rury na jej ścianki nie ogranicza się tylko do zwiększenia granicy sprężystości poszczególnych warstw.

W rzeczy samej przypuśmy, że wewnątrz rury, zrobionej ze stali o granicy sprężystości E , rozwinęliśmy takie ciśnienie wewnętrzne, iż ciśnienie i naprężenia styczne (rys. 1 niniejszego rozdziału) — które dla punktu, znajdującego się na wewnętrznej powierzchni rury, oznaczmy symbolami P_0 i T_0 , osiągają takie wartości, że

$$P_0 + T_0 > E.$$

W takim razie, stosownie do wyżej powiedzianego, w metalu wewnętrznej warstwy dadzą się odczuć skutki zimnej obróbki i warstwa wewnętrzna otrzyma odkształcenie trwałe i nową granicę sprężystości $E_0 > E$. Gdy posuwamy się od wnętrza ścianki rury ku jej powierzchni zewnętrznej, P i T zmniejszają się, a więc dla punktu M , znajdującego się pomiędzy wewnętrzną i zewnętrzną powierzchnią rury, mamy

$$P + T < P_0 + T_0.$$

Rozłóżmy w myśli rurę na bardzo dużą ilość warstw walcowych bardzo cienkich i mających oś wspólną z osią rury (rys. 22); jeżeli zimna obróbka nie była posunięta zbyt daleko, to możemy znaleźć taką warstwę (np. warstwa № k), dla której

$$P_k + T_k = E,$$

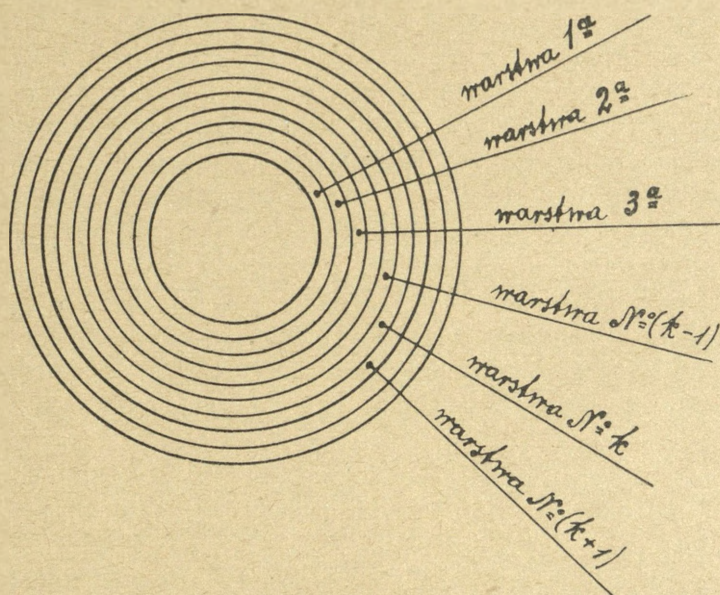
przyczem

$$P_{k-1} + T_{k-1} > E$$

i

$$P_{k+1} + T_{k+1} < E,$$

w takim razie wszystkie warstwy, znajdujące się bliżej osi rury, niż warstwa № k , otrzymają odkształcenia, część których, w chwili gdy



Rys. 22.

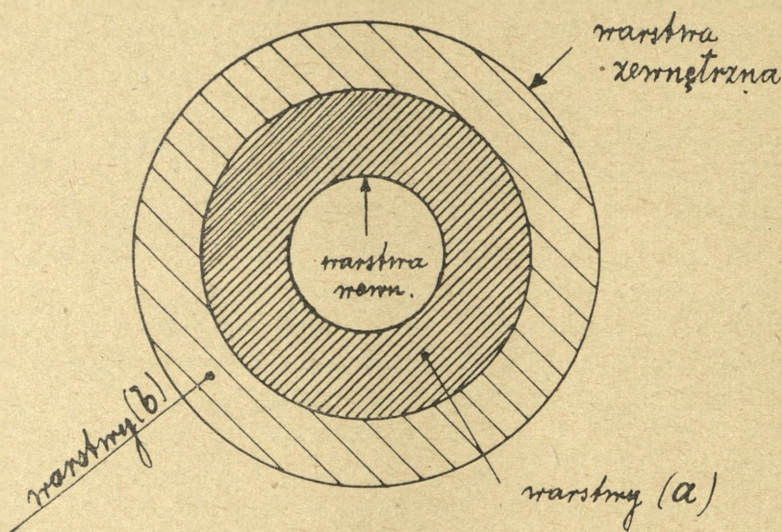
ciśnienie rozwinięte wewnątrz rury przestanie działać, pozostanie nadal na stałe, jako odkształcenia trwałe, — podczas gdy warstwy, idące od Nr. k ku zewnętrznej powierzchni rury, otrzymają tylko odkształcenia sprężyste, które dążyć będą do zniknięcia w chwili ustania ciśnienia wewnętrznego. A więc, gdy ciśnienie wewnętrzne w rurze zniknie, będziemy mieli w ścianie rury (rys. 23):

(a) warstwy, odkształcone w sposób trwały, idące od warstwy wewnętrznej, aż do pewnej warstwy pośredniej,

(b) warstwy, które nie otrzymały żadnego odkształcenia trwałego, idące od wymienionej warstwy pośredniej aż do warstwy zewnętrznej

trznej; te warstwy będą dążyły do powrotu do swego kształtu pierwotnego.

Warstwy (a) dzięki swym odkształceniom trwałym, nie dadzą jednak możliwości warstwom (b) powrócić do kształtów pierwotnych, i utrzymają je w pewnym naprężeniu. Wreszcie warstwy (b), pozostające wydłużonemi z powodu odkształceń trwałych warstw (a), i utrzymane w naprężeniu z tego powodu, — będą wywierały na warstwy (a) ciśnienie, skierowane ku osi rury, odegrają więc jakby rolę pierścienia lub obsady w stosunku do tych warstw.



Rys. 23.

Lecz to obciśnięcie warstw wewnętrznych przez zewnętrzne nie ogranicza się tylko do ciśnienia zespołu warstw (b) na zespół warstw (a); każda z bardzo cienkich warstw walcowych, o których mówiliśmy uprzednio (rys. 22), będzie wywierała sama przez się ciśnienie na każdą warstwę bezpośrednio z nią sąsiadującą i znajdującą się bliżej osi rury; dotyczy to również i warstw, które otrzymały odkształcenia trwałe (zespół (a), t. j. warstwy od Nr. 1 do Nr. (k-1)). Możemy *pobieżnie* przekonać się o tem, badając dane z wykresu rys. 6 § 4 Rodz. II cz. I; przyjmijmy pod uwagę tę część odkształcenia, którą powodowałoby w rurze oddzielnie naprężenie styczne; ponieważ krzywa ABC jest

wklęsłą ku dołowi, wznosząc się coraz bardziej ku górze, więc wynikające z działania naprężenia całkowite odkształcenie jednostkowe rośnie szybciej, niż naprężenie wywołujące je; a więc

$$\frac{O_c}{O_b} > \frac{C_c}{B_b}.$$

Skądinąd ta część całkowitego odkształcenia, która jest odkształceniem sprężystym, rośnie proporcjonalnie do naprężenia

$$\frac{O''_c}{O'_b} = \frac{C_c}{B_b}.$$

Wynika stąd, że ta część całkowitego odkształcenia, która jest odkształceniem trwałym, rośnie szybciej, niż naprężenie

$$\frac{OO''}{OO'} > \frac{C_c}{B_b}.$$

a więc

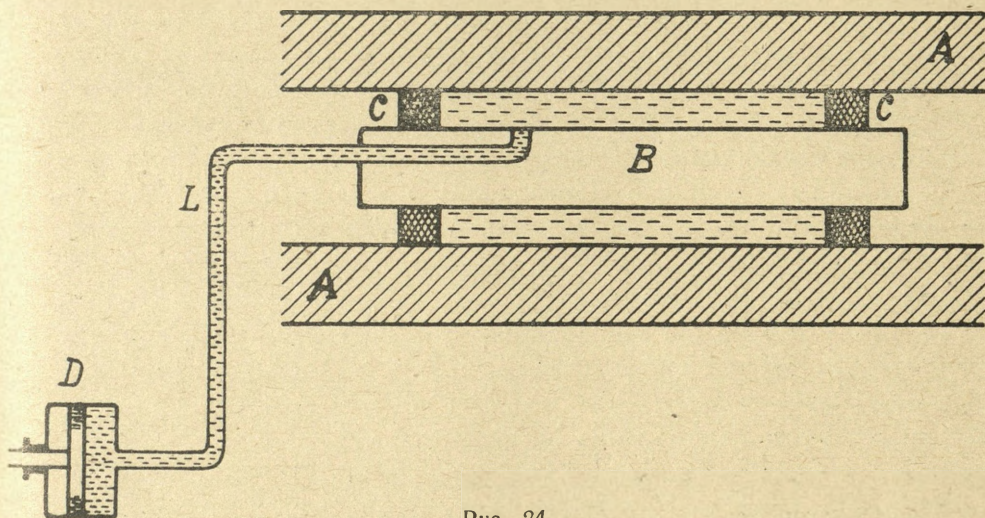
$$\frac{O''_c}{OO''} < \frac{O'_b}{OO'}.$$

na wykresie c i C odpowiadają warstwie, znajdujące się bliżej do osi rury, niż ta warstwa, której odpowiadają b i B ; to samo rozważanie powtórzyć możemy odnośnie tej części odkształcenia, którą powoduje siła P i wreszcie odnośnie całego odkształcenia, spowodowanego przez T i P , działające razem. Widzimy więc, że stosunek części sprężystej odkształcenia jednostkowego do części trwałej tegoż odkształcenia, które powodowałoby odkształcenie styczne, jest w zespole (a) większy dla warstwy Nr. 3, niż dla warstwy Nr. 2 (rys. 22); wynika stąd, że warstwa Nr. 3 przy powrocie systemu do stanu spoczynku, t. j. po ustaniu siły ciśnienia wewnątrz rury, nie będzie mogła skurczyć się tak, jak tego wymagałaby część sprężysta jej odkształcenia, a więc wyrzuci ona na warstwę Nr. 2 ciśnienie skierowane ku osi rury. Rozumowanie to nie jest zupełnie ścisłe, gdyż należałoby uwzględnić wpływ ciśnienia P , działającego równocześnie z naprężeniem stycznym, pozwoli jednak w sposób poglądowy zdać sobie sprawę z istoty rzeczy.

Widzimy więc, że — niezależnie od tego, czy wartość wewnętrznego ciśnienia w rurze w czasie zimnej obróbki będzie taka, że granica sprężystości zostanie przekroczona tylko dla części warstw metalu rury, (co odpowiada t. zw. okresowi zimnej obróbki częściowej), czy też ciśnienie to będzie tak wielkie, że granica sprężystości zostanie przekroczona dla wszystkich warstw, czyli dla całej grubości rury (co odpowiada t. zw. okresowi zimnej obróbki całkowitej), — gdy wewnętrzne ciśnienie w rurze przestanie działać, rura znajdzie

się w stanie takiej przymuszonej równowagi, iż każda warstwa będzie wywierała ciśnienie skierowane ku osi, na warstwę bezpośrednio z nią sąsiadującą i znajdującą się bliżej osi, a więc będzie odgrywała w stosunku do tej ostatniej rolę jakby pierścienia lub obsady, — co uzasadnia, jak zaznaczyliśmy uprzednio, francuską nazwę „autofretage”. Skądinąd granica sprężystości dla poszczególnych warstw zostanie zwiększona, wobec czego ciśnienie gazów prochowych w tak ukonstytuowanej rurze będzie mogło być wyższe, niż w lufach pojedynczych, — co uzasadniałoby proponowaną tu dla tego sposobu konstrukcji nazwę „samowzmocnienie”.

Jest więc rzeczą możliwą osiągnąć zwiększenie wytrzymałości lufy pod warunkiem zdecydowania się na użycie w lufie metalu, poddanego uprzednio zimnej obróbce i mającego odkształcenie trwałe po-



Rys. 24.

czątkowe, wywołane przez tę obróbkę, a więc zdecydowania się na wykorzystanie tych zjawisk, których dawniej starano się za wszelką cenę uniknąć.

To początkowe odkształcenie trwałe zależy od wartości siły wewnętrzznego ciśnienia, któremu poddano rurę podczas operacji „samowzmocnienia”. *Dopóty, dopóki to „ciśnienie samowzmocnienia” nie będzie przekroczone przez ciśnienie gazów w chwili strzału, możemy nie obawiać się nowych odkształceń trwałych lufy przez fakt użycia takiej lufy do strzelania.*)*

*) Z zastrzeżeniem, iż w czasie operacji samowzmacniania będą zachowane warunki bezpieczeństwa, o których mowa w p. 9 niniejszego §.

3. Pojęcie o sposobach dokonywania operacji samowzmacniania.

— W jaki sposób możemy praktycznie wykonać to samowzmocnienie? Zasada odnośnego sposobu jest bardzo prostą (rys. 24). Do wnętrza przewierconej rury *A*, którą mamy poddać samowzmocnieniu, wprowadzamy sztabę walcową *B* o średnicy cokolwiek mniejszej od średnicy rury *A*; ta sztaba *B* musi być zrobioną ze stali specjalnej o bardzo wysokiej granicy sprężystości (np. 100 kg : mm²); na obydwóch końcach sztaby *B* znajdują się uszczelnienia *C*, zdolne do nieprzepuszczania płynu pod bardzo wysokim ciśnieniem; prasa hydrauliczna *D* o wielkiej mocy wprowadza przez rurę *L* wodę o wysokim ciśnieniu do małej pierścieniowej przestrzeni zawartej pomiędzy *B* i *A*; przestrzeń ta winna być możliwie najmniejszą dla zaoszczędzenia wydatku na wodę pod ciśnieniem, zaś sztaba *B* musi możliwie najmniej odkształcać się w czasie tej operacji dla należytego zachowania uszczelnień *C*. Dopóki nie przekroczymy granicy sprężystości sztaby *B*, rura *A* będzie odkształcała się od wewnątrz do zewnątrz; granica sprężystości w rurze *A* zostanie przekroczona z początku dla jej warstwy wewnętrznej, poczem dalsze warstwy zaczną otrzymywać odkształcenia trwale w sposób, scharakteryzowany uprzednio. W ten sposób osiągniemy rezultat, o którym mowa w poprzednim punkcie, i poszczególne warstwy metalu w rurze *A* będą, po ustaniu działania ciśnienia wody, ściśle obciśnięte przez warstwy zewnętrzne, innemi słowy w rurze *A* powstaną jakby pierścienie, obciskające warstwy wewnętrzne, a więc ten sam rezultat, co w lufie złożonej, jednakowoż wszystko to odbywa się wewnątrz jednej i tej samej masy metalu, i nie będziemy tu mieli braku ciągłości między rdzeniem lufy i pierścieniami, który stanowi wadę luf złożonych.

Prócz tego, ten sposób konstrukcji jest bardzo prosty, gdyż obróbka maszynowa jest tu zredukowana do minimum, podczas gdy w lufach złożonych obróbka ta jest uciążliwa i wymaga dużych kosztów robocizny; wreszcie tolerancje fabrykacyjne, które mogą wywierać wpływ na wytrzymałość luf złożonych z większej ilości kolejnych elementów, nie mają specjalnego znaczenia przy budowie luf samowzmocnionych, urzeczywistniona moc sprężysta mierzy się tu w zasadzie rozwinętym w czasie operacji wysiłkiem.

Otrzymanie tego rezultatu w praktyce jest jednak zależne od zachowania pewnych warunków pod względem metalu, z którego zrobiona jest rura *A*: trzeba, żeby metal ten był bardzo wysokiego gatunku, aby mógł on być poddany tej potężnej obróbce na zimno bez wywołania w masie metalu wewnętrznych pęknięć; stosowanie więc tego sposobu stało się możliwem dopiero z chwilą, gdy metalurgia

stała się zdolną do wytwarzania bloków stalowych dostatecznie wielkich, a pomimo to dostatecznie jednolitych i „zdrowych“, aby mogły być one poddane takiej obróbce.

Po zakończeniu tej operacji hydraulicznej, poddaje się lufę ostrzeliwaniu pod ciśnieniem gazów równem prężności użytkowej (z pewną nadwyżką).

Tu wspomnieć należy raz jeszcze o t. zw. „samowzmocnieniu balistycznym“, o którym była mowa w p. 13 § 2 niniejszego rozdziału.

Podkreślić należy, że operacja samowzmacniania, która jest bardzo prostą w swej zasadzie, połączona jest w praktyce z bardzo dużymi trudnościami; praktyczne zastosowanie tego sposobu wymaga w wytwórniach bardzo wielu prób przygotowawczych i znacznych kosztów wyekwipowania.

4. *Teoretyczne obliczenie poprzecznej wytrzymałości lufy samowzmocnionej.* — W p. 6 § 2 niniejszego rozdziału widzieliśmy, że wytrzymałość lufy złożonej równa się sumie wytrzymałości rur składowych:

$$P_0 = \Sigma \left[\frac{1}{2} E_k \left(1 - \frac{R_{k-1}^2}{R_k^2} \right) \right].$$

Będziemy rozpatrywali lufę samowzmocnioną, jako lufę złożoną z nieskończenie wielkiej ilości elementów nieskończenie cienkich; idzie tylko o określenie wartości granicy sprężystości E , którą należy przyjąć dla każdego z tych elementów. Ta wartość E jest zmienną, zależy ona, rzecz prosta, od prawa, według którego zmienia się granica sprężystości metalu wewnątrz grubości ścianki rury; należy więc wyrazić E w zależności od R . Doświadczenie wskazuje w tym względzie, że — o ile odkształcenie jednostkowe metalu nie przekracza wartości 0,03, — można przyjąć dla E wzór:

$$E = f(R) = a + b \frac{c}{R^2}.$$

W tem założeniu można wyprowadzić analitycznie wzór, dający wytrzymałość rury samowzmocnionej; wewnątrz ścianki rury otrzymamy następujące wartości granicy sprężystości:

$$\begin{array}{ll} E_1 = a + b \frac{c}{R_0^2} & E_k = a + b \frac{c}{R_{k-1}^2} \\ E_2 = a + b \frac{c}{R_1^2} & \dots \dots \dots \\ \dots \dots \dots & E_{n+1} = a + b \frac{c}{R_n^2} \end{array}$$

Wytrzymałość takiej lufy złożonej wynosi:

$$P_0 = \frac{1}{2} E_1 \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2} \right) + \dots + \frac{1}{2} E_{n+1} \left(1 - \frac{R_n^2}{R_{n+1}^2} \right),$$

ponieważ rozpatrywane warstwy są nieskończenie cienkie, można przyjąć, iż promienie $R_0, R_1, \dots, R_{n+1}$ czynią zadość prawu Gadolina, czyli że mamy

$$\frac{R_0^2}{R_1^2} = \frac{R_1^2}{R_2^2} = \dots = \frac{R_n^2}{R_{n+1}^2}$$

będziemy więc mieli

$$\left(\frac{R_0^2}{R_1^2} \right)^{n+1} = \frac{R_0^2}{R_{n+1}^2},$$

a więc

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{1}{2} E_1 \left[1 - \left(\frac{R_0^2}{R_{n+1}^2} \right)^{\frac{1}{n+1}} \right] + \dots + \frac{1}{2} E_{n+1} \left[1 - \left(\frac{R_0^2}{R_{n+1}^2} \right)^{\frac{1}{n+1}} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{R_0^2}{R_{n+1}^2} \right)^{\frac{1}{n+1}} \right] (E_1 + E_2 + \dots + E_{n+1}) = \\ &= \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{R_0^2}{R_{n+1}^2} \right)^{\frac{1}{n+1}} \right] \left[(n+1)a + bc \left(\frac{1}{R_0^2} + \frac{1}{R_1^2} + \dots + \frac{1}{R_n^2} \right) \right] \end{aligned}$$

ponieważ promienie tworzą w myśl prawa Gadolina postęp geometryczny, wynika stąd, że i ułamki $\frac{1}{R_0^2}, \frac{1}{R_1^2}, \dots, \frac{1}{R_n^2}$ tworzą postęp geometryczny, którego wykładnikiem jest $\frac{R_0^2}{R_1^2}$; mamy więc:

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{R_0^2}{R_{n+1}^2} \right)^{\frac{1}{n+1}} \right] \left[(n+1)a + bc \cdot \frac{1}{R_0^2} \cdot \frac{\left(\frac{R_0^2}{R_1^2} \right)^{n+1} - 1}{\frac{R_0^2}{R_1^2} - 1} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{R_0^2}{R_{n+1}^2} \right)^{\frac{1}{n+1}} \right] \left[(n+1)a + bc \frac{1}{R_0^2} \cdot \frac{\frac{R_0^2}{R_{n+1}^2} - 1}{\left(\frac{R_0^2}{R_{n+1}^2} \right)^{\frac{1}{n+1}} - 1} \right] = \\ &= \frac{1}{2} (n+1)a \left[1 - \left(\frac{R_0^2}{R_{n+1}^2} \right)^{\frac{1}{n+1}} \right] + \frac{bc}{2} \cdot \frac{1}{R_0^2} \cdot \left(1 - \frac{R_0^2}{R_{n+1}^2} \right) \end{aligned}$$

i gdy n rośnie bez końca graniczna wartość P_0 wyrazi się wzorem

$$P_0 = a \operatorname{Log} \frac{R_{n+1}}{R_0} + \frac{bc}{2} \left(\frac{1}{R_0^2} - \frac{1}{R_{n+1}^2} \right) \dots \dots (42).$$

Ten sam wzór może być wyrażony inaczej; w rzeczy samej, na wewnętrznej powierzchni rury mamy

$$E_w = a + b \frac{c}{R_0^2},$$

zaś na zewnętrznej powierzchni

$$E_z = a + b \frac{c}{R_{n+1}^2},$$

a więc

$$\frac{bc}{2} \left(\frac{1}{R_0^2} - \frac{1}{R_{n+1}^2} \right) = \frac{1}{2} (E_w - E_z)$$

i, zamieniając logarytm naturalny przez logarytm dziesiętny, otrzymamy

$$P_0 = 2,3 a \log_{10} \frac{R_{n+1}}{R_0} + \frac{1}{2} (E_w - E_z) \quad . \quad . \quad . \quad (42')$$

wzór ten pozwala obliczyć wytrzymałość lufy samowzmocnionej, gdy odkształcenia jednostkowe nie przekraczają 0,03*).

Ten sam wzór (42) możemy wyprowadzić inną drogą w sposób następujący: biorąc za punkt wyjścia wzory

$$E = a + b \frac{c}{R^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (a),$$

$$P + T = E \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\beta),$$

oraz równanie równowagi — wzór (21) § 8 Rozdział I część 1.

$$d(PR) + TdR = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\gamma),$$

wykluczając E z równań (a) i (β), otrzymamy

$$T = a + b \frac{c}{R^2} - P$$

podstawiając tę wartość T do równania (γ) mamy

$$PdR + RdP + adR + b \frac{c}{R^2} dR - PdR = 0$$

$$dP + a \frac{dR}{R} + \frac{bc}{R^3} dR = 0$$

$$dP = -a \frac{dR}{R} - \frac{bc}{R^3} dR$$

*) W razie, jeżeli przekraczają one 0,03, doświadczenie wskazuje, że dla E można przyjąć wzór $E = a + bR + cR^2$.

całkując otrzymamy

$$P = -a \operatorname{Log} R + \frac{1}{2} b \frac{c}{R^2} + C^t \quad \dots \quad (\delta);$$

dla określenia stałej całkowania zauważmy, iż dla $R = R_{n+1}$ mamy; $P = 0$, więc

$$C^t = a \operatorname{Log} R_{n+1} - \frac{1}{2} b \frac{c}{R_{n+1}^2},$$

a w takim razie równanie (δ) przyjmuje postać

$$P = a \operatorname{Log} \frac{R_{n+1}}{R} + \frac{bc}{2} \left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{R_{n+1}^2} \right),$$

dla $R = R_0$ mamy $P = P_0$, więc

$$P_0 = a \operatorname{Log} \frac{R_{n+1}}{R_0} + \frac{bc}{2} \left(\frac{1}{R_0^2} - \frac{1}{R_{n+1}^2} \right) \quad \dots \quad (42).$$

Jeżeli ciśnienie zewnętrzne (dla $R = R_{n+1}$) będzie $P = P_{n+1} \neq 0$, to na mocy równania (δ) otrzymamy

$$P_0 = P_{n+1} + a \operatorname{Log} \frac{R_{n+1}}{R_0} + \frac{bc}{2} \left(\frac{1}{R_0^2} - \frac{1}{R_{n+1}^2} \right) \quad \dots \quad (42\text{-bis}).$$

Wartości a i b dla wzoru (42) możemy otrzymać każdorazowo z wykresów prób na rozciąganie, jak było wyjaśnione w § 6 Rozdziału II części 1; w braku takowych możemy dla stali kutej armatniej przyjmując średnio

$$b = 770.$$

$$a = E_i \left(1 - \frac{b}{M} \right) = E_i \left(1 - \frac{170}{22000} \right) \approx \frac{30}{31} E_i = 0,967 E_i$$

gdzie E_i jest początkową granicą sprężystości metalu rury (przed samowzmocnieniem); współczynnik C , jest zmienny i zależy od stopnia, do którego została posunięta zimna obróbka wnętrza rury,

W rzeczy samej wzór 11 § 7 Rozdz. II części 1 przy odrzuceniu $\left(\frac{\partial R_0}{R_0} \right)^2$ oraz $\frac{m-1}{m} \frac{P_0}{M}$ (co możemy uczynić, gdyż w rozpatrywanych granicach wartość $\frac{m-1}{m} \frac{P_0}{M}$ jest zawsze bardzo mała w stosunku do $\frac{\partial R_0}{R_0}$ *) daje

$$C = R_0 \partial R_0$$

*) Stosunek tych dwóch wielkości zawarty jest między 0,1 i 0,01; błąd względny na wartości P_0 , wynikający z odrzucenia $\frac{m-1}{m} \frac{P_0}{M}$, waha się w granicach od 0,002 (dla rur cienkich) do 0,007 (dla rur grubszych).

w takim razie wzór (42) wzgl. (42-bis) przyjmuje postać

$$P_0 = a \operatorname{Log} \frac{R_{n+1}}{R_0} + \frac{b}{2} \cdot \frac{\partial R_0}{R_0} \left(1 - \frac{R_0^2}{R_{n+1}^2} \right) \quad (42''),$$

względnie:

$$P_0 = P_{n+1} + a \operatorname{Log} \frac{R_{n+1}}{R_0} + \frac{b}{2} \cdot \frac{\partial R_0}{R_0} \left(1 - \frac{R_0^2}{R_{n+1}^2} \right) \quad (42'' \text{ bis}).$$

5. *Moc bardzo cienkiej warstwy wewnętrznej.* — Przed operacją samowzmocnienia, pozostawia się zazwyczaj wewnątrz rury, nadwyżkę grubości kilku milimetrów, a zatem promień wewnętrzny rury jest na początku $R'_0 < R_0$, jeżeli oznaczmy przez R_0 ostateczny promień wewnętrzny lufy; ta nadwyżka grubości znika w czasie ostatecznej obróbki; trzeba więc umieć obliczyć zmniejszenie mocy z tego wynikające. Oznaczając przez E' granicę sprężystości nabytą przez warstwę o promieniu R'_0 na skutek samowzmocnienia, moc warstwy nieskończenie cienkiej dR wyniesie (ograniczając się do wyrazów zawierających pierwszą potęgę R')

$$dP = \frac{E'}{2} \left[1 - \frac{R'^2}{(R' + dR')^2} \right] = E' \frac{dR'}{R'}$$

moc całkowita rozpatrywanej warstwy grubości $R_0 - R'_0$ będzie więc

$$\int_{R'_0}^{R_0} dP = E' \int_{R'_0}^{R_0} \frac{dR'}{R'} = E' \operatorname{Log} \frac{R_0}{R'_0} \quad (43).$$

6. *Odształcenia poszczególnych warstw pod ciśnieniem.* — Ogólne równanie odształceń — wzór (11) § 7 Rozdziału II części I, możemy napisać pod postacią

$$R^2 \left[\frac{\partial R}{R} + \frac{m-1}{m} \frac{P}{M} \right] = R_0^2 \left[\frac{\partial R_0}{R_0} + \frac{m-1}{m} \frac{P_0}{M} \right],$$

odrzucając $\left(\frac{\partial R}{R} \right)^2$, co możemy uczynić, jeżeli odształcenia nie przekraczają 0,03 — 0,04.

W warstwie zewnętrznej dla $R = R_1$ i $P_1 = 0$ mamy

$$\frac{\partial R_1}{R_1} = \frac{R_0^2}{R_1^2} \left[\frac{\partial R_0}{R_0} + \frac{m-1}{m} \frac{P_0}{M} \right]$$

odrzucając $\frac{m-1}{m} \frac{P_0}{M}$, otrzymujemy stosowany w praktyce wzór

$$\frac{\partial R_1}{R_1} = \frac{R_0^2}{R_1^2} \cdot \frac{\partial R_0}{R_0} \quad (44).$$

Dla warstwy wewnętrznej mamy

$$\frac{\delta R_0}{R_0} = \frac{R_1^2}{R_0^2} \frac{\delta R_1}{R_1}$$

i jeżeli będziemy rozpatrywali chwilę odpowiadającą końcowi okresu półsprężystego (zimnej obróbki częściowej), kiedy odkształcenie

$$\frac{\delta R_1}{R_1} = \frac{E_i}{M}, \text{ otrzymamy}$$

$$\frac{\delta R_0}{R_0} = \frac{R_1^2}{R_0^2} \cdot \frac{E_i}{M} \dots \dots \dots (45).$$

7. *Określenie granicy sprężystości metalu w poszczególnych warstwach, nabytej pod wpływem ciśnienia samowzmocnienia.* — Z powiedzianego uprzednio (p. 1) wynika, iż rura poddana stopniowo wzrastającemu ciśnieniu wewnętrznemu odkształca się i przechodzi przez stadia następujące:

1) warstwy odkształcają się w sposób sprężysty, dopóki w żadnym punkcie suma $T+P$ nie przekracza wartości E_i początkowej granicy sprężystości metalu; jeżeli ciśnienie wewnętrzne ustaje, rura powraca do kształtu i własności początkowych; jest to *okres sprężysty*;

2) następnie warstwy otrzymują odkształcenia, które idą wzrastając od warstwy wewnętrznej do warstwy zewnętrznej aż do chwili, gdy odkształcenia trwale osiągną warstwę zewnętrzną, w której mamy wówczas $T+P=E_i$; jest to *okres półsprężysty*, czyli *okres zimnej obróbki częściowej*;

3) wreszcie przy dalszem wzrastaniu ciśnienia wewnętrznego, wszystkie warstwy otrzymują coraz większe odkształcenia trwale; jest to *okres zimnej obróbki całkowitej*.

W czasie okresu sprężystego we wszystkich warstwach granica sprężystości metalu nie ulega zmianie i pozostaje stale równą E_i .

Jeżeli mamy do czynienia z rurą o promieniach wewnętrznym R_0 i zewnętrznym R_1 , samowzmocnioną półsprężystie (okres zimnej obróbki częściowej), jeżeli w rurze tej początkowa granica sprężystości wynosiła E_i a odkształcenia trwale podczas samowzmacniania nie sięgnęły dalej, niż do warstwy pośredniej o promieniu R , takim, iż $R_1 > R > R_0$, — to rura taka może być rozpatrywana jako zespół dwóch rur, a mianowicie: 1) rury o promieniach wewnętrznym R_0 i zewnętrznym R , w której skutki zimnej obróbki zatrzymały się na warstwie zewnętrznej, tak iż ta warstwa zewnętrzna ma granicę sprężystości E_i (zespół warstw I); 2) rury prostej niesamowzmocnionej o promieniach wewnętrznym R i zewnętrznym R_1 (zespół warstw II).

Najwyższa moc sprężysta P_0 rury całkowitej będzie osiągnięta wówczas, gdy wszystkie jej warstwy będą obciążone do dopuszczalnego maximum; wynika stąd, iż P_0 będzie równe sumie wytrzymałości wyżej wymienionych dwóch rur:

$$P_0 = \underbrace{2,3 a \log_{10} \frac{R}{R_0} + \frac{1}{2} (E_w - E_z)}_{\text{warstwy I}} + \underbrace{\frac{1}{2} E_i \left(1 - \frac{R^2}{R_1^2}\right)}_{\text{warstwy II}} \quad (46),$$

gdzie

$$E_w = a + \frac{bc}{R_0^2} \quad E_z = E_i = a + \frac{bc}{R^2}$$

przyjmijmy $\frac{R}{R_0} = x$, i $\frac{R_1}{R_0} = h$, i oznaczmy we wzorze (46) elementy, dotyczące nowej granicy sprężystości, oraz moc sprężystą P_0 przez ich stosunki do granicy sprężystości początkowej E_i ; w takim razie

$$\frac{P_0}{E_i} = 2,3 \frac{a}{E_i} \log_{10} x + \frac{1}{2} \left(\frac{E_w}{E_i} - 1 \right) + \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{h^2} \right)$$

$$\frac{E_w}{E_i} = \frac{a}{E_i} + \frac{1}{E_i} \frac{bc}{R_0^2} \quad 1 = \frac{a}{E_i} + \frac{1}{E_i} \frac{bc}{R^2}$$

ostatnie równanie daje

$$\frac{1}{E_i} \cdot \frac{bc}{R^2} = 1 - \frac{a}{E_i}$$

i

$$\frac{E_w}{E_i} = \frac{a}{E_i} + \left(1 - \frac{a}{E_i} \right) x^2$$

a przyjmując $a = \frac{30}{31} E_i$ otrzymujemy:

$$\left\{ \frac{P_0}{E_i} = 2,225 \log_{10} x + x^2 \left(0,0165 - \frac{1}{2h^2} \right) + 0,483 \quad (47) \right.$$

$$\left. \frac{E_w}{E_i} = 0,967 + 0,033 x^2 \quad (48) \right.$$

równanie (47) pozwala nam obliczyć x , t. j. zdać sobie sprawę, jak daleko sięgną skutki zimnej obróbki w danej lufie przy zastosowaniu ciśnienia samowzmocnienia P_0 , poczem przez podstawienie znalezionego x do równania (48) otrzymujemy nową granicę sprężystości warstwy wewnętrznej rury.

Dla rozwiązania tego zadania w okresie zimnej obróbki całkowitej będziemy mieli równania

$$\frac{P_0}{E_i} = 2,3 \frac{a}{E_i} \log_{10} \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{2} \left(\frac{E_w}{E_i} - \frac{E_z}{E_i} \right) \quad (42')$$

$$\frac{E_w}{E_i} = \frac{a}{E_i} + \frac{1}{E_i} \frac{bc}{R_0^2} \quad \frac{E_z}{E_i} = \frac{a}{E_i} + \frac{1}{E_i} \frac{bc}{R_1^2}$$

czyli

$$\frac{E_w}{E_i} - \frac{E_z}{E_i} = \frac{bc}{E_i R_0^2} \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2} \right) = \frac{bc}{E_i R_0^2} \left(1 - \frac{1}{h^2} \right)$$

a więc

$$\left(\frac{P_0}{E_i} - 2,3 \frac{a}{E_i} \log_{10} h \right) \frac{2}{1 - \frac{1}{h^2}} = \frac{bc}{E_i R_0^2},$$

stąd zaś

$$\frac{E_w}{E_i} = 0,967 + \frac{2 \left(\frac{P_0}{E_i} - 2,225 \log_{10} h \right) h^2}{h^2 - 1} \quad (49)$$

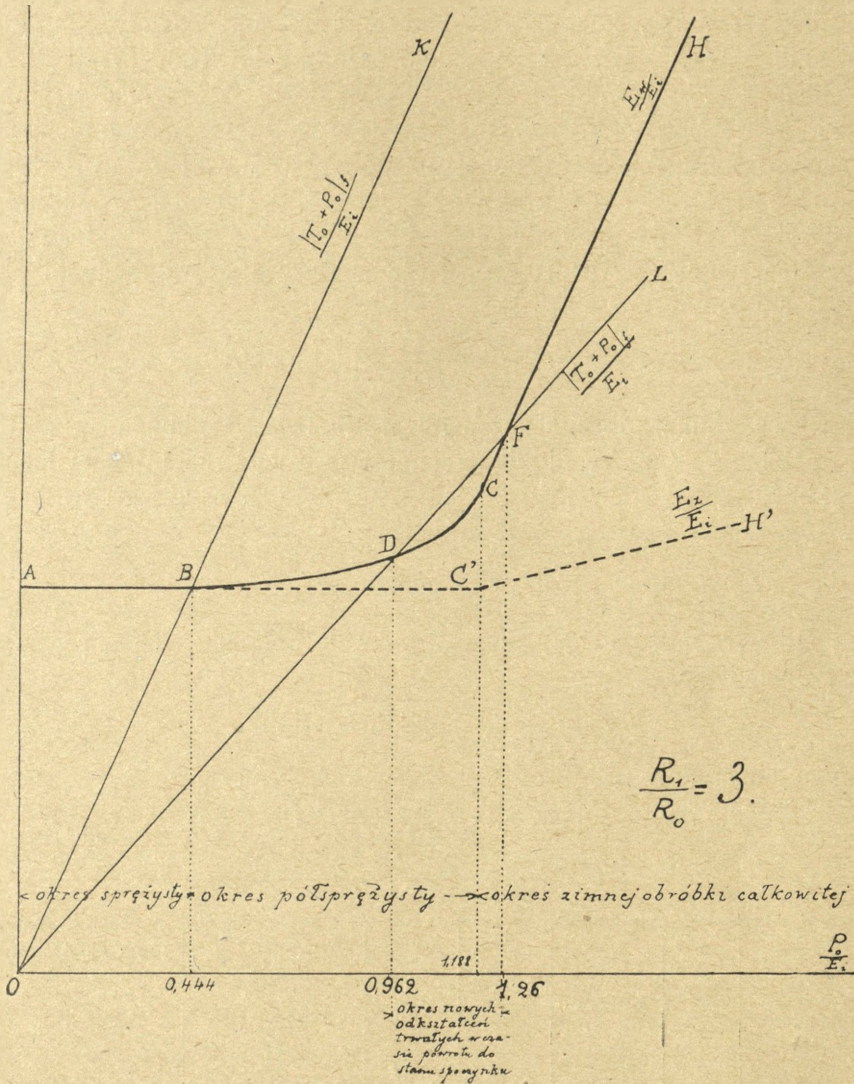
$$\frac{E_z}{E_i} = 0,967 + \frac{2 \left(\frac{P_0}{E_i} - 2,225 \log_{10} h \right)}{h^2 - 1} \quad (50)$$

wzory (49) i (50) pozwalają dla danej wartości ciśnienia samowzmocnienia P_0 obliczyć uzyskane przez samowzmocnienie nowe granice sprężystości warstwy wewnętrznej i warstwy zewnętrznej; obliczone w ten sposób wyniki, mogą być dla każdej lufy, której grubość charakteryzowana jest przez $h = \frac{R_1}{R_0}$, zestawione w postaci wykresu; np.

wykres rys. 25 wskazuje zmiany granicy sprężystości warstw wewnętrznej i zewnętrznej rury $h = \frac{R_1}{R_0} = 3$ w zależności od zmian ciśnienia

(wartość którego odkładamy na osi odciętych); wykres ten składa się w okresie półsprężystym dla warstwy zewnętrznej z prostej BC' , (gdyż w okresie tym granica sprężystości tej warstwy jest stałą i równą E_i), a dla warstwy wewnętrznej z krzywej BDC , — w okresie zaś zimnej obróbki całkowitej z 2 prostych $C'H'$ i CH , gdyż w tym okresie granice sprężystości zarówno warstwy zewnętrznej, jak i wewnętrznej, są funkcjami liniowymi ciśnienia P_0 , jak to wskazuje postać wzorów (49) i (50).

8. Kilka cyfrowych wyników obliczeń na zasadzie uprzednich wzorów. — Ażeby zdać sobie sprawę z wielkości odkształceń metalu rury w czasie samowzmacniania, i ażeby móc porównać cyfrowo wytrzymałość lufy samowzmacnionej z wytrzymałością lufy złożonej, po-



Rys. 25.

dają poniżej trzy tablice zestawione na mocy powyższej teorii przez p. p. Malaval i Paquelier, a dotyczące rur samowzmacnionych, zrobionych z jednego kawałka (monoblokowych).

W tablicach tych oznaczamy przez R_0 i R_1 promienie wewnętrzny i zewnętrzny rury, przez E granicę sprężystości nabytą przez metal w warstwie wewnętrznej rury po zimnej obróbce, przez $\frac{\delta R_0}{R_0}$ i $\frac{\delta R_1}{R_1}$ wydłużenia jednostkowe promieni wewnętrznego i zewnętrznego; wreszcie zauważymy, że liczby, wskazane w tablicach, zostały obliczone dla stali, której pierwotna granica sprężystości (t. j. przed zimną obróbką) wynosiła $E_i = 44 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$ i w której $M = 22000 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$.

1° W tablicy A zestawione zostały rezultaty samowzmocnienia, otrzymanego pod koniec zimnej obróbki częściowej (t. zw. okresu półsprężystego) dla rur o grubości ścianki, wskazanej w kalibrach w rubryce 1-ej. Te rezultaty mogą być obliczone przy zastosowaniu wyprowadzonego powyżej wzoru (42'), który dla wymienionej rury wyrazi się przez

$$P_0 = 2,3 a \log_{10} \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{2} (E - E_i).$$

Okres zimnej obróbki częściowej dobiega do końca w chwili, gdy metal na zewnętrznej powierzchni rury osiąga takie odkształcenie, że granica sprężystości jego zostaje osiągnięta, a więc w chwili, gdy

$$\frac{\delta R_1}{R_1} = \frac{E_i}{M} = \frac{44}{22000} = 0,002,$$

skądinąd wykres dotyczący tej stali pozwala obliczyć odnośną wartość współczynnika a

$$a = \frac{30}{31} \cdot 44 = 42,55 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$$

otrzymujemy więc

$$P_0 = 42,55 \cdot 2,3 \cdot \log_{10} \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{2} (E - 44).$$

TABLICA A.

Grubość ścianki rury w kalibrach	$\frac{R_1}{R_0}$	E $\text{kg} \cdot \text{mm}^2$	$\frac{\delta R_1}{R_1}$	$\frac{\delta R_0}{R_0}$	$P_0 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$ w lufie samowzmocnionej	max. $P_0 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$ w lufie złożonej tej samej grubości i z tego samego materiału
0,5	2	48	0,002	0,008	3100	3300
1	3	55	0,002	0,018	5200	3910
1,5	4	64,9	0,002	0,03	6900	4040

W chwili strzału mamy: $T_0 + P_0 = E$ czyli w ostatnim wypadku, wskazanym w tablicy A

$$T_0 + 69 = 64,9 \quad \text{czyli} \quad T_0 = -4,1$$

oznacza to, że warstwa wewnętrzna w chwili strzału pod równoczesnym działaniem ciśnienia gazów oraz sił, powstałych przy samowzmocnieniu i działających w kierunku przeciwnym do ciśnienia gazów, będzie miała jeszcze naprężenie ściskające, a nie naprężenie rozciągające.

2^o Weźmy teraz rurę, określoną przez granicę pierwotną sprężystości stali $E_i = 44 \text{ kg} : \text{mm}^2$ i przez grubość ścianki równą jednemu kalibrowi ($\frac{R_1}{R_0} = 3$). Jeżeli będziemy zwiększali ciśnienie przy samowzmocnieniu, to, jak wiemy, skutki zimnej obróbki dadzą się odczuć w coraz dalszych warstwach, począwszy od wewnętrznej, a idąc ku zewnętrznej powierzchni rury. Oznaczamy przez R promień warstwy, osiągniętej przez skutki zimnej obróbki. Tablica B pozwala zdać sobie sprawę z postępu skutków zimnej obróbki wewnątrz ścianki rury przez porównanie cyfr rubryki $\frac{R}{R_0}$, oraz odkształceń jednostkowych nabytych przez warstwę wewnętrzną i zewnętrzną (rubryki 2-ga i 4-ta).

TABLICA B.

$P_0 \text{ kg} : \text{cm}^2$	$\frac{\delta R_0}{R_0}$	$\frac{R}{R_0}$	$\frac{\delta R_1}{R_1}$	
			pod ciśnieniem w chwili strzału	w czasie spoczynku
1955	0	1	0	0
2328	0,000.035	1,11	0,000.268	0,000.004
2827	0,000.243	1,125	0,000.348	0,000.027
3450	0,000.9	1,5	0,000.5	0,000.1
4400	0,003.6	2	0,000.9	0,000.4
4970	0,007.2	2,5	0,001.4	0,000.8
5200	0,012.4	3	0,002	0,001.4

Wartość ciśnienia $P_0 = 1955 \text{ kg} : \text{cm}^2$ wynosi maksymalną prężność gazów, którą ta rura może wytrzymać teoretycznie bez otrzymania innych odkształceń, niż odkształcania sprężyste; w rzeczy samej według wzoru na wytrzymałość rury pojedynczej mamy:

$$P_0 = \frac{1}{2} E \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2} \right) = \frac{1}{2} \cdot 44 \times \left(1 - \frac{1}{9} \right) = 19,55.$$

Tablica ta wskazuje, że na początku operacji samowzmacniania odkształcenia trwale są bardzo nieznaczne. Rubryka 5-ta tej samej

tablicy *B* daje możność zdać sobie sprawę z wartości części sprężystej odkształcenia, która znika, gdy rura wraca do stanu spoczynku; np. dla $P_0 = 3450$ będzie ona wynosiła

$$0,0005 - 0,0001 = 0,0004$$

czyli 80% odkształcenia całkowitego.

3° Wreszcie tablica *C* daje możność porównania wytrzymałości rury pojedynczej z wytrzymałością rury samowzmocnionej w okresie końcowym zimnej obróbki częściowej oraz z wytrzymałością rury samowzmocnionej do praktycznego maximum (odkształcenia jednostkowe osiągające wartość około 3%) — dla tejże stali o granicy sprężystości $E_s = 44 \text{ kg} : \text{mm}^2$ i dla pięciu rozmaitych grubości ścianki rury, określonych przez wartość $\frac{R_1}{R_0}$

TABLICA C.

$\frac{R_1}{R_0}$	Maksymalna wytrzymałość w $\text{kg} : \text{cm}^2$		
	rury pojedynczej	rury samowzmocnionej półsprężystości	rury samowzmocnionej do maximum
1,5	1222	1800	2500
2	1650	3200	4700
2,5	1850	4300	5900
3	1955	5200	6800
4	2050	6900	8200

9. *Warunki bezpieczeństwa przy samowzmacnianiu.* — Jasnym jest, iż wysiłek warstw metalu, wywołany przez ciśnienie samowzmocnienia P_0 , nie powinien w żadnej chwili osiągnąć granicy wytrzymałości metalu na rozerwanie, gdyż inaczej zamiast wzmocnić lufę, wywołalibyśmy jej pęknięcie; prócz tego może się zdarzyć, iż w czasie powrotu od ciśnienia P_0 do ciśnienia atmosferycznego, t. j. do stanu spoczynku, ciśnienie warstw zewnętrznych na wewnętrzne stanie się tak duże, iż pomimo zwiększenia granicy sprężystości tych ostatnich nie będą one mogły wytrzymać wynikłego stąd zaciskania, bez otrzymania dodatkowych odkształceń trwałych. Celem niniejszego punktu będzie ustalenie warunków, które winny być zachowane w czasie samowzmocnienia, aby wyżej wymienione dwa zjawiska nie mogły zaistnieć w postaci zagrażającej bezpieczeństwu lufy; w tym względzie wystarczy rozpatrzyć warstwę, która jest siedliskiem największych wysiłków, a mianowicie warstwę wewnętrzną.

A) *Wytrzymałość na rozerwanie w czasie samowzmacniania.* — Aby wysiłek, wywołany w warstwie wewnętrznej przez ciśnienie P_0 nie przekroczył granicy wytrzymałości metalu, koniecznem jest aby

$$T_0 + P_0 < R \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (51),$$

gdzie R kg/mm² oznaczać będzie granicę wytrzymałości metalu *przed samowzmacnieniem* *).

Ponieważ przez cały czas samowzmacniania mamy na zasadzie hipotezy Coulumb-Malaval

$$T_0 + P_0 = E_w,$$

a więc wzór (51) prowadzi do $E_w < R$. Ponieważ w okresie zimnej obróbki całkowitej mamy

$$\begin{cases} P_0 = 2,3 a \log_{10} \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{2} \frac{bc}{R_0^2} \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2}\right) \\ E_w = a + \frac{bc}{R_0^2}, \end{cases}$$

więc

$$E_w = a + \frac{2 \left(P_0 - 2,3 a \log_{10} \frac{R_1}{R_0} \right)}{1 - \frac{R_0^2}{R_1^2}} < R,$$

czyli

$$P_0 \leq 2,3 a \log_{10} \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{2} (R - a) \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2}\right) \text{ i przy } a = \frac{30}{31} E_i$$

$$\frac{P_0}{E_i} \leq 2,225 \log_{10} \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{E_i} - \frac{30}{31} \right) \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (52).$$

Wzór (52) wskazuje, iż graniczne ciśnienie P_0 dla danej stali zależne jest tylko od grubości rury charakteryzowanej przez stosunek $\frac{R_1}{R_0}$; będzie ono, rzecz prosta, tem większe, im metal ma większą wytrzymałość na rozerwanie R .

*) Doświadczenia, dokonane ze stalą po zimnej obróbce, wskazują wprawdzie, iż wytrzymałość na rozerwanie R wzrasta cokolwiek, lecz ten wzrost jest o wiele mniejszy, niż wzrost E (gran. sprężystości), tak, iż stosunek $\frac{E}{R}$ stali po zimnej obróbce ulega znacznemu wzrostowi (co jest w metaloznawstwie uważane za jedną z najbardziej charakterystycznych cech stali poddanej zimnej obróbce); wyżarzenie nadaje stosunkowi $\frac{E}{R}$ tę samą wartość, co przed zimną obróbką; ze względów na bezpieczeństwo we wzorze (51) przyjmujemy dla R wartość początkową, t. j. przed zimną obróbką.

Powyższe obliczenie dotyczy okresu zimnej obróbki całkowitej, gdyż w stosowanych praktycznie granicach grubości rury, rozpatrywane zjawisko może zajść tylko w tym okresie; w rzeczy samej, przypuścmy, iż w okresie półsprężystym granica wytrzymałości rury na rozerwanie byłaby przekroczoną; w chwili, gdy okres półsprężysty dobiega końca, we wzorze (46) będziemy mieli $R = R_1$, czyli

$$\frac{P_0}{E_i} = 2,3 \frac{a}{E_i} \log_{10} \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{2} \left(\frac{E_w}{E_i} - 1 \right) \quad \dots \quad (53),$$

oraz

$$\frac{E_w}{E_i} = \frac{a}{E_i} + \left(1 - \frac{a}{E_i} \right) \left(\frac{R_1}{R_0} \right)^2$$

żeby w chwili tej warunek (51) był zachowany musimy mieć

$$\frac{E_w}{E_i} < \frac{R}{E_i}, \text{ czyli } \frac{a}{E_i} + \left(1 - \frac{a}{E_i} \right) \left(\frac{R_1}{R_0} \right)^2 \leq \frac{R}{E_i},$$

to jest

$$\frac{R_1}{R_0} \leq \sqrt{\frac{R - a}{E_i} \times \frac{1}{1 - \frac{a}{E_i}}} \quad \dots \quad (54),$$

jeżeli, przy $\frac{a}{E_i} = \frac{30}{31}$, będziemy mieli dla danej stali $R = 80 \text{ kg} : \text{mm}^2$, $E_i = 50 \text{ kg} : \text{mm}^2$, otrzymamy $\frac{R_1}{R_0} \leq 4,42$ co odpowiada grubości ścianki rury równej 1,71 kalibra; znaczy to, że dla stali, o której mowa, przekroczenie granicy wytrzymałości rury będzie mogło zdarzyć się w czasie okresu półsprężystego tylko w takim razie, jeżeli grubość ścianki rury jest większa od 1,71 kalibra; jak zobaczymy poniżej, cyfra ta przekracza znacznie grubości rur, stosowanych przy samowzmocnieniu; jeżeli stosunek $\frac{R}{E_i} > \frac{80}{50}$, to grubość krytyczna, dana przez wzór (54), będzie jeszcze większa.

B) *Odkształcenia trwałe w czasie powrotu do stanu spoczynku po samowzmocnieniu.* — Dla zbadania całokształtu sprawy możliwości powstawania nowych odkształceń trwałych w czasie powrotu do ciśnienia zero, będziemy posługiwali się ogólnem twierdzeniem, dotyczącem luf wzmocnionych, a mianowicie iż na zasadzie połączenia stanów równowagi — p. 4 § 2 niniejszego Rozdziału:

Siła sprężysta T_c (lub P_c), powstająca w danym punkcie rury, wzmocnionej zaciskaniem średnicowem, pod ciśnieniem P_0 , równa się sumie algebraicznej siły T_p (lub P_p) działającej w tym samym punkcie tej rury w czasie spoczynku, i siły T_f (lub P_f), która działałaby

w tym samym punkcie pojedynczej rury fikcyjnej, mającej tę samą grubość, co rozpatrywana rura wzmocniona, i poddanej temu samemu ciśnieniu wewnętrznemu P_0 — czyli że

$$T_c = T_p + T_f$$

$$P_c = P_p + P_f$$

sumując otrzymamy

$$T_c + P_c = (T_p + P_p) + (T_f + P_f)$$

Jeżeli idzie o warstwę wewnętrzną rury, to siły styczne T_c i T_f będą rozciągającymi, zaś T_p siłą ściskającą; również P_c i P_f są skierowane od środka na zewnątrz, podczas gdy P_p działa w kierunku przeciwnym; wynika stąd, iż jeżeli

$$T_c + P_c > 0 \quad \text{i} \quad T_f + P_f > 0$$

to

$$T_p + P_p > 0,$$

a więc rozpatrując wartości bezwzględne będziemy mieli

$$|T_f + P_f| = |(T_c + P_c)| + |(T_p + P_p)|$$

co symbolicznie napiszemy dla warstwy wewnętrznej

$$|T_0 + P_0|_f = |T_0 + P_0|_c + |T_0 + P_0|_p \quad . \quad . \quad . \quad (55).$$

Jak wiemy $|T_0 + P_0|_c$ określa nową granicę sprężystości warstwy wewnętrznej E_w

$$|T_0 + P_0|_c = E_w \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (55a),$$

skądinąd $|T_0 + P_0|_p$ przedstawia sumę siły stycznej i siły promieniowej, powstającej w każdym punkcie warstwy wewnętrznej rury na skutek ciśnienia dośrodkowego warstw zewnętrznych w chwili, gdy lufa po operacji samowzmocnienia wraca do stanu spoczynku, czyli do ciśnienia zero; jeżeli ta suma $|T_0 + P_0|_p$ przewyższy granicę sprężystości E_w , uzyskaną w czasie samowzmocnienia, to w warstwie wewnętrznej przy powrocie do ciśnienia zero powstaną nowe odkształcenia trwałe; wynika stąd, iż warunkiem, aby to ostatnie zjawisko nie mogło zaistnieć, będzie

$$|T_0 + P_0|_p \leq E_w$$

czyli

$$|T_0 + P_0|_p \leq |T_0 + P_0|_c$$

co ze względu na wzór (55) daje warunek

$$|T_0 + P_0|_c \geq \frac{|T_0 + P_0|_f}{2}$$

lub

$$E_w \geq \frac{|T_0 + P_0|_f}{2} \dots \dots \dots (56)$$

skądinąd wiemy, że w lufie prostej

$$|T_0 + P_0|_f = \frac{2R_1^2 P_0}{R_1^2 - R_0^2} = \frac{2P_0}{1 - \left(\frac{R_1}{R_0}\right)^2} = P_0 \frac{2h^2}{h^2 - 1} \dots \dots (57)$$

Jeżeli więc chcemy zdać sobie sprawę, czy dla danej lufy, której grubość określona jest przez stosunek $\frac{R_1}{R_0} = h$, nie zachodzą nowe odkształcenia trwałe w czasie powrotu do stanu spoczynku, — to wystarczy wykres zmian $\frac{E_w}{E_i}$ w funkcji $\frac{P_0}{E_i}$ (np. rys. 25 wykres $\frac{E_w}{E_i}$ dla $h = 3$) uzupełnić wykresem przedstawiającym $\frac{1}{E_i} (T_0 + P_0)_f$ w funkcji $\frac{P_0}{E_i}$ (prosta OK), i zbadać czy wartości te czynią zadość warunkowi (56); w tym celu wystarczy na wykresie tym narysować prostą OL, przedstawiającą

$$\frac{1}{E_i} \frac{|T_0 + P_0|_f}{2} = \frac{\left(\frac{P_0}{E_i}\right)}{1 - \left(\frac{R_0}{R_1}\right)^2} = \frac{P_0}{E_i} \cdot \frac{h^2}{h^2 - 1} \dots \dots (58)$$

jeżeli prosta OL leży całkowicie poniżej linii BCH, to niema nowych odkształceń trwałych przy powrocie do ciśnienia zero; jeżeli prosta OL przecina BCH, to w granicach ciśnień P_0 odpowiadających punktom przecięcia D i F, odkształcenia te będą powstawały.

Zauważyć należy, iż mamy $OK \parallel CH$; w rzeczy samej obie te proste mają ten sam współczynnik kątowy $\frac{2h^2}{h^2 - 1}$, co widzimy ze wzorów (57) i (49). Wartości ciśnień, odpowiadające punktom przecięcia prostej OL z wykresem $\frac{E_w}{E_i}$, możemy również określić analitycznie:

1) dla określenia ciśnienia, dotyczącego punktu F, odpowiadającego przecięciu prostych CH i OL w okresie zimnej obróbki całkowitej, wystarczy porównać wzory (49) i (58), co prowadzi do równania
 (przy $\frac{a}{E_i} = \frac{30}{31} = 0,967$)

$$0,967 + \frac{2 \left(\frac{P_0}{E_i} - 2,225 \log_{10} h \right) h^2}{h^2 - 1} = \frac{P_0}{E_i} \frac{h^2}{h^2 - 1}$$

stąd zaś

$$\frac{P_0}{E_i} = 4,45 \log_{10} h - 0,967 \frac{h^2 - 1}{h^2}$$

i dla $h = 3$

$$\frac{P_0}{E_i} = 1,26.$$

2) dla określenia ciśnienia, dotyczącego punktu D , odpowiadającego przecięciu prostej OL z krzywą BC , dającą $\frac{E_w}{E_i}$ w okresie półsprężystym wzory (47), (48) i (58) dają,

$$\left(\text{ponieważ } D \text{ odpowiada chwili, gdy } E_w = \frac{|T_0 + P_0|f}{2} \right)$$

$$\frac{P_0}{E_i} = 2,225 \log_{10} x + x^2 \left(0,0165 - \frac{1}{2h^2} \right) + 0,483 \quad . \quad . \quad (47)$$

$$0,967 + 0,033 x^2 = \frac{P_0}{E_i} \frac{h^2}{h^2 - 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (59)$$

dla danej rury $h = \frac{R_1}{R_0}$ jest znane, a więc równania (47) i (59) zawierają dwie niewiadome, a mianowicie x i $\frac{P_0}{E_i}$, określimy $\frac{P_0}{E_i}$ z równania (59) i podstawmy do równania (47):

$$\frac{h^2 - 1}{h^2} (0,967 + 0,033 x^2) = 2,225 \log_{10} x + x^2 \left(0,0165 - \frac{1}{2h^2} \right) + 0,483$$

czyli

$$2,225 \log_{10} x - x^2 \left(\frac{0,934}{2h^2} + 0,0165 \right) + 0,483 - 0,967 \frac{h^2 - 1}{h^2} = 0 \quad . \quad (60)$$

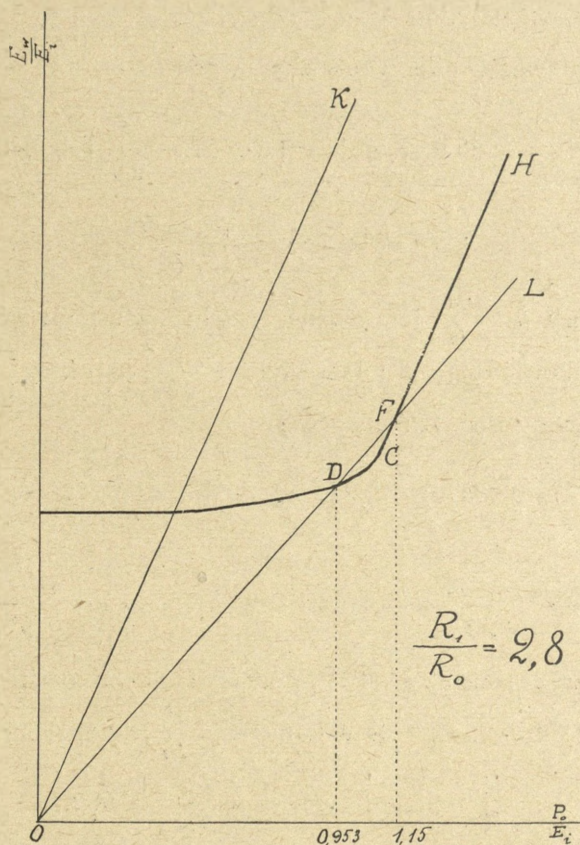
określiwszy x z równania (60), podstawiamy odnośną wartość*) do równania (47) lub (59), i określamy stąd $\frac{P_0}{E_i}$, odpowiadający punktowi D ; dla $h = \frac{R_1}{R_0} = 3$, otrzymujemy $\frac{P_0}{E_i} = 0,962$.

Reasumując powyższe, widzimy, iż przy samowzmacnianiu rury, której grubość jest równa jednemu kalibrowi ($h = \frac{R_1}{R_0} = 3$) nie będziemy mieli nowych odkształceń trwałych w czasie powrotu do ciśnienia

*) właściwie równanie (60) ma 2 pierwiastki, z których bierzemy pod uwagę tylko jeden, mniejszy od wartości x , odpowiadającej końcowi okresu półsprężystego, w danym razie $x < 3$.

zero, o ile ciśnienie samowzmocnienia będzie odpowiadało warunkowi $\frac{P_0}{E_i} \leq 0,962$ lub warunkowi $\frac{P_0}{E_i} \geq 1,26$; to samo obliczenie dla rury $h = 2,8$ daje warunki $\frac{P_0}{E_i} \leq 0,953$ i $\frac{P_0}{E_i} \geq 1,15$ (rys. 26) i t. d.; odnośne granice więc zwężają się, jeżeli h zmniejsza się.

W powyższych dwóch przykładach ($h = 2,8$ i $h = 3$) dolna granica okresu nowych odkształceń trwałych w czasie powrotu do stanu spoczynku przypada w okresie półsprężystym, górna zaś granica — w okre-



Rys. 26.

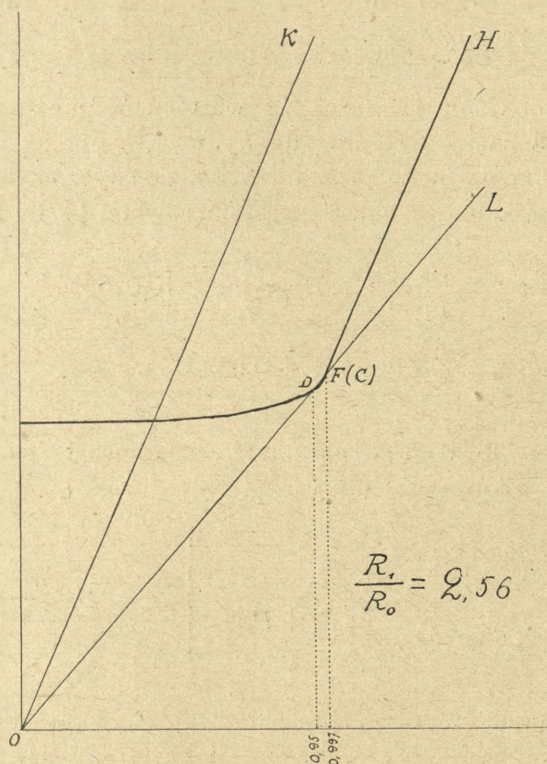
sie zimnej obróbki całkowitej; w miarę zmniejszania się h i wzajemnego zbliżania się powyższych dwóch granic, odpowiadających punktom D i F , następuje chwila, gdy obydwa punkty D i F znajdują się w okresie półsprężystym; będzie to odpowiadało wartościom $h < h_1$, gdzie h_1 oznacza tę wartość stosunku $\frac{R_1}{R_0}$, dla której prosta OL przecina

linię ABH w punkcie, odpowiadającym końcowi okresu półsprężystego, czyli gdy punkt F zleje się z punktem C . Równania dotyczące rury h_1 , gdy okres półsprężysty dobiega końca, otrzymamy biorąc w równaniach (47) i (48) $x = h = h_1$

$$\frac{P_e}{E_i} = 2,225 \log_{10} h_1 + 0,0165 (h_1^2 - 1) \quad . \quad . \quad . \quad (61)$$

$$\frac{E_w}{E_i} = 0,967 + 0,033 h_1^2 \quad . \quad . \quad . \quad (62)$$

żeby prosta OL przecięła wykres $\frac{E_w}{E_i}$ w punkcie, odpowiadającym koń-



Rys. 27.

cowi okresu półsprężystego, trzeba, aby rzędna OL była równa wartości (62), a więc

$$\frac{P_0}{E_i} \times \frac{h_1^2}{h_1^2 - 1} = 0,967 + 0,033 h_1^2$$

podstawiając do ostatniego wzoru wartość $\frac{P_0}{E_i}$ ze wzoru (61), otrzymamy

$$2,225 \log_{10} h_1 - 0,0165 h_1^2 + \frac{0,967}{h_1^2} - 0,9505 = 0,$$

które to równanie daje pierwiastek, odpowiadający warunkom zadania, $h_1 = 2,56$ (wykres rys. 27).

Dla $\frac{R_1}{R_0} < 2,56$ obie granice okresu nowych odkształceń trwałych w czasie powrotu do stanu spoczynku znajdują się więc w okresie półsprężystym i są do siebie bardzo zbliżone.

Przy dalszem zmniejszaniu $\frac{R_1}{R_0}$ możemy znaleźć taką wartość h_2 , poniżej której prosta OL nie będzie przecinała linii BCH , co znaczy, iż dla $\frac{R_1}{R_0} < h_2$ nie będą powstawały nowe odkształcenia trwałe w czasie powrotu do ciśnienia zero. Tę wartość h_2 możemy określić na mocy rozważań następujących: dla h_2 obydwie punkty przecięcia zlewają się ze sobą, czyli że prosta OL będzie styczną dla krzywej BC . Krzywa BC określona jest przez system równań (47) i (48).

$$\text{wartości odciętej } \xi = \frac{P_0}{E_i} = 2,225 \log_{10} x + x^2 \left(0,0165 - \frac{1}{2h^2} \right) + 0,483 \quad (47)$$

$$\text{wartości rzędnej } \eta = \frac{E_w}{E_i} = 0,967 + 0,033 x^2 \quad (48)$$

gdzie x możemy uważać za parametr, — zaś prosta OL przez system, który odpowiada równaniu (58') czyli

$$\left. \begin{array}{l} \text{odcięta } \xi = \frac{P_0}{E_i} \\ \text{rzędna } \eta = \frac{1}{E_i} \frac{|T_0 + P_0|_f}{2} \end{array} \right\} \eta = \xi \frac{h^2}{h^2 - 1} \quad (58')$$

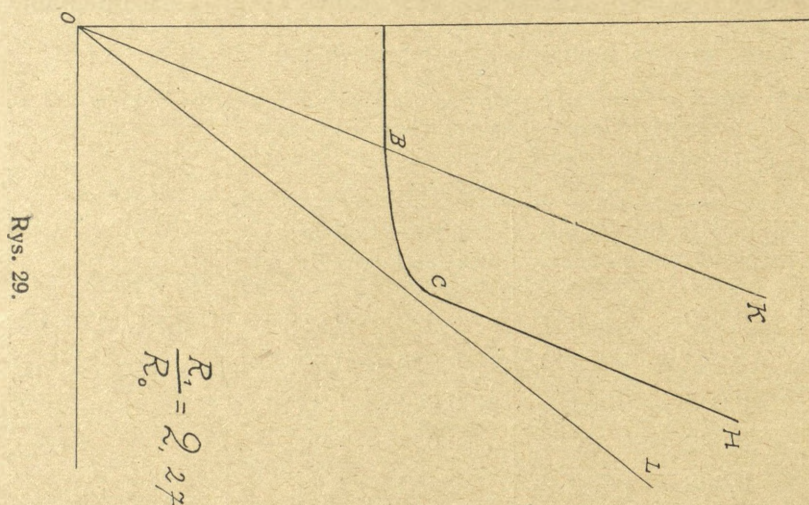
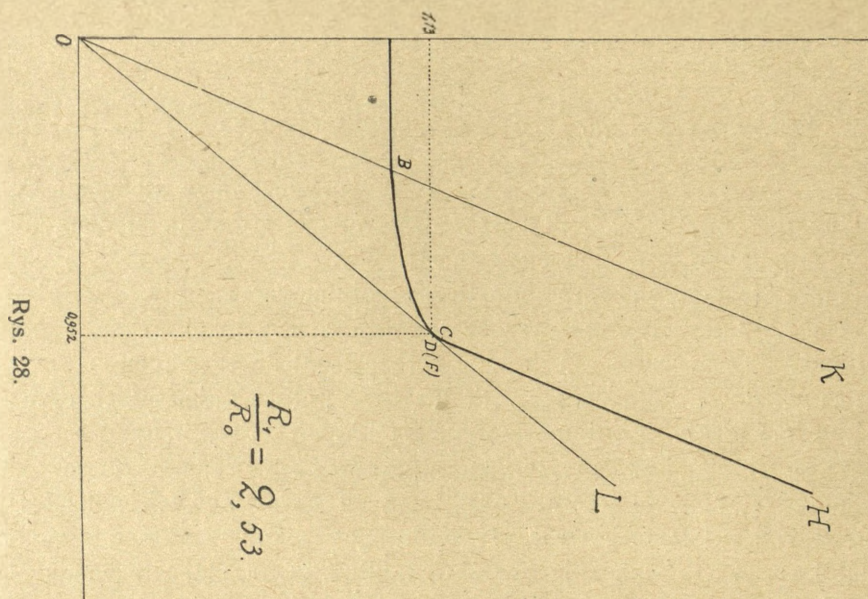
każdemu z 2 punktów przecięcia krzywej BC z prostą OL odpowiadać będzie pewna wartość x , będąca jednym z pierwiastków równania, które otrzymamy eliminując ξ i η między równaniami (47), (48) i (58'), czyli równania następującego:

$$0,967 + 0,033 x^2 = \frac{h^2}{h^2 - 1} \left[2,225 \log_{10} x + x^2 \left(0,0165 - \frac{1}{2h^2} \right) + 0,483 \right] = 0$$

to jest:

$$2,225 \log_{10} x - x^2 \left(0,0165 + \frac{0,467}{h^2} \right) + \frac{0,967}{h^2} - 0,483 = 0 \quad (63)$$

jeżeli prosta OL zamiast przecinać krzywą BC stanie się do niej styczną, to dwa pierwiastki równania (63) stają się identyczne ze sobą, — wobec czego, jeżeli oznaczymy przez $f(x)$ lewą część tego



równania, to pochodna $f'(x) = 0$ będzie miała pierwiastek wspólny z $f(x) = 0$

$$f'(x) = \frac{2,225}{2,3x} - 2x \left(0,0165 + \frac{0,467}{h^2} \right) = 0 \quad \dots \quad (63')$$

podstawiając pierwiastek równania (63') czyli

$$x = \sqrt{\frac{2,225}{2,3 \cdot 2 (0,0165 + 0,467 h^{-2})}}$$

do równania (63), otrzymamy równanie

$$\frac{2,225}{2} \log_{10} \left(\frac{0,483}{0,0165 + 0,467 h^{-2}} \right) - \frac{2,225}{4,6} + 0,967 h^{-2} - 0,483 = 0 \quad (64)$$

wynika z powyższego, iż równanie (64), rozwiązane w stosunku do h , da nam tę wartość h_2 , dla której krzywa BC staje się styczną do OL ; otrzymujemy $h_2 = 2,53$ (wykres rys. 28).

Wszystkie podane uprzednio liczby, obliczone zostały w założeniu, iż po zimnej obróbce wzrost granicy sprężystości na ściskanie jest identyczny ze wzrostem granicy sprężystości na rozciąganie, przy czym za podstawę obliczeń przyjęta została hipoteza odkształceń przez ślizganie bez tarcia (Coulomb-Malaval); p. Jacob *), wychodząc z tego samego założenia, lecz przyjmując hipotezę Saint-Venant, otrzymuje dla ciśnień samowzmocnienia, określających okres nowych odkształceń trwałych w czasie powrotu do stanu spoczynku, — granice o wiele rozleglejsze, jak to wskazuje poniższa tablica, w trzeciej rubryce której zestawione zostały poprzednio wskazane liczby $\frac{P_0}{E_t}$, uzupełnione temiż liczbami dla następujących wartości h : 2,6; 2,7; 2,9 i 3,1.

$\frac{R_1}{R_0}$	Nowe odkształcenia trwałe zachodzą podczas powrotu do stanu spoczynku, dla nast. granic ciśnienia samowzm.		U w a g i
	hipoteza S-t Venant w/g obliczeń p. Jacob	hipoteza ślizgań bez tarcia (Coulomb)	
2,53	0,950 — 1,550 *)	0,952 — 0,952	*) otrzymane przez interpol,
2,56	0,952 — 1,584 *)	0,950 — 0,997	
2,6	0,955 — 1,630	0,943 — 1,02	
2,7	0,962 — 1,734	0,948 — 1,09	
2,8	0,968 — 1,830	0,953 — 1,15	
2,9	0,972 — 1,918	0,957 — 1,20	
3,0	0,976 — 1,998	0,962 — 1,26	
3,1	0,979 — 2,070	0,967 — 1,32	

*) Jacob: „Résistance et construction des bouches à feu” tom II str. 260.

Zaznaczyć wszakże należy ponownie, iż obliczenia te oparte są na założeniu, iż po zimnej obróbce metalu rury przez ciśnienie wewnętrzne, granice sprężystości na ciągnienie i ściskanie pozostają identyczne; tymczasem z nowych studjów i doświadczeń p. Malaval wynika, że wzrost granicy sprężystości na skutek samowzmocnienia dotyczy tylko ciągnienia *), i że, jeżeli stal po samowzmocnieniu poddana jest sile ściskającej, to należy uważać, iż jej granica sprężystości na ściskanie nie ulega wzrostowi, t. j. pozostała $= E_i$. Tymczasem w czasie powrotu do stanu spoczynku po samowzmocnieniu, warstwy wewnętrzne metalu rury wywierają na warstwę wewnętrzną ciśnienie skierowane ku osi rury, wobec czego warstwa wewnętrzna zostaje poddana naprężeniu ściskającemu, którego wartość bezwzględna $|T_0 + P_0|_p$ (wzór 55) nie powinna przekroczyć E_i , jeżeli przyjmiemy tę ostatnią poprawkę.

Na zasadzie wzorów (55) i (55a), możemy napisać:

$$|T_0 + P_0|_p = |T_0 + P_0|_f - |T_0 + P_0|_c = |T_0 + P_0|_f - E_w,$$

a w takim razie warunek, o którym mowa, wyrazi się wzorem:

$$|T_0 + P_0|_f - E_w \leq E_i$$

czyli

$$S = \frac{|T_0 + P_0|_f - E_w}{E_i} \leq 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (65).$$

Na wykresach rys 25 — 28 wartość S wyrazi się, jako różnica między

$$a \quad \left. \begin{array}{l} \frac{|T_0 + P_0|_f}{E_i} \text{ czyli rzędną prostej } OK \\ \frac{E_w}{E_i} \text{ czyli rzędną linii } BCH \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{odpowiadających jednej i tej} \\ \text{samej odciętej, —} \end{array}$$

trzeba więc, aby największa różnica tych dwóch rzędnych, (odpowiadająca odcinkowi prostej równoległej do osi rzędnych, zawartemu między równoległymi prostymi OK i CH) była mniejszą, niż jednostka długości w skali rzędnych. Wykresy oraz porównania równań prostych OK i CH , wskazują, iż żaden z wypadków, przedstawionych na rys. 25 — 28, nie odpowiada warunkowi (65); w rzeczy samej

*) Mjr. Maurin: A. L. V. F. — Autofrettage — Cours Supérieur Technique de l'artillerie 1925 str. 91.

dla $\frac{R_1}{R_0}=3$	mamy $\frac{ T_0 + P_0 _f - E_w}{E_i} = 1,41$
2,8	„ „ 1,31
2,56	„ „ 1,17
2,53	„ „ 1,14

Należy więc znaleźć taką wartość $h_3 = \frac{R_1}{R_0}$, aby $S = 1$; w tym celu podstawić musimy do wzoru (65) wartości $|T_0 + P_0|_f$ i E_w określone przez wzory (57) i (49).

$$\frac{|T_0 + P_0|_f}{E_i} - \frac{E_w}{E_i} = \frac{P_0}{E_i} \frac{2h_3^2}{h_3^2 - 1} - \left[0,967 + \frac{2 \left(\frac{P_0}{E_i} - 2,225 \log h_3 \right) h_3^2}{h_3^2 - 1} \right] \ll 1.$$

czyli

$$\frac{4,45 h_3^2}{h_3^2 - 1} \log h_3 \leq 1,967,$$

stąd zaś

$$h_1 \leq 2,27.$$

Dla uwypuklenia, w jaki sposób zmienia się w dalszym ciągu postać odnośnych wykresów, podaję na rys. 29 wykres dla $\frac{R_1}{R_0} = 2,27$, analogiczny do poprzednich, choć w danym wypadku ma on raczej tylko teoretyczne znaczenie, gdyż prosta OL nie przecina tu linii BCH .

Cyfrę powyższą $h_3 \leq 2,27$ możemy również odnaleźć w sposób następujący, niezależnie od rozpatrzonych poprzednio wykresów. Gdy rura po samowzmocnieniu powraca do stanu spoczynku, mamy $P_0' = 0$, przyczem warstwa wewnętrzna zostaje poddana naprężeniu stycznemu ściskającemu — t_0 ; to naprężenie ściskające winno w danym wypadku nie przekraczać początkowej granicy sprężystości E_i ; rozpatrzmy więc wypadek skrajny, gdy

$$-t_0 = -E_i \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (66).$$

Jeżeli ponownie wyrzemy ciśnienie P_0 wewnątrz rury, takowa powróci znów do tych kształtów, które miała w chwili samowzmacniania; naprężenie styczne rozciągające w warstwie wewnętrznej otrzyma ponownie wartość T_0 ; innymi słowy, naprężenie styczne przejdzie od wartości $-t_0$ do wartości T_0 ; przyrost jego wyniesie więc $T_0 + t_0$.

Będziemy więc mieli na zasadzie połączenia stanów równowagi oraz wzoru (7') § 1 niniejszego Rozdziału:

$$T_0 + t_0 = P_0 \frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \quad (67),$$

prócz tego na zasadzie prawa Coulomb'a

$$T_0 + P_0 = E$$

wykluczając T_0 i t_0 z pośród trzech ostatnich równań otrzymujemy

$$P_0 < \frac{E_i + E}{2} \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2} \right) \dots \dots \dots (68),$$

przyjmując pod uwagę, iż mieliśmy

$$E = a + \frac{bc}{R_0^2} = \frac{30}{31} E_i + b \frac{\delta R_0}{R_0},$$

$$P_0 = a \operatorname{Log} \frac{R_1}{R_0} + \frac{b}{2} \frac{\delta R_0}{R_0} \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2} \right) \dots \dots \dots (42''),$$

podstawiając powyższe wartości E i P_0 do równania (68) otrzymamy

$$\frac{\operatorname{Log} \frac{R_1}{R_0}}{1 - \frac{R_0^2}{R_1^2}} = \frac{2,3 h_3^2 \log_{10} h_3}{h_3^2 - 1} < \frac{61}{60},$$

stąd zaś $h_3 \leq 2,27$.

Reasumując powyższe wywody widzimy, że dwa warunki bezpieczeństwa przy samowzmocnieniu luf działowych:

- 1) nieprzekroczenie wytrzymałości na rozerwanie w czasie operacji samowzmocnienia, —
- 2) niedopuszczenie do powstawania nowych odkształceń trwałych w czasie powrotu do stanu spoczynku, po operacji samowzmocnienia,

prowadzą:

- 1) do ograniczenia ciśnienia samowzmocnienia
- 2) do ograniczenia grubości ścianki lufy, którą teoretycznie określiliśmy jako $\frac{R_1}{R_0} = 2,27$; w praktyce przyjmiemy za p. Mavalal $\frac{R_1}{R_0} = 2,5$.

Zachowanie tego warunku, dotyczącego grubości lufy, prowadzi częstokroć do tego wyniku, iż dopuszczalna grubość staje się niewystarczającą dla osiągnięcia żądanej mocy, i w takim razie trzeba uciekać się do tworzenia luf samowzmocnionych złożonych z dwóch kawałków (bouches à feu autofrettées biblocs), tracąc częściowo korzyści sposobu samowzmocnienia, polegające na wyrobie luf z jednego kawałka.

Ażeby zdać sobie sprawę z wielkości ciśnień samowzmocnienia, odpowiadających tym odkształceniom (pod ciśnieniem), do których należy ograniczyć się na zasadzie dotychczasowych odkształceń, oraz z wielkości tych ciśnień samowzmocnienia, które mogłyby w czasie operacji narazić na szwank wytrzymałość metalu na rozerwanie, — podaję poniżej tablicę zestawioną dla stali posiadającej następujące cechy charakterystyczne: $E_i = 45 \text{ kg} : \text{mm}^2$; $b = 770$, oraz granica wytrzymałości $R = 70 \text{ kg} : \text{mm}^2$.

$\frac{R_1}{R_0}$	ciśnienie samowzmocnienia P_0 wywołujące w warstwie wewnętrznej ciśnienie jednostkowe $\frac{\delta R_0}{R_0} = 0,03$	granica sprężystości nabyta przez warstwę wewnętrzną	ciśnienie samowzmocnienia P_0 , które wywołałoby w warstwie wewnętrznej naprężenie równe granicy wytrzymałości metalu	graniczne odkształcenie $\frac{\delta R_0}{R_0}$
1,2	11,56	61,7	13,34	0,0471
1,3	16,26	62,3	18,64	0,0469
1,4	20,45	62,9	23,31	0,0468
1,5	24,21	63,4	27,42	0,0467
1,75	32,32	64,5	36,20	0,0464
2,0	39,03	65,5	43,35	0,0462
2,25	44,76	66,4	49,40	0,0460
2,5	49,79	67,3	54,65	0,0459

10. *Lufy samowzmocnione, złożone z dwóch kawałków (dwublokowe).* — Jak widzieliśmy w punkcie poprzednim warunki bezpieczeństwa przy samowzmocnianiu prowadzą między innymi do ograniczenia grubości ścianki lufy, wobec czego dopuszczalna grubość staje się niewystarczającą dla osiągnięcia żądanej mocy.

Wzgląd ten doprowadził do budowy luf samowzmocnionych dwublokowych, polegającej na tem, iż do rury zewnętrznej, która może sama przez się być poddana uprzedniemu samowzmocnieniu, wprowadzamy z pewnym luzem rurę wewnętrzną, poczem całość obydwóch rur poddaje się samowzmocnieniu przy określonym ciśnieniu; moc sprężysta rury zewnętrznej dodaje się w ten sposób do mocy sprężystej rury wewnętrznej. Z punktu widzenia teoretycznego zadanie to sprowadza się do rozwiązania pewnej ilości zadań rozpatrzonych w poprzednich punktach i §§ niniejszego Rozdziału.

Dla wyjaśnienia odnośnej metody rozpatrzemy następujący przykład liczbowy, dotyczący lufy działa 240 mm (rys. 30*), podany przez

*) Patrz oddzielne rysunki pod opaską.

mjr. Maurin na str. 96 — 101 kursu „A. L. V. F. Autofrettage“, — przyczem zbadamy dwa warjanty budowy, a mianowicie wypadki, gdy rura zewnętrzna jest wykonana: a) ze stali lanej, b) ze stali kutej. Wymiary lufy wskazane są na rys. 30, na którym uwidoczniiono linią punktowaną wewnętrzne tworzące rur zewnętrznej i wewnętrznej po pobieżnej obróbce wstępnej, poprzedzającej operację samowzmocnienia; mamy tu następujące promienie w dwóch częściach lufy, w których będą dokonane obliczenia:

		Rura wewnętrzna	Rura zewnętrzna
w komorze ładunkowej	promień wewn. po pierwszej obróbce	$R_0' = 135$	$R_1' = 283$
	promień wewnętrzny ostateczny	$R_0 = 157$	$R_1 = 293$
	promień zewnętrzny	$R_1 = 293$	$R_2 = 445$
w miejscu najwyższego ciśnienia	promień wewn. po pierwszej obróbce	$R_0' = 115$	$R_1' = 283$
	promień wewnętrzny ostateczny	$R_0 = 122$	$R_1 = 290$
	promień zewnętrzny	$R_1 = 290$	$R_2 = 405$

Przyjmiemy następujące cechy charakterystyczne metalu, oraz dopuszczalne odkształcenia:

	moduł $M \text{ kg} : \text{mm}^2$	początkowa granica sprężystości $E_i \text{ kg} : \text{mm}^2$	Spółczynniki		granica wytrzymałości na rozerwanie $R \text{ kg} : \text{mm}^2$	odkształcenia jednostkowe dopuszczalne w warstwie wewnętrznej w czasie samowzmocnienia
			a	b		
stal lana	22000	28	27,6	300	50	odkształcenie odpowiadające końcowi okresu pólprężystego
stal kuta	22000	45	43,5	770	70	0,03

1° Samowzmocnienie rury zewnętrznej

a) ze stali lanej — winniśmy mieć

$$\frac{\delta R_2}{R_2} = \frac{E_i}{M} = \frac{28}{22000} = 0,00127.$$

a więc

$$\frac{\delta R_1'}{R_1'} = \left(\frac{R_2}{R_1'} \right)^2 \frac{\delta R_2}{R_2} = 0,00127 \left(\frac{R_2}{R_1'} \right)^2$$

otrzymamy

$$\frac{\delta R_1'}{R_1'} = \begin{cases} \text{komora ładunkowa } 0,00315 \\ \text{miejsce największego ciśnienia } 0,00260 \end{cases}$$

ciśnienie samowzmocnienia wynosi

$$P_1' = 2,3 \cdot 27,6 \log_{10} \frac{R_1}{R_0} + 150 \left(1 - \frac{R_2^2}{R_1'^2} \right) \frac{\delta R_1'}{R_1'}$$

podstawiając odnośne wartości promieni i odkształceń otrzymujemy

$$P_1' = \begin{cases} \text{w komorze ładunkowej } 12,68 \\ \text{w miejscu największego ciśnienia } 10,15 \end{cases}$$

Po powrocie do stanu spoczynku metal kurczy się, poczem mamy w warstwie o promieniu R_1 ,

$$\frac{\delta' R_1}{R_1} = \frac{1}{M} \left(T_1 + \frac{P_1}{m} \right)$$

gdzie

$$T_1 = P_1' \frac{R_1'^2}{R_1^2} \cdot \frac{R_2^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1'^2}, \quad P_1 = P_1' \cdot \frac{R_1'^2}{R_1^2} \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1'^2},$$

otrzymujemy (przy $m = 3$)

$$\frac{\delta' R_1}{R_1} = \begin{cases} \text{w komorze ładunkowej } 0,00146 \\ \text{w miejscu największego ciśnienia } 0,00143. \end{cases}$$

Nowa granica sprężystości w warstwie wewnętrznej o promieniu R_1' wynosi

$$E_1' = a + b \frac{\delta' R_1'}{R_1'} = 27,6 + 300 \frac{\delta' R_1'}{R_1'},$$

otrzymujemy

$$E_1' = \begin{cases} \text{w komorze ładunkowej } 28,55 \text{ kg} : \text{mm}^2 \\ \text{w miejscu największego ciśnienia } 28,38 \text{ kg} : \text{mm}^2, \end{cases}$$

strata na mocy, wynikająca z ostatecznego wytoczenia, wynosi

$$\Delta P_1' = -2,3 E_1' \log_{10} \frac{R_1}{R_1'} = \begin{cases} \text{w komorze ładunkowej } 0,95 \text{ kg} : \text{mm}^2 \\ \text{w miejscu największ. ciśnienia } 0,68 \text{ kg} : \text{mm}^2. \end{cases}$$

Wynika stąd, iż cechy rury zewnętrznej ze stali lanej po wytoczeniu będą: w komorze ładunkowej:

$$\text{moc } P_1 = 12,68 - 0,95 = 11,73 \text{ kg} : \text{mm}_2 \quad \frac{\delta' R_1}{R_1} = 0,00146;$$

w miejscu największego ciśnienia:

$$\text{moc } P_1 = 10,15 - 0,68 = 9,47 \text{ kg} : \text{mm}^2 \quad \frac{\delta' R_1}{R_1} = 0,00143;$$

b) ze stali kutej — wzór (42'') daje

$$\begin{aligned} P_1' &= 2,3 \cdot 43,5 \log_{10} \frac{R_2}{R_1} + 385 \left(1 - \frac{R_1'^2}{R_2^2} \right) 0,03 \\ &= 100 \log_{10} \frac{R_2}{R_1} + 10,55 \left(1 - \frac{R_1'^2}{R_2^2} \right), \end{aligned}$$

stąd ciśnienie } w komorze ładunkowej 25,87 kg : mm²
 samowzmocnienia P_1' } w miejscu najwyższego ciśnienia 20,94 kg : mm².

Warstwa o promieniu R_1 kurczy się w czasie powrotu do stanu spoczynku, poczem mamy

$$\frac{\delta' R_1}{R_1} = \frac{1}{M} \left(T_1 + \frac{P_1}{m} \right)$$

oraz, podobnie, jak w punkcie α :

$$T_1 = P_1' \cdot \frac{R_1'^2}{R_1} \cdot \frac{R_2^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1'^2} \qquad P_1 = P_1' \cdot \frac{R_1'^2}{R_1^2} \cdot \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1'^2}$$

stąd zaś otrzymamy

$$\frac{\delta' R_1}{R_1} = \begin{cases} \text{w komorze ładunkowej } 0,00298 \\ \text{w miejscu największego ciśnienia } 0,00295 \end{cases}$$

nowa granica sprężystości w warstwie o promieniu R_1' wynosi

$$E_1' = a + b \frac{\delta' R_1'}{R_1'} = 43,5 + 770 \frac{\delta' R_1'}{R_1'}$$

E_1' w komorze ładunkowej i w miejscu największego ciśnienia 66,6 kg : mm²; strata na mocy, wynikająca z ostatecznego wytoczenia wynosi:

$$\Delta P_1' = -2,3 E \log_{10} \frac{R_1}{R_1'}$$

$$\Delta P_1' = \begin{cases} \text{w komorze ładunkowej } 2,22 \text{ kg : mm}^2 \\ \text{w miejscu największego ciśnienia } 1,6 \text{ kg : mm}^2; \end{cases}$$

cechy charakterystyczne rury zewnętrznej wykonanej ze stali kutej, będą więc po wytoczeniu: w komorze ładunkowej:

$$\text{moc } P_1 = 25,87 - 2,22 = 23,65$$

$$\text{odkształcenie sprężyste } \frac{\delta' R_1}{R_1} = 0,00298$$

w miejscu największego ciśnienia:

$$\text{moc } P_1 = 20,94 - 1,6 = 19,34,$$

$$\text{odkształcenie sprężyste } \frac{\delta' R_1}{R_1} = 0,00295.$$

2° Samowzmocnienie zespołu obydwóch rur. — α) Określenie luzu istniejącego w czasie spoczynku, przed samowzmocnieniem, pomiędzy

zewnątrzną powierzchnią rury wewnętrznej a wewnętrzną powierzchnią rury zewnętrznej samowzmocnionej i wytoczonej: luz ten powinien mieć taką wartość, aby powierzchnia zewnętrzna rozszerzona pod wpływem ciśnienia zajęła to położenie, które w czasie samowzmocnienia rury zewnętrznej zajmowała warstwa o promieniu R_1 . Musimy więc mieć

$$\left(\frac{\partial R_1}{R_1}\right)_{\text{rura wewn.}} = \frac{j}{R_1} + \left(\frac{\partial' R_1}{R_1}\right)_{\text{rura zewn.}}$$

czyli

$$\frac{j}{R_1} = \left(\frac{\partial R_1}{R_1}\right)_{\text{r. w.}} - \left(\frac{\partial' R_1}{R_1}\right)_{\text{r. z.}}$$

skądinąd mamy

$$\left(\frac{\partial R_1}{R_1}\right)_{\text{r. w.}} = \frac{R_0'^2}{R_1^2} \cdot 0,03$$

$$\left(\frac{\partial R_1}{R_1}\right)_{\text{rura wewn.}} = \begin{cases} \text{w komorze ładunkowej} & 0,0064 \\ \text{w miejscu największego ciśnienia} & 0,0047 \end{cases}$$

wobec czego

$$\begin{aligned} \text{warjant a} & \begin{cases} \text{w komorze ładunkowej } \frac{j}{R_1} = 0,00640 - 0,00146 = 0,00494 \\ \phantom{\text{w komorze ładunkowej}} \phantom{\frac{j}{R_1}} j = 1,45 \text{ mm} \\ \text{w miejscu najw. ciśn. } \frac{j}{R_1} = 0,00470 - 0,00143 = 0,00327 \\ \phantom{\text{w miejscu najw. ciśn.}} \phantom{\frac{j}{R_1}} j = 0,95 \text{ mm} \end{cases} \\ \text{warjant b} & \begin{cases} \text{w komorze ładunkowej } \frac{j}{R_1} = 0,0064 - 0,003 = 0,0034 \\ \phantom{\text{w komorze ładunkowej}} \phantom{\frac{j}{R_1}} j = 1 \text{ mm} \\ \text{w miejscu największego ciśn. } \frac{j}{R_1} = 0,0047 - 0,003 = 0,0017 \\ \phantom{\text{w miejscu największego ciśn.}} \phantom{\frac{j}{R_1}} j = 0,5 \text{ mm} \end{cases} \end{aligned}$$

β) Ciśnienie samowzmocnienia i moc rury wewnętrznej rozpatrywanej oddzielnie

$$P_0' = 100 \log_{10} \frac{R_1}{R_0} + 10,55 \left(1 - \frac{R_0'^2}{R_1^2}\right)$$

$$P_0' = \begin{cases} \text{w komorze ładunkowej} & 41,99 \text{ kg} : \text{mm}^2 \\ \text{w miejscu największego ciśnienia} & 49,04 \text{ kg} : \text{mm}^2 \end{cases}$$

nowa granica sprężystości w warstwie wewnętrznej wynosi

$$E_0' = a + b \frac{\partial R_0'}{R_0'} = 43,5 + 770 \times 0,03 = 66,6 \text{ kg} : \text{mm}^2$$

strata na mocy, wynikająca z ostatecznego wytoczenia, wynosi

$$\Delta P_0' = -2,3 E_0' \log_{10} \frac{R_0}{R_0'}$$

$$\Delta P_0' = \begin{cases} \text{w komorze ładunkowej} & -9,9 \text{ kg} : \text{mm}^2 \\ \text{w miejscu największego ciśnienia} & -3,88 \text{ kg} : \text{mm}^2 \end{cases}$$

stąd wynika całkowita moc rury wewnętrznej, rozpatrywanej oddzielnie

$$\text{w komorze ładunkowej } 41,99 - 9,9 = 32,09 \text{ kg} : \text{mm}^2$$

$$\text{w miejscu najwyższego ciśnienia } 49,04 - 3,88 = 45,16 \text{ kg} : \text{mm}^2.$$

γ) Całkowita moc rury dwublokowej; po samowzmocnieniu zespołu rur mamy;

$$\mathcal{P}_0 = P_0 + P_1$$

$$\text{warjant } \begin{cases} \text{w komorze ładunkowej } \mathcal{P}_0 = 32,09 + 11,73 = 43,82 \text{ kg} : \text{mm}^2 \\ \text{a } \quad \text{w miejscu najw. ciśn. } \mathcal{P}_0 = 45,16 + 9,47 = 54,63 \text{ kg} : \text{mm}^2 \end{cases}$$

$$\text{warjant } \begin{cases} \text{w komorze ładunkowej } \mathcal{P}_0 = 32,09 + 23,65 = 55,74 \text{ kg} : \text{mm}^2 \\ \text{b. } \quad \text{w miejscu najw. ciśn. } \mathcal{P}_0 = 45,16 + 19,34 = 64,50 \text{ kg} : \text{mm}^2 \end{cases}$$

P_0 oznacza ciśnienie, które należy rozwinąć dla samowzmocnienia zespołu obu rur. Jako moc skuteczną rury dwublokowej musimy przyjąć mniejszą z dwóch liczb określonych powyżej dla każdego warjantu; stosując współczynnik bezpieczeństwa $\frac{2}{3}$, otrzymamy więc dla rozpatrzonych warjantów następujące ciśnienia normalne:.

$$\text{warjant } a - (\text{rura zewnętrzna ze stali lanej}) \quad 2900 \text{ kg} : \text{mm}^2$$

$$\text{„ } b - (\text{„ „ „ „ kutej}) \quad 3700 \text{ kg} : \text{mm}^2$$

Wreszcie należy sprawdzić, czy zostały zachowane warunki bezpieczeństwa przy samowzmocnieniu; sprawdzenie to należy wykonać tylko w stosunku do rury wewnętrznej, gdyż samowzmocnienie rury zewnętrznej jest bardzo łagodne; dla rury wewnętrznej najwyższa osiągnięta granica sprężystości wynosi $66,6 \text{ kg} : \text{mm}^2$; ponieważ $66,6 < 70 = R$ (granica wytrzymałości), więc pierwszy warunek bezpieczeństwa jest zachowany (w praktyce należy utrzymywać się zawsze co najmniej o $3 - 5 \text{ kg} : \text{mm}^2$ poniżej R z powodu możliwych wahań R wewnątrz dużej masy metalu). — Drugi warunek, dotyczący odkształceń w czasie powrotu do ciśnienia zero jest z trudnością wypełniony w miejscu, odpowiadającym najwyższemu ciśnieniu, gdyż stosunek promieni przekracza zlekka 2,5.

Uciekając się do wyrobu luf samowzmocnionych dwublokowych, tracimy częściowo — jak było zaznaczone w poprzednim punkcie — korzyści sposobu samowzmocnienia, które wypływały z idei początkowej wyrobu rury z jednego kawałka. Jeżeli wszakże weźmiemy pod uwagę, iż 1) wyrób luf samowzmocnionych złożonych nie wymaga tak trudnych prac jakimi są przy wyrobie luf złożonych zwykłych — operacje scalania (assemblages) i urzeczywistnienia należytego zaciskania; 2) sam proces samowzmocnienia, polegający na wytwarzaniu wewnątrz rury potężnego ciśnienia, pozwala na wykrycie zawczasu ewentualnych miejscowych wad metalu przy samej obróbce, — to dochodzimy do wniosku, iż wykonanie rur samowzmocnionych nawet z dwóch kawałków stanowi bezsprzeczny postęp w porównaniu z dawnymi rurami złożonymi, w których zaciskanie było zrealizowane przez składanie poszczególnych elementów na zimno przy użyciu prasy hydraulicznej, lub też na gorąco.

11. *Kilka uwag, dotyczących praktycznego znaczenia samowzmocniania luf działowych.* — Należy zaznaczyć z naciskiem, że przyjęte uprzednio wzory na wytrzymałość rury samowzmocnionej wyprowadzone zostały w założeniu, iż metal rury jest doskonale jednolity i równozwrotny, i że stosujemy odkształcenia jednostkowe bardzo małe, jak

$$\frac{\delta R_0}{R_0} = 0,03 \text{ (lub conajwyżej } 0,04).$$

Rezultaty, podane w trzech ostatnich tablicach punktu 8 niniejszego §, są rezultatami teoretycznymi, otrzymanymi drogą obliczeń, — przyjmują więc one, że zaznaczone powyżej warunki, dotyczące jednolitości i równozwrotności, są spełnione. Rzecz prosta, iż te zasadnicze warunki nie są bezwzględnie spełnione w praktyce, gdyż nie mówiąc już o trudnościach produkcji dużych bloków stalowych ściśle jednolitych, sam fakt zimnej obróbki ma ten skutek, że stal przestaje być równozwrotną. Koniecznem więc jest — podobnie zresztą, jak i w obliczeniu rur pojedynczych niesamowzmocnionych oraz luf złożonych, — zastosować i tu pewien współczynnik bezpieczeństwa; ten współczynnik, który w lufach złożonych braliśmy $= \frac{2}{3}$, — w lufach samowzmocnionych monoblokowych ze względu na większą problematyczność hipotez i na mniejsze praktyczne wypróbowanie sposobu, był obniżany początkowo do $\frac{1}{2}$, w lufach dwublokowych przyjęliśmy $\frac{2}{3}$.

Tablica C p. 8 niniejszego § oraz przykład rozpatrzony w p. 10 wskazują, że samowzmocnienie powinno pozwolić na stosowanie o wiele wyższych, niż dotychczasowe, prężności gazów prochowych. Stąd mogłoby wynikać dążenie: 1) bądź do zmniejszenia grubości ścianki

rury przy zachowaniu uprzedniej prężności gazów, celem osiągnięcia w ten sposób zmniejszenia wagi rury; 2) bądź też do zwiększenia ciśnienia gazów przy zachowaniu uprzedniej grubości ścianki celem zwiększenia w ten sposób szybkości początkowej V_0 i, co zatem idzie, donośności. Jeżeli rozchodzi się o działa artylerji polowej lekkiej i ciężkiej, obydwa te dążenia napotykają na znaczne trudności: 1) w pierwszym wypadku z powodu zmniejszenia wagi lufy, a zatem masy uczestniczącej w odrzucie, — koniecznem będzie powiększyć bądź długość odrzutu, bądź opór opornika, ażeby zachować uprzednią stateczność łoża, — stąd wyniknie zwiększenie wagi łoża, a stąd strata korzyści, osiągniętej przez zmniejszenie wagi lufy; 2) w drugim wypadku, uderzenie, które będzie musiało być pochłonięte przez opornik, będzie o wiele wyższe niż to jest dopuszczalne dla normalnego polowego opornika, trzeba więc będzie użyć opornika o wiele wytrzymalszego, a zatem o wiele cięższego. Wynika stąd, że o ile można zorientować się z dotychczasowych rezultatów — silne samowzmacnianie luf dział polowych typu bieżącego nie ma dużych szans szerokiego zastosowania.

Jednakowoż, jeżeli idzie o działa o wielkiej mocy w artylerji lądowej, w których waga nie odgrywa pierwszorzędnej roli, — to samowzmacnianie odnośnych luf może dać rezultaty bardzo ważne dla praktyki; to, samo dotyczy dział artylerji morskiej, od których żąda się coraz większej donośności *).

Zaznaczyć trzeba, iż przez przekraczanie granicy sprężystości metalu w czasie samowzmacniania zbliżamy się bardziej, niż w sposobie budowy luf złożonych, do granicy wytrzymałości metalu na zerwanie; prócz tego stal poddana jest tu silnej obróbce na zimno ze znanymi ujemnymi skutkami tej ostatniej, przyczem „udarność“ stali (*résilience*) zmniejsza się, zmniejszając w zasadzie odporność na wpływy dynamiczne.

Prócz tego zaznaczyć należy z całym naciskiem, że budowa luf działowych jest zasadniczo nauką doświadczalną; jest więc rzeczą ko-

*) We wszystkim co było dotąd powiedziane, ograniczaliśmy się do rozpatrywania stosunkowo dość niskiego ciśnienia przy zimnej obróbce w czasie samowzmacnienia; w praktyce bieżącej nie przekracza się z tego tytułu odkształceń wyższych niż 3%; jednakowoż możemy rozpatrywać możność osiągnięcia bardzo wysokich ciśnień przy tej zimnej obróbce; i tak, w Centralnem Laboratorjum Marynarki we Francji poddano lufę armatnią stalową próbom ostrzeliwania przy ciśnieniach wzrastających stopniowo aż do 15.000 atm.; odnośne odkształcenie metalu z powodu wynikającej stąd zimnej obróbki, doszło aż do 30%, przyczem nie stwierdzono żadnych szczelin ani innych wad w metalu.

nieczną wszelkie dane teoretyczne sprawdzać za pośrednictwem bardzo licznych doświadczeń, zwłaszcza jeżeli idzie o każdy nowy sposób ich budowy. Tymczasem nie ulega wątpliwości, że ilość dotychczasowych doświadczeń, dotyczących samowzmacniania, jest jeszcze stosunkowo dość małą; sposób ten był i jest jeszcze nawet przedmiotem wielu sporów, dotyczących samej zasady użycia w lufie stali, poddanej uprzednio zimnej obróbce; nie ulega wątpliwości, że jeżeli przypuścić, iż w metalu lufy samowzmocnionej mogą z czasem zachodzić zmiany właściwości, dotyczących ustroju cząsteczkowego i — co zatem idzie — wytrzymałości, to byłoby rzeczą przedwczesną widzieć już teraz w samowzmacnianiu luf sposób budowy, który miałby zastąpić wszelkie inne sposoby; skądinąd stwierdzić należy, że próby strzelania i przewożenia, dokonane już z pewną liczbą dział o lufach samowzmocnionych, dały wyniki bardzo zadawalające.

Dochodzimy więc do wniosku, — że zanim będzie można definitywnie wypowiedzieć się co do wartości sposobu samowzmocnienia luf, — należy poczekać do chwili, aż urzeczywistniona zostanie duża ilość odnośnych doświadczeń; jak zawsze — i to zwłaszcza w budowie sprzętu artyleryjskiego — jedynie długoletnie doświadczenie pozwala na rzeczowe wypowiedzenie się.

Wreszcie zaznaczyć należy, że zastosowanie praktyczne zasady samowzmacniania luf stalowych zostało dopiero w ostatnich czasach umożliwione przez znaczne postępy hutnictwa i obróbki stali; dopóki metalurgia nie była w stanie wytwarzać bloków stalowych dostatecznie wielkich i dostatecznie jednolitych, nie można było nawet marzyć o tem, aby budować lufy dużego kalibru z jednego kawałka, gdyż — jak już zaznaczyliśmy uprzednio, nigdy nie można było posiadać pewności, iż lufa, zrobiona z takiego bloku — bez względu na staranność wyrobu metalu i obróbek mechanicznej i termicznej — nie będzie posiadała wad zasadniczych, wobec czego jedyny dopuszczalny sposób polegał na budowie luf rdzeniowych, otoczonych obsadami wzgl. pierścieniami, t. j. luf, składających się z elementów stosunkowo cienkich, i dlatego koniecznem było w tych częściach lufy, gdzie rozwijające się przy strzale siły są bardzo znaczne, — posiadać zawsze conajmniej dwa elementy, nałożone jeden na drugi i przeciwstawiające się sile, działającej w danym kierunku. Obecnie wobec dużych postępów hutnictwa, a zwłaszcza elektrometalurgji stali względem ten stracił dużo na wadze, co pozwoliło sprawę samowzmocnienia luf skierować na drogę praktyczną. Raz więc jeszcze zdajemy sobie sprawę, że postęp w dziedzinie konstrukcji sprzętu artyleryjskiego jest ściśle uzależniony od postępów w dziedzinie metalurgji.

ROZDZIAŁ II.

Wytrzymałość podłużna.

§ 1. Rozważania wstępne.

Jak widzieliśmy uprzednio (patrz wstęp do części 2), — rozważania elementarne, zastosowane do rury zamkniętej na obu swych końcach, doprowadziły do wniosku, że siły poprzeczne mają rzekomo większe znaczenie, niż podłużne, gdyż naskutek zbyt dużego ciśnienia gazów lufa otrzyma odkształcenie trwale wzgl. pęknie wzdłuż tworzących wcześniej aniżeli nastąpi to w płaszczyźnie prostopadłej do tworzących; wnioskowano stąd, iż niebezpiecznym przekrojem jest przekrój podłużny, i udzielano wytrzymałości poprzecznej lufy nierównie więcej uwagi i miejsca, aniżeli wytrzymałości podłużnej. Pogląd ten wszakże nie może być przyjęty bezkrytycznie, gdyż — nie mówiąc już o tem, iż zasadniczo wytrzymałość każdego elementu winna być rozpatrywana, jako całość i nie można oddzielać rozpatrywania sił poprzecznych od rozpatrywania sił podłużnych, bo mamy praktycznie do czynienia z sumą efektów tych sił, — sam pogląd, iż rura zamknięta na obu swych końcach winna przede wszystkim pęknąć wzdłuż tworzących, odpowiada rzeczywistości tylko w razie rury lub lufy pojedynczej, czyli wykonanej z jednego kawałka; tymczasem większość luf dział nowoczesnych (aż do wprowadzenia luf samowzmocnionych) należy do typu luf złożonych, praktyka zaś dowiodła, że dla luf złożonych pogląd, o którym mowa, nie może być bezkrytycznie stosowany, gdyż większość wypadków rozerwania lub rozluźnienia luf złożonych naskutek zbyt wielkiej prężności gazów prochowych, powstała z powodu wad w wytrzymałości podłużnej tych luf, ściśle związanej ze sprawą działania zamknięcia zamkowego; na dowód powyższego można tu zacytować nie tylko wypadki oderwania zamka wraz z jego gniazdem lub częścią takowego, które miały miejsce z działami morskimi o dużych kalibrach (300 — 340 mm), ale i podobne wypadki z działami lekkimi, o małych kalibrach, np. 47 — 80 mm.

Liczne doświadczenia, potwierdzone przez długoletnią praktykę, wskazują, iż rozerwanie w kierunku działania sił podłużnych najłatwiej i najczęściej powstaje w bliskości zamka, a więc w tej właśnie części lufy powinna być zbadana wytrzymałość podłużna, tembardziej, że można przewidywać a priori, iż oderwanie części zamkowej lufy lub wyrwanie zamka z jego gniazda może mieć dla obsługi skutki jeszcze groźniejsze, aniżeli pęknięcie lufy wzdłuż tworzących.

Jeżeli pomimo to w większości podręczników, traktujących o wytrzymałości luf, wytrzymałość podłużna jest omawiana o wiele pobieżniej, aniżeli wytrzymałość poprzeczna, — to daje się wytłumaczyć do pewnego stopnia tem, iż studjum teoretyczne i rozwiązanie praktyczne kwestji wytrzymałości podłużnej luf stanowi zadanie o wiele bardziej skomplikowane, aniżeli te same zagadnienia w stosunku do wytrzymałości poprzecznej; w tym ostatnim wypadku, stosując wzory teorii sprężystości możemy operować niejako matematycznie, podczas gdy w odniesieniu do wytrzymałości podłużnej, nietylko brak nam wzorów, niepodlegających dyskusji pod względem teoretycznym i uświęconych przez dłuższe doświadczenie, ale nawet brak wszechstronnego zbadania sposobu działania sił, którym winno przeciwstawić się wytrzymałość podłużną lufy; w rzeczy samej siły podłużne, powstające w lufie w czasie strzału są nie tylko wynikiem siły ciśnienia gazów prochowych w kierunku osi lufy, ale również wynikają z bezwładności części wylotowej lufy, która dąży do pozostania w miejscu w chwili odrzutu, oraz siły tarcia pocisku, która dąży do pociągnięcia lufy ku przodowi; prócz tego odkształcenia, powstające z powodu działania sił poprzecznych oraz z samego sposobu budowy luf złożonych (zaciskanie średnicowe przy nakładaniu obsad i pierścieni), nie pozostają bez wpływu na naprężenia podłużne; wreszcie nawet rozkład sił podłużnych, powstających na skutek ciśnienia gazów, zależny jest ściśle od rodzaju zamku, i — o ile przy użyciu zamka klinowego mamy jeszcze do pewnego stopnia prawo przypuścić, iż siły te rozkładają się jednostajnie w całej powierzchni odnośnego przekroju, to przy użyciu śrub o zwojach pełnych lub przerywanych nie znamy bliżej praw tego rozkładu w każdym poszczególnym wypadku. Dlatego też poszczególni autorowie zaznaczają, iż wydaje się rzeczą bardzo trudną, w obecnem stadium studjów nad wytrzymałością podłużną, ustalić prawa teoretyczne, dot. tej wytrzymałości, i — nawet w tym wypadku, gdyby były ustalone odnośne wzory — zmuszeni bylibyśmy do zastosowania dużego współczynnika bezpieczeństwa; dla tych też przyczyn jeszcze obecnie koniecznem jest opierać się przedewszystkiem na danych porównawczych i eksperymentalnych, opartych na doświadczeniach istniejących typów dział w tem, co dotyczy sposobów zapewnienia wytrzymałości podłużnej; teoria zaś przychodzi jedynie z pomocą dla określenia pewnych cech jakościowych (lecz nie ilościowych) odnośnych zjawisk*).

*) Płk. Thomas (*Résistance des bouches à feu — Cours supérieur technique de l'Artillerie 1926*) w sprawie obliczeń, dotyczących wytrzymałości podłużnej mówi, co następuje „... doświadczenie dowodzi, że rozerwania w kierunku podłużnym zda-

Ponieważ wszakże w lufach złożonych wypadki wyrwania zamka z jego gniazdem lub częścią takowego miały miejsce pomimo, iż w tych samych wypadkach działa te wykazały się należytą wytrzymałością poprzeczną, z czego wynika, że w tych wypadkach niebezpieczeństwo tkwiło właśnie w braku wytrzymałości podłużnej, — zachodzi konieczność dokonania możliwych wysiłków celem usunięcia możliwości zaistnienia tych wypadków, które noszą we francuskim słownictwie bardzo obrazowe miano „déculassement”, i które w dalszym ciągu niniejszego rozdziału nazywać będziemy proponowaną dla polskiego słownictwa analogiczną nazwą „rozzamkowanie”; ze względu

rzają się częściej, niż w kierunku poprzecznym. Pochodzi to stąd, iż w kierunku poprzecznym metal opiera się lepiej, i że naprężenia ciągnące i ściskające rozkładają się tak, iż powiększają wytrzymałość. Faktycznie dla obliczenia wytrzymałości podłużnej postępuje się tak samo, jak dla wytrzymałości zamka, czyli bierze się stosunek powierzchni stawiającej opór do powierzchni przyjmującej ciśnienie, stosunek ten jest

$$K = \frac{r_{n+1}^2 - r_n^2}{r_0^2} \dots \dots \dots (a),$$

gdzie r_{n+1} i r_n są promieniami zewnętrznym i wewnętrznym korpusu, zawierającego gniazdo zamkowe (woryginalie: corps), zaś r_0 jest promieniem wewnętrznym rury. We współczesnych działach artylerji morskiej, w których wytrzymałość podłużna jest najbardziej interesującą, stosunek K jest naogół zawarty między 3a 4; cyfra ta wydaje się trochę za niską, jeżeli porównać ją z wartościami, które są przyjmowane w analogicznych działach artylerji zagranicznych. Wydaje się, iż ostrożność wskazywałaby wartość $K = 5$.

Z powyższego wynika, iż w tem miejscu płk. Thomas, celowo unika teoretycznego roztrząsania sprawy wytrzymałości podłużnej, dając powyższy wzór, który nie jest wynikiem rozważania sił, dążących do rozzamkowania, ale który reasumuje jedynie pewne ustosunkowanie się wymiarów geometrycznych wziętych z dział istniejących (oczywiście używanych w granicach normalnie stosowanych ciśnień i zbudowanych z rodzajów stali, używanych do budowy tych luf); dlatego też wzór (a) nie może być uważany za ogólną regułę teoretyczną, ale jest tylko jakby sprawdzianem otrzymanego wyniku.

Zaznaczyć należy, iż wyżej określony współczynnik K nie jest współczynnikiem bezpieczeństwa we właściwym tego słowa znaczeniu. O ile określimy współczynnik bezpieczeństwa B jako stosunek dopuszczalnego naprężenia ciągnącego w kierunku podłużnym t do granicy sprężystości metalu E

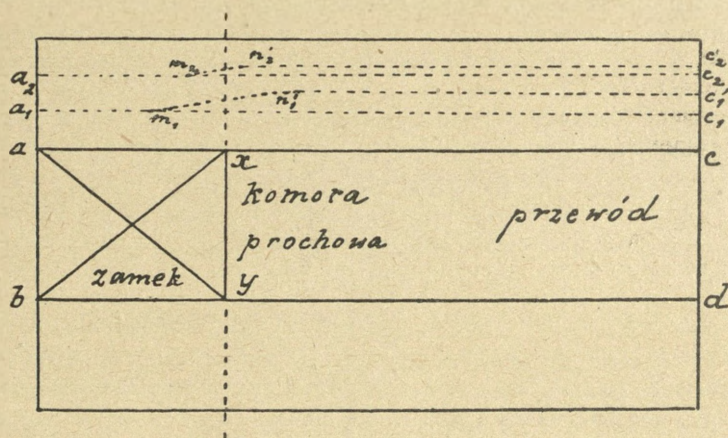
$$B = \frac{t}{E} = \frac{1}{E} \cdot \frac{r_0^2 P_0}{r_{n+1}^2 - r_n^2} \dots \dots \dots (b);$$

gdzie E oznacza granicę sprężystości metalu a P_0 najwyższe ciśnienie w przewodzie, to porównanie wzorów (a) i (b) wskazuje, że między współczynnikiem K wskazanym przez płk. Thomas, a wyżej określonym współczynnikiem bezpieczeństwa B zachodzi związek

$$B = \frac{P_0}{E} \cdot \frac{1}{K}, \quad \text{czyli} \quad BK = \frac{P_0}{E}$$

na istnienie odnośnego niebezpieczeństwa należy mieć na celu przy projektowaniu lufy działowej złożonej nadanie jej wytrzymałości podłużnej conajmniej równoważnościowej z wytrzymałością poprzeczną, co prowadzi przedewszystkiem do zbadania środków praktycznych, sprzyjających powiększeniu wytrzymałości przeciw rozłamkowaniu, i określenia, które z tych środków mogą być zastosowane w każdym poszczególnym wypadku.

Wogóle miejsce, gdzie właściwa lufa przechodzi w gniazdo zamkowe, a ściślej mówiąc, przekrój odpowiadający dnu uszczelnienia (np. dno łuski), jest siedliskiem bardzo skomplikowanych i niebezpiecznych zjawisk; w rzeczy samej przekrój ten xy (rys. 1) dzieli



Rys. 1.

w chwili strzału zespół lufy na dwie zasadniczo różne części: $xydc$, wewnątrz której panuje ciśnienie gazów prochowych, — i drugą $xyba$, wewnątrz której ciśnienie jest b . małe (ciśnienie atmosferyczne); wynika stąd, iż w okolicy przekroju xy jest wewnątrz ścianek lufy pewna powierzchnia, przy przekroczeniu której wartości naprężeń wewnętrznych ulegają raptownej zmianie lub nawet wykazują brak ciągłości; w chwili strzału powierzchnia wewnętrzna rury w części $xydc$ rozszerza się, jak również i warstwy okrążające tę powierzchnię; ponieważ, jak wiemy, naprężenia zmniejszają się w miarę, gdy posuwamy się od wnętrza do powierzchni zewnętrznej rury, — można stąd wywnioskować, iż odnośne odkształcenia będą tem znaczniejsze, im dane tworzące znajdują się bliżej osi lufy; jeżeli więc będziemy rozpatrywali dwie tworzące $a_1 c_1$ i $a_2 c_2$ (rys. 1), to w chwili strzału każda z nich odkształca się, przyczem punkt c_1 przesuwają się w c'_1 , a punkt c_2 w c'_2 , przyczem

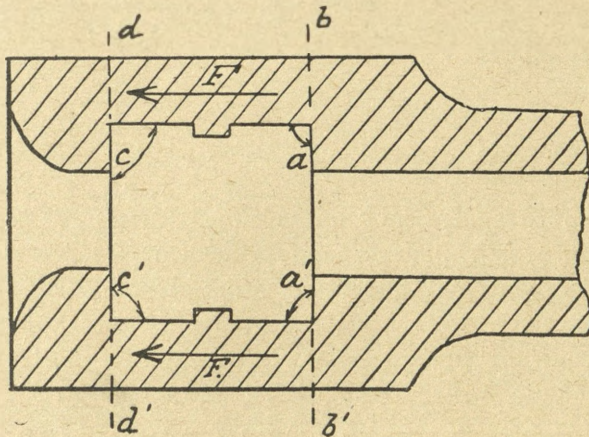
$$c_1 c'_1 > c_2 c'_2$$

podczas, gdy punkty a_1 i a_2 pozostają w miejscu (gdyż w części $xyba$ ciśnienie przy strzale nie ulega zmianie), tak iż w chwili strzału tworząca a_1c_1 przyjmie kształt $a_1m_1n_1'c_1'$, zaś tworząca a_2c_2 przekształci się w $a_2m_2n_2'c_2'$, przyczem krzywe przejściowe, jak m_1n_1' i m_2n_2' będą tem łagodniejsze, im dalej od osi znajduje się odnośna tworząca. W każdym bądź razie to odkształcenie się tworzących, będzie wywoływało w okolicach wyżej wymienionych krzywych przejściowych dodatkowe trudno obliczalne naprężenia.

Jak już było uprzednio zaznaczone, sprawa wytrzymałości podłużnej jest ściśle związana z rodzajem zamka, a dlatego trzeba zdać sobie sprawę z różnicy rodzaju wpływów, jakie w tym względzie wywierają dwa główne systemy zamków, a mianowicie zamki klinowe i zamki śrubowe, gdyż zależnie od rodzaju zamka mogą być zastosowane te lub inne środki zaradcze.

§ 2. Wytrzymałość podłużna przy użyciu zamka klinowego.

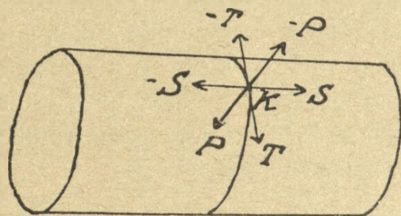
Stosunkowo najprościej sprawa przedstawia się przy użyciu zamka klinowego: w tym wypadku ciśnienie gazów w kierunku osi lufy zostaje przekazane przez klin ściankom poprzecznym gniazda $cd—c'd'$ (rys. 2), a przez te ostatnie, ściankom podłużnym gniazda klina, w któ-



Rys. 2.

rych rozwijają się siły rozciągające F równoległe do osi lufy, które przekazują się przekrojowi poprzecznemu rury; ten prosty sposób działania zamka klinowego skłania do przypuszczenia, że nie popełnimy znacznego błędu, przyjmując, iż siły podłużne rozkładają się w sposób równomierny w przekroju rury, dostatecznie oddalonym od

dną, — a w takim razie możemy stosować tu wzory Lamé'go (§ 7 Rozdział I część 1), — które oparte są na równaniach ustalonych właśnie w założeniu, że w danym przekroju siły podłużne i wydłużenia w kierunku osi są wielkością stałą. Jeżeli więc w punkcie K danego przekroju rury (rys. 3) powstają naprężenia rozciągające S i T oraz ściskające P , przyczem wartość S jest stała dla całego rozpatrywanego przekroju, zaś wartości P i T są zależne od odległości punktu K od osi rury i określane przez wyżej wymienione wzory Lamé'go,



Rys. 3.

to stosując tu rozumowanie analogiczne, jak uprzednio, dojdziemy do wniosku, że pod równoczesnem działaniem tych naprężeń powstaną w punkcie K odkształcenia następujące:

$$\text{w kierunku stycznej do przekroju poprzecznego } \varepsilon_1 = \frac{1}{M} \left(T + \frac{P}{m} - \frac{S}{m} \right) \quad (1)$$

$$\text{„ promienia „ „ } \varepsilon_2 = \frac{1}{M} \left(-P - \frac{T}{m} - \frac{S}{m} \right) \quad (2)$$

$$\text{„ tworzącej „ „ } \varepsilon_3 = \frac{1}{M} \left(S + \frac{P}{m} - \frac{T}{m} \right) \quad (3)$$

gdzie M oznacza współczynnik sprężystości (moduł Younga), a m współczynnik przewężenia poprzecznego; porównajmy wartości tych odkształceń, aby zdać sobie sprawę, które z nich może być w danym razie największe, a więc i najniebezpieczniejsze. Zamieniając T i P przez ich wartości w funkcji promienia wewnętrznego R_0 i zewnętrznego R_1 oraz ciśnienia wewnętrznego P_0 i zewnętrznego P_1 , otrzymujemy

$$M\varepsilon_1 = -\frac{S}{m} + P_0 \left[\frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} + \frac{1}{m} \right] - P_1 \frac{2R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} \quad (4)$$

$$M\varepsilon_2 = -\frac{S}{m} - P_0 \left[1 + \frac{1}{m} \frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \right] + \frac{1}{m} P_1 \frac{2R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} \quad (5)$$

$$M\varepsilon_3 = S - \frac{1}{m} P_0 \frac{2R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} + \frac{1}{m} P_1 \frac{2R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} \quad (6)$$

Ażeby odkształcenie podłużne ε_3 było mniej niebezpieczne, niż odkształcenia ε_1 i ε_2 trzeba, by wartości bezwzględne $|M\varepsilon_1|$ i $|M\varepsilon_2|$ były mniejsze, niż wartość bezwzględna $|M\varepsilon_3|$. Przyjmując promień uszczelnienia (np. dna łuski) równym wewnętrznemu promieniowi rury R_0 , możemy napisać w przybliżeniu

$$S = \frac{\pi R_0^2 P_0}{\pi (R_1^2 - R_0^2)} = \frac{R_0^2 P_0}{R_1^2 - R_0^2}$$

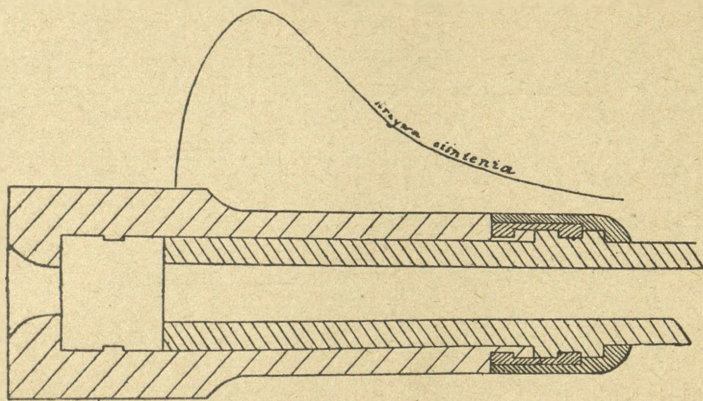
biorąc zaś pod uwagę, że w zwykłych warunkach $M\varepsilon_1 > 0$; $M\varepsilon_2 < 0$ i $M\varepsilon_3 > 0$, dochodzimy do wniosku, że

warunek $|M\varepsilon_1| > |M\varepsilon_3|$ sprowadza się do $P_0 > 2P_1$

zaś „ $|M\varepsilon_2| > |M\varepsilon_3|$ „ „ „ $P_0 > \frac{4R_1^2 \cdot P_1}{R_1^2(m+1) - 2R_0^2(m-2)}$

ponieważ zaś przy $m = \frac{8}{3}$ mamy zawsze $\frac{4R_1^2}{R_1^2(m+1) - 2R_0^2(m-2)} < 2$,

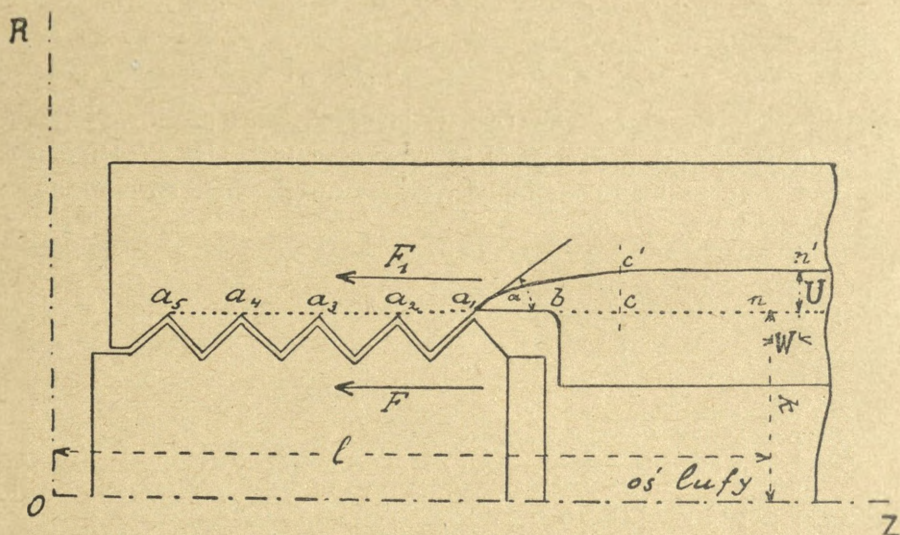
widzimy więc, iż, ażeby lufa była w lepszych warunkach wytrzymałości podłużnej, niż poprzecznej, koniecznym jest, aby ciśnienie wewnętrzne w rurze było conajmniej dwa razy większe od zewnętrznego;



Rys. 4.

warunek ten będzie spełniony w rurach pojedynczych, gdzie P_1 jest ciśnieniem atmosferycznym; jeżeli jednak idzie o wewnętrzne rury lub złożonych, to w nich P_1 jest ciśnieniem zaciskania obsady lub pierścieni; wynika stąd, iż rurze, która zawiera gniazdo zamkowe, nie należy nadawać zbyt dużego zaciskania; ponieważ, jak wskazuje wzór (6) ciśnienie zewnętrzne P_1 wpływa na powiększenie odkształcenia podłużnego, a przez to na zmniejszenie wytrzymałości podłuż-

nej, — korzystnem będzie umieszczać gniazdo klina w rurze, której zewnętrzna powierzchnia jest wolna, np. w obsadzie (rys. 4); zasada ta niezawsze jest stosowana, zwłaszcza przy budowie luf dużych kalibrów o zamkach klinowych, co wytłumaczyć można do pewnego stopnia tem, że w takim razie zastosowanie rury opierścieniowanej, otoczonej powłoką, w której znajdowałby się zamek, doprowadziłoby do zbyt dużych wymiarów dla gniazda klina. Praktyka wskazuje, iż przy użyciu zamka klinowego pęknięcia, o ile mają miejsce, to zdarzają się najczęściej w gnieździe klina w miejscach ab ($a'b'$) lub dc ($c'd'$) (rys. 2), lecz i w tym razie — ze względu na oddzielenie kątów a i c od a' i c' , szczelina, która zarysowałaby się w jednym z tych kątów niekoniecznie rozpowszechniłaby się na cały przekrój, — i lufa mogłaby nie ulec rozzamkowaniu (co musiałoby mieć miejsce w razie



Rys. 5.

wytworzenia się szczeliny w gnieździe zamka śrubowego, jak zobaczymy poniżej); fakt taki był zanotowany przy próbach na poligonie z lufą, której zamek klinowy utrzymywany był w miejscu przez jedną ze ścian gniazda, co zapobiegło wypadkowi. W każdym bądź razie, pod względem teoretycznym, — jeżeli znamy zaciskania w elementach rury złożonej, to mamy możliwość przy pomocy wyżej podanych wzorów porównać wartości bezwzględne poszczególnych odkształceń w każdym przekroju, i wyprowadzić stąd pewne wnioski co do tego, czy wytrzymałość podłużna lufy jest w lepszych, czy w gorszych warunkach, niż wytrzymałość poprzeczna, jakkolwiek wnioski te nie mo-

gą być uważane za posiadające charakter bezwzględny, gdyż — jak widzieliśmy uprzednio (Rozdział II część 1), — nie wystarcza rozpatrywać samych tylko odkształceń przy badaniu wytrzymałości rury.

§ 3. Wytrzymałość podłużna przy użyciu zamka śrubowego.

1. *Brak ciągłości w naprężeniach i odkształcenie tworzącej.*

— W wypadku użycia zamka śrubowego odnośne studjum jest o wiele trudniejsze. W rzeczy samej, rozpatrzmy, w jaki sposób ciśnienie gazów zostaje przekazane przez śrubę zamkową jej gniazdu; zwoje śruby (rys. 5) opierają się na zwojach naśrubka gniazda, i — nie mówiąc już o tem, że jest rzeczą nadzwyczaj trudną zapewnić równoczesne i równomierne oparcie się wszystkich zwojów śruby na wszystkich odnośnych zwojach naśrubka (o czem będzie jeszcze mowa poniżej), — zwoje naśrubka przekazują całej masie gniazda ciśnienie za pośrednictwem ich podstawy $a_1 a_2 a_3 a_4 \dots$, w ten sposób, iż powierzchnie przyczepienia siły ciśnienia są równoległe do tej siły, wobec czego powstają składowe siły tnące; wynika stąd iż wzory Lamé'go nie mogą być stosowane w tym wypadku, gdyż wzory te zostały ustalone w założeniu, iż system nie jest poddany żadnym siłom tnącym; wreszcie te siły tnące wykazują brak ciągłości; w rzeczy samej, jeżeli będziemy rozpatrywali pierwszy zwój a_1 gwintu naśrubka od strony uszczelnienia, to ku przodowi od a_1 (czyli w części $a_1 b$) składowe tnące na powierzchni wewnętrznej są równe zeru, podczas gdy w punkcie a_1 i poza nim, siła tnąca ma wartość skończoną, wynikającą z ciśnienia śruby na gwinty naśrubka gniazda; w ten sposób do ogólnych przyczyn braku ciągłości w naprężeniach, wskazanych odnośnie rys. 1. przy użyciu śruby dochodzi nowa przyczyna, stwarzająca możliwość zaistnienia drugiej powierzchni zaniku ciągłości.

Przy badaniu więc zadania wytrzymałości podłużnej zmuszeni jesteśmy ujmować zadanie szerzej, niż to uczynił Lamé, i uciekać się do omówionych w Rozdz. I część 1 najogólniejszych wzorów teorii sprężystości rur poddanych równocześnie siłom normalnym poprzecznym i podłużnym oraz siłom tnącym; wzory te dają możliwość jedynie jakościowej analizy zadania, która pozwala wszakże wyprowadzić pewne wnioski praktyczne, wskazane poniżej, które to wnioski dotyczą kształtu odkształconej tworzącej (porównaj rys. 1). Biorąc osie z OR , jak wskazano na rys. 5 i przyjmując te same symbole co w § 6 Rozdziału I części 1, oznaczmy przez W i U rzuty przesunięcia danego punktu n tworzącej pod wpływem sił, wynikających z ciśnienia gazów prochowych, widzimy, że tworząca, która przed odkształceniem miała

równanie $R = k$, gdzie k jest wielkością stałą, przekształca się pod wpływem ciśnienia gazów prochowych w linję o równaniu

$$R_1 = k + U$$

różniczkując otrzymujemy

$$\frac{\partial R_1}{\partial z} = \frac{\partial U}{\partial z}$$

powtarzając to samo rozumowanie dla odkształcenia promienia $z_1 = l + W$ otrzymamy

$$\frac{\partial z_1}{\partial R} = \frac{\partial W}{\partial R}$$

teoria sprężystości (patrz §§ 5 i 6 Rozdziału I część 1), ustala między składową tnącą Z_1 a przesunięciami związek

$$Z_1 = \left[\frac{\partial W}{\partial R} + \frac{\partial U}{\partial z} \right] \frac{Mm}{2(m+1)}$$

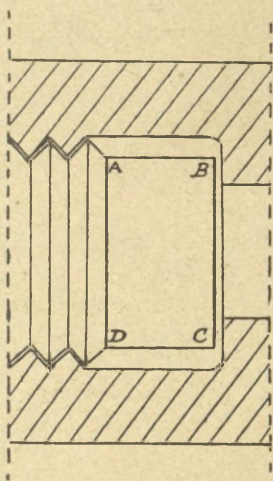
(gdzie, jak zawsze, M oznacza moduł Younga, a m współczynnik przewężenia poprzecznego); ostatni wzór wskazuje, iż brak ciągłości zmiennej Z_1 stanowi o braku ciągłości conajmniej jednej z pochodnych

$$\frac{\partial W}{\partial R} \quad \text{ i } \quad \frac{\partial U}{\partial z};$$

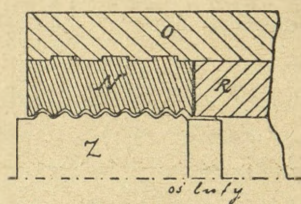
ponieważ pochodne te są odnośniami współczynnikami kątowymi stycznej, do wyżej wymienionych linii odkształconych, wynika stąd, iż conajmniej jedna z tych linii będzie miała t. zw. punkt kątowy; ponieważ, jak widzieliśmy uprzednio, ciągłość Z_1 ulega przerwie w punkcie a_1 , t. j. w dnie pierwszego zwoju gwintu naśrubka, a więc krzywa odkształconej tworzącej, zamiast dawać łagodne przejście jak na rys. 1, — zakończy się gwałtownym spadkiem w punkcie a_1 , i styczna (rys. 5) do tej krzywej w punkcie a_1 będzie tworzyła pewien kąt α z a_1b , czyli z początkowym położeniem tworzącej, co zostało sprawdzone doświadczalnie we francuskim Centr. Laboratorium Marynarki, jak to wskazuje p. inż. gen. Jacob (tom II — wydanie 1920 str. 26 — 27). Bezpośrednim skutkiem tego zjawiska będzie skłonność do tworzenia się szczelin w głębi pierwszego zwoju gwintu gniazda śruby zamkowej; i jeżeli rura w miejscu gniazda zrobiona jest z jednego kawałka, szczelina taka może z łatwością rozprzestrzenić się na cały odnośny przekrój części zamkowej, co może być przyczyną rozzamkowania; niebezpieczeństwo to będzie tem większe, im metal użyty będzie mniej odporny na działanie sił rozciągających (np. surowiec); i w rze-

czy samej doświadczenia wykonane w swoim czasie w Rosji z 24 cm lufami surowcowemi, oraz próby, dokonane we Francji w Ruelle, wykazały, że pęknięcia zachodzą zawsze w głębi pierwszego zwoju gwintu naśrubka zamkowego, bez względu na to, gdzie znajduje się najmniejszy przekrój poprzeczny gniazda, podczas gdy na pierwszy rzut oka rozerwanie pod wpływem sił podłużnych winnoby przedewszystkiem zdarzyć się w najmniejszym przekroju poprzecznym.

Te rozważania, dotyczące kształtu odkształconej tworzącej, pozwalają na wysnucie pewnych wniosków dot. sposobów budowy gniazda zamka śrubowego. W rzeczy samej, warunki wytrzymałości podłużnej będą tem lepsze, im bardziej łagodny spadek będzie miała krzywa przejściowa ($m_1 n_1'$ wzgl. $m_2 n_2'$ na rys. 2 i $a_1 c'$ na rys. 5), zaś spadek ten będzie tem łagodniejszy, 1) im dalej od osi lufy będzie



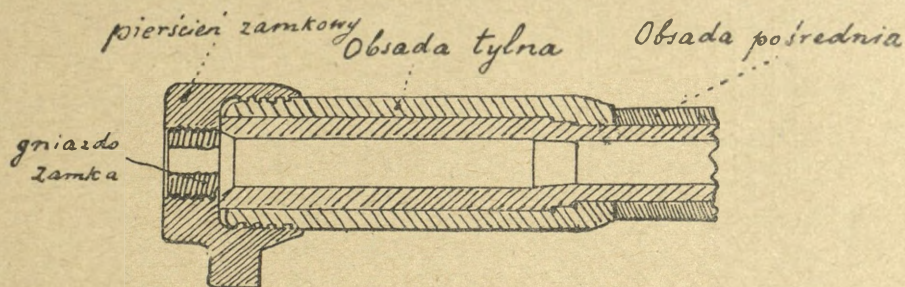
Rys. 6.



Rys. 7.

znajdowała się odnośna tworząca i 2) im większa będzie odległość $a_1 c$ (rys. 5); wynika stąd przedewszystkiem, iż śruba zamkowa winna mieć możliwie dużą średnicę, i że odległość uszczelnienia zamkowego do pierwszego zwoju gwintu musi być możliwie największa co prowadzi do budowy zamków długich, posiadających przed częścią śrubową długi i gruby trzon gładki $ABCD$, jak wskazuje rys. 6: taki długi trzon gładki jest korzystnym również z tego względu, iż dzięki swej sprężystości umarza część uderzenia przy strzale i zmniejsza w ten sposób skutek uderzenia gwintów śruby o gwinty gniazda, polepszając warunki pracy zamka. Dla uniknięcia zbyt dużych wymiarów śruby artylerja morska stosuje również t. zw. „naśrubki łącznikowe” (po francusku „viroles”); taki naśrubek łącznikowy N (rys. 7) posiada na

swej powierzchni wewnętrznej gwinty gniazda zamka *Z*, a na powierzchni zewnętrznej gwint, zapomocą którego *N* wkręca się na gorąco do obsady *O*; naśrubek łącznikowy otrzymuje więc bezpośredni nacisk śruby i przekazuje takowy obsadzie; ponieważ obsada jest bardziej oddalona od osi lufy, niż rura rdzeniowa *R*, więc odkształcenie w obsadzie będzie mniejsze i odnośna krzywa przejściowa w obsadzie będzie miała łagodniejszy spadek; prócz tego zastosowanie naśrubka łącznikowego przedstawia pewną gwarancję przeciwko rozzamkowaniu, któreby mogło się zdarzyć przy rozpowszechnianiu się szczelin, które mogłyby powstać bądź w gnieździe zamka, bądź w samej rurze: jeżeli w głębi jednego ze zwojów gwintu gniazda zamkowego powstanie szczelina i rozpowszechni się nawet na cały przekrój naśrubka łącznikowego, to szczelina ta nie przekroczy styku naśrubka z obsadą, i naśrubek z zamkiem będzie mógł być utrzymany przez obsadę i będzie wyrzucony wtył tylko w razie równoczesnego pęknięcia obsady; również w razie wytworzenia się w rurze rdzeniowej szczeliny podłużnej takowa nie przekroczy styku (rys. 7) między naśrubkiem a rurą, pod-



Rys. 8.

czas gdy w razie, jeżeli rura stanowiłaby jedną nieprzerwaną całość z gniazdem zamkowym, to szczelina taka po dojściu do gwintu naśrubka gniazda mogłaby rozwinąć się wzdłuż zwoju tego gwintu i spowodować pęknięcie gniazda w całej jego masie; jednakowoż naśrubek łącznikowy spełni swoje zadanie tylko w takim razie, o ile nie będzie miał żadnej gry (luzu) w obsadzie, co wymaga obciśnięcia wzdłuż, a więc wkręcania na gorąco (t. j. wkręcania zimnego naśrubka łącznikowego do rozgrzanej obsady) co jest operacją trudną; doświadczenie wskazuje, że zakładanie naśrubków łącznikowych na zimno może być przyczyną rozzamkowania. Zamiast pośredniego naśrubka łącznikowego stosowane być mogą w tym samym celu naśrubki zewnętrzne, czyli t. zw. „pierścienie zamkowe“ (frettes de culasse), nakręcone na tylną część obsady, np. w lufie armaty długiej 155 m/m G.P.F. (rys. 8).

Przy zastosowaniu naśrubków łącznikowych należy nadawać obsadzie, przyjmującej podłużny nacisk naśrubka przy strzale, wymiary takie, aby odnośny współczynnik bezpieczeństwa (patrz wzór *b* odnośnik str. 189) nie przekraczał $\frac{1}{4}$; innymi słowy, jeżeli mamy metal o granicy sprężystości np. $E = 44 \text{ kg} : \text{mm}^2$, to odnośne naprężenie podłużne w obsadzie winno nie przekraczać $11 \text{ kg} : \text{mm}^2$. Jeżeli nacisk jest przekazany obsadzie nie za pośrednictwem naśrubka łącznikowego, lecz bezpośrednio przez śrubę zamkową, to współczynnik bezpieczeństwa $B = \frac{1}{4}$ winien być uważany za zbyt duży i powinien być wydatnie obniżony ($\frac{1}{5}$ do $\frac{1}{7}$).

Jak już było uprzednio wspomniane, jest rzeczą trudną osiągnąć równoczesny i równomierny nacisk wszystkich zwojów śruby zamkowej na wszystkich odnośnych zwojach gniazda; a jednak jest rzeczą konieczną starać się możliwie najściślej urzeczywistnić ten warunek, gdyż sam sposób obliczenia niezbędnej liczby zwojów oparty jest na hipotezie, iż będą one obciążone równomiernie; tymczasem zaś, gdy gazy zaczynają naciskać na ścięcie trzona zamkowego, to siły sprężyste ściskające nie powstają odrazu w całej masie trzona i śruby, lecz stopniowo (choć z bardzo dużą szybkością) rozpowszechniają się w niej i ze wszystkich zwojów ulega ściśnięciu przedewszystkiem zwój pierwszy (t. j. ten, który jest najbliżej komory prochowej); w ten sposób w ciągu pewnego, choć i bardzo krótkiego okresu czasu, pierwszy zwój naśrubka gniazda zamkowego utrzymuje na sobie całkowity nacisk — aż do chwili, gdy siły ściskające osiągną drugi zwój śruby, który z kolei zaczyna przekazywać część nacisku drugiemu zwojowi naśrubka i t. d.; to stopniowe przekazywanie wysiłku jest też przyczyną tendencji do tworzenia się szczelin w głębi pierwszego zwoju, a przyczyna ta, działając łącznie z wyliczonymi uprzednio, czyni miejsce to prawdziwą piętą Achilleśa lufy o zamku śrubowym; ażeby choć częściowo zaradzić temu brakowi, można dawać pierwszemu zwojowi (wzgl. paru pierwszym zwojom) większą, aniżeli pozostałym, grę w stosunku do zwojów śruby; zdawałoby się, iż należy dawać tym zwojom wspomnianą grę, zmniejszając ją stopniowo i postępowo od przodu ku tyłowi, lecz operacja ta jest nietylko niewykonalną praktycznie, ale i wysoce problematyczną, gdyż nie mamy dość podstaw do teoretycznego określenia, jaką właściwie wielkość powinna posiadać ta gra w poszczególnych miejscach.

2. *Wzory Gadolina*. — Powyższe rozważania dają pewne wskazówki jakościowe, co do sposobu budowy lufy w tem niebezpiecznym miejscu, którem jest gniazdo zamka śrubowego, jednak zadanie to

pod względem ilościowym pozostaje w tym wypadku nadal nierozwiązane; istnieją w tym względzie pewne teorie, z których podamy poniżej wzory znane pod nazwą wzorów Gadolina*); wzory te, jakkolwiek ulegają poważnym krytykom, — pozwalają jednak na wyrowadzenie pewnych ważnych wniosków.

Powróćmy do wzorów (17) i (17'') § 6 Rozdziału I części 1. Jeżeli przypuścimy, iż siły i odkształcenia mają jednakowy układ we wszystkich przekrojach, przechodzących przez oś rury, to, jak widzieliśmy uprzednio

$$\frac{\partial V}{\partial \varphi} = 0, \quad \text{wobec czego} \quad \Theta = \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{U}{R}.$$

Jeżeli oznaczymy przez

$$\Psi = \frac{\partial W}{\partial R} - \frac{\partial U}{\partial z}$$

to — jak widzieliśmy uprzednio funkcje Θ i Ψ winny czynić zadość równaniom następującym

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial \Theta}{\partial R} - \mu \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0,$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial \Theta}{\partial z} + \mu \left[\frac{\partial \Psi}{\partial R} + \frac{\Psi}{R} \right] = 0.$$

Możemy określić poszczególne rozwiązania poprzednich dwóch równań różniczkowych przyjmując odnośne całki w postaci

$$U = dzR + aR + \frac{b}{R} \dots \dots \dots (7)$$

$$W = gz^2 + cz + mR^2 + n \text{Log}_e R + p \dots \dots \dots (8)$$

W rzeczy samej z równań (7) i (8) wyprowadzamy:

$$\frac{\partial W}{\partial z} = 2gz + c \dots \dots \dots (9)$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = dR \dots \dots \dots (10)$$

$$\frac{\partial W}{\partial R} = 2mR + \frac{n}{R} \dots \dots \dots (11)$$

*) Wzorów tych nie należy utożsamiać z „twierdzeniem Gadolina“ (p. 9 § 2 Rozdział I cz. II).

$$\frac{\partial U}{\partial R} = dz + a - \frac{b}{R^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

$$\frac{U}{R} = dz + a + \frac{b}{R^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

a w takim razie

$$\Theta = 2(g+d)z + 2a + c \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

$$\Psi = R(2m-d) + \frac{n}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

wzory (14) i (15) po zróżniczkowaniu, względnie dzieleniu przez R dają:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Theta}{\partial z} &= 2(g+d) & \frac{\partial \Psi}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \Theta}{\partial R} &= 0 & \frac{\partial \Psi}{\partial R} &= 2m-d - \frac{n}{R^2} & \frac{\Psi}{R} &= 2m-d + \frac{n}{R^2} \end{aligned}$$

musimy więc mieć

$$(\lambda + 2\mu)(g+d) + \mu(2m-d) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

podstawiając do równań ρ_1 , Φ_2 , Z_3 i Z_1 (wzory 17 § 6 Rozdz. I część 1) odnośne wartości ze wzorów (9) — (14) otrzymujemy następujące wyrażenia sił sprężystych

$$\begin{aligned} \text{wzdłuż promienia } P &= \lambda[2(g+d)z + 2a + c] + 2\mu \left[dz + a - \frac{b}{R^2} \right] \\ \text{„ stycznej } T &= \lambda[2(g+d)z + 2a + c] + 2\mu \left[dz + a + \frac{b}{R^2} \right] \\ \text{„ tworzącej } S &= \lambda[2(g+d)z + 2a + c] + 2\mu[2gz + c] \\ \text{siła tnąca } \parallel \text{ oz } Z &= \mu \left[(2m+d)R + \frac{n}{R} \right] \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} P \\ T \\ S \\ Z \end{aligned}} \right\} \quad (17)$$

przyjmijmy, jako początek układu, punkt osi rury, który znajdował się w płaszczyźnie ścięcia zamkowego, zanim nastąpiło odkształcenie; w tej płaszczyźnie winniśmy mieć $S=0$, a więc

$$\lambda(2a+c) + 2\mu c = 0$$

czyli

$$c = -\frac{2\lambda a}{\lambda + 2\mu} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18).$$

Wartość P musi być niezależna od z , co prowadzi do wniosku, iż

$$\lambda(g+d) + \mu d = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19),$$

równania (16) i (17) dają

$$g = -m \quad d = \frac{\lambda m}{\lambda + \mu} \quad \dots \quad (20),$$

podstawiając wartości c, g i d ze wzorów (18) i (20) do wzorów (17) otrzymujemy

$$\left. \begin{aligned} P &= 2a \left[\mu + \frac{2\lambda\mu}{1+2\mu} \right] - 2\mu \frac{b}{R^2} \\ T &= 2a \left[\mu + \frac{2\lambda\mu}{\lambda+2\mu} \right] + 2\mu \frac{b}{R^2} \\ S &= -2mz \frac{\mu(3\lambda+2\mu)}{\lambda+\mu} \\ Z &= \mu \left[m \frac{3\lambda+2\mu}{\lambda+\mu} R + \frac{n}{R} \right] \end{aligned} \right\} \dots \quad (21),$$

dla określenia wartości stałych a i b zauważymy, iż na powierzchni wewnętrznej dla $R=R_0$, mamy $P=0$, — a na powierzchni zewnętrznej dla $R=R_1$ mamy $P=-P_1$, gdzie P_1 oznacza ciśnienie zaciskania; otrzymamy stąd

$$\left. \begin{aligned} 2\mu b &= -P_1 \frac{R_1^2 R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \\ 2a \left[\mu + \frac{2\lambda\mu}{\lambda+2\mu} \right] &= -P_1 \frac{R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} \\ a &= -\frac{P_1}{2 \left[\mu + \frac{2\lambda\mu}{\lambda+2\mu} \right]} \cdot \frac{R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} \\ b &= -\frac{P_1}{2\mu} \cdot \frac{R_1^2 R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \end{aligned} \right\} \dots \quad (22).$$

a więc

co z kolei daje dla P i T znane już wzory (dotyczące rury poddanej ciśnieniu zewnętrznemu):

$$\left. \begin{aligned} P &= -\frac{P_1 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} \left[1 - \frac{R_0^2}{R^2} \right] \\ T &= -\frac{P_1 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} \left[1 + \frac{R_0^2}{R^2} \right] \end{aligned} \right\} \dots \quad (23).$$

Dla określenia wartości m i n zauważymy, iż w chwili strzału na zamek zostaje wywarte ciśnienie $\pi r_0^2 P_0$, gdzie P_0 oznacza ciśnienie w przewodzie, zaś r_0 promień uszczelnienia (obturatora) zamkowego; ciśnienie

nie to winno być zrównoważone przez wypadkową składowych ślizgania (tnących), powstających na wewnętrznej powierzchni (naśrubka) gniazda zamkowego; oznaczając długość tego naśrubka przez L , i przypuszczając, iż jest on nagwintowany na całej swej powierzchni, mamy na zasadzie czwartego wzoru grupy (21);

$$2\pi R_0 L \mu \left[m \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} R_0 + \frac{n}{R_0} \right] = \pi r_0^2 P_0,$$

czyli

$$r_0^2 P_0 = 2\mu L \left[m \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} R_0^2 + n \right]$$

co daje pierwsze równanie, wiążące m i n .

Jeżeli zewnętrzna powierzchnia naśrubka (promień R_1) poddana jest, naskutek zaciskania średnicowego wypadkowej tnącej $2\pi L \times R_1 Z_1^*$, to musimy mieć na zasadzie tegoż wzoru

$$Z_1 = \mu \left[m \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} R_1 + \frac{n}{R_1} \right]$$

ostatnie dwa równania rozwiązane w stosunku do m i n dają

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{\lambda + \mu}{\mu (3\lambda + 2\mu)} \cdot \frac{Z_1 R_1 - \frac{r_0^2 P_0}{2L}}{R_1^2 - R_0^2} \\ n &= \frac{1}{\mu} \cdot \frac{R_1 \left(\frac{r_0^2 P_0}{2L} R_1 - Z_1 R_0^2 \right)}{R_1^2 - R_0^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots (24)$$

podstawiając znalezione wartości m i n do dwóch ostatnich wzorów grupy (21), otrzymujemy

$$\left. \begin{aligned} S &= -2z \frac{Z_1 R_1 - \frac{r_0^2 P_0}{2L}}{R_1^2 - R_0^2} \\ Z &= \frac{Z_1 R_1 - \frac{P_0 r_0^2}{2L}}{R_1^2 - R_0^2} R + \frac{\frac{r_0^2 P_0}{2L} R_1 - Z_1 R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \cdot \frac{R_1}{R} \end{aligned} \right\} \dots (25)$$

Pozostaje jeszcze do określenia współczynnik p podany we wzorze (8), co możemy skutecznie, zauważając, iż dla $R = R_0$ mamy $W = 0$.

*) Symbol Z_1 ma tu znaczenie odmienne, niż w § 6 Rozdz. I części 1.

3. *Wartości odkształceń.* — Wartości odkształceń określone są wzorami (17') § 6 Rozdziału I części I.

$$\epsilon_1 = \frac{U}{R}$$

$$\left. \begin{matrix} \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial W}{\partial z} \pm \sqrt{\left(\frac{\partial U}{\partial R} - \frac{\partial W}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial R} + \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2} \right]$$

podstawiając do wzorów (9), (10), (11), (12) i (13) wartości współczynników g, c, d, m, n, a i b określone wzorami (18), (20), (22) i (24) oraz zamieniając λ i μ przez ich wartości znalezione w § 5 Rozdziału I części I

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{Mm}{(m+1)(m-2)} \\ \mu &= \frac{Mm}{2(m+1)} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{gdzie } M \text{ oznacza moduł Young'a,} \\ \text{a } m \text{ liczbę Poisson'a,} \end{array}$$

otrzymamy

$$\frac{\partial W}{\partial z} = -\frac{2}{M} \frac{R_1 Z_1 - \frac{r_0^2 P_0}{2L}}{R_1^2 - R_0^2} z + \frac{2}{Mm} \cdot \frac{P_1 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} \quad \dots (26),$$

$$\frac{\partial U}{\partial R} = \frac{2}{Mm} \frac{R_1 Z_1 - \frac{r_0^2 P_0}{2L}}{R_1^2 - R_0^2} z + \frac{P_1 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} \cdot \frac{m+1}{Mm} \left[\frac{R_0^2}{R^2} - \frac{m-1}{m+1} \right] \quad (27),$$

$$\frac{U}{R} = \frac{2}{Mm} \frac{R_1 Z_1 - \frac{r_0^2 P_0}{2L}}{R_1^2 - R_0^2} z - \frac{P_1 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} \cdot \frac{m+1}{Mm} \left[\frac{R_0^2}{R^2} + \frac{m-1}{m+1} \right] \quad (28),$$

następnie zaś

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial U}{\partial R} &= -\frac{Z_1 R_1 - \frac{r_0^2 P_0}{2L}}{R_1^2 - R_0^2} \cdot \frac{z}{M} \left(2 - \frac{2}{m} \right) + \\ &+ \frac{P_1 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} \cdot \frac{1}{Mm} \left[\frac{R_0^2}{R^2} (m+1) + 3 - m \right] \quad \dots (29), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial z} - \frac{\partial U}{\partial R} &= -\frac{Z_1 R_1 - \frac{r_0^2 P_0}{2L}}{R_1^2 - R_0^2} \cdot \frac{z}{M} \left(2 + \frac{2}{m} \right) + \\ &+ \frac{P_1 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} \cdot \frac{m+1}{Mm} \left[1 - \frac{R_0^2}{R^2} \right] \quad \dots (30), \end{aligned}$$

składając wzór siły tnącej z grupy (17) § 6 Rozdz. I części 1.

$$Z = \mu \left(\frac{\partial W}{\partial R} + \frac{\partial U}{\partial z} \right)$$

porównany z drugim wzorem grupy (25) daje

$$\frac{\partial W}{\partial R} + \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{Z_1 R_1 - \frac{r_0^2 P_0}{2L}}{R_1^2 - R_0^2} R + \frac{\frac{r_0^2 P_0}{2L} R_1^2 - Z_1 R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \cdot \frac{R_1}{R} \right] \quad (31).$$

W dyskusji powyższych wzorów rozpatrzmy dwa wypadki: a) *zewewnętrzna powierzchnia naśrubka gniazda śrubowego jest wolna*, czyli $P_1 = 0$ i $Z_1 = 0$ (wypadek ten ma miejsce w lufie o „rozdzielonych wytrzymałościach“, gdzie gniazdo zamka znajduje się o obsadzie, która nie jest poddana żadnemu zaciskaniu ze strony elementów, przeznaczonych do zapewnienia wytrzymałości poprzecznej). W takim razie wzory (29), (30) i (31) dają

$$\frac{dW}{dz} + \frac{\partial U}{\partial R} = \frac{r_0^2 P_0}{L} \cdot \frac{1}{R_1^2 - R_0^2} \cdot \frac{z}{M} \left(1 - \frac{1}{m} \right) \quad (32),$$

$$\frac{\partial W}{\partial z} - \frac{\partial U}{\partial R} = \frac{r_0^2 P_0}{L} \cdot \frac{1}{R_1^2 - R_0^2} \cdot \frac{z}{M} \left(1 + \frac{1}{m} \right) \quad (33),$$

$$\frac{\partial W}{\partial R} + \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{r_0^2 P_0}{L} \cdot \frac{1}{R_1^2 - R_0^2} \left(-R + \frac{R_1^2}{R} \right) \frac{(m+1)}{Mm} \quad (34);$$

wartości (32) i (33) osiągają swe maximum dla $z = L$; (34) osiąga maximum swej wartości bezwzględnej dla $R = R_0$; w takim razie największe odkształcenie będzie w płaszczyźnie, przechodzącej przez oś rury

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial U}{\partial R} + \sqrt{\left(\frac{\partial W}{\partial z} - \frac{\partial U}{\partial R} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial R} + \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2} \right] \\ &= \frac{1}{2M} \cdot \frac{r_0^2 P_0}{R_1^2 - R_0^2} \left[1 - \frac{1}{m} + \sqrt{\left(1 + \frac{1}{m} \right)^2 + \frac{(R_1^2 - R_0^2)^2 (m+1)^2}{R_0^2 L^2 m^2}} \right] \quad (35) \end{aligned}$$

to odkształcenie ε_2 ma wartość bezwzględną większą, niż odkształcenie wzdłuż stycznej $\varepsilon_1 = \frac{U}{R}$; w rzeczy samej wzór (28) daje dla $P_1 = Z_1 = 0$ i $z = L$

$$\varepsilon_1 = - \frac{r_0^2 P_0}{R_1^2 - R_0^2} \cdot \frac{1}{Mm}$$

podczas, gdy nawet odrzucając drugi wyraz pod pierwiastkiem we wzorze (35) otrzymamy

$$\varepsilon_2' = -\frac{1}{M} \cdot \frac{r_0^2 P_0}{R_1^2 - R_0^2}$$

a więc $|\varepsilon_2'| > |\varepsilon_1|$ czyli tembardziej $|\varepsilon_2| > |\varepsilon_1|$

Wynika stąd, iż w tym wypadku największe odkształcenie ma miejsce wzdłuż płaszczyzny osiowej. Wzór (35) wskazuje również, iż dla danej wartości przekroju naśrubka gniazda zamkowego, t. j. gdy $R_1^2 - R_0^2 = C^t$, odkształcenie ε_2 będzie tem mniejsze im R_0 będzie większe, co potwierdza korzyści zastosowania śrub o dużej średnicy; dla tej samej przyczyny korzystnem będzie przekazywać obsadzie wysiłek podłużny za pośrednictwem „naśrubka łącznikowego“, gdyż w ten sposób powiększamy R_0 ; wzór (35) wskazuje również iż dla danych wartości R_1 i R_0 odkształcenie ε_2 będzie tem mniejsze, im L będzie większe, co potwierdza korzyści zastosowania śrub o dużej długości; znajdujemy więc tu potwierdzenie wskazówek, zawartych w p. 1 niniejszego paragrafu.

Ponieważ ε_2 staje się ∞ , gdy $R_0 = 0$ i gdy $R_0 = R_1$ istnieje więc pewna wartość R_0 , ($R_1 > R_0 > 0$), dla której odkształcenie ε_2 osiąga swą wartość minimalną.

b) *zewnątrzna powierzchnia naśrubka gniazda śrubowego nie jest wolna*; przypuścimy tu z początku $P_1 \neq 0$ i $Z_1 = 0$; w takim razie wzory (29), (30) i (31) wskazują, iż gdy P_1 wzrasta to $\frac{\partial W}{\partial R} + \frac{\partial U}{\partial z}$

pozostaje stałem dla $R = R_0$, zaś $\left(\frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial U}{\partial R}\right)$ i $\left(\frac{\partial W}{\partial z} - \frac{\partial U}{\partial R}\right)$ wzrastają; wynika stąd, iż ε_2 wzrasta wraz z P_1 , czyli, że jest rzeczą niekorzystną poddawać gniazdo zamkowe zaciskaniu średnicowemu.

Jeżeli przypuścimy, iż $Z_1 > 0$, to wartość $\frac{r_0^2 P_0}{2L}$ zmniejsza się o wartość $R_1 Z_1$, wobec czego ε_2 zmniejsza się, co wskazuje na korzyści zaciskania gniazda zamkowego w kierunku podłużnym.

Reasumując powyższe wnioski, wysnute z wzorów Gadolina i wzorów odkształceń, możemy — (przy uwzględnieniu zastrzeżenia, zawartego w ostatnich wierszach § 1 niniejszego Rozdziału) — powiedzieć iż:

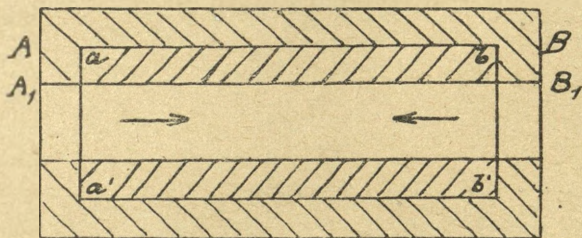
a) niebezpieczne odkształcenie wzrasta wraz z ciśnieniem zewnętrznem, czyli, że jest rzeczą niekorzystną umieszczać gniazdo śruby w rurze poddanej zaciskaniu średnicowemu przez pierścienionowanie (podobnie, jak to widzieliśmy w wypadku zamka klinowego);

b) odkształcenie to zmniejsza się, o ile gniazdo śruby poddane jest zaciskaniu podłużnemu, co wskazuje na nowe korzyści zastosowania naśrubków łącznikowych wkręcanych do obsady na gorąco;

c) odkształcenie to jest tem mniejsze, im długość śruby jest większa; ten ostatni wzgląd jest tem poważniejszy, iż śruba i jej gniazdo nie są nagwintowane na całej powierzchni, lecz posiadają pewną ilość wycinków gładkich, na które nie działają siły tnące; to też w jednym i tym samym przekroju gniazda, prostopadłym do osi lufy, wycinki nacinane są spychane ku tyłowi, podczas gdy wycinki gładkie dążą do pozostania w miejscu; w ten sposób przekrój początkowo płaski przyjmuje kształt ukarbowany, co jest przyczyną nowych naprężeń; jasnem zaś jest, iż odnośne odkształcenia będą tem mniejsze, im śruba będzie dłuższą.

§ 4. Ogólne środki stosowane dla polepszenia wytrzymałości podłużnej.

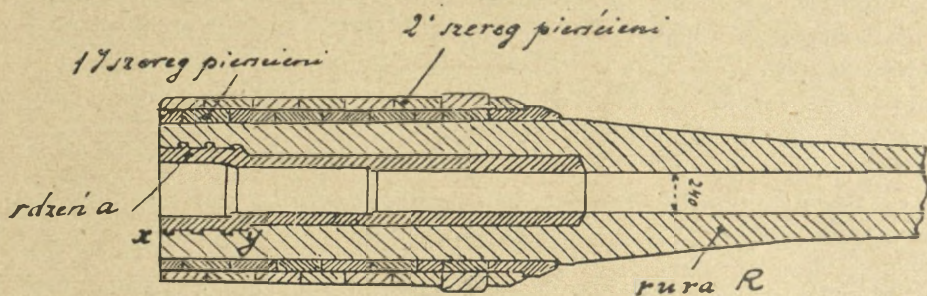
Powyższe uwagi dotyczyły wpływu rodzaju zamka na odporność przeciw rozszkrawaniu i tych środków, które można stosować dla zwiększenia tej odporności w razie użycia bądź zamka klinowego, bądź zamka śrubowego. Są prócz tego sposoby polepszania wytrzymałości podłużnej lufy, które, jakby się zdawało, można zasto-



Rys. 9.

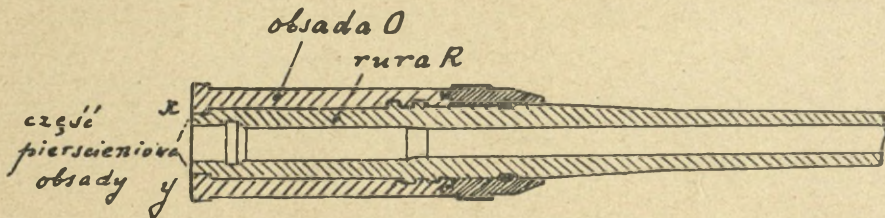
sować bez względu na rodzaj zamka. I tak, z punktu widzenia teoretycznego, początkowe ściśnięcie lufy w kierunku podłużnym mogłoby ulepszać wytrzymałość podłużną z tego samego tytułu, z którego zaciskanie średnicowe ulepsza wytrzymałość poprzeczną, — lecz praktyczne urzeczywistnienie tego sposobu jest tu o wiele bardziej trudne i problematyczne, aniżeli pierścieniowanie poprzeczne; w rzeczy samej, nie można nawet marzyć o wywołaniu ściśnięcia podłużnego w całej masie rury przez bezpośrednie wywarcie ciśnienia na ścięcie wylotowe aa' i ścięcie zamkowe bb' rury rdzeniowej (rys. 9), gdyż zamiast ściśnięcia tej rury moglibyśmy otrzymać jedynie odkształcenia

ścianek takich, jakich AA_1 i BB_1 części zewnętrznej ściskającej, a prócz tego rozkład naprężeń w rurach zewnętrznej i wewnętrznej byłby bardzo trudny do ustalenia i przypuszczalnie warstwy zewnętrzne rury wewnętrznej byłyby ściśnięte o wiele silniej, niż jej warstwy wewnętrzne. Jednakowoż zaciskanie podłużne było stosowane w dużej ilości dział; nie mówiąc już o podłużnem zaciskaniu samego gniazda śruby, które ma miejsce przy łączeniu na gorąco naśrubka łącznikowego z obsadą, — było stosowane zaciskanie metalu samej rury,



Rys. 10. Lufa arm. morskiej 240 mm wz. 1870

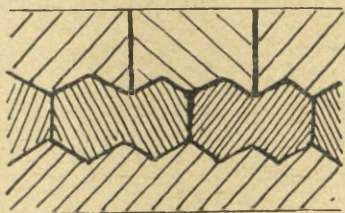
jeżeli nie w całej jej masie, to w każdym razie na dość znacznej długości; przykłady tego sposobu znajdujemy w rdzeniowaniu (tubage) luf francuskiej artylerji morskiej wz. 1870 i w obsadach luf tejże artylerji wz. 1881. Rdzeń *a* (rys. 10) był zakładany i wkręcany do rozgrzanej



Rys. 11 Lufa arm. morskiej 140 mm wz. 1881r.

uprzednio rury *R*, która następnie kurcząc się przy ochładzaniu ściskała rdzeń w kierunku podłużnym. Obsada *O* (rys. 11) była również po odpowiedniem rozgrzaniu nakładana i zakręcana na rurę *R*, która następnie otrzymywała zaciskanie podłużne na skutek kurczenia się obsady. Coprawda w jednym i w drugim wypadku gniazdo zamka ulegało nie tylko zaciskaniu w kierunku podłużnym, co miało

dawać efekt dodatni, ale i zaciskaniu średnicowemu, co, jak widzieliśmy uprzednio, jest niekorzystne dla odporności przeciw rozzamkowaniu; jednakowoż organy zaciskające są w tych wypadkach złączone z organem zaciskowym, zawierającym gniazdo zamkowe, zapomoć części gwintowanej xy (rys. 10), względnie części pierścieniowej obsady xy (rys. 11), tak iż w razie pęknięcia gniazda zamkowego w przekroju poprzecznym rozzamkowanie nie jest nieuniknionem, gdyż pęknięte gniazdo może być utrzymane w pierwszym wypadku (rys. 10) w rurze, a w drugim (rys. 11) w obsadzie, o ile rzecz prosta te ostatnie organy same nie ulegną rozerwaniu; tego rodzaju konstrukcja stanowi więc jakby rodzaj organu zabezpieczającego na wypadek pęknięcia gniazda, i ten wynik jest tu może nawet ważniejszy,

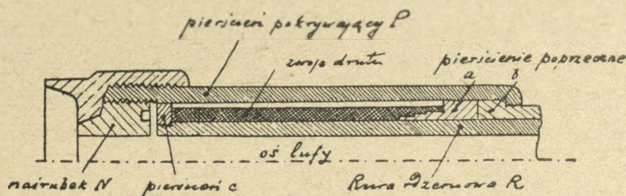


Rys. 12.

niż samo zaciskanie podłużne, które można zresztą uważać za dość problematyczne, gdyż można przypuszczać, że zaciskanie to nie jest równomierne, i że w warstwach zewnętrznych organu zaciskanego powstają naprężenia o wiele silniejsze, niż w jego warstwach wewnętrznych; ten rodzaj zabezpieczenia przeciw rozzamkowaniu jest o wiele trudniejszy do urzeczywistnienia przy użyciu zamka klinowego, niż przy użyciu zamka śrubowego, i na tem właśnie oparty jest pogląd, że zamek klinowy nie przedstawia gwarancji przeciw rozzamkowaniu, choć, jak widzieliśmy, z innych względów jest on korzystniejszy dla wytrzymałości podłużnej, aniżeli śrubowy. Wreszcie próbowano wytworzyć zaciskanie podłużne rury przy pomocy t. zw. pierścieni dwustożkowych (*frettage biconique*), jak wskazuje rys. 12 jednakowoż system ten nie może dać dobrych rezultatów, gdyż — nie mówiąc już o tem, że ten sposób budowy jest bardzo trudny i kosztowny, — takie opierścienianie nie ma żadnych szans powiększenia wytrzymałości podłużnej, gdyż efekty jego są zbyt powierzchowne w stosunku do rury.

Drugie rozwiązanie, które może być stosowane celem polepszenia warunków wytrzymałości podłużnej bez względu na rodzaj zamka,

polega na t. zw. „rozdziale wytrzymałości”; ma on na celu uniknięcie niebezpiecznego zbiegu sił poprzecznych i podłużnych w jednym i tym samym przekroju danego elementu rury; najprostszem i najbardziej kompletnem rozwiązaniem sprawy z tego punktu widzenia byłoby stworzenie dwóch zupełnie rozdzielonych zespołów dla przeciwstawienia: jednego siłom poprzecznym, drugiego siłom podłużnym, jednakowoż w całej rozciągłości zasada ta praktycznie w dziale zastosować się nie da, nietylko ze względów konstrukcyjnych, ale i z powodu samej natury przyczyn, wywołujących siły podłużne; w rzeczy samej, wyżej wymienione dwa zespoły zawsze będą musiały być połączone ze sobą w określonym miejscu lufy, otrzymamy więc zawsze przekroje w których działanie sił poprzecznych będzie łączne z działaniem sił podłużnych, nie mówiąc już o tem, że tarcie pocisku, odrzut i t. d., będą w każdym przekroju rury rdzeniowej wytwarzały na-



Rys. 13.

prężenia podłużne, jak to było wyjaśnione na początku niniejszego Rozdziału; musimy więc ograniczyć się do tego, aby w jednym i tym samym przekroju nie osiągać równocześnie *największych* wartości sił poprzecznych i sił podłużnych. Zasada ta musiała być z natury rzeczy stosowana w lufach wzmocnionych zapomocą drutu stalowego ze względu na zupełny brak wytrzymałości podłużnej w tych działach; rys. 13 przedstawia jedną z takich luf (Longridge): gniazdo zamkowe znajduje się w naśrubku łącznikowym niezależnym *N*, który przekazuje ciśnienie zamka długiemu pierścieniowi pokrywającemu *P* tak, iż w całej masie tego ostatniego dają się odczuwać jedynie siły podłużne, podczas gdy rura rdzeniowa *R* oraz zwoje drutu przeciwstawiają się siłom poprzecznym; widzimy wszakże, iż w pierścieniach poprzecznych *a* i *b* dają się odczuwać siły zarówno poprzeczne, jak i podłużne, i że te ostatnie są przez wyżej wymienione pierścienie przekazywane zwojom drutu *).

*) Pomiędzy naśrubkiem *N* i pierścieniem *c* zachowany jest luz 6 mm, co p zwala na wydłużanie się odnośnej części rury rdzeniowej i warstwy drutu; krążki Belleville'a zapobiegają tłuczeniu.

Jakkolwiek nie ulega wątpliwości, iż rozdział wytrzymałości może wpłynąć dodatnio na warunki wytrzymałości lufy, to jednak zdania są podzielone co do tego, jak dalece zasada ta winna być stosowana, i co do skutków praktycznych jej zastosowania. Płk. Regnault stwierdza, że lufa powinna być projektowana w ten sposób, aby siły wywierane bezpośrednio przez zamek na lufę dawały odczuwać się w rurze rdzeniowej w tych tylko przekrojach, poza które nie przeszedł jeszcze pocisk w chwili najwyższego ciśnienia*); urzeczywistnienie tej zasady znajdujemy w wielu działach, w których gniazdo zamka znajduje się w obsadzie, obsada zaś jest złączoną z rurą rdzeniową zapomocą gwintu lub pierścieni dopiero po za przekrojem najwyższego ciśnienia (jak np. to schematycznie wskazuje rys. 4); natomiast inż. gen. Jacob**) uważa, że w rzeczywistości istnieje w lufie ograniczona przestrzeń, w której zbieg naprężeń poprzecznych i podłużnych jest niekorzystny dla konserwacji metalu lufy, a mianowicie okolice uszczelnienia zamka, i że tylko w tej okolicy należy oddzielać wytrzymałość podłużną od poprzecznej; natomiast rozpowszechnianie tej zasady na inne części lufy jest nie tylko nieużyteczne, ale nawet szkodliwe ze względu na zwiększenie ciężaru i ceny; zastosowanie naśrubka łącznikowego takiej konstrukcji, jaka jest przedstawiona na rys. 7, stanowi właśnie rozdział wytrzymałości w okolicy uszczelnienia zamka, gdyż rura rdzeniowa w tej okolicy nie pracuje na rozciąganie, podczas gdy naśrubek łącznikowy nie jest obciążony w kierunku poprzecznym.

§ 5. Ogólne wnioski z rozważań dotyczących wytrzymałości podłużnej.

Reasumując powyższe, dochodzimy do wniosku, iż sprawa wytrzymałości podłużnej luf działowych jest bardzo skomplikowana; rozwiązanie teoretyczne jest tu o wiele mniej zadawalniające, aniżeli to samo rozwiązanie dotyczące wytrzymałości poprzecznej; — istnieją jednak pewne sposoby praktyczne, celem polepszenia do pewnego stopnia warunków wytrzymałości podłużnej; takimi są naogół:

- 1) unikanie poprzecznego zaciskania tego elementu, w którym znajduje się gniazdo zamkowe;
- 2) stosowanie zaciskania podłużnego;
- 3) rozdział wytrzymałości.

*) Płk. L. Regnault „Métallurgie au point de vue de l'artillerie“ r. 1913.

**) Jacob — tom II, wydanie r. 1920, str. 44.

Specjalnie w wypadku użycia zamka śrubowego mogą być ponadto stosowane w tym celu:

- a) zwiększenie wymiarów poprzecznych i podłużnych śruby zamkowej;
- b) wydłużenie części gładkiej trzona zamkowego;
- c) pośrednie naśrubki łącznikowe;
- d) zwiększenie gry (luzu) pierwszych zwojów gwintu naśrubka w stosunku do śruby zamkowej.

Jednakowoż te sposoby są raczej półśrodkami, pomimo których — z punktu widzenia sprawy wytrzymałości podłużnej — śruba zamkowa (zwłaszcza dla wielkich dział) winna być uważana za gorszą, niż klin (pomimo jej innych zalet zwłaszcza w zastosowaniu do dział polowych mniejszego kalibru*); ze względu na istniejące zawsze niebezpieczeństwo rozzamkowania, koniecznem jest przed definitywnem ustaleniem rysunku lufy nowego wzoru, porównywać odnośny projekt z rysunkami luf istniejących, które wykazały się należyłą wytrzymałością; w ten sposób każdy nowy projekt lufy wpływa z projektów poprzednich.

Tu zresztą stosowano z pożytkiem przy budowie rur złożonych tę samą zasadę, która była już omawiana przy rozważaniach, dotyczących wytrzymałości poprzecznej: lufa złożona nie powinna składać się z kawałków o zbyt dużej masie i — zwłaszcza w tych częściach, gdzie rozwijające się przy strzale siły są bardzo znaczne — należy posiadać zawsze conajmniej dwa elementy, przeciwstawiające się sile działającej w danym kierunku**) — a to ze względu na brak pewności, czy poszczególne elementy nie będą miały miejscowych wad metalu. I z tego znów punktu widzenia, nawet jeżeli idzie o wytrzymałość podłużną, lufy samowzmocnione będą miały niezaprzeczną wyższość, i to nie tylko ze względu na to, iż przy samowzmocnieniu osiąga się również zaciskanie podłużne ciągłe, co wykazał i sprawdził doświadczalnie p. Malaval***), ale przede wszystkim dlatego, że sam proces samowzmacniania, polegający na wytwarzaniu wewnątrz rury ciśnienia (o wiele) wyższego i działającego w ciągu okresu czasu bez porównania dłuższego, niż normalne ciśnienie gazów prochowych przy strzale, z natury swej winien wykryć zawczasu ewent. miejscowe wady metalu przy samej obróbce.

*) Co się tyczy innych systemów zamków, to z punktu widzenia wytrzymałości podłużnej — zamki Nordenfelda zbliżają się raczej do zamków śrubowych, zamki zaś kuliste — do zamków klinowych.

**) Patrz str. 186.

***) Ing. en chef Malaval — Mémorial de l'artillerie française — 3-ème fascicule de 1924, str. 842 — 849.

ZAŁĄCZNIK 1.

Rdzeniowanie i koszulkowanie luf działowych.

§ 1. Cel rdzeniowania i koszulkowania.

Gdy zużycie lufy staje się tak znaczne, iż nie może ona odpowiadać swemu przeznaczeniu w sposób zadawalniający, — zachodzi konieczność odnowienia jej przewodu, co wchodzi w zakres kapitalnego remontu lufy. To odnowienie przewodu może mieć miejsce bądź przez zamianę całej rury rdzeniowej, (jeżeli idzie o rury złożone), bądź też przez zamianę warstwy metalu (grubości równej około 10% kalibru), okalającej przewód i komorę ładunkową; ta zamieniana warstwa nosi nazwę koszulki. Takie odnowienie przewodu pozwala równocześnie na adaptację danej lufy do innej amunicji; wystarcza ku temu w nowej lufie rdzeniowej lub w koszulce wykonać komorę ładunkową i część gwintowaną przewodu, odpowiadającą nowej amunicji, o ile rzecz prosta tak ukonstytuowana lufa będzie posiadała wytrzymałość dostateczną dla wytrzymania ciśnień powstających przy użyciu tej nowej amunicji. Wreszcie dla wykorzystania luf dawnych wzorów, posiadających niedostateczną długość i obliczonych dla ciśnień stosunkowo niskich — możemy wewnątrz luf tych umieszczać nowe rury rdzeniowe o mniejszym kalibrze i większej długości, celem otrzymania większej szybkości początkowej*). W ten sposób rdzeniowanie i koszulkowanie luf może być stosowane zarówno przy kapitalnym remoncie dział, jako też i przy ich przeróbkach.

Zwykła wymiana rur rdzeniowych nie przedstawia specjalnego zadania z punktu widzenia wytrzymałości lufy. Natomiast rdzeniowanie przy przeróbce na mniejszy kaliber oraz koszulkowanie wymagają oddzielnego rozpatrzenia.

*) W ten sposób we Francji dział 24 cm wz. G. było przerobione na 16 cm; dział 164,7 mm na dział 155 mm i t. d.

§ 2. Rdzeniowanie.

1. *Charakter przeróbki.* — Przy przedrdzeniowaniu na mniejszy kaliber zamek nie ulega zazwyczaj zmianie i przeróbka sprowadza się do operacji następujących: a) wytoczenie przerabianej lufy w sposób pozwalający na wprowadzenie nowej rury rdzeniowej o odpowiednich wymiarach:

b) umieszczenie tej nowej rury na gorąco lub sposobem samowzmocnienia;

c) wewnętrzną obróbką otrzymanej w ten sposób nowej lufy.

Dla określenia wewnętrznego profilu nowej lufy opieramy się na zasadniczym warunku, dotyczącym wytrzymałości podłużnej, a mianowicie wychodzimy z założenia, iż maksymalne średnie obciążenia podłużne winny być jednakowe w lufie przed przeróbką i po przeróbce. Warunek ten pozwala określić pewną ilość grup, składających się każda z wartości nowego kalibru i odnośnej wartości nowego ciśnienia; po wybraniu najbardziej odpowiedniej grupy określamy odpowiedni profil w sposób, który będzie wyłożony poniżej. Znajomość tego profilu i przyjętych średnich warunków strzelania pozwala określić krzywe ciśnienia, co należy do zagadnień balistyki wewnętrznej, — stąd zaś wyprowadzamy wnioski co do warunków, które mają być urzeczywistnione w każdym punkcie przy umiejscowieniu nowej rury rdzeniowej (a mianowicie zaciskanie przy rdzeniowaniu na gorąco, względnie luz oraz ciśnienie samowzmocnienia), celem zrealizowania żądanej mocy sprężystej. W niniejszym § rozpatrzmy jedynie rdzeniowanie za pomocą samowzmocnienia.

2. *Wytrzymałość podłużna.* — Jak widzieliśmy w § 3 Rozdziału II części 2, wytrzymałość podłużna przy użyciu zamka śrubowego zależy od sposobu połączenia organu, zawierającego gniazdo z innymi organami składowymi lufy. Wychodząc z założenia, iż obciążenia podłużne winny być jednakowe przed i po przeróbce lufy, widzimy, iż warunek ten będzie zachowany, jeżeli będziemy mieli

$$P_e \frac{\pi}{4} a^2 m^2 = \mathcal{P} \frac{\pi}{4} a'^2 m'^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1),$$

gdzie ma względnie $m'a'$ oznaczają średnice komory ładunkowej, zaś P_e względnie $\mathcal{P}$ wartości średniego rocznego ciśnienia przed względnie po przeróbce lufy. Wzór (1) wyraża równość obciążenia w najbardziej ciężkich warunkach, które mogą wynikać z wyboru średniego ciśnienia, gdyż doświadczenie wskazuje, iż bez względu na typ rozpa-

trywanej lufy uchylenie względne między najwyższym otrzymanem w praktyce ciśnieniem, a średnim rocznem, które służyło dla wypośrodkowania ładunku, — pozostaje prawie niezmiennem.

3. *Profil wewnętrzny.* — Jeżeli oznaczmy przez α średnicę komory nabojoyej po przeróbce, to równanie (1) daje

$$\alpha = a'm' = am \sqrt{\frac{P_e}{\mathcal{P}}}$$

$\mathcal{P}$ wybieramy w ten sposób, aby uczynić zadość następującemu warunkowi praktycznemu

$$1,5 \geq \frac{\alpha}{a'} \quad \dots \quad (2),$$

gdzie a' oznacza nowy kaliber; przy zastosowaniu będących w użyciu rodzajów prochu bezdymnego długość komory nabojoyej nie może przekraczać 7α i ta maksymalna długość wyniesie więc

$$x = 7am \sqrt{\frac{P_e}{\mathcal{P}}} \quad \dots \quad (3)$$

a w takim razie objętość komory ładunkowej

$$c' = 7\alpha \frac{\pi a'^2}{\mathcal{P}} = 7 \frac{\pi}{4} a^3 m^3 \left(\frac{P_e}{\mathcal{P}} \right)^{\frac{3}{2}} \quad \dots \quad (4)$$

Jeżeli objętość od dna pocisku (w chwili załadowania) do ścięcia wylotowego wynosi $(\rho - 1)c'$ to długość, którą przebywa dno pocisku w przewodzie lufy wyniesie

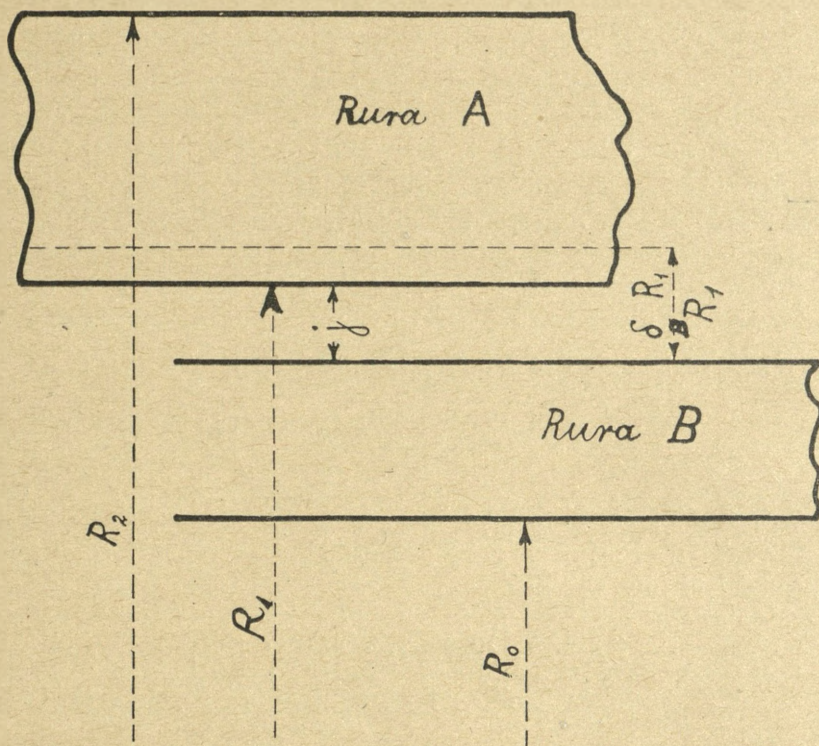
$$L = \frac{(\rho - 1)c'}{\frac{\pi}{4} a'^2} = 7(\rho - 1) \frac{a^3 m^3}{a'^2} \left(\frac{P_e}{\mathcal{P}} \right)^{\frac{3}{2}} \quad \dots \quad (5).$$

Po wybraniu najbardziej odpowiednich ρ , a' i $\mathcal{P}$, możemy na zasadzie wzorów (2), (3) i (5) określić α , x i L ; otrzymujemy w ten sposób wszystkie cechy balistyczne nowej lufy; odnośne obliczenia są ułatwione przez zastosowanie istniejących w tym względzie tablic liczbowych.

4. *Obliczenia wytrzymałościowe przy rdzeniowaniu.* — Stajemy tu wobec następującego zadania: do danej rury A posiadającej daną moc sprężystą wprowadzamy z pewnym luzem nową rurę B , poczem poddajemy rurę B samowzmocnieniu w ten sposób, aby zewnętrzna powierzchnia rury B , przylegając do wewnętrznej powierzchni rury A ,

wywarła na tę ostatnią ciśnienie równe mocy sprężystej rury A ; należy określić moc stworzonej w ten sposób nowej lufy.

Rozumie się samo przez się, iż uprzednio rura A została wytoczona, a rura B obrobiona zewnętrznie w sposób, wskazany na nowym rysunku, — tak iż rozpatrywane średnice i moc sprężysta odpowiadają stanowi rur po tej obróbce wstępnej. Wyobraźmy sobie przekrój (rys. 1) obu rur przed samowzmocnieniem, dokonany w płaszczyźnie przechodzącej przez wspólną ich oś, oznaczmy przez



Rys. 2.

R_1 promień wewnętrzny rury A ;

R_2 „ „ zewnętrzny „ ;

P_1 moc sprężysta rury A ;

j luz między wewnętrzną powierzchnią A , a zewnętrzną powierzchnią B ;

R_0 promień wewnętrzny rury B ;

P_0 ciśnienie samowzmocnienia rury B (P_0 wyraża również poszukiwaną moc sprężystą nowej lufy po ukończeniu operacji rdzeniowania;

$\frac{\partial R_0}{R_0}$ wartość dopuszczalnego odkształcenia wewnętrznego rury B pod ciśnieniem P_0 .

Stosownie do warunków zadania, odkształcenie rury B pod wpływem ciśnienia P_0 powinno osiągnąć taką wartość, aby zewnętrzna powierzchnia rury B wywarła na wewnętrzną powierzchnię rury A ciśnienie jednostkowe równe P_1 .

jeżeli oznaczmy przez $\frac{\partial_B R_1}{R_1}$ odkształcenie zewnętrznego promienia rury B , a przez $\frac{\partial_A' R_1}{R_1}$ odkształcenia wewnętrznego promienia rury A (gdyż w tych obliczeniach z dostateczną dla praktyki ścisłością przyjmujemy $\frac{\partial_A (R_1 - j)}{R_1 - j} = \frac{\partial_A' R_1}{R_1}$) to — jak wynika z rys. 1,

$$\frac{j}{R_1} = \frac{\partial_B R_1}{R_1} - \frac{\partial_A' R_1}{R_1} \dots \dots \dots (6)$$

skąd na zasadzie wzoru (44) p. 6 § 4 Rozdziału I części II mamy

$$\frac{\partial_B' R_1}{R_1} = \frac{R_0^2}{R_1^2} \cdot \frac{\partial R_0}{R_0}$$

jeżeli T_1 oznacza zwiększenie naprężenia stycznego na wewnętrznej powierzchni rury A pod wpływem działania ciśnienia P_1 , to na mocy wzorów Lamé'go i zasady połączenia stanów równowagi możemy napisać

$$T_1 = P_1 \frac{R_2^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2}$$

$$\text{i } \frac{\partial_A' R_1}{R_1} = \frac{1}{M} \left(T + \frac{P_1}{M} \right) = \frac{P_1}{M} \left(\frac{R_2^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} + \frac{1}{m} \right) \dots \dots (7),$$

gdzie M oznacza, jak zawsze, moduł Young'a, a m liczbę Poisson'a a w takim razie wzór (6) przyjmuje postać

$$\frac{j}{R_1} = \frac{R_0^2}{R_1^2} \frac{\partial R_0}{R_0} - \frac{P_1}{M} \left(\frac{R_2^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} + \frac{1}{m} \right) \dots \dots (8),$$

wreszcie na mocy równania (42''bis) p. 4 § 4 Rozdziału I części II mamy

$$P_0 = P_1 + 2,3 a \log_{10} \frac{R_1}{R_0} + \frac{b}{2} \cdot \frac{\partial R_0}{R_0} \left(1 - \frac{R_0^2}{R_1^2} \right) \dots \dots (9).$$

Równania (8) i (9) dają związek między j , $\frac{\partial R_0}{R_0}$ i P_0 i pozwalają określić którekolwiek dwie z tych wartości w zależności od trzeciej

z nich oraz w zależności od danych zadania, a mianowicie R_0, R_1, R_2, P_1, a i b . Zaznaczyć należy, iż powyższe obliczenia dokonane zostały w założeniu, iż metal rury A ma ten sam moduł, co metal rury B ; obliczenia te nie mogą być zastosowane w wypadku rdzeniowania starych luf surowcowych.

Pozostają jeszcze do rozpatrzenia okoliczności, zachodzące w chwili powrotu do ciśnienia zero (po ustaniu działania ciśnienia samowzmocnienia); jeżeli przypuścimy, iż w końcu operacji samowzmocnienia rura B wyszła z okresu półsprężystego i jeżeli oznaczymy przez E_i pierwotną (początkową) granicę sprężystości metalu tej rury, to na zasadzie wzoru (45) p. 6 § 4 Rozdział 1 części II będziemy mieli

$$\frac{\delta R_0}{R_0} \geq \frac{R_1^2}{R_0^2} \cdot \frac{E_i}{M} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10).$$

Oznaczmy przez $\frac{\delta' R_0}{R_0}$ odkształcenie sprężyste (ściśnięcie czyli zwężenie), które zachodzi w zewnętrznej warstwie rury B w chwili, gdy ciśnienie P_0 przestaje działać.

$$\frac{\delta' R_0}{R_0} = \frac{1}{M} \left(T_0 + \frac{P_0}{m} \right) = \frac{P_0}{M} \left(\frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \right) + \frac{1}{m} \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

oznaczmy przez $\frac{\delta_B R_1}{R_1}$ odkształcenie sprężyste (ściśnięcie czyli zwężenie), które zachodzi w zewnętrznej warstwie rury B w chwili, gdy ciśnienie P_0 przestaje działać, analogicznie do wzoru (44) p. 6 § 4 Rozdziału I części II będziemy mieli

$$\frac{\delta_B' R_1}{R_1} = \frac{R_0^2}{R_1^2} \cdot \frac{\delta' R_0}{R_0}$$

które to równanie na zasadzie wzoru (11) przyjmuje postać

$$\frac{\delta_B' R_1}{R_1} = \frac{R_0^2}{R_1^2} \cdot \frac{P_0}{M} \left(\frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} + \frac{1}{m} \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12).$$

Ażeby po ustaniu działania ciśnienia P_0 obie rury A i B nadal przylegały do siebie, koniecznem jest aby $\frac{\delta_A' R_1}{R_1} > \frac{\delta_B' R_1}{R_1}$ wobec czego — na zasadzie wzorów (7) i (12) — otrzymujemy warunek

$$\frac{P_1}{M} \left[\frac{R_2^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} + \frac{1}{m} \right] > \frac{R_0^2}{R_1^2} \cdot \frac{P_0}{M} \left[\frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} + \frac{1}{m} \right] \quad . \quad . \quad (13).$$

Prócz tego należy zauważyć, iż w obliczeniu początkowej mocy P_1 rury A należy stosować wzory, dotyczące najwyższej mocy sprężystej rury; jeżeli oznaczmy przez R_1' i P_1' promień wewnętrzny i moc sprężystą rury A *przed wytoczeniem*, to będziemy mieli

$$P_1 = P_1' - \frac{E}{2} \left(1 - \frac{R_1'^2}{R_1^2} \right) \dots \dots \dots (14).$$

Jeżeli idzie o rdzeniowanie luf surowcowych, to trzeba zauważyć, że granice wytrzymałości i sprężystości surowca przy rozciąganiu są bardzo zbliżone, podczas gdy jego wytrzymałość na ściskanie jest o wiele wyższą; z tego też względu w budowie luf surowiec był prawie wyłącznie stosowany w ten sposób, iż zewnętrzna powierzchnia rury surowcowej była poddana zaciskaniu średnicowemu (pierścienianiu), celem wywołania w rurze początkowego naprężenia ściskającego, równego naprężeniu ciągnącemu, powstającemu w chwili strzału.

Poprzednie rozważania mogą więc być zastosowane do opierścienianej części rury surowcowej. Jednakże naogół, jeżeli idzie o stare lufy, to brak będzie nie tylko danych, dotyczących granic sprężystości surowca i stali, użytych przy budowie tych luf, ale nawet danych dotyczących sposobu konstrukcji tych luf; wobec tego częstokroć będzie rzeczą trudną obliczyć odkształcenia sprężyste rury A i określić luz j ; wybór wartości luzu j musi być w takich razach dokonany z największą ostrożnością.

W tem co się tyczy części wylotowej lufy surowcowej, która to część wylotowa składa się zazwyczaj z surowca nieopierścienianego, należy być również nadzwyczaj ostrożnym przy określeniu ciśnienia P_1 któremu surowiec może być poddany w czasie samowzmocnienia. Przy tej sposobności należy jednak zaznaczyć, iż stare lufy surowcowe, projektowane w założeniu użycia prochu czarnego, dającego słabe ciśnienia w części wylotowej lufy, — wykazały się dostateczną wytrzymałością przy strzelaniu prochem bezdymnym, choć ten ostatni daje w części wylotowej ciśnienia o wiele znaczniejsze; możemy więc we wszystkich wypadkach stosować ciśnienie P_1 odpowiadające ciśnieniu normalnemu, powstającemu w każdym punkcie przewodu przy strzelaniu prochem bezdymnym (ze względu bezpieczeństwa wskazane jest brać nawet $P_1 + 20\% P_1$). Przy skrawaniu metalu w lufie surowcowej, należy przyjmować, iż jego granica sprężystości posiada najwyższą wartość, która była urzeczywistniona przy wyrobie surowca, a mianowicie $E = 20 \text{ kg} : \text{mm}^2$, — tembardziej, iż skrawana warstwa, która była już poddana wysiłkom, powstającym w chwili strzału, osiągnęła z tego tytułu specjalne cechy wytrzymałościowe.

§ 3. Koszulkowanie.

1. *Pojęcia ogólne.* — Jak już było zaznaczone w § 1, koszulkowanie należy do sposobów, używanych dla zwalczania zużycia przewodu lufy; gdy przewód został zużyty do tego stopnia, iż lufa nie może być użyta dla strzelania (co wyraża się w zbyt wielkich zmianach szybkości początkowej oraz w braku równowagi pocisku na torze), możemy zastosować jedno z rozwiązań następujących:

a) skasować całą lufę, t. j. wyrzucić ją na szmelc, co stanowi rzecz prosta, rozwiązanie bardzo nieekonomiczne;

b) wytoczyć lufę na większy kaliber i ponownie nagwintować ją*), rozwiązanie to jest niedogodne z tego względu, iż prowadzi do obniżenia ciśnienia w lufie, a więc do zmniejszenia mocy, — oraz do użycia innej amunicji, niż ta, która była początkowo przewidziana dla danego dział;

c) wytoczyć lufę i przedzeniować ją bądź na gorąco, bądź sposobem samowzmocnienia (analogicznie do tego, co było powiedziane w § 2), poczem ponownie nagwintować.

Rozwiązania b) i c) wymagają dość skomplikowanych i długich operacji, co powoduje konieczność posiadania luf zapasowych, które idą na zamianę luf zużytych, podczas, gdy te ostatnie są doprowadzane do stanu zdadnego do użytku; stwarzanie większych stoków luf zapasowych, zwłaszcza większych kalibrów, jest rzeczą kosztowną i uciążliwą.

Koszulkowanie stanowi czwarte rozwiązanie poprzednio wspomnianego zadania polega ono na umieszczeniu w odpowiednim gnieździe, wykonanem wewnątrz lufy, — wkładki zwanej koszulką i mającej kształt cienkiej rury, której powierzchnia wewnętrzna obrobiona jest stosownie do wymagań, dotyczących danego dział; pod działaniem sił powstających w chwili strzału, wspomniana cienka rura odkształca się, przyczem zależnie od charakteru odkształcenia — mogą zajść dwie ewentualności:

— albo odkształcenie jest sprężyste, w takim razie koszulka po strzale powraca do swych kształtów początkowych, wobec czego pomiędzy lufą a koszulką zostaje zachowany początkowy luz, dzięki któremu może koszulka być wyjmowana z lufy, gdy przewód ulegnie zużyciu; koszulka taka nosi nazwę koszulki wymiennej;

— albo odkształcenie jest trwałe, a w takim razie koszulka po strzale silnie przylega do swego gniazda („przylepia się”), i dla wy-

*) W ten sposób były we Francji przerabiane lufy: 138,6 mm na 145 mm; 194 mm na 203 mm; 274,4 mm na 285 mm; 305 mm na 320 mm.

jęcia jej musimy używać sposobów specjalnych, które bądź powodują zniszczenie koszulki, bądź wymagają zastosowania potężnych środków.

2. *Koszulki wymienne czyli sprężyste.* — Każdorazowo, gdy jest to możliwe, należy starać się urzeczywistniać koszulkę wymienną. Rozwiązanie idealne polegałoby na tem, aby otrzymać koszulkę, którą możnaby wyjmować z lufy na podobieństwo łuski nabojoyej. W niniejszym § rozpatrzmy szczegółowo jedną, lecz najważniejszą, stronę zadania, dotyczącego koszulki wymiennej, — a mianowicie: *warunek któremu musi odpowiadać metal koszulki, aby ta ostatnia w czasie strzelania doznawała jedynie odkształceń sprężystych.*

Oznaczmy przez:

R_0 wewnętrzny promień koszulki;

R_1 promień styku koszulka — lufa;

R_2 zewnętrzny promień lufy;

E granicę sprężystości metalu koszulki;

P_1 naprężenie ściskające, powstające w chwili strzału w styku koszulki z lufą, czyli ciśnienie na zewnętrznej powierzchni koszulki i na wewnętrznej powierzchni lufy;

P_0 teoretyczne dopuszczalne ciśnienie w przewodzie;

T_0 naprężenie styczne na wewnętrznej powierzchni koszulki;

T_1 naprężenie styczne na zewnętrznej powierzchni koszulki;

T_1' przyrost naprężenia stycznego na wewnętrznej powierzchni lufy, odpowiadający ciśnieniu P_1 ;

$\left(\frac{\partial R_1}{R_1}\right)_k$ odkształcenie sprężyste zewnętrznej warstwy koszulki w chwili strzału;

$\left(\frac{\partial R_1}{R_1}\right)_l$ odkształcenie sprężyste wewnętrznej warstwy lufy w chwili strzału;

j luz pomiędzy koszulką a lufą.

Ponieważ w chwili strzału koszulka i lufa przylegają wzajemnie do siebie, a więc luz chwilowo zanika, będziemy mieli w chwili przylegania obu rur

$$\frac{j}{R_1} = \left(\frac{\partial R_1}{R_1}\right)_k - \left(\frac{\partial R_1}{R_1}\right)_l \quad \dots \quad (15),$$

ponieważ skądinąd zewnętrzna warstwa koszulki poddana jest równocześnie naprężeniu ściskającemu P_1 i naprężeniu stycznemu rozciągającemu T_1 , więc:

$$\left(\frac{\partial R_1}{R_1}\right)_k = \frac{1}{M} \left(T_1 + \frac{P_1}{m}\right) \quad \dots \quad (16),$$

gdzie M oznacza moduł Younga, a m współczynnik przewężenia poprzecznego (liczba Poisson'a); przyjmując, iż te dwa współczynniki są identyczne dla metalu lufy i dla metalu koszulki, otrzymamy dla wewnętrznej powierzchni lufy

$$\left(\frac{\partial R_1}{R_1}\right)_l = \frac{1}{M} \left(T_1' + \frac{P_1}{m}\right) \quad \dots \quad (17);$$

podstawiając wartości $\left(\frac{\partial R_1}{R_1}\right)_k$ i $\left(\frac{\partial R_1}{R_1}\right)_l$ ze wzorów (16) i (17) do wzoru (15), otrzymamy

$$\frac{Mj}{R_1} = T_1 - T_1' \quad \dots \quad (18);$$

składinąd wzory Lamé'go i zasada połączenia stanów równowagi dają w zastosowaniu do wewnętrznej powierzchni lufy

$$T_1' = P_1 \frac{R_2^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \quad \dots \quad (19);$$

te same wzory Lamé'go w zastosowaniu do koszulki, w której zachodzą jedynie odkształcenia sprężyste, dają:

$$T_1 - P_1 = T_0 - P_0 \quad \dots \quad (20),$$

$$(T_1 + P_1)R_1^2 = (T_0 + P_0)R_0^2 \quad \dots \quad (21),$$

wreszcie warunek, któremu muszą odpowiadać naprężenia i granica sprężystości metalu koszulki, aby w koszulce nie mogły zajść odkształcenia trwałe, wyraża się — na zasadzie hipotezy odkształceń przez ślizgania bez tarcia — wzorem

$$T_0 + P_0 \leq E \quad \dots \quad (22);$$

eliminując T_1 , T_1' , T_0 i P_1 z pięciu równań (18), (19), (20), (21) i (22), otrzymamy

$$E \geq \frac{Mj}{R_1} \cdot \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_0^2} + 2P_0 \frac{R_2^2}{R_2^2 - R_0^2} \quad \dots \quad (23).$$

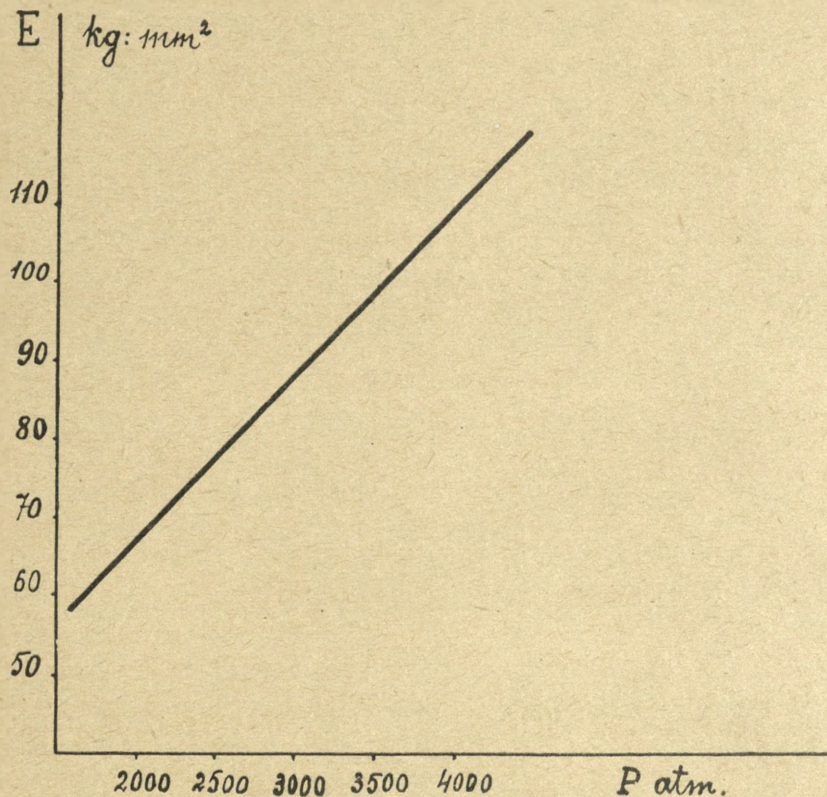
Jeżeli przyjmiemy stosownie do francuskich wskazówek wartości stosowane w lufach z koszulkami wymiennymi

$$\frac{j}{R_1} = 0,001 \text{ (np. około 0,1 mm dla lufy 194 mm);}$$

$$\frac{R_1}{R_0} = 1,2 \text{ (czyli grubość koszulki równa około 0,1 kalibru);}$$

$$\frac{R_2}{R_0} = 3,3 \text{ (w części zamkowej),}$$

jest zazwyczaj przez wytworzenie wewnątrz rury ciśnienia hydraulicznego, forma służy rurze za zewnętrzne oparcie, które jest koniecznem w tym celu, aby rura odkształcała się w sposób równomierny i prawidłowy; luz między formą a rurą oraz ciśnienie są obliczone w ten sposób, aby rura łatwo dała wyciągnąć się z formy po ukończeniu operacji samowzmocnienia; odkształcenia rury zostają ściśle mierzone i odnotowywane, co służy następnie dla określenia luzu, z którym



Rys. 2.

wykonana z tej rury samowzmocnionej koszulka, będzie mogła być wprowadzoną do odnośnej lufy; te poszczególne zadania dają się rozwiązać przy pomocy wzorów z teorii samowzmacniania. Wynikiem powyższej operacji jest nie tylko zwiększenie granicy sprężystości metalu koszulki, ale i upewnienie się co do gatunku tego metalu, gdyż sam proces samowzmocnienia, polegający na wytwarzaniu wewnątrz rury ciśnienia wyższego i działającego w ciągu okresu czasu bez porównania dłuższego, niż ciśnienie gazów prochowych przy strzale,

z natury swej wykrywa zawczasu ewentualne miejscowe wady metalu koszulki przy samej obróbce, wobec czego możemy mieć większą pewność, iż koszulka, która przeszła z powodzeniem proces samowzmocnienia, nie posiada takich wad wewnętrznych, które mogłyby się ujawnić dopiero w czasie prób strzelniczych lub służby i mogłyby zniszczyć całą lufę, — podczas gdy przy zastosowaniu koszulki z metalu, w którym wysoka granica sprężystości osiągnięta jest tylko przez odpowiedni skład chemiczny i obróbkę cieplną, pewność co do braku wad wewnętrznych w metalu koszulki jest o wiele bardziej problematyczna.

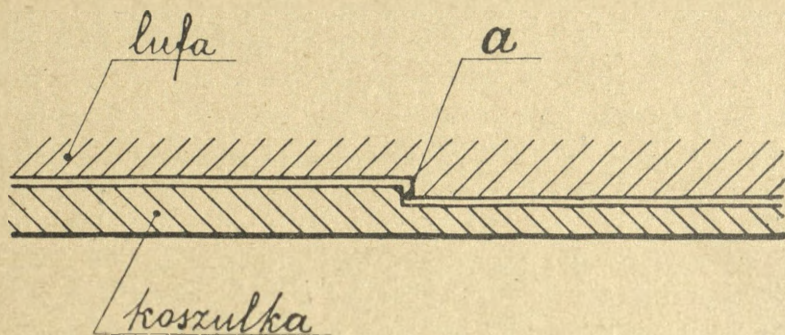
Wreszcie należy określić, co trzeba rozumieć pod nazwą „wymienności” koszulki, i w jakich warunkach wymienność ta może być urzeczywistniona. Jeżeli rozumieć wymienność w znaczeniu możliwości i łatwości wprowadzenia koszulki do lufy i wyjmowania jej z lufy, to rzecz prosta, iż stopień wymienności tej będzie zależny od tych środków, które jesteśmy w stanie zastosować dla wykonania tych operacji. Jeżeli po strzelaniu koszulka powraca praktycznie do swych kształtów, które posiadała przed strzelaniem, to luz między koszulką i lufą nie zmniejsza się, i koszulka może być wyjęta z lufy przy pomocy tych samych środków, przy pomocy których była do lufy założona; takim środkiem polowym będzie przyrząd ręczny, składający się ze śruby, która, biorąc oparcie na organach niezmiennie związanych z lufą, wywiera nacisk na ścięcie koszulki, powodując jej ruch w lufie; łatwość tej operacji zależna jest w znacznym stopniu od stanu zewnętrznej powierzchni koszulki i wewnętrznej powierzchni lufy, które to powierzchnie winny być polerowane; obecność obcych ciał twardych między wyżej wymienionymi powierzchniami, może spowodować powstawanie zadr; siła powodująca wysuwanie się koszulki z lufy (lub wsuwanie jej) winna działać w sposób ciągły, bez przerw i bez uderzeń, gdyż te ostatnie ułatwiają powstawanie i rozszerzanie się zadr. Jeżeli ciśnienie p wywierane na lufę przez koszulkę w czasie spoczynku nie jest zbyt wysokie, to koszulka może być uważana, jako praktycznie wymienna; wysiłek F , potrzebny dla wyciągania koszulki wyraża się wzorem

$$F = 2\pi r \cdot l \cdot p \cdot f,$$

gdzie r wyraża promień styku, l — długość koszulki i f współczynnik tarcia stali o stal; jeżeli wartość F nie przekracza 300 tonn, to wyjęcie koszulki może być jeszcze dokonane w większych warsztatach w bliskości frontu; w przeciwnym razie lufa musi być odsyłana do fabryk, gdzie wyjęcie koszulki w całości będzie możliwe, o ile nie-

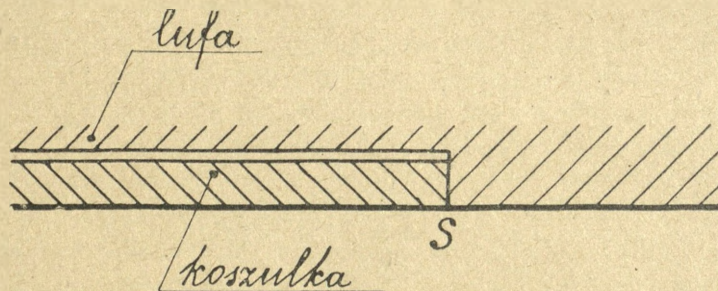
zbędny wysiłek nie przekracza granicy $F \leq 1500$ tonn; powyżej tej liczby koszulka może być wyjęta z lufy tylko drogą rozcinania w kierunku podłużnym.

3. *Rozwalcowywanie koszulki.* — W czasie strzelania koszulka poddana jest wysiłkowi walcującemu, na skutek którego powstaje wydłużenie tem znaczniejsze im koszulka jest cieńsza; gdybyśmy starali



Rys. 3.

się przeciwstawić temu wysiłkowi zapomocą ścisłego zablokowania koszulki w jej gnieździe, mogłyby stąd wyniknąć pęknięcia lub wzdęcia metalu; należy więc zachowywać pewne luzy podłużne między pro-



Rys. 4.

gami koszulki, a progami jej gniazda, jak a na rys. 3; wartość tych luzów może być ustalona tylko na mocy doświadczeń.

4. *Koszulki częściowe.* — Koszulka niekoniecznie musi mieć długość odpowiadającą długości całej lufy; stosowane są również koszulki częściowe, dotyczące jedynie tylnej części przewodu, w takim razie należy zwrócić specjalną uwagę na styk S ścięcia przedniego koszulki z lufą (rys. 4), stosując się do następujących wskazówek:

a) dopasowanie przedniego ścięcia koszulki z początkiem części gwintowanej lufy winno być bardzo dokładne, aby uniknąć przenikania gazów prochowych oraz miedzi z pierścienia wiodącego;

b) styk winien się znajdować w tej części lufy, w której zużywanie się przewodu jest nieznaczne, a to w tym celu, aby zamiana koszulki użytej na koszulkę nową nie mogła stworzyć żadnego braku ciągłości;

c) dopasowanie gwintów koszulki z odpowiednimi gwintami lufy winno być zapewnione przy pomocy specjalnych urządzeń.

ZAŁĄCZNIK 2.

Wpływ ciepła na lufy działowe.

§ 1. Wiadomości wstępne.

Sprawa wpływu, wywieranego na lufy działowe przez wysokie temperatury, powstające w chwili strzału, była dotychczas badana głównie z punktu widzenia zużycia lufy; badano więc głównie bezpośredni wpływ tych temperatur na powstawanie takich zjawisk, jak przepalanie (erozje) i zamiedzenie lufy, — jednakowoż wpływ ciepła musi tu być uwzględniony w o wiele szerszych granicach, gdyż wywołuje ono nie tylko w metalu, ale w samej budowie lufy, pewne zmiany, które sprawiają, iż w pewnych chwilach lufa pracuje w zupełnie innych warunkach, niż te, które były przyjęte przez konstruktora przy projektowaniu działa. Wydaje się rzeczą niewątpliwą, iż ujemny wpływ zjawisk cieplnych przy strzelaniu daje się zaobserwować w trzech kierunkach:

- 1) sprzyja szybszemu przepalaniu i zamiedzeniu lufy;
- 2) pogarsza własności mechaniczne metalu lufy;
- 3) wywołuje w lufach złożonych dodatkowe i niebezpieczne naprężenia.

Sprawa przepalania i zamiedzenia luf nie należy do zakresu niniejszej pracy, ograniczymy się więc do stwierdzenia, iż, jakkolwiek istnieją najrozmaitsze teorie, dotyczące sposobu wytłumaczenia zjawiska przepaleń (Vieille, Czernow, Charbonnier, Bourgoin), to jednak w nich wszystkich wysoka temperatura, spowodowana przez strzelanie, uważana jest za jeden z najważniejszych czynników, przyspieszających odnośne zjawisko, — stąd wniosek, że dla zmniejszenia wzgl. opóźnienia zużycia trzeba dążyć do obniżenia temperatury. W związku ze zjawiskiem przepalania powstaje wszakże bardzo ważne z punktu widzenia bezpieczeństwa i wytrzymałości lufy pytanie, czy zmiany, zachodzące na powierzchni metalu w przewodzie wskutek erozji, nie

wpływają ujemnie na właściwości mechaniczne metalu? — na zasadzie prób, dokonanych w Laboratorium Arsenалу Spezia, p. Dr. Piantanida daje*) na to pytanie odpowiedź przeczącą; próby na rozciąganie, dokonane z próbkami metalu, pochodzącymi z luf działowych, zużytych lub uszkodzonych (kal. od 57 do 381 mm.) wykazały, że — jeżeli w grę wchodziło tylko powierzchniowe naruszenie metalu przez erozję we właściwym tego słowa znaczeniu — to stal zachowywała naogół w masie swej własności mechaniczne dobrej stali armatniej; jedynie próbki, w masie pochodzące z luf uszkodzonych przypadkowo (a nie zużytych normalnie), i posiadające głębsze szczeliny, dały przy próbach złe wyniki; skądinąd — jeżeli zjawisko przepalania wyraża się ostatecznie siatką powierzchniowych brózek, pokrywającą przewód — możnaby się obawiać, aby te szczelinki powierzchniowe nie stawały się zaczątkiem głębszych pęknięć, które z czasem mogłyby spowodować rozerwanie lufy; i tu jednak ten sam autor nie widzi większego niebezpieczeństwa, uważając, iż „warstwa stali, naruszona przez gwałtowne zmiany temperatury, pozostaje zawsze tą samą i — przynajmniej w tych miejscach, gdzie zachodzi znaczniejsze przepalanie postępowe metalu — warstwa ta ma zawsze jedną i tę samą grubość; wydaje się iż ta warstwa musi wreszcie utworzyć, jakby oddzielną strefę bez wpływu na warstwy głębsze, jakgdyby stal pokryła się warstwą kruchej emalii, której jedynym praktycznym wynikiem jest zmniejszenie o kilka dziesiątych milimetra całkowitej grubości rury; skądinąd, jeżeliby te zmiany powierzchniowe miały powodować postępowe zmniejszanie się wytrzymałości lufy, to — wbrew temu, co widzimy w rzeczywistości — wszystkie działa z biegiem czasu musiałyby ulec rozerwaniu rury, ponieważ wszystkie poddane są przepalaniu powierzchniowemu”.

W tem, co dotyczy pogorszenia własności mechanicznych metalu lufy przy podwyższonych temperaturach oraz dodatkowych naprężeń na skutek zjawisk cieplnych, sprawa zbadana była przed wojną w o wiele mniejszym stopniu; przeprowadzane w ostatnim dziesięcioleciu próby mechaniczne z metalami przy wyższych, niż normalna, temperaturach, — wykazały, iż cyfry charakteryzujące dany metal pod względem mechanicznym, a więc: granica sprężystości, granica wytrzymałości na rozerwanie, wydłużenie, spółczynnik sprężystości (moduł Younga) i zwięzłość (udarność czyli odporność na uderzenie) metalu, ulegają poważnym zmianom przy podwyższaniu temperatury,

*) Rivista Maritima — październik r. 1922 „Sulle alterazioni subite dall'acciaio dei tubi anima dei cannoni usurati”.

podczas gdy przy obliczaniu luf opieramy się na cyfrach tych, dotyczących danego metalu przy temperaturze normalnej; prócz tego przy obliczeniach tych nie bierze się pod uwagę ciepła, powstającego przy strzale, i wynikających stąd naprężeń, naskutek nierównomiernego rozszerzania się poszczególnych części składowych lufy złożonej; wynika stąd, iż siły i odkształcenia, wchodzące w grę przy długotrwałem strzelaniu, mogą być zupełnie różne od tych, które obliczaliśmy dla temperatury normalnej, co może uczynić iluzorycznymi wszelkie wykresy i obliczenia. Natykamy się w ten sposób na pewną lukę, na którą pewne światło rzucają dopiero nowsze badania, zestawienie wyników których stanowi cel niniejszego załącznika.

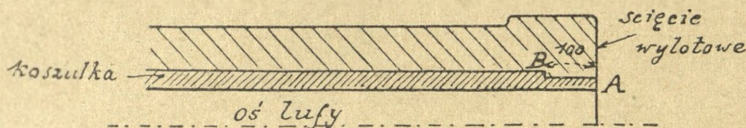
§ 2. Próby określenia temperatury, do której lufa rozgrzewa się przy strzelaniu.

Temperatura ta nie jest dokładnie znaną, aczkolwiek dorywcze obserwacje wskazują, iż jest ona dość wysoka; i tak, przy długotrwałem strzelaniu z a. p. 3" zauważono, że woda, padając na obsadę armaty, zaczynała wrzeć, z czego wynika, iż — jeżeli temperatura zewnętrznej powierzchni lufy przekraczała 100°C . — to nie ulega wątpliwości, iż była ona o wiele wyższa na wewnętrznej powierzchni przewodu; zauważono również w czasie długotrwałych ogni, iż lufy 3" rozgrzewały się tak silnie, że nie można było zamknąć zamka, — a nawet zaczynały one zlekka świecić się w ciemności, co wskazywałoby na wzrost temperatury do ca 500°C ; choć to ostatnie zjawisko winno być uznane za nienormalne, o ile nie przekraczamy regulaminowego tempa ognia długotrwałego, to jednak fakt rozgrzewania się pewnych warstw metalu lufy do temperatur, przy których zachodzą zmiany własności mechanicznych metalu, nie ulega wątpliwości.

Pomiary bezpośrednie tych temperatur w poszczególnych warstwach nie były dotąd dokonywane, a przynajmniej wyniki ich nie były podane do szerszej wiadomości; jedną z dużych trudności w tym względzie stanowił brak należytych instrumentów.

Ciepło, przekazywane lufie, składa się z: a) ciepła oddanego lufie naskutek wysokiej temperatury spalania się prochu ($2000 - 3000^{\circ}$); b) ciepła wytworzonego przez tarcie pocisku w części gwintowanej lufy; c) ciepła powstałego naskutek wrzynania się pierścienia w gwinty; całkowita ilość tego ciepła zależna jest od długotrwałości i tempa ognia i jest dość trudna do określenia naskutek zawiłości procesów tu zachodzących; wynikające stąd obliczenie temperatury lufy mogłoby być tylko zgruba przybliżone, tembardziej, że temperatura ta

nie jest jednakową w poszczególnych warstwach wewnątrz ścianki lufy; bezpośrednio po rozpoczęciu ognia warstwy wewnętrzne, okalające przewód, rozgrzewają się, zaś warstwy zewnętrzne pozostają zimnemi; w czasie ognia ciepło obejmuje coraz dalsze warstwy, a po ukończeniu strzelania najdłużej zachowują ciepło i podwyższoną temperaturę warstwy środkowe ścianki lufy. Jakkolwiek nie mamy jeszcze możliwości określenia prawa, według którego temperatura zmienia się wewnątrz ścianki lufy, ani drogą obliczenia teoretycznego, ani drogą pomiarów bezpośrednich, — to jednak w niektórych wypadkach możemy sądzić o różnicy temperatur w dwóch stykających się z sobą elementach rury złożonej, na mocy rozszerzania się tych elementów. P. R. Paquelier*) podaje następujące wyniki, dotyczące działa 10 cm, posiadającego wewnętrzną koszulkę o grubości 10 mm w części wylotowej (rys. 1): „niezwłocznie po każdym wystrzale ścięcie wylotowe



Rys. 1.

koszułki wysuwa się o 0,1 mm w stosunku do ścięcia wylotowego lufy; występ ten znika po 2 — 3 minutach; rys. 1 wskazuje, iż jedynie część *AB* koszułki jest wolną w stosunku do masy reszty lufy, a więc wyżej wymieniony występ 0,1 mm odpowiada rozszerzaniu się pod wpływem ciepła tej właśnie części koszułki *AB*, długość której wynosi 100 mm; stąd wniosek, iż dla *AB* wydłużenie jednostkowe wynosi $0,1 : 100 = 0,001$; jeżeli przyjąć (jak to wskazuje praktyka budowy luf złożonych, przy wykonaniu zaciskania na gorąco), iż podwyższenie temperatury o 100°C wywołuje wydłużenie jednostkowe 1 mm na metr, — to dochodzimy do wniosku, iż w wyżej wymienionej lufie różnica temperatury między rurą zewnętrzną a koszulką w chwili wystrzału wynosi co najmniej 100°C . Ta ostatnia cyfra jest bez wątpienia niższą od rzeczywistej, gdyż odnośne doświadczenie dotyczy części wylotowej lufy, podczas gdy największe ilości ciepła będą przekazywane częściom lufy bezpośrednio sąsiadującym z komorą ładunkową i początkiem brózd.

*) R. Paquelier, Ing. en Chef de l'Art. Navale: „De l'influence de la chaleur sur la résistance des bouches à feu”. — Mémorial de l'Art. Française — r. 1924 zeszyt 3.

Z powyższego wynika, że przy badaniu wpływu podwyższonych temperatur na własności mechaniczne metalu lufy i na powstające w niej naprężenia, powinniśmy rozszerzyć te badania na temperatury w granicach od 100°C do 500°C.

§ 3. Wpływ podwyższonych temperatur na własności mechaniczne metalu lufy.

Dotychczasowe warunki techniczne i odbiorcze na stal na lufy działowe przewidują naogół dokonywanie prób na rozerwanie, na uderzenie i na zgięcie, które to próby dzielą się na dwie kategorie: przed obróbką cieplną i po takowej. Nie wchodząc w rozważania co do celowości i stosunkowej wagi poszczególnych prób (co do czego opinie poszczególnych wytwórców oraz powag technicznych artylerji nie są jednogłośne), zaznaczyć należy, iż wszystkie te próby dokonywane są przy temperaturze normalnej laboratorium wytrzymałościowego; przypuszczać więc można, iż do pewnego stopnia artylerja popełnia tu tę samą niekonsekwencję, co i wogóle technika, o czym prof. Feszczenko-Czopiwski wyraża się w sposób następujący: „Badania materiałów metalicznych przyjęto dokonywać w tak zwanych temperaturach pokojowych; ogólna ta umowa jednakże daje często powód do fatalnych i zupełnie fałszywych wniosków o mechanicznych właściwościach metalu w temperaturach jego codziennej służby^{*)}”; jak widzieliśmy uprzednio, zjawiska cieplne powstające przy strzale stwarzają taki stan rzeczy, iż temperatura „pokojowa” nie jest bynajmniej temperaturą „codziennej służby” metalu lufy zwłaszcza w jego warstwach, sąsiadujących bezpośrednio z komorą ładunkową i ze stożkiem przejściowym, a więc w warstwach, w których powstają przy strzale największe naprężenia, i które pracują wobec tego w warunkach najbardziej niekorzystnych. W ostatnich czasach technika zwraca coraz większą uwagę na konieczność dokonywania prób wytrzymałościowych przy temperaturach wyższych od pokojowej, o ile są one temperaturami codziennej służby metalu; i tak, na odbytych w Berlinie w październiku r. 1927 zjeździe materiałoznawczym wystawione były maszyny do badań wytrzymałościowych w wysokich temperaturach; uwzględnienie zmian własności mechanicznych metalu przy temperaturach, do których metal nagrzewa się przy strzelaniu, wydaje się bardzo wskazanem przy studjach nad wyborem najlepszego materiału na lufy, tembardziej, że niezależnie od specjalnie trudnych warunków służby metalu lufy ze względu na wielkość sił, wchodzących w grę

^{*)} Przegląd Techniczny Nr. 27 — 28, r. 1926, str. 415.

przy strzale, i na charakter dynamiczny działania tych sił, a więc ze względu na bezpieczeństwo przeciw rozerwaniu lufy, — musimy tu prócz tego liczyć się ze ścieralnością metalu, jako z jednym z czynników normalnego zużywania się lufy.

Nie ulega wątpliwości, że temperatury, w których pracuje metal lufy przy strzelaniu, wywierają dość znaczny wpływ na własności mechaniczne tegoż metalu; jakkolwiek nie posiadamy wyników prób, które byłyby dokonane w tym kierunku bezpośrednio z metalem, używanym przez konstruktorów do budowy lufy, możemy jednak zdać sobie w przybliżeniu sprawę ze stopnia wpływu temperatury na wyżej wymienione własności na mocy doświadczeń, przeprowadzonych z metalami, które ze względu na swój skład chemiczny i sposób ulepszenia cieplnego (termicznej obróbki) są dość zbliżone do metalu, z którego lufy działowe budowane są w rzeczywistości.

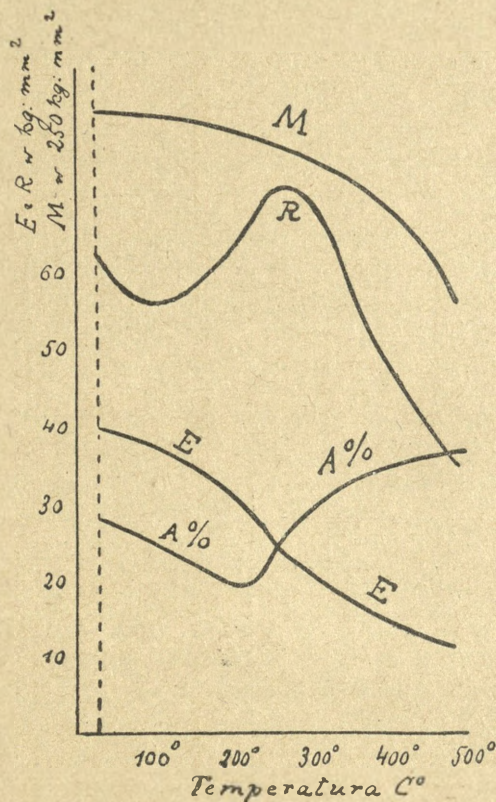
Pewne dane w tym względzie podaje I. Jakowlew *) na podstawie prób, dokonanych przez „Electric and Manufacturing C^o Westinghouse“, wyniki których przytoczone są w roczniku Amerykańskiego T-wa badań mat. (rok 1925 — vol. 24); między innymi, próby te dotyczyły stali średniowęglistej i stali niklowej, o składzie i stanie następującym:

Znak	Rodzaj próbki	Zawartość w ‰						
		C	Mn	P	S	Si	Ni	Cr
C	próbki o średnicy 2" zahartowane w wodzie przy 850°C odpuszczone przy 600°C, ostudzone w piecu	0,37	0,63	0,012	0,037	0,11	—	—
E	próbki 7/8" × 7/8" odkute zahartowane w oliwie przy 785°C odpuszczone przy 620°C z ostudzeniem w oliwie.	0,1	0,32	0,01	0,027	0,127	4,57	0,07

Stwierdzając, że stal „znak C” bardzo zbliża się do składu i stanu zwykłej stali rosyjskiej na lufy działowe, I. Jakowlew wyprowadza z wyników prób stali „znak C” wnioski co do zwykłej stali armatniej, a z wyników prób stali „znak E” — wnioski co do stali, z której robione są lufy dział niemieckich. Próbki, o których mowa, były poddawane próbom ogrzewania od 20° do 500°C, przyczem ogrzewanie uważane było za zadawalające, gdy w długości pomiarowej danej

*) Wojna i Technika Nr. 6/7 r. 1927 „Wlijanje powyszennych tiempieratur na miechaniczieskie kaczestwa orudijnago mietalla”.

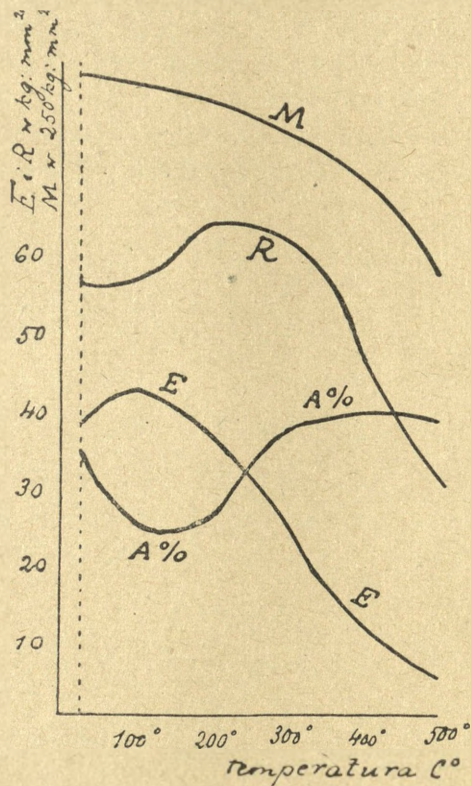
próbki temperatura wahała się nie więcej niż w granicach 2,3% (np. u wierzchołka 420°C, w środku 430°C, u dołu 424°C); próbki ogrzewane były w specjalnym piecu elektrycznym, a próby na krótkotrwale rozciąganie odbywały się na maszynie hydraulicznej o sile 40 tonn, zaopatrzonej w lustrzany ekstensometr. Na zasadzie tych prób i pomiarów były zestawiane wykresy, z których zaczerpnięte są daty, wskazane na rys. 2 i 3. Wykres rys. 2 dotyczy stali średniowęglistej „znak C”;



Rys. 2.

wskazuje on, iż moduł M oraz granica sprężystości E zmniejszają się przy podwyższeniu temperatury, przyczem E zmniejsza się najbardziej raptownie w granicach 200 — 300°C, a nawet już przy 150°C zmniejszenie E wynosi około 15% E , określonego przy temperaturze pokojowej; wytrzymałość na rozerwanie R obniża się aż do 100°C, poczem raptownie wzrasta do 270°C, następnie zaś szybko zmniejsza się; ciągliwość, charakteryzowana przez % wydłużalności A , zmniejsza się do 230° poczem wzrasta w sposób ciągły. Wykres rys. 3, dotyczy

stali niklowej „znak E”, wskazuje naogół analogiczne zmiany własności mechanicznych, jednakże tu R osiąga swe maximum przy temperaturze 200°C , zaś A swe minimum przy 160°C , przyczem to minimum jest wyższe, niż dla stali średniowęglistej; jeszcze bardziej charakterystyczna różnica z uprzednim wykresem dotyczy tu granicy sprężystości E , która początkowo wzrasta do 100°C , potem zaś obniża się, lecz w taki sposób, iż przy 200°C ma wartość bliską do początko-



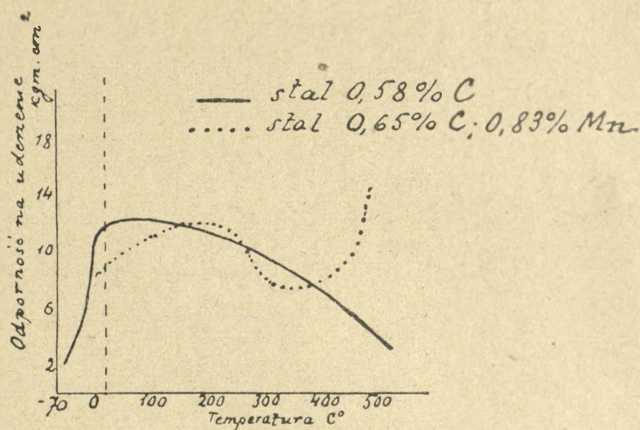
Rys. 3.

wej (t. j. tej, którą ma przy 20°C); ta ostatnia cecha charakterystyczna stali niklowej zasługuje na specjalną uwagę.

Uogólniając wyżej wymienione obserwacje w stosunku do analogicznych rodzaj stali działowej w granicach temperatur, od 100° do 200° — I. Jakowlew wnioskuje o skłonności zwykłej rosyjskiej stali armatniej do przyspieszonego zużycia, ponieważ rys. 2 wskazuje, że w tych granicach odnośna stal traci przeszło 25% swych cech sprężystych przy równoczesnem zmniejszeniu wydłużalności, — natomiast

stal armatnia niklowa stosownie do rys. 3 winna dawać duże korzyści, gdyż jej R i E nietylko nie zmniejszają się, lecz nawet wzrastają, podczas gdy ciągliwość zmniejsza się stosunkowo niedużo; I. Jakowlew widzi tu wyjaśnienie większej żywotności dział niemieckich ze stali niklowej, jakkolwiek p. Paquelier stwierdza, że większe ilości Ni w metalu rury ułatwiają erozję, przyspieszając przepalanie.

Oдноśne studjum wydaje się jednak bardzo niekompletnem, gdyż — nie mówiąc już o tem, iż próby dotyczyły właściwie nie stali, używanej do budowy luf, lecz stali zbliżonej — próby te musiałyby być uzupełnione przez doświadczenia, mające na celu bezpośrednie zbadanie zmian twardości i kruchości metalu przy podwyższonych temperaturach; kwestja twardości jest związana ze sprawą mniejszej lub większej ścieralności metalu w przewodzie, zaś badania na kruchość



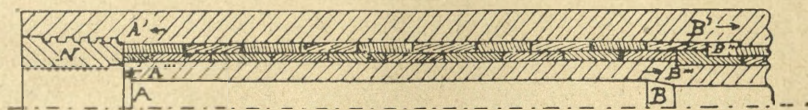
Rys. 4.

zawsze były uważane, jako zajmujące ważne miejsce wśród prób odbiorczych stali armatniej. Nie posiadamy również wyników prób, które byłyby w tym względzie robione bezpośrednio ze stalą armatnią; nie ulega wszakże wątpliwości, że i w kruchości metalu zachodzą bardzo znaczne zmiany przy podwyższeniu temperatury; jak powszechnie wiadomo, zwieźłość (czyli odwrotność kruchości) mierzona jest przez t. zw. udarność, czyli odporność na uderzenie (wyrażaną w kilogram-metrach energii, pochłanianej przez złamanie próbki przy uderzeniu taranem, w odniesieniu do przekroju poprzecznego próbki, czyli w $\text{kgm} : \text{cm}^2$); ażeby móc pośrednio sądzić o zmianach kruchości zwykłej stali armatniej średniowęglistej przy zmianach temperatury, przytaczam na wykresie rys. 4 dane, zaczerpnięte z artykułu p. prof. Feszczenko-Czopińskiego, dotyczące stali o zawartości 0,58% C ulepszonej termicznie;

widzimy tu, iż odporność na uderzenie jakkolwiek mało zmienia się w granicach od 20° do 200°C , ulega jednak znacznemu i szybkiemu zmniejszeniu przy temperaturze $200 - 500^{\circ}\text{C}$ oraz przy temperat. $< 0^{\circ}$, co również może dać do myślenia, jeżeli przyjąć pod uwagę warunki służby działa. Zaznaczyć tu należy, iż technika karabinów maszynowych zajmowała się dotąd znacznie więcej, aniżeli technika artylerji, sprawą zmian własności mechanicznych metalu lufy przy wysokich temperaturach, zwłaszcza tam, gdzie szło o poszukiwanie najlepszego metalu na lufy karabinów maszynowych z chłodnicą powietrzną, co jest zresztą zrozumiałe ze względu na warunki służby takiej lufy; dla przykładu przytoczyć można na rys. 4 wykres zmian udarności stali o zawartości $0,65\% \text{C}$, $0,83\% \text{Mn}$, $0,3\% \text{Si}$, ulepszonej termicznie — aby pokazać, iż przez wcielanie w odpowiedniej proporcji do stali takich składników, jak magnan, można nawet osiągnąć w granicach od 100 do 300°C pewne polepszenie własności mechanicznych stali (w danym wypadku udarności — jakkolwiek ten rodzaj stali na lufy armatnie nie był stosowany).

§ 4. Dodatkowe naprężenia, powstające w lufie na skutek zjawisk cieplnych.

Naprężenia te są zwłaszcza niebezpieczne dla podłużnej wytrzymałości lufy złożonej, która i bez tego, jak widzieliśmy w Rozdziale II części II jest naogół słabą stroną tych luf. P. Paquelier podaje*) na-



Rys. 5.

stępujące obliczenia, dotyczące lufy francuskiej armaty morskiej 300 mm wz. 1893 — 1896, które dają pojęcie o tem, jak duże wartości mogą osiągnąć te naprężenia. Ustrój tylnej części wspomnianej lufy przedstawiony jest schematycznie na rys. 5; pod wpływem ciepła powstającego przy strzale, część rury wewnętrznej $ABB''A''$ wydłuża się i wywiera wysiłek na obsadę między A' i B' , za pośrednictwem z jednej strony pośredniego naśrubka łącznikowego N , z drugiej zaś występów $B' B'' B'''$; przy różnicy 100°C między temperaturą rury wewnętrznej, a części zewnętrznych lufy, rura wewnętrzna, stosownie

*) Mémorial de l'Artillerie française — zeszyt 3, roku 1924, str. 798 — 800.

do powiedzianego na początku niniejszego załącznika, winnaby wydłużyć się o 0,1%, czemu staje na przeszkodzie obsada, wobec czego obsada ściska część AB rury rdzeniowej w kierunku podłużnym; ponieważ iloraz jednostkowego naprężenia ściskającego N przez ściśnięcie jednostkowe $\frac{\Delta L}{L}$ jest równy modułowi M mamy więc

$$N = M \times \frac{\Delta L}{L} = 22000 \times \frac{1}{1000} = 22 \text{ kg} : \text{mm}^2,$$

czyli, że pod wpływem ciepła przy strzale rura rdzeniowa poddana zostaje w kierunku podłużnym naprężeniu ściskającemu $22 \text{ kg} : \text{mm}^2$, — jeżeli więc przekrój rury rdzeniowej wynosi $s \text{ mm}^2$, to całkowity wysiłek ściskający wyniesie $22 \times s \text{ kg}$; wysiłek ten wywołuje naprężenia ciągnące w obsadzie, której przekrój poprzeczny wynosi $S \text{ mm}^2$, i — jeżeli przypuścimy jednostajny rozkład tych naprężeń w przekroju obsady, to naprężenie ciągnące w obsadzie wyniesie

$$T_1 = 22 \times \frac{s}{S}$$

a ponieważ w rozpatrywanym dziale

$$\frac{s}{S} = \frac{135246}{511034},$$

więc

$$T_1 = 22 \times \frac{135246}{511034} \approx 5,8 \text{ kg} : \text{mm}^2.$$

Jeżeli zauważymy, iż już uprzednio przy składaniu elementów tej rury złożonej nadano rurze rdzeniowej zaciskanie podłużne 0,0005, co wywołuje w niej naprężenie ściskające $11 \text{ kg} : \text{mm}^2$, to na mocy takiegoż rozumowania, jak uprzednio, dochodzimy do wniosku, iż z tego tytułu powstają w obsadzie naprężenia ciągnące

$$T_2 = 2,9 \text{ kg} : \text{mm}^2.$$

Prócz tego, układ dwóch warstw pierścieni wywiera analogiczny wpływ; między A' i B' mamy 11 pierścieni; przyjmując, iż luz między pierścieniami wynosi średnio 0,3 mm, a więc suma luzów 3,3 mm, — i przyjmując długość $A'B' = 3300 \text{ mm}$, — widzimy, iż pod wpływem zaciskania podłużnego luz całkowity otrzyma wartość

$$3,3 - 3300 \times 0,0005 = 1,65 \text{ mm}$$

pod wpływem ciepła przy strzale pierścienie na długości 3300 mm dążą do rozszerzenia się o 0,1%, t. j. o 3,3 mm, a więc po zanulo-

waniu luzu 1,65 mm, w pierścieniach tych powstaną naprężenia ścisiskające

$$\frac{1,65}{3300} \times 22000 = 11 \text{ kg : mm}^2$$

i — jeżeli stosunek przekroju poprzecznego warstw pierścieni do przekroju poprzecznego obsady wynosi $\frac{152728}{511034}$ to z tego tytułu powstaną w obsadzie naprężenia ciągnące

$$T_3 = 11 \times \frac{152728}{511034} = 3,3 \text{ kg : mm}^2$$

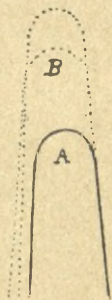
Wynika stąd, że w chwili spoczynku pomiędzy dwoma następującymi po sobie wystrzałami obsada pod wpływem zjawisk cieplnych, powstających wskutek strzelania, jest już obciążona przez naprężenia ciągnące

$$T_1 + T_3 = 9,1 \text{ kg : mm}^2$$

dołączając zaś wpływ zaciskania konstrukcyjnego, otrzymamy naprężenie

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = 12 \text{ kg : mm}^2.$$

Przy użyciu naśrubków łącznikowych, wkręcanych do obsady na gorąco, trzeba również pamiętać o naprężeniach, które powstają w gnieździe zewnętrznego gwintu naśrubka; w rzeczy samej w chwili zakręcania na gorąco, znajdujące się w obsadzie gniazdo zwoju gwintu naśrubka jest rozgrzane i ma kształt wskazany linią punktowaną na rys. 6, a więc gwint może przeniknąć aż do B, sprzeciwiając się następnie kurczeniu się gniazda; jeżeli temperatura przy wkręcaniu naśrubka wynosi 300° , to odnośne wydłużenie obsady wyniesie $0,3\%$; jeżeliby obsada zachowywała kompletnie swe cechy sprężyste, to utrzymanie tego wydłużenia po ochłodzeniu wywołałoby naprężenie 66 kg : mm^2 ; w rzeczywistości pod działaniem tak wielkiej siły gwint zostaje zmiażdżony, — i w obsadzie, która przyjmuje odkształcenia trwałe, powstają naprężenia znacznie mniejsze; lecz dzieje się to tylko dzięki przekroczeniu granicy sprężystości metalu, której to okoliczności bynajmniej nie mieli na celu konstruktorzy odnośnych dział.



Rys. 6.

Wszystkie te wysiłki razem wzięte stwarzają stan taki, iż obsada w kierunku podłużnym pracuje w warunkach niedopuszczalnych już w chwili spoczynku, nic więc dziwnego, iż w takim razie przy na-

stępnym strzale wytrzymałość podłużna takiej lufy może się stać niedostateczną, co w rzeczywistości nieraz miało miejsce.

§ 5. Wnioski.

Sprawa wpływu ciepła, powstającego przy strzale, na lufy działowe w całokształcie swym nie jest dostatecznie zbadaną i docenianą. Stosunkowo najbardziej zbadana jest kwestja przepalania się luf przy najmniej w tem, co dotyczy przebiegu samego zjawiska i skutków takowego, choć co do właściwych przyczyn różni uczeni wypowiadają różne teorie; przepalanie nie stwarza bezpośredniego niebezpieczeństwa dla wytrzymałości lufy i należy do zjawisk normalnego zużywania się lufy, które jakkolwiek mogą być opóźnione przez należyte zabiegi dotyczące utrzymania sprzętu, są jednak nieuniknione, a ponieważ niszczą tylko metal okalający kształty wewnętrzne lufy, czynią racjonalnem najszerze zastosowanie koszulek wymiennych.

Na sprawę zmian własności mechanicznych metalu lufy pod wpływem zjawisk cieplnych zwracano dotąd bardzo mało uwagi; koniecznem jest przy poszukiwaniu najlepszego metalu na lufy dokonywać odnośnych prób przy temperaturach od 0 do 500°C (ze specjalnem zwróceniem uwagi na zmiany te w granicach 100 — 200°C), celem wyprowadzenia odnośnych wniosków w związku z zużywalnością i wytrzymałością lufy, rozszerzając te badania na własności metalu po zimnej obróbce ze względu na budowę luf samowzmocnionych.

Zjawiska cieplne wpływają bardzo ujemnie na wytrzymałość podłużną luf złożonych, która i bez tego jest w wielu wypadkach bardzo problematyczną; pod wpływem tych zjawisk (łącznie z wpływami bezwładności, połączenia z łożem itd.), mogą powstawać naprężenia, które często nie były brane pod uwagę przez projektodawców tych dział — i z tego jeszcze punktu widzenia rozwiązanie najbardziej logiczne i najbardziej pewne polegać będzie na zmniejszeniu ilości elementów lufy, a nawet — każdorazowo, gdy wymagania hutnictwa i obróbki będą na to pozwalały — na budowanie luf z jednego lub dwóch kawałków sposobem samowzmacniania.

Wydaje się więc, iż przyszłość winna należeć do luf samowzmocnionych z koszulkami wymiennymi, które to dwa wynalazki należy uznać za najdonioślejsze w ostatnich latach rozwoju techniki luf działowych.

ZAŁĄCZNIK 3.

Obliczanie zamków działowych.

§ 1. Wiadomości wstępne.

Z punktu widzenia sposobu ładowania, lufy działowe dzielą się na dwie odrębne kategorie, a mianowicie: działa ładowane od strony wylotowej i działa ładowane od strony zamkowej; ten ostatni sposób wydaje się najbardziej naturalnym, to też pierwsi konstruktorzy armat już przed pięciu wiekami starali się zastosować go w najdawniejszych typach dział ówczesnej artylerji, — jednakowoż ówczesne środki przemysłowe, będące w dyspozycji wykonawców, były tak pierwotne, że nie dawały one możności zapewnienia przy strzale nie tylko szczelności, ale nawet utrzymanie w miejscu zamkniętego zamka; dlatego też myśl stworzenia dna lufy, stanowiącego jedną całość z rurą, a co zatem idzie wprowadzania ładunku i pocisku przez otwór wylotowy, prowadziła w owych czasach do bezprzecznego ulepszenia. Jednakowoż z biegiem czasu postępy techniki pozwoliły urzeczywistnić w sposób należyty ruchome zamknięcia dna rury, co dało możność ładowania dział od strony zamka, i w konsekwencji — przez stworzenie w lufie stożków przejściowych oraz brózd zdolnych do prowadzenia przy strzale pocisku zapomocą plastycznych pierścieni wiodących — osiągnięcia bardziej regularnych wyników działania spalającego się prochu.

Z tego więc punktu widzenia zadanie polegało na zbudowaniu mechanizmu zamkowego zapewniającego zarówno należyte jego działanie, jako też i bezpieczeństwo oraz łatwość obsługi. Zamki dział nowoczesnych, niezależnie od ich systemu, winny więc odpowiadać następującym zasadniczym wymogom:

1^o zamek powinien posiadać dostateczną wytrzymałość własną, aby żadna z jego części nie otrzymywała odkształceń trwałych pod wpływem sił powstających przy strzale;

2^o zamek powinien być skonstruowany w ten sposób, aby nie mógł wpływać ujemnie na wytrzymałość lufy w stopniu powodującym niebezpieczeństwo rozłamkowania;

3^o poszczególne części mechanizmu zamkowego winny być dostatecznie wytrzymałe, aby uniknąć uszkodzeń przy częstym otwieraniu i zamykaniu zamka w czasie ognia szybkiego i długotrwałego;

4^o konstrukcja zamka winna wykluczać możliwość samoczynnego otwierania się zamka pod bezpośrednim działaniem ciśnienia gazów prochowych, oraz pod wpływem drgań sprężystych;

5^o zamek winien dawać możliwość uzyskania zupełnego uszczelnienia dla gazów prochowych, to znaczy gazy nie powinny móc przenikać między lufę a zamek, gdyż z jednej strony przerywanie się gazów ku tyłowi stwarzałoby niebezpieczeństwo, a co najmniej niewygodę dla obsługi, — z drugiej zaś gazy, przechodząc z dużą szybkością przez wąskie otwory, powodowałyby przedwczesne zniszczenie powierzchni, wzdłuż których odbywały się ich ruch;

6^o mechanizm zamkowy powinien posiadać specjalne organa (bezpieczniki), zabezpieczające przed przedwczesnym odpaleniem oraz przed otwarciem zamka w razie wystrzału ze zwłoką;

7^o konstrukcja winna dawać możliwość szybkiego zamykania i otwierania zamka i nie stwarzać przyczyn do zacinalania się;

8^o czyszczenie i zamiana poszczególnych części składowych winna móc być uskuteczniana w sposób łatwy i nie wymagać dużej ilości specjalnych narzędzi.

Bezpośrednio ze sprawą wytrzymałości bądź zamka, bądź jego gniazda w lufie związane są punkty 1^o, 2^o i 3^o; nie wdając się w rozpatrywanie wytrzymałości poszczególnych drobnych części mechanizmu zamkowego, co byłoby niemożliwe bez rozważania szczegółów konstrukcji wszystkich poszczególnych typów i wzorów zamków, tembardziej, że wymiary tych części są najczęściej określane przez względy inne, niż względy wytrzymałościowe, — zaznaczyć należy, iż punkty 1^o i 2^o przedstawiają się w sposób zasadniczo różny w stosunku do dwóch głównych systemów zamków, a mianowicie klinowych i śrubowych. Wpływ wywierany przez zamki jednego i drugiego systemu na wytrzymałość podłużną luf był szczegółowo rozpatrzony poprzednio*), przyczem odnośne wnioski dają się zreasumować, jak następuje: zamek klinowy przekazuje swemu gniazdu naprężenia ciągnące, które są mniej więcej rozłożone równomiernie w całym przekroju gniazda, —

*) patrz Rozdział II część II.

z tego punktu widzenia jest więc on korzystnym, jednakowoż dotąd nie potrafiono jeszcze przy zamku klinowym urzeczywistnić konstrukcji praktycznej, zapewniającej udział zarówno elementu bandażowanego, jak i bandażującego w wytrzymałości przeciw rozzamkowaniu, wobec czego konstrukcja pozostaje na łasce ewentualnych miejscowych wad metalu, — co stanowi słaby punkt systemu klinowego; zamek śrubowy przekazuje swemu gniazdu wysiłki bardzo skomplikowane, które wyrażają się przedewszystkiem w siłach tnących (ślizgania) i które powodują w głębi pierwszego zwoju naśrubka gniazda zamkowego niebezpieczne odkształcenia, — z tego więc punktu widzenia zastosowanie śruby zamkowej jest niekorzystne, — natomiast w tym względzie urzeczywistniono takie konstrukcje, jak pośrednie naśrubki łącznikowe (*viroles*), które pozwalają na przekazywanie obsadzie sił podłużnych w sposób bardziej korzystny, oraz takie sposoby umieszczenia gniazda śruby, aby nie dopuścić do wyrwania tego ostatniego w razie pęknięcia tegoż.

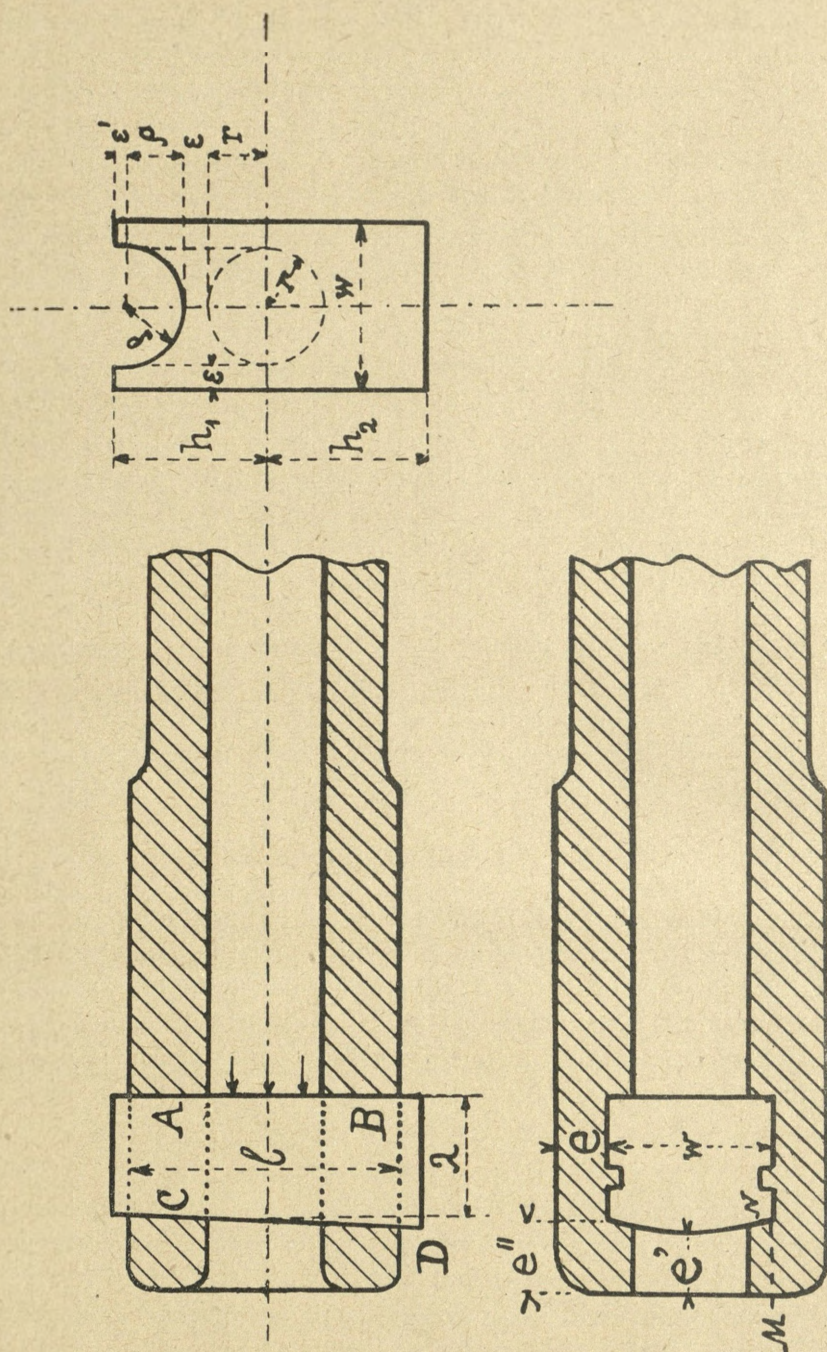
Co się tyczy wreszcie punktu 1^o, to jest wytrzymałości własnej zamka przeciw działaniu sił powstających przy strzale, — to zadanie to jest również zasadniczo różne przy zastosowaniu bądź jednego, bądź drugiego z wyżej wymienionych dwóch systemów zamków; to właśnie zadanie rozpatrzone będzie w niniejszym załączniku, w którym wskażemy sposoby określania zasadniczych wymiarów zamków, zarówno klinowych jak i śrubowych, biorąc za podstawę względy wytrzymałościowe.

§ 2. Zamki klinowe.

Obliczenie wymiarów zarówno klina, jak i jego gniazda, jest bardzo proste. Po określeniu — na zasadzie wymiarów komory nabojowej (co stanowi jedno z zadań balistyki wewnętrznej) — promienia dna łuski r (rys. 1), przyjmuje się przez porównanie z analogicznymi konstrukcjami istniejącymi minimalną szerokość ε , która musi być pozostawiona po brzegach, — wobec czego wysokość w klina wyrazi się wzorem

$$w = 2(r + \varepsilon).$$

Dla promienia ρ wycięcia, umożliwiającego ładowanie naboju wzgl. łuski przyjmuje się wartość zlekka przewyższającą r ; wreszcie poza wycięciem klin zostaje przedłużony o wartość ε' , którą również określa się na zasadzie porównania z istniejącymi analogicznymi działaniami; w ten sposób długość części klina h_1 liczona od płaszczyzny przechodzącej przez oś lufy i prostopadłej do krawędzi klina AB w kierunku



Rys. 1.

ruchu zamykającego klin wyrazi się wzorem

$$h_1 = r + \rho + \varepsilon + \varepsilon'$$

długość części klina h_2 liczona od tej samej płaszczyzny w kierunku ruchu otwierającego klin, określa się przez porównanie z analogicznymi działami istniejącymi, podobnie jak grubość λ zamkniętego klina liczona wzdłuż osi lufy, która to grubość λ nigdy zresztą nie powinna być mniejsza od jednego kalibra*). Określone w ten sposób wymiary winny być ewentualnie skorygowane in plus, jeżeli tego wymaga konieczność umieszczenia w klinie dodatkowych organów, jak bezpieczniki, części mechanizmu odpalającego i t. d.; kąt pochylenia tylnej ścianki klina CD , które jest konieczne dla zapewnienia nacisku na łuskę przy zamykaniu zamka, oraz dla „odklejenia” klina od łuski przy otwieraniu zamka po strzale, — nie powinien przekraczać takiej wartości α , aby

$$\operatorname{tg} \alpha \leq f$$

gdzie f oznacza współczynnik tarcia tylnej ścianki klina o odnośną ściankę gniazda zamkowego; w praktyce zazwyczaj przyjmuje się pochylenie około 3°.

Co się tyczy wymiarów gniazda klinowego, to dwie ścianki o długości l i grubości e (rys. 1) muszą przeciwstawić się podłużnemu ciśnieniu gazów prochowych $\pi R_0^2 P_0$, gdzie R_0 oznacza promień dna uszczelnienia (np. dno łuski), zaś P_0 najwyższe ciśnienie gazów w przewodzie; w ściankach tych powstaje więc naprężenie jednostkowe

$$t = \frac{\pi R_0^2 P_0}{2le} \quad (1),$$

które winno być mniejsze, niż dopuszczalne naprężenie BE , gdzie E oznacza granicę sprężystości metalu gniazda klinowego, zaś B współczynnik bezpieczeństwa, dla którego w danym razie przyjmuje się wartość $\leq \frac{1}{4}$, a więc

$$\frac{\pi R_0^2 P_0}{2le} \leq \frac{E}{4}, \quad \text{czyli} \quad e \geq \frac{2\pi R_0^2 P_0}{El}.$$

*) W niektórych podręcznikach znajdujemy wskazówkę, że grubość klina można obliczyć, rozpatrując klin jako pryzmat oparty na dwóch końcach C i D (rys. 1) i poddany równomiernie rozłożonemu ciśnieniu, — wydaje się to jednak zupełnie iluzorycznem tembardziej, że pryzmat ten opiera się o gniazdo nie tylko końcami C i D , ale i częścią tylnej ścianki okalającej otwór ładowniczy.

Grubość e' (rys. 1) tylnej ścianki gniazda klina w płaszczyźnie poziomej, przechodzącej przez oś lufy przyjmuje się zazwyczaj równą grubości ścianek e ; grubość e'' tylnej ścianki w przekroju MN winna zresztą być dostateczną dla skutecznego przeciwstawienia się wysiłkowi tnącemu, powstającemu w odnośnych przekrojach, co daje warunek .

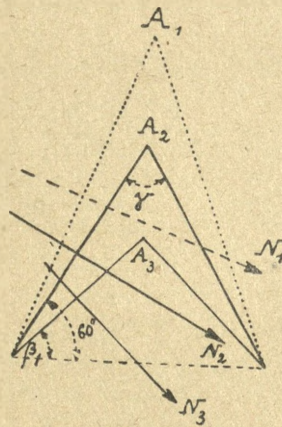
$$z = \frac{\pi R_0^2 P_0}{2 l e''} \leq 0,8 t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2),$$

zaś porównanie wzorów (1) i (2) prowadzi do wniosku

$$e'' \geq 1,25 e.$$

§ 3. Zamki śrubowe.

Obliczenie jest tu o wiele bardziej skomplikowane; zależnie od kształtu gwintu powstają te lub inne wartości wysiłków i naprężeń, spowodowanych przez siły, powstające przy strzale; na zasadzie róż-



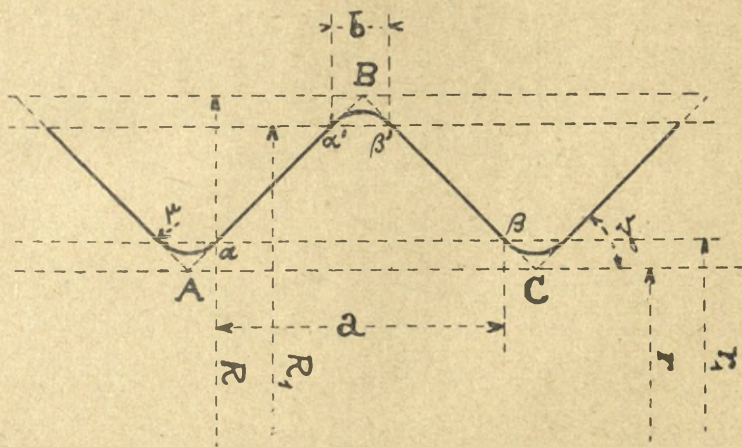
Rys. 2.

ważań, dotyczących tych naprężeń, musimy określić powierzchnię styku gwintów śruby z gwintami naśrubka gniazda zamkowego, oraz ilość zwojów gwintu; wreszcie rzeczą kapitalną dla należytego działania zamka śrubowego jest kwestja luzów między gwintami śruby a gniazda.

1) *Kształt gwintu.* — Zwojom gwintu w przekroju, przechodzącym przez oś śruby, — dawano zawsze kształt trójkąta, gdyż przy przekroju tym uzyskuje się większą powierzchnię roboczą styku gwin-

tów śruby z gwintami naśrubka gniazda śrubowego, aniżeli przy profilu kwadratowym; stosuje się obecnie t. zw. „profil symetryczny“, to znaczy iż trójkąt tworzący ma kształt trójkąta równoramiennego, ponieważ ten ostatni kształt przy danej wartości podstawy i danej wysokości trójkąta daje największy kąt u wierzchołka, co jest potrzebne dla ochrony się przed możliwością powstawania szczelin w głębi zwojów gwintów; w tym też celu wierzchołki zarówno kątów wychodzących, jak i wchodzących zostają zaokrąglone, jak wskazuje rys. 3.

Celem zwiększenia wytrzymałości zwojów gwintu przez zwiększenie powierzchni roboczej styku korzystnem jest zwiększać kąt β_1 u podstawy trójkąta tworzącego (rys. 2); jednakowoż kąt β_1 nie może być zbyt duży, gdyż — jak wskazuje rys. 2 — dla $\beta_1 > 60^\circ$ wypadkowa



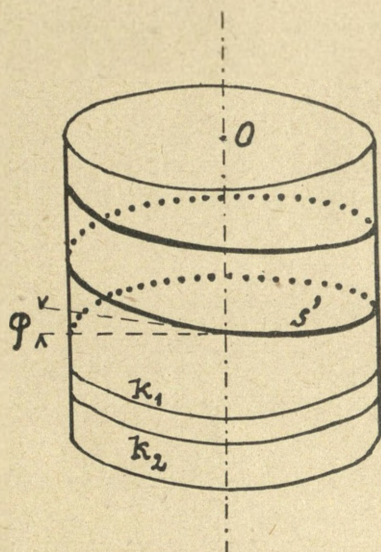
Rys. 3.

reakcyj normalnych gwintu naśrubka na gwint śruby wychodzi poza podstawę trójkąta tworzącego, wobec czego gwinty śruby muszą pracować niezależnie od jej trzona, co pogarsza znaczenie jej warunki wytrzymałościowe; prócz tego kąty wychodzące i wchodzące, jak γ na rys. 2., zmniejszają się zbyt, stwarzając niebezpieczeństwo powstawania szczelin w głębi gwintów, wreszcie moment gnący, który daje siła N w stosunku do podstawy staje się zbyt duży; dla przyczyn powyższych nie jest korzystnem przekraczać dla kąta β_1 wartości 45° ; zazwyczaj przyjmuje się

$$40^\circ < \beta_1 < 45^\circ.$$

Z punktu widzenia utrzymania zamka w jego gnieździe przy strzale, zwoje, utworzone przez trójkąt tworzący, mogłyby być umieszczone

na powierzchni trzona w płaszczyznach prostopadłych do jego osi, t. j. wzdłuż okręgów kół, jak $k_1, k_2 \dots$ na rys. 4 (pod warunkiem oczywiście stworzenia możliwości zamykania i otwierania zamka przez stworzenie na trzonie np. szczelbi wycinków gładkich i wycinków zwojowych), w którym to razie zamek nie posiadałby śruby we właściwym tego słowa znaczeniu. Jednakowoż zachodzi konieczność nadania zwojom pewnego pochylenia w stosunku do płaszczyzny prostopadłej do osi śruby, a to w tym celu, aby już przy zamykaniu zamka otrzymać oparcie tylnych ścianek zwojów zamka na przednich ściankach zwojów gniazda zamkowego, gdyż w przeciwnym razie — naskutek luzu koniecznego między zwo-



Rys. 4.

jami zamka a zwojami gniazda dla umożliwienia działania mechanizmu zamykającego — powstawałyby w chwili strzału silne zderzenia się zwojów zamka i gniazda, a stąd możliwość zbijania i uszkodzania odnośnych powierzchni oraz zacinań się zamka; doprowadziło to do konieczności nadania zwojom zamka pewnego nachylenia φ w stosunku do płaszczyzny prostopadłej do osi trzona, a więc umieszczenia zwojów wzdłuż linii śrubowej s , która tworzy z podstawą cylindra kąt φ (rys. 4); ten kąt pochylenia φ winien być dość mały, aby nie stwarzać niebezpieczeństwa samoczynnego odkręcania się śruby zamkowej pod wpływem ciśnienia gazów prochowych; wartość, którą w praktyce nadaje się kątowi φ jest o wiele mniejsza, niż ta która odpowiadałaby teoretycznie możliwości zaistnienia wyżej wymienionego

odkręcania się śruby, a to ze względu na konieczność liczenia się z tem, iż odkręcanie się śruby może powstać nie tylko z powodu ciśnienia gazów, lecz również z powodu ruchów względnych, które może otrzymywać śruba w stosunku do lufy z powodu swej bezwładności; zazwyczaj przyjmuje się dla φ wartość około $1^{\circ}10'$ czyli $\cos \varphi = 0,9998$, wobec czego możemy długość łuku linii śrubowej przyjąć jako prawie równą odnośnemu łukowi okręgu koła w przekroju cylindra prostopadłym do osi śruby.

Co się tyczy kierunku gwintów śruby, to dawniej uważano za wskazane przyjmować ten kierunek jako identyczny do kierunku gwintów w lufie, co wszakże nie jest uzasadnione ani z punktu widzenia praktycznego ani teoretycznego, gdyż analiza drgań, powstających przy strzale, wskazuje że — bez względu na kierunki gwintów w lufie i na śrubie zamkowej — ta ostatnia będzie miała dążność do odkręcania się w chwili strzału nie tylko pod ciśnieniem gazów prochowych, ale również na skutek ruchu względnego śruby, wywołanego przez reakcje, powstające między lufą a łożem,*) co powoduje konieczność zaopatrzenia zamków śrubowych w specjalne organa zabezpieczające przed samoczynnem odkręcaniem się śruby (np. zapadki).

Jeżeli trójkąt ABC (rys. 3) będzie trójkątem tworzącym, przyczem wierzchołki kątów wchodzących i wychodzących będą zaokrąglone łukami o promieniach, jak μ (rys. 3), to odcinek $\alpha\alpha'$ będzie odpowiadał tej części boku trójkąta, która tworzy powierzchnię roboczą, t. j. powierzchnię styku śruby z jej gniazdem, przekazującą temu ostatniemu ciśnienie gazów prochowych; w takim razie przekrój każdego zwoju wzdłuż płaszczyzny, przechodzącej przez oś śruby, może być upodobniony do trapezu $\alpha\alpha'\beta'\beta$; jeżeli wreszcie przyjmiemy, iż podstawa AC tegoż trójkąta równa się skokowi śruby p , to, — jak wskazuje rys. 3 — będziemy mieli

$$a = \alpha\beta = p - 2\mu \sin \gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3),$$

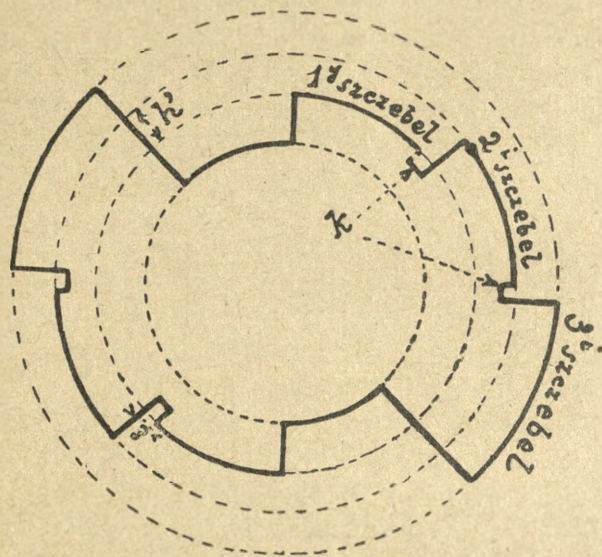
$$b = \alpha'\beta' = 2\mu \sin \gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

Gdyby trzon zamkowy był nagwintowany na całym swym obwodzie, t. j. gdyby linie śrubowe, utworzone przez poszczególne punkty trójkąta tworzącego biegły w sposób ciągły, nieprzerywany na danej długości trzona, to otwieranie i zamykanie zamka śrubowego, posiadającego n zwojów wymagałoby**) n pełnych obrotów trzona, a więc nie mogłoby być mowy o szybkim manewrowaniu zamkiem; aby uniknąć tej niedogodności, trzon zamkowy oraz gniazdo posiadają

*) Inż. gen. Jacob: „Résistance et construction des bouches à feu“ tom II str. 73—75.

**) Jeżeli gwint jest „pojedynczy”, to jest jeżeli podstawa trójkąta, tworzącego równą się skokowi linii śrubowej.

wycinki nagwintowane rozstawione i oddzielone od siebie przez wycinki gładkie, co umożliwia wsuwanie zamka do gniazda oraz następnie zazębienie gwintów trzona z gwintami gniazda przez obrócenie śruby o kąt odpowiadający rozstawieniu wycinków gwintowanych; jeżeli np. zamek śrubowy posiada 2 wycinki gładkie i 2 wycinki gwintowane, to kąt obrotu będzie wynosił 90° , jednakże konstrukcja taka zmniejsza o połowę powierzchnię roboczą, t. j. powierzchnię styku śruby i gniazda, a więc długość gwintowanej części trzona zamkowego będzie musiała być dwa razy większa, niż w teoretycznym wypadku linii śrubowej nieprzerwanej, t. j. trzona nagwintowanego na całym obwodzie; ponieważ kąt pochylenia śruby φ , jak widzieliśmy



Rys. 5.

uprzednio, jest bliski do $1^\circ 10'$, co odpowiada $\cos \varphi = 0,9998$, — więc możemy przyjąć w przybliżeniu, że taki trzon o 2 wycinkach gładkich i 2 wycinkach gwintowanych oraz o n zwojach śrubowych, posiada ogólną długość linii śrubowej równą długości $\frac{n}{2}$ zwojów kołowych nieprzerwanych.

Celem zmniejszenia długości trzona zamkowego, (a co za tem idzie ciężaru zamka) bez znacznego zmniejszenia powierzchni roboczej, stosowane są zamki systemu Welin'a, posiadające t. zw. wycinki szczęblowe (rys. 5); poszczególne szczębla mają tu jednakowe trój-

kąty tworzące, a więc jednakową wysokość h' przyczem linie śrubowe w poszczególnych szczeblach mają jednakowy skok, lecz różne kąty pochylenia φ (z powodu różnicy w promieniach szczebli); jeżeli zamek taki, jak na rys. 5 ma trzy szczeble, to kąt obrotu przy zamykaniu wzgl. otwieraniu będzie wynosił 45° ; stosunek powierzchni nagwintowanej do powierzchni całkowitej wynosi tu $\frac{3}{4}$ (nie biorąc pod uwagę powierzchni odpowiadającej rowkom k); mówiąc ogólnie, jeżeli śruba Welin'a ma N szczebli, oraz n zwojów, to kąt obrotu wyniesie

$\frac{\pi}{N+1}$, stosunek powierzchni nagwintowanej do powierzchni całkowitej będzie $\frac{N}{N+1}$, zaś w każdym szczeblu ogólna długość linii śrubowej będzie równa długości około $\frac{n}{N+1}$ zwojów nieprzerywanych ko-

łowych o promieniu odpowiadającym danemu szczeblowi*). Ażeby umożliwić wycofanie narzędzia przy obróbce śruby, koniecznem jest pozostawienie rowków k (rys. 5) idących wzdłuż tworzących pomiędzy poszczególnymi szczeblami; rowki takie mają zazwyczaj około 10 mm szerokości.

2. *Wysiłki.* — Jeżeli będziemy rozpatrywali powierzchnię śruby zamkowej, stykającą się z powierzchnią naśrubka gniazda śrubowego, to pierwsza przekazuje drugiej ciśnienie podłużne gazów prochowych, wobec czego w gwintach śruby powstają wysiłki następujące (rys. 6):

a) naprężenia tnące, dążące do odcięcia zwojów gwintu od trzona śruby; w przekroju, przechodzącym przez oś śruby (rys. 6), będzie to np. naprężenie τ , dążące do ścięcia zęba abc wzdłuż podstawy xy ;

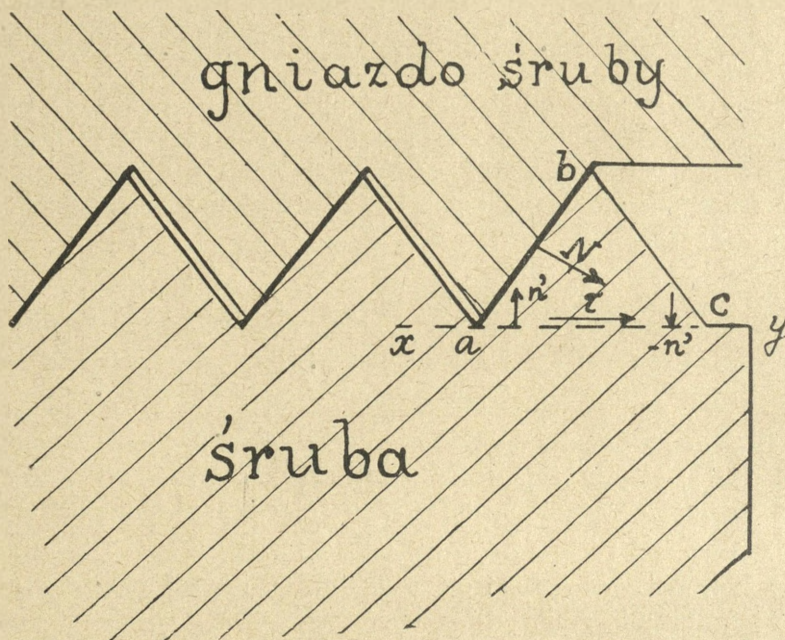
b) moment gnący, dający parę sił (naprężeń n' , — n'), która dąży do odłamania zęba w podstawie xy ;

c) naprężenie ściskające N na stykającej się z naśrubkiem powierzchni, jako skutek bezpośredniego nacisku śruby na naśrubek.

Analogiczne wysiłki powstają w zębach gwintu naśrubka gniazda zamkowego; ponieważ wszakże granica sprężystości metalu śruby jest

*) Należy wszakże uczynić pewne zastrzeżenia co do zmniejszenia długości trzona nawet przy zachowaniu niezmnieszonej powierzchni roboczej, gdyż zarówno długość śruby, jak i jej promień zwiększają masę takowej, co stanowi okoliczność dogodną z punktu widzenia wytrzymałości, gdyż zmniejsza intensywność uderzeń śruby o gniazdo zamkowe w chwili wybuchu gazów prochowych; korzyści wynikające ze zwiększenia wymiarów śruby wskazane były w § 3 Rozdziału II części II, natomiast to zwiększenie wymiarów stwarzać może trudności przy manewrowaniu zamkiem.

zazwyczaj mniejsza, niż granica sprężystości metalu lufy, odnośne obliczenia wytrzymałościowe wykonywane są zazwyczaj nie dla naśrubka, ale dla śruby. Wielkość tych wysiłków jest, rzecz prosta, zależną od najwyższego ciśnienia jednostkowego w przewodzie, oraz od powierzchni, na którą działa to ciśnienie, a więc od powierzchni przekroju w płaszczyźnie dna uszczelnienia; z tego też punktu widzenia byłoby korzystnem zmniejszenie odnośnej średnicy. Poniżej rozpatrzymy, w jaki sposób mogą być obliczane poszczególne wyżej wskazane wysiłki, oraz w jaki sposób z obliczeń tych można wyprowadzić wnioski



Rys. 6.

dotyczące wymiarów poszczególnych elementów zamka śrubowego; dla uproszczenia rozpatrzymy początkowo wypadek śruby zwykłej (t. j. bez wycinków szczeblowych), posiadającej trzon o 2 wycinkach gładkich i 2 wycinkach gwintowanych, oraz o n zwojach śrubowych, — następnie zaś wyprowadzimy wnioski, dotyczące śrub szczeblowych; wreszcie będziemy w przybliżeniu rozpatrywali poszczególne zwoje jako prostopadłe do osi, gdyż jak widzieliśmy uprzednio $\cos \varphi$ jest prawie równy 1.

3. Zastosowanie do śruby zwykłej.

a) *Wytrzymałość na wysiłki tnące* — dla śruby zwykłej o n zwojach, wymiary trzonu i gwintu której wskazane są na rys. 3, całkowita powierzchnia S_t , przeciwstawiająca się wysiłkom tnącym (nie biorąc pod uwagę zaokrągleń o promieniu μ), wynosi

$$S_t = 2\pi r_1 \frac{n}{2} a.$$

Jeżeli oznaczymy przez ρ promień dna uszczelnienia, a przez P_0 najwyższe ciśnienie w przewodzie, to całkowity najwyższy wysiłek podłużny wywołany przez gazy prochowe wyniesie $\pi \rho^2 P_0$; oznaczając przez B współczynnik bezpieczeństwa, a przez E granicę sprężystości metalu śruby, oraz przyjmując, że najwyższe dopuszczalne naprężenie tnące τ nie może przekraczać czterech piątych ($\frac{4}{5}$) najwyższego dopuszczalnego naprężenia normalnego, będziemy mieli

$$\tau \leq 0,8 BE,$$

skądinąd

$$\tau \times S_t = \pi \rho^2 P_0,$$

czyli

$$r_1 n a \tau = \rho^2 P_0$$

i

$$r_1 n a \times 0,8 BE \geq \rho^2 P_0,$$

stąd zaś możemy określić najmniejszą dopuszczalną ilość zwojów n_t ; konieczną dla należytego przeciwstawienia się wysiłkom tnącym:

$$n_t \geq \frac{P_0}{0,8 BE} \times \frac{\rho^2}{r_1 a} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

b) *Wytrzymałość na gięcie*. — Wyobraźmy sobie dwie płaszczyzny, przechodzące przez oś śruby i tworzące ze sobą kąt $d\alpha$ (rys. 7), element zwoju gwintu śruby, zawarty między temi płaszczyznami, poddany jest w chwili najwyższego ciśnienia gazów wysiłkowi podłużnemu:

$$F = \pi \rho^2 P_0 \frac{d\alpha}{2\pi} \times \frac{1}{\left(\frac{n}{2}\right)} = \rho^2 P_0 \frac{d\alpha}{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

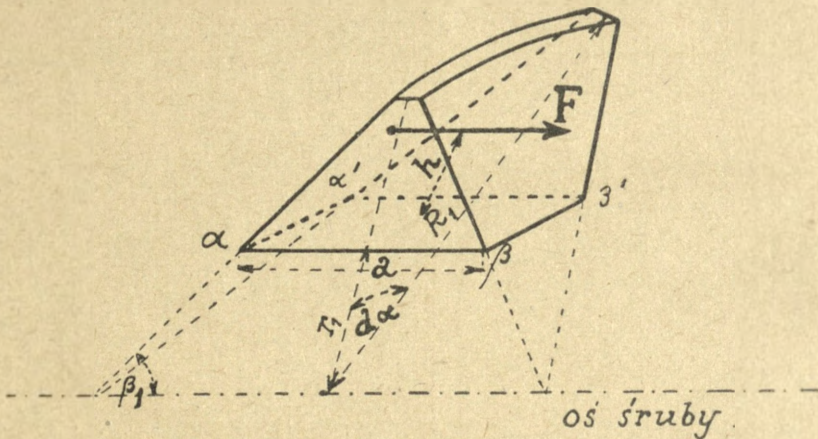
w założeniu, iż nacisk na powierzchnię roboczą śruby jest równomiernie rozłożony na całej tej powierzchni; w takim razie możemy uważać, iż wysiłek F będzie przyczepiony do środka ciężkości powierzchni roboczej rozpatrywanego elementu, którą to powierzchnię roboczą dla dostatecznie małej wartości kąta $d\alpha$ możemy asymilować do powierzchni trapezu; w tych samych warunkach (bardzo mała

wartość kąta $d\alpha$) możemy asymilować powierzchnię walcową $\alpha\alpha'\beta'\beta$, na której osadzony jest w trzonie rozpatrywany element, jako płaszczyznę; wspomniana siła F jest równoległą do osi śruby, a zatem równoległą i do $\alpha\beta$, oraz płaszczyzny $\alpha\alpha'\beta'\beta$; w takim razie (jak wskazuje rys. 7), zastosowanie wzoru, dotyczącego środka ciężkości powierzchni trapezu, pozwoli określić odległość h siły F od płaszczyzny $\alpha\alpha'\beta'\beta$, jako

$$h = \frac{R_1 - r_1}{3} \times \frac{2R_1 + r_1}{R_1 + r_1}$$

h jest to więc ramię momentu, który dąży do odłamania rozpatrywanego elementu w jego podstawie $\alpha\alpha'\beta'\beta$; wynika stąd, że odnośny moment gięcia będzie:

$$M = Fh = \rho^2 P_0 \frac{d\alpha}{n} \times \frac{R_1 - r_1}{3} \times \frac{2R_1 + r_1}{R_1 + r_1},$$



Rys. 7.

zaś największe naprężenie normalne, wywołane w przekroju $\alpha\alpha'\beta'\beta$ (dla którego wartość momentu bezwładności oraz największej odległości od linii obojętnej oznaczmy przez I i v), będzie

$$n' = \frac{M}{\left(\frac{I}{v}\right)} = \frac{M}{\left(\frac{a^2 \times r_1 d\alpha}{6}\right)} = \frac{2\rho P_0 (R_1 - r_1) (2R_1 + r_1)}{n (R_1 + r_1) r_1 a^2} \ll BE$$

stąd zaś możemy określić najmniejszą dopuszczalną ilość zwojów n_g , konieczną dla należytego przeciwstawienia się wysiłkom gnącym:

$$n_g \geq \frac{2\rho^2 P_0 (R_1 - r_1) (2R_1 + r_1)}{BE (R_1 + r_1) r_1 a^2} \dots \dots \dots (7).$$

c) *Wytrzymałość na ściskanie*. — Przy obliczaniu wysiłku ściskającego, koniecznym jest przyjmować pod uwagę efekty tarcia; jeżeli F (rys. 8) oznacza wysiłek podłużny w danym punkcie powierzchni roboczej śruby, i jeżeli oznaczymy przez f współczynnik tarcia, to dla określenia odnośnego wysiłku N prostopadłego do powierzchni, będziemy mieli, jak wskazuje rys. 8:

$$F = N \cos (90^\circ - \beta_1) + f N \cos \beta_1,$$

czyli

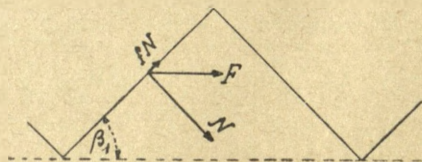
$$N = \frac{F}{\sin \beta_1 + f \cos \beta_1}$$

uwzględniając wzór (6), będziemy mieli w założeniu rys. 7:

$$N = \frac{1}{\sin \beta_1 + f \cos \beta_1} \times \rho^2 P_0 \frac{d\alpha}{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Powierzchnia robocza elementu, przedstawionego na rys. 7 (t. j. powierzchnia na którą działa siła F), wynosi

$$\sigma = \frac{(R_1 - r_1)(R_1 + r_1)}{2} \times \frac{d\alpha}{\sin \beta_1},$$



Rys. 8.

a więc napężenie ściskające jednostkowe wyniesie na powierzchni roboczej

$$n'' = \frac{N}{\sigma} = \rho^2 P_0 \frac{d\alpha}{n} \times \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_1 + f \cos \beta_1} \times \frac{2}{(R_1^2 - r_1^2) d\alpha} \leq BE$$

stąd zaś możemy określić najmniejszą dopuszczalną ilość zwojów n_s , konieczną dla należytego przeciwstawienia się wysiłkom ściskającym

$$n_s \geq \frac{2 \rho^2 P_0}{BE (R_1^2 - r_1^2) (1 + f \cotg \beta_1)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

gdzie dla f można przyjąć wartość 0,2.

Wzory (5), (7) i (9) dają każdy najmniejszą dopuszczalną ilość zwojów, która konieczna jest z punktu widzenia danego rodzaju wy-

siłku; na zasadzie porównania obliczonych w ten sposób wartości n_t , n_g i n_s , wybieramy największą z nich i przyjmujemy ją definitywnie, jako ilość zwojów konieczną dla obliczanej śruby. Ponieważ dla kąta β_1 bliskiego do 45° stosunek $\frac{R_1 - r_1}{a}$ ma wartość bliską do jedności będziemy mieli w większości wypadków*).

$$n_g > n_t > n_s$$

4. *Zastosowanie do śruby szczeblowej.* — Powyższe obliczenia dają się z łatwością zastosować do śruby szczeblowej, o ile weźmiemy pod uwagę to, co było powiedziane w końcu p. 1 odnośnie rys. 5; w takim razie przy obliczaniu poszczególnych wysiłków i odpowiadającej im ilości zwojów należy przyjąć pod uwagę, że wartość a dla poszczególnych szczebli pozostaje stałą, natomiast wartości R_1 i r_1 zmieniają się, gdy przechodzimy od jednego szczebla do następnego; powtarzając rozważania wskazane w p. 3 w stosunku do poszczególnych szczebli i nie biorąc pod uwagę rowków k (rys. 5), otrzymamy dla śruby o N szczeblach:

a) zamiast wzoru (5)

$$n_t \geq \frac{P_0}{0,8 BE} \times \frac{\rho^2}{a(\Sigma r_1)} \times \frac{N+1}{2} \quad \dots \dots (5'),$$

gdzie Σr_1 oznacza sumę N wartości r_1 , odpowiadających każdemu z N szczebli;

b) zamiast wzoru (7) wzór

$$n_g \geq \frac{2 \rho^2 P_0 (R_1 - r_1) (2 R_1 + r_1)}{BE (R_1 + r_1) r_1 a^2} \times \frac{N+1}{2N} \quad \dots \dots (7').$$

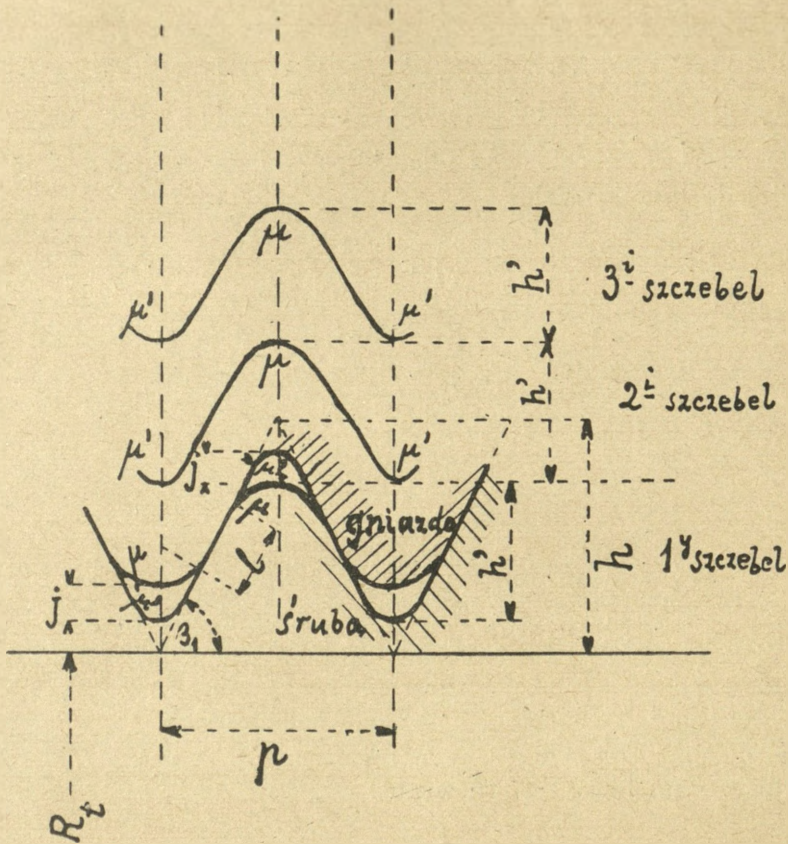
Z którego, przyjmując dla R_1 i r_1 wartości, odpowiadające poszczególnym szczeblom, — otrzymamy największą wartość n_g , którą musimy wziąć pod uwagę dla porównania z n_t i n_s ; będzie to wartość odpowiadająca najmniejszemu r_1 . Jak widać z postaci wzorów (5') i (7') odnośne wartości dla śruby szczeblowej będą o wiele niższe, niż dla śruby zwykłej.

c) w tem, co dotyczy wytrzymałości na ściskanie, to odnośna ilość zwojów staje się zazwyczaj miarodajną dla śruby szczeblowej; w obliczeniu tem przyjmuje się pod uwagę rowki k , przyczem obliczenie upraszcza się przez wprowadzenie pojęcia całkowitej powierz-

*) Ing. Pivetaud w „Cours de mécanismes de culasse” zaznacza, że dla bardzo dużych kalibrów może się zdarzyć $n_s > n_g$.

chni roboczej gwintów, którą w przybliżeniu przyjmuje się, jako równą iloczynowi z długości roboczej l boku trójkąta tworzącego przez długość średniej linii śrubowej, uwzględniając, że $\cos \varphi$ jest prawie równy 1; jeżeli oznaczmy przez R promień obwodu koła równego rozwinięciu średniej linii śrubowej w płaszczyźnie prostopadłej do osi śruby, i przez n ilość zwojów, to całkowita powierzchnia robocza gwintów wyniesie.

$$\Sigma = 2\pi R l n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10).$$



Rys. 9.

Jeżeli oznaczmy przez w ilość wycinków, a przez N ilość szczebli (rys. 5), to łuk, odpowiadający, każdemu wycinkowi w płaszczyźnie prostopadłej do osi, wyniesie $\frac{2\pi}{w}$ i w każdym szczeblu będziemy mieli $\frac{w}{N+1}$ wycinków nagwintowanych; jeżeli wreszcie oznaczmy przez

R_t promień trzona śruby i przyjmijmy dla oznaczeń poszczególnych długości symbole wskazane na rys. 9, — to, biorąc pod uwagę rowki k , z których każdy posiada szerokość ε , otrzymamy długość rozwiniętą średniej linii śrubowej w poszczególnych szczeblach:

$$1\text{-y szczebel:} \quad \frac{2\pi}{N+1} \left(R_t + \frac{h}{2} \right) - \varepsilon \frac{w}{N+1}$$

$$2\text{-i szczebel} \quad \frac{2\pi}{N+1} \left(R_t + \frac{h}{2} + h' \right) - \varepsilon \frac{w}{N+1}$$

.....

$$N\text{-y szczebel} \quad \frac{2\pi}{N+1} \left[R_t + \frac{h}{2} + (N-1)h' \right]$$

Wynika stąd, iż całkowita długość rozwinięta w płaszczyźnie prostopadłej do osi, wyniesie:

$$2\pi R = \frac{2\pi N}{N+1} \left(R_t + \frac{h}{2} \right) + \frac{\pi N(N-1)}{N+1} h' - w\varepsilon \frac{N-1}{N+1}$$

stąd zaś*)

$$R = \frac{N}{N+1} \left(R_t + \frac{h}{2} + \frac{N-1}{2} h' \right) - \frac{w\varepsilon}{2\pi} \frac{N-1}{N+1} \quad (11)$$

skądinąd rys. 9 wskazuje, że

$$l = \frac{p}{2} \sec \beta_1 - 2\mu \operatorname{tg} \beta_1 \quad (12)$$

$$h' = h - (\mu + \mu') (\sec \beta_1 - 1) \quad (13)$$

(promienie zaokrąglenia kątów μ i μ' — rys. 9 — winny być dobrane w ten sposób, aby między zaokrągleniami wierzchołkami śruby, a zaokrągleniami wierzchołkami gniazda znajdował się luz j wynoszący około 2% skoku śruby, a to celem uniknięcia zacinań się).

Widzieliśmy uprzednio (wzór 8), iż nacisk normalny N na powierzchnię σ elementu gwintu wynosi

$$N = \frac{1}{\sin \beta_1 + f \cos \beta_1} \times \rho^2 P_0 \frac{d\alpha}{n},$$

skąd wynika ciśnienie jednostkowe

$$n'' = \frac{N}{\sigma} = \frac{\rho^2 P_0 \frac{d\alpha}{n}}{(\sin \beta_1 + f \cos \beta_1) \sigma} \quad (14)$$

*) dla śruby zwykłej mamy $\varepsilon = 0$; $N = 1$, a więc $R = \frac{1}{2} \left(R_t + \frac{h}{2} \right)$.

ponieważ całkowita ilość elementów, z których każdy posiada powierzchnię σ , wynosi

$$n \frac{\pi}{d\alpha}$$

a więc całkowita powierzchnia robocza Σ wyniesie

$$\Sigma = n \frac{\pi}{d\alpha} \sigma,$$

czyli

$$\sigma = \frac{\Sigma d\alpha}{\pi n}$$

podstawiając tę wartość σ do wzoru (14), i biorąc pod uwagę wzór (10), otrzymamy

$$\begin{aligned} n'' &= \frac{\rho^2 P_0 \frac{d\alpha}{n}}{(\sin \beta_1 + f \cos \beta_1) \times \frac{\Sigma d\alpha}{\pi n}} = \frac{\pi \rho^2 P_0}{(\sin \beta_1 + f \cos \beta_1) \times 2\pi R l n} = \\ &= \frac{\rho^2 P_0}{(\sin \beta_1 + f \cos \beta_1) 2 R l n}; \end{aligned}$$

to naprężenie ściskające n'' nie może przekraczać naprężenia bezpiecznego BE , więc:

$$\frac{\rho^2 P_0}{(\sin \beta_1 + f \cos \beta_1) 2 R l n} \leq BE$$

stąd zaś możemy określić dla śruby szczeblowej najmniejszą dopuszczalną ilość zwojów n_s , konieczną dla należytego przeciwstawienia się wysiłkom ściskającym

$$n_s \geq \frac{\rho^2 P_0}{BE (\sin \beta_1 + f \cos \beta_1) 2 R l} \quad \dots \dots \dots (9'),$$

w którym to wzorze należy zamienić R i l przez ich wartości, określone przez wzory (11) i (12).

5. *Dane i wskazówki praktyczne.* — Przez porównanie z istniejącymi analogicznymi konstrukcjami ustala się przede wszystkim promień trzona R , biorąc pod uwagę, że zwiększenie promienia R zwiększa powierzchnię roboczą (która jest proporcjonalna do R), — jest więc korzystne z punktu widzenia wytrzymałości śruby, — lecz zwiększa również, i to w stopniu o wiele większym, ciężar zamka (proporcjonalnie do R^2), co utrudnia znacznie działanie zamka (szybkie otwieranie i zamykanie)

Dla kątów przyjmuje się zazwyczaj wartości następujące:

$$\varphi = 1^{\circ} 10', \quad \beta_1 = 45^{\circ}.$$

Określone w ten sposób wartości pozwalają obliczyć elementy trójkąta tworzącego, a mianowicie podstawę, równą skokowi

$$p = 2\pi R \operatorname{tg} \varphi = 0,125 R \quad \text{dla } \varphi = 1^{\circ} 10'$$

oraz wysokość

$$h = \frac{p}{2} \operatorname{tg} \beta_1 = \frac{p}{2} \quad \text{dla } \beta_1 = 45^{\circ}.$$

Promienie zaokrągleń μ i μ' ustala się zazwyczaj na zasadzie wzorów

$$\mu = \frac{p}{12}$$

$$\mu' = \frac{\mu}{2}$$

skąd wynika wartość luzu u wierzchołka

$$j = (\mu - \mu') (\sec \beta_1 - 1)$$

co dla $\beta_1 = 45^{\circ}$ i $\mu = \frac{p}{12}$ wyniesie około 2% p .

Wreszcie przyjmuje się szerokość rowka

$$\varepsilon = 10 \text{ mm}$$

oraz wartość współczynnika tarcia

$$f = 0,2$$

Dla współczynnika bezpieczeństwa B wskazane byłoby przyjmować te same wartości co w wytrzymałości podłużnej $\left(< \frac{1}{4}\right)$, jednakowoż

inż. gen. Jacob*) podaje dla obliczenia ilości zwojów z punktu widzenia wytrzymałości wartość o wiele większą (35 kg : mm² dla metalu o granicy wytrzymałości $E = 45 \text{ kg : mm}^2$, czyli $\frac{7}{9}$). Po określeniu w sposób podany w p.p. 3 i 4 najmniejszej dopuszczalnej ilości n zwojów, odnośną liczbę zaokrągla się do jedności w górę (np. przyjmuje się $n = 12$, jeżeli obliczenie daje $n = 11,7$); poczem zwiększa się o jedynkę, licząc się z tem, że ostatni zwoj nie przyjmuje udziału w wytrzymałości śruby; w ten sposób długość gwintowana trzona wyniesie

$$L = (n + 1)p$$

*) Ing. gén. Jacob: „Résistance et construction des bouches à feu” tom II str. 68.

Wreszcie określa się z rysunku, wzgl. z porównania analogicznymi konstrukcjami, części gładkie trzona, potrzebne bądź dla umieszczenia poszczególnych części mechanizmu, bądź wskazane ze względu na wytrzymałość podłużną lufy*).

6. *Uwagi ogólne, dotyczące zamka śrubowego.* — W obliczeniach ilości zwojów gwintu śruby wychodziliśmy z założenia, iż ciśnienie jest równomiernie rozłożone na całej powierzchni roboczej wszystkich gwintów; dla możliwego urzeczywistnienia tej hipotezy koniecznem jest przede wszystkim, aby kształty powierzchni gwintu śruby i gwintu naśrubka gniazda zamkowego były wzajemnie dopasowane możliwie najdokładniej zarówno z punktu widzenia skoku, jak i profilu gwintu; nacisk przekazywany winien być zasadniczo przez część środkową boku roboczego trójkąta tworzącego, gdyż w razie wytworzenia większego nacisku bliżej wierzchołka mogłyby powstać na skutek mniejszej grubości w odnośnych miejscach — zbiecia powierzchni i odkształcenia, powodujące trudności działania zamka; wynika z powyższego, iż nagwintowanie śruby i gniazda stanowi operację trudną, wymagającą bardzo dużej dokładności.

Hipoteza, o której mowa powyżej, przyjmuje również, iż wszystkie gwinty są obciążone jednakowo; w rzeczywistości jednak sprawa ma się inaczej. W chwili zapalenia się gazów prochowych śruba zamkowa zostaje przez ciśnienie gazów tych odrzuconą ku tyłowi, — jednakże z powodu swej bezwładności nie poddaje się ona bezwzględnie temu ruchowi i jej część przednia otrzymuje pewne ściśnięcie sprężyste tak, iż nacisk śruby na gniazdo nie skutecznia się od razu na całej powierzchni roboczej, lecz tylko na powierzchni styku gwintów najbardziej wysuniętych ku przodowi; specjalnie zaś pierwszy zwoj (t. j. ten, który znajduje się najbliżej komory nabojoyej), jest w położeniu najbardziej niekorzystnem, gdyż sam jeden wytrzymuje on w ciągu okresu czasu mniej lub więcej długiego, zależnie od stopnia progresywności prochu, całkowity wysiłek, przekazywany zamkowi przez gazy; jeżeli przytem w pewnym punkcie tego zwoju wytrzymałość metalu zostanie przekroczona, to w punkcie tym powstanie zaczątek szczeliny, która przy dalszych strzałach zacznie rozpowszechniać się i doprowadzi do pęknięcia gniazda wzdłuż linii śrubowej w głębi pierwszego zwoju gwintu, jak o tem już była mowa w Rozdziale II części II-ej**).

*) patrz str. 197.

**) patrz str. 199.

Dla uniknięcia powyższego dawniej dawano — wzdłuż całego gwintu między śrubą, a gniazdem zamkowym — luz zmienny zwiększający się od tyłu ku przodowi tak, iż największy luz w pierwszym zwoju wynosił dla większych kalibrów około 0,4 mm; w ten sposób w chwili strzału zetknięcie się śruby z gniazdem miało początkowo miejsce na zwoju ostatnim tylnym (t. j. najdalszym od komory nabo-jowej), — następnie zaś pod działaniem odkształceń sprężystych uzyskiwały stopniowo zetknięcie inne zwoje w kolejności od tyłu ku przodowi; jednakowoż przy takim rozwiązaniu kwestji najłżejsze zbitcia powierzchni gwintów unicestwiałały te z trudem wykonane luzy postępowe, ponowne urzeczywistnienie których było nadzwyczaj trudne. To też od r. 1898 we francuskiej artylerji morskiej zmieniono powyższy rozkład luzów, polecając nadawać luz zmienny i postępowy od tyłu ku przodowi tylko czterem pierwszym zwojom, tak aby takowe uzyskiwały zetknięcie z gniazdem dopiero wówczas, gdy pozostałe zwoje śruby zetkną się już z odnośnemi zwojami gniazda; w ten sposób w chwili najwyższego ciśnienia gazów prochowych obciążone są wszystkie zwoje, gdyż ściśnięcie sprężyste ostatnich zwojów kompensuje mniej więcej luzy pozostawione na tylnej powierzchni pierwszych; wynika z powyższego, iż w chwili najwyższego ciśnienia istnieje na przedniej powierzchni każdego zwoju gwintu śruby luz zmienny, równający się — dla wszystkich zwojów za wyjątkiem czterech pierwszych — ich własnemu ściśnięciu sprężystemu (nie biorąc pod uwagę luzu potrzebnego dla montażu), zaś dla czterech pierwszych zwojów — całkowitej wartości tego ściśnięcia, powiększonej o wartość luzu pozostawionego na tylnej ich powierzchni; zwoje tylne otrzymują więc największe odkształcenia sprężyste, zaś szanse pęknięć w głębi pierwszego zwoju naśrubka zamkowego są znacznie zmniejszone, jakkolwiek wszystkie zwoje naśrubka przyjmują równocześnie udział w wytrzymałości całości lufy.

W każdym bądź razie w praktyce obciążenie wszystkich zwojów nie jest w chwili strzału równomierne, co było niejednokrotnie stwierdzone przy próbnem strzelaniu; niektóre części powierzchni roboczej poddane są częstokroć wysiłkom bardzo znacznym, powodującym przekroczenie granicy sprężystości metalu, naskutek czego powstają nieznaczne odkształcenia trwałe, wymagające poprawek; lecz właśnie na skutek tych odkształceń nacisk zostaje ujednolajniony, gdyż w ten sposób rozprzestrzenia się on coraz bardziej na całą powierzchnię wszystkich zwojów; wspomniane odkształcenia trwałe przestają powstawać wówczas, gdy uzyska się definitywnie regularne i równomierne stykanie się całkowitych odnośnych powierzchni, pod warunkiem rzecz

prosta, aby wówczas metal śruby nie był obciążony powyżej swej granicy sprężystości.

§ 4. Wnioski.

Powyższe rozważania, dotyczące zamków klinowych i śrubowych, wskazują, że z punktu widzenia wytrzymałości swej zamki klinowe są o wiele prostsze pod względem teoretycznym i zdają się wzbudzać pod tym względem większe zaufanie, niż śrubowe, tembardziej że samo praktyczne wykonanie, urzeczywistniające hipotezy przyjęte za podstawę odnośnych obliczeń, jest w wypadku klina o wiele łatwiejsze i mniej problematyczne, niż w wypadku śruby. Jednakowoż взгляд ten sam przez się nie może być uważany za decydujący, gdyż pozostałe (poza kwestją wytrzymałościową) względy, a zwłaszcza łatwość działania i utrzymania zamka, mogą w różnych wypadkach przemawiać na korzyść tego lub innego systemu, rozpatrzenie których to względów nie wchodzi jednak w zakres niniejszego załącznika.

ZAŁĄCZNIK 4.

Uzasadnienie zastosowania wzorów równowagi statycznej przy obliczaniu wytrzymałości luf.

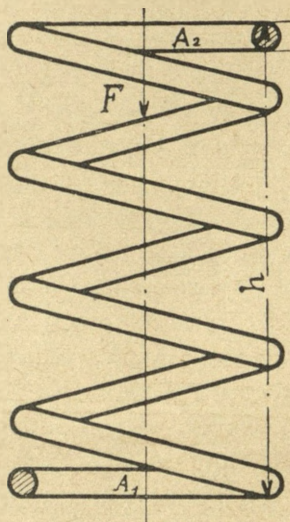
We wszystkich uprzednio wyłożonych teoriach, dotyczących zarówno poprzecznej jak i podłużnej wytrzymałości luf działowych, wychodziliśmy z założenia, że 1^o w każdej chwili w przestrzeni zajmowanej przez gazy prochowe, ciśnienie jest jednostajne, czyli, że gazy są równomiernie podzielone w przestrzeni pomiędzy zamkiem, a ruchomym dnem pocisku; 2^o siły rozpatrywane działają statycznie, wobec czego opieraliśmy się na wzorach wyprowadzonych z równań równowagi statycznej dla rur, zrobionych z materiału jednolitego i równozwrotnego.

Powyższe hipotezy nie są jednak ściśle urzeczywistnione jeżeli idzie o lufę działową, poddaną ciśnieniu gazów, wydzielających się przy spalaniu prochu; nie mówiąc już o tem, że metal z którego zrobiona jest lufa, nie jest idealnie jednolitym i równozwrotnym, — hipoteza jednostajnego ciśnienia również nie odpowiada ściśle rzeczywistości, gdyż w rzeczy samej, jak było zaznaczone we wstępie do części II — ciśnienie w przestrzeni pomiędzy zamkiem a dnem pocisku ma wartość zmienną, prawo rozwoju której nie jest dokładnie znane; jednakowoż, biorąc pod uwagę, iż w części przewodu, będącej w zetknięciu z gazami, doświadczenie wykazuje dla danego położenia pocisku bardzo słabe zmiany ciśnienia w poszczególnych punktach, — i przyjmując, dla ciśnienia wewnętrznego w każdym wypadku jego wartość najwyższą, odpowiadającą ciśnieniu na zamek względnie na dno łuski, którą to wartość dają crushery denne, — widzimy, że stawiamy w ten sposób w warunkach mniej korzystnych z punktu widzenia wytrzymałości lufy, niż te, które mają miejsce w rzeczywistości.

Najważniejszy wszakże na pierwszy rzut oka zarzut, który można by postawić elementarnej teorii wytrzymałości luf, dotyczy założeń,

dotyczących rodzaju równowagi, branej za podstawę przy wyprowadzeniu odnośnych wzorów; w rzeczy samej równowaga rury pod działaniem stałych sił ciśnienia wewnętrznego oraz stałych wysiłków jednostkowych podłużnych jest zjawiskiem nie do urzeczywistnienia w lufie działowej; tylko w takim razie zjawisko to moglibyśmy z pewnem prawdopodobieństwem uważać za urzeczywistnione, gdyby ciśnienie wzrastało bardzo powoli od zera do najwyższego ciśnienia P_0 .

Postarajmy się przedewszystkiem uzmysłwić na najprostszym przykładzie różnicę między zjawiskami, zachodzącymi w razie powolnego wzrostu sił, przyczepionych do danego systemu, a zjawiskami w wypadku raptownego rozwoju tychże sił. Weźmy sprężynę cylindryczną zwojową (śrubową) $A_1 A_2$ (rys. 1) o wysokości h , opartą



Rys. 1.

jednym swym końcem A_1 na płaszczyźnie nieodkształcalnej; przypuśćmy, iż przyczepiamy do jej drugiego wolnego końca A_2 siłę F wzrastającą stopniowo i bardzo powoli, tak, iż nie jest ona w stanie nadać żadnej szybkości końcowi A_2 ; w takim razie siła F w każdej chwili będzie równoważyła opór sprężyny, — i jeżeli przypuścimy, iż zgniot sprężyny jest proporcjonalny do odnośnego wysiłku, będziemy mieli w każdej chwili

$$F = K^2 (h - x)$$

gdzie K^2 jest wartością stałą dla danej sprężyny, zaś $(h - x)$ oznacza zgniot sprężyny pod działaniem siły F ; równanie to pozostaje

w mocy pomimo ruchu, zachodzącego przy zgnioście, a to dlatego, że siły bezwładności są w danym wypadku znikomo małe; gdy siła F osiągnie swą wartość najwyższą F_0 , sprężyna otrzyma najwyższą wartość zgniotu tak, iż

$$F_0 = K^2 (h - x_0)$$

w takim razie mówimy, iż sprężyna, która — rzecz można — podąża stale za siłą F , działa w sposób statyczny.

Przypuśćmy natomiast, iż do końca A_2 sprężyny przyczepimy odrazu raptownie siłę F_0 ; teoria wskazuje i doświadczenie potwierdza, iż sprężyna otrzyma zgniot równy $2(h - x_0)$, poczem rozpręża się i powraca do swej długości pierwotnej, następnie znów spręża się i t. d., kontynuując w ten sposób swe wahania dookoła położenia, odpowiadającego zgniotowi $(h - x)$; w tym ostatnim wypadku mówimy, że sprężyna działa w sposób dynamiczny. Widzimy z powyższego, iż najwyższe odkształcenie dynamiczne jest dwukrotnie większe od odpowiedniego odkształcenia statycznego.

Podobnie rzecz ma się i w lufie działowej; gdyby przejście lufy od stanu równowagi, odpowiadającego stanowi spoczynku, do stanu równowagi, odpowiadającego najwyższemu ciśnieniu P_0 , odbywało się przez dość długi przeciąg czasu, to lufa doznawałaby odkształceń, odpowiadających działaniu statycznemu i mielibyśmy wówczas zupełne prawo stosować w teorii wytrzymałości luf wzory, wyprowadzone z równań równowagi statycznej; tymczasem w rzeczywistości ciśnienie w lufie rozwija się raptownie i z nadzwyczaj dużą szybkością, tak, iż siły sprężyste są bardzo szybko wzrastającymi funkcjami czasu; wynika z tego, iż działanie lufy należy zaliczyć do rzędu działań dynamicznych; w lufie będą powstawały drgania i nic nie pozwala twierdzić a priori, iż wynikające stąd odkształcenia będą równe odkształceniom równowagi statycznej, które braliśmy pod uwagę w częściach I i II niniejszej pracy; koniecznem więc jest bliższe zbadanie sprawy drgań sprężystych, powstających w lufie.

Sprawa drgań sprężystych, spowodowanych przez szybki wzrost ciśnienia, była zbadana analitycznie przez p. p. pułkownika francuskiej artylerji morskiej F. Gossot i inżyniera prochów R. Liouville*); kompletne wyłożenie zastosowanej przez nich metody znacznie przekracza ramy niniejszego załącznika, jednakowoż będzie rzeczą wysoce interesującą zdać sobie sprawę z punktów wyjściowych odnośnej teorii i z wniosków, do których takowa prowadzi.

*) *Mémoires de l'Artillerie de la Marine* — 3 zeszyt 1897 str. 281 — 372.

Dla zbadania odkształceń, powstających przy omawianych drganiach, koniecznem było przedewszystkiem określić, w jaki sposób zmienia się ciśnienie w lufie w funkcji czasu; wyżej wymienieni autorowie wychodzą z potwierdzonego przez dane doświadczalne założenia, iż ciśnienie P_0 rozwinięte przez gazy prochowe w danym punkcie przewodu, może być z dostateczną ścisłością wyrażone w funkcji czasu t wzorem

$$P_0 = A(1 - \cos \alpha t) \dots \dots \dots (1)$$

gdzie A i α są wielkościami stałemi, a mianowicie: A oznacza połowę najwyższego ciśnienia, zaś α jest współczynnikiem, charakteryzującym progresywność użytego prochu; aby zrozumieć znaczenie fizyczne tego współczynnika, wystarczy zauważyć, iż pochodna $\frac{dP_0}{dt}$ osiąga swe maximum dla $\alpha t = n \frac{\pi}{2}$ i że ta najwyższa wartość pochodnej $\frac{dP_0}{dt}$ wynosi $A\alpha$.

Ponieważ w rozpatrywanym wypadku na skutek drgań cząsteczki rury są w ruchu, musimy więc na zasadzie twierdzenia d'Alembert'a w równania równowagi, jak (1', 2', 3'), (10''), (16') i (17'') Rozdziału I części I — wprowadzić siły bezwładności; w takim razie równania (17'') przyjmą postać:

$$\left. \begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \Theta}{\partial R} - \mu \frac{\partial \Psi}{\partial z} &= \delta \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \dots \dots \dots (2) \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \Theta}{\partial z} + \mu \left[\frac{\partial \Psi}{\partial R} + \frac{\Psi}{R} \right] &= \delta \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \dots \dots \dots (3) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{gdzie } \delta \text{ oznacza gę-} \\ \text{stość materiału lufy} \\ \text{(stali)} \end{array}$$

zamieniając Θ i Ψ przez ich wzory, różniczkując równanie (2) w stosunku do z , zaś równanie (3) w stosunku do R , dochodzimy do wniosku, iż funkcja Ψ czyni zadość równaniu

$$\mu \left[\frac{\partial^2 \Psi}{\partial R^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} - \frac{\Psi}{R^2} \right] - \delta \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0 \dots \dots (4)$$

Na początku ruchu t. j. dla $t = 0$, mamy

$$\Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial R} = \frac{\partial \Psi}{\partial z} = \frac{\partial \Psi}{\partial t} = 0$$

w takim razie Ψ jest stale równe zeru; w ten sposób dwumian $UdR + Wdz$ staje się ścisłą różniczką całkowitą funkcji φ

$$d\varphi = UdR + Wdz;$$



żej błędów pochodzących z interpolacji, wobec czego te przesunięcia mogą być odrzucone w obliczeniach;

2^o przesunięcia ogólnego równego przesunięciu, wynikającemu z wzorów równowagi statycznej, pod działaniem siły ciśnienia równej połowie najwyższego ciśnienia, rozwiniętego w rzeczywistości;

3^o przesunięcia okresowego (harmonicznego) o okresie równym podwójnej wartości czasu, koniecznego dla wytworzenia najwyższego ciśnienia; to przesunięcie okresowe (harmoniczne) stanowi drganie sprężyste, w którym największe wychylenie jest mniej więcej równe wartości przesunięcia równowagi, o którym mowa pod 2^o.

Z powyższego wynika, iż w lufie działowej, znajdującej się w warunkach normalnych ostrego strzelania (t. j. gdy współczynnik $S_0 \approx 0,01$), — przesunięcie promieniowe w chwili, gdy osiąga ono swą najwyższą wartość, staje się z dostateczną dla praktyki ścisłością — równem przesunięciu, które zapewniłoby równowagę statyczną pod działaniem stałego ciśnienia, o wartości równej najwyższemu ciśnieniu P_0 ; innymi słowy w normalnych warunkach strzelania działo stanowi system sprężysty, którego działanie może być prawie z zupełną ścisłością uważane za statyczne w tem, co dotyczy przesunięć promieniowych i wynikających stąd odkształceń.

Zaznaczyć należy, iż powyższe wnioski nie odpowiadają rzeczywistości jeżeli idzie o ciśnienia kruszące, które powstają przy wytwarzaniu ciśnień falujących, co odpowiada wartości $S_0 \approx 0,3$; jednakowoż w tym wypadku tylko niektóre drobne części przewodu poddane są nadciśnieniom i nie wydaje się, aby mogły one mieć rzeczywiście niebezpieczny charakter w tem, co dotyczy odkształceń poprzecznych.

b) *Odształcenie podłużne* (odpowiadające przesunięciom W). — Przy badaniu odkształceń podłużnych autorowie rozgraniczają zjawiska, zachodzące po stronie zamkowej lufy, od zjawisk, zachodzących po stronie wylotowej, gdyż wysiłek podłużny po stronie zamka F_0 nie jest równy wysiłkowi podłużnemu F_1 przy wylocie; można uważać, iż ruch okresowy cząsteczek w kierunku podłużnym składa się z szeregu drgań, które rozpowszechniają się od obu końców lufy ku środkowi, następnie zaś od środka ku obu końcom, gdzie zachodzi odbicie fal; pomiędzy temi drganiami należy wybrać i rozpatrzyć specjalnie te, które powstają w chwili najwyższego ciśnienia; w wypadku, odpowiadającym normalnym warunkom strzelania ($S_0 \approx 0,01$) oraz przy długości lufy $L \approx 80 R_0$, obliczenie wskazuje, że najwyższe odkształcenie w kierunku podłużnym powstaje około zamka i że wartość jego prawie nie różni się od wartości tego odkształcenia, które pozwoliłoby

urzeczywistnić w kierunku podłużnym równowagę statyczną pod łącznym działaniem stałego ciśnienia P_0 , równego najwyższemu ciśnieniu rozwiniętemu w przewodzie, oraz stałej siły ciągnącej F_0 , równej rzeczywistemu wysiłkowi ciągnącemu, spowodowanemu przez działanie gazów na zamek.

Reasumując powiedziane pod a) i b), widzimy, że zarówno pod względem przesunięć i odkształceń podłużnych jak też i przesunięć oraz odkształceń poprzecznych, lufa *stanowi system sprężysty przeciwstawiający się w sposób statyczny wysiłkom, spowodowanym przez działanie gazów, powstających przy spalaniu ładunku prochowego* (ściślej mówiąc, różnice pomiędzy rzeczywistym działaniem lufy, a działaniem statycznym są pod względem liczbowym znikomo małe).

Powyższe wyniki mają duże znaczenie z punktu widzenia uzasadnienia hipotez, przyjętych przy wyprowadzaniu wzorów z teorii wytrzymałości luf działowych, oraz ustalenia wartości współczynnika bezpieczeństwa, który należy stosować przy odnośnych obliczeniach; wyniki te wszakże wymagały potwierdzenia doświadczalnego, tembardziej, iż obliczeniom p. p. Gossot i Liouville stawiane były zarzuty, iż nie brali oni pod uwagę wpływu szybkości przesunięć cząsteczkowych na same odkształcenia; tymczasem analogicznie do tego, co było powiedziane w § 8 Rozdziału II części I, — doświadczenia, dokonane nad odkształceniami metali przy próbach na uderzenie, wykazują istnienie pewnej siły opóźniającej wzrastającej wraz z szybkością; na zasadzie tych doświadczeń przypuszczać można, iż wspomniana siła opóźniająca nie jest ściśle proporcjonalna do pierwszej potęgi szybkości, tak, iż na skutek niej powstają zmiany w okresach drgań, które zaistniałyby w tym wypadku, gdyby siła ta była równą zeru; jednakowoż skutek działania tych sił wyrażać się musi w dążeniu do zmiany odkształceń w sensie zmniejszenia takowych, tak, iż na skutek tych sił opóźniających działanie lufy *a fortiori* winno być uważane raczej za statyczne, niż za dynamiczne.

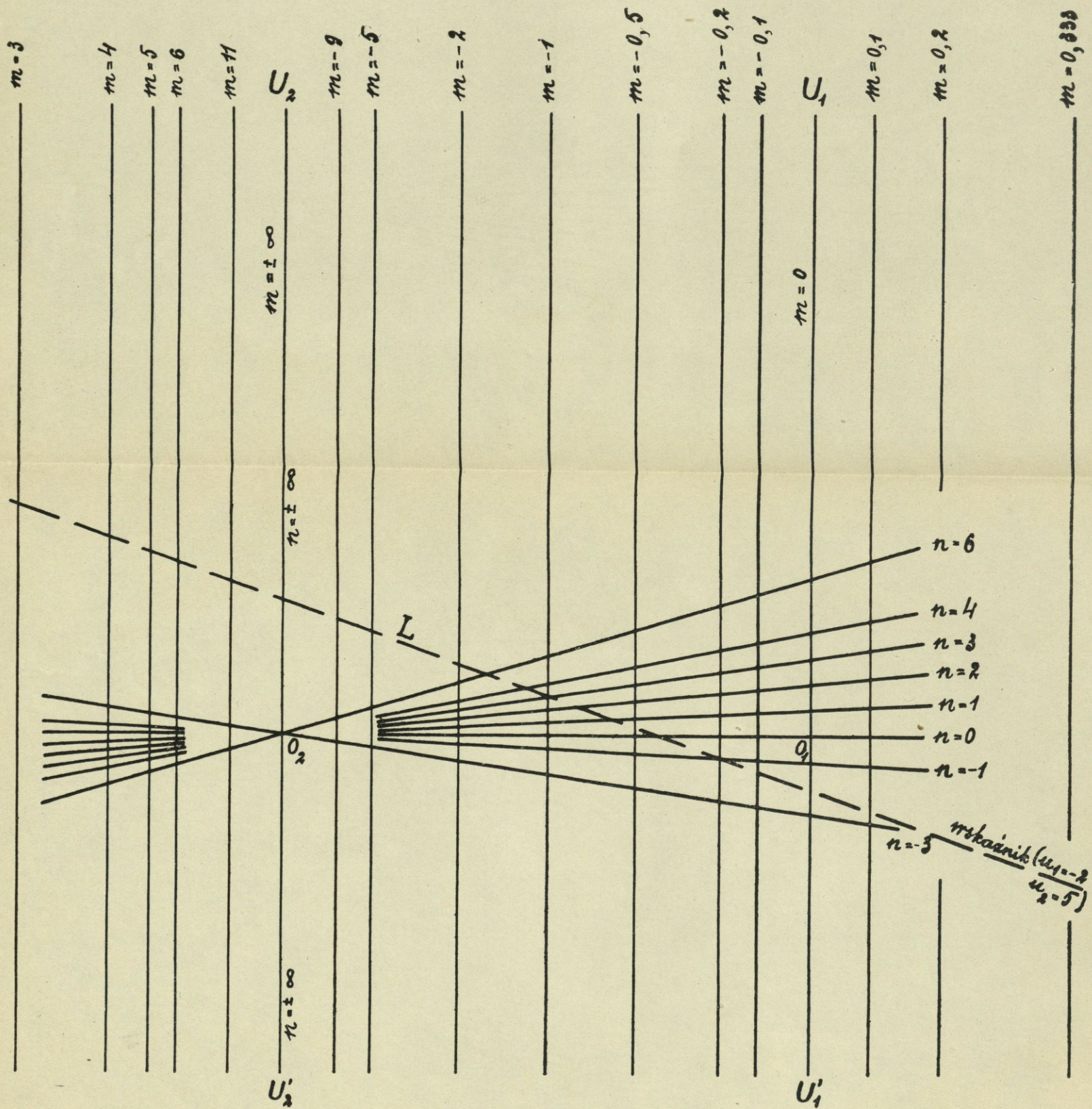
Wnioski p. p. Gossot i Liouville były poddane doświadczalnemu sprawdzeniu w Centralnem Laboratorjum Marynarki francuskiej zapomocą cylindrycznej (walcowej) bomby; zwiększenia średnicy tej bomby mierzone były przy pomocy metalowej wstęgi, nawiniętej na bombę, oraz amplifikatora przesunięć tej wstęgi; w bombie, o której mowa, rozwijano ciśnienia dochodzące do 3000 atm., przyczem wyniki doświadczeń były następujące:

1^o sprężyste odkształcenia średnicy, mierzone w środkowej części bomby, są zgodne z odkształceniami, obliczonymi na zasadzie wzorów Lamé'go;

2^o odkształcenia bomby winny być uważane za powstające w sposób statyczny nawet przy użyciu prochu najmniej progresywnego przy największych, będących w użyciu, gęstościach ładowania.

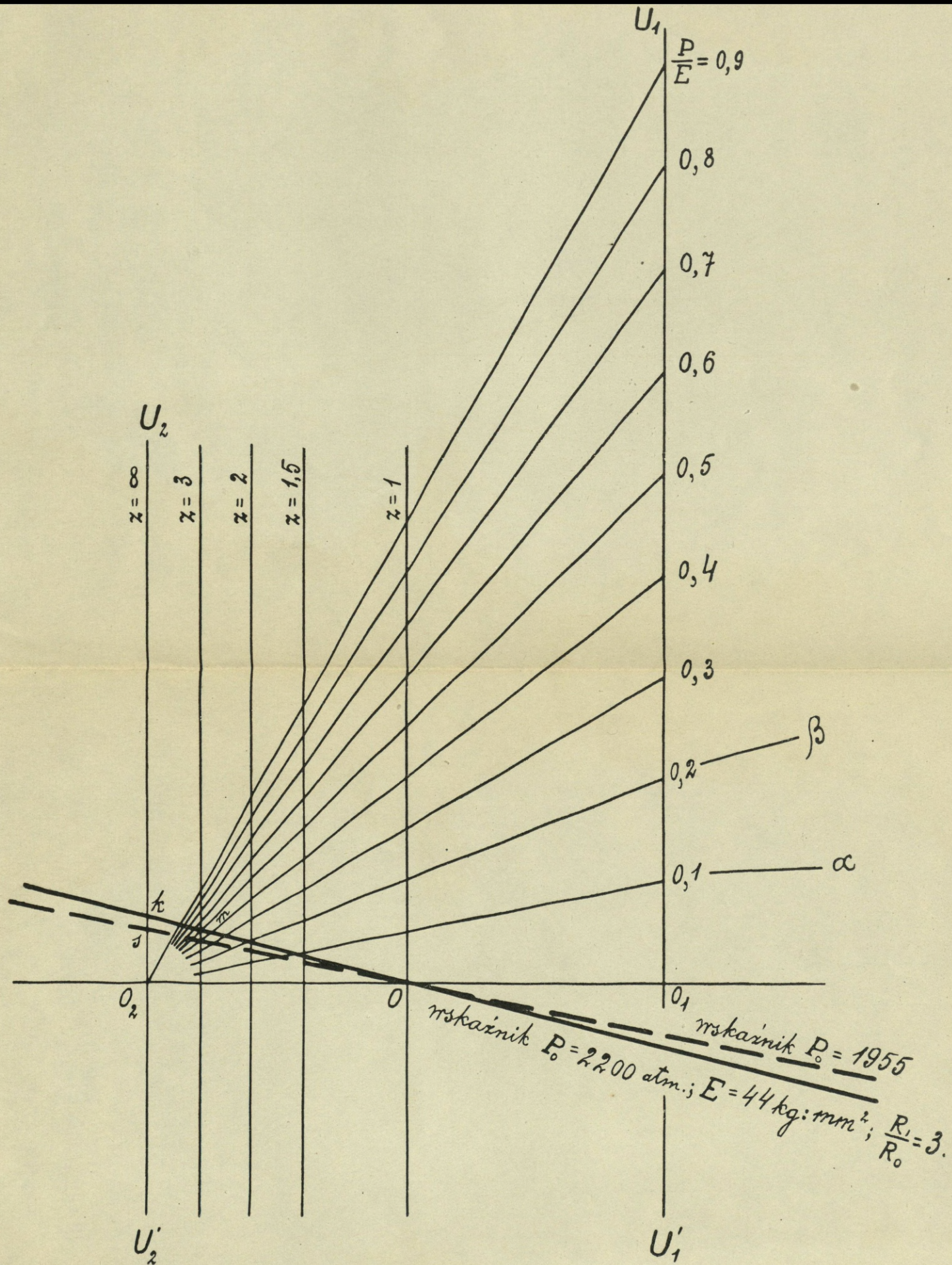
Wynika stąd, iż bezwładność mas, które zostały wprowadzone w ruch, jest znikomo mała, co uzasadnia przy obliczeniu łuf działowych stosowanie wzorów, wyprowadzonych z równań równowagi statycznej, i co — łącznie z podaniami w § 8 Rodziału II części I wynikami doświadczeń nad odkształceniami metali przy próbach na uderzenie — uzasadnia całokształt sposobów obliczeń, podanych w niniejszej pracy.



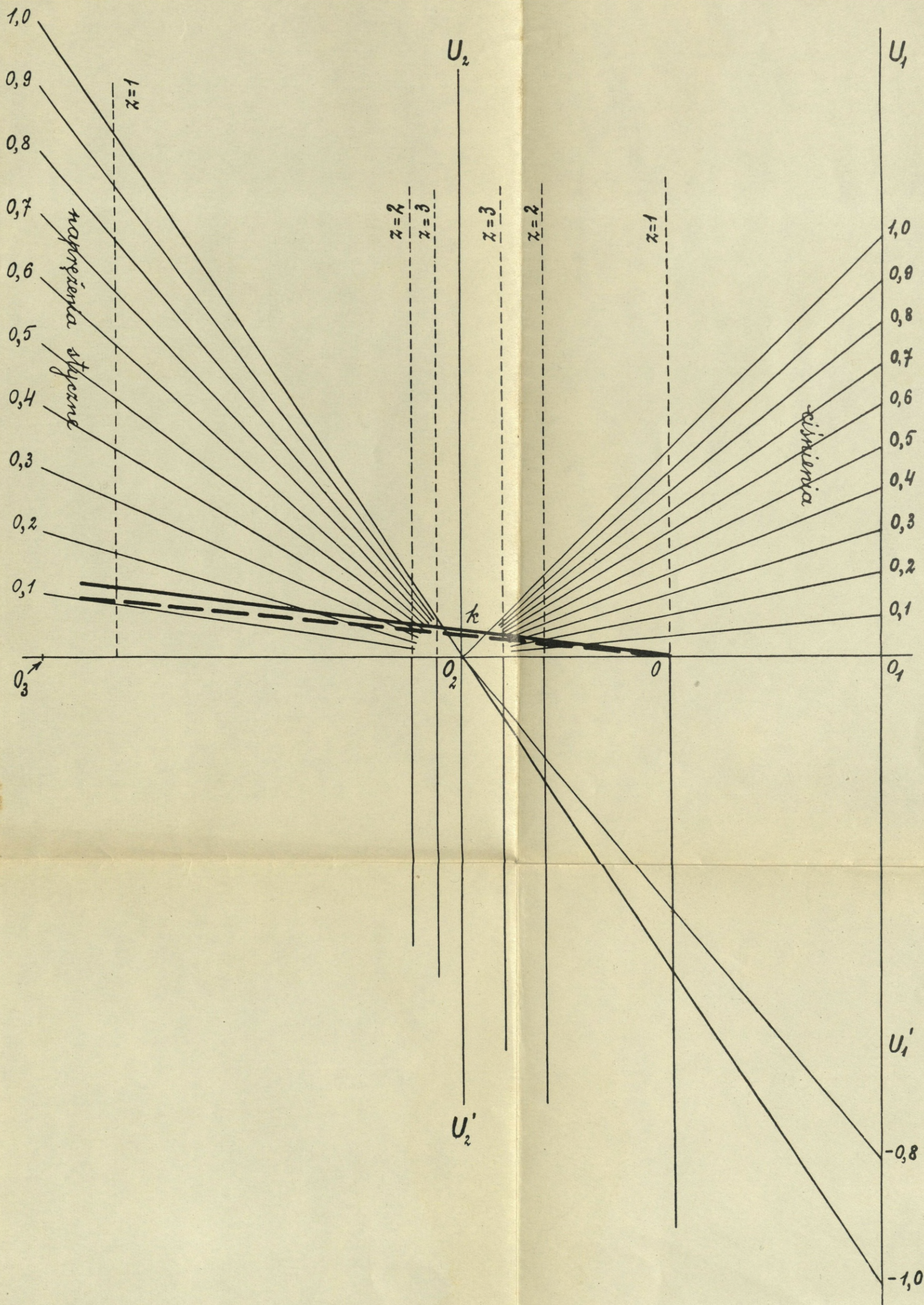


Rys. 2.

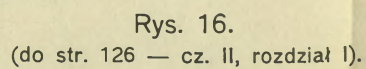
(do str. 65 — cz. I, rozdział III).



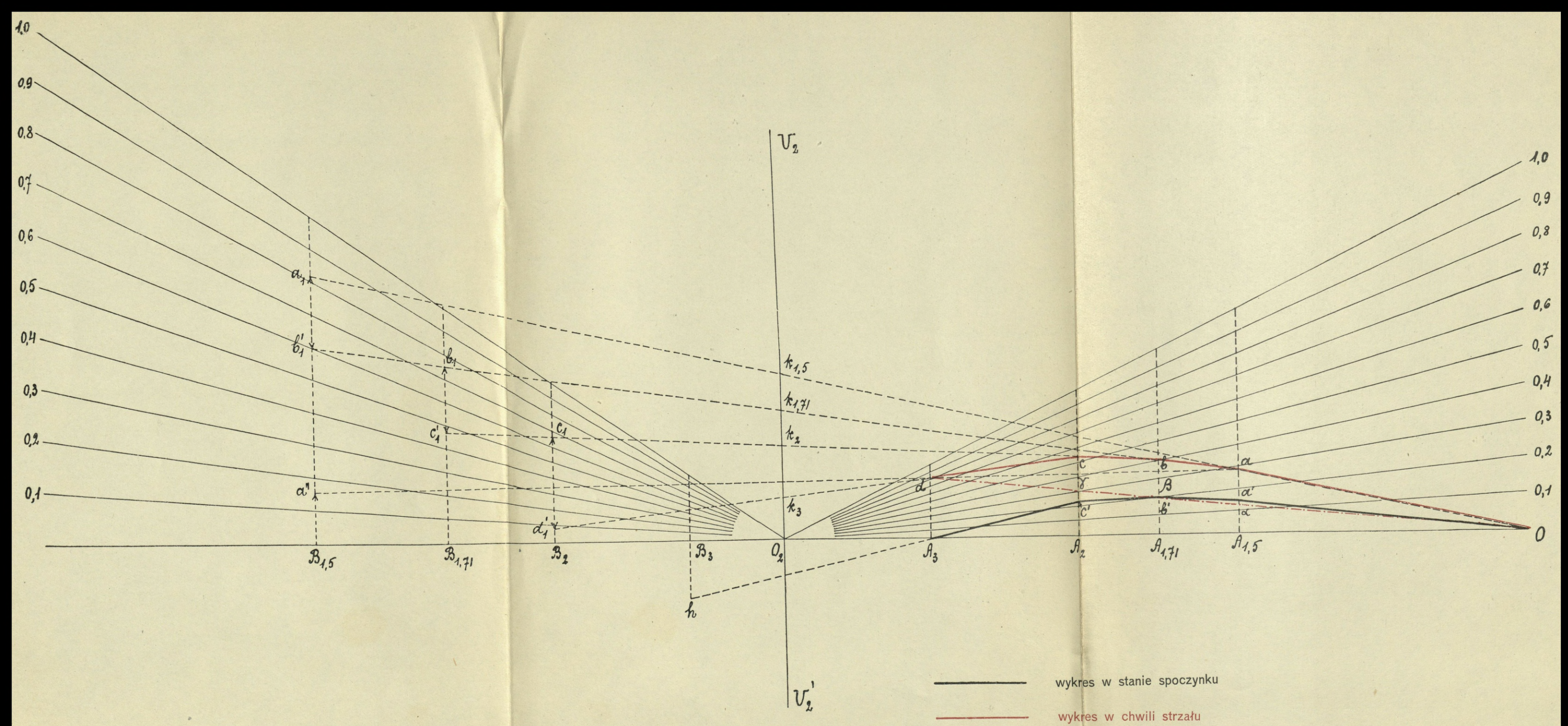
Rys. 3.
(do str. 79 — cz. II, rozdział I).



Rys. 3a.
(do str. 80 — cz. II, rozdział I).

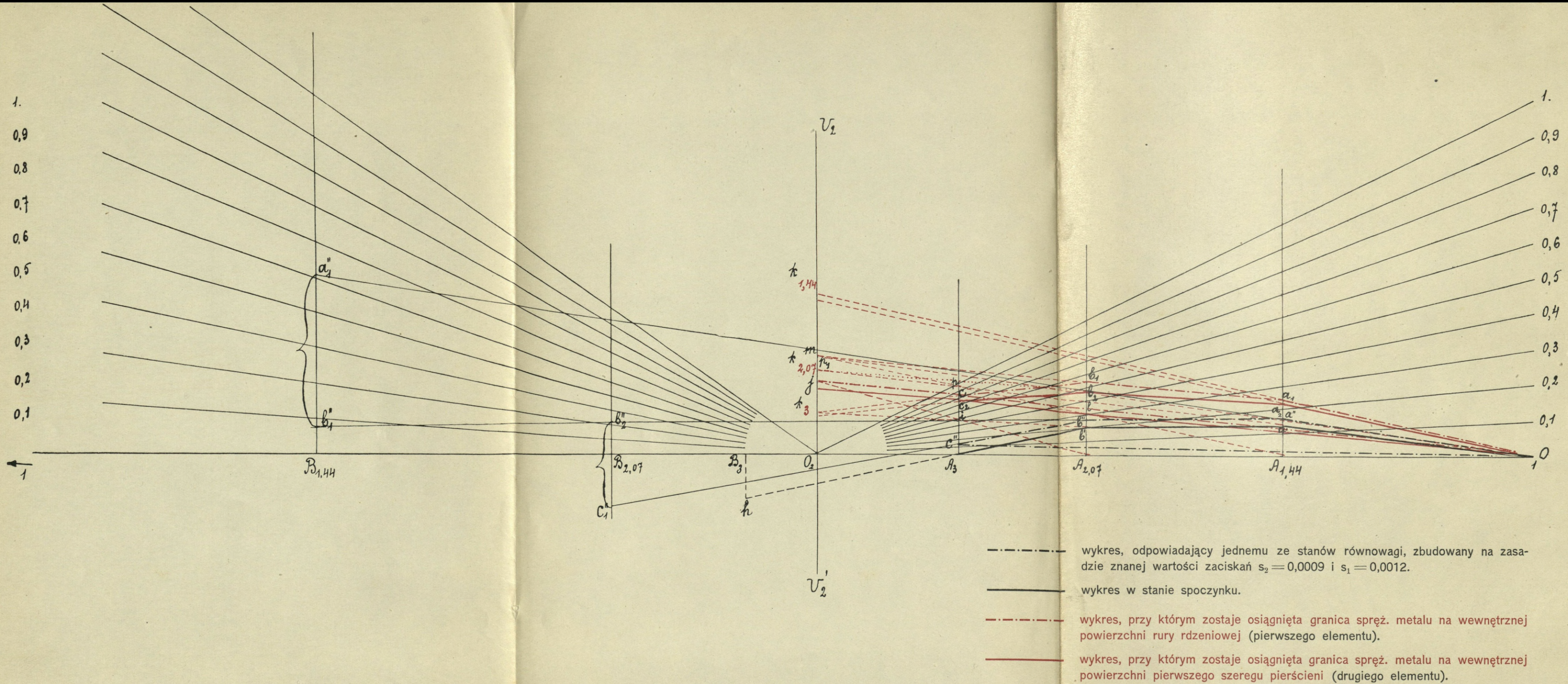


(do str. 126 — cz. II, rozdział I).



Rys. 17.

(do str. 128 — część II, rozdział I).



Rys. 18.

(do str. 130 — część II, rozdział I).



32287/

2