LEÇONS DE COSMOGRAPHIE

2.

ET DE TOPOGRAPHIE

1840

LEÇONS

DE

COSMOGRAPHIE

ET DE

TOPOGRAPHIE

A L'USAGE

DES CANDIDATS A L'ÉCOLE DE SAINT-CYR

PAR

A. MALUSKI
Ancien élève de l'École normale,
Agrégé des sciences mathématiques,
Professeur de mathématiques
du Cours de Saint-Cyr au lycée de Lyon.

&

E. CROUZET
Lieutenant-Colonel du Génie,
Chef de la section
des Levés de précision
au Service géographique de l'Armée.

PARIS
LIBRAIRIE NONY & Cie
17, RUE DES ÉCOLES, 17

1897

La *Cosmographie* a été rédigée par M. Maluski ; la *Topographie*, par M. le L[t]-Colonel Crouzet.

COSMOGRAPHIE

CONSTELLATIONS ET PRINCIPALES ÉTOILES

1. Astres. — On donne le nom d'*astres* à tous les corps qui sont dans l'espace.

Le plus brillant de tous les astres est le *Soleil*. Il apparaît et disparaît d'une façon périodique. On appelle *jour solaire* l'intervalle de temps qui sépare deux apparitions consécutives du Soleil. On dit qu'*il fait jour* lorsque nous sommes éclairés par cet astre ; on dit qu'*il fait nuit* lorsqu'il nous laisse dans l'obscurité.

Là *Lune* qui brille beaucoup moins vivement que le Soleil, vient après lui. Elle nous apparaît aussi d'une façon périodique, mais l'éclat du Soleil est cause qu'on ne peut pas bien l'apercevoir lorsqu'elle passe au-dessus de nos têtes pendant qu'il fait jour. On ne peut réellement bien l'observer que lorsqu'elle brille la nuit.

Parmi la multitude de corps brillants que nous voyons la nuit comme de simples points lumineux et qui sont des astres, nous distinguons les *étoiles*, les *nébuleuses*, les *planètes*, les *satellites* de planètes, les *comètes* et les *étoiles filantes*.

La description des astres en général et l'exposition des lois de leurs mouvements fait l'objet de la *Cosmographie*.

2. Étoiles. — Les étoiles, qui sont de beaucoup les plus nombreux des astres, se reconnaissent aux caractères suivants :

1° Si l'on observe une étoile à l'œil nu, on constate dans sa lumière un certain tremblement qu'on a appelé *scintillation* ;

2° La scintillation disparaît lorsqu'on observe l'étoile avec une lunette, mais l'étoile qu'on regarde ne cesse pas d'apparaître comme un point lumineux, sans dimensions appréciables, quelle que soit la puissance de la lunette ;

3° Les étoiles paraissent occuper des positions invariables les unes par rapport aux autres, en ce sens que si on mesure l'angle que font les rayons visuels allant de l'œil de l'observateur à deux étoiles déterminées, cet angle reste constant.

Nous n'étudierons ici que la partie de la Cosmographie qui a trait aux étoiles en général et à la Terre.

3. Classification des étoiles. — Toutes les étoiles ne sont pas également brillantes. Pour faciliter l'indication de l'éclat d'une étoile, on a classé tous ces astres par ordre de *grandeur*, les étoiles les plus brillantes étant de première grandeur. Les grandeurs des étoiles dépendent uniquement de leur éclat apparent ; on les détermine par des mesures photométriques ou, plus fréquemment, par des procédés d'estime comportant beaucoup d'incertitude.

Un observateur doué d'une vue moyenne aperçoit à l'œil nu les étoiles des six premières grandeurs.

4. Constellations. — La description du ciel étoilé se réduit aujourd'hui, pour chaque étoile, à la détermination de deux nombres, l'ascension droite et la déclinaison, dont nous donnerons la définition aux nos 18 et suivants.

On inscrit ces deux nombres dans des catalogues ; on s'en sert aussi pour reporter les positions des étoiles sur un globe.

La confection des catalogues n'a été possible qu'après l'invention des instruments de mesure. Mais comme les étoiles semblent former des figures invariables, on les a réparties dès les temps les plus reculés en groupes appelés *constellations*, et dont les noms rappellent plus ou moins bien la forme.

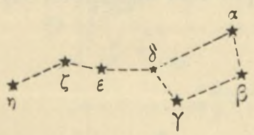
La connaissance de la constellation dont une étoile fait partie, entraîne la connaissance de la région du ciel où elle est placée. Pour la déterminer complètement, il n'y a plus qu'à la distinguer des autres étoiles qui entrent dans la même constellation. On se sert pour cela des lettres de l'alphabet grec ; en général, on désigne par α l'étoile la plus brillante d'une constellation, par β celle qui vient après, et ainsi de suite. Quand les différentes lettres de l'alphabet grec ont été utilisées, on se sert de caractères romains, et, s'il le faut, de numéros d'ordre.

Cependant un certain nombre d'étoiles, parmi les plus brillantes, ont gardé les noms que leur avaient donnés les astronomes arabes du moyen âge.

Les astronomes comptent ordinairement 117 constellations. Le meilleur moyen de les connaître consiste à prendre un globe céleste ou une carte céleste, à en faire attentivement la lecture et à s'attacher ensuite à reconnaître dans le ciel les constellations qu'on a étudiées.

5. Principales constellations. — Voici quelques belles constellations utiles à connaître et faciles à retrouver.

La *Grande-Ourse* ou le *Chariot* est facilement reconnaissable à la disposition des sept étoiles brillantes qui la composent. Elles sont toutes de deuxième grandeur, à l'exception de δ, qui est de troisième grandeur. Les quatre étoiles α, β, γ, δ forment un trapèze (le corps de l'Ourse ou les quatre roues du Chariot) ; les trois autres, ε, ζ, η, forment un arc qu'on appelle la queue de l'Ourse ; les étoiles α et β sont les gardes de la Grande-Ourse.



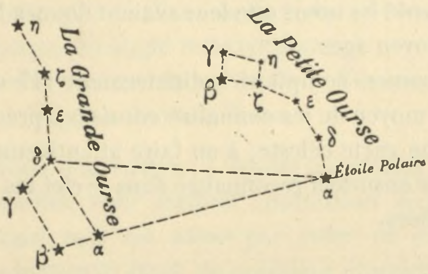
En France, la Grande-Ourse reste toujours au-dessus de l'horizon.

La ligne des gardes de la Grande-Ourse prolongée au-delà de α d'une longueur égale à cinq fois la distance $\alpha\beta$ passe très près d'une étoile secondaire qui brille dans cette région du ciel : c'est l'étoile *Polaire*. Nous verrons bientôt (nº 11) la raison de cette dénomination.

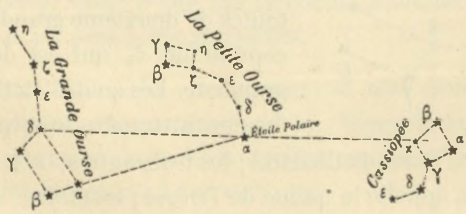
La queue de la Grande-Ourse tourne sa convexité vers l'étoile Polaire.

Quand on veut suivre une description du ciel étoilé, il faut, avant tout, distinguer la Grande-Ourse et reconnaître l'étoile Polaire.

La Polaire est placée à l'extrémité de la queue de la *Petite-Ourse*, constellation formée, comme la précédente, de sept étoiles principales affectant la même figure, mais disposées en sens inverse et d'un éclat moindre que les sept étoiles de la Grande-Ourse.

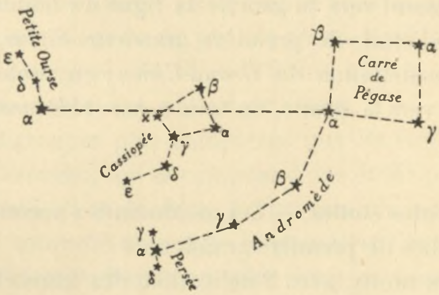


La ligne menée de δ de la Grande-Ourse à la Polaire, et prolongée au-delà d'une longueur égale à elle-même, rencontre un groupe brillant appelé *Cassiopée*. Cette constellation contient cinq étoiles de troisième grandeur, qui, par leur ensemble, rap-



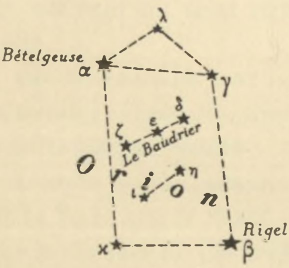
pellent la forme d'un M très ouvert. Si, à ces cinq étoiles, on joint la petite étoile $\varkappa$, on trouve à peu près la forme d'une chaise dont le dossier $\gamma\delta\varepsilon$ serait brisé à l'étoile δ, les pieds de la chaise étant en α et β. Aussi nomme-t-on quelquefois cette constellation la *Chaise*.

Le *Carré de Pégase* est situé dans l'angle formé par les prolongements des deux lignes joignant la Polaire aux étoiles α et δ de la Grande-Ourse. Sur les quatre étoiles de seconde grandeur qui forment le Carré de Pégase, il y en a trois qui appartien-



nent à la constellation de Pégase ; la quatrième fait partie d'*Andromède*.

Andromède est formée par trois étoiles de deuxième grandeur qui sont presque en ligne droite avec une des diagonales du Carré de Pégase.



Sur cette même ligne droite, et en continuant à s'éloigner de Pégase, on trouve l'étoile α de *Persée*, de deuxième grandeur. L'ensemble du Carré de Pégase, des étoiles β et γ d'Andromède et de l'étoile α de Persée, forme une grande figure ayant beaucoup d'analogies avec la Grande-Ourse.

Nous mentionnerons encore *Orion* ou le *Chasseur*. C'est la plus belle des constellations par son étendue et son éclat. Elle est, par sa forme, facilement reconnaissable, sans qu'il soit besoin de recourir aux étoiles déjà connues. Elle se compose de sept étoiles principales, dont quatre, α, κ, β, γ, sont aux sommets d'un grand quadrilatère, et dont les trois autres, δ, ε, ζ sont serrées en ligne droite, au centre de ce quadrilatère.

Sur ces sept étoiles, il y en a deux de première grandeur :

ce sont α ou *Bételgeuse*, β ou *Rigel*, l'épaule droite et le pied gauche du Chasseur. Les trois étoiles du centre forment le *Baudrier* d'Orion, ou encore les *trois Rois*, ou le *Rateau*.

En prolongeant vers la gauche la ligne du baudrier d'Orion, on rencontre l'étoile de première grandeur *Sirius*, qui appartient à la constellation du *Grand-Chien*; en prolongeant cette même ligne vers la droite, on tombe sur *Aldébaran*, ou l'*Œil du Taureau*.

6. **Principales étoiles**. — Les astronomes s'accordent à compter vingt étoiles de première grandeur.

Voici leurs noms, avec l'indication des constellations auxquelles elles appartiennent :

α de l'Éridan (Achernar).
α du Taureau (Aldébaran).
α du Cocher (la Chèvre).
α d'Orion (Bételgeuse).
β d'Orion (Rigel).
α du Navire (Canopus).
α du Grand Chien (Sirius).
α du Petit Chien (Procyon).
β des Gémeaux (Pollux).
α du Lion (Régulus).
α de la Croix.
α de la Vierge (l'Épi).
α du Centaure.
β du Centaure.
α du Bouvier (Arcturus).
α du Scorpion (Antarès).
α de la Lyre (Véga).
α de l'Aigle (Altaïr).
α du Cygne.
α du Poisson austral (Fomalhaut).

Les cinq étoiles Achernar, Canopus, α de la Croix, α et β du Centaure sont toujours invisibles en France.

Certaines étoiles présentent, indépendamment de leur éclat, quelques particularités remarquables.

De ce nombre sont les *étoiles doubles*, dont Sirius donne un exemple. Cette étoile est très voisine d'une autre étoile beaucoup moins brillante, puisqu'on ne peut la voir à l'œil nu, et qu'on appelle le *Compagnon de Sirius.* Sirius et son compagnon tournent constamment l'un autour de l'autre.

Il existe des groupes plus complexes que les étoiles doubles. Ainsi ζ de l'Écrevisse, qui se compose d'une étoile principale de cinquième grandeur et de deux étoiles secondaires de sixième grandeur, qui tournent autour de la première, l'une en 60 ans, l'autre en un temps beaucoup plus long et imparfaitement connu.

Quelques étoiles ne présentent pas toujours le même éclat; telle est l'étoile β de Persée ou *Algol*, qui conserve pendant 60 heures l'éclat d'une étoile de seconde grandeur, puis passe avec une grande régularité de la 2e à la 4e grandeur, pour revenir ensuite à la 2e grandeur, ceci en 9 heures. Ensuite, elle conserve de nouveau un éclat constant pendant 60 heures et ainsi de suite.

Par des procédés que nous n'avons pas à décrire ici, on a pu déterminer approximativement les distances de quelques étoiles à notre système solaire.

L'étoile α du Centaure est environ 300 000 fois plus éloignée de la Terre que le Soleil, dont cependant nous sommes séparés par la distance de 150 millions de kilomètres.

Vues à la distance du Soleil, la plupart des étoiles seraient extrêmement brillantes : l'éclat de l'étoile α du Centaure serait quatre fois plus grand que celui du Soleil, et l'éclat de Sirius environ 70 fois plus grand.

Il en résulte que le Soleil n'est qu'une étoile, et pas la plus grande, dans l'Univers immense.

SPHÈRE CÉLESTE

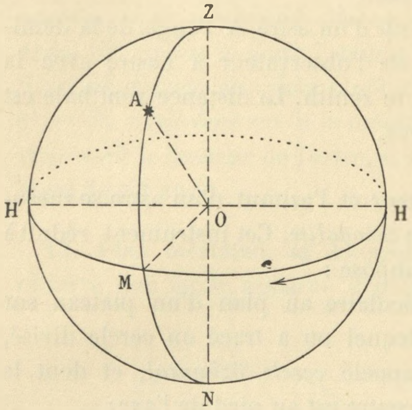
La sphère céleste; uniformité de son mouvement apparent; mouvement réel de rotation de la Terre sur elle-même; pôles; méridiens; hauteur et azimut; ascension droite et déclinaison.

7. Sphère céleste. — Un observateur placé en un point déterminé du globe voit tous les astres se déplacer d'une façon continue. Ce déplacement est manifeste pour le Soleil et pour la Lune. Quant aux étoiles, il suffit d'en observer une au hasard pendant quelque temps pour constater qu'elle ne reste pas immobile dans le ciel. A la vérité, ce que l'on constate tout d'abord, c'est le déplacement du rayon visuel allant de l'œil de l'observateur à l'astre, et c'est ce déplacement que nous allons étudier. Il suffit, pour cela, d'étudier le déplacement de sa trace sur une sphère de rayon arbitraire ayant pour centre l'œil de l'observateur. Nous parlerons de cette trace comme de l'étoile elle-même, ce qui revient à considérer toutes les étoiles comme *fixées* à la surface d'une même sphère, ayant pour centre l'œil de l'observateur et pour rayon une longueur arbitraire, mais très grande, en sorte que l'on puisse considérer la Terre comme réduite à un point, en comparaison de cette sphère que nous appellerons la *sphère céleste*.

Nous allons voir que tout se passe comme si elle tournait d'un mouvement uniforme autour d'un de ses diamètres.

Donnons d'abord quelques définitions.

8. **Hauteur et azimut.** — On démontre en physique que la direction de la pesanteur en un lieu, déterminée par le fil à plomb, est perpendiculaire à la surface des eaux tranquilles. C'est, par définition, la *verticale* de ce lieu.



La verticale d'un lieu perce la sphère céleste en deux points diamétralement opposés ; celui qui est au-dessus de la tête de l'observateur est le *zénith*, l'autre est le *nadir*.

Tout plan mené par la verticale est un *plan vertical*.

On appelle *vertical* d'un astre A le demi-grand cercle ZAN déterminé sur la sphère céleste par le plan vertical qui contient l'astre A.

On appelle *plan horizontal* un plan perpendiculaire à la verticale. On appelle *horizon* le plan horizontal qui passe par l'œil de l'observateur. On appelle *horizon rationnel* ou *astronomique* le plan parallèle à l'horizon qui passe par le centre de la terre.

On appelle *azimut* d'un astre l'angle que fait le vertical de l'astre avec un vertical choisi arbitrairement. Soit ZHN ce vertical origine ; l'azimut de l'astre A est l'angle des deux demi-grands cercles ZHN et ZAN ; il est mesuré par l'angle HOM des traces de leurs plans sur l'horizon. Cet angle HOM se compte de 0° à 360° dans le sens des aiguilles d'une montre.

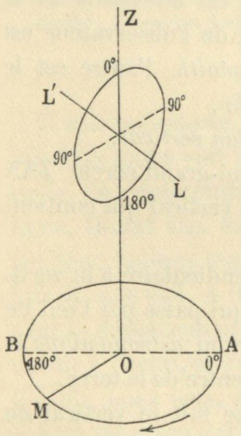
La *hauteur apparente* d'un astre au-dessus de l'horizon est l'angle que fait avec l'horizon le rayon visuel allant de l'œil de l'observateur à l'astre. La hauteur d'un astre est positive ou négative suivant que cet astre est au-dessus ou au-dessous de l'horizon. La hauteur de l'astre A est représentée sur la figure par l'angle MOA.

La position d'un astre sur la sphère céleste à un instant donné est complètement déterminée quand on connait son azimut et sa hauteur apparente à cet instant.

On appelle *distance zénithale* d'un astre A l'angle de la demi-droite OA, allant de l'œil de l'observateur à l'astre avec la demi-droite OZ dirigée vers le zénith. La distance zénithale est complémentaire de la hauteur.

9. Théodolite. — La hauteur et l'azimut d'un astre se mesurent facilement au moyen du *théodolite*. Cet instrument, réduit à ses parties essentielles, se compose :

1° d'un axe OZ perpendiculaire au plan d'un plateau sur lequel on a tracé un cercle divisé, appelé *cercle azimutal*, et dont le centre est au pied de l'axe;



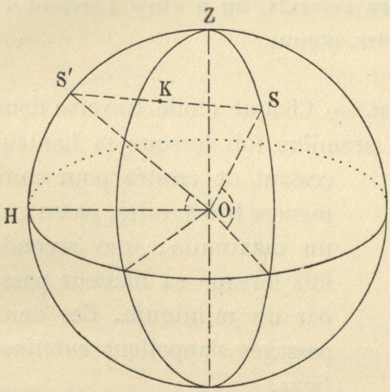
2° d'un cercle gradué appelé *cercle vertical*, pouvant tourner autour de OZ comme diamètre et gradué de 0° à 180° des deux côtés de OZ, le point 0° étant le point le plus haut du cercle;

3° d'une lunette astronomique LL' mobile autour d'un axe perpendiculaire au plan du cercle vertical et passant par son centre, et construite de telle façon que son axe optique se déplace dans le plan du cercle vertical.

L'axe OZ peut tourner sur lui-même; il porte une alidade mobile OM qui se déplace sur le cercle azimutal. Le plateau sur lequel est tracé ce cercle est muni de trois vis calantes et de deux niveaux à bulle d'air, perpendiculaires l'un à l'autre.

Pour mesurer l'azimut et la hauteur d'un astre à un instant donné, on commence par rendre horizontal le plan du cercle azimutal, au moyen des trois vis calantes et des deux niveaux à bulle d'air. L'axe OZ est alors vertical. On oriente l'appareil de façon que la ligne AB soit dirigée vers le point de l'horizon choisi pour origine des azimuts, et on fait tourner l'axe et la lunette jusqu'à ce qu'on voie l'image de l'astre se former au point de croisement des fils du réticule de la lunette. On regarde le numéro de la graduation du cercle azimutal indiqué par l'alidade OM et on a ainsi l'azimut de l'astre. La distance zénithale est donnée en valeur absolue par l'angle de la lunette LL' avec OZ, angle dont on lit la mesure sur le cercle vertical. Si on veut avoir la hauteur de l'astre, il n'y a qu'à prendre le complément de cet angle.

10. Plan méridien, sa détermination. — Supposons qu'on observe une étoile apparue depuis quelque temps à l'horizon, et soit S sa position sur la sphère céleste. Mesurons son azimut A et sa hauteur H. Pendant quelque temps, l'étoile semble s'élever au-dessus de l'horizon et sa hauteur apparente augmente, pour diminuer ensuite d'une façon continue. Soit S' sa position sur la sphère céleste lorsque sa hauteur est de nouveau H; appelons A' son nouvel azimut. La droite SS' étant horizontale, le plan vertical mené par OZ perpendiculairement à SS' rencontre cette droite en son milieu et partage en deux dièdres égaux le dièdre SOZS'. Par conséquent ce plan a pour azimut la moyenne arithmétique $\frac{A+A'}{2}$ des azimuts des points S et S'.



Imaginons maintenant :

1° que l'on répète les mêmes observations sur la même étoile, mais en variant l'instant de la première observation;

2° que l'on recommence cette série d'observations sur autant d'étoiles que l'on veut :

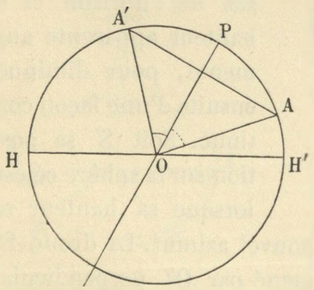
On obtiendra toujours le même nombre pour azimut commun des plans bissecteurs de tous les dièdres tels que SOZS'.

On en conclut que ces plans bissecteurs coïncident et que, par conséquent, *les étoiles paraissent décrire sur la sphère céleste des courbes symétriques par rapport à un plan vertical dont la position ne dépend que du lieu où on fait les observations.*

On appelle ce plan, *plan méridien* du lieu d'observation. Il coupe l'horizon suivant une ligne appelée *méridienne* du lieu.

D'après ce qui précède, pour déterminer le plan méridien d'un lieu, il suffit de mesurer les azimuts d'une même étoile dans deux positions où elle a la même hauteur, et de prendre la moyenne arithmétique de ces azimuts; on a ainsi l'azimut du plan méridien, qui est, dès lors, connu.

11. Pôle, sa détermination. — Chaque étoile traverse deux fois le plan méridien, une première fois lorsque sa hauteur cessant de croître pour commencer à décroître, passe par un maximum, une seconde fois lorsque sa hauteur passe par un minimum. Ces deux passages s'appellent *culminations.*



Le plan méridien étant déterminé comme précédemment, faisons tourner l'axe du théodolite jusqu'à ce que le cercle vertical soit dans ce plan méridien : l'axe optique de la lunette se déplace alors dans le plan méridien.

Choisissons une étoile qui reste visible toute la nuit, et visons-la à ses deux culminations A et A'; soit OP la bissectrice de l'angle formé par les deux directions correspondantes de l'axe optique de la lunette.

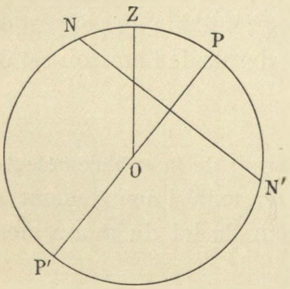
Répétons les mêmes opérations avec une autre étoile, nous retrouverons la droite OP précédemment obtenue.

On en conclut que *les culminations d'une étoile quelconque sont équidistantes d'un point fixe* P *de la sphère céleste, dont la position ne dépend que du lieu d'observation.*

La droite OP perce la sphère céleste en deux points P et P′ appelés *pôles célestes*. Le point P, voisin de l'étoile polaire, se nomme *pôle boréal;* le point P′ est le *pôle austral*. La droite PP′ se nomme *ligne des pôles*, ou *axe du monde*.

Pour déterminer la position du point P sur la sphère céleste, il suffit de connaître sa distance zénithale représentée sur la figure par l'arc ZP.

On *convient* de compter les distances zénithales des étoiles à leurs culminations, positivement dans le sens de Z vers P, négativement dans le sens contraire. Ceci posé, soient N et N′ les deux culminations d'une étoile quelconque. On a, en grandeur et en signe :



$$\widehat{ZP} = \widehat{ZN} + \widehat{NP},$$

$$\widehat{ZP} = \widehat{ZN'} - \widehat{PN'}.$$

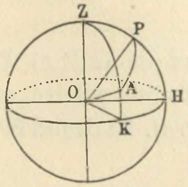
Ajoutons ces deux égalités membre à membre en remarquant que $\widehat{NP} = \widehat{PN'}$, il vient

$$2\widehat{ZP} = \widehat{ZN} + \widehat{ZN'},$$

d'où
$$\widehat{ZP} = \frac{1}{2}(\widehat{ZN} + \widehat{ZN'}).$$

Ainsi : *la distance zénithale du pôle est la moyenne arithmétique des distances zénithales d'une même étoile à ses deux culminations.*

12. Définitions. — La figure ci-après représente la sphère céleste. On suppose l'observateur placé en O et regardant un astre A. OZ est la verticale, Z étant le zénith; le plan OHK est l'horizon, P est le pôle boréal. Le plan méridien du lieu devant contenir le pôle P et la verticale OZ, est le plan POZ.



La distance zénithale du pôle est l'angle ZOP. L'angle POH est la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon. Enfin la droite OP s'appelle l'axe du monde, et l'angle AOP est la distance polaire de l'astre A.

Puisque la distance zénithale et la hauteur d'un astre sont complémentaires, la connaissance de l'un de ces éléments entraîne celle de l'autre.

A l'Observatoire de Paris, la distance zénithale du pôle est de 41° 9′ 49″ et sa hauteur apparente au-dessus de l'horizon est par suite de 48° 50′ 11″.

A l'Observatoire de Lyon, la distance zénithale du pôle est de 44° 18′ 19″ et sa hauteur apparente au-dessus de l'horizon est de 45° 41′ 41″.

13. Uniformité du mouvement apparent de la sphère céleste. — Nous allons maintenant démontrer expérimentalement la proposition suivante, qui porte le nom de loi du mouvement diurne :

Toutes les étoiles paraissent fixées à la sphère céleste, qui tourne d'un mouvement uniforme autour de la ligne des pôles, de gauche à droite pour un observateur de nos régions tournant le dos au pôle boréal.

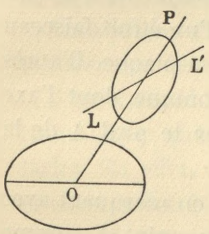
Supposons qu'un observateur vise avec une lunette astronomique une étoile déterminée et qu'il immobilise l'instrument dans cette position de visée : le lendemain et les jours suivants il pourra voir à un moment donné l'image de la même étoile se former au point de croisement des fils du réticule de la lunette, ce qui démontre déjà la périodicité du mouvement de la sphère céleste. Si maintenant il observe avec une horloge les différentes époques du passage de l'étoile devant les fils du réticule de la lunette, il constate qu'ils se font à des intervalles rigoureusement égaux et que la durée de l'intervalle qui sépare deux passages consécutifs d'une même étoile est la même, quelle que soit l'étoile considérée.

On appelle *jour sidéral* l'espace de temps qui sépare deux apparitions consécutives d'une même étoile devant la lunette.

Le jour sidéral est divisé en 24 *heures sidérales*, l'heure sidérale en 60 *minutes sidérales*, et la minute sidérale en 60 *secondes sidérales*.

14. Équatorial. — Pour prouver que le mouvement de la sphère céleste en un jour sidéral est bien uniforme, nous nous servirons de l'instrument appelé *équatorial*.

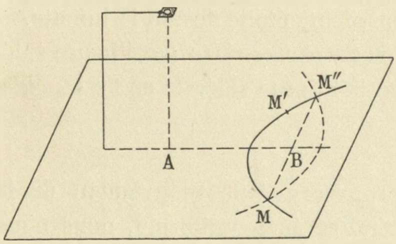
C'est un appareil analogue au théodolite; seulement, l'axe OZ au lieu d'être vertical est dirigé suivant l'axe du monde. Un mouvement d'horlogerie le fait tourner avec une vitesse angulaire constante telle que le théodolite a fait un tour dans l'intervalle de deux culminations consécutives de même nom d'une étoile déterminée. Avec la lunette du théodolite on vise cette étoile, et on laisse la lunette dans l'état. A quelque moment qu'on mette ensuite l'œil à la lunette, on aperçoit l'étoile, ce qui démontre bien l'uniformité de son mouvement apparent.



Si maintenant, l'équatorial étant toujours réglé comme nous venons de l'indiquer, on vise une autre étoile, on ne cesse pas de l'apercevoir, à quelque instant que l'on regarde dans la lunette, ce qui démontre l'existence du mouvement d'ensemble des étoiles.

15. Méridienne. — Nous avons vu (10) que la méridienne d'un lieu est la trace du plan méridien sur l'horizon de ce lieu.

Considérons le cône ayant pour sommet un point de la verticale du lieu d'observation et pour base le parallèle décrit en un jour sur la sphère céleste par un astre quelconque dans son mouvement apparent autour de la Terre. Ce cône peut être regardé comme étant de révolution autour de la parallèle à la ligne des pôles passant par son sommet; par conséquent, sa trace sur le plan horizontal est une conique admettant pour axe focal la projection horizontale de l'axe du cône, c'est-à-dire la méridienne du lieu.



Considérons donc une plaque métallique percée d'un petit trou et montée sur une tige verticale. Au milieu de l'ombre de la plaque projetée par le Soleil sur le plan horizontal on aperçoit une petite tache blanche, trace horizontale d'un étroit faisceau de rayons solaires passant par l'ouverture de la plaque. D'après ce qui précède, cette petite tache décrit une conique, dont l'axe focal coïncidant avec la méridienne, passe par le pied A de la verticale de l'ouverture.

On en construit plusieurs points M, M′, M″ en marquant avec un crayon quelques positions de la tache. Du point A comme centre, avec une ouverture de compas quelconque, on décrit un cercle qui rencontre la conique en M et M″ : la corde MM″ est perpendiculaire à l'axe focal, de sorte que pour obtenir ce dernier, c'est-à-dire la méridienne cherchée, il suffit d'abaisser du point A la perpendiculaire AB sur MM″.

Dans nos régions, où le Soleil se lève et se couche chaque jour, la conique considérée est une hyperbole, car le plan horizontal mené par le sommet du cône précédent le coupe toujours suivant deux génératrices.

L'horizon coupe la sphère céleste suivant un grand cercle. La méridienne rencontre ce cercle en deux points diamétralement opposés; celui qui est dans l'hémisphère boréal s'appelle *Nord* ; le point opposé est le *Sud*.

La perpendiculaire à la méridienne dans le plan horizontal détermine l'*Est* et l'*Ouest* ; ces deux points sont placés le premier à gauche, l'autre à droite d'un observateur tournant le dos au nord.

Pour compléter ce que nous avons dit au sujet du mouvement apparent de la sphère céleste, nous ajouterons que pour un observateur de nos régions tournant le dos au nord, elle paraît tourner de l'est à l'ouest.

16. Mouvement réel de rotation de la Terre. — Depuis Kopernik, nous savons que le mouvement de rotation de la sphère céleste n'est qu'une apparence, due à la rotation réelle de la Terre autour d'un axe de direction constante. Ce fait qui nous paraît aujourd'hui si naturel n'a pas été admis sans difficultés par les contemporains de Kopernik et surtout par ceux de Galilée, qui fut un ardent défenseur de la thèse du mouvement de la Terre.

Nous allons examiner les raisons qui nous font admettre le mouvement de rotation de la Terre.

Il est d'abord invraisemblable de supposer que la Terre reste immobile et que l'ensemble des étoiles tourne avec tant de régularité. En effet, comme nous le verrons plus loin, la Terre a environ 40000 kilomètres de circonférence. Si elle tourne autour d'un axe, un point de son équateur parcourt 40000 kilomètres en 24 heures ; il a donc une vitesse de 28 kilomètres environ par minute.

Si au contraire ce sont les étoiles qui tournent, comme on ne peut estimer leur distance à moins de 1000000 de fois le rayon de la Terre, on voit que certaines de ces étoiles décriraient à peu près 460000 kilomètres par seconde, ce qui est exagéré.

Comme toutes ces étoiles ne sont pas à la même distance de l'axe de rotation, leurs vitesses ne seraient pas les mêmes. Un pareil ensemble de mouvements ne saurait exister, à moins que l'Univers ne forme un tout solide.

Ce n'est pas tout : le Soleil, la Lune et les Planètes présentent des apparences analogues et paraissent aussi tourner autour de la Terre, non plus exactement, mais à peu près en vingt-quatre heures. Il a fallu, pour expliquer tous ces mouvements dans l'hypothèse de l'immobilité de la Terre, que Ptolémée imaginât pour chacun de ces corps une sphère particulière, plus petite, concentrique à la sphère céleste et tournant sous son impulsion avec une vitesse différente.

Comme on le voit, dans le système fourni par les apparences, les difficultés surgissent de tous côtés.

Supposons, en second lieu, qu'on laisse tomber un corps verticalement d'une très grande hauteur, dans un puits de mine, par exemple : il arrive au fond du puits, non pas au pied de la verticale qui passe par le point de départ, mais en un point situé légèrement à l'est de celui-ci. Cette déviation est inexplicable dans l'hypothèse de l'immobilité de la Terre. Si, au contraire, on suppose que notre globe tourne de l'ouest à l'est, on voit que le fond du puits, plus rapproché de l'axe de rotation que le point de départ, possède une vitesse moindre, ce qui explique pourquoi le corps tombe vers l'est, c'est-à-dire en avant dans le sens du mouvement.

L'augmentation de la pesanteur à la surface du globe à mesure qu'on s'approche des pôles terrestres, et qui est due en partie à la diminution de la force centrifuge ; la déviation du pendule vers l'est, les expériences de Foucault sur le pendule et l'aplatissement de la Terre sont autant de preuves convaincantes de la rotation de la Terre, mais qu'il est impossible de développer ici.

Le sens du mouvement de la Terre est évidemment inverse de celui du mouvement apparent de la sphère céleste.

Nous dirons donc que *la terre tourne d'un mouvement uniforme autour de la ligne de ses pôles*, *de l'ouest à l'est*, *en un jour sidéral.*

Lorsqu'un observateur placé le long d'un axe voit un point se déplacer devant lui de sa droite vers sa gauche, il le voit, par définition, se déplacer dans le sens *direct*. Le sens inverse se nomme sens *rétrograde*. — Il suit de là que la sphère céleste nous semble tourner dans le sens rétrograde et que la Terre, pour un observateur couché sur son axe, la tête vers le pôle boréal, tourne dans le sens direct.

17. Les apparences étant les mêmes, dans les deux cas, sauf les

sens des mouvements qui sont opposés, on peut indifféremment, pour en étudier les détails, adopter l'une ou l'autre des hypothèses, suivant la commodité.

Pour déterminer le plan méridien, la ligne des pôles et la méridienne, nous avons supposé la Terre immobile. Dans ce qui suivra, au contraire, nous admettrons qu'elle tourne autour de son axe.

18. Ascension droite. — Le plan méridien d'un lieu coupe la sphère céleste suivant un grand cercle partagé en deux parties égales par la ligne des pôles. Chacune de ces parties porte le nom de *méridien céleste.* Par méridien céleste d'un lieu, nous entendrons celui de ces deux méridiens qui contient le zénith du lieu. En un jour sidéral, le méridien céleste passe par tous les points de la sphère céleste.

Le mouvement de rotation de la Terre étant uniforme, chaque méridien céleste tourne de 360° en 24 heures, de 15° en une heure et de $15° \times t$ en t heures.

Si donc on connaît le temps employé par le méridien céleste d'un lieu à passer d'une position à une autre, le calcul précédent fera connaître l'angle dont il a tourné.

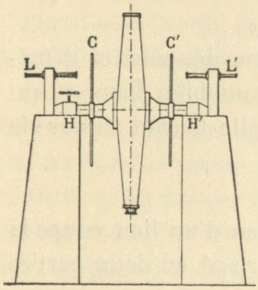
On appelle *cercle horaire* d'une étoile le grand cercle de la sphère céleste qui passe par l'étoile et par les pôles célestes.

On appelle *ascension droite* d'une étoile l'angle de son cercle horaire avec un cercle horaire fixe pris pour origine. Les ascensions droites se comptent de 0° à 360° de l'ouest à l'est, dans le sens du mouvement de rotation de la Terre.

Pour mesurer l'ascension droite d'une étoile, il suffit, d'après ce qui précède, de noter les instants où le plan méridien du lieu passe 1° par le cercle horaire origine, 2° par l'étoile donnée. En multipliant par 15 le temps écoulé, évalué en heures, minutes et secondes sidérales, on obtient l'ascension droite de l'étoile en degrés, minutes et secondes.

On peut se servir du théodolite pour observer la culmination supérieure d'une étoile quelconque, mais on emploie de préférence dans les observatoires la *lunette méridienne.*

19. Lunette méridienne. — La lunette méridienne se compose essentiellement d'une lunette astronomique fixée au milieu d'un axe de rotation HH', et de deux piliers en maçonnerie destinés à porter horizontalement sur des coussinets cylindriques les tourillons qui forment les extrémités de l'axe de rotation.



Les hypothèses que l'on fait sur la lunette méridienne et que le constructeur est chargé de réaliser sont les suivantes : l'axe de rotation est perpendiculaire à l'axe optique, les deux tourillons sont exactement cylindriques et leurs axes sont dans le prolongement l'un de l'autre.

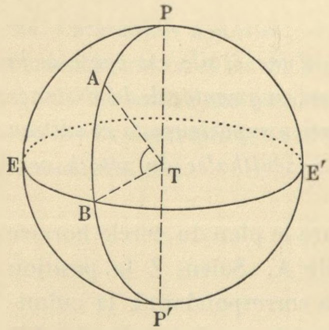
L'horizontalité de l'axe de rotation se vérifie à l'aide d'un grand niveau à bulle d'air très sensible dont les pieds peuvent être placés sur les deux tourillons de l'axe de rotation. L'un des tourillons peut être déplacé d'une petite quantité dans le sens vertical, à l'aide d'une vis micrométrique. En faisant tourner cette vis, on élève ou on abaisse ce tourillon jusqu'à ce que le défaut d'horizontalité soit corrigé, et que la bulle d'air revienne entre les mêmes divisions chaque fois qu'on retourne le niveau bout pour bout.

Il faut maintenant que l'axe optique de la lunette soit dans le plan du méridien. On vise une étoile circumpolaire chaque fois qu'elle passe dans le plan vertical que décrit l'axe optique de la lunette, et on note les temps écoulés entre deux passages consécutifs. Si ces temps sont égaux, le plan considéré est bien le plan méridien, en vertu du mouvement uniforme de rotation de la Terre autour de son axe. Si les temps sont inégaux, le vertical de l'axe optique ne passe pas par la ligne des pôles. Il faut alors déplacer l'axe de rotation, tout en lui conservant son horizontalité. A cet effet, l'un des tourillons est muni d'une vis de rappel qui permet de faire dévier horizontalement l'axe de la lunette dans un sens ou dans l'autre, sans troubler son horizontalité. On agira sur cette vis et on modifiera la direction de l'axe HH′ jusqu'à ce que le plan vertical décrit par l'axe optique de la lunette passe par la ligne des pôles, ce qu'on reconnaîtra à l'égalité des intervalles de temps séparant les passages d'une même étoile devant le réticule de la lunette.

Enfin, quand la lunette méridienne est réglée, on peut planter au loin une ou deux mires dans le plan méridien. Ces mires servent à rectifier l'instrument rapidement quand, par hasard, son axe de rotation s'est déplacé. Il en est ainsi, du moins, à l'Observatoire de Paris.

20. Déclinaison. — On appelle *équateur* le plan mené par le centre de la Terre perpendiculairement à la ligne des pôles. Il coupe la sphère céleste suivant un grand cercle nommé *équateur céleste*.

L'équateur céleste partage la sphère céleste en deux hémisphères, l'*hémisphère boréal*, qui contient le pôle boréal, et l'*hémisphère austral*, qui contient le pôle austral.

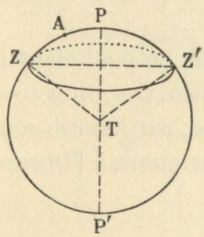


On appelle *déclinaison* d'une étoile A l'angle que fait la droite TA joignant le centre de la Terre à l'étoile avec le plan de l'équateur. A cause de la grande distance des étoiles, on substitue à cet angle l'angle formé par le rayon visuel allant de l'œil de l'observateur à l'étoile avec le plan de l'équateur.

La déclinaison se compte de l'équateur au pôle, de 0° à 90°. Elle est boréale ou australe selon que l'astre est dans l'hémisphère boréal ou dans l'hémisphère austral. On convient de compter positivement les déclinaisons boréales et négativement les déclinaisons australes.

Quand on connaît l'ascension droite et la déclinaison d'une étoile, sa position est parfaitement déterminée sur la sphère céleste.

Dans le mouvement de rotation de la Terre autour d'un axe, le plan méridien d'un lieu coïncide deux fois avec le plan du cercle horaire d'une étoile A.



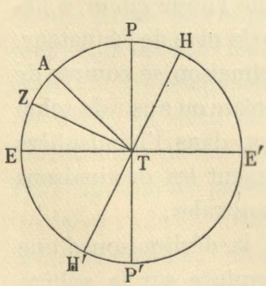
Le zénith qui décrit un parallèle de la sphère céleste occupe alors deux positions Z et Z′ symétriques par rapport à la ligne des pôles PP′. On voit immédiatement sur la figure que la distance zénithale de l'étoile A est maximum lorsque le zénith est en Z′, minimum lorsqu'il est en Z.

C'est pour cette raison que lorsque le plan méridien d'un lieu passe par une étoile A, on dit que l'étoile atteint sa *culmination*, comme nous l'avons déjà vu au n° 11. La culmination est *supérieure* lorsque l'étoile et le zénith se trouvent d'un même côté de la ligne des pôles, ce qui arrive sur la figure lorsque le zénith est en Z; elle est *inférieure* dans le cas contraire.

Pour obtenir la déclinaison d'une étoile, on applique le théorème suivant :

21. Théorème. — *La déclinaison d'une étoile est égale à la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon, augmentée de la distance zénithale de cette étoile à sa culmination supérieure, à condition de compter positivement les distances zénithales du zénith vers le pôle.*

Prenons en effet pour plan de figure le plan du cercle horaire



de l'étoile A. Soient Z la position du zénith correspondant à la culmination supérieure de l'étoile A, PP′ la ligne des pôles, EE′ et H′H la trace du plan de l'équateur et de l'horizon sur le plan de figure.

L'angle ETA est égal à la somme des angles ETZ et ZTA. Or les angles droits ETP et ZTH ayant une partie commune ZTP, les parties non communes ETZ et PTH sont égales, et on a

$$\widehat{ETA} = \widehat{PTH} + \widehat{ZTA}.$$

Mais $\widehat{PTH}$ est la hauteur H du pôle au-dessus de l'horizon et $\widehat{ZTA}$ est la distance zénithale Z de l'étoile A à sa culmination supérieure ; on a donc bien

$$D = H + Z.$$

22. Pour mesurer la déclinaison d'une étoile, on commence par mesurer une fois pour toutes la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon. Il suffit alors de mesurer la distance zénithale de l'étoile, ce qui se fait, soit avec le théodolite, soit avec le *cercle mural*.

23. Cercle mural. — Le cercle mural se compose d'une lunette dont l'axe optique décrit le plan méridien. Cette lunette tourne autour d'un axe fixé à un mur parallèle au plan méridien et sur lequel on a placé un cercle de cuivre gradué. La ligne 0° — 180° de ce cercle coïncide avec la verticale, de sorte qu'une simple lecture donne la distance zénithale.

24. Catalogues d'étoiles. — Il est clair que si on mesure les ascensions droites et les déclinaisons de toutes les étoiles visibles et qu'on enregistre ces nombres dans des catalogues, on possède un mode de description du ciel bien autrement précis que celui des constellations.

TERRE

Terre. — Longitude et latitude géographiques ; grandeur du rayon de la Terre supposée sphérique ; aplatissement ; longueur du mètre.

25. Première idée de la forme de la Terre. — La Terre est un corps de dimensions finies, isolé dans l'espace.

Sa forme est sensiblement celle d'une sphère. Il suffit, pour s'en convaincre, de se placer en un lieu exempt d'accidents de terrain et de regarder autour de soi. On aperçoit l'horizon terminé circulairement, et le cercle d'horizon s'élargit à mesure que l'on s'élève. Ce cercle est la courbe de contact du cône circonscrit à la Terre ayant pour sommet l'œil de l'observateur. Comme le cercle d'horizon paraît avoir tous ses points à égale distance de l'œil de l'observateur, il s'ensuit que ce cône est de révolution autour de la verticale du lieu d'observation. Or, c'est là une propriété caractéristique de la sphère d'être la seule surface telle que tous les cônes qui lui sont circonscrits soient de révolution.

Enfin, on constate que, dans les éclipses de lune, l'ombre projetée de la Terre sur la Lune est terminée par un contour circulaire.

26. Méridiens terrestres, pôles terrestres, équateur terrestre. — Le plan méridien d'un lieu coupe la surface de la Terre suivant une courbe qui passe par les *pôles terrestres*, c'est-à-dire par les points d'intersection de l'axe de rotation de la Terre avec la surface de notre globe. Cette courbe est divisée en deux parties par la ligne des pôles : chacune de ces parties se nomme un *méridien terrestre*, et le méridien terrestre d'un lieu est le méridien terrestre qui passe par ce lieu. La méridienne d'un lieu n'est donc autre chose que la tangente au méridien terrestre de ce lieu.

Les pôles terrestres portent les mêmes noms que les pôles célestes correspondants.

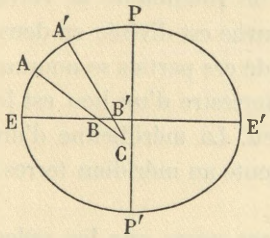
Nous verrons plus loin (n° 34) que la surface de la Terre est de révolution autour de son axe de rotation. L'équateur de cette surface se nomme *équateur terrestre*. Son plan étant perpendiculaire à la ligne des pôles coupe donc la sphère céleste suivant l'équateur céleste et c'est même cette propriété qui justifie la dénomination de ce cercle.

27. **Détermination d'un point à la surface de la Terre ; longitude, latitude.** — Il est très important de pouvoir déterminer avec précision la position d'un point à la surface de la Terre. On se sert de deux éléments présentant une grande analogie avec l'ascension droite et la déclinaison : la *longitude* et la *latitude*.

On appelle *longitude* d'un lieu l'angle du méridien de ce lieu avec le méridien d'un autre lieu pris pour origine. Cet angle est égal à l'angle plan du dièdre formé par les plans méridiens des deux lieux. La longitude se compte de 0° à 180° à partir du méridien origine, positivement vers l'ouest, négativement vers l'est.

Bien que le méridien origine ait pour longitude 0°, on lui donne souvent le nom de *premier méridien*. En France, c'est celui de Paris. Toutes les nations ne prennent pas pour origine le méridien de Paris : ainsi, le premier méridien des Anglais passe par Greenwich ; il est à 2° 20′ 9″,4 à l'ouest du méridien de Paris.

On appelle *latitude* d'un point A à la surface de la Terre l'angle que fait la verticale du point A avec le plan de l'équateur.



Prenons pour plan de figure le plan méridien du lieu. Il coupe la Terre suivant une certaine courbe PEP'E', PP' étant la ligne des pôles et EE' la trace du plan de l'équateur sur le plan méridien.

La latitude du point A est l'angle EBA. La latitude se compte de 0° à 90°, de l'équateur vers les pôles, positivement vers le pôle boréal, négativement vers le pôle austral : on dit quelquefois que la latitude est boréale dans le premier cas, australe dans le second.

Soit A' un autre point situé sur le même méridien que A : sa latitude est l'angle EB'A'.

On voit que la différence de latitude des deux points A et A' est toujours égale à l'angle A'CA des verticales des points A et A'. En effet, dans le triangle BB'C l'angle extérieur A'B'E est égal à la somme des deux angles non adjacents ; on a donc

$$\widehat{EB'A'} = \widehat{ACA'} + \widehat{B'BC},$$

et comme

$$\widehat{B'BC} = \widehat{EBA},$$

on en tire

$$\widehat{A'CA} = \widehat{EB'A'} - \widehat{EBA},$$

ou

$$\widehat{A'CA} = \lambda' - \lambda,$$

λ et λ' désignant les latitudes des points A et A'.

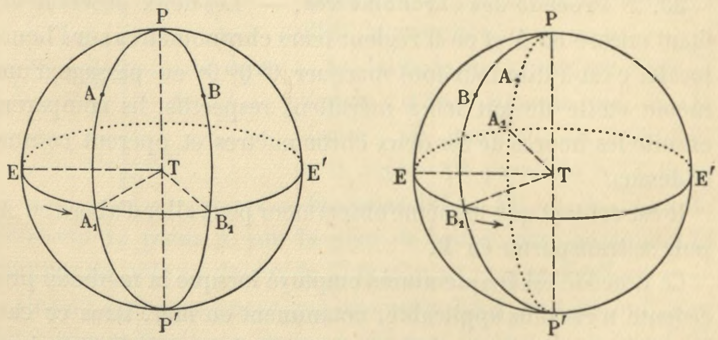
Cette démonstration a été faite en supposant les deux points A et A' d'un même côté de l'équateur, mais, grâce à nos conventions de signes sur la latitude, la proposition est générale.

28. Détermination de la longitude. — Puisque la Terre tourne d'un mouvement uniforme autour de la ligne de ses pôles, tous ses méridiens passent successivement et à des intervalles égaux devant une même étoile. Il s'ensuit que notre globe, avec l'ensemble de ses méridiens, peut être assimilé à une horloge dont le cadran mobile tournerait d'un mouvement uniforme devant une aiguille fixe représentée par un astre quelconque. L'intervalle de temps qui s'écoule entre les passages successifs de deux méridiens différents devant une même étoile étant connu, on en déduit l'angle des deux méridiens. En effet, la Terre tournant sur elle-même en 24 heures sidérales, tourne de 15° en une heure et de $15° \times t$ en t heures. Par conséquent, si l'on connaît l'intervalle de temps t qui s'écoule entre ces deux passages, il suffit de multiplier par 15 ce temps t évalué en heures, pour avoir en degrés l'angle des deux méridiens.

Deux cas sont alors à distinguer, suivant que les deux points A et B sont, ou non, d'un même côté du plan PEP'E' du méridien origine.

Pour mieux préciser, choisissons comme plan de figure le plan du méridien origine PEP'.

Dans le premier cas, l'angle A_1TB_1 est la différence des longitudes L et L' des points A et B, qui sont toutes deux négatives sur la figure.



1er Cas. *2e Cas.*

Dans le second cas l'angle A_1TB_1 est la somme des deux angles ETB_1 et ETA_1, mais si L et L' désignent les longitudes des points A et B avec leurs signes, on voit que, la longitude du point B étant négative sur la figure, on a encore

$$\widehat{A_1TB_1} = L - L'.$$

Tout revient donc à déterminer l'angle A_1TB_1; on peut y arriver par plusieurs procédés différents.

29. 1° **Procédé des signaux.** — Deux observateurs se postent en A et B sur les deux méridiens dont ils veulent connaître l'angle. L'observateur B placé à l'est observe une étoile convenue, et, au moment de son passage au méridien, adresse un signal à l'observateur A. Celui-ci note l'heure et attend à son tour que la même étoile passe devant son méridien. Il note de nouveau l'heure du passage. La différence de ces deux heures, multipliée par 15, donne en degrés l'angle des méridiens de A et de B.

Lorsque les deux postes A et B sont reliés télégraphiquement, le meilleur signal est un signal électrique.

Si les deux postes, sans être reliés télégraphiquement, ne sont pas cependant trop éloignés l'un de l'autre pour que de A on ne puisse apercevoir B, on peut produire un signal en A en allumant quelques hectogrammes de poudre; leur combustion rapide produit un éclairement subit des nuées.

30. 2° **Procédé des chronomètres.** — Les deux observateurs étant encore en A et en B règlent leurs chronomètres sur l'heure locale, c'est-à-dire leur font marquer $0^h 0^m 0^s$ au passage d'une même étoile devant leurs méridiens respectifs. Ils comparent ensuite les heures de ces deux chronomètres et opèrent comme ci-dessus.

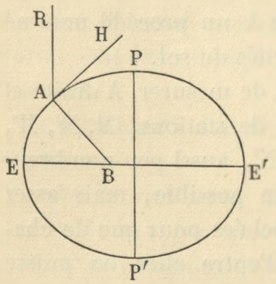
Il est évident que le même observateur peut aller d'abord en A, puis se transporter en B.

Ce procédé est fréquemment employé lorsque la méthode précédente n'est plus applicable, notamment en mer. Dans ce cas, on emporte plusieurs chronomètres de façon à pouvoir mieux contrôler leur marche. En 1843, on calcula la longitude de l'Observatoire de Pultawa au moyen de 68 chronomètres qui furent transportés en même temps de Greenwich à l'observatoire russe.

31. 3° **Procédé des éclipses.** — Les astronomes peuvent calculer à l'avance certains phénomènes, par exemple les éclipses des satellites de Jupiter. Les résultats en sont consignés à l'avance dans une publication française annuelle qui a pour titre la *Connaissance des Temps*. Supposons qu'on observe ce phénomène dans un lieu dont on veut déterminer la longitude par rapport à celle de Paris. Il suffit de noter l'heure locale et de prendre la différence entre cette heure et l'heure indiquée dans la *Connaissance des Temps* pour l'apparition du phénomène, et qui est celle de Paris. En multipliant cette différence par 15, on a encore l'angle des deux méridiens, d'où l'on déduit la longitude cherchée.

32. Détermination de la latitude. — Pour déterminer la latitude d'un lieu, on s'appuie sur le théorème suivant :

THÉORÈME. — *La latitude d'un point est égale à la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon de ce point.*



Prenons pour plan de figure le plan méridien du point donné A et soit PEP′ le méridien de ce point.

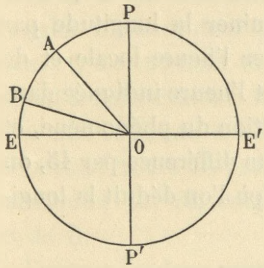
La latitude du point est égale à l'angle ABE. Menons par A la droite AH tangente au méridien et la droite AR parallèle à la ligne des pôles PP′ ; AH est la trace de l'horizon du point A sur le plan de figure ; par conséquent la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon est l'angle RAH.

On voit immédiatement que les angles RAH et ABE ont leurs côtés perpendiculaires chacun à chacun ; ils sont donc égaux, et le théorème est démontré.

Nous avons vu comment on pouvait trouver la hauteur du pôle. On sait donc trouver la latitude d'un lieu partout où on a un théodolite et un sol fixe pour le placer.

33. Grandeur du rayon de la Terre supposée sphérique. — Commençons par exposer la méthode de calcul.

Soit R le rayon de la Terre supposée sphérique; soit l la longueur d'un arc de grand cercle tracé à sa surface, et correspondant à un angle au centre de n degrés : on a la formule connue



$$l = \frac{\pi R n}{180},$$

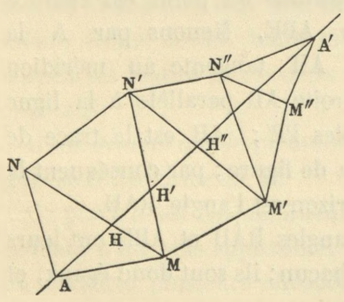
d'où $$R = \frac{180 l}{n\pi}.$$

Il faut donc, pour avoir R, connaître l et n.

L'arc de grand cercle choisi est un arc de méridien. Deux observateurs se placent l'un en A, l'autre en B, et déterminent les latitudes de ces points. Si, comme l'indique la figure, ces deux points sont dans un même hémisphère, l'angle AOB, c'est-à-dire n, est égal à la différence des latitudes des points A et B.

Pour mesurer l'arc AB, on a recours à un procédé nommé *triangulation*, nécessité par les irrégularités du sol.

Soit AA′ l'arc du méridien qu'il s'agit de mesurer. A droite et à gauche de AA′ on choisit une série de stations, M, M′, M″, N, N′, N″, aussi peu nombreuses que possible, mais assez rapprochées pour que de chacune d'entre elles on puisse voir les stations environnantes et mesurer, non les côtés, mais les angles des triangles AMN, MNN′, MM′N′, etc. Ces angles se mesurent avec une grande précision à l'aide du théodolite.



On voit qu'il suffit de connaître un seul côté de ces triangles pour calculer de proche en proche tous les autres côtés.

On mesure donc l'un des côtés, qu'on appelle base; soit par exemple AM. Ensuite on détermine en A la direction de la méridienne. Cette ligne va couper en H le côté MN du premier triangle. Dans le triangle AMH on connaît AM et les angles en A et en M. Donc ce triangle est déterminé, et on peut calculer AH et les autres éléments. Pour avoir HH′, il n'est pas nécessaire de faire d'autres mesures. En effet, dans le triangle HMH′ on connaît l'angle en H, l'angle en M et le côté MH = MN — NH. De proche en proche, on calculera H′H″, etc., et la somme de tous ces tronçons donnera AA′.

On mesure ensuite les latitudes des points A et A′. La différence de ces latitudes donne en degrés, minutes et secondes l'amplitude AA′ de l'arc du méridien.

Afin d'avoir une vérification, on mesure directement le dernier côté A′M″, et on compare la longueur trouvée ainsi directement à la longueur calculée.

34. **Forme réelle de la Terre, aplatissement.** — La première mesure d'un arc de méridien fut faite par Picard en 1669. Depuis, on a répété sous toutes les latitudes et dans tous les pays des mesures d'arcs de méridiens, et les différents arcs mesurés en Europe ont été rattachés les uns aux autres par des réseaux de triangles.

Le premier résultat de la comparaison de toutes ces mesures est que :

Tous les méridiens sont égaux entre eux, en sorte que la surface de la Terre est de révolution autour de la ligne des pôles.

On trouve ensuite que la longueur de l'arc de 1° va en augmentant depuis l'équateur jusqu'aux pôles.

Godin, *Bouguer* et *La Condamine* allèrent en 1736 mesurer un degré du méridien au Pérou près de l'Équateur, tandis que *Maupertuis*, *Clairaut*, *Camus*, *Lemonnier* et *Outhier* allèrent en Laponie.

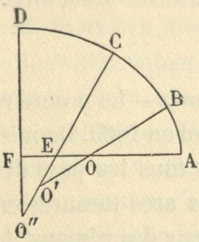
Voici, avec les mesures de Picard, les résultats qu'on obtint pour la longueur de l'arc de 1° :

Au Pérou	56 750 toises.
En France	57 070 toises.
En Laponie	57 422 toises.

Il résulte de là que les méridiens ne sont pas des cercles, et que la Terre n'est pas rigoureusement sphérique. Pour trouver la forme d'un méridien terrestre, nous pouvons le considérer comme formé approximativement de 180 arcs de cercle correspondant à des angles au centre de 1° et se raccordant les uns avec les autres. Nous allons montrer sur un cas très particulier qu'un méridien construit de cette façon est aplati aux pôles et renflé à l'équateur.

Construisons en effet un demi-méridien seulement avec trois arcs de 30° chacun, mais supposons que les rayons de ces arcs vont en croissant avec la latitude.

D'un point O comme centre, avec un rayon OA, décrivons un arc AB de 30°. Portons ensuite sur BO une longueur BO' égale au rayon du second arc, et de O' comme centre, avec $O'B$ comme rayon, décrivons un arc BC de 30°. Enfin portons sur CO' une longueur CO'' égale au rayon du troisième arc, et de O'' comme centre, avec $O''C$ comme rayon, décrivons un troisième arc de 30°, CD.



Soient E et F les points d'intersection de OA avec $O''C$ et $O''D$. Nous allons démontrer que l'arc ABCD est renflé en A et aplati en D. Il suffit pour cela de prouver que l'on a $FD < FA$.

En effet, la ligne brisée $O''O'O$ est plus courte que l'enveloppante $O''FO$. Par conséquent, le chemin $O''O'OA$ est moindre que le chemin $O''FA$. Or on peut remplacer le chemin $O''O'OA$ par son égal $O''O'OB$, puisque $OB = OA$; et comme $O'B = O'C$, on peut remplacer le chemin $O''O'OB$ par son égal $O''C$, qui est lui-même égal à $O''D$. On a donc, en définitive,

$$O''D < O''F + FA,$$

d'où

$$O''D - O''F < FA,$$

c'est-à-dire

$$FD < FA.$$

Ce raisonnement est d'ailleurs général, et s'applique sans modifications à une ligne courbe composée d'un plus grand nombre d'arcs de cercle.

En étudiant de plus près la forme du méridien terrestre, on a trouvé qu'on pouvait le confondre avec une demi-ellipse de très petite excentricité dont le petit axe est dirigé suivant la ligne des pôles.

Soient a et b les demi-longueurs des axes de cette ellipse; on appelle aplatissement de la Terre le rapport $\frac{a-b}{a}$. Les mesures effectuées ont donné pour valeur de l'aplatissement de la Terre la fraction $\frac{1}{292}$.

35. Longueur du mètre. — Dimensions de la Terre. — La mesure de l'arc de 1° permit de réformer le système des poids et mesures, en fournissant l'unité fondamentale de longueur.

Avant 1790, il y avait en France presque autant de systèmes différents de poids et mesures que de provinces différentes.

Les unités étaient choisies arbitrairement, et le système des multiples et des sous-multiples était parfois très compliqué.

L'Assemblée constituante nomma en 1790 une commission chargée de réformer le système entier des poids et mesures. Toutes les nations furent appelées à y concourir et à s'y faire représenter par leurs savants. Ce fut la *Commission du système métrique.*

Elle se proposa d'établir un système de poids et mesures satisfaisant aux deux conditions suivantes :

1° *L'unité fondamentale devait être une grandeur facile à retrouver, lors même que l'étalon en viendrait à être perdu;*

2° *Les multiples et sous-multiples devaient se succéder conformément au système décimal.*

L'unité fondamentale de longueur choisie fut le *mètre*, qu'on définit comme étant égal à la dix-millionième partie d'un demi-méridien terrestre (*).

On construisit ensuite un *mètre-étalon* qui fut déposé aux Archives Nationales.

Plus récemment, on a encore mesuré des arcs de méridien, mais les résultats trouvés ne concordèrent pas tout à fait avec les résultats précédents.

La commission des poids et mesures a adopté une valeur trop faible de 440 toises pour la longueur du demi-méridien ter-

(*) Rappelons que, d'après la définition donnée au n° 26, un méridien n'est pas une ellipse, mais une demi-ellipse.

restre, et le mètre n'est plus la dix-millionième partie de ce quart d'ellipse. Sa valeur devrait être augmentée de 2 dixièmes de millimètre environ.

Mais il est possible que ces mesures, si précises soient-elles, soient dépassées par d'autres mesures encore plus précises. Si l'on s'en tenait à la définition légale du mètre, sa longueur serait donc incessamment variable avec les progrès de la géodésie, condition incompatible avec l'existence d'un étalon de mesure.

Aussi, dirons-nous dorénavant :

Le mètre, unité des mesures de longueur, est une longueur arbitraire: c'est la longueur, à 0°, d'une règle en platine déposée aux Archives nationales et qui équivaut à peu près à la dix-millionième partie de la moitié d'un méridien terrestre.

Un astronome français, M. Faye, a discuté les mesures les plus récentes et a donné les chiffres suivants :

Moitié du méridien elliptique.	10 002 008^{m}.
Demi-grand axe	6 378 393^{m}.
Demi-petit axe.	6 356 549^{m}.
Surface de la Terre	510 082 000 kil. q.
Volume de la Terre.	1 083 260 millions de kilomètres cubes.

L'aplatissement de la Terre (chiffre rectifié) est de $\frac{1}{292}$.

Lorsqu'il ne s'agit pas de calculs d'une grande précision, on prend pour circonférence de la Terre 40 000 kilomètres.

Son rayon moyen est alors 6 366 kilomètres.

Sa surface vaut 500 millions de kilomètres carrés.

Son volume vaut 1 trillion de kilomètres cubes.

La plus haute montagne du globe ne s'élevant même pas à 9 kilomètres au-dessus du niveau de la mer, le rapport de sa hauteur à la longueur du rayon terrestre est inférieur à $\frac{9}{6366}$ ou à $\frac{1}{707}$. Il résulte de là que si l'on construisait une sphère de 70 centimètres de rayon pour représenter la Terre, la plus haute montagne y serait représentée par une protubérance n'ayant pas même 1 millimètre de saillie.

CONSTRUCTION DES CARTES

Projections orthographiques ; projections stéréographiques; développement de Mercator; développement conique; carte d'État-Major; projections polyédriques.

36. **Des cartes.** — On dit qu'on a fait la carte d'une surface, lorsqu'on a trouvé un mode de correspondance entre tous ses points et ceux d'un plan ou d'une portion de plan, de telle manière qu'on puisse, à la lecture de la figure plane, se représenter la forme de la surface dans le voisinage d'un point et reconstituer d'une façon précise les singularités qui se peuvent présenter en ce point.

On verra, en topographie, la classification des cartes de la Terre. Nous nous bornerons ici à exposer quelques principes servant à la construction de certaines cartes.

La Terre n'est pas une sphère, mais les degrés d'un méridien, quoique inégaux, diffèrent très peu les uns des autres, et dans les cartes qui n'exigent pas une extrême précision, on peut supposer la Terre sphérique.

Les méridiens sont alors les demi-grands cercles ayant pour diamètre commun la ligne des pôles.

Tous les points d'égale latitude sont situés sur des cercles nommés *parallèles* et dont les plans sont perpendiculaires à la ligne des pôles.

On appelle *canevas* d'une carte géographique le système des lignes qui correspondent aux méridiens et aux parallèles terrestres.

Nous étudierons ici quelques procédés de construction du canevas.

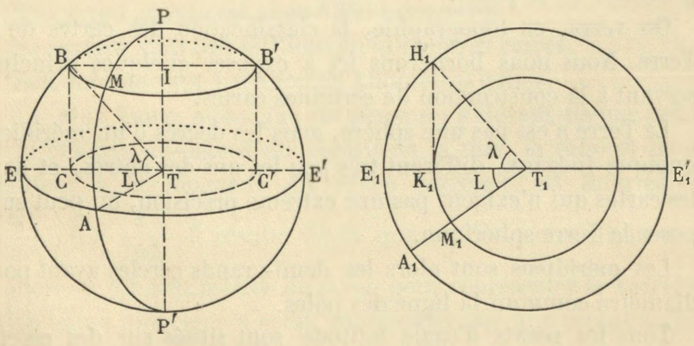
Comme il est impossible d'appliquer une sphère sur un plan sans déchirures ni duplicatures, il est évident que certains éléments sont plus ou moins déformés, et les déformations varient avec les procédés employés.

Suivant l'objet qu'on se propose dans la construction de la carte, certaines déformations ont une importance capitale et d'autres peuvent être secondaires, en sorte que l'étude des déformations doit être faite avec soin.

37. Projections orthographiques. — Dans ce système, on représente chaque point de la sphère terrestre par sa projection orthogonale sur le plan d'un grand cercle.

On choisit d'habitude pour plan de projection, soit le plan de l'équateur, soit le plan d'un méridien.

38. 1° Projection sur le plan de l'équateur. — On voit qu'un méridien quelconque PAP′ se projette suivant le rayon TA et que l'angle de deux méridiens est égal à l'angle de leurs projections.



Un parallèle quelconque BB′ se projette suivant un cercle égal concentrique à l'équateur. Calculons le rayon r du parallèle de latitude λ. Dans le triangle TIB, on a $IB = FB \cos IBT$.

Or, si on désigne par R le rayon de la Terre, on a $TB = R$, $IB = r$, $\widehat{IBT} = \widehat{BTE} = \lambda$. Donc

$$r = R \cos \lambda.$$

Ceci posé, représentons l'équateur par un cercle de centre T_1, et proposons-nous, par exemple, de faire la carte de l'hémisphère boréal; cherchons à construire la projection orthographique du point M de latitude λ et dont la longitude orientale est égale à L.

Nous traçons le diamètre $E_1T_1E'_1$, projection du premier méridien et nous menons une droite T_1A_1 qui fasse avec T_1E_1 dans le sens des longitudes orientales un angle égal à L. Nous avons en T_1A_1 la projection du méridien considéré.

Pour obtenir la projection du parallèle de latitude λ, il suffit de mener par T_1 une droite T_1H_1 faisant avec T_1E_1 un angle égal à λ et d'abaisser de H_1 une perpendiculaire H_1K_1 sur T_1E_1 : le cercle de centre T_1 et de rayon T_1K_1 représente évidemment ce parallèle.

Le point M_1 où la droite T_1A_1 coupe le cercle précédent est la projection orthographique du point M.

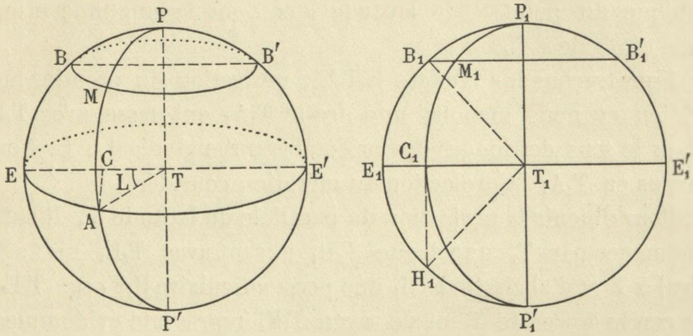
Étudions la déformation subie par les aires dans ce système. On sait que l'on obtient l'aire de la projection orthogonale d'une figure plane sur un plan en multipliant l'aire de la figure considérée par le cosinus de l'angle des deux plans. Considérons donc sur la sphère terrestre un élément de surface assez petit pour qu'on puisse sans erreur sensible le considérer comme situé dans le plan tangent à la sphère en l'un de ses points : si λ désigne la latitude de ce point, le plan de l'élément fait avec celui de l'équateur un angle complémentaire de λ, en sorte que si l'on désigne par S l'aire de l'élément et S' celle de sa projection sur le plan de l'équateur, on a

$$S' = S \sin \lambda.$$

Il suit de là que les aires des régions équatoriales sont extrêmement réduites. Les régions voisines du pôle sont au contraire peu déformées.

La projection orthographique sur le plan de l'équateur convient donc bien à la représentation des régions polaires, mais elle ne vaut rien pour les régions équatoriales.

39. 2° **Projection sur le plan d'un méridien.** — Prenons maintenant pour plan de projection le plan d'un méridien que nous conviendrons de regarder comme premier méridien.



Tous les méridiens se projettent suivant des demi-ellipses, sauf le méridien origine qui est à lui-même sa projection et le méridien de longitude 90° qui se projette suivant la ligne des pôles.

Le méridien PAP' de longitude L se projette suivant une demi-ellipse dont PP' est le grand axe et dont le demi-petit axe TC a pour valeur $R \cos L$, comme on le voit dans le triangle TAC rectangle en C.

Chaque parallèle se projette suivant une droite égale à son diamètre et perpendiculaire à la ligne des pôles.

Construisons la projection orthographique du point M qui a pour longitude L et pour latitude λ.

D'un point T_1 comme centre, avec un rayon arbitraire T_1P_1, nous décrivons un cercle et nous convenons de considérer le demi-cercle $P_1E_1P'_1$ comme représentant le premier méridien. Pour construire la projection du méridien de longitude L, nous menons par T_1 une demi-droite T_1H_1 faisant avec T_1E_1 l'angle L et nous projetons H_1 en C_1 sur T_1E_1 : T_1C_1 est le demi-petit axe demandé et on peut construire la demi-ellipse $P_1C_1P'_1$.

Pour obtenir la projection $B_1B'_1$ du parallèle de latitude λ, nous menons par T_1 une demi-droite T_1B_1 faisant avec T_1E_1 l'angle λ et nous menons $B_1B'_1$ parallèle à $E_1E'_1$.

La droite $B_1B'_1$ coupe la demi-ellipse $P_1C_1P'_1$ en un point M_1 qui est la projection orthographique du point M.

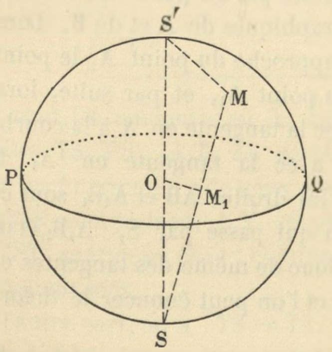
Si on a besoin seulement du point M_1, il n'est pas nécessaire de tracer la demi-ellipse $P_1C_1P'_1$; il suffit de joindre B_1 et E_1 par une droite qui coupe $P_1P'_1$ en S_1 et de mener S_1C_1 : le point d'intersection de S_1C_1 avec $B_1B'_1$ est le point M_1 cherché.

Comme précédemment, on verra que les parties centrales de la carte donnent seules une bonne représentation des régions terrestres correspondantes.

La carte d'Afrique du Service géographique de l'armée française, au 1/2 000 000, est construite de cette façon.

Les cartes de la Lune sont établies dans ce système, qui répond exactement à la manière dont nous voyons notre satellite.

40. Projections stéréographiques. — Soit S un point d'une sphère O, de rayon R ; menons par le centre de la sphère un plan PQ perpendiculaire au diamètre SOS′, et considérons un point quelconque M de la sphère. La droite SM coupe le plan PQ en un point M_1. On dit que le point M_1 est la *projection stéréographique* du point M par rapport au *point de vue* S et au *plan du tableau* PQ. On voit donc dès l'abord que la projection stéréographique n'est autre chose qu'une perspective restreinte à tous les points d'une sphère.



Nous allons indiquer une autre propriété remarquable de cette projection. Menons les droites S′M et OM_1 ; les deux triangles

SOM_1 et SMS', rectangles l'un en O, l'autre en M, sont semblables et donnent

$$\frac{SM_1}{SS'} = \frac{SO}{SM},$$

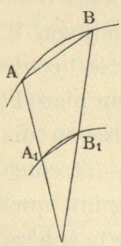
d'où

$$SM \times SM_1 = SO \times SS' = 2R^2.$$

Cette relation montre que les points M et M_1 se correspondent dans une inversion par rapport au pôle S, la puissance d'inversion étant égale à $2R^2$. Il suit de là qu'on pourrait déduire toutes les propriétés des projections stéréographiques de celles de l'inversion. Nous allons néanmoins les établir directement.

Rappelons d'abord que la tangente en un point A d'une courbe est la limite des positions d'une droite passant par A et tournant autour de ce point de manière qu'un second point, B, commun à la droite et à la courbe vienne coïncider avec le premier.

Considérons une courbe C tracée sur la sphère et prenons deux points A et B sur cette courbe. La projection stéréographique de la courbe C est une courbe C_1 qui passe par les points A_1 et B_1, projections stéréographiques de A et de B. Lorsque le point B se rapproche du point A, le point B_1 se rapproche du point A_1, et par suite, lorsque AB coïncide avec la tangente en A à la courbe C, A_1B_1 coïncide avec la tangente en A_1 à la courbe C_1. Or, les droites AB et A_1B_1 sont constamment dans un même plan qui passe par S, A_1B_1 étant la perspective de AB ; il en est donc de même des tangentes en A et en A_1 aux courbes C et C_1, et l'on peut énoncer le théorème suivant :



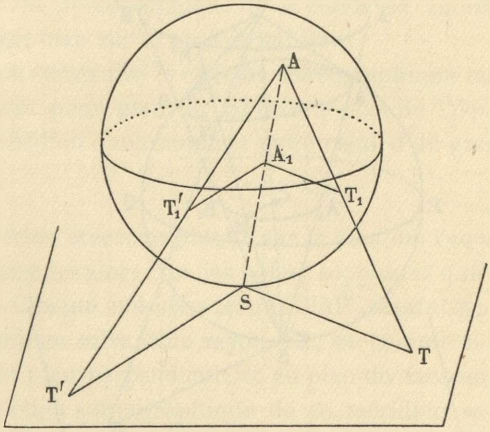
La tangente en un point de la projection stéréographique d'une courbe est la perspective de la tangente à la courbe, au point correspondant.

Démontrons encore les deux théorèmes suivants :

41. Théorème I. — *La projection stéréographique conserve les angles.*

On appelle angle de deux courbes passant par un même point l'angle des tangentes aux deux courbes en ce point. Le théorème précédent exprime que si l'on considère deux courbes tracées sur la sphère et passant par un même point, leurs projections stéréographiques se coupent sous le même angle que les deux courbes données.

Soient en effet T et T' les points d'intersection avec le plan tangent en S des tangentes en A aux courbes C et C'. Les plans AST, AST' coupent le plan PQ suivant deux droites A_1T_1 et $A_1T'_1$



qui sont les tangentes en A_1 aux courbes C_1 et C'_1. Menons les droites TS, $T'S$. A_1T_1 est parallèle à ST, car ces deux droites sont les intersections de deux plans parallèles par un troisième. Pour la même raison, $A_1T'_1$ est parallèle à ST'. Les angles $T_1A_1T'_1$ et TST' sont donc égaux comme ayant leurs côtés parallèles et de mêmes sens.

D'autre part, on a $TS = TA$, $T'S = T'A$ comme tangentes à la sphère issues d'un même point. Joignons T et T'. Les triangles TST' et TAT' sont égaux comme ayant leurs trois côtés égaux chacun à chacun, et on a

$$\widehat{TST'} = \widehat{TAT'},$$

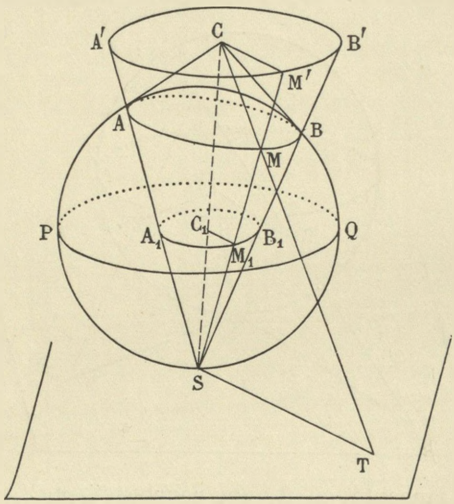
mais puisque $\widehat{TST'} = \widehat{T_1A_1T'_1},$

il vient $\widehat{T_1A_1T'_1} = \widehat{TAT'}$. C. Q. F. D.

42. Théorème II. — *La projection stéréographique d'un cercle de la sphère ne passant pas par le point de vue est un cercle qui a pour centre la perspective du sommet du cône cirsconscrit à la sphère le long du cercle donné.*

Soient AB un cercle de la sphère, C le sommet du cône circonscrit le long de AB et M un point du cercle AB.

Menons par C un plan A′B′ parallèle au plan PQ, et menons la droite SM_1MM'. Les deux triangles CMM′ et TMS sont sem-



blables comme équiangles. Or on a $TM = TS$ comme tangentes à la sphère issues d'un même point. Donc on a aussi $CM = CM'$. Mais toutes les génératrices du cône C sont égales entre elles, et CM′ est par suite constant. Or les droites C_1M_1 et CM′ étant parallèles, les triangles SM_1C_1 et SM′C donnent

$$\frac{C_1M_1}{CM'} = \frac{SC_1}{SC};$$

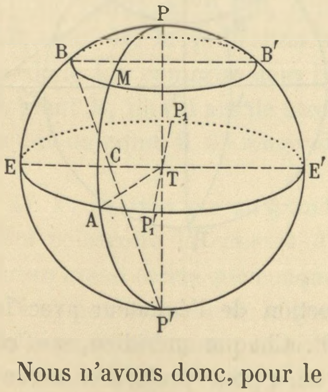
les longueurs CM′, SC_1 et SC étant constantes, on en conclut que la distance C_1M_1 est aussi constante et que par suite le lieu du point M_1, c'est-à-dire la projection stéréographique du cercle AB est un cercle ayant pour centre le point C_1, perspective du point C sur le plan du tableau.

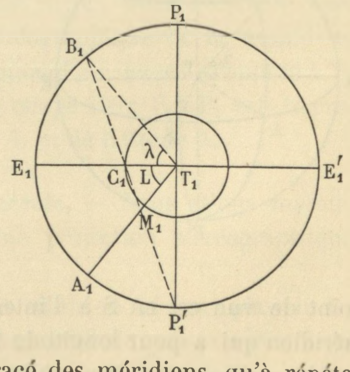
43. *Remarque* I. — Si le petit cercle considéré se rapproche de plus en plus du centre de la sphère, le sommet du cône circonscrit s'éloigne indéfiniment du point de vue et le cône devient un cylindre circonscrit à la sphère ayant pour axe le diamètre perpendiculaire au plan de contact, en sorte que la projection d'un grand cercle est un arc de cercle ayant pour centre la trace sur le plan du tableau de la perpendiculaire menée du point de vue au plan du grand cercle considéré.

44. *Remarque* II. — Lorsque le plan du cercle AB passe par S, la projection stéréographique de ce cercle est manifestement la trace de son plan sur le plan du tableau.

Nous allons construire le canevas stéréographique en prenant successivement pour plan du tableau le plan de l'équateur, le plan d'un méridien quelconque et enfin celui d'un grand cercle quelconque.

45. Projection stéréographique sur le plan de l'équateur. — Le point de vue est alors l'un des pôles; supposons que ce soit le pôle austral. Chaque méridien tel que PAP′ passant par le point de vue se projette suivant un rayon TA, et comme il est contenu dans un plan perpendiculaire au plan du tableau, on voit que la projection stéréographique de ce méridien se confond avec sa projection orthographique sur le plan de l'équateur.





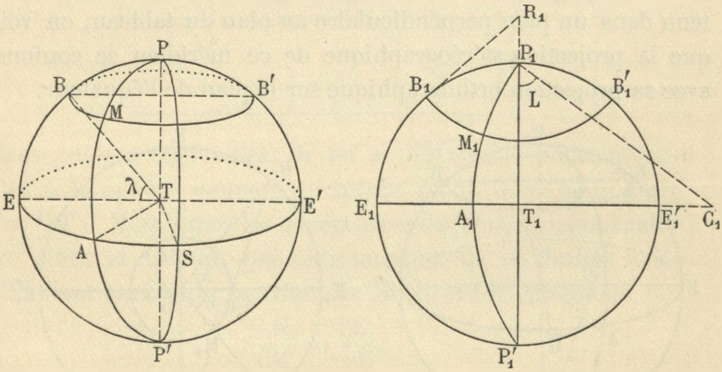
Nous n'avons donc, pour le tracé des méridiens, qu'à répéter mot pour mot ce que nous avons dit au n° 38.

Un parallèle de latitude λ, tel que BB', se projette suivant le cercle de centre T et de rayon TC.

Pour construire cette projection, rabattons le plan $PEP'E'$ sur le plan de l'équateur autour de EE' comme charnière; on voit que le point P' vient en P'_1, à l'extrémité du rayon perpendiculaire à EE', que le point C ne bouge pas et que le point B se rabat en un point B_1 de l'équateur tel que les arcs EB et EB_1 soient égaux. Nous construisons donc un cercle de centre T_1. Nous traçons la projection stéréographique T_1E_1 du premier méridien PEP' et la droite T_1A_1 projection stéréographique du méridien de longitude L. Puis, par T_1 nous menons la droite T_1B_1 faisant avec T_1E_1 l'angle λ, nous tirons P'_1B_1, qui coupe T_1E_1 en C_1, et de T_1 comme centre nous décrivons le cercle de rayon T_1C_1 : c'est la projection du parallèle de latitude λ.

On a en M_1 la projection du point M du globe qui a pour longitude L et pour latitude λ.

46. Projection sur un méridien. — Appelons premier méridien le méridien PEP' contenu dans le plan du tableau. Le



point de vue est en S à l'intersection de l'équateur avec le méridien qui a pour longitude 90°. Chaque méridien, sauf ce dernier qui passe par le point de vue, a pour projection stéréographique un arc de cercle passant par les points P et P' et faisant avec le premier méridien un angle égal à la longitude L du méridien considéré.

Pour construire cette projection, nous décrivons un cercle de centre T_1 et d'un rayon arbitraire, nous menons le diamètre $P_1P'_1$ et nous considérons le demi-cercle $P_1E_1P'_1$ comme représentant le premier méridien. Par P_1 nous menons une droite faisant avec $P_1P'_1$ un angle égal à L : le point C_1 où elle coupe $E_1E'_1$ est le centre de l'arc cherché.

Chaque parallèle se projette suivant un cercle, sauf l'équateur qui se projette suivant la droite $E_1E'_1$.

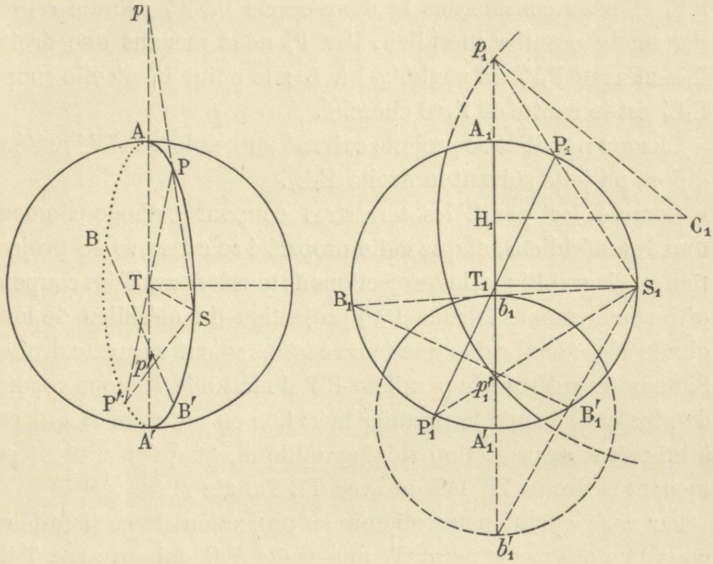
Comme les parallèles terrestres coupent orthogonalement tous les méridiens, et que cette propriété se conserve en projection stéréographique, les projections de tous les parallèles coupent orthogonalement la droite $P_1P'_1$ projection du méridien de longitude 90°, ce qui exige que leurs centres soient sur cette droite. Si nous considérons le parallèle BB′ de latitude λ, nous voyons de plus qu'il coupe le premier méridien en un point B qui est à lui-même sa projection stéréographique, et qu'on obtient en menant la droite TB faisant avec TE l'angle λ.

Par conséquent, pour obtenir la projection de ce parallèle, nous menons par le point T_1 une droite T_1B_1 faisant avec T_1E_1 un angle égal à λ; au point B_1, nous menons une tangente au premier méridien jusqu'au point R_1 où elle coupe $P_1P'_1$; de R_1 comme centre, avec R_1B_1 comme rayon, nous décrivons l'arc $B_1B'_1$, qui est la projection stéréographique de la moitié du parallèle BB′ comprise dans l'hémisphère terrestre opposé à S. Le point M_1 où cet arc de cercle coupe l'arc $P_1A_1P'_1$ est la projection du point M de longitude L et de latitude λ.

47. **Projection sur un grand cercle.** — Nous allons maintenant construire le canevas d'une projection stéréographique sur un grand cercle quelconque.

Nous pouvons définir le grand cercle choisi pour plan du tableau en nous donnant le méridien PSP′ du point de vue S, et les distances polaires des points A et A′ où le cercle donné rencontre le plan du méridien considéré.

Convenons de prendre pour premier méridien le méridien PSP′ ; il se projette suivant la droite AA′ qui rencontre les droites SP et SP′ en deux points qui sont les projections des pôles.



Pour les construire, rabattons le plan du premier méridien sur le plan du tableau ; le point S vient en S_1 à l'extrémité du rayon perpendiculaire à AA′ et les points P et P′ viennent en des points P_1 et P'_1 tels que

$$\overset{\frown}{S_1P_1} = \overset{\frown}{SP},$$

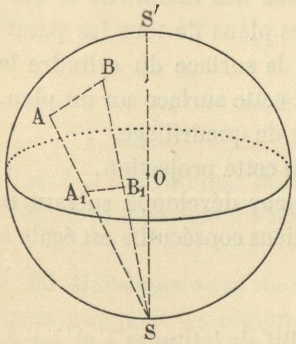
$$\overset{\frown}{S_1P'_1} = \overset{\frown}{SP'}.$$

Les droites S_1P_1 et $S_1P'_1$ rencontrent $A_1A'_1$ en des points p_1 et p'_1 qui sont les projections stéréographiques des deux pôles.

Le méridien de longitude L a pour projection un cercle passant par p_1 et p'_1 et faisant avec $p_1p'_1$ l'angle L. Pour le construire, nous menons par p_1 une droite p_1C_1 faisant avec $p_1p'_1$ un angle complémentaire de L, et du point C_1 où elle coupe la perpendiculaire élevée à $p_1p'_1$ en son milieu H_1, nous décrivons un cercle passant par p_1 et p'_1. La partie utile de ce cercle est l'arc compris à l'intérieur du cercle $A_1P_1A'_1P'_1$.

Puisque les parallèles sont tous orthogonaux à tous les méridiens, la projection du parallèle BB' de latitude λ doit couper orthogonalement les projections de tous les méridiens, et en particulier la droite $p_1p'_1$: cette projection étant un cercle, il a son centre sur $p_1p'_1$ et coupe $p_1p'_1$ en des points b_1 et b'_1 qui sont les projections des points B et B' du parallèle contenus dans le premier méridien. Pour les construire, il suffit de remarquer que lorsqu'on rabat le cercle ASA' sur le plan du tableau, le point B vient en B_1 sur une droite T_1B_1 faisant avec T_1P_1 un angle égal au complément de la latitude du point B, et le point B' vient en B'_1 symétrique de B_1 par rapport à $P_1P'_1$; on mène les droites S_1B_1 et $S_1B'_1$, qui coupent $p_1p'_1$ aux points b_1, b'_1. Il ne reste plus qu'à décrire le cercle de diamètre $b_1b'_1$ et à conserver comme partie utile de ce cercle l'arc compris à l'intérieur du cercle $A_1P_1A'_1P'_1$.

48. **Déformations.** — Soient A et B deux points de la sphère, A_1 et B_1 leurs projections stéréographiques.



Nous avons vu qu'en désignant par R le rayon de la sphère on a

$$2R^2 = SA.SA_1 = SB.SB_1.$$

Par conséquent, si on mène les droites AB et A_1B_1, les triangles SAB et SA_1B_1 sont semblables et donnent

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{SB_1}{SA}.$$

Supposons le point B assez rapproché du point A pour qu'on puisse confondre l'arc de grand cercle passant par AB avec sa corde : dans ces conditions, la longueur SA_1 ne diffère pas sensiblement de SB_1 et, à ce degré d'approximation, on a

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{SA_1}{SA}.$$

Le rapport $\frac{SA_1}{SA}$ est égal à 1 lorsque le point A est dans le plan du tableau ; il croît à mesure que le point A s'en éloigne et atteint sa valeur maximum, qui est 2, lorsque le point A est en S'.

Considérons maintenant un triangle ABC tracé sur la sphère, et assez petit pour qu'on puisse confondre approximativement les arcs AB, BC, CA avec leurs cordes ; il en sera de même du triangle $A_1B_1C_1$ projection de ABC, et, toujours à ce degré d'approximation, on pourra considérer les triangles rectilignes ABC et $A_1B_1C_1$ comme semblables, le rapport de similitude étant $\frac{SA_1}{SA}\cdot$ Il s'ensuit que le rapport de leurs aires varie entre 1, qui est sa valeur minimum, et 4, qui est sa valeur maximum. La projection stéréographique se prête donc convenablement à la représentation des régions voisines du plan du tableau.

49. **Projection cylindrique.** — Circonscrivons à la sphère terrestre un cylindre de révolution dont les génératrices soient parallèles à la ligne des pôles. Les plans des méridiens le rencontrent suivant des génératrices et les plans de tous les parallèles suivant des cercles. En coupant la surface du cylindre le long d'une génératrice et développant cette surface sur un plan, on obtient comme canevas une espèce de quadrillage.

Nous allons étudier les propriétés de cette projection.

D'abord, si nous supposons l'équateur développé suivant la droite EE_1, la distance de deux méridiens consécutifs est égale à $\frac{EE_1}{360}$.

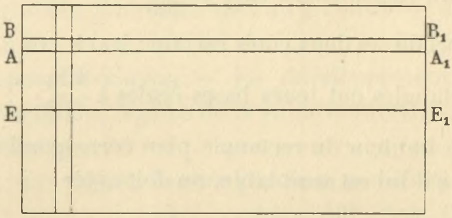
Considérons deux parallèles AA' et BB' de latitudes λ et $\lambda + h$. Calculons leur distance CD.

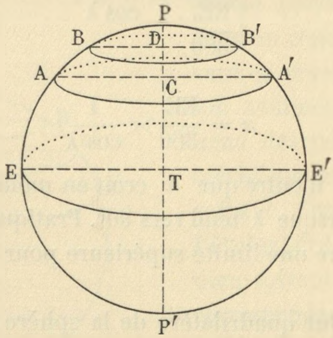
On a
$$CD = TD - TC.$$
Or
$$TD = R \sin(\lambda + h),$$
$$TC = R \sin \lambda.$$
Donc
$$CD = R(\sin(\lambda + h) - \sin \lambda)$$

ou

$$CD = 2R \sin \frac{h}{2} \cos \left(\lambda + \frac{h}{2}\right).$$

Si donc, h restant constant, on fait varier λ de 0 à 90°, on voit que CD diminue sans cesse. Par conséquent, si on fait





$h = 1°$, on voit que la distance de deux parallèles consécutifs décroît et tend vers 0 à mesure que la latitude augmente.

50. Développement de Mercator. — Ce système n'est avantageux que pour les régions équatoriales, mais Gerhard Krämer, dit *Mercator*, l'a modifié de la façon suivante :

Assimilons le quadrilatère formé sur la sphère terrestre par deux méridiens et deux parallèles consécutifs à un rectangle, et proposons-nous de faire correspondre à chaque quadrilatère isocèle de la sphère un rectangle de la carte tel que tous les rectangles de la carte soient semblables aux quadrilatères correspondants de la sphère. Ceci revient à admettre que ces quadrilatères ont leurs bases égales, ce qui n'est vrai qu'approximativement.

Considérons donc un rectangle de la sphère dont le parallèle inférieur ait pour latitude λ. Le côté de ce rectangle dirigé suivant le parallèle est égal à $\frac{2\pi R \cos\lambda}{360}$.

Le côté du méridien est égal à $\frac{2\pi R}{360}$.

Le rapport de ces deux côtés est donc égal à $\cos\lambda$. Sur la carte tous les rectangles ont leurs bases égales à $\frac{EE_1}{360}$.

Soit x la hauteur du rectangle plan correspondant à celui de la sphère : s'il lui est semblable, on doit avoir

$$\frac{x}{\frac{EE_1}{360}} = \frac{1}{\cos\lambda},$$

d'où

$$x = \frac{EE_1}{360} \times \frac{1}{\cos\lambda}.$$

Cette formule montre que x croît en même temps que λ et devient infini lorsque λ tend vers 90°. Pratiquement, on est donc obligé de prendre une limite supérieure pour λ. On adopte en général 80°.

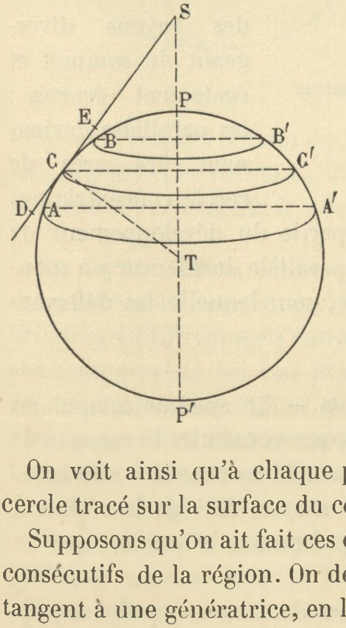
Puisqu'à chaque quadrilatère de la sphère correspond sur la carte une figure semblable, on voit que si deux lignes tracées sur la sphère se coupent sous un certain angle, leurs transformées sur la carte se coupent sous un angle égal.

Considérons deux points A et B du globe terrestre et cherchons à les joindre par une courbe qui coupe tous les méridiens sous des angles égaux. On donne à cette courbe le nom de *loxodromie*. Il est évident que sa transformée sur la carte coupant aussi tous les méridiens sous des angles égaux sera la droite joignant les projections des points A et B. Autrefois les marins ne naviguaient d'un port à un autre que suivant la loxodromie joignant les deux ports. On prenait la carte de Mercator, on déterminait graphiquement l'angle sous lequel la loxodromie coupait les méridiens et le timonier du bâtiment devait seulement veiller à ce que l'aiguille aimantée de la boussole fît constamment le même angle avec la ligne de foi du navire.

On conçoit quelle était alors l'utilité des cartes de Mercator. Elle est moindre actuellement, depuis que les navires à vapeur ne suivent plus des loxodromies, mais des arcs de grands cercles, l'arc de grand cercle qui joint deux points étant sur la sphère le plus court chemin pour aller de l'un à l'autre de ces points.

51. Développement conique. — Le développement conique convient seulement aux régions de la surface terrestre comprises à l'intérieur d'une zone.

Considérons une région limitée par deux parallèles extrêmes AA′ et BB′. Soit CC′ le parallèle moyen. Circonscrivons un cône à la terre suivant ce parallèle et soit S son sommet situé sur la ligne des pôles. Les plans méridiens coupent ce cône suivant des génératrices. Développons chaque méridien suivant la génératrice correspondante, de façon qu'on ait

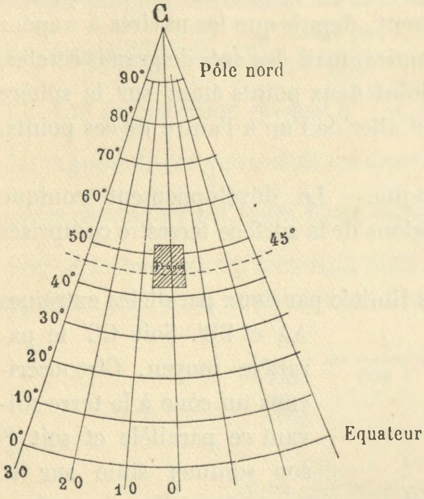


$$CD = \text{arc } CA,$$
$$CE = \text{arc } CB.$$

On voit ainsi qu'à chaque parallèle terrestre correspond un cercle tracé sur la surface du cône.

Supposons qu'on ait fait ces opérations pour tous les parallèles consécutifs de la région. On développe alors le cône sur le plan tangent à une génératrice, en le fendant suivant une autre génératrice. On a ainsi un canevas.

Au point de vue des déformations, on voit que toutes les dimensions sont conservées dans le sens des méridiens. Dans le sens des parallèles, elles sont toutes augmentées, et d'autant plus que les points considérés sont plus éloignés de part et d'autre du parallèle de contact, de telle façon que le pôle se trouve transporté sur tous les méridiens à une certaine distance du sommet du cône où leur écartement n'est pas nul, et qu'au pôle, qui devrait être un point, se trouve substitué un cercle.



Dans le développement du cône, les méridiens deviennent des rayons divergeant du sommet et également écartés ; les parallèles deviennent des arcs de cercle concentriques. La figure ci-contre montre une partie du développement de l'hémisphère Nord. La base est le parallèle de 45° ; on y a montré la place que tiendrait la France, pour laquelle les déformations ne seraient pas très sensibles.

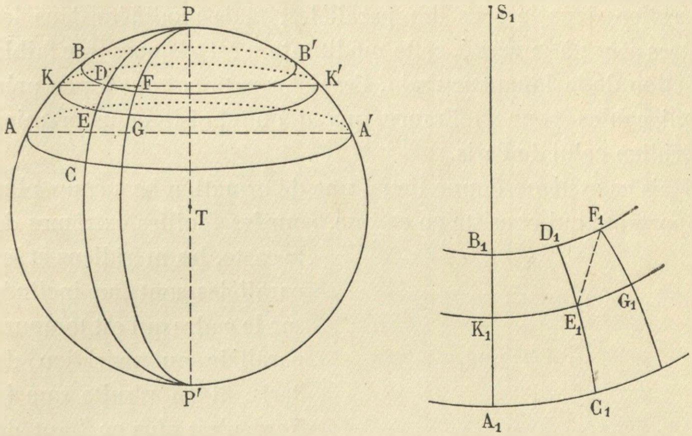
52. Carte de l'État-Major français. — Le système adopté en France par le Dépôt de la Guerre pour construire le canevas de la carte dite de l'État-Major repose sur la construction suivante.

Considérons encore le parallèle moyen AA′ de la région à représenter ; soit λ sa latitude. Représentons-le par un arc de cercle de rayon $S_1A_1 = R \operatorname{cotg} \lambda$.

Considérons le premier méridien du lieu à représenter, et développons-le sur la droite S_1A_1 de façon que le point A de latitude λ étant en A_1, le point B de latitude $\lambda + h$ vienne en un point B_1 de S_1A_1 tel que $A_1B_1 = \text{arc } AB$.

Par convention, on prend pour représenter le parallèle de latitude $\lambda + h$ l'arc de cercle de centre S_1 et de rayon S_1B_1.

Ensuite, pour représenter le méridien de longitude L, on porte sur les différents parallèles des arcs A_1C_1, B_1D_1, K_1E_1 ayant des



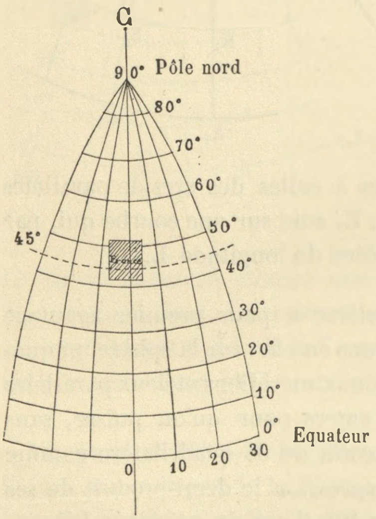
longueurs respectivement égales à celles des arcs de parallèles AC, BD, KE. Les points C_1, D_1, E_1 sont sur une courbe qui, par convention, représente le méridien de longitude L.

53. Déformations. — Ce système a pour premier avantage de conserver les aires. Considérons en effet sur la sphère un quadrilatère DEGF compris entre deux méridiens et deux parallèles assez rapprochés les uns des autres pour qu'on puisse, sans erreur sensible, considérer les côtés de ce quadrilatère comme rectilignes. Sa surface a pour expression le demi-produit de ses bases DF, EG par sa hauteur DE (l'arc de méridien DE est, en effet, orthogonal aux arcs de parallèles DF, EG).

Sur la carte, le quadrilatère correspondant $D_1E_1G_1F_1$ se décompose en deux triangles $E_1D_1F_1$ et $F_1E_1G_1$. Ils ont même hauteur, savoir la distance des deux parallèles, égale à B_1K_1, et, par suite, à BK et à DE; leurs bases D_1F_1 et E_1G_1 étant respectivement égales à DF et EG, la surface du quadrilatère $D_1E_1G_1F_1$ a pour expression $\frac{1}{2}\mathrm{DE(DF+EG)}$, ce qui est justement celle du quadrilatère DEGF.

D'un autre côté, les angles des méridiens et des parallèles, toujours droits sur la sphère, ne conservent cette valeur que sur le méridien origine ; les longueurs sont conservées le long de ce méridien dans le sens des parallèles, mais modifiées dans les autres sens ; à la vérité, cette modification est toujours une faible fraction de la longueur vraie. Ces déformations sont à peu près négligeables pour la France quand on choisit pour premier méridien celui de Paris.

Mais ce système donne lieu à une déformation beaucoup plus importante qui consiste en ce que, pour les feuilles extrêmes de la carte, les méridiens et les parallèles sont fort inclinés sur le cadre qui est toujours parallèle au méridien de Paris. Il en résulte que le Nord n'est plus en haut de la feuille, ce qui ne laisse pas de constituer un certain désagrément pour la lecture de la carte.



Aussi la représentation de toute la sphère dans ce système serait-elle impraticable.

La figure ci-contre représente, comme dans le cas précédent (51), une partie de l'hémisphère Nord, dans laquelle le parallèle moyen est celui de 45°, et le premier méridien celui de Paris. On y voit la place que tiendrait la France.

54. Division centésimale du cercle. — Le canevas de la carte de l'État-Major est basé sur la nouvelle division du cercle en 400 parties égales, imaginée par Borda à la fin du siècle dernier. Cette innovation, qui ne concorde pas avec la mesure du temps et ne convient guère aux astronomes et aux marins, ne fut d'abord adoptée que par le Dépôt de la Guerre, mais sa commodité a fini par être reconnue, et le jour n'est pas éloigné où elle sera adoptée par tous les géodésiens et les topographes.

Dans la nouvelle division, le quart de la circonférence est divisé en 100 degrés, qu'on nomme le plus souvent grades, pour éviter les confusions, et qu'on écrit ainsi : 100^g. Chaque grade est divisé en cent centièmes ou minutes que l'on écrit $100^{`}$, chaque minute en cent dix-millièmes ou secondes que l'on écrit $100^{``}$.

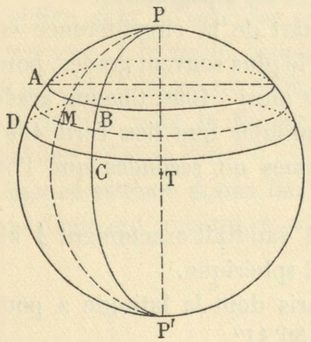
On voit que l'arc de méridien de $1^{`}$ vaudrait exactement 1 kilomètre si la terre était parfaitement sphérique.

Le point de l'Observatoire de Paris dont la latitude a pour
expression ancienne $48^{\circ} 50' 11''$
aura pour expression nouvelle $54^g,2626$.

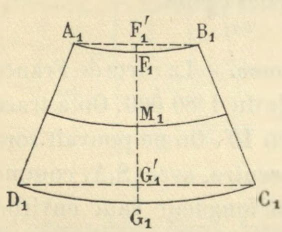
Comme on le voit c'est le quadrant, et non le cercle qui a été divisé en 100 parties égales. Il y a en effet une grande importance théorique à conserver le quadrant comme unité, puisque c'est lui qui est en somme le champ d'évolution des fonctions circulaires, de telle sorte que lorsqu'on a voulu étendre au cercle le système décimal, on a été tout naturellement conduit à diviser le quadrant et non le cercle en 100 parties égales.

55. Construction de la carte de France. — La carte de France de l'État-Major est construite à l'échelle du 1/80 000. On a tracé les méridiens et les parallèles de $10^{`}$ en $10^{`}$. On ne pouvait songer à décrire un cercle de S_1 comme centre, avec S_1A_1 comme rayon, car à l'échelle de la carte cette longueur vaut environ 75 mètres. Il a donc fallu construire les méridiens et les parallèles par points. A cet effet, on a pris deux axes de coordonnées rectangulaires, l'un $y'y$ représentant le méridien de Paris, l'autre $x'x$ la tangente au parallèle moyen à son intersection avec le méridien moyen. Toutes les feuilles ont été rapportées à ces deux axes. Des tables spécialement construites donnent de $10^{`}$ en $10^{`}$ les coordonnées d'un point en fonction de sa longitude et de sa latitude.

56. Projections polyédriques. — Considérons sur la sphère terrestre le quadrilatère ABCD formé par deux méridiens et deux parallèles consécutifs, et soit M le centre de ce quadrilatère, c'est-à-dire le point qui a pour longitude la demi-somme des longitudes des méridiens AD et BC et pour latitude la demi-somme des latitudes des parallèles AB et CD. On prend pour plan de la carte le plan tangent à la terre en M et on projette, par des verticales, tous les points du quadrilatère ABCD sur ce plan tangent.



Dans ces conditions, les méridiens deviennent des lignes droites. Quant aux parallèles, ils se transforment suivant des sections coniques, hyperboles, paraboles ou ellipses, suivant la latitude. Il est à remarquer que ces conclusions subsistent alors même qu'on ne suppose pas la Terre sphérique, mais simplement de révolution autour de la ligne des pôles.



Pour construire la carte, on prend le point M_1 au centre de la feuille, et sur la droite $F_1M_1G_1$, on porte des longueurs M_1F_1, M_1G_1 égales aux arcs de méridien correspondant aux différences de latitudes des points F et G. Pour construire les courbes A_1F_1B et $C_1G_1D_1$ dont la courbure est très faible, on calcule simplement les flèches F_1F_1' et G_1G_1' au moyen de formules spéciales, et on trace les droites A_1F_1, F_1B_1, D_1G_1, G_1C_1. Dans les cartes à très grande échelle, les deux arcs de parallèles sont même très sensiblement des droites.

Les principaux avantages de ce système résultent d'abord de ce que la construction est fort simple, et que toutes les feuilles correspondant à des quadrilatères compris entre les mêmes parallèles sont égales. Ensuite chaque feuille est exactement orientée.

Enfin, et c'est ce qui est le plus important, les déformations d'angles et de surfaces, nulles au centre de la feuille, sont encore très faibles sur les bords, et ne dépendent pas de l'orientation de la feuille.

Lorsque la carte d'une région comprend plusieurs feuilles, il faut assembler les feuilles adjacentes. Théoriquement, on devra coller ces feuilles sur une surface sphérique. C'est ce qu'on a fait rigoureusement pour la carte de France à l'échelle du 1/100 000 qui a figuré à l'Exposition de 1889 ; mais en regardant de face ce travail achevé, l'œil le plus exercé ne pouvait s'apercevoir que la carte n'était pas plane.

La projection polyédrique, appelée aussi polycentrique, tend de plus en plus à se généraliser pour les cartes topographiques.

TOPOGRAPHIE

PRÉLIMINAIRES

1. On définit généralement la topographie l'art de représenter par un dessin, appelé carte ou plan, les détails des figures formées par les objets qui se trouvent à la surface du sol, qu'ils soient naturels ou artificiels.

Les opérations à l'aide desquelles on exécute ce dessin constituent le levé; elles sont de deux sortes, celles de la planimétrie, celles du nivellement.

2. Planimétrie. — La planimétrie a pour but de construire sur le papier des figures semblables aux projections, sur un plan horizontal, de celles que forment à la surface du sol les constructions, les voies de communication de terre et d'eau, les lignes de séparation de cultures, les filets d'eau, les bords des cours d'eau, des lacs, les rivages de la mer, etc. Elle peut aussi retracer les limites administratives, bien que ce ne soient pas des lignes réelles.

On donne aussi le nom de planimétrie au résultat des opérations, c'est-à-dire au dessin de ces figures.

3. Nivellement. — Les opérations du nivellement ont pour but de définir les irrégularités de la surface du sol, ce qu'on appelle le relief, les mouvements ou les accidents du terrain.

Elles consistent principalement dans la mesure des hauteurs d'un certain nombre de points de la surface du sol, au-dessus d'un plan horizontal. Ce plan, qui peut être adopté pour plan de projection, prend spécialement dans ce cas le nom de *plan de comparaison*.

Le plan de comparaison est donc le plan horizontal à partir duquel on mesure soit en montant, soit en descendant, la hauteur des points considérés dans un levé.

En réalité, la surface de comparaison est celle de la sphère ou du sphéroïde qui correspond au niveau moyen des mers, supposé prolongé au-dessous des continents. Mais pour des éléments suffisamment petits, on substitue à cette sphère son plan tangent au centre du levé.

Le nivellement se traduit comme nous l'indiquerons par des représentations graphiques, qui, grâce à certaines conventions, donnent une idée de la figure du terrain, d'où le nom de *figuré* du terrain appliqué à ce résultat.

4. **Échelles. — Échelle numérique**. — L'échelle numérique est le rapport qui existe entre la longueur d'une ligne sur le plan et la longueur de la projection horizontale de la ligne correspondante du terrain.

Dire qu'un plan est à l'échelle du 1/100, c'est dire que chaque longueur mesurée sur le plan doit être multipliée par 100, pour faire connaître celle de la projection horizontale de la même longueur prise sur le terrain.

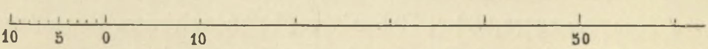
Pour une échelle du 1/50.000, une longueur de 1 mètre mesurée sur le dessin représentera 50 kilomètres de la projection, ou, si l'on veut, un centimètre correspondra à 500 mètres.

On a une tendance très justifiée à n'adopter que des échelles numériques simples, ayant pour numérateur l'unité et pour dénominateur les puissances de 10, leurs doubles et leurs moitiés. Cela permet d'évaluer les longueurs des projections sur le terrain à l'aide des instruments de mesure de petite longueur dont on se sert dans les bureaux, c'est-à-dire double, triple ou quintuple décimètre, divisé en demi-millimètres. Ainsi, au lieu de un

millimètre, on devra lire : à l'échelle du millième, un mètre; à l'échelle du deux-millième, deux mètres; à celle du cinq-millième, cinq mètres; du dix-millième, dix mètres; etc. Le même usage existait avant l'adoption du système décimal. C'est ainsi qu'on a eu en France une carte à l'échelle de 1/86.400, qui correspond au rapport de une ligne à cent toises
(1 toise = 6 pieds = 6×12 pouces = 6×12×12 ou 864 lignes).

On accompagne souvent la mention de l'échelle numérique, d'une indication complémentaire qui n'est que sa traduction sous la forme que nous venons de faire connaître. Ainsi, on lira au bas de certaines cartes : « Échelle du 1/20.000 (1 millimètre pour 20 mètres). »

5. **Échelle graphique.** — Si l'expression de l'échelle numérique n'est pas très simple, elle nécessite pour ses aplications des calculs, que l'on fait généralement de tête et qui peuvent amener des erreurs. Pour les éviter, on a recours à ce qu'on nomme une échelle graphique.



C'est une ligne droite tracée généralement en dessous du dessin. Elle est divisée en segments représentant, à l'échelle, des multiples en nombres ronds de l'unité de longueur.

Supposons qu'il s'agisse de construire une échelle du 1/80.000. Le kilomètre doit être représenté par 1/80 de 1^{m} ou $12^{mm},5$; nous le prendrons comme le multiple métrique le plus commode à représenter. Ce sera notre unité.

La longueur de l'échelle dépendra des dimensions de la carte ; il faut qu'elle puisse servir à mesurer les plus grandes longueurs que l'on aura à considérer dans la pratique; admettons que le maximum soit de 20 kilomètres. Nous prendrons une droite de 25 centimètres; nous la diviserons en 20 parties égales de $12^{mm},5$, que nous chiffrerons de gauche à droite : 0, 1, 2, 3,..., 20 kilomètres.

Cette série de segments de 1 kilomètre chacun ne nous permettant pas de mesurer les longueurs plus petites que l'unité adoptée, nous prolongerons l'échelle vers la gauche, à partir du 0, d'une division ; nous partagerons cette division en 10 parties égales, chiffrées cette fois de droite à gauche, de 0 à 10 ; chacune des subdivisions aura $1^{mm},25$ et représentera 100^{m}. Cette partie de l'échelle est le *talon*.

6. Pour mesurer une distance à l'aide de l'échelle graphique, on opère de la façon suivante. On place une bande de papier sur la carte, de façon que son bord passe par les points dont on veut connaître la distance, et on les marque sur ce bord, ou bien on place à chacune des extrémités les pointes d'un compas convenablement ouvert. On porte sur l'échelle la longueur obtenue, de façon que l'une de ses extrémités tombe exactement sur l'une des divisions de l'échelle et l'autre dans le talon.

Si la première extrémité se trouve par exemple sur le point de division chiffré 8, la longueur cherchée sera de 8 kilomètres plus une fraction de kilomètre. Si l'extrémité portée à gauche tombe entre les divisions 6 et 7 du talon, le reliquat à mesurer sera compris entre 600 et 700 mètres, et on achèvera la mesure en appréciant à vue la fraction de centaine de mètres.

7. On peut augmenter le degré d'approximation, en divisant le talon en vingt parties de 50^{m}. Toutefois cette subdivision a une limite, car il est bien difficile, d'une part de diviser une échelle en parties de moins de $1/2^{mm}$, et de l'autre d'apprécier, à moins d'être très exercé, des longueurs de moins de 1/4 de millimètre. Comme 1/4 de millimètre représente 20^{m} à l'échelle de 1/80.000, il en résulte que cette longueur est la plus petite que l'on puisse évaluer à cette échelle. A 1/10.000, ce serait 1/4 de 10^{m} ou $2^{m},50$, et ainsi de suite pour les autres échelles.

L'échelle graphique a sur l'échelle numérique un avantage, c'est qu'elle subit dans une certaine mesure les déformations du papier dont les dimensions varient selon l'état hygrométrique de l'air. Ces variations ne sont du reste généralement pas les mêmes dans les deux sens.

8. Classification des plans et cartes. — On a l'habitude de classer les plans et cartes en catégories, d'après leur échelle. Aux grandes échelles jusques et y compris le 1/10.000, on les nomme plans et plans topographiques ; on peut dire que tous les détails y sont figurés. Entre le 1/10.000 et le 1/100.000, ce sont des cartes topographiques ; les détails trop petits doivent déjà disparaitre, et certains autres doivent être représentés avec des dimensions exagérées, de façon à être bien visibles. Ce défaut, peu sensible aux grandes échelles, s'accentue comme nous le verrons sur les cartes au 1/80.000 et au 1/100.000, ce qui les a fait quelquefois classer dans la catégorie suivante.

Au-dessous du 1/100.000, ce sont les cartes chorographiques, où les localités ne sont plus guère représentées que par de petits cercles. Enfin au-dessous du 1/1.000.000, on les nomme cartes géographiques ; beaucoup de détails disparaissent ; il ne reste plus qu'une partie des localités, les grandes voies de communication et les accidents naturels les plus importants.

FIGURÉ DU TERRAIN

9. Nous avons dit (3) que la surface du sol étant toujours plus ou moins accidentée, on devait compléter les indications de la planimétrie par une définition géométrique des accidents qui couvrent cette surface.

10. Nous savons comment la géométrie descriptive ordinaire permet de représenter les objets, par leurs projections sur deux plans rectangulaires. Dans le cas présent on est obligé de renoncer à la projection verticale : 1° parce que les dimensions verticales des accidents du terrain sont très petites par rapport à leurs dimensions horizontales ; 2° parce que les projections verticales d'accidents situés à des distances très différentes du plan vertical se superposeraient en engendrant une confusion inextricable entre des objets complètement indépendants. On est donc forcé de recourir à la géométrie descriptive à un seul plan, dite des *plans cotés*.

Nous rappellerons que dans ce système pour définir complètement un point, il suffit de donner sa projection sur une surface de comparaison et sa hauteur au-dessus de cette surface. Celle-ci est une sphère lorsque la carte représente une région étendue ; c'est un plan lorsque la surface représentée est de faibles dimensions.

On donne le nom de *cote d'altitude*, ou simplement de *cote*, au nombre qui mesure cette hauteur ; en France, les cotes sont exprimées en mètres et fractions, au-dessus d'un repère tracé à Marseille, à la hauteur du niveau moyen de la mer.

On comprend que si un point est complètement défini par sa projection accompagnée d'une cote, une ligne brisée le sera par les projections cotées de ses sommets, et qu'une ligne courbe pourra l'être d'une façon suffisamment exacte par les projections cotées d'un nombre suffisamment grand de ses points. Il en sera de même des surfaces polyédriques ou des surfaces courbes.

11. Donc, pour le géomètre, le problème est résolu d'une façon suffisante ; mais il n'en est pas de même pour le topographe, qui se propose de faire percevoir les formes autrement que par une épure, et, comme nous le redirons, de les *figurer*. Pour cela, on a recours à une nouvelle convention, consistant dans l'emploi des courbes de niveau.

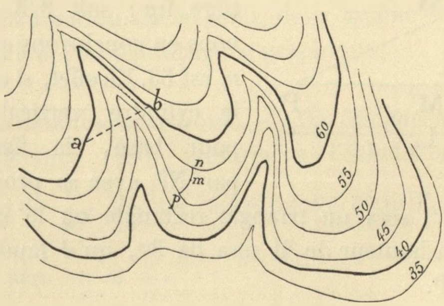
12. Courbes de niveau. — Équidistance. — Imaginons une série de plans parallèles au plan de comparaison, horizontaux par conséquent, et équidistants. Ces plans coupent le terrain suivant des courbes horizontales, dont les altitudes sont des nombres qui croissent régulièrement, et dont les projections sur le plan de comparaison définiront le terrain avec d'autant plus de précision que leurs plans seront plus rapprochés. Ces projections sont les *courbes horizontales* ou *de niveau* de la surface du terrain. Chaque courbe est accompagnée de sa cote ; souvent un certain nombre de ces cotes sont supprimées, et l'on ne conserve que celles qui sont strictement nécessaires pour permettre de retrouver les autres.

La distance verticale entre deux plans horizontaux consécutifs est l'*équidistance*. Par extension, on appelle ainsi la distance verticale de deux courbes consécutives.

13. En général, l'équidistance réelle croît quand l'échelle diminue, par une loi analogue à celle qui fait supprimer les détails au fur et à mesure que l'échelle diminuant, leur importance deviendrait trop faible. De même de petits accidents de terrain doivent disparaître.

Dans tout ce qui va suivre, nous aurons besoin de parler de points du terrain et de leur représentation sur le plan; tous les points du terrain seront désignés par de grandes lettres A, B, C, D, *etc., tous les points correspondants des plans par les petites lettres correspondantes* a, b, c, d, *etc.*

14. Considérons un dessin représentant un terrain à l'aide de courbes dont l'équidistance est de 5^m ; les plans horizontaux qui les déterminent ont naturellement leurs altitudes chiffrées en

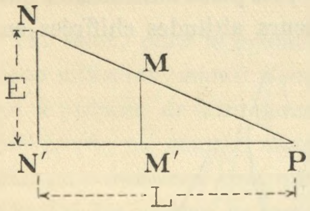


multiples de 5^m. Supposons que les cotes aillent en croissant au fur et à mesure que les courbes s'éloignent de nous sur le dessin, il est évident que le terrain ira en montant à mesure que les courbes s'éloigneront.

15. Considérons maintenant une inflexion de ces courbes qui nous présente sa concavité ; prenons deux points a et b sur la courbe 60, de part et d'autre de son inflexion. La droite AB qui joint sur le terrain les deux points A et B cotés 60, est horizontale et cotée 60. Or, sa représentation *ab* coupe les courbes 55 et 50 ; donc toute la surface correspondante est située au-dessous de AB, et l'inflexion considérée correspond à une dépression. *Donc lorsque l'observateur place devant lui un dessin de façon que le terrain aille en montant au fur et à mesure qu'il est plus éloigné, toute concavité des courbes tournée vers l'observateur correspond à une dépression, toute convexité à une saillie.*

16. Des propriétés géométriques des courbes de niveau résultent encore quelques conséquences pratiques.

Il est facile d'évaluer avec une certaine approximation la cote d'un point quelconque du terrain. Supposons qu'un point *m* soit placé entre les courbes 50 et 55. Par ce point menons la ligne courbe *np* qui soit à la fois normale aux deux horizontales 50 et 55. Nous pouvons admettre sans grande inexactitude, que la pente de cette ligne est régulière. Évaluons le rapport de l'un de ses segments *mp* à la ligne entière *np* ; soit 3/5 ce rapport ; nous en conclurons que la cote de *m* est 53. En effet, si on développe le cylindre vertical ayant NP pour base, la figure formée par NP avec sa projection et la verticale NN′, sera un triangle rectangle où le côté vertical ayant 5ᵐ, la hauteur de M sera de 3ᵐ, qu'il faudra ajouter à 50, cote de P.



17. Ligne de plus grande pente. — Pente d'un terrain en un point. — Nous savons qu'on appelle pente d'une droite, la tangente trigonométrique de l'angle qu'elle fait avec sa projection horizontale ; que dans un plan incliné la perpendiculaire aux horizontales est, de toutes les droites situées dans ce plan, celle dont la pente est la plus grande et que cette pente est celle du plan ; que les segments de la projection horizontale de cette droite, compris entre deux horizontales, sont plus courts que ceux de la projection de toutes autres droites qui ne lui sont pas parallèles.

De même, de toutes les lignes passant par un point d'une carte compris entre deux courbes consécutives, il y en a une dont le segment intercepté par ces deux courbes est plus petit que tous les autres ; c'est cette ligne qu'on nomme ligne de plus grande pente de la surface en ce point, et sa pente est celle de la surface. La ligne de plus grande pente est évidemment normale aux courbes ; c'est elle que nous venons de considérer tout à l'heure (16). Examinons de nouveau le triangle NN'P. La pente de la droite NP est $\frac{NN'}{N'P}$. Si nous désignons N'P par L, NN' étant, comme on le sait, l'équidistance réelle E, la pente sera exprimée par la fraction $p = \frac{E}{L}$. Or, on connaît E et l'on trouvera facilement L, qui est égal à np (fig. du n° 14) divisé par l'échelle ; et l'on voit que plus L sera petit, plus la pente sera grande. Donc *plus les courbes représentant un terrain sont serrées, plus la pente de ce terrain est forte.*

Cette considération de la pente nous amène encore à introduire la notion de l'équidistance graphique.

18. Équidistance graphique. — On désigne ainsi la valeur de l'équidistance réelle mesurée à l'échelle du dessin. Si l'échelle est de $\frac{1}{n}$, l'équidistance réelle étant E, l'équidistance graphique sera $e = \frac{E}{n}$.

Voyons ce que devient l'expression de la pente en fonction de l'équidistance graphique.

Nous avons $E = ne$; d'autre part, si nous appelons l l'écartement des courbes au point m, nous aurons

$$L = nl; \qquad \text{donc} \qquad p = \frac{e}{l}.$$

Si nous considérons deux représentations du même terrain, à l'aide de courbes, à deux échelles différentes, p est évidemment constant, puisqu'il est indépendant du mode de représentation ; si donc e est constant, à une même valeur de p devra correspondre une même valeur de l, ce qui se traduit ainsi :

Deux plans d'un même terrain à des échelles différentes présentent en un même point le même écartement de courbes si l'équidistance graphique est la même dans les deux plans.

Pour que l'équidistance graphique reste constante, il faut que l'équidistance réelle augmente proportionnellement au dénominateur de l'échelle.

19. La notion de la pente du terrain est une des plus importantes qu'aient à acquérir les personnes qui se servent de cartes ; on voit donc combien il serait important de pouvoir conserver à toutes les cartes la même équidistance graphique ; chaque pente correspondrait à un écartement de courbes avec lequel l'œil se familiariserait vite, et qu'il reconnaîtrait rapidement ; malheureusement, il ne peut en être ainsi dans la pratique.

La commission réunie en 1828 pour régler les détails du dessin de la carte de France au 1/80.000 s'est refusée à admettre une équidistance graphique constante. En effet, dans les terrains peu accidentés elle doit être plus faible que dans les terrains qui le sont plus fortement.

En général dans les travaux du Dépôt de la Guerre, elle était de 1/4 de millimètre, ce qui correspond à une équidistance réelle de 10^{m} à l'échelle du 1/40.000 et de 20^{m} à celle du 1/80.000.

En partant de cette donnée, il aurait fallu qu'à l'échelle de 1/50.000 l'équidistance réelle fût de $12^{m},50$; mais comme on tient à chiffrer les courbes en nombres ronds de mètres, on a dû conserver l'équidistance de 10^{m}, ce qui a conduit à une équidistance graphique de 1/5 de millimètre.

A l'étranger les équidistances graphiques varient souvent dans des limites très larges, pour une même échelle.

20. Cotes des courbes. — En faisant le levé d'un terrain, on détermine un certain nombre de cotes, qui varie avec l'échelle et la nature du terrain. Quand on rédige la carte, le plus souvent à une échelle moindre que celle de l'original, on ne conserve pas la trace de ces opérations. On supprime donc la plupart de ces nombres, mais on accompagne les courbes de leurs cotes en nombre suffisant pour permettre de les trouver facilement sans que le dessin en soit trop chargé.

21. Courbes maîtresses. — Intercalaires. — Toujours dans le but de rendre la carte plus facile à lire, on trace d'une façon particulière certaines courbes régulièrement espacées. Tantôt, comme en Suisse, on les distingue par un trait pointillé, dont l'effet à quelque distance doit être le même que celui du trait plein des autres courbes, tantôt on renforce ce trait. Ces courbes, dites courbes maîtresses dans l'un ou l'autre cas, prennent souvent dans le second le nom de *grosses courbes*.

Il peut arriver que dans des terrains peu accidentés, les formes ne soient pas suffisamment définies par les courbes tracées à l'équidistance adoptée ; alors on a recours à des tronçons de courbes auxiliaires, qu'on intercale entre les premières, et que l'on nomme courbes intercalaires. On les trace généralement en pointillé. Avec des courbes équidistantes de 5^m, on pourra employer des intercalaires équidistantes de $2^m,50$, ou même de 1^m.

S'il est permis de recourir accidentellement à des courbes intercalaires, on doit en revanche proscrire la suppression pratiquée dans certaines cartes étrangères, de courbes qui ont l'équidistance normale, car si on l'admet, l'aspect de la carte change complètement et l'on ne se rend plus aucun compte, à première vue, des relations entre les pentes, aux différents points d'une même feuille.

22. Il n'y a pas un siècle que l'usage des courbes s'est introduit définitivement dans la topographie. On cite, au siècle dernier, les essais du Hollandais Cruquius (1729), puis ceux du géographe français Philippe Buache (1737-1752), qui, tous deux, ont employé les courbes pour définir des fonds de rivière ou de mer. C'est ensuite à l'école des Ingénieurs de Mézières qu'on peut en suivre les progrès, entre les mains de l'ingénieur du Buat, connu par ses travaux en hydraulique, du célèbre ingénieur Meusnier, collaborateur de Lavoisier, aussi remarquable comme savant que comme général. C'est dans cette école que l'on perfectionna l'exécution des plans de détail, en y appliquant le même esprit de rigueur géométrique que Monge y avait introduit pour les épures de la géométrie descriptive. Les ingénieurs y créèrent de leur côté cette géométrie à un plan, pour la représentation des objets dont la hauteur est très petite par rapport aux dimensions horizontales.

La première application des courbes de niveau fut faite en 1801 par le chef de bataillon du génie Haxo ; mais c'est le capitaine du génie Clerc qui a vulgarisé cette définition géométrique du terrain (1809). Il a indiqué les méthodes qui ont permis de réaliser des levés nivelés de précision, méthodes dont l'esprit dirige encore les travaux de ce genre exécutés en France.

23. L'usage des courbes est adopté depuis longtemps à l'exclusion de tout autre mode de figuré pour l'exécution des levés ; quand on rédige, dans un but que nous allons définir, on a recours à d'autres procédés, mais, à moins de s'abandonner à la fantaisie, on doit toujours fonder toutes les représentations du terrain sur le tracé préalable de courbes, que l'on pourra faire disparaître ensuite.

24. Afin de procurer une impression de relief du terrain, l'ancienne cartographie avait recours à des procédés où l'art et l'imagination avaient plus de part que la géométrie. Les échantillons ayant une réelle valeur au point de vue de la représentation du terrain sont assez rares; nous n'en citerons qu'un; la carte du Dauphiné, par les ingénieurs de Bourcet et Villaret.

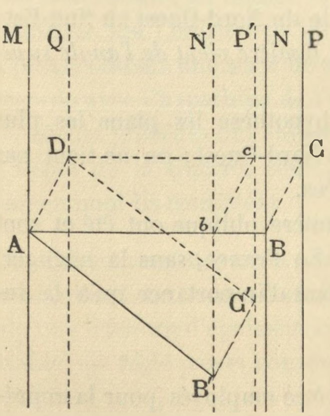
25. L'entreprise de la carte des Cassini, à l'échelle du 1/86.400 nous fait voir l'emploi d'un premier procédé rationnel. L'effet de relief est obtenu à l'aide de longues hachures qui suivent la plus grande pente du terrain ; certaines parties accidentées ont

été représentées ainsi d'une façon très intéressante et avec un sentiment réel des formes. Mais lorsque la question d'exécution d'une carte précise, la première de ce genre entreprise en Europe, fut agitée à plusieurs reprises en France par des commissions de savants réunies dans ce but, on arrêta les principes d'une représentation du terrain qui devait être plus rigoureuse tout en produisant l'effet du relief.

REPRÉSENTATION A L'EFFET

26. A l'aide des courbes, on a défini géométriquement le relief du sol et obtenu ce qu'on appelle le *figuré* du terrain; mais généralement la carte établie ainsi ne donnera pas l'*effet* de relief, à moins que l'on n'ait adopté une équidistance beaucoup plus faible que celles généralement en usage; pour y parvenir on emploie divers procédés dont nous allons faire connaître les principes ; ils sont fondés sur deux hypothèses différentes, dites, l'une de la lumière directe, l'autre de la lumière oblique. Tous deux ont leurs avantages et leurs inconvénients.

27. Hypothèse de l'éclairement zénithal. — Dans cette hypothèse, on suppose le terrain éclairé par des rayons lumineux verticaux.



Supposons qu'une surface rectangulaire ABCD, horizontale, soit éclairée verticalement. Le faisceau des rayons lumineux qu'elle intercepte est le prisme ABCD — MNPQ, et la quantité de lumière qui correspond à cet éclairement peut être mesurée précisément par la surface ABCD.

Faisons tourner le rectangle autour de AD et amenons-le dans la position AB'C'D. La direction des rayons n'ayant pas changé, le faisceau qui éclaire la surface est maintenant le prisme AB'C'D — MN'P'Q, dont la section droite est AbcD < ABCD. La surface AB'C'D inclinée, recevra par suite moins de lumière que la surface égale horizontale ABCD. Donc chaque unité d'une surface inclinée sera moins éclairée que celle d'une surface horizontale, et d'autant moins que l'inclinaison sera plus grande.

On peut dès lors admettre que si un plan est éclairé par des rayons verticaux, plus son inclinaison sur l'horizontale sera grande et moins sa surface ou la projection de cette surface sur le plan horizontal sera éclairée. Si donc on représente en blanc les parties horizontales d'un terrain éclairé verticalement, les parties inclinées devront être teintées, et d'autant plus fortement que leur angle avec l'horizon sera plus grand.

Telle est la convention sur laquelle repose l'hypothèse de la *lumière verticale* ou *directe*, nommée aussi *éclairement zénithal.*

28. **Lumière oblique.**– Dans le procédé de la lumière oblique, on admet que la direction des rayons lumineux est oblique au plan horizontal. Ce procédé est pratiqué, comme on le sait, dans l'exécution des dessins ombrés se rapportant à l'architecture et à la mécanique. En topographie, la direction de la projection des rayons lumineux est toujours celle du Nord-Ouest au Sud-Est; suivant l'expression consacrée, *la lumière vient de l'angle supérieur gauche de la feuille.*

On comprend que dans cette hypothèse les plans les plus éclairés sont ceux qui regardent le Nord-Ouest; on ne tient pas compte d'ailleurs des ombres portées.

Les plus beaux spécimens de lumière oblique ont été et sont fournis par la cartographie suisse. En France, sans la négliger, on ne lui a pas donné jusqu'ici autant d'importance qu'à la lumière directe.

29. Plusieurs procédés peuvent être employés pour la représentation du terrain dans l'une ou l'autre des deux hypothèses. Tous doivent permettre d'obtenir des teintes plus ou moins fon-

cées en se réglant sur le principe adopté. On emploie pour cela les courbes de niveau, les hachures, le lavis, l'estompe.

30. **Représentation à l'effet par les courbes.** — Employées seules, les courbes donnent un effet de lumière directe d'autant plus caractérisé que l'équidistance graphique est plus faible. En effet, elles se resserrent comme nous l'avons vu (17) dans les pentes raides, et s'écartent dans les parties peu inclinées; or, plus elles se resserrent et plus la proportion du noir au blanc augmente sur le dessin, et inversement; il en résulte des teintes qui remplissent les conditions exigées pour l'effet.

L'emploi exclusif des courbes convient aux grandes échelles et aux échelles moyennes, 1/50.000 au plus, sauf dans les pays très accidentés ; il devient insuffisant aux petites échelles, surtout avec les équidistances généralement en usage.

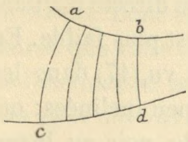
31. **Hachures.** — L'emploi des hachures dérive de celui des lignes de plus grande pente indiqué plus haut (17, 25). Les hachures sont en effet des petites portions de ces lignes, que le dessinateur trace à vue entre deux courbes consécutives du levé, en les rapprochant plus ou moins suivant qu'il veut obtenir une teinte plus ou moins foncée.

On conçoit que, en faisant varier suivant certaines règles, soit l'épaisseur, soit l'écartement de ces traits, soit les deux à la fois, on puisse obtenir une série de teintes plus ou moins foncées, qui s'accorde avec l'hypothèse de l'éclairement zénithal.

Plusieurs procédés ont été employés soit dans les écoles, soit au Dépôt de la Guerre, pour produire l'effet par les hachures. Voici en quoi ils consistent.

32. **Convention dite *loi du quart*.** — Dans la rédaction des dessins originaux, ou, comme on dit, des minutes de levés, on emploie une hachure d'épaisseur constante, dont l'écartement, seul variable, est réglé par la convention suivante, d'où lui est venu son nom.

Supposons qu'il s'agisse d'intercaler les hachures entre deux courbes *ab*, *cd*. Menons une première hachure *ac* ; prenons ensuite la longueur *ab* telle que $ab = ac$, et traçons la hachure *bd*. Partageons *ab* et *cd* respectivement en quatre parties égales, et joignons les points de division par des hachures normales aux deux courbes. En continuant ainsi de proche en proche, on garnira l'intervalle compris entre les deux courbes d'une série de hachures qui se succéderont avec les transitions convenables, d'une façon homogène.



33. **Exceptions. — Courbe limite des hachures.** — Il y a plusieurs exceptions à cette règle :

1° Quand l'écartement des courbes devient inférieur à 2^{mm} et reste supérieur à 1/4 de millimètre, on conserve aux hachures l'écartement de 1/2 millimètre, mais on force leur épaisseur de manière à obtenir la teinte convenable. Au-dessous de 1/4 de millimètre, on emploie un signe particulier qui s'applique aussi aux escarpements;

2° Quand la pente est de moins de 1/64, ce qui correspond, pour l'équidistance graphique de 1/4 de millimètre, à un écartement de courbes de plus de 16 millimètres, on cesse de l'exprimer et on ne met plus de hachures.

Outre que la pente de 1/64 est extrêmement douce et qu'il n'y a pas intérêt à la représenter, les hachures très fines et très écartées pourraient être prises pour des lignes de planimétrie.

Pour ménager la transition, on termine les hachures en pointe effilée du côté qui est laissé en blanc.

Pour faciliter le travail du dessin des hachures, qui est toujours un peu machinal, les dessinateurs ont l'habitude de tracer, par des opérations très simples, les limites des parties qui doivent rester blanches, au moyen d'une courbe qu'on nomme *courbe limite des hachures*.

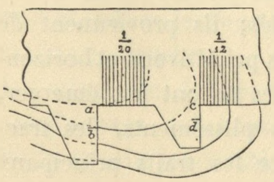
Son emploi est du reste général, quel que soit le procédé par lequel on teinte les surfaces dont l'inclinaison dépasse le 1/64.

34. **Diapason français.** — Les diapasons sont des modèles de teintes, employées pour guider les dessinateurs et les graveurs.

Celui usité en France au Dépôt de la Guerre pour les hachures (*) a pour base l'adoption d'un rapport du noir au blanc égal aux 3/2 de la pente. Ce rapport est réglé par les épaisseurs des traits et leurs intervalles.

Il existe un modèle pour chaque échelle, et chaque modèle donne, pour une série de pentes ou d'écartements de courbes variant progressivement, l'épaisseur et l'écartement des hachures qui conviennent à chaque cas.

35. Ces modèles se présentent sous la forme d'une réglette ou bande de carton, garnie de dents espacées. La réglette porte une série de modèles de hachures correspondant chacun à une pente déterminée; sur le côté droit de chaque dent deux traits, tels que *ab*, indiquent l'écartement des courbes correspondant à cette pente.



Le dessinateur tenant le modèle de la main gauche, le promène sur le dessin le long d'une courbe et cherche, sur les dents, l'écartement égal à celui de deux courbes consécutives dans la partie qu'il dessine. Cela fait, il n'a qu'à prolonger les hachures qu'il a sous les yeux.

36. Nous devons signaler deux particularités dans la manière de dessiner ces hachures.

1° Les hachures tracées dans la bande formée par deux courbes consécutives ne se trouvent pas dans le prolongement de celles tracées dans les bandes voisines, mais elles correspondent aux milieux de leurs intervalles. De cette façon, quand on efface les courbes tracées seulement au crayon, de manière à ne laisser subsister que les hachures, la disposition de celles-ci met les courbes en évidence;

(*) Il est du colonel Bonne (1828) et a été modifié par le colonel Hossard.

2° Si les courbes sont très rapprochées, les hachures peuvent franchir plusieurs courbes et couvrir plusieurs intervalles. Dans ce cas, le tracé des courbes disparaît.

37. Lavis. — Estompe. — Le lavis au pinceau et les touches de crayon estompées, donnent deux moyens rapides et économiques de produire l'effet de relief. Leur usage est soumis comme celui des hachures à l'emploi d'un diapason.

MOUVEMENTS DU SOL

38. Les terrains qui apparaissent à la surface de la croûte terrestre sont pour la plupart stratifiés; ils proviennent de dépôts formés sous les eaux, en couches primitivement horizontales. Des mouvements lents ou brusques les ont fait émerger, en produisant des soulèvements, des plissements, des fractures, etc., qui ont donné à la surface les traits principaux de sa configuration. Mais ces traits plus ou moins modifiés depuis l'émersion, ont été modelés par des actions d'une nature toute différente. Il est à peu près démontré aujourd'hui, que les eaux sont l'unique agent de ce modelé, soit qu'elles opèrent par l'action chimique, dissolvante ou mécanique du ruissellement pluvial; soit qu'elles démolissent les terrains par l'action érosive des courants fluviaux. « Il est difficile « d'admettre qu'au moment de la formation plus ou moins « brusque des continents, la surface du sol ait présenté la « *continuité des pentes* qui se trouve partout réalisée au- « jourd'hui..... Il serait par trop invraisemblable de supposer « que le sol ait pu acquérir sous l'influence de forces étran- « gères aux mouvements des eaux, la forme précisément né- « cessaire pour que celles-ci puissent s'écouler sur des pentes « continues. Il est au contraire naturel d'admettre que ce sont « les eaux elles-mêmes qui ont modifié la surface primitive, de

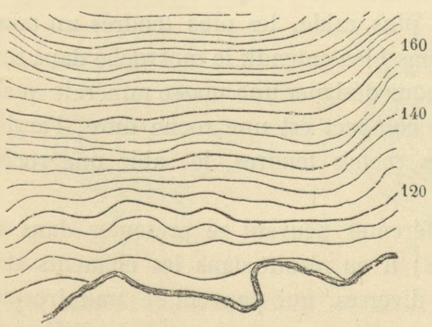
« façon à lui donner la continuité nécessaire pour un drainage « aussi parfait (*). »

Sans chercher à remonter à l'origine probable des formes du terrain, nous nous contenterons d'en examiner les plus essentielles, en nous efforçant de les ramener à un certain nombre de types élémentaires, qui se combinent de façon à les donner toutes. Ces éléments peuvent eux-mêmes être rapprochés de certaines formes géométriques, avec lesquelles ils ont une certaine analogie qui en facilite l'étude.

La recherche d'une identité complète avec des éléments géométriques serait toutefois une exagération; aussi, au lieu de parler de plans, de cylindres, de cônes, etc., parlerons-nous de surfaces planoïdales, cylindroïdales, conoïdales, etc. Comme nous avons appris que toutes les représentations à l'effet avaient pour point de départ le figuré en courbes, nous nous bornerons à examiner les formes élémentaires à l'aide de leur représentation en courbes.

Les principales formes simples sont les versants, les croupes et les thalwegs, que nous allons examiner et dont nous chercherons ensuite les combinaisons.

39. Versants simples. — On sait qu'un plan est représenté par des lignes de niveau qui sont droites, parallèles, et également espacées. Il n'est pas rare de rencontrer dans la nature des surfaces planoïdales à peine sillonnées par quelques ravinements servant de collecteurs aux eaux de pluie. La figure ci-contre représente un fragment d'un versant planoïdal qui dans



(*) De la Noë et de Margerie. — *Les formes du terrain*, page 2.

la réalité a 600 mètres de base et 800 de longueur (*). Cette forme est celle de tous les versants simples, c'est-à-dire de tous ceux qui sont découpés dans un terrain offrant sur toute sa hauteur la même résistance à la désagrégation par le ruissellement. On y remarque toutefois, et c'est un fait général, qu'un versant simple ayant subi l'action du ruissellement des eaux, offre à la base une pente moins raide que celle du sommet quelle qu'elle soit, ce qui revient à dire que son profil présente une légère concavité tournée vers le ciel, ou que sa forme est, non celle d'un plan, mais celle d'un cylindre horizontal à faible courbure concave.

Il est facile d'observer cette apparence aux côtes de Champagne, de Lorraine et de Bourgogne, auxquelles, il y a peu de temps encore, on donnait à tort le nom de falaises.

Sur une faible hauteur, cette concavité est peu sensible; aussi la forme d'un versant simple constitué par un terrain homogène est-elle sensiblement plane quand sa pente est un peu raide et sa hauteur assez faible.

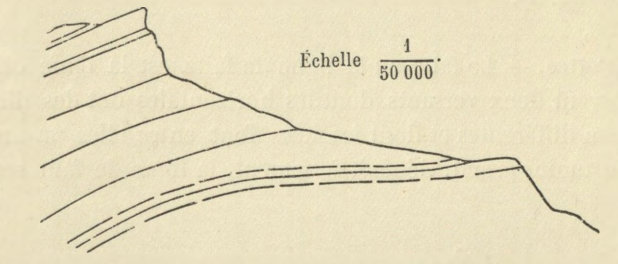
40. Versants composés. — Lorsque sur un versant affleurent en assises superposées des roches de dureté différente au point de vue de l'érosion pluviale, chacune d'elles prend une pente en rapport avec sa dureté. Il en résulte que les roches les plus dures affectent un talus plus raide, les plus tendres un talus plus doux. Nous employons bien entendu le mot roche dans son acception la plus large, pour désigner une masse minérale quelconque; ainsi le calcaire compact est une roche dure, l'argile ou les marnes sont des roches tendres, le sable une roche meuble.

Des combinaisons différentes peuvent se présenter dans la superposition des roches; il en résulte dans les éléments des talus, des combinaisons diverses, qui peuvent se traduire par des convexités ou des concavités, ou enfin lorsque la différence

---

(*) Tous les exemples de terrains figurés par des courbes dans ce paragraphe sont des fragments de levés.

de dureté des deux couches consécutives est très grande, par des alternances de talus et d'escarpements qui étonnent d'abord l'observateur par leur apparente bizarrerie, mais que l'analyse lui explique rapidement. C'est ainsi que l'on retrouve



des profils identiques dans le Grésivaudan sur la rive droite de l'Isère (figure ci-dessus), dans les gorges du Tarn et dans les Causses, aux escarpements dont fait partie le front N.O. de Constantine, etc., etc., et, pour en citer l'exemple le plus remarquable, au grand cagnon du Rio Colorado, dans l'Utah et l'Arizona.

41. Croupes. — La croupe (*) est l'accident formé par la rencontre de deux versants simples ou au moins de forme régu-

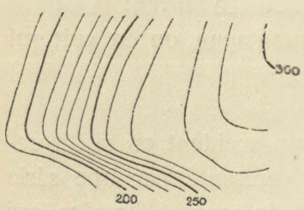


Fig. 1

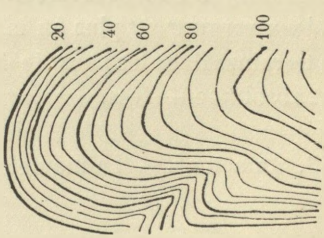


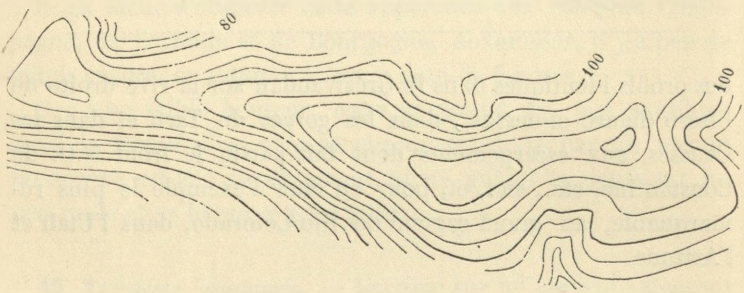
Fig. 2

lière. L'arête qui résulterait de cette rencontre est généralement plus ou moins arrondie, et les arcs de courbe qui raccordent les horizontales de deux versants peuvent se pré-

(*) Ou aigueverse.

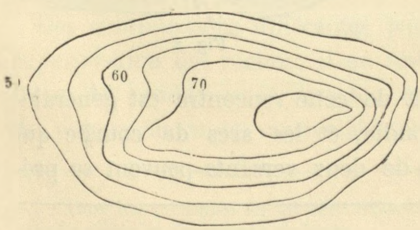
senter sous deux aspects différents. Dans le premier cas, ils sont assez semblables entre eux, la croupe ressemble à un cylindre oblique, elle est cylindroïdale (fig. 1); dans le second cas, ils vont en s'élargissant de haut en bas, la croupe est conoïdale (fig. 2).

42. **Faîtes.** — Le faîte ou la ligne de faîte est la ligne où se rencontrent deux versants dont les horizontales ont des directions peu différentes et dont les faces font entre elles un angle plus ou moins grand. Géométriquement, la ligne de faîte serait



l'arête peu inclinée d'un dièdre dont les faces auraient des pentes dirigées en sens inverses. L'arête résultant de la rencontre de deux versants est plus ou moins émoussée suivant la nature des terrains. Dans les pays de haute montagne, on en voit qui sont absolument vives.

43. **Mamelons.** — Le mamelon est un accident en saillie représenté par une série de courbes fermées, qui s'enveloppent successivement, de façon que chacune d'elles renferme toutes celles dont la cote est plus élevée que la sienne.



44. **Thalwegs. — Ravins.** — Le thalweg (*) est, comme son nom l'indique, le chemin suivi par les eaux au fond d'une dépression. C'est donc en réalité la ligne du fond de cette concavité ; c'est ainsi qu'on l'entend lorsqu'on dit que la frontière entre deux États est déterminée par le thalweg d'un fleuve.

Par extension, on est arrivé en topographie à donner ce nom aux dépressions elles-mêmes quand elles sont étroites, aux ravinements creusés par les eaux ; nous emploierons indifféremment les mots thalweg et ravin ou ravinement.

Les thalwegs sont simples ou ramifiés. La figure du nº 14 représente deux thalwegs simples. Le thalweg ramifié résulte de la combinaison de thalwegs simples qui se déversent l'un dans l'autre ; les formes élémentaires des versants qui résultent de leur entaille sont analogues dans un même terrain.

Nous donnons un exemple de ravinement ramifié à la figure de la page 91.

Si l'on change le sens de la croissance des cotes sur une figure représentant une convexité, par exemple une croupe cylindroïdale, on obtient *théoriquement* la représentation d'une concavité, mais cette concavité *ne représente pas un ravin* ; l'examen d'un levé précis, exécuté à une échelle assez grande, ne permet pas de doute à cet égard ; la forme du ravin est plus étroite, comme celle qui peut résulter d'un ravinement par l'eau. Cette différence ressort également très bien, lorsqu'on examine à quelque distance une carte d'une certaine étendue, comme l'assemblage de certaines feuilles de la carte d'État-Major au 1/80 000 représentant de vastes régions planes. Les larges espaces correspondant aux plateaux sont séparés par des vallées qui semblent toujours très étroites, et où la cause du modelé est parfaitement mise en évidence. On trouve de ce fait un fort bel exemple dans les vallées de la Bièvre et de l'Yvette (dite vallée de Chevreuse), toutes deux situées au sud de Versailles.

La carte en couleurs au 1/20 000 des environs de Paris du Service géographique de l'armée (partie Sud-Ouest) démontre ce

(*) Thal, vallée et Weg, chemin. Certains auteurs préconisent le vieux mot français *coulière*.

que nous avançons d'une façon saisissante. Cette considération est d'une grande utilité lorsqu'il s'agit de tracer les courbes sur un levé de façon à obtenir le figuré vrai du terrain. L'exemple que nous donnons page 91 montre que, même sans le secours de cotes, on doit distinguer le sens des pentes, savoir en un mot dans quel sens l'eau coule sur le sol.

Une autre indication est donnée par ce fait que les courbes fermées n'existent que très rarement dans les dépressions. Lorsqu'on en trouve, il y a une certitude presque absolue qu'on a affaire à un sommet.

Souvent des thalwegs dont les directions sont sensiblement parallèles, entaillent un plateau en débouchant sur un même versant principal ; vu de front, celui-ci présente à l'observateur l'apparence d'une série de mamelonnements, mais les mamelons résultent d'un travail d'érosion plus complet, après lequel ils sont restés comme témoins de la dénudation opérée par les eaux autour d'eux.

Lorsque les eaux ont parcouru un thalweg en grandes masses, pendant un long espace de temps, elles l'ont élargi considérablement, et peuvent ensuite en remblayer partiellement le fond par des apports d'alluvions dont la surface supérieure affecte une forme unie. La dépression reçoit alors le nom de vallée (*). Généralement le cours d'eau ne la remplit que dans ses crues les plus fortes ; en régime normal il coule dans un lit inférieur, bordé de part et d'autre de terrasses constituées par les dépôts d'alluvions, ou comme on dit de *terrasses alluviales*.

La rencontre de deux thalwegs ou plutôt de deux vallées est un *confluent*.

45. Lacs. — Les lacs sont des accidents particuliers produits soit par une dépression antérieure que les alluvions n'ont pas comblée, soit par l'existence en travers d'un thalweg, d'un barrage au seuil duquel l'eau se déversera. Lorsque ce déver-

---

(*) Nous ne prétendons pas expliquer la formation des vallées, mais si l'on peut attribuer leur origine à différentes causes premières, nous croyons que l'action des eaux est indiscutable comme cause seconde du modelé.

sement donne lieu à une chute, l'érosion du cours d'eau finit par détruire le barrage en régularisant le fond du lit. Au fur et à mesure que le seuil est rongé, il recule ou s'abaisse jusqu'à disparition complète. C'est à ce lent travail de démolition que nous assistons, en pouvant parfois en mesurer la marche, et en prévoyant le nivellement du Niagara tout aussi bien que celui des cascades de nos montagnes.

Souvent le lac est un thalweg où une cause postérieure à l'érosion primitive a produit un barrage, qui a changé le régime des eaux en inondant tout un pays ; souvent même ce barrage se rompt sous l'action des eaux et ne laisse plus que des traces de l'existence du lac. C'est ainsi qu'en 1883, à Bellegarde, un éboulement a barré le Rhône, dont le cours a été rétabli en peu de temps, par la seule action de l'érosion fluviale.

Certains de ces barrages sont d'anciennes moraines qui, formées pendant la période glaciaire, ont relevé ensuite le plan des eaux de manière à les faire déverser dans une direction qui souvent est très différente de l'ancien cours.

Dans d'autres régions, en Auvergne, ce sont quelquefois des coulées de lave qui ont produit le barrage (lac de Chambon) ; parfois aussi le lac est un cratère qui est resté intact et qui n'a pas été égueulé (lac Pavin.) On trouve également des lacs de cratère dans les environs de Rome.

46. **Bassins.** — En tout cas les dépressions complètement fermées sont assez rares, en dehors des mers bien entendu. On ne les trouve que par exception, et le mot de bassin ne saurait leur être appliqué, car on lui a donné en topographie et en géographie une autre acception.

En géographie, on nomme bassin d'un fleuve ou d'une rivière toute la région dont les eaux s'écoulent finalement vers ce cours d'eau. On admettait autrefois que les limites de cette région étaient toujours des lignes de faîte nettement définies ; il n'en est pas toujours ainsi, et si les lignes de partage des eaux existent en certains endroits, en d'autres, sur le terrain, on serait bien embarrassé d'indiquer sans erreur dans quel bassin les eaux se rendent. Il y a tel étang dont les eaux se déversent à la fois dans deux rivières aussi divergentes que la Saône et la Moselle. On comprend aisément la possibilité de ce fait, si l'on considère que les vallées sont des dépressions creusées dans de vastes plateaux où les eaux sauvages peuvent, en un même endroit, s'écouler dans des directions très différentes. Cette notion qui a fini par prendre racine dans l'enseignement, est en opposition avec l'ancienne manière de représenter les limites des bassins. Les anciens géographes faisaient en effet couler les rivières dans des plaines sans accidents, en séparant les bassins par des alignements de montagnes ou de collines pareils à des files de taupinières, qui souvent n'avaient aucune relation avec l'orographie réelle.

47. **Bassins de réception. — Cônes de déjections.** — Plus spécialement on nomme bassin de réception l'ensemble de plusieurs thalwegs convergents. Dans les terrains très accidentés ces thalwegs sont souvent assez rapprochés pour que les plis de terrain, ou les croupes qui les séparent, aient été notablement diminués par l'érosion, de façon que la surface du bassin de réception finit par avoir une certaine analogie avec une portion d'entonnoir ou de cône renversé, à surface généralement très raboteuse et sillonnée de côtes dans le sens des génératrices ; parfois aussi ce cône est presque uni.

Son débouché, qui se trouve à la partie inférieure, se continue par un canal d'écoulement plus ou moins long, désigné dans certains pays sous les noms de *goule*, *goulot*, *goulet*. Souvent aussi le goulot s'élargit énormément. Quoi qu'il en soit de l'importance et de la forme de ces accidents, le bassin de réception est le plus souvent accompagné au-dessous de son débouché par un cône de déjection formé d'une partie seulement des matériaux que les eaux torrentueuses ont arrachés aux flancs de leurs thalwegs.

On conçoit en effet que lorsque la pente devient moins raide, la vitesse d'entraînement du courant diminue, les matériaux les plus gros se déposent sous la forme d'un cône qui surélève le débouché du torrent dans la vallée, et le lit finit par se creuser légèrement sur ce remblai, exactement comme, dans l'exemple des vallées larges, nous avons vu une rivière dans son régime normal se réserver un cours dans ses apports d'alluvions. Ce phénomène s'exagère pour certains fleuves, comme le Pô, dont le lit a fini par être plus élevé que les portions latérales de sa vallée.

Dans les régions montagneuses, les cônes de déjection sont nombreux et fort apparents. Au bas des ravins qui découpent les côtes peu importantes comme celles de Champagne, de Lorraine ou de Bourgogne, ils frappent moins les yeux, mais des levés précis permettent de les mettre en évidence. La figure de la page 91 montre un de ces cônes en voie de formation. Une circonstance qui peut attirer l'attention sur eux est la présence presque constante des villages qui s'y sont créés, la nature de leurs matériaux ameublis étant éminemment favorable à la création des jardins et cultures maraîchères indispensables au voisinage des agglomérations rurales.

Pour peu apparent qu'il soit, le cône de déjection existe partout où le courant fluvial est ralenti; on le trouve se prolongeant sous les eaux des grands lacs, on le retrouve sous la forme de delta au point où la pente du lit devenant nulle, le courant des fleuves est fort affaibli. Il est évident que l'effet des marées et des courants latéraux se traduit par une érosion qui contrarie ces dépôts, mais l'effet final dépend de la résultante, et si les plus considérables se trouvent dans les mers intérieures comme le Delta, la Camargue, le delta du Pô et celui de la Volga, on en rencontre cependant dans toutes les mers et dans des conditions très différentes d'exposition aux marées : Gange, Iraouaddy, Mekong, Mississipi, Ebre, Niger, Saint-Juan de Nicaragua. Du reste l'action de la marée n'est que superficielle.

48. Cirques d'érosion. — Falaises. — Un autre accident de terrain remarquable, est produit par l'action des courants d'eaux contre les plateaux qu'ils viennent heurter; leur cours s'infléchit, mais en se livrant à un travail de sapement contre l'obstacle qui les oblige à ce rebroussement; il en résulte : 1° que le courant est plus violent près de la rive concave attaquée que près de la rive convexe; 2° que la rive concave est rongée si les travaux d'art ne la protègent pas; le profil du versant correspondant est celui d'un talus que le travail de l'érosion pluviale, plus lente dans son action, n'arrive pas à modeler, et qui par suite reste raide. Il affecte la forme en amphithéâtre plus ou moins prononcée, d'où le nom de *cirque d'érosion* qu'on lui donne; la figure ci-contre montre l'un de ces cirques; 3° au contraire dans le courant plus lent vers la rive convexe, les alluvions se déposent et forment des atterrissements en pente insensible, qui gagnent sur le lit de la rivière, de sorte que ce lit tend de plus en plus à se déplacer vers la rive concave.

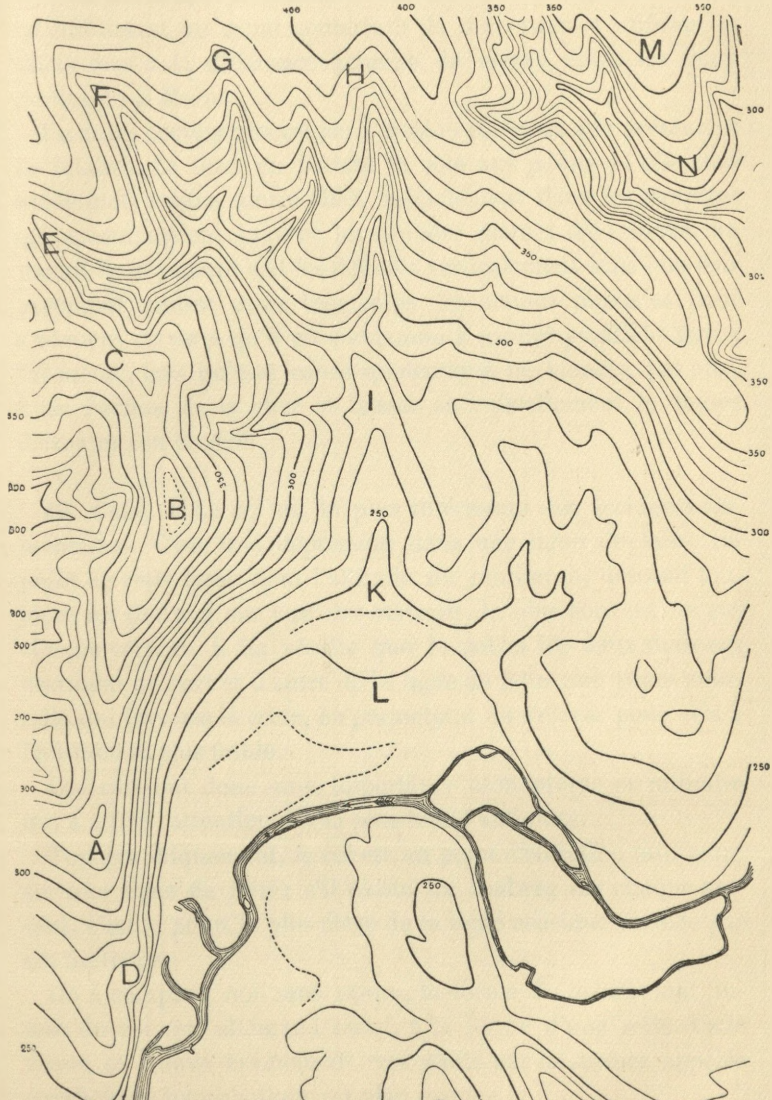
Certaines rivières peuvent être citées pour les sinuosités de leurs cours; nous nous bornerons à indiquer, en France, la Marne, en amont de Paris, et la Seine, en aval; la Meuse, de Neufchâteau à Givet; la Dordogne, etc.

Parfois la combinaison de plusieurs cirques de sens différent produit de vastes boucles, dont l'entrée, formée de cirques adossés, arrive à se rétrécir singulièrement; c'est ce qui se présente pour la Marne, à Joinville; pour la Meuse, à Revin; pour le Lot, à Luzech, où l'on finira par voir la presqu'île complètement détachée, et la rivière s'établir un nouveau lit à la place

---

La figure que nous donnons ci-contre est la réduction au 1/50000 du levé d'un terrain curieux en ce que, dans un espace restreint, il fournit des exemples de la plupart des accidents que nous avons énumérés, et dont voici le détail :

ABC	Ligne de faîte.
AD	Croupe cylindroïdale.
MN	Croupe conoïdale.
EFGHIK	Thalweg ramifié ou bassin de réception.
ABKD	Cirque résultant de l'érosion exercée par la rivière à l'époque où son cours était plus élevé.
KL	Traces d'un cône de déjection formé depuis l'abaissement du niveau des eaux.


400
400
350
350
350
G
H
M
F
300
N
E
350
30?
C
300
350
I
350
350
300
300
B
300
250
300
K
300
300
L
200
250
300
A
300
250
D
250
250
250
250
250
250

de l'isthme coupé. A Joinville, l'industrie a précédé la nature en établissant un canal souterrain de dérivation et utilisant la chute due à la différence actuelle de niveau entre les deux parties de la Marne.

Un autre accident causé par l'érosion est celui que présentent les falaises. La mer, en battant la côte aux points où elle était accidentée, exerce contre elles, spécialement dans les tempêtes qui accompagnent souvent les grandes marées d'équinoxe, un travail de sapement qui les démolit verticalement sans que leur parement subisse assez longtemps les actions pluviales pour s'adoucir, de sorte qu'il est condamné à reculer parallèlement à lui-même, tant qu'une cause quelconque ne viendra pas atténuer l'action de la mer et laisser au ruissellement le temps d'exercer son érosion.

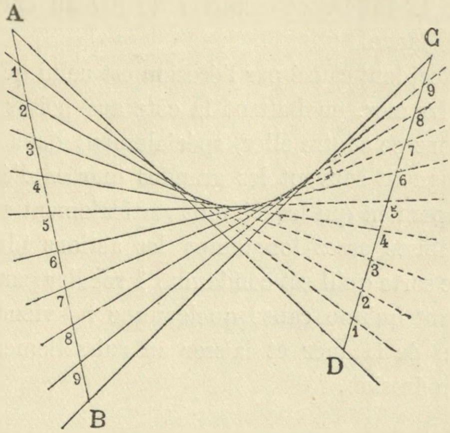
49. Cols. — Le col est le plus intéressant des accidents élémentaires. C'est une dépression dans une ligne de faîte. Du point de cette ligne dont l'altitude est minimum, descend toujours un thalweg sur l'un des versants, le plus souvent un sur chaque versant. Il en résulte que le col et les deux thalwegs dessinent de part et d'autre de la ligne de faîte une route naturelle qui traverse la crête, en permettant de s'élever pour cela à l'altitude la plus faible.

Les cols ont donc une importance économique et militaire qui a attiré l'attention dès la plus haute antiquité.

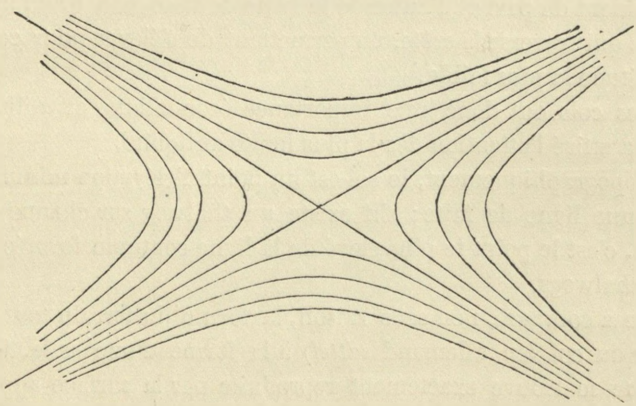
Topographiquement, le col est un point d'élévation minimum sur une ligne de faîte ; s'il existe un thalweg sur chaque versant, c'est le point le plus élevé de la ligne continue formée par ces thalwegs.

On a comparé, non sans raison, la forme du terrain tout autour du col (en allemand *sattel*) à la forme d'une selle. Cette forme se trouve exactement reproduite par la surface appelée paraboloïde hyperbolique ou plan gauche.

50. Surface théorique du col. — Imaginons un quadrilatère gauche ABCD ; partageons ses côtés opposés AB et CD en un même nombre, 10 par exemple, de parties égales, dont nous numérotons les points de séparation de 1 à 9 à partir de AD,

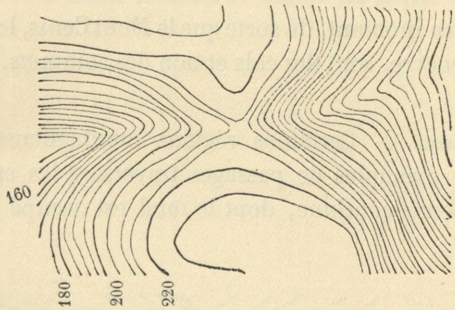


c'est-à-dire en allant de A vers B et de D vers C. Joignons les points numérotés de même par des droites indéfiniment prolongées; le lieu de ces droites est la surface indiquée.

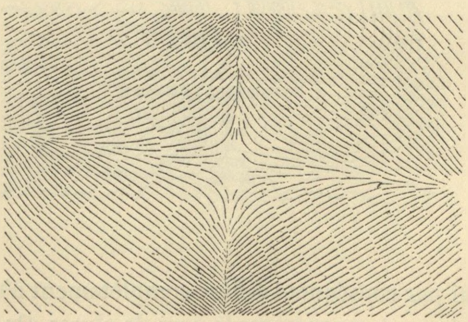


Cette épure très simple à faire permet, en y cherchant les courbes horizontales, de constater que l'une d'elles, celle déterminée par le plan tangent au col, est formée de deux droites qui se coupent. Dans la nature, *la courbe à la cote du col se compose de deux courbes allongées qui se coupent; c'est le seul cas où ce fait se produise.* Au-dessus et au-dessous de celui-là, des plans horizontaux équidistants deux à deux du plan tangent, déterminent des sections hyperboliques dont les projections horizontales sont conjuguées deux à deux, et ont pour asymptotes communes la courbe du col théorique.

La figure suivante est la reproduction du levé d'un col naturel.



Nous donnons également la représentation d'un col en hachures.

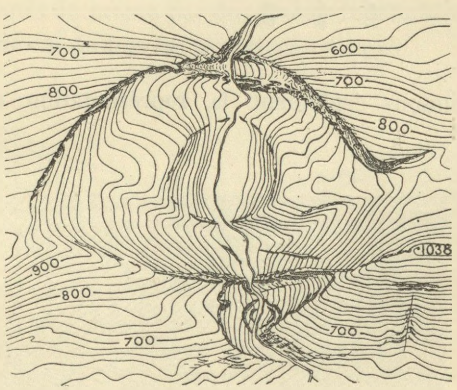


Le langage populaire désigne parfois les cols sous des noms qui sont empruntés à leurs propriétés; ainsi le nom de *porte* ou de *port* leur est appliqué dans différentes langues. Dans d'autres, le même radical s'emploie pour indiquer le passage de deux obstacles bien différents; en Algérie, un pont se dit *el Kantara* et le mot *el Kantour* est appliqué à un col.

Parfois, c'est la forme topographique qui a donné le nom. Ainsi dans les Vosges, en fondant les deux notions de surface plane et de plan horizontal, les gens du pays nomment *plan* ou *plain* le petit espace sensiblement uni et horizontal que l'on rencontre toujours au col.

Dans les Alpes on donne le nom de mont à tout lieu auquel on accède en montant, de sorte que le Mont Cenis, le Mont Iseran, le Mont Genèvre, sont des cols et non des sommets.

51. Cluses. — Certaines régions montagneuses offrent de nombreux exemples de passages traversant les crêtes, par un trajet en pente continue, dont le fond est occupé par un cours



d'eau et qui par conséquent diffère complètement d'un col. Dans le Jura on donne à ces passages le nom de cluses. On les confond ailleurs avec d'autres, sous le nom plus général de gorges.

La cluse représentée ci-dessus, à l'échelle du 1/50 000, est celle d'Undervelier, d'après la carte suisse au 1/25 000. C'est un type très régulier et complet; beaucoup d'autres, dans la même région, s'en écartent plus ou moins. En France, le plus souvent, les cluses ne présentent pas cette simplicité de dessin. (Cluses de la région de Nantua, gorges de la Bourne.) Toutefois nous citerons comme très régulière la cluse où passe le Doubs à Clerval (voir la feuille de Montbéliard de la carte au 1/80 000) et le val de Fier (feuille de Nantua) par lequel ce torrent débouche dans la vallée du Rhône un peu en aval de Seyssel.

LECTURE DES CARTES

52. Examen d'une feuille de la carte de France au 1/80.000, DITE CARTE DE L'ÉTAT-MAJOR. — Les feuilles de la carte de France au 1/80.000 ont une surface de 50^{cm} sur 80^{cm}, correspondant à 40 kilomètres sur 64. Toutefois, pour des raisons de facilité d'exécution, vers 1880, le Dépôt de la Guerre a commencé à livrer au public des quarts de feuilles en report sur zinc, ayant 25^{cm} sur 40^{cm}. Ce mode d'exécution a été perfectionné et a prévalu complètement pour les éditions à bon marché. Dans quelques années il ne sera plus livré pour la France entière que des quarts de feuille. Nous continuerons à raisonner comme si nous avions en mains la feuille entière, que le lecteur devra reconstituer au besoin à l'aide de ses quatre quarts, et avoir sous les yeux, pour comprendre ce qui suit.

53. Les feuilles portent deux genres d'indications dans leurs marges ; les unes ont une certaine importance, les autres n'ont aucune signification topographique ; nous allons les examiner rapidement.

54. Les feuilles constituent deux séries de bandes, l'une dans le sens Nord-Sud et l'autre dans le sens Ouest-Est. Ces bandes sont numérotées de la façon suivante. L'une d'elles est traversée dans son milieu par le méridien de Paris ; elle est chiffrée 0 ; à droite et à gauche les bandes parallèles sont chiffrées 1, 2, 3, 4, etc., en allant vers l'Est et l'Ouest. De même, une des bandes dans le sens Est-Ouest est traversée en son milieu par la perpendiculaire au méridien central au point dont la latitude est 45° ; elle est chiffrée 0 ; au-dessus et au-dessous, les bandes parallèles sont chiffrées 1, 2, 3, 4, etc., en allant vers le Nord et vers le Sud.

55. Au milieu de la marge supérieure est imprimé le nom de la feuille : c'est celui de la localité la plus importante qui y est contenue. A droite, un numéro d'ordre, en gros caractères, est encadré et accompagné de deux autres nombres, placés sur deux des faces de son cadre. Ces numéros indiquent le rang des bandes auxquelles appartient la feuille, et leur position par rapport aux deux axes, qui sont le méridien de Paris et sa perpendiculaire au point dont la latitude est 45°.

$$9\,\underset{5}{\boxed{85}}$$

Un chiffre placé à gauche du petit cadre indique que le méridien de Paris est à gauche de la feuille, ou que la feuille est à l'Est du méridien ; un chiffre placé en dessous indique que le deuxième axe est au-dessous de la feuille, ou que la feuille est au Nord de cet axe.

Ainsi, Épinal $9\,\underset{5}{\boxed{85}}$ fait partie de la cinquième bande à l'Est de celle qui est traversée par le méridien de Paris, et de la neuvième bande au Nord de celle qui a pour axe la perpendiculaire à ce méridien, au point de latitude 45°. De même, Bayonne $\overset{5}{\boxed{226}}\,4$ appartient à la quatrième bande au Sud et à la cinquième bande à l'Ouest des deux bandes traversées par les axes.

Aurillac $0\,\underset{0}{\overset{0}{\boxed{184}}}\,0$ est traversée en son milieu par les deux axes, et est au croisement des deux bandes chiffrées 0.

On peut dire que le chiffre qui accompagne le côté vertical indique le rang de la bande dans le sens vertical ; et de même pour le chiffre qui accompagne le côté horizontal.

La marge supérieure contient encore l'indication des noms des auteurs des levés et de la date de leur exécution, et un tableau indiquant les numéros des huit feuilles voisines. Les noms des quatre feuilles en contact avec la feuille considérée sont inscrits au milieu des quatre côtés du cadre.

56. Dans la marge inférieure se trouvent des échelles graphiques en kilomètres.

Le cadre de la carte comprend une première graduation, composée de parties alternées grises et blanches, dont les divisions correspondent à des points dont la latitude ou la longitude sont exprimées en nombres entiers de minutes sexagésimales de degrés, chiffrés de 10 en 10.

En dedans, se trouve une autre graduation analogue, mais en minutes centésimales de grades.

Si l'on veut tracer sur la carte soit un méridien à une longitude déterminée, soit un parallèle de latitude donnée, on n'a qu'à prendre, sur les échelles convenables, les points ayant les nombres donnés pour chiffraison, écrite ou non, et à les joindre par une droite qui représente l'arc cherché avec une exactitude suffisante.

De toutes ces lignes, on n'a conservé que les méridiens et les parallèles espacés de 10 en 10 minutes de grade. Les premiers ont entre eux des intervalles qui varient suivant la latitude, les autres des intervalles sensiblement égaux à 125 millimètres, représentant à l'échelle 10 kilomètres.

57. Dans les quatre angles des marges sont indiquées les coordonnées (longitude et latitude) en grades et fractions de grades de chacun de ces angles, et leurs distances en mètres au méridien central et à sa perpendiculaire.

58. **Signes conventionnels.** — Sur la carte sont représentés tous les détails de la planimétrie, accompagnés d'écritures explicatives. Les objets, sauf les voies de communication, sont exactement représentés à leur grandeur réduite à l'échelle ; mais, à cause de leur très grande importance, les routes, les

chemins de fer, les canaux ont dû être augmentés pour attirer l'œil : c'est ainsi qu'une route nationale est figurée avec une largeur de 3/4 de millimètre, ce qui correspond à 60 mètres. Les chemins carrossables qui peuvent avoir dans la réalité une largeur un peu inférieure à 6^m, sont représentés par deux traits écartés de 1/2 millimètre environ, ce qui équivaudrait à 40^m. Il en est de même dans les cartes topographiques à toutes les échelles. Pour tout ce qui concerne ces représentations, nous renvoyons au tableau des signes conventionnels adoptés pour la carte au 1/80.000, qu'on trouvera à la fin du volume (Pl. I). On y remarquera, entre autres choses, que la grosseur des écritures varie avec l'importance des objets représentés.

59. Nous attirerons encore l'attention sur les objets suivants. Un certain nombre de points figurent sur la carte entourés d'un petit cercle ou d'un triangle, et parfois accompagnés du mot signal. Ce sont des clochers d'églises quand il y a un petit cercle. Le triangle indique tous les autres objets, tours, maisons, ruines, moulins, arbres, et même des objets démolis ou disparus. Les positions de tous ces objets ont été déterminées par le calcul de leurs coordonnées (longitude et latitude).

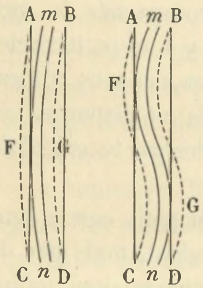
La plupart des clochers sont figurés par un petit cercle sans point ; ils n'ont pas été déterminés par le calcul, mais par de simples opérations topographiques ; leur position est donc moins bien assurée. On verra aussi sur la carte quelques nombres ; ils indiquent l'altitude en mètres des points qu'ils accompagnent.

60. **Lecture de la carte.** — Pour apprendre à lire une carte, il faut avant tout s'assimiler le tableau de ses signes conventionnels. Nous donnons (Pl. I) celui de la carte de France au 1/80.000. Ceux des autres cartes françaises et étrangères en diffèrent peu ; c'est surtout l'échelle qui les fait varier, en donnant plus ou moins d'importance à la représentation des détails.

La connaissance du tableau des signes conventionnels permet de comprendre la planimétrie ; nous n'y insisterons pas. Beaucoup de personnes emploient des plans de ville sans éducation spéciale ; la lecture d'une carte réduite à sa planimétrie est analogue à celle d'un tel plan ; elle est cependant moins facile, à cause du grand nombre de signes qu'il faut connaître.

Toutefois, une convention importante dont nous venons de parler (58) fausse nécessairement la représentation des objets. En effet, si une route dont la largeur n'atteint pas 20^{m} est représentée par deux traits dont l'écartement correspond à 60^{m}, il en résulte de part et d'autre, pour les objets riverains, un déplacement d'au moins 20^{m} qui devra s'éteindre rapidement quand on s'éloignera de la route. Cela a peu d'importance au 1/80.000, mais à des échelles plus grandes ce déplacement n'est pas négligeable.

Cette adoption d'un signe agrandi a d'autres conséquences; elle peut obliger le cartographe à simplifier certains tracés de routes. Supposons en effet qu'un tronçon de chemin *mn* présente une faible courbure ou de légères sinuosités et que sa représentation *exacte* à l'échelle puisse être comprise entre deux traits droits AC, BD espacés de 60^{m} à l'échelle (espacement considérablement exagéré sur nos figures). On pourra être conduit à représenter le chemin au moyen de ces deux traits, c'est-à-dire à le figurer comme droit, pour éviter les inconvénients encore plus grands d'une représentation telle que AFC, BGD, où l'exagération conventionnelle porterait sur les sinuosités.



Si un pays est très couvert de maisons isolées, de bouquets d'arbres, etc., on pourra être obligé d'en supprimer, pour éviter que la carte devienne illisible. Dans d'autres pays, où ces détails seront très rares, ils prendront de ce fait une grande importance, et on pourra être conduit à les représenter, même si pour cela on est obligé d'en exagérer les dimensions.

Nous pourrions multiplier ces indications. En réalité le travail du cartographe est extrêmement compliqué, dès que l'échelle ne permet plus la représentation de l'objet exactement réduit. Le lecteur doit se rendre compte de ces difficultés et ne pas chercher sur la carte ce qu'on ne peut y mettre.

La lecture du figuré du terrain offre plus de difficultés que celle de la planimétrie, surtout pour les cartes où il n'est pas exprimé par des courbes. On ne l'acquiert que par une éducation plus ou moins prolongée, qui ne peut résulter que de la comparaison de la carte avec le terrain qu'elle représente. Vouloir l'acquérir autrement est aussi chimérique que de vouloir apprendre à lire sans maître. Cependant cette éducation est fort abrégée par la pratique antérieure des procédés de la géométrie descriptive.

Nous donnons (Pl. II), à titre de spécimen cartographique, le quart S.O. de la feuille de Paris n° 48 de la carte au 1/80.000, représentant un terrain particulièrement intéressant, bien que les différences de niveau n'y dépassent pas 150^{m}.

On y reconnaît les traces de l'existence d'un plateau supérieur dont l'altitude varie actuellement entre 184^{m} aux Alluets et 163^{m} entre Saint-Cyr et le fort de Saint-Cyr. Ce plateau a subi l'action érosive des eaux, mais deux témoins de son existence se retrouvent : 1° dans l'étroite crête qui court, des Alluets au N. O., au bois des Fausses-Reposes au S. E.; 2° dans les hauteurs plus importantes de Neauphle, Bois-d'Arcis, Trappes, Satory, Velizy et Villacoublay.

Entre eux, on voit une dénudation qui a son point culminant au château de Versailles. Les eaux de cette surface se déversent, d'une part au N. O. dans le rû de Gally et gagnent la Seine assez loin de là entre Meulan et Mantes ; de l'autre au N. E. directement dans la Seine par le ravin de Viroflay et de Sèvres.

Sur la même feuille, on remarquera deux des nombreux cirques d'érosion de la Seine en aval de Paris. L'un entaille les hauteurs de Meudon, Sèvres, Saint-Cloud, Mont-Valérien ; l'autre celles de Bougival, Marly, forêt de Saint-Germain. Comme atterrissements correspondants, on trouve en face les presqu'îles du bois de Boulogne et de Houilles. Celle de Gennevilliers correspond à un cirque situé en dehors du cadre.

Le ravin de Sèvres donne un exemple de vallée étroite.

Nous ne nous attarderons pas à décrire cette feuille dont l'examen devra être fait à la vue du terrain, si l'on veut en tirer un profit sérieux.

Le débutant devra donc se procurer une carte d'un pays qu'il connaîtra, autant que possible largement accidenté comme l'exemple que nous donnons ; il s'y promènera avec la carte et comparera constamment l'image à la réalité.

61. Orientation de la carte. — Pour que la comparaison du terrain et de la carte soit possible, il faut disposer celle-ci de façon que les méridiens (et non le cadre) soient parallèles à la direction Nord-Sud.

On peut y arriver de deux façons : sans instrument, ou à l'aide d'une petite boussole.

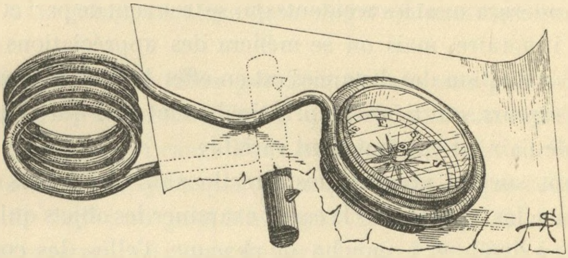
Dans le premier cas, il convient au début de poser la carte sur un support, table, parapet en pierre, borne, etc., où l'on pourra la faire tourner et la maintenir commodément jusqu'à ce qu'on ait arrêté définitivement sa position.

Quand les méridiens seront placés dans la direction Nord-Sud, toutes les droites joignant deux points sur la carte seront parallèles aux plans verticaux contenant les points correspondants du terrain et inversement. Comme on connait le pays, on cherchera sur la carte la position du point où l'on se trouve, ou, comme on dit, de la station et celle d'un point qui en est vu, un clocher par exemple, et on tournera la feuille jusqu'à ce que la droite qui joint ces deux points soit bien dirigée, ce qu'on vérifiera en se plaçant du côté opposé au point visé, et en alignant dans sa direction la droite qui sur la carte joint la station et ce point.

Pour plus de sûreté, on exécutera une seconde opération à l'aide d'un autre point éloigné, et si l'on a bien exécuté la première, on ne doit plus avoir besoin de toucher à la carte pour que les conditions indiquées soient réalisées.

Dans certains cas, l'opération est plus simple ; si par exemple on se trouve sur une route, en ligne droite sur une grande longueur, rien n'est plus facile que de tenir la carte, même à la main, de façon que le prolongement de la ligne de la carte soit dirigé suivant la route.

62. Boussole à pince. — L'emploi d'une petite boussole breloque munie d'une pince formée d'un fil de laiton enroulé en ressort (*) permet d'opérer bien plus commodément, en tenant à la main la carte pliée de façon que son épaisseur soit suffisante, la partie utile étant seule visible ; on fixe la boussole



dessus en un point quelconque, mais en s'astreignant à ce que la ligne Nord-Sud du cadran fasse avec les méridiens tracés sur la carte un petit angle égal à la déclinaison, le Nord du cadran étant placé dans la direction du Nord de la carte, un peu à l'Ouest. Il est alors facile de tenir constamment la carte de façon que l'aiguille reste au-dessus de cette ligne.

63. La carte pouvant maintenant être placée convenablement, on se mettra en route à partir d'un point connu, dans une direction que l'on déterminera d'abord, et on aura soin, dans les débuts, de la consulter fréquemment, pour y retrouver les positions qu'on prend successivement sur le terrain et ne jamais être induit en erreur. On pourra du reste reporter exactement sur la feuille les différentes positions qu'on a occupées, en mesurant au pas les distances parcourues.

A chaque station, on examinera dans les différentes directions,

(*) Cette boussole et sa pince se trouvent chez Thomas (maison Baraban), rue Saint-Honoré, à Paris.

aussi loin qu'on pourra les distinguer, les objets et les accidents du terrain; on les comparera avec leur représentation sur la carte; on se rendra bien vite un compte exact de la nature de cette représentation, en même temps qu'on verra quels sont les objets que le topographe a dû omettre et quels sont ceux qu'il a cru devoir exagérer.

Tout en parcourant le terrain, on observera si l'itinéraire que l'on suit rencontre des pentes ascendantes ou descendantes, et on examinera de quelle manière elles sont représentées sur la carte. On considérera aussi les accidents qui se trouvent de part et d'autre de cet itinéraire, mais on se méfiera des appréciations faites à vue. L'évaluation des distances est en effet le plus souvent entachée d'erreurs, qui tiennent principalement à ce que la transparence de l'air est extrêmement variable.

Il faut surtout prendre des directions sur des points qu'on a reconnus, les reporter sur la carte, examiner les objets qui s'échelonnent à droite et à gauche de chacune d'elles, les comparer avec la carte et procéder toujours du connu à l'inconnu. Enfin, toutes les fois que la chose sera possible, on cherchera à voir les mêmes objets sous plusieurs aspects. Sans cette précaution, il arrive aux personnes les plus exercées de commettre des erreurs qu'elles corrigent bientôt; mais le débutant ne manque jamais de mettre les siennes sur le compte de la carte.

64. **Plans reliefs. — Procédé de Bardin.** — On peut, dans une certaine mesure, rendre cet enseignement plus facile en ayant recours à l'emploi de reliefs représentant le terrain, et en les comparant à des cartes où le même terrain sera représenté par les différents procédés dont la cartographie dispose : courbes de niveau, hachures, lavis, lumière directe, lumière oblique (*).

Cette méthode a été préconisée par Bardin. A l'exposition de 1855 figuraient les spécimens remarquables qu'il avait construits pour cet objet.

Pour ce genre d'exercices, on devra avoir recours à des reliefs

(*) La collection Bardin se trouve à la librairie Delagrave.

dans lesquels l'échelle des hauteurs sera la même que celle du plan. Les reliefs que livre le commerce sont souvent défectueux sous ce rapport; les hauteurs y sont exagérées; il en résulte que l'idée qu'on peut prendre des pentes et des formes du terrain est absolument fausse. Les reliefs de la collection Bardin échappent en général à cette critique.

65. **Procédé du capitaine Dolot.** — Un exercice plus efficace encore est celui qu'a imaginé en 1881 le capitaine du génie Dolot. Il a le grand avantage de n'exiger qu'une dépense insignifiante.

Il consiste à faire modeler par l'élève, dans une petite caisse en bois, à l'aide de sable argileux, le relief du terrain représenté sur un fragment de la carte. Pour plus de facilité, la surface de la caisse a des dimensions quatre fois plus grandes que celles du lambeau de carte; on peut ainsi agrandir quatre fois la représentation du terrain et passer de l'échelle du 1/80.000 à celle du 1/20.000.

Il ne faut pas dans cet exercice chercher l'exactitude, mais s'assurer avant tout que l'élève a compris ce qu'il a eu sous les yeux, et qu'il l'a traduit d'une façon intelligente.

66. L'emploi de perspectives, le plus souvent de photographies, donne encore un moyen de comparer la carte au terrain. On pourrait avoir ainsi une série de modèles, rapprochés du lambeau correspondant de la carte, sur lequel on aura indiqué le point où l'appareil a stationné et la direction de son axe.

Des croquis simplifiés peuvent remplacer avantageusement les photographies, surtout quand on a besoin de représenter des lointains. Il est vrai que pour être exacts, ils exigent un certain talent de la part de l'auteur.

NOTIONS THÉORIQUES

SUR L'ARPENTAGE ET LE CADASTRE

§ 1. — Préliminaires.

67. L'arpentage a pour objet la mesure des surfaces sur le terrain. En réalité, c'est non la surface elle-même qu'on mesure, mais sa projection sur le plan horizontal. En effet, l'arpentage ayant le plus souvent pour résultat la fixation de la valeur vénale d'une parcelle de terre arable, comme les végétaux pour la plupart poussent verticalement, on conçoit que c'est l'élément horizontal de la surface qu'il est intéressant de connaître.

Les opérations de l'arpentage constituent un cas élémentaire de celles de la planimétrie (2). Bien que l'arpenteur puisse avoir recours à un certain nombre des ressources de l'art des levés, dans la plupart des cas, il se borne aux plus élémentaires, procédant presque exclusivement par des mesures de longueurs et des tracés d'angles droits.

68. **Mesure des longueurs sur le terrain.** — La mesure des longueurs s'exécute d'une façon analogue à celle d'une étoffe, d'un cordage, etc., par l'application sur le terrain de l'unité de longueur, que l'on reporte à la suite d'elle-même. Pour être effectuée avec exactitude, elle exige une opération préliminaire, dite jalonnement.

69. **Jalonnement.** — Le jalonnement s'exécute à l'aide de perches minces, en bois ou en fer creux, de 2^m environ de longueur, dites *jalons*, munies d'une pointe ferrée, que l'on plante verti-

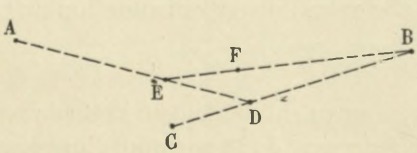
calement en terre. Pour les rendre visibles de loin, on les peint fréquemment en blanc et rouge, en alternant les couleurs ; on peut aussi passer un papier blanc dans une fente à leur extrémité supérieure. Très souvent, le jalon est une simple baguette bien droite, pointue en bas, fendue en haut et garnie d'un papier.

70. Une longueur à mesurer sur le terrain est toujours marquée par un jalon planté à chacune de ses extrémités. Quand elle est courte, si le sol est suffisamment nu et uni, cela suffit ; autrement, on est obligé d'y planter des jalons intermédiaires, bien alignés, en nombre variable avec l'état de la surface, et convenable dans chaque cas pour faciliter le travail de chaînage (73). Pour effectuer cette opération, il faut deux personnes, l'arpenteur et un aide. Deux cas peuvent se présenter :

1er Cas. — *De l'une des extrémités de la droite à jalonner on voit l'autre.* — Alors, se plaçant en dehors et près d'un des jalons extrêmes, de façon qu'il lui paraisse dans le plan vertical déterminé par son œil et le jalon le plus éloigné, l'arpenteur fait placer par son aide une série de jalons espacés à peu près également, et plantés verticalement dans ce même plan, de façon que le premier jalon cache simultanément tous les autres. Dans chacune de ces opérations l'aide s'efface de manière à dégager le plan de visée.

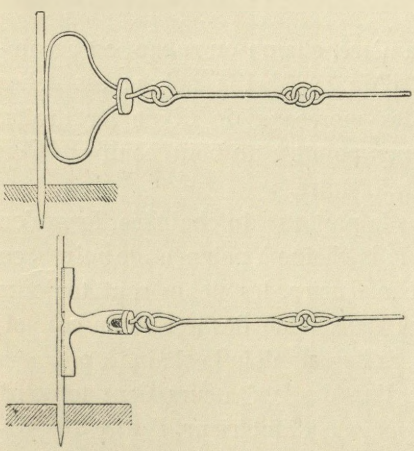
Ce procédé peut aussi servir pour prolonger une ligne droite marquée sur le terrain par ses extrémités ; alors l'arpenteur peut opérer seul en plaçant chaque jalon et regardant s'il couvre les jalons déjà plantés.

2e Cas. — *Le terrain étant légèrement accidenté, de l'une des extrémités on ne peut voir l'autre.* — Les deux jalons extrêmes étant plantés en A et en B, l'arpenteur se porte sur l'accident intermédiaire, de façon à les voir tous deux, et plante



un jalon en C *en fausse position*, aussi près que possible de la droite AB (nous exagérons l'écart sur la figure). Entre C et B, par exemple, il fait placer par son aide un jalon en D, en un point d'où l'on voie A. Si C était sur AB, D y serait aussi, et alors de D l'aide verrait D, C et A alignés ; mais comme il n'en est rien, il fait déplacer l'arpenteur, qui arrache le jalon C et vient le planter sur DA en E. L'arpenteur aligne de nouveau l'aide qui place le jalon D en F sur EB, etc.... A chacune de ces opérations de tâtonnement, on conçoit que les positions des deux jalons se rapprochent de la ligne AB, où ils finissent bientôt par se trouver placés. On complète le jalonnement des deux parties de AB par le moyen ordinaire.

71. Chaîne. — Décamètre en ruban. — La mesure employée pour les usages courants a 10 mètres de longueur ; elle se compose d'une chaîne dont les fragments ou chaînons sont formés de bouts de gros fil de fer contournés en anneaux à leurs extrémités. Deux chaînons consécutifs sont reliés par un anneau métallique ; la distance de centre à centre des ces anneaux est de 20 centimètres. Les anneaux sont en cuivre de cinq en cinq, les autres étant en fer ; on distingue facilement ainsi les longueurs entières de mètres. Pour faciliter encore le décompte, on fixe à l'anneau du milieu de la chaîne un petit appendice qui permet de le reconnaitre rapidement.



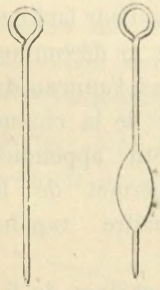
Les chaînes de fabrication commune se terminent par des poignées en fil de fer, dont la longueur est comprise dans celle des chaînons extrêmes. Les chaînes construites avec soin sont terminées par des poignées en cuivre, qui ont la forme d'une traverse perpendiculaire à la chaîne ; des gorges sont ménagées dans cette traverse de façon à y loger la fiche dont nous parlerons plus loin.

Les poignées des deux espèces sont montées de manière à pouvoir tourner par rapport au chaînon adjacent.

Lorsqu'on emploie la chaîne, il peut se faire que deux chaînons consécutifs se tournent dans l'anneau qui les joint, de façon à chevaucher l'un sur l'autre ; il en résulte naturellement que la longueur de la chaîne est diminuée, et que la mesure de la distance sur laquelle on opère sera trop grande.

Le décamètre en ruban d'acier ne présente pas cet inconvénient. C'est un ruban en acier très mince et flexible de 15 millimètres de largeur environ et de 10 mètres de longueur, y compris les poignées en cuivre à manettes évidées, du même modèle que celles des chaînes. Une série de trous ou de plaquettes de laiton de différentes formes, rivées sur le ruban, sert à reconnaître les mètres et le demi-décamètre. Ce ruban s'enroule pour le transport sur un croisillon en bois, dont les extrémités en fourche le reçoivent dans leur entaille.

72. **Fiches.** — Tout décamètre, chaîne ou ruban, est accompagné d'un jeu de dix fiches ; ces fiches sont des morceaux de fil de fer droits, affûtés en pointe à un bout, contournés en anneau à l'autre.



Dans la pratique du chaînage, lorsqu'on emploie la chaîne à poignées de cuivre, ou le ruban d'acier, les fiches sont toujours placées dans l'une des gorges de ces poignées. Si l'on emploie la chaîne à poignées en fer, l'un des opérateurs tient toujours sa fiche au contact de la poignée à l'intérieur, l'autre à l'extérieur.

Une onzième fiche, dite fiche plombée, figurée ci-contre, accompagne le jeu de dix fiches. Elle est alourdie par une masse de plomb et sert à des usages spéciaux.

73. **Chaînage.** — Le chaînage ou mesure des longueurs, soit à la chaîne, soit au ruban, nécessite deux personnes, l'opérateur ou chaîneur et l'aide ou porte-chaîne. La longueur à mesurer est jalonnée.

Il est essentiel que le chaîneur voie sans peine le jalon le plus rapproché de lui. Le chaîneur jette la chaîne à la volée, en conservant une poignée en main ; le porte-chaîne ramasse l'autre poignée, et tend la chaîne, et tous deux en parcourent la longueur pour vérifier qu'il ne s'est point formé de nœuds.

Supposons d'abord le terrain presque horizontal. Le chaîneur, en arrière, applique la poignée qu'il tient en main contre le jalon origine, près de terre. En avant, le porte-chaîne tient neuf fiches dans une main, et dans l'autre, près de terre, la poignée avec une fiche logée dans la gorge. Il regarde le chaîneur en s'effaçant de façon à ne pas lui cacher l'autre jalon ; il tend la chaîne sans exagération ; le chaîneur le fait porter par signes vers la droite ou la gauche, et quand il est bien en direction, lui fait un autre signe convenu. Alors le porte-chaîne plante sa fiche en terre verticalement. Tous deux se relèvent et marchent en avant du même pas, pour que la chaîne reste éloignée de terre et presque tendue. Arrivé à la première fiche, le chaîneur s'arrête, se baisse, le porte-chaîne retenu en fait autant, et l'opération recommence, le chaîneur plaçant la gorge de la poignée contre la fiche déjà plantée. Lorsque la deuxième fiche est placée, les deux opérateurs se relèvent, mais le chaîneur arrache la première fiche et la conserve dans sa main libre. Tous deux se reportent en avant avec les mêmes précautions, jusqu'à ce que le chaîneur arrive à la dixième fiche. A ce moment, le porte-chaîne n'a plus que la fiche plombée, qu'il plante comme une autre.

Il revient au chaîneur pour faire l'*échange des fiches*. Le chaîneur les compte, s'assure qu'il y en a dix, et trace un trait sur son carnet ; le porte-chaîne les recompte, se reporte en avant, en plante une dans le trou de la fiche plombée qu'il enlève à cet effet, et l'opération recommence. La fiche plombée ne doit jamais entrer dans les décomptes et doit toujours rester entre les mains du porte-chaîne. Quelques opérateurs emploient des jeux de onze fiches semblables, ils s'exposent à commettre des fautes, en faisant entrer à tort la onzième dans les décomptes.

Toutes les fois que le porte-chaîne et le chaîneur rencontrent un des jalons intermédiaires, ils le dépassent sans s'en préoccuper; lorsque le porte-chaîne atteint le dernier jalon, il le dépasse et ne s'arrête que quand le chaîneur se trouve à la dernière fiche plantée; au besoin il replie la partie excédente de la chaîne ou enroule le ruban, de façon à ne laisser développée que la partie utile.

Le chaîneur compte les échanges de fiches, qui lui donnent les centaines de mètres ; les fiches dans sa main et celle qui est plantée lui donnent les dizaines ; la portion restante de la chaîne lui donne les mètres et les parties entières de 20 centimètres ; la fraction inférieure à 20 centimètres est évaluée à l'estime.

74. La mesure d'une longueur à la chaîne doit être effectuée à 1/1000 près. Il va sans dire que pour réaliser ce degré d'approximation, il faut fréquemment vérifier la longueur de la chaîne à l'aide d'un mètre très précis, ou, comme on dit, l'*étalonner*.

75. Mesure d'une longueur en terrain incliné. — Lorsqu'on dispose d'un instrument permettant de mesurer les pentes, le procédé le plus simple et le plus exact consiste à apprécier à vue quelles sont les parties de la distance considérée dont la pente est régulière, et à mesurer suivant la pente la longueur de ces segments. La projection horizontale de chaque segment est égale à sa longueur mesurée, multipliée par le cosinus de l'angle de la pente. Cette opération ainsi faite relève surtout de la topographie ; nous n'insisterons pas.

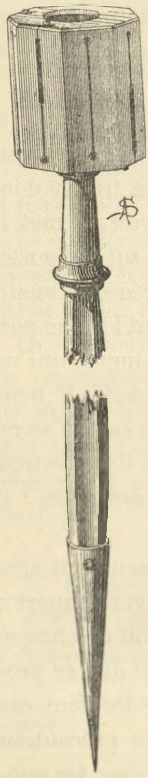
76. Dans la pratique de l'arpentage, où on ne dispose généralement pas d'instruments permettant de mesurer les pentes, on opère par portées horizontales, ou, comme on dit quelquefois, par *cultellation*. Ce procédé consiste à tenir la chaîne horizontale dans chaque portée. Il peut se présenter deux cas, suivant que le porte-chaîne descend où qu'il monte.

Dans le premier cas, on se sert d'une fiche plombée (72, fig. 2) qui accompagne le jeu de dix fiches; elle est en excédent et reste entre les mains du porte-chaîne. Le chaîneur se trouve donc toujours au-dessus du porte-chaîne ; à chaque arrêt, il met la poignée contre la dernière fiche plantée, au ras du sol. Le porte-chaîne tient la chaîne dans l'alignement comme précédemment, et en outre, la maintient horizontale, en la tendant le plus possible, sans toutefois tirer trop sur la main du chaîneur, qui ne doit pas laisser la poignée s'écarter de la fiche plantée. Il tient la fiche plombée à la place de la fiche ordinaire, et sur un signe du chaîneur, il la laisse tomber, puis l'enlève, et dans le trou qu'elle a marqué plante verticalement une fiche ordinaire ; il continue comme précédemment.

Si la mesure se fait en montant, c'est le chaîneur qui sera obligé de hausser sa poignée, et pour cela il devra emporter un jalon, qu'il plantera successivement dans le trou de chaque fiche arrachée, et qu'il tiendra vertical. On conçoit que ce procédé est encore moins exact que le précédent. Dans les deux cas la chaîne n'est jamais exactement tendue, quelque précaution que l'on prenne ; il en résulte une erreur, variable avec les opérateurs, mais nullement négligeable. On mesurera de préférence en descendant, et on subdivisera au besoin le parcours en parties de 5 mètres, ou moins, si le chemin est par trop incliné.

77. **Détermination des perpendiculaires. — Équerres.** — La détermination d'une droite perpendiculaire à une autre jalonnée, par un point de cette dernière ou d'un point extérieur, se fait à l'aide d'instruments spéciaux qui portent le nom d'*équerres*.

78. Équerre d'arpenteur. — Son emploi. — L'équerre d'arpenteur consiste en un prisme régulier creux à huit pans, en laiton, percé sur les axes des faces de huit fentes également espacées ; quatre de ces fentes, diamétralement opposées deux à deux, sont constituées d'une partie étroite, et d'une partie large au milieu de laquelle un crin tendu prolonge la partie étroite. Ces quatre fentes déterminent deux plans verticaux de visée, perpendiculaires entre eux. Dans chaque plan, les ouvertures large et étroite sont contrariées, c'est-à-dire que si d'un côté la partie large est en bas, de l'autre ce sera la fente étroite, et inversement.



Les quatre autres fentes sont toutes étroites et déterminent deux à deux des plans verticaux bissecteurs des premiers dièdres. Ces fentes servent dans quelques rares opérations pour des visées à 45° sur les précédentes.

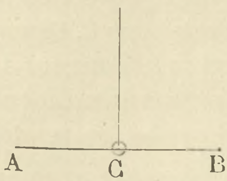
Dans la base du tambour est fixée une douille, qui sert à monter l'équerre sur un fort jalon ferré en chêne.

On vise en tenant l'œil un peu en arrière de l'une des fenêtres et tournant l'équerre jusqu'à ce que le plan de visée passe par l'objet à viser. L'équerre doit être disposée bien verticalement ; on s'en assure préalablement en se plaçant dans deux plans perpendiculaires et dégauchissant le pied avec un fil à plomb.

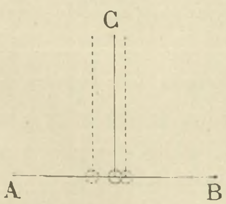
On vérifie l'équerre d'arpenteur par des opérations de retournement identiques à celles qui servent à vérifier les équerres à dessiner. On peut, comme avec ces dernières, faire par retournement des tracés exacts avec des équerres fausses. Nous dirons même que presque toujours les équerres du commerce sont plus ou moins fausses.

D'autres équerres cylindriques ou même sphériques sont pour-vues de fentes toutes étroites; elles donnent des visées plus exactes que celles obtenues par la fente étroite et le crin de l'équerre ordinaire. Avec celle-ci on doit limiter la longueur des perpendiculaires, de façon que, réduites à l'échelle du plan, elles ne dépassent pas la demi-distance des pinnules ; avec les fentes étroites, on peut doubler cette longueur.

79. Pour élever une perpendiculaire en un point C d'une droite AB, on place le pied de l'équerre sur cette ligne, en C, avec les mêmes précautions que pour un jalon (70) ; on tourne l'équerre de façon qu'un des plans de visée contienne les jalons qui marquent les extrémités de la droite. Cette opération faite de deux côtés successivement sert à contrôler la position de l'instrument. Se plaçant alors du côté opposé à la direction de la perpendiculaire, on fait planter un jalon à une distance convenable dans le plan vertical de la visée.

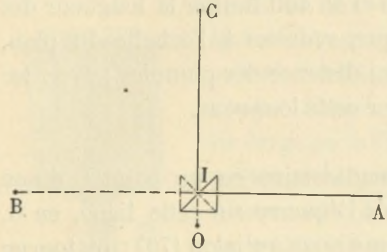


Pour abaisser une perpendiculaire d'un point extérieur C sur une droite donnée AB, on opère par tâtonnements. On estime en quel point de la droite doit tomber cette perpendiculaire, on y met l'équerre en station comme précédemment et on vise. On voit si le plan de visée laisse le point à droite ou à gauche, on apprécie de combien et on se déplace en conséquence sur la droite où l'on stationne. On arrive à la solution par déplacements successifs.



80. **Équerres à prismes et à miroirs.** — Cette dernière opération fait perdre beaucoup de temps ; on l'abrège singulièrement par l'emploi d'instruments très différents, dont l'usage se répand de plus en plus. Nous décrirons le plus simple :

Si un opérateur tient devant son œil un prisme à réflexion totale très court (2^{cm} au plus), les arêtes verticales, il peut voir par réflexion un jalon A, planté à sa droite, et directement un jalon C, planté devant lui. Si ce dernier prolonge l'image du jalon A, vu dans le prisme, les deux droites IA, IC sont perpendiculaires.



En retournant le prisme de 90° vers la gauche, on obtiendra le même résultat avec un jalon planté en B et le jalon C. On voit qu'alors pour abaisser du point C une perpendiculaire sur la droite AB, l'opérateur n'a qu'à se déplacer progressivement sur cette droite, jusqu'à ce que le jalon C prolonge les images des jalons A et B, ce qui se fait très rapidement.

La combinaison, dans une même monture, de deux prismes placés l'un au-dessous de l'autre, et bien disposés à angle droit, facilite cette opération ; elle permet de voir à la fois C et les images de A et B sur la même verticale.

L'ensemble forme un cube de 4^{cm} au plus de côté, muni dans son axe vertical d'un petit manche en cuivre de 4 à 5^{cm}, percé d'un trou, auquel pend un fil à plomb donnant à terre le pied de la perpendiculaire (Prismen Kreuz).

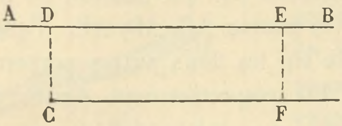
Des modèles, de disposition analogue, formés de prismes à deux réflexions, sont d'un emploi encore plus facile et précis (Équerre de Goulier.) Enfin, dans d'autres modèles, les prismes sont remplacés par des miroirs, mais ces instruments sont exposés à se dérégler.

81. Équerres improvisées. — On peut encore, dans certains cas, à défaut de ces équerres, en improviser une, analogue aux équerres de bureaux, avec un cordage formant un triangle rectangle dont les côtés sont respectivement proportionnels à 3, 4, 5, ou à 10, 15, 18, ce dernier étant exact pratiquement.

§ 2. — Problèmes de l'arpentage.

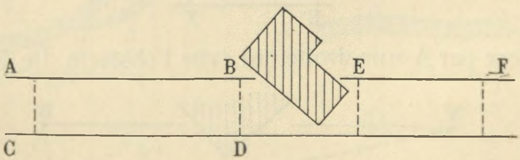
82. Nous allons exposer, sommairement, les solutions d'une série de problèmes classiques utilisées dans la pratique de l'arpentage. Les principes de géométrie que l'on applique dans ces solutions sont tellement connus que nous ne les rappellerons même pas.

83. *Par un point donné, tracer une parallèle à une droite donnée.* — Soit AB la droite, C le point. Abaisser de C une perpendiculaire CD à AB, même sans le secours de l'équerre si la distance n'est pas trop longue, la chainer. En un point E de AB, *aussi éloigné que possible de* D, élever à AB une perpendiculaire EF, égale à CD, jalonner CF.



Cette construction est parfaitement exacte dans la pratique si CD n'est pas trop long, quand même l'équerre ne serait pas exacte; il n'en serait pas de même si, comme on l'indique trop souvent dans les livres, on élevait en C une perpendiculaire à CD.

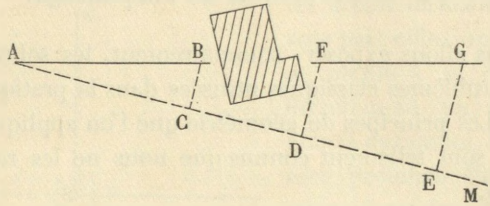
84. *Prolonger une droite au-delà d'un obstacle.* — Soit AB la droite. Si l'on a assez de place, on lui mène une parallèle CD à



une distance telle qu'elle puisse être prolongée au-delà de l'obstacle, et on mène à celle-ci une parallèle EF à la même distance.

Si l'on n'a pas assez de place pour mener les parallèles dans les conditions exigées plus haut, voici comment on opère :

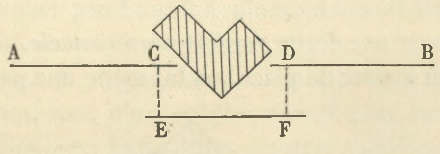
D'un point A de AB, on jalonne une droite AM, qui évite l'obstacle en s'en éloignant le moins possible. On lui élève en C une



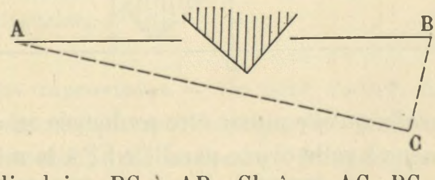
perpendiculaire qui la coupe en B très près de l'obstacle, puis en D une seconde perpendiculaire qui passe au-delà et aussi près que possible de l'obstacle, et en E, aussi loin que possible de D, une troisième perpendiculaire. On chaine AC, AD, AE, d'une part, et de l'autre CB, et on porte sur les deux autres perpendiculaires, des longueurs DF, EG respectivement égales à $BC\frac{AD}{AC}$ et $BC\frac{AE}{AC}$. Ce procédé est toujours plus exact que celui qui consisterait à contourner l'obstacle à partir de B par quatre opérations successives à l'équerre.

85. *Mesurer une ligne interrompue par un obstacle.* — Soit AB la ligne à mesurer, interrompue de C en D.

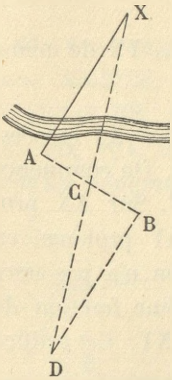
1° Tracer EF parallèle à CD. Chainer successivement AC, EF, DB, faire la somme.



2° Tracer par A une droite qui évite l'obstacle. De B abaisser



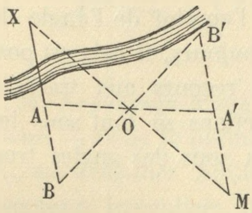
une perpendiculaire BC à AB. Chaîner AC, BC, en conclure l'hypoténuse.



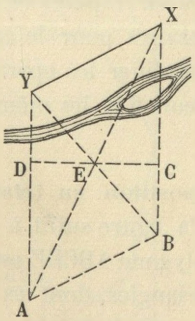
86. *Mesurer la distance d'un point à un autre inaccessible.* — En A accessible, élever à AX une perpendiculaire AB, aussi longue que possible ; marquer le milieu C de AB ; en B élever une perpendiculaire BD à AB dans le sens opposé à AX ; marquer dessus le point de rencontre D avec XC prolongé ; chaîner

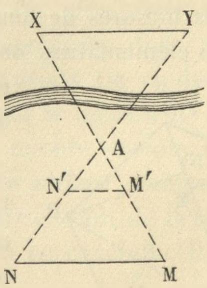
$$BD = AX.$$

87. *Autre solution sans l'aide de l'équerre.* — X point inaccessible, A accessible. Prolonger AX en AB. Mener AA′, BB′ quelconques se coupant dans l'espace accessible ; chaîner AO et OA′ = AO, BO et OB′ = BO. A′B′ est égal et parallèle à AB, déterminer M intersection de XO et de A′B′. Chaîner MA′ = AX. Cette solution exige qu'on dispose d'un grand espace convenable.



88. *Mesurer la distance de deux points inaccessibles.* — X, Y sont ces points, l'opérateur se trouve dans la région C. Tracer





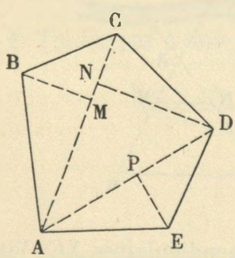
CD quelconque ; abaisser sur CD les perpendiculaires XC, YD ; les prolonger vers B et A ; prendre le milieu E de CD, prolonger XE jusqu'à sa rencontre avec YD en A, YE de même jusqu'en B ; AB est parallèle et égal à XY.

89. *Autre solution sans l'aide de l'équerre.* — Soit XY inaccessible, mais visible de A, la distance à mesurer. On commence par mesurer AX, AY par le procédé du no 87. Sur AX prolongé on porte en AM la longueur AX ; sur AY prolongé en AN la longueur AY ; MN est égal à XY. Si l'on n'a pas assez de place, on peut porter en AM', AN' une même fraction de AX, AY, M'N' est alors la même fraction de XY. Cet artifice donne naturellement une mesure moins exacte.

90. D'autres solutions de ces problèmes utilisent la construction de triangles rectangles isocèles, par l'emploi de l'angle de 45° des équerres d'arpenteur. On devra toujours, si cela est possible, choisir celles qui ont le moins recours aux tracés à l'équerre et dans lesquelles les intersections se font sous les angles les plus grands, les intersections sous des angles trop aigus étant toujours indécises.

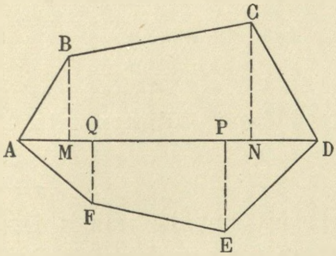
§ 3. — Mesure des surfaces.

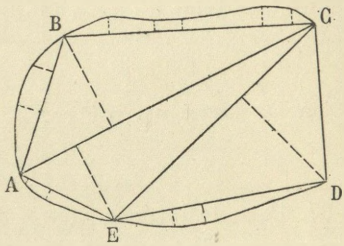
91. La mesure des surfaces s'opère en assimilant leurs contours, s'ils sont courbes, à des lignes brisées, et décomposant les polygones ainsi obtenus en triangles ou en trapèzes rectangles. Dans les mesures de longueurs, nécessaires pour le calcul des surfaces élémentaires, on tâche de simplifier les opérations en utilisant plusieurs fois les mêmes chaînages.



92. **Décomposition en triangles.** — L'examen de la figure suffit à montrer comment le polygone ABCDE est décomposé en trois triangles, dont les surfaces seront obtenues par la combinaison des mesures des diagonales AC, AD et de leurs perpendiculaires BM, DN, EP.

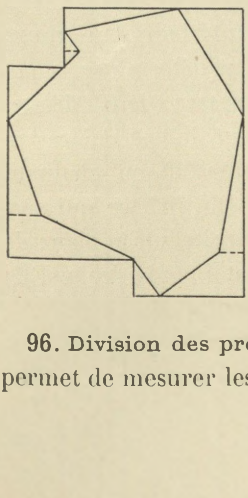
93. Arpentage par abscisses et ordonnées. — Dans le polygone ABCDEF, menons la diagonale AD, abaissons les perpendiculaires BM, CN, EP, FQ; chainons les segments AM, AQ, QP, PD, ND, les ordonnées BM, CN, EP, FQ; nous aurons tous les éléments nécessaires à la mesure.





94. Arpentage d'une surface quelconque accessible à l'intérieur. — Dans le périmètre courbe, inscrire au plus près un polygone irrégulier ABCDE, que l'on décompose en triangles. Les segments irréguliers qui ont pour bases les côtés du polygone sont décomposés en trapèzes sensiblement rectilignes, par des ordonnées irrégulièrement espacées, de façon à faire épouser la courbe par des lignes brisées, en évitant d'exagérer le nombre des longueurs à mesurer.

95. Arpentage d'une surface quelconque inaccessible à l'intérieur. — On circonscrit à cette surface un polygone dont tous les angles sont droits. On en détermine la surface par la mesure de tous ses côtés ; on mesure ensuite tous les éléments de surface compris entre son périmètre et celui de la surface à mesurer, on en conclut celle-ci par différence.



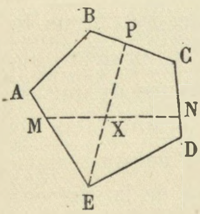
96. Division des propriétés. — De même que l'arpentage nous permet de mesurer les surfaces des propriétés, par une série de problèmes inverses il permettrait de diviser ces propriétés en parcelles de surfaces déterminées à l'avance. Les problèmes de géométrie que l'on aurait à résoudre ainsi sont généralement très simples, mais il est presque impossible de les envisager dans un traité, parce que, pour de pareilles opérations, les convenances des copartageants, qui jouent nécessairement un grand rôle, peuvent faire varier les cas à l'infini.

§ 4. — Levé au mètre. — Procédé par alignements.

97. Dans le levé au mètre, les angles sont déterminés par des mesures de longueur. Pour cela, on porte sur les côtés d'un angle, à partir du sommet, des longueurs arbitraires choisies convenablement; on obtient ainsi deux points dont la distance sert à construire le triangle au sommet duquel est l'angle considéré. Souvent, on ne peut pénétrer dans l'intérieur de l'angle, alors on prolonge ses côtés et on opère sur l'angle opposé par le sommet; si l'on ne peut prolonger qu'un côté, c'est le supplément qu'on détermine.

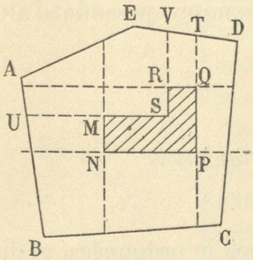
Les opérations du levé au mètre sont lentes mais sûres.

98. **Alignements.** — On peut étendre ce procédé, comme il suit : Supposons qu'à l'intérieur d'un polygone ABCDE déjà levé par des opérations antérieures, se trouve un point X dont on veut déterminer la position. Par X faisons passer deux droites quelconques qui coupent le périmètre en M, N, E, P. On détermine MN en chaînant les longueurs AM, ME, DN, NC, ce qui permet de construire cette droite sur le plan ; de même, connaisssant BP et PC, on a le point P et la droite EP ; l'intersection de ces deux droites donne le point X.



On voit que plusieurs des solutions données pour les problèmes d'arpentage relèvent du procédé par alignements.

Passons à une figure simple MNPQRS, située dans un polygone ABCDE dont le plan est déjà levé. L'examen de la figure



montre comment on opère : on prolonge les côtés de la figure intérieure, dans sa partie convexe, jusqu'aux côtés du polygone extérieur et, par des mesures de longueur faites sur ces côtés, on place sur le plan du polygone les droites ainsi prolongées, ce qui donne les points *n*, *p*, *q* correspondant aux points, N, P, Q du terrain. La mesure des longueurs MN, QR permet de placer sur le dessin les points *m* et *r*. Pour obtenir *s*, il ne reste plus qu'à prolonger sur le terrain SM et SR jusqu'en U et V et à mesurer UA et VE; on construit *u* et *v* sur le plan, on les joint respectivement à *m* et *r*, et l'intersection de ces deux droites donne *s*.

Pour contrôler les opérations, on peut mesurer les longueurs des côtés du polygone intérieur et vérifier si elles concordent avec celles du plan.

99. **Contrôle des opérations.** — Le procédé de levé au mètre par alignements comporte une série de contrôles permanents qui en rendent l'application très sûre. Outre ceux que nous venons d'indiquer, le géomètre a toujours soin, quand il chaîne sur un côté tel que DE, de mesurer séparément DT, TV, VE, et ensuite DE qui doit en reproduire la somme; il cote tous les croquis qu'il fait au cours de ses opérations, de sorte que le plan définitif peut être rédigé et contrôlé par n'importe quelle autre personne suffisamment au courant du travail.

On voit la différence qui existe entre le contrôle et la vérification; celle-ci consiste en une seconde série de mesures identiques aux premières, quoique souvent faites en sens inverse.

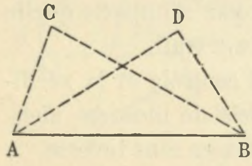
Le procédé par alignements est très fécond et ses applications très nombreuses; on conçoit en effet que suivant les figures des contours à lever les combinaisons de lignes peuvent varier à l'infini. Certains géomètres, sans avoir une instruction scientifique bien élevée, arrivent à acquérir une expérience très grande de ce procédé, qui leur permet dans un cas déterminé d'obtenir le résultat avec le plus petit nombre possible d'alignements convenablement choisis.

§ 5. — Autres procédés de levé.

100. En dehors du procédé par abscisses et ordonnées, et du procédé par alignements, on peut dans des opérations d'arpentage et surtout dans l'établissement d'un cadastre, être obligé de faire appel aux autres procédés de la topographie, dont nous allons à cet effet indiquer les principes d'une façon très sommaire.

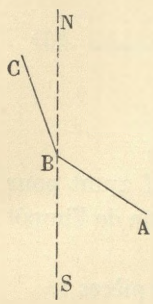
Dans leur application, on commence toujours par substituer aux figures compliquées formées à la surface du sol par les objets à déterminer, d'autres figures encore très irrégulières, mais composées de droites et d'angles; ce sont donc des polygones, dans l'acception la plus générale du mot; ils doivent avoir avec les premières figures une liaison intime. Ce sont les figures géométriques qu'on lève par les procédés suivants :

101. **Procédé par intersection**. — On commence par chaîner très exactement sur le terrain la longueur d'une droite dite *base*, limitée à deux points A et B. Cela fait, se mettant en station successivement aux deux extrémités de la base, on détermine les angles que font avec AB les rayons visuels dirigés de A et de B sur les points qu'il s'agit de lever. On en conclut la position de chacun des points ainsi visés.



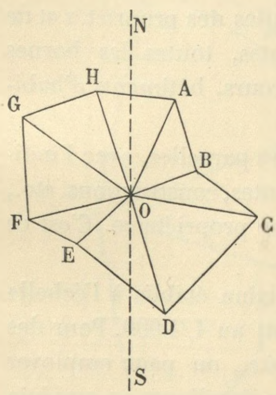
Le *relèvement* et le *recoupement* sont deux variantes de l'intersection.

102. Procédé par cheminement. — Dans ce procédé, on chemine de proche en proche sur le terrain, en déterminant en chaque point, B par exemple, la distance BC de ce point au suivant, C, et l'angle que fait la droite BC avec le côté précédent, BA, du cheminement.



Dans la pratique on détermine le plus souvent, non l'angle ABC, mais celui qui est formé par chacune des droites avec une même direction fixe, qui est en général la méridienne.

103. Procédé par rayonnement. — Dans ce procédé, qui n'est qu'un cas particulier du cheminement, on détermine la position d'une série de points A, B, C, D, E, répartis autour d'un point O, en mesurant les angles que font entre elles les droites OA, OB, OC,..., ou mieux ceux qu'elles font avec une direction origine et les longueurs de ces rayons.



La mesure des angles tels que BON présente sur celle des angles tels que BOA cet avantage, qu'une faute commise dans une détermination d'angle n'a qu'un effet isolé et ne se propage pas comme dans l'autre cas.

Malgré cela, le rayonnement employé pour déterminer la figure d'un polygone ABCD... est très inférieur aux procédés que nous avons indiqués précédemment; les inexactitudes trop fréquentes dans les mesures d'angles y ont trop d'effet, à moins qu'on ne contrôle les opérations en mesurant successivement AB, BC, CD, ... mais alors elles deviennent très longues, et en réalité on n'utilise plus la mesure des angles. Ce n'est donc plus par rayonnement qu'on procède, mais par levé au mètre.

104. L'étude quelque peu détaillée des procédés énumérés relève de la topographie et sort des limites où nous devons nous maintenir.

§ 6. — Cadastre.

105. Le cadastre est un document administratif ayant pour objet la fixation des limites des propriétés et l'assiette de l'impôt foncier. Il est établi par commune.

Le cadastre d'une commune se compose de deux pièces :

1° Une série de plans représentant chacun une des sections constituant le territoire de la commune; sur ces plans sont indiqués avec tous leurs détails les limites des propriétés et de leurs subdivisions en cultures différentes, toutes les bornes limites, les chemins, les constructions, cours, bâtiments d'habitation, d'exploitation, etc.;

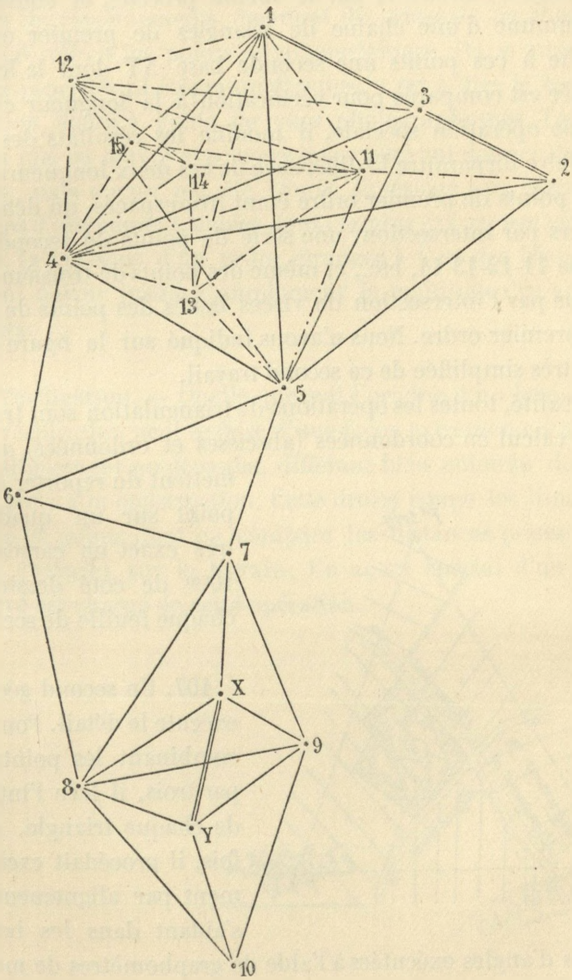
2° Un état où sont énumérées toutes les parcelles, avec l'indication de leur nature, en cultures différentes, constructions, etc., ainsi que leur surface et le nom de leur propriétaire. C'est ce qu'on nomme la matrice cadastrale.

Les plans parcellaires ont été à l'origine établis à l'échelle du 1/1 250; actuellement on les construit au 1/1 000. Pour des sections très étendues en friches, bois, etc., on peut employer des échelles plus petites. Pour les sections de villages on emploie une échelle plus grande. En outre, un plan général ou tableau d'assemblage est établi à l'échelle du 1/10 000 pour l'ensemble de la commune.

Le but principal du cadastre est la fixation de l'impôt foncier d'après le revenu présumé des terres. Aussi le cadastre est-il établi et conservé par les soins du directeur des contributions directes dans chaque département. Un second exemplaire est déposé dans chaque mairie.

Le cadastre a été institué en France par les décrets des 4 et 21 août 1791, qui n'ont eu leur effet que beaucoup plus tard. Sa réfection est à l'ordre du jour; des expériences ont été faites à cet effet dans ces dernières années (1891 à 1894) pour comparer les différents procédés applicables à cette opération.

106. Établissement d'un plan cadastral. — Un géomètre spé-

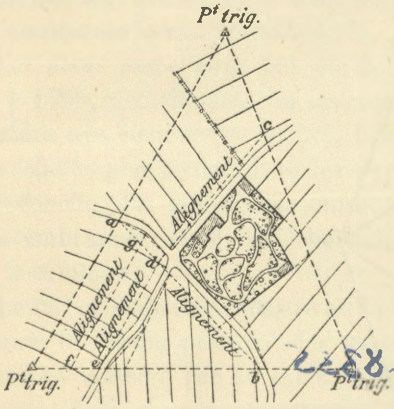


cial commence par exécuter la triangulation du territoire de la commune par des opérations relevant de la *géodésie*.

Pour cela, il mesure avec soin sur un terrain convenable une base 1-2. Des points 1-2, et, s'il est possible, d'un troisième point 3 de cette base, il détermine par intersection la position de nouveaux points 4-5; en stationnant en ces points, il en détermine d'autres 6-7, par le même procédé, et couvre ainsi la commune d'une chaîne de triangles de premier ordre. Il rattache à ces points une seconde base XY dont la longueur calculée est comparée pour vérification à la longueur chaînée. Par une opération spéciale, il modifie les résultats des calculs pour faire disparaître la différence de ces deux longueurs.

Les points de premier ordre étant trop espacés, on détermine, toujours par intersection, une série de points de second ordre, tels que 11-12-13-14, etc., et même des points de troisième ordre obtenus par l'intersection de visées issues des points de second et de premier ordre. Nous n'avons indiqué sur la figure qu'une partie très simplifiée de ce second travail.

En réalité, toutes les opérations de triangulation sont traduites par le calcul en coordonnées (abscisses et ordonnées) qui permettent de reporter chaque point sur un quadrillage très exact en carreaux de 10^{cm} de côté dessiné sur chaque feuille de section.



107. Un second géomètre exécute le détail. Pour cela, combinant les points trois par trois, il lève l'intérieur de chaque triangle. Autrefois, il procédait exclusivement par alignements, en s'aidant dans les bois de mesures d'angles exécutées à l'aide de graphomètres de modèles simples.

La figure ci-dessus montre d'une façon assez claire comment les longueurs des trois côtés du triangle étant mesurées, des chainages exécutés successivement sur ces côtés puis sur les alignements *ab*, *cd*, *de*, *fg*, etc., permettent de construire exactement les limites intéressantes.

108. Dans ces dernières années, on a cherché à opérer par une série de rayonnements, émanant de sommets de cheminements, qui relient les points trigonométriques. On a aussi employé des procédés photogrammétriques, c'est-à-dire le levé par intersection, établi à l'aide de vues photographiques. Tous ces procédés mis en œuvre avec conscience peuvent donner de bons résultats, mais aucun n'a été trouvé supérieur aux anciennes opérations d'alignement, aidées dans certains cas par des mesures d'angles. Des raisons d'un ordre étranger à l'art des levés nous paraissent devoir justifier amplement le maintien des anciens errements.

109. **Vérification.** — Quelle que soit l'origine d'un levé cadastral, sa vérification peut se faire d'une façon extrêmement simple par un alignement quelconque, différant bien entendu de ceux qui ont servi à la construction. Cette droite coupe les limites en une série de points dont on compare les distances prises sur le plan et chaînées sur le terrain. Un agent spécial d'un grade plus élevé est chargé de cette opération.

TABLE DES MATIÈRES

COSMOGRAPHIE

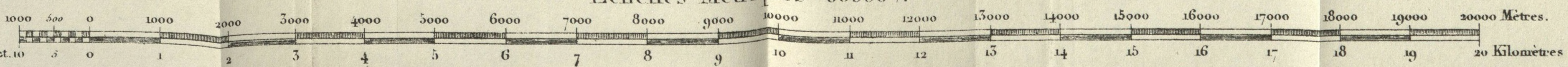
TOPOGRAPHIE

Bar-le-Duc, Imprimerie Comte-Jacquet. — Facdouel, Dir.

NONY & Cie, éditeurs

Extrait de la Carte de France au 80000e publiée par le Service géographique de l'Armée.

Echelles Métriques ($\frac{1}{80000}$).



CARTE DE FRANCE AU 80.000^{e} ET AU 320.000^{e}

NONY & C^{ie}, éditeurs

Tableau d'assemblage

Pl. III.

Nota - *Les petits rectangles indiquent les feuilles du 80.000^{e}; les grands rectangles indiquent les feuilles du 320.000^{e}.*

Le nom adopté pour chaque feuille du 320 000^{e} est souligné.

Extrait de la Carte de France au 80.000^{e} publiée par le Service géographique de l'Armée.

Type 1889

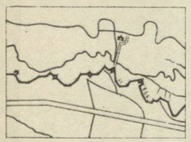
TABLEAU DES SIGNES ET ABRÉVIATIONS POUR LA CARTE DE FRANCE AU 80,000^{e}

Pl. I.

SIGNES.

Ville Fortifiée.

Lignes, Retranch.^{ts} Redoutes.



Ville Fermée.

Ville Ouverte.

Bourg ou Village.

Clôtures.

Clôtures en pierre.

Clôtures en fossés.

Clôtures en levée de terre.

Clôtures en haie.

Eglise.

Chapelle ou Hermitage.

Calvaire.

Croix.

Château, Manoir.

Ferme.

Maison isolée.

Tour.

Phare.

Puits.

Fontaine.

Moulin à vent.

Moulin à eau.

Forge, Usine.

Fonderie.

Manufacture.

Télégraphe.

Ruines.

Point Trigonométrique △320

Clocher servant de Point Trigonométrique ⊙720

Point Coté (*Hauteur des Chiffres* 0008) ·310

Nota. *Les Chiffres qui accompagnent les signes ci-dessus expriment en mètres la hauteur du sol au dessus du niveau de la mer.*

Chemins de Fer.

Gare — *Station.*

Déblai. Remblai.

Tunnel. Viaduc. Ponceau.

730

Passage en dessus. en dessous. à niveau.

Ch.^{in} de fer à voie étroite et Tramway à vapeur.

sur route

Routes.

Route Nationale.

tracée. ouverte. terminée.

Route Départementale

tracée. ouverte. terminée.

Route encaissée. en chaussée.

Chemin de Grande Communicat.^{on} Route Agricole ou Forestière.

Chemin carrossable irrégulièrement entretenu.

Chemin d'exploitation.

Sentier muletier.

Sentier.

Vestiges d'ancienne voie.

Canaux.

Grand Canal navigable.

Ecluse

Canal navigable.

Pont. Gare

Tunnel. Aqueduc. Port

Canal d'irrigation.

Fossé.

Digue.

Système de Canaux et Digues.

Pont fixe, tournant etc. Pont de bateaux

Bacs.

Signes Administratifs

Limite d'Etat.

Limite de Département.

Limite d'Arrondissement.

Limite de Canton.

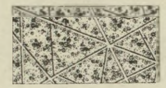
Limite de Commune.

PRÉFECTURE PF

SOUS-PRÉFECT. SP

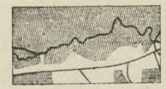
CANTON CT

Bois.



Vignes.

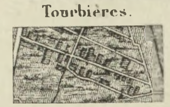
Prés.



Vergers.

Haies et Jardins.

Tourbières.

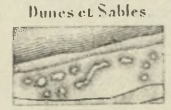


Marais.

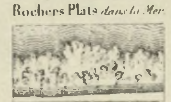
Marais Salants.

Bruyères et Falaises.

Dunes et Sables.



Rochers Plats *dans la Mer.*



Montagnes.

ABRÉVIATIONS.

F^{bg}	Faubourg.	Mal^{rie}	Maladrerie.	Briq^{ie}	Briqueterie.	Et^{g}	Etang.
R.	Rue.	M.	Mas.	M^{in}	Moulin.	V^{er}	Vivier.
H^{au}	Hameau.	Mét^{ie}	Métairie.	Carr^{e}	Carrière.	M^{s}	Marais.
Cit^{lle}	Citadelle.	F^{me}	Ferme.	Sal.	Saline.	Fl.	Fleuve.
P^{te}	Porte.	Loc^{re}	Locature.	E. Min.	Eau Minérale.	R.	Rivière.
F^{t}	Fort.	B^{de}	Borde.	R^{te}	Route.	T^{nt}	Torrent.
Red^{e}	Redoute.	C^{se}	Cense.	Nat^{le}	Nationale.	R^{au}	Ruisseau.
Retr.^{nt}	Retranchement.	G^{ge}	Grange.	Dép^{le}	Départementale.	P^{t}	Pont.
Bat^{ie}	Batterie.	B^{on}	Buron.	Ch^{in}	Chemin.	F^{ne}	Fontaine.
Ch^{au}	Château.	J^{sse}	Jasse.	Carref^{r}	Carrefour.	V^{ée}	Vallée.
K.	Ker.	B^{in}	Barin.	Et^{le}	Etoile.	V^{on}	Vallon.
T^{r}	Tour.	Cay^{r}	Cayolar.	Emb^{re}	Embarcadère.	Q^{r}	Quartier.
S^{al}	Signal.	O^{y}	Orry.	St^{on}	Station.	C^{al}	Canal.
Télég^{e}	Télégraphe.	C^{tal}	Cortal.	P^{ge}	Passage.	Roub^{n}	Roubine.
Sém.	Sémaphore.	Hab^{t}	Habert.	B^{re}	Barrière.	Ec^{se}	Ecluse.
Ph.	Phare.	B^{que}	Baraque.	G^{d} P^{t} V^{x} etc.	Grand, Petit, Vieux, etc.	Aq^{ue}	Aqueduc.
Couv^{t}	Couvent.	C^{ne}	Cabane.	I.	Ile.	Ch^{ne}	Chaine.
Abb^{e}	Abbaye.	Ec^{ie}	Ecurie.	Pl^{au}	Plateau.	M^{t}	Mont.
Eg^{se}	Eglise.	Vac^{ie}	Vacherie.	R^{au}	Radeau.	M^{gne}	Montagne.
Cim^{re}	Cimetière.	B^{ie}	Bergerie.	C.	Cap.	Som^{t}	Sommet.
Ch^{lle}	Chapelle.	Ch^{et}	Chalet.	P^{te}	Pointe.	P.	Pic.
N.D.	Notre-Dame.	Etab^{t}	Etablissement.	P^{t}	Port.	Aig^{le}	Aiguille.
Cr^{x}	Croix.	Us^{e}	Usine.	Ch^{ée}	Chaussée.	R^{er}	Rocher.
D^{ne}	Douane.	Fab^{e}	Fabrique.	J^{ée}	Jetée.	G^{ge}	Gorge.
P^{te} de D^{ne}	Poste de Douane.	Manuf^{re}	Manufacture.	Dig.	Digue.	Gl^{cr}	Glacier.
Aub^{ge}	Auberge.	Sc^{ie}	Scierie.	B^{che}	Bouche.	F^{t}	Forêt.
Cab^{et}	Cabaret.	F^{ge}	Forge.	Emb^{ure}	Embouchure.	B.	Bois.
M^{on}	Maison.	Pap^{ie}	Papeterie.	Lag.	Lagune.	R^{ise}	Remise.
Dom^{e}	Domaine.	F^{rie}	Fonderie.	L^{de}	Lande.	Sap^{re}	Sapinière.
Ch^{née}	Cheminée.	V^{rie}	Verrerie.	P.	Parc à Bestiaux.	Arb.	Arbre.
P^{on}	Pavillon.	Poud^{rie}	Poudrerie.	L^{te}	Lette.	B^{on}	Buisson.
Colomb^{r}	Colombier.	Salp^{ie}	Salpêtrerie.	L.	Lac.	Etc.	
B^{de}	Bastide.	T^{ie}	Tuilerie.	B^{in}	Bassin.		

NONY & C^{ie}, éditeurs

Extrait de la Carte de France au 80,000^{e} publiée par le Service géographique de l'Armée.