



AKADEMIA OBRONY NARODOWEJ

WYDZIAŁ WOJSK LOTNICZYCH I OBRONY POWIETRZNEJ

NUMERYCZNA MAPA PRZESTRZENI RADIOLOKACYJNEJ

Projekt badawczy typu "grant" nr 0 T00A 021 16

METODY TWORZENIA ODWZOROWANIA
PRZESTRZENI RADIOLOKACYJNEJ

Opracowanie cząstkowe

61044

Biblioteka Główna
Akademii Obrony Narodowej
S7 445



05-004445-001-0

PNB

WARSZAWA

2000



AKADEMIA OBRONY NARODOWEJ

WYDZIAŁ WOJSK LOTNICZYCH I OBRONY POWIETRZNEJ



NUMERYCZNA MAPA PRZESTRZENI RADIOŁOKACYJNEJ

Projekt badawczy typu "grant" nr 0 T00A 021 16

METODY TWORZENIA ODWZOROWANIA PRZESTRZENI RADIOŁOKACYJNEJ

Opracowanie cząstkowe

WARSZAWA

~~5/44/5~~

2000

Zespół badawczy:

prof. dr hab. inż. Stefan ANTCZAK - kierownik projektu

dr hab. inż. Czesław FLANEK

dr hab. inż. Franciszek MROCZKO

dr inż. Marian KOSELSKI

dr inż. Jerzy JANUSZEWICZ

dr inż. Mirosław CHRZANOWSKI

Spis treści

Strona

WSTĘP	4
1. DOBÓR OPTYMALNEGO UKŁADU WSPÓŁRZĘDNYCH DO TWORZENIA ODWZOROWANIA PRZESTRZENI RADIOLOKACYJNEJ	5
1.1. Współrzędne geodezyjne B, L, H	5
1.2. Wiernokątne odwzorowanie elipsoidy na płaszczyznę	9
1.3. Odwzorowanie stereograficzne	14
1.4. Układ współrzędnych geograficznych-przestrzennych	16
2. METODA PORÓWNANIA ODLEGŁOŚCI SFERYCZNYCH	22
2.1. Tworzenie odwzorowania rastrowego	22
2.1.1. Transformacja współrzędnych geograficznych z elipsoidy obrotowej na ekwiwalentną kulę i odwrotnie	23
2.1.2. Określanie wymiarów strefy wykrywania radaru	25
2.1.3. Wyznaczanie zasięgu płaskiego dla różnych skutecznych powierzchni odbicia obiektu powietrznego	28
2.1.4. Wyznaczanie zasięgu płaskiego dla różnych prawdopodobieństw wykrywania obiektów powietrznych	29
2.1.5. Zasada wyznaczania horyzontu radiowego	30
2.1.6. Zasada rozwiązywania trójkątów sferycznych	33
2.1.7. Struktura macierzy danych przestrzennych	35
2.1.8. Ogólny algorytm tworzenia odwzorowania rastrowego	37
2.2. Tworzenie odwzorowania wektorowego	40
2.2.1. Struktura bazy danych wektorowych	41
2.2.2. Wyznaczanie sferycznych zasięgów wykrywania radarów	42
2.2.3. Ogólny algorytm tworzenia odwzorowania wektorowego	43
3. METODA PORÓWNANIA ODLEGŁOŚCI PŁASKICH	46
3.1. Tworzenie odwzorowania rastrowego	46
3.1.1. Transformacja współrzędnych geograficznych do układu prostokątnego płaskiego i odwrotnie	47
3.1.2. Określanie zasięgów wykrywania radarów	50
3.1.3. Zależność zasięgu wykrywania radaru od skutecznej powierzchni odbicia obiektu powietrznego	51
3.1.4. Zależność zasięgu radaru od prawdopodobieństwa wykrywania obiektów powietrznych	51
3.1.5. Zasięg horyzontu radiowego	51

3.1.6. Określanie odległości węzłów numerycznej mapy terenu od miejsca dyslokacji radaru	52
3.1.7. Struktura bazy danych rastrowych	52
3.1.8. Ogólny algorytm tworzenia odwzorowania rastrowego	54
3.2. Tworzenie odwzorowania wektorowego	56
3.2.1. Struktura bazy danych wektorowych	57
3.2.2. Wyznaczanie płaskich zasięgów wykrywania radarów	57
3.2.3. Ogólny algorytm tworzenia odwzorowania wektorowego	58
4. METODA PORÓWNANIA WSPÓŁRZĘDNYCH BIEGUNOWYCH	60
4.1. Transformacja współrzędnych geodezyjnych do układu współrzędnych biegunowych	60
4.2. Określanie zasięgów wykrywania radarów	63
4.3. Wyznaczanie zasięgu pochyłego dla różnych skutecznych powierzchni odbicia obiektu powietrznego	64
4.4. Wyznaczanie zasięgu pochyłego dla różnych prawdopodobieństw wykrywania obiektów powietrznych	64
4.5. Zasada wyznaczania kąta zakrycia	65
4.6. Struktura bazy danych	66
4.7. Ogólny algorytm tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej	66
5. METODA PORÓWNANIA WSPÓŁRZĘDNYCH GEODEZYJNYCH	69
5.1. Transformacja współrzędnych biegunowych do układu współrzędnych geodezyjnych	70
5.2. Ogólny algorytm tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej	75
WNIOSKI	76
ZAŁĄCZNIKI	82
1. Rozwiązywanie zadania geodezyjnego wprost metodą L. Krügera	82
2. Rozwiązywanie zadania geodezyjnego wprost w przestrzeni trójwymiarowej	89
3. Układy współrzędnych topocentrycznych	91
4. Proponowana metoda wyznaczania wysokości lotu obiektu powietrznego	93
5. Proponowana metoda wyznaczania odległości poziomej w radiolokacji	96

WSTĘP

Jednym z trudniejszych problemów nierozstrzygniętych jeszcze do końca przez Wojska Radiotechniczne jest wiarygodne określanie granic realnej strefy informacji radiolokacyjnej oraz parametrów tej strefy. Waga tego problemu jest duża i ciągle rośnie. Wynika to z konieczności prowadzenia współczesnych, manewrowych działań bojowych, a więc częstej zmiany dyslokacji wojsk obrony powietrznej, w tym również Wojsk Radiotechnicznych. Z każdą zmianą dyslokacji tych wojsk ściśle związane jest bowiem określanie strefy informacji radiolokacyjnej oraz jej parametrów. Problem polega na tym, że aktualnie proces określania strefy informacji radiolokacyjnej oraz jej parametrów na nowej pozycji dyslokacji jest bardzo uciążliwy i czasochłonny. Wydaje się, że rozwiązaniem tego problemu mogłoby być stworzenie odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej w pamięci komputera. Odwzorowanie to umożliwiłoby analizę strefy informacji radiolokacyjnej na dowolnie wybranych pozycjach bojowych pododdziałów radiotechnicznych.

W celu stworzenia takiego odwzorowania istnieje potrzeba doboru optymalnego układu współrzędnych, w którym odwzorowanie takie zapewniałoby największą jego wiarygodność. Analizę tego problemu cząstkowego przedstawiono w rozdziale pierwszym niniejszego opracowania.

W rozdziałach następnych (2 ÷ 5) przedstawiono (cztery) oryginalne metody tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej. Metody te bazują na podstawach teoretycznych zawartych w opracowaniach [1, 2, 3]. W rozdziałach 2 ÷ 5 przedstawiono również algorytmy tworzenia odwzorowania rastrowego oraz wektorowego.

W zakończeniu zamieszczono wstępną analizę porównawczą przedstawionych metod oraz wskazano dwie z nich najbardziej przydatne do dalszych badań. Jako kierunek dalszych prac zaproponowano implementację obydwu wybranych metod, przetestowanie ich oraz wybór najlepszej w celu wykorzystania jej do tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej w wersji użytkowej.

1. WYBÓR UKŁADU WSPÓŁRZĘDNYCH DLA POTRZEB TWORZENIA NUMERYCZNEJ MAPY PRZESTRZENI RADIOLOKACYJNEJ

1.1. Współrzędne geodezyjne B, L, H

Fizyczna powierzchnia Ziemi, którą tworzą różne formy terenowe nie da się w ścisły matematyczny sposób opisać. Fakt ten zmusił geodetów do poszukiwania takiej bryły, która byłaby matematycznie wyznaczalną, a swym kształtem i wymiarami byłaby najbardziej zbliżoną do rzeczywistego globu ziemskiego.

Ogólnie przyjętym i powszechnie stosowanym modelem planety ziemskiej jest elipsoida obrotowa. Mówiąc o elipsoidzie jako modelu Ziemi należy zdawać sobie sprawę z faktu, że głównie jej rozmiary a nie kształt decydują o przyjęciu takiej, a nie innej elipsoidy. Ustalenie wymiarów elipsoidy najbardziej odpowiadającej Ziemi wymaga wykonania odpowiednich pomiarów na całej powierzchni Ziemi i właściwego ich opracowania. Problem ten, szczególnie dotyczący pomiarów nie był sprawą prostą, dlatego też w chwili obecnej istnieje wiele elipsoid opracowanych z wykorzystaniem materiałów obserwacyjnych obejmujących różne fragmenty powierzchni Ziemi i wykonanych z różną dokładnością. Obecnie jednak obowiązują ustalenia z 1967r. Kongresu Międzynarodowej Unii Geodezyjno – Geograficznej, na której przyjęto, że:

- środek elipsoidy pokrywa się ze środkiem masy Ziemi,
- mała oś elipsoidy zostaje skierowana do średniego położenia bieguna będącego umownym międzynarodowym początkiem (Conventional International Origin – CIO),
- płaszczyzna południka początkowego elipsoidy pokrywa się z płaszczyzną południka zerowego przyjętego przez Międzynarodowe Biuro Czasu (Bureau International de l'Heure) w Paryżu.

Ustalenia powyższe związane są z określaniem elipsoidy ziemskiej najbardziej odpowiadającej kształtowi i właściwościom geofizycznym całego globu ziemskiego.

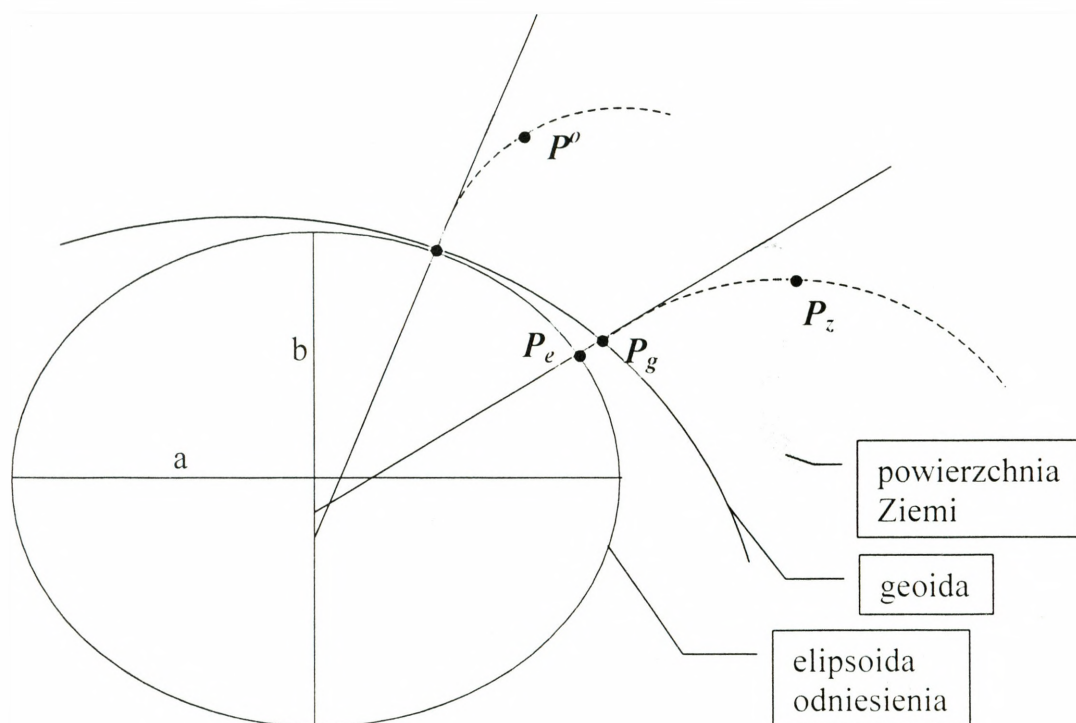
Dla potrzeb praktyki geodezyjnej związanej z określaniem położenia punktów na ograniczonym obszarze np. kraju, stosuje się elipsoidę odniesienia najbardziej odpowiadającą rozpatrywanemu obszarowi. Elipsoidę odniesienia lokalizuje się w bryle Ziemi w ten sposób, aby:

- mała półś elipsy południkowej była równoległa do średniego położenia osi obrotu Ziemi, co w konsekwencji powoduje, że płaszczyzna równika Ziemi będzie równoległa do płaszczyzny równikowej elipsoidy,
- w wybranym punkcie P^0 fizycznej powierzchni Ziemi, zredukowanym na powierzchnię geoidy¹, powierzchnia elipsoidy stykała się z powierzchnią tej geoidy w ten sposób, ażeby kierunek linii pionu w tym punkcie pokrywał się z normalną do elipsoidy (rys.1.1).

Spełnienie powyższych warunków powoduje, że współrzędne geograficzne dowolnego punktu $P(\varphi_p, \lambda_p)$ są równe współrzędnym geodezyjnym (rys. 1.2) tego punktu na przyjętej elipsoidzie odniesienia tzn. $B_p = \varphi_p$, $L_p = \lambda_p$.

Dysponując elipsoidą odniesienia o ustalonych wielkościach dużej półosi a i spłaszczeniu α , przyłożonej do geoidy w punkcie P^0 , a także odpowiednio zorientowanej, można punktom fizycznej powierzchni Ziemi przyporządkować odpowiednie współrzędne na powierzchni elipsoidy. W tym celu należy zredukować punkty powierzchni Ziemi P_z wzdłuż linii pionu na powierzchnię geoidy (rys.1.1). Z położonych na geoidzie punktów P_g prowadzi się linie proste, normalne do powierzchni elipsoidy. Punkty przecięcia tych normalnych z powierzchnią elipsoidy P_e stanowią na tej powierzchni obraz zbioru punktów fizycznych Ziemi.

¹ Przez geoidę rozumie się umowną ekwiwalentną powierzchnię Ziemi pokrywającą się z powierzchnią wód oceanów w stanie zupełnego spokoju, tj. z wykluczeniem falowania, pływów oraz zmian ciśnienia atmosferycznego, przedłużona umownie pod lądami. Normalna w dowolnym punkcie do powierzchni geoidy pokrywa się z kierunkiem siły ciężkości Ziemi.

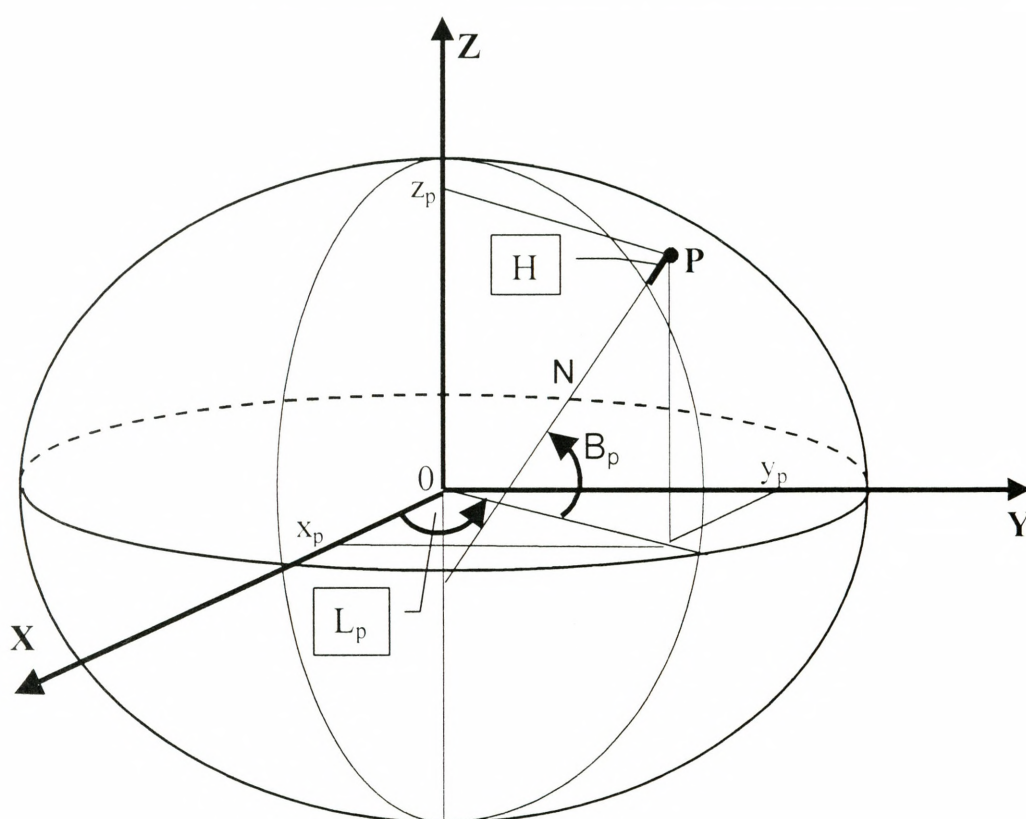


Rys. 1.1. Redukowanie punktów na elipsoidę odniesienia

Z geometrii elipsoidy wiadomo, że płaszczyzna zawierająca normalną do elipsoidy i będąca prostopadłą do płaszczyzny równikowej przechodzi przez oś obrotu elipsoidy i tworzy w przecięciu z jej powierzchnią elipsę południkową. Punkтови P_z reprezentowanemu na powierzchni elipsoidy przez punkt P_e przyporządkowuje się współrzędne geodezyjne B_p , L_p , które definiuje się następująco (rys.1.2):

B_p – szerokość geodezyjna punktu P jest kątem, jaki tworzy normalna do elipsoidy w punkcie P_e z płaszczyzną równikową elipsoidy;

L_p – długość geodezyjna punktu P jest kątem dwuściennym, zawartym między płaszczyzną południkową punktu zerowego Greenwich i płaszczyzną południkową punktu P_e .



Rys.1.2. Układy współrzędnych geodezyjnych B, L, H oraz ortokartezjańskich X, Y, Z określone na elipsoidzie odniesienia

Zbudowany na powierzchni przyjętej elipsoidy odniesienia układ współrzędnych geodezyjnych B, L , mimo powszechnej jego stosowalności, ma jednak istotną wadę wynikającą z faktu nie pokrywania się powierzchni elipsoidy z powierzchnią Ziemi. Punkty fizycznej powierzchni Ziemi tworzą przecież w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej pierwotny i niezmienny wewnętrznie zbiór punktów, które w zależności od przyjętej elipsoidy odniesienia rzutuje się na jej powierzchnię. Wada dwuparametrowego układu współrzędnych B, L ujawnia się szczególnie ostro w przypadku poszukiwania wzajemnej zależności między współrzędnymi geodezyjnymi punktów określonymi na różnych elipsoidach odniesienia. W takiej sytuacji należy zawsze pamiętać, że punkty na elipsoidzie są tylko śladami rzutów fizycznych punktów Ziemi i nie można ich ze sobą geometrycznie identyfikować. Dopiero wprowadzenie trzeciego parametru H -

będącego odległością mierzoną wzdłuż normalnej do elipsoidy - od punktu na powierzchni Ziemi do jego rzutu na elipsoidzie umożliwi właściwe identyfikowanie punktów w geodezyjnym układzie współrzędnych (rys. 1.2). Właściwość tę można wykorzystać do identyfikowania punktów nie tylko na powierzchni Ziemi, lecz również nad jej powierzchnią. Oznacza to, że geodezyjny układ współrzędnych oraz obowiązujący w nim aparat matematyczny z powodzeniem można wykorzystać w procesie tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej.

1.2. Wiernokątne odwzorowanie elipsoidy na płaszczyznę

Aby odwzorować powierzchnię elipsoidy na płaszczyznę należy znaleźć takie dwie funkcje f_1 i f_2 , które wyrażają związki między współrzędnymi geodezyjnymi B , L elipsoidy i współrzędnymi prostokątnymi x , y płaszczyzny:

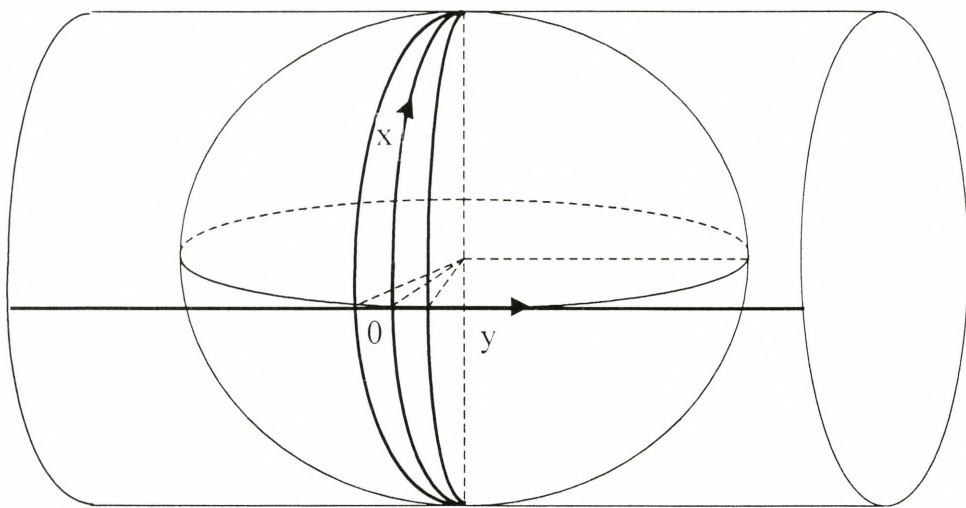
$$\begin{aligned}x &= f_1(B, L) \\ y &= f_2(B, L)\end{aligned}\tag{1.1}$$

Odwzorowanie elipsoidy na płaszczyznę w wielu przypadkach dokonuje się drogą pośrednią przy pomocy innej bryły geometrycznej, której powierzchnia jest rozwijalna na płaszczyznę. Takimi bryłami mogą być stożek lub walec. Są to wówczas odwzorowania stożkowe lub walcowe. W odwzorowaniach tych najważniejszą sprawą jest znalezienie odpowiednich funkcji odwzorowawczych, których formuły uzależnione są od powierzchni obrazu (płaszczyzna, stożek, walec) wynikającej głównie z wielkości i kształtu odwzorowywanego obszaru powierzchni elipsoidy. Dla obszarów przypominających swym kształtem koło można stosować odwzorowania płaszczyznowe styczne lub sieczne. Punktem styczności lub środkiem koła sieczności będzie wtedy punkt leżący w środku odwzorowywanego obszaru. Jeżeli natomiast obszar ma kształt wydłużony, to wówczas można stosować odwzorowanie stożkowe normalne lub ukośne. Nie jest to jednak regułą, np. we Francji mimo jej kształtu

stosuje się odwzorowanie stożkowe Lamberta z tym, że jest to odwzorowanie wielostożkowe dzielące terytorium Francji na trzy strefy równoleżnikowe.

Z odwzorowań walcowych najwygodniejszym i najpowszechniej stosowanym jest odwzorowanie poprzeczne Gaussa-Krügera. W odwzorowaniu tym można zobrazować całą powierzchnię elipsoidy dzieląc ją na oddzielne południkowe strefy odwzorowania. W praktyce stosuje się sześciostopniowe lub trzystopniowe szerokości stref odwzorowania. Odwzorowanie Gaussa-Krügera jest odwzorowaniem wiernokątnym, południk osiowy strefy ma stałą wartość skali odwzorowania, a zniekształcenia odwzorowawcze są symetryczne w stosunku do południka środkowego strefy.

W odwzorowaniu Gaussa-Krügera oś walca jest prostopadła do osi obrotu elipsoidy (patrz rys. 1.3). Z takiego wzajemnego położenia elipsoidy i walca wynika, że elipsoida styka się powierzchnią walca wzdłuż południka i stąd walec w przekroju ma kształt elipsy południkowej elipsoidy odniesienia. Powierzchnię elipsoidy ziemskiej dzieli się na sektory południkowe symetrycznie względem południków styczności. Na powierzchnię walca odwzorowuje się oddzielnie poszczególne sektory nazywane również strefami odwzorowania. Powierzchnia walca, po jej rozwinięciu, staje się płaszczyzną odwzorowania danego sektora. Na tej płaszczyźnie buduje się układ współrzędnych prostokątnych płaskich x, y w ten sposób, że oś Ox pokrywa się z południkiem styczności, zaś oś Oy powstaje z przecięcia płaszczyzny równikowej elipsoidy z powierzchnią walca. Punkтови P_o na elipsoidzie o współrzędnych $B_o = 0^\circ$ i L_o (będącą długością geodezyjną południka styczności), odpowiada punkt P'_o w odwzorowaniu o współrzędnych $x_o = 0$ i $y_o = 0$. Dodatni kierunek osi Ox jest zwrócony na północ, a osi Oy - na wschód.



Rys. 1.3. Odwzorowanie Gaussa-Krügera

Dowolny punkt P na elipsoidzie o współrzędnych B , L i znajdujący się w rozpatrywanej strefie, odwzorowywany jest jako punkt P' , którego współrzędne x , y określone są następującymi zależnościami [7]:

$$\begin{aligned} x &= S + \frac{l^2}{2} N \sin B \cos B + \frac{l^4}{24} N \sin B \cos^3 B (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) + \\ &\quad + \frac{l^6}{720} N \sin B \cos^5 B (61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 - 330\eta^2 t^2) \\ y &= lN \cos B + \frac{l^3}{6} N \cos^3 B (1 - t^2 + \eta^2) + \\ &\quad + \frac{l^5}{120} N \cos^5 B (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58\eta^2 t^2) \end{aligned} \quad (1.2)$$

gdzie:

B , L – współrzędne geodezyjne punktu P ,

L_0 – długość geodezyjna południka styczności,

$l = L - L_0$,

$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}$ – promień krzywizny przekroju głównego (pierwszego wertykału) elipsoidy obrotowej,

$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$ – pierwszy mimośród elipsoidy obrotowej spłaszczonej,

$e' = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}}$ – drugi mimośród elipsoidy obrotowej spłaszczonej,

a – półos równikowa elipsoidy obrotowej spłaszczonej (dla elipsoidy Krasowskiego $a = 6378245$ m.),

b – półos biegunowa elipsoidy obrotowej spłaszczonej (dla elipsoidy Krasowskiego $b = 6356863$ m.),

$\eta = e' \cos^2 B$,

$t = \tan B$,

S – długość łuku południka dla szerokości B ; oblicza się ją za pomocą następującego wzoru:

$$S = a(1 - e^2) \left(W_1 B - \frac{W_2}{2} \sin 2B + \frac{W_3}{4} \sin 4B - \frac{W_4}{6} \sin 6B + \frac{W_5}{8} \sin 8B - \frac{W_6}{10} \sin 10B \right) \quad (1.3)$$

Występujące w wyrażeniu 1.3 współczynniki: $W_1, W_2, W_3, W_4, W_5, W_6$ można wyznaczyć jednorazowo dla rozpatrywanej elipsoidy z następujących wzorów [7]:

$$\begin{aligned} W_1 &= 1 + \frac{3}{4}e^2 + \frac{45}{64}e^4 + \frac{175}{256}e^6 + \frac{11025}{16384}e^8 + \frac{43659}{65536}e^{10} + \dots \\ W_2 &= \frac{3}{4}e^2 + \frac{15}{16}e^4 + \frac{525}{512}e^6 + \frac{2205}{2048}e^8 + \frac{72765}{65536}e^{10} + \dots \\ W_3 &= \frac{15}{64}e^4 + \frac{105}{256}e^6 + \frac{2205}{4096}e^8 + \frac{10398}{16384}e^{10} + \dots \\ W_4 &= \frac{35}{512}e^6 + \frac{315}{2048}e^8 + \frac{31185}{131072}e^{10} + \dots \\ W_5 &= \frac{315}{16384}e^8 + \frac{3465}{65536}e^{10} + \dots \\ W_6 &= \frac{693}{131072}e^{10} + \dots \end{aligned} \quad (1.4)$$

Niekiedy zachodzi potrzeba rozwiązania zadania odwrotnego tj. obliczenia współrzędnych geodezyjnych B i L punktu P na podstawie danych współrzędnych prostokątnych gaussowskich x i y . Rozwiązania tego zadania można dokonać za pomocą następujących wzorów [28]:

$$\begin{aligned}
 B &= B_1 - \frac{y^2 t_1}{2M_1 N_1} + \frac{y^4 t_1}{24M_1 N_1} (5 + 3t_1^2 + \eta_1^2 - 9\eta_1^2 t_1^2) + \frac{y^6 t_1}{720M_1 N_1} (61 + 90t_1^2 + 45t_1^4) \\
 l &= \frac{y}{N_1 \cos B_1} - \frac{y^3}{6N_1^3 \cos B_1} (1 + 2t_1^2 + \eta_1^2) + \frac{y^5}{120N_1^5 \cos B_1} (5 + 28t_1^2 + 24t_1^4 + 6\eta_1^2 + 8\eta_1^2 t_1^2) \\
 L &= L_o + l
 \end{aligned}
 \tag{1.5}$$

gdzie:

$$\eta_1 = e' \cos^2 B_1,$$

$$t_1 = \operatorname{tg} B_1,$$

$$M_1 = \frac{a(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 B_1)^3}} \quad - \text{promień krzywizny przekroju południkowego w}$$

punkcie środkowym o szerokości geodezyjnej B_1 rozpatrywanej części powierzchni elipsoidy obrotowej,

$$N_1 = \frac{a}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 B_1)}} \quad - \text{promień krzywizny przekroju prostopadłego do}$$

południka w punkcie o szerokości geodezyjnej B_1 .

e, e', a, b – jak we wzorze 1.2.

B_1 – szerokość geodezyjna odpowiadająca długości łuku południka $S = x$ od równika do równoleżnika B_1 .

W literaturze przedmiotu [7, 10, 17, 28, 32] do wyznaczania szerokości geodezyjnej B_1 zaleca się korzystanie z tablic. W tym celu wartość B_1 należy odczytać dla argumentu długości łuku południka $S = x$, natomiast pozostałe wartości: M_1, N_1, t_1, η_1 oraz $\cos B_1$ należy odczytać dla argumentu B_1 . Współrzędne geodezyjne otrzymuje się wówczas w radianach. Błąd obliczeń szerokości geodezyjnej B oraz długości $l = L - L_o$ jest wówczas mniejszy od $0,0001''$ dla różnicy długości $l < 3,5^\circ$ [32].

Alternatywnym sposobem wyznaczania szerokości geodezyjnej B_1 jest sposób analityczny. Szerokość izometryczna q_1 , która wraz z długością geodezyjną L stanowi parę współrzędnych izometrycznych jest funkcją szerokości geodezyjnej B_1 . Dla wyrażenia szerokości geodezyjnej B_1 w zależności od współrzędnych płaskich x, y

można wykorzystać tę okoliczność, że skoro szerokość izometryczna q_1 jest funkcją tylko szerokości geodezyjnej B_1 , to musi zachodzić zależność odwrotna:

$$q_1 = f(B_1) \quad \Rightarrow \quad B_1 = f(q_1) \quad (1.6)$$

Szerokość izometryczna q_1 jest z kolei funkcją długości łuku południka $S = x$, można ją zatem wyznaczyć z zależności [32]:

$$q_1 = \frac{1}{2} \lg(1+x) - \frac{1}{2} \lg(1-x) + \frac{e}{2} \lg(1-ex) - \frac{e}{2} \lg(1+ex) \quad (1.7)$$

lub z zależności [33]:

$$q_1 = \lg \sqrt{\frac{1+x}{1-x} \left(\frac{1-ex}{1+ex} \right)^e} \quad (1.8)$$

Związek między szerokością izometryczną q_1 a szerokością geodezyjną B_1 określana jest zależnością [17]:

$$q_1 = \ln \frac{\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{B_1}{2} \right)}{\operatorname{tg} e \left(\frac{\pi}{4} + \frac{e \sin B_1}{2} \right)} \quad (1.9)$$

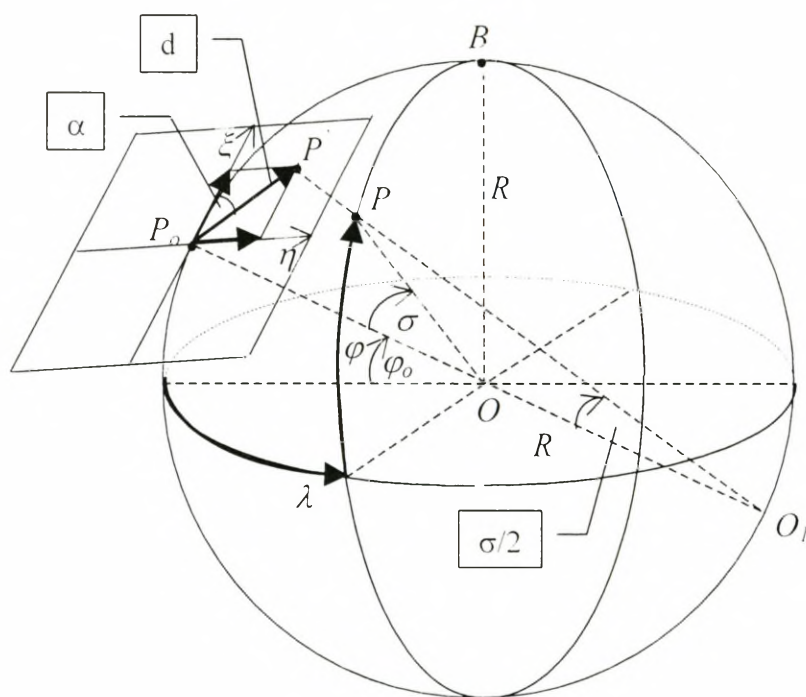
lub zależnością [7]:

$$q_1 = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sin B_1}{1 - \sin B_1} - \frac{e}{2} \ln \frac{1 + e \sin B_1}{1 - e \sin B_1} \quad (1.10)$$

1.3. Odwzorowanie stereograficzne

Odwzorowanie stereograficzne jest przykładem odwzorowania powierzchni elipsoidy na płaszczyznę styczną do tej elipsoidy w wybranym punkcie P_o . Odwzorowaniem stereograficznym nazywa się rzut perspektywiczny (środkowy) powierzchni kuli na płaszczyznę, przy czym środek perspektywy znajduje się na

powierzchni kuli w punkcie położonym najdalej od płaszczyzny rzutu (rys.1.4). Jeżeli zatem punkt P_o jest punktem styczności płaszczyzny do kuli, to linia prosta poprowadzona z tego punktu przez środek kuli O przetnie powierzchnię kuli w punkcie O_1 będącym środkiem perspektywy.



Rys. 1.4. Odwzorowanie stereograficzne powierzchni kuli

Dowolny punkt P położony na powierzchni kuli rzutowany jest na płaszczyznę odwzorowania i jego obrazem jest punkt P^* . Współrzędne punktu P^* w utworzonym na płaszczyźnie odwzorowania prostokątnym układzie współrzędnych ξ, η (patrz rys. 1.4) można wyrazić za pomocą następujących zależności:

$$\begin{aligned}\xi &= d \cos \alpha \\ \eta &= d \sin \alpha\end{aligned}\tag{1.11}$$

Odległość d można wyznaczyć z trójkąta $P^* P_o O_1$:

$$d = 2R \operatorname{tg} \frac{\sigma}{2} = 2R \frac{\sin \sigma}{1 + \cos \sigma}\tag{1.12}$$

Współrzędne punktu P^* można zatem wyznaczyć z następujących zależności:

$$\begin{aligned}\xi &= 2R \frac{\sin \sigma \cos \sigma}{1 + \cos \sigma} \\ \eta &= 2R \frac{\sin \sigma \sin \sigma}{1 + \cos \sigma}\end{aligned}\quad (1.13)$$

Z trójkąta sferycznego natomiast $P' B P$ (rys. 1.4) wynikają następujące zależności [28]:

$$\begin{aligned}\sin \sigma \sin \alpha &= \cos \varphi \sin \lambda \\ \sin \sigma \cos \alpha &= \sin \varphi \cos \varphi_0 - \cos \varphi \sin \varphi_0 \cos \lambda \\ \sin \sigma &= \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos \lambda\end{aligned}\quad (1.14)$$

Po uwzględnieniu zależności 1.14 we wzorach 1.13, współrzędne punktu P' w utworzonym na płaszczyźnie odwzorowania prostokątnym układzie współrzędnych ξ, η można ostatecznie wyznaczyć z następujących zależności:

$$\begin{aligned}\xi &= 2R \frac{\sin \varphi \cos \varphi_0 - \cos \varphi \sin \varphi_0 \cos \lambda}{1 + \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos \lambda} \\ \eta &= 2R \frac{\cos \varphi \sin \lambda}{1 + \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos \lambda}\end{aligned}\quad (1.15)$$

W praktyce radiolokacyjnej współrzędne prostokątne ξ, η najczęściej oznacza się jako x, y .

1.4. Układ współrzędnych geograficznych-przestrzennych

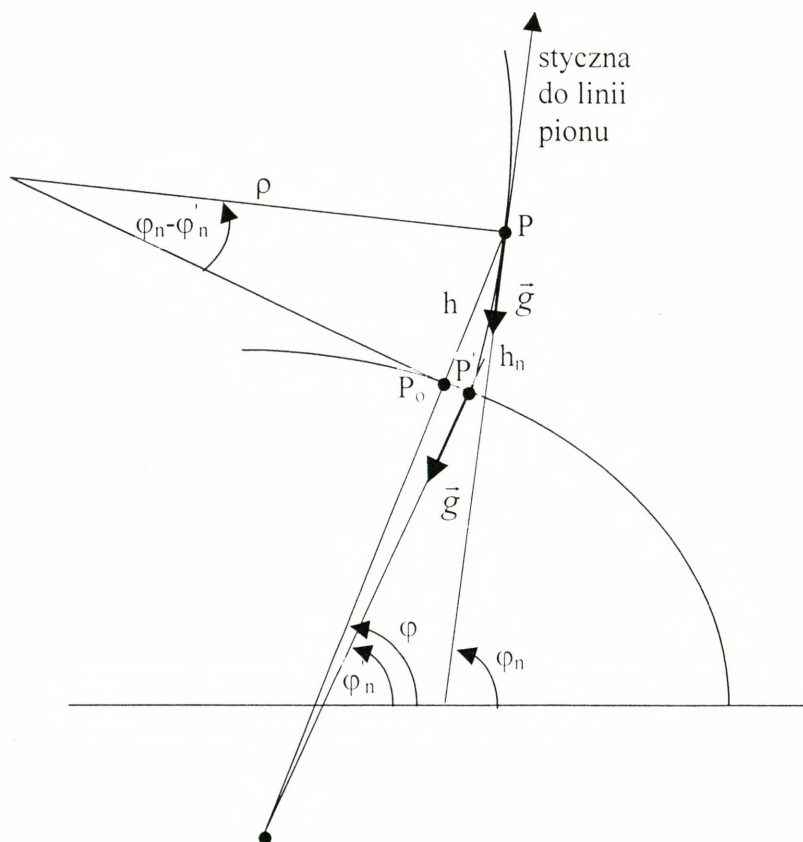
Do określania położenia obiektów w przestrzeni powietrznej stosuje się odpowiednie układy współrzędnych przestrzennych (współrzędne prostokątne x, y, h lub współrzędne biegunowe D, β, ε). Położenie obiektów powietrznych określone jest przez każdy źródłowy element systemu radiolokacyjnego we własnym (lokalnym) układzie współrzędnych. Określone w ten sposób położenie obiektu powietrznego

przesyłane jest następnie do elementu systemu radiolokacyjnego wyższego rzędu, który przelicza odebrane dane do własnego (również lokalnego) układu współrzędnych z uwzględnieniem przesunięcia początku układów współrzędnych oraz ich skręcenia wynikającego ze zbieżności południków. W badaniach symulacyjnych [21] wykazano, że stosowanie w systemie radiolokacyjnym lokalnych układów współrzędnych jest źródłem błędów systematycznych na etapie transformacji współrzędnych obiektu powietrznego z układu lokalnego niższego rzędu do układu lokalnego wyższego rzędu przetwarzania informacji radiolokacyjnej. Ponadto stosowanie wielu układów współrzędnych w jednym systemie radiolokacyjnym wydaje się niecelowe oraz stwarza dodatkowe problemy np. w procesie tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej.

W celu przeprowadzenia właściwego (wiarygodnego) badania wzajemnych relacji pomiędzy elementami rozpatrywanej przestrzeni konieczne wydaje się zbudowanie odpowiedniego układu odniesienia, czyli jednolitego układu współrzędnych. Budowę układu współrzędnych rozpoczyna się od ustalenia dla wszystkich parametrów przestrzeni (kątów, odległości itp.) odpowiednich jednostek miary, których liczbowe wartości będą przypisywane każdemu punktowi tej przestrzeni. Następnie określa się początek układu oraz zakresy i kierunki zmienności wartości liczbowych parametrów, czyli osie układu. Na koniec ustala się przepis przyporządkowujący, punktom rozpatrywanej przestrzeni, liczbowe wartości parametrów na osiach układu współrzędnych.

W praktyce geodezyjnej za powierzchnię Ziemi przyjmuje się powierzchnię geoidy ziemskiej, która odpowiada przedłużonej pod lądami powierzchni mórz i oceanów w stanie zupełnego spokoju (z wykluczeniem falowania, przyływów i odpływów oraz zmian ciśnienia atmosferycznego). Normalna w dowolnym punkcie tej powierzchni pokrywa się z kierunkiem siły ciężkości Ziemi (linią pionu). Linia pionu nad powierzchnią geoidy ulega jednak refrakcji (rys. 1.5). Krzywiznę linii pionu ρ obliczono w przybliżeniu na 1.200.000 km (według Helmerta) [17]. Obliczono również, że dla takiego promienia linii pionu oraz dla średniego promienia Ziemi równego 6.370 km i wysokości $h = 4$ km, odległość między punktami P_0 i P' (rys.1.5)

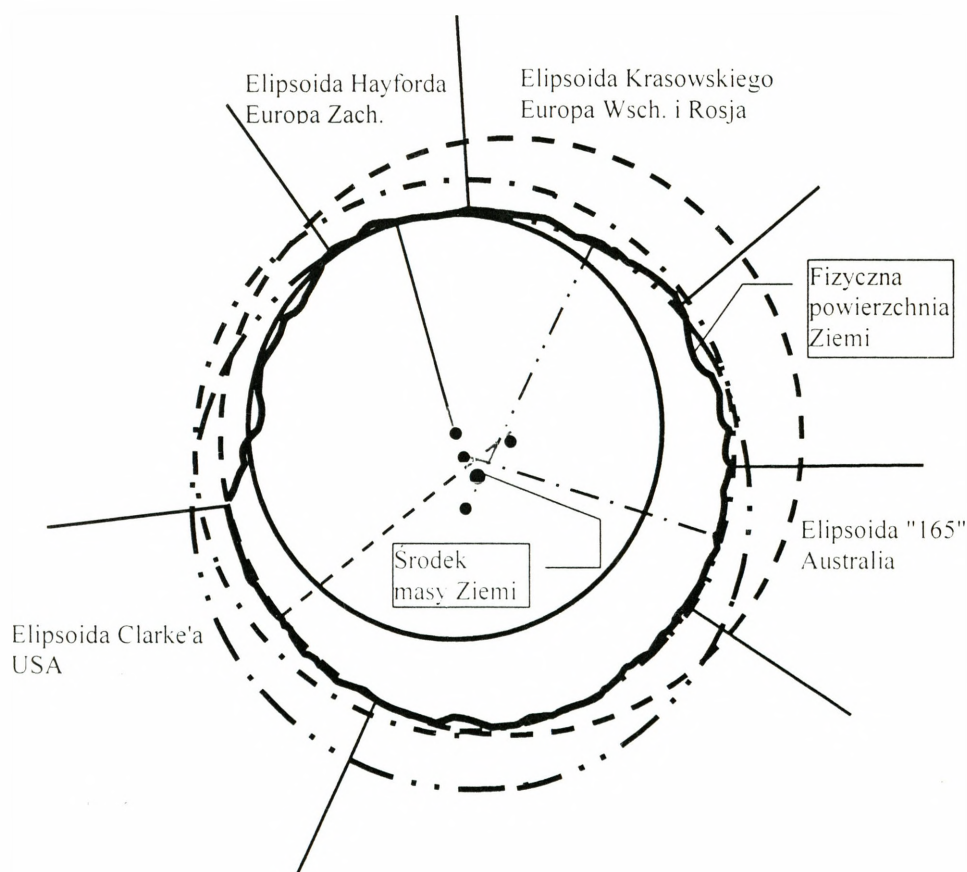
nie przekracza jednego centymetra. Dla tych samych promieni Ziemi i linii pionu oraz dla wysokości $h = 10$ km, różnica między wysokością punktu P liczoną wzdłuż linii pionu i wysokością geodezyjną $h_n - h$ (rys.1.5) jest mniejsza od $0,01$ mm, a $\varphi_n' - \varphi$ jest rzędu $0,0008'' \sin 2\varphi$ [17]. Wielkości te w porównaniu z wielkościami rozpatrywanymi na powierzchni geoidy są minimalne. Można zatem bez znaczącego błędu przyjąć, że $h_n = h$ i $\varphi_n' = \varphi$.



Rys. 1.5. Graficzna interpretacja zasady pomiaru wysokości h [17]

W geodezji jako matematyczną powierzchnię odniesienia Ziemi przyjmuje się powierzchnię elipsoidy obrotowej spłaszczonej. Elipsoida ta zwana elipsoidą odniesienia jest figurą wystarczająco wiernie zbliżoną do geoidy. Obliczenia geodezyjne na elipsoidzie odniesienia są jednak możliwe dopiero po spełnieniu pewnych warunków. W złożonej sieci trójkątów geodezyjnych wybiera się jeden punkt P_0 odpowiednio usytuowany (np. w środku rozpatrywanego obszaru). Punkt ten stanowi miejsce przyłożenia elipsoidy do geoidy. W punkcie tym pokrywają się dwie

proste: normalna elipsoidy i normalna geoidy (linia pionu). Obecnie w Polsce od 1956 roku obowiązuje wykorzystywanie do prac geodezyjnych i kartograficznych elipsoidy Krasowskiego opracowanej w 1940 roku z punktem przyłożenia w miejscowości Pułkowo. Powierzchnia tej elipsoidy wystarczająco mało odbiega od powierzchni geoidy na obszarze jej obowiązywania (rys. 1.6) [17]. Stąd też do dalszych prac związanych z tworzeniem odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej przyjęto elipsoidę Krasowskiego.

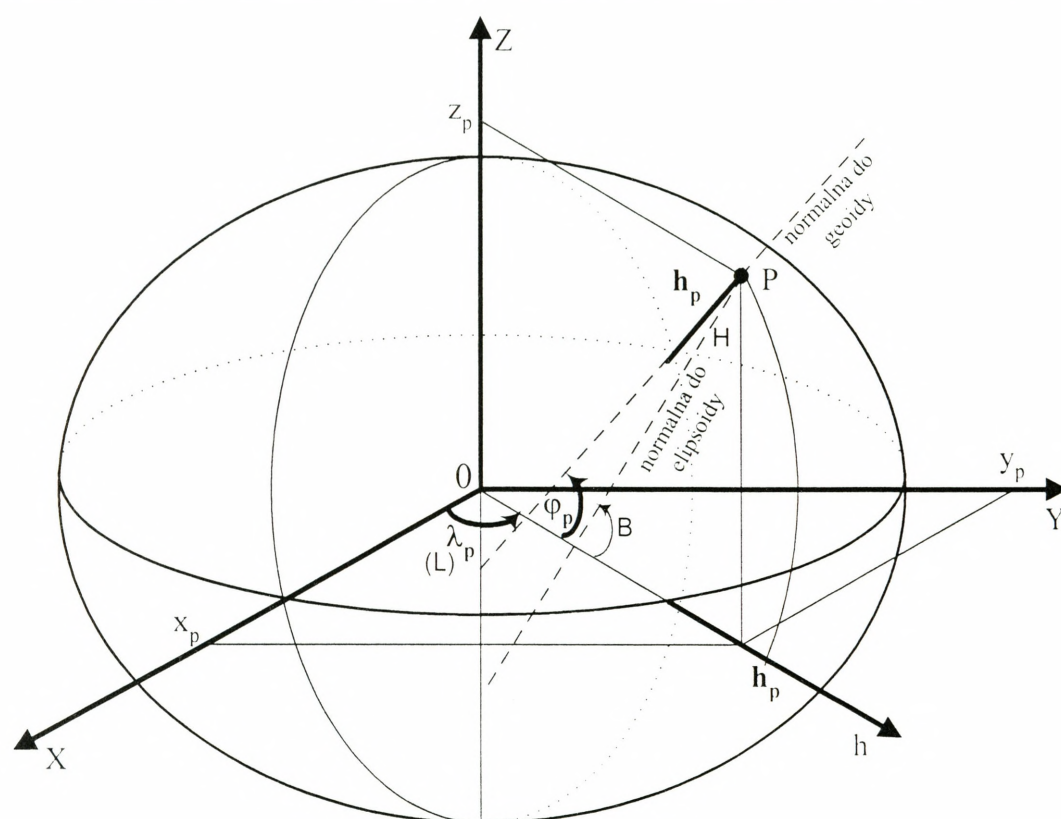


Rys. 1.6. Elipsoidy ziemskie przyjęte w geodezji jako powierzchnie odniesienia [17]

Zgodnie z koncepcją tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej przedstawioną w rozdziale 1, tworzone ono będzie na bazie dostępnego numerycznego modelu terenu. Stąd też za podstawę do tworzenia układu współrzędnych przestrzennych przyjęto geograficzny układ współrzędnych (φ, λ) . Dla jednoznacznego umiejscowienia punktów w przestrzeni powietrznej wprowadzmy do

przyjętego układu φ , λ trzeci parametr h , będący odległością mierzoną wzdłuż linii pionu od wybranego punktu w przestrzeni powietrznej do jego rzutu na powierzchnię Ziemi. Przyjęty układ współrzędnych jednoznacznie określa położenie punktu w przestrzeni nad powierzchnią Ziemi (patrz rys. 1.7). Jednak nie jest wystarczającym do analizy wzajemnych relacji pomiędzy elementami rozpatrywanej przestrzeni. Dlatego też, do przyjętego układu współrzędnych φ , λ , h wprowadźmy ortokartezjański układ współrzędnych geocentrycznych X , Y , Z (rys. 1.7), który będzie drugim układem współrzędnych określającym położenie punktów nad powierzchnią Ziemi. Układ ten będzie miał początek w środku masy Ziemi. Oś OX będzie przechodziła przez punkt o współrzędnych geograficznych $\varphi = 0$, $\lambda = 0$, oś OY przez punkty $\varphi = 0$, $\lambda = 90^\circ$, zaś oś OZ będzie pokrywała się z osią obrotu Ziemi. Na rysunku 1.7 zaznaczono również współrzędne geodezyjne B , L , H oraz linie normalne do elipsoidy i geoidy. Jednakże zgodnie z przyjętymi w p. 1.1 warunkami linie te (normalne do elipsoidy i geoidy) będą pokrywały się, zaś współrzędne geodezyjne B , L , H będą równe współrzędnym φ , λ , h .

Wstępna analiza własności przedstawionych na rys.1.7 układów współrzędnych wskazuje na przydatność, w procesie tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej oraz jej użytkowania, obydwu układów współrzędnych. Pierwszy z nich (φ , λ , h) jest wygodny np. do zobrazowania położenia obiektu na ekranie wskaźnika, a także do opisu toru lotu obiektu powietrznego po ortodromie na stałej wysokości. Tor ten można opisać odcinkiem przestrzennej elipsy. Drugi z przyjętych układów współrzędnych wygodny będzie natomiast np. do wyznaczania bezpośredniej odległości (w linii prostej) między dwoma dowolnie wybranymi punktami przestrzeni powietrznej. Tak więc na obecnym etapie badań proponuje się przyjęcie do dalszych analiz obydwu układów współrzędnych. Opracowania wymagają jednak procedury transformacji (przeliczania) współrzędnych tych układów.



Rys. 1.7. Układ współrzędnych geograficznych-przestrzennych (φ, λ, h) oraz ortokartezjańskich (X, Y, Z)

2. METODA PORÓWNIANIA ODLEGŁOŚCI SFERYCZNYCH

Metoda porównania odległości sferycznych polega na transformacji współrzędnych geograficznych numerycznej mapy terenu z elipsoidy obrotowej spłaszczonej na ekwiwalentną kulę. W tym układzie następnie wyznacza się odległości sferyczne (po ortodromie) elementarnych prostopadłościanów przestrzeni radiolokacyjnej od miejsca dyslokacji radarów oraz sferyczne odległości wykrywania radarów. Wyznaczone odległości sferyczne porównuje się, a wyniki porównania wprowadza się do trójwymiarowej tablicy danych i wówczas powstaje odwzorowanie rastrowe lub do tablicy zasięgów na określonych azymutach oraz wysokościach i wówczas powstaje odwzorowanie wektorowe. Na koniec należy dokonać transformacji współrzędnych utworzonego odwzorowania do układu na elipsoidzie obrotowej.

2.1. Tworzenie odwzorowania rastrowego

Odwzorowanie rastrowe przestrzeni radiolokacyjnej charakteryzuje się tym, iż w pamięci komputera jest tworzony i przechowywany dyskretny model tej przestrzeni z zakodowanymi możliwościami wykrywania obiektów powietrznych przez poszczególne radary dla określonych prawdopodobieństw wykrywania obiektów powietrznych oraz ich skutecznych powierzchni odbicia. Cechą charakterystyczną tego odwzorowania jest przechowywanie informacji o każdym dyskretnym elemencie przestrzeni radiolokacyjnej w postaci bazy danych przestrzennych (rastrowych). Odwzorowanie to wymaga jednak pamięci dyskowej o dużej pojemności do przechowywania danych rastrowych.

W ramach procesu tworzenia rastrowego odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej metodą porównania odległości sferycznych należy wykonać następujące podstawowe czynności:

1. Dokonać przekształcenia współrzędnych numerycznej mapy terenu z elipsoidy obrotowej na ekwiwalentną kulę.
2. Wyznaczyć odległość sferyczną pobranej z bazy danych minimalnej oraz maksymalnej odległości (płaskiej) wykrywania radaru.
3. Wyznaczyć maksymalne odległości wykrywania (płaskie) dla dwóch prawdopodobieństw wykrywania p_w i trzech skutecznych powierzchni odbicia σ oraz przeliczyć je na odległości sferyczne.
4. Wyznaczyć odległość wykrywania dla ustalonych warunków (p_w oraz σ) wynikającą z bezpośredniej widoczności (ukształtowania terenu) i przeliczyć ją na odległość sferyczną.
5. Wybierać kolejno węzły numerycznej mapy terenu i wyznaczać ich odległość sferyczną od współrzędnych dyslokacji radaru wykorzystując zasadę rozwiązywania trójkątów sferycznych.
6. Dokonać przekształcenia współrzędnych matrycy danych z ekwiwalentnej kuli na elipsoidę obrotową.

2.1.1. Transformacja współrzędnych geograficznych z elipsoidy obrotowej na ekwiwalentną kulę i odwrotnie

Stosując izometryczne, konforemne przekształcenie elipsoidy obrotowej na ekwiwalentną kulę można dokonać transformacji współrzędnych geograficznych radaru (φ_r, λ_r) oraz numerycznego modelu terenu $[(\varphi_r + n\Delta\varphi), (\lambda_r + n\Delta\lambda)]$, gdzie n oznacza numer węzła NMT, na współrzędne geograficzne (φ^k, λ^k) na kuli o promieniu R_k i punkcie styczności do elipsoidy $(\varphi_{sr}, \lambda_{sr})$. Za punkt styczności kuli do elipsoidy proponuje się przyjąć współrzędne Centralnego Stanowiska Dowodzenia. Dla powyższego przekształcenia współrzędne na kuli można wyznaczyć z zależności [7]:

$$\begin{aligned}\lambda^k &= \lambda^c \\ \varphi^k &= \varphi^c - k_2 \sin 2\varphi^c + k_4 \sin 4\varphi^c - k_6 \sin 6\varphi^c\end{aligned}\tag{2.1}$$

gdzie:

$$k_2 = \frac{1}{2}e^2 + \frac{5}{24}e^4 + \frac{3}{32}e^6$$

$$k_4 = \frac{5}{48}e^4 + \frac{7}{80}e^6$$

$$k_6 = \frac{13}{480}e^6$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} - \text{kwadrat ekscentryczności liniowej elipsoidy obrotowej}$$

splaszczonej.

a – półoś równikowa elipsoidy obrotowej splaszczonej (dla elipsoidy

Krasowskiego $a = 6378245 \text{ m}$, dla elipsoidy WGS-84 - $a = 6378137 \text{ m}$).

b – półoś biegunowa elipsoidy obrotowej splaszczonej (dla elipsoidy

Krasowskiego $b = 6356863 \text{ m}$, dla elipsoidy WGS-84 - $b = 6356752,3 \text{ m}$).

Przekształcenia odwrotnego tzn. współrzędnych geograficznych z kuli (φ^k, λ^k) na elipsoidę (φ^e, λ^e) można dokonać na podstawie zależności [13]:

$$\begin{aligned} \lambda^e &= \lambda^k \\ \varphi^e &= \varphi^k + k_2' \sin 2\varphi^k + k_4' \sin 4\varphi^k + k_6' \sin 6\varphi^k \end{aligned} \quad (2.2)$$

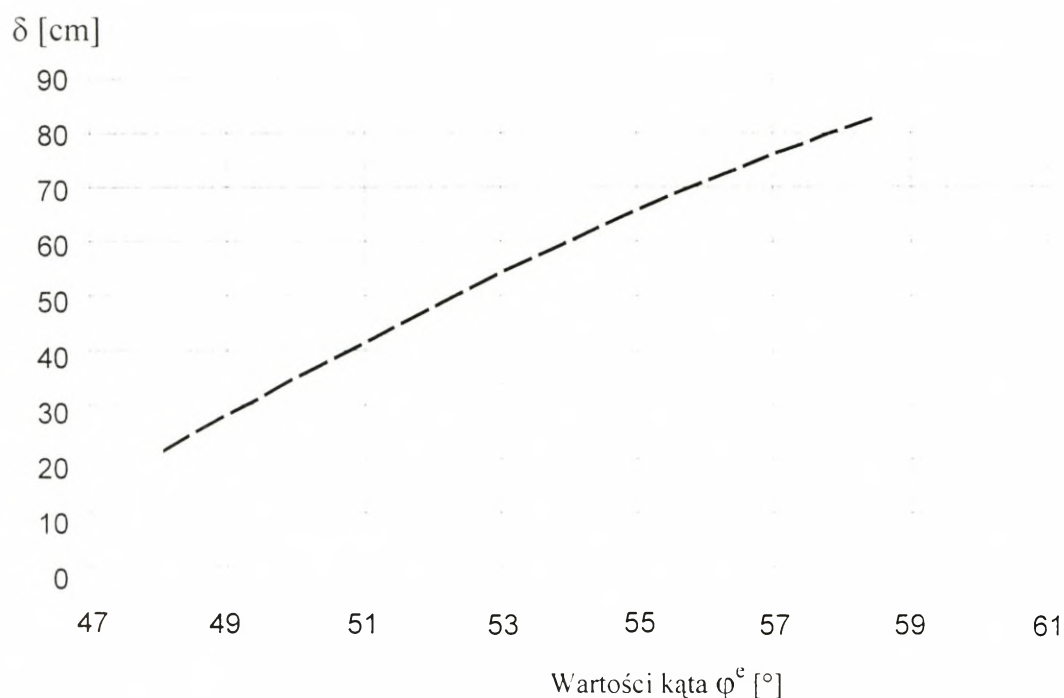
gdzie:

$$k_2' = \frac{1}{2}e^2 + \frac{5}{24}e^4 + \frac{1}{12}e^6$$

$$k_4' = \frac{7}{48}e^4 + \frac{29}{240}e^6$$

$$k_6' = \frac{7}{120}e^6$$

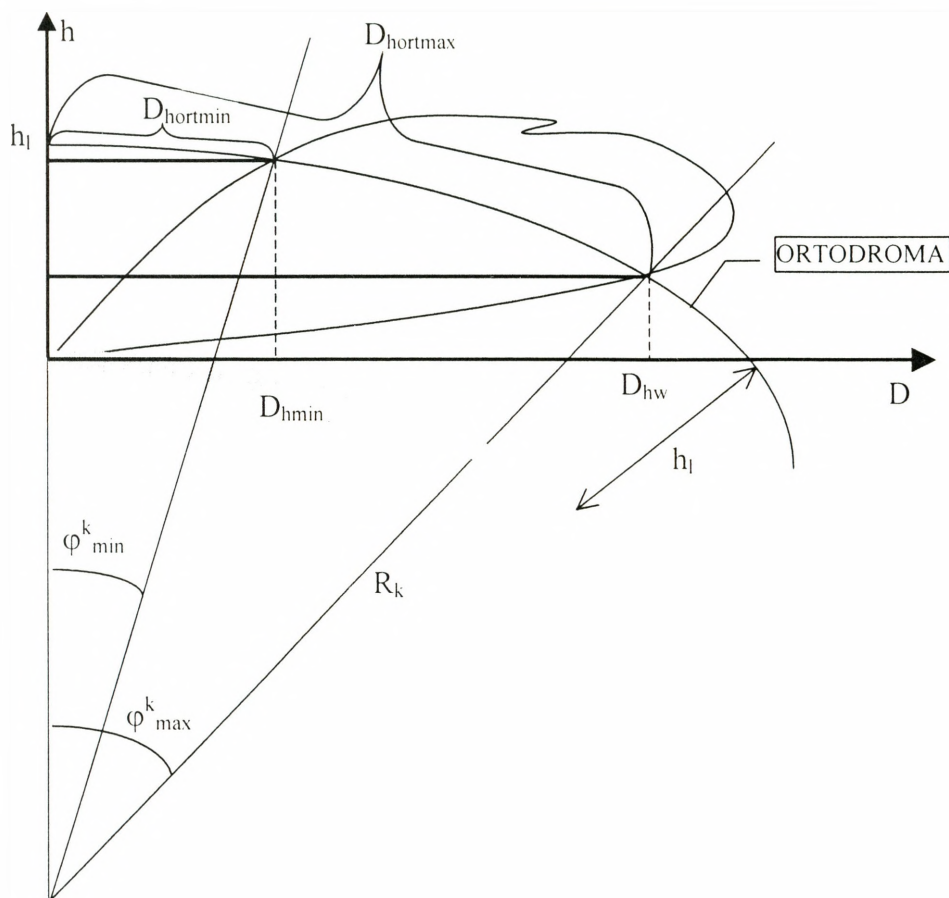
Zależność błędu transformacji współrzędnych geograficznych z elipsoidy obrotowej na ekwiwalentną kulę i odwrotnie przedstawiono na rys. 2.1, z którego wynika, że błąd ten dla obszaru Polski nie przekracza 80 cm.



Rys.2.1. Zależność błędu transformacji współrzędnych geograficznych z elipsoidy na kulę i odwrotnie od wartości kąta φ^c

2.1.2. Określanie wymiarów strefy wykrywania radaru

Strefę wykrywania pojedynczego radaru proponuje się określać oddzielnie dla każdej rozpatrywanej wysokości lotu obiektu powietrznego (h_l). Przyjmując zatem prawdopodobieństwo wykrywania obiektów powietrznych oraz ich skuteczną powierzchnię odbicia jako stałe (constans), dla każdej wysokości h_l należy wyznaczyć maksymalny (D_{hw}) oraz minimalny (D_{hmin}) zasięg wykrywania radaru wynikający z jego charakterystyki zasięgowej. Wielkości te można wyznaczyć zgodnie z teorią zasięgową radaru [2] lub z formularzy technicznych radarów. Na obecnym etapie badań przyjęto drugi sposób wyznaczania tych wielkości tzn. ze znanych charakterystyk zasięgowych radarów. Graficzną interpretację tych wielkości przedstawiono na rys. 2.2.



Rys. 2.2. Zasada wyznaczania sferycznej odległości wykrywania

Dla potrzeb tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej we współrzędnych geograficznych-przestrzennych (φ , λ , h) niezbędne będzie również wyznaczenie odległości sferycznych¹ na określonych wysokościach tj. odległości minimalnej ($D_{hortmin}$) oraz maksymalnej ($D_{hortmax}$). W celu wyznaczenia tych wielkości należy dokonać konforemnego przekształcenia elipsoidy obrotowej na ekwiwalentną kulę (patrz punkt 2.1.1), a następnie wyznaczyć kąty φ_{min}^k oraz φ_{max}^k (patrz rysunek 2.2).

Promień ekwiwalentnej kuli R_k można wyznaczyć z zależności [28]:

¹Odległością sferyczną nazywa się odległość między dwoma punktami mierzona po łuku koła wielkiego na powierzchni kuli lub po ortodromie na określonej wysokości

$$R_k = \sqrt{MN} = \frac{a\sqrt{1-e^2}}{1-e^2 \sin^2 \varphi_{sr}} \quad (2.3)$$

gdzie:

$M = \frac{a(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 \varphi_{sr})^3}}$ – promień krzywizny przekroju południkowego w punkcie środkowym o szerokości geograficznej φ_{sr} rozpatrywanej części powierzchni elipsoidy obrotowej,

$N = \frac{a}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 \varphi_{sr})}}$ – promień krzywizny przekroju prostopadłego do południka w punkcie środkowym o szerokości geograficznej φ_{sr} (patrz p. 2.1.1),

e – jak we wzorze 2.1.

Wartość kątów φ_{min}^k oraz φ_{max}^k można wyznaczyć z zależności (rys.2.2):

$$\begin{aligned} \varphi_{min}^k &= \arcsin \frac{D_{hmin}}{R_k + h_l} \\ \varphi_{max}^k &= \arcsin \frac{D_{hw}}{R_k + h_l} \end{aligned} \quad (2.4)$$

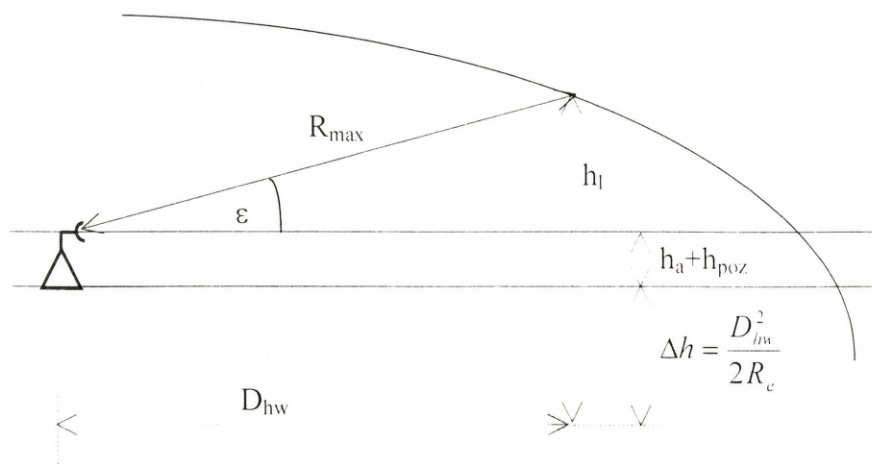
Długości sferyczne $D_{hortmin}$ oraz $D_{hortmax}$ można zatem wyznaczyć z następujących zależności:

$$\begin{aligned} D_{hortmin} &= \varphi_{min}^k (R_k + h_l) \\ D_{hortmax} &= \varphi_{max}^k (R_k + h_l) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Dla potrzeb porównania odległości sferycznej $D_{hortmin}$ oraz $D_{hortmax}$ z odległością węzłów numerycznego modelu terenu (NMT) od punktu stania radaru należy dokonać przekształcenia współrzędnych geograficznych NMT z elipsoidy obrotowej na ekwiwalentną kulę styczną do elipsoidy w przyjętym punkcie środkowym φ_{sr} , λ_{sr} .

2.1.3. Wyznaczanie zasięgu płaskiego dla różnych skutecznych powierzchni odbicia obiektu powietrznego

Zasadę wyznaczania płaskiego zasięgu radaru ilustruje rysunek 2.3.



Rys. 2.3. Zasada wyznaczania płaskiego zasięgu radaru

Zasięg pochyły R_{max} zależy od potencjału energetycznego radaru oraz skutecznej powierzchni odbicia obiektu powietrznego. Znając zatem wartość zasięgu dla skutecznej powierzchni odbicia równej 1m^2 , zasięg pochyły dla dowolnej wartości skutecznej powierzchni odbicia można wyznaczyć z zależności:

$$R_{max}(\sigma_j) = R_{max}(\sigma = 1) \sqrt[4]{\sigma_j} \quad (2.6)$$

Zgodnie z rysunkiem 2.3 zasięg pochyły $R_{max}(\sigma=1)$ można wyznaczyć z twierdzenia Pitagorasa:

$$R_{max}(\sigma = 1) = \sqrt{\left[D_{hw}(\sigma = 1)\right]^2 + \left[h_t - \frac{D_{hw}^2(\sigma = 1)}{2R_e} - h_a - h_{poz}\right]^2} \quad (2.7)$$

Zatem zasięg płaski dla określonej wartości skutecznej powierzchni odbicia obiektu powietrznego $D_{hw}(\sigma_j)$ można wyznaczyć z zależności:

$$D_{hw}(\sigma_l) = \sqrt{\left[R_{\max}(\sigma_l)\right]^2 - \left[h_l - h_u - h_{poz} - \frac{D_{hw}^2(\sigma_l)}{2R_e}\right]^2} \quad (2.8)$$

Dla dużych odległości wykrywania, kąt wzniesienia ε jest mały, wówczas zasięg płaski ($D_{hw} = R_{\max} \cos \varepsilon$) niewiele różni się od zasięgu pochyłego, zatem można przyjąć równość następujących wyrażeń:

$$\frac{D_{hw}^2(\sigma_l)}{2R_e} \cong \frac{R_{\max}^2(\sigma_l)}{2R_e} \quad (2.9)$$

Wobec powyższego zależność 2.8 ostatecznie przyjmie postać:

$$D_{hw}(\sigma_l) = \sqrt{\left[R_{\max}(\sigma_l)\right]^2 - \left[h_l - h_u - h_{poz} - \frac{R_{\max}^2(\sigma_l)}{2R_e}\right]^2} \quad (2.10)$$

2.1.4. Wyznaczanie zasięgu płaskiego dla różnych prawdopodobieństw wykrywania obiektów powietrznych

Zależność zasięgu radaru od prawdopodobieństwa wykrywania obiektów powietrznych p_w wyraża się wzorem [2]:

$$p_w = \exp\left[-k\left(\frac{R_{\max}}{R_{0.5}}\right)^n\right] \quad (2.11)$$

gdzie:

$R_{0.5}$ – zasięg wykrywania dla prawdopodobieństwa równego 0.5,

$R_{\max}$ – zasięg wykrywania dla prawdopodobieństwa równego p_w ,

k, n – współczynniki kształtujące charakterystykę wykrywania radaru,

przyjmuje się $k = 0,68$ i $n = 4$.

Przekształcając odpowiednio zależność 2.11 otrzymuje się następującą zależność:

$$R_{\max}(p_w) = R_{0.5} \sqrt[4]{\frac{\ln p_w}{-0,68}} \quad (2.12)$$

gdzie:

$$R_{0.5} = \sqrt{\left[D_{hw}(p_w = 0.5)\right]^2 + \left[h_l - \frac{D_{hw}^2(p_w = 0.5)}{2R_e} - h_u - h_{poz}\right]^2} \quad (2.13)$$

Zatem zasięg płaski dla określonego prawdopodobieństwa wykrywania obiektów powietrznych $D_{hw}(p_{wt})$ można wyznaczyć z zależności:

$$D_{hw}(p_{wt}) = \sqrt{\left[R_{max}(p_{wt})\right]^2 - \left[h_l - h_u - h_{poz} - \frac{R_{max}^2(p_{wt})}{2R_e}\right]^2} \quad (2.14)$$

2.1.5. Zasada wyznaczania horyzontu radiowego

Dla potrzeb tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej niezbędne będzie wyznaczenie zasięgu wykrywania radaru wynikającego z jego bezpośredniej widzialności (tzw. horyzontu radiowego) z uwzględnieniem przyjętych warunków pracy radaru. Uwzględniając współczynnik wykorzystania horyzontu radiowego, którego wartość zależy od typu i parametrów technicznych radaru, zasięg ten można wyznaczyć z zależności [20]:

$$R_{maxr} = 4.12 \cdot K_{hr} \cdot (\sqrt{h_u} + \sqrt{h_l}) \quad (2.15)$$

gdzie:

R_{maxr} – zasięg radiowy radaru,

K_{hr} – współczynnik wykorzystania horyzontu radiowego danego radaru,

h_l – wysokość lotu obiektu powietrznego względem radaru.

Zależność powyższą można wykorzystywać w warunkach braku jakichkolwiek przeszkód terenowych wokół radaru. W rzeczywistości wokół miejsca rozwinięcia radaru występują różnorodne przeszkody terenowe tworzące tzw. kąty zakrycia, które w znacznym stopniu ograniczają zasięg wykrywania radaru. Przeszkody te tworzą tzw. horyzont radiowy. Zasadę wyznaczania horyzontu radiowego przedstawiono na

rys. 2.4. Na rysunku tym wszystkie wysokości przedstawiono jako prostopadłe do stycznej w miejscu dyslokacji radaru. Weryfikację wielkości błędów wynikających z tego uproszczenia przedstawiono w załączniku 1. Z rysunku 2.4 wynika, że:

$$\lg \alpha_z = \frac{h_{pt} - (h_u + h_{p0z} + \Delta h)}{D_{p0z}} \quad (2.16)$$

gdzie:

α_- – kąt zakrycia,

h_{pl} – wysokość przeszkody terenowej,

h_a – wysokość zawieszenia anteny,

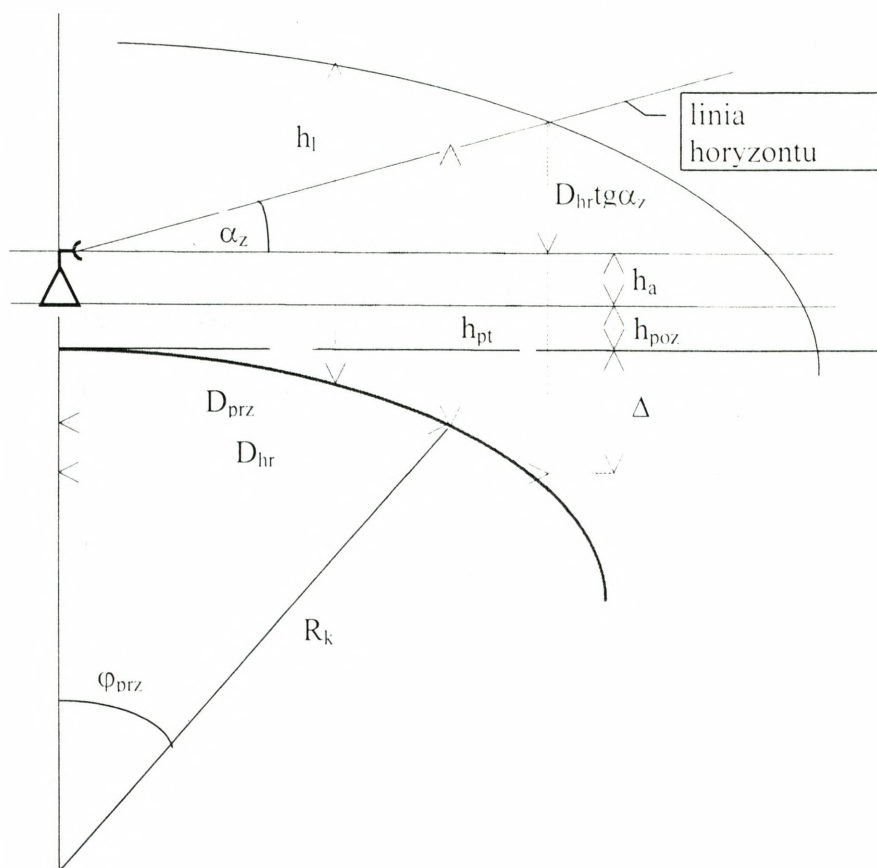
h_{poz} – wysokość pozycji (wysokość terenu npm w punkcie stania radaru),

$$\Delta h = \frac{D_{\rho z}^2}{2R_e} \text{ - poprawka wysokości uwzględniająca krzywiznę Ziemi oraz}$$

refrakcję fal elektromagnetycznych,

D_{prz} – odległość od anteny radaru do przeszkody terenowej (badanego węzła NMT),

R_e – ekwiwalentny promień Ziemi równy 8500 km.



Rys. 2.4. Zasada wyznaczania horyzontu radiowego

W celu wyznaczenia odległości płaskiej od anteny radaru do przeszkody terenowej (D_{prz}) należy, korzystając z zasady rozwiązywania trójkątów sferycznych (p. 2.1.6), wyznaczyć kąt sferyczny φ_{prz} . Kąt ten można wyznaczyć z zależności:

$$\varphi_{prz} = \arccos \left| \lambda_r^k - \lambda_w^k \right| \cos \left| \varphi_r^k - \varphi_w^k \right| \quad (2.17)$$

gdzie:

φ_r^k, λ_r^k – współrzędne dyslokacji radaru na ekwiwalentnej kuli,

φ_w^k, λ_w^k – współrzędne badanego węzła NMT na ekwiwalentnej kuli.

Znając kąt sferyczny φ_{prz} , odległość przeszkody D_{prz} można wyznaczyć z trójkąta prostokątnego (rys. 2.4):

$$D_{prz} = (R_k) \sin \varphi_{prz} \quad (2.18)$$

Zasięg wykrywania radaru wynikający z horyzontu radiowego na wysokości h_l można zatem określić z zależności:

$$D_{hr} = \frac{h_l - (h_u + h_{poz} + \Delta h)}{\operatorname{tg} \alpha_z} \quad (2.19)$$

gdzie:

h_l – wysokość lotu obiektu powietrznego,

$\Delta h = \frac{D_{hr}^2}{2R_e}$ – poprawka wysokości uwzględniająca krzywiznę Ziemi oraz refrakcję fal elektromagnetycznych.

Otrzymany wzór jest równaniem drugiego stopnia, rozwiązując go otrzymuje się ostateczny wzór na zasięg horyzontu radiowego:

$$D_{hr} = -R_e \cdot \operatorname{tg} \alpha_z + \sqrt{(R_e \operatorname{tg} \alpha_z)^2 + 2R_e (h_l - h_u - h_{poz})} \quad (2.20)$$

Wprowadzając do powyższego wzoru współczynnik wykorzystania horyzontu radiowego dla rozpatrywanego radaru uzyskuje się zasięg wykrywania radaru z uwzględnieniem kątów zakrycia (dla małych wysokościach):

$$D_{hr}^* = K_{hr} \left[-R_e \operatorname{tg} \alpha_z + \sqrt{(R_e \operatorname{tg} \alpha_z)^2 + 2R_e(h_l - h_d - h_{poz})} \right] \quad (2.21)$$

gdzie:

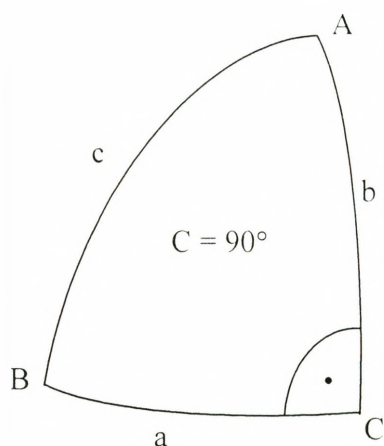
K_{hr} – współczynnik wykorzystania horyzontu radiowego.

Współczynnik wykorzystania horyzontu radiowego wyznaczany jest eksperymentalnie.

2.1.6. Zasada rozwiązywania trójkątów sferycznych

Trójkątem sferycznym nazywa się figurę położoną na powierzchni kuli posiadającą trzy wierzchołki i trzy boki, będące częściami okręgów kół wielkich. Wierzchołki trójkąta sferycznego oznacza się dużymi literami A, B i C, natomiast boki – małymi literami a, b, i c (rys. 2.5). Boki trójkąta sferycznego podaje się z reguły w mierze kątowej (jako kąt sferyczny). Trójkąt sferyczny charakteryzuje się następującymi właściwościami:

- naprzeciw większego boku leży większy kąt i odwrotnie (jeżeli $a > b$, to $A > B$ i gdy $b > a$, to $B > A$),
- naprzeciw równych boków leżą równe kąty (jeżeli $a = b$, to $A = B$),
- suma dwóch boków jest zawsze większa od boku trzeciego, a suma trzech kątów jest zawsze większa od 180° ($a + b > c$ oraz $A + B + C > 180^\circ$),
- jeżeli suma dwóch boków jest większa, równa lub mniejsza od 180° , to także suma przeciwległych kątów jest większa, równa lub mniejsza od 180° .



Rys. 2.5. Trójkąt sferyczny prostokątny

W literaturze przedmiotu badań [7, 13, 17, 28, 32] można spotkać różne metody rozwiązywania trójkątów sferycznych. Można je rozwiązywać między innymi za pomocą wzorów: kosinusowych, sinusowych, sinusowo-kosinusowych, kotangensowych, Nepera, Delambre'a, Borda. Wydaje się, że najbardziej przydatnymi wzorami dla potrzeb tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej w układzie współrzędnych geograficznych-przestrzennych będą wzory kosinusowe. Ich postać jest następująca [17]:

$$\begin{aligned}\cos a &= \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \\ \cos b &= \cos c \cos a + \sin c \sin a \cos B \\ \cos c &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C\end{aligned}\tag{2.22}$$

Przewiduje się, że w procesie tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej będzie potrzeba rozwiązywania trójkątów sferycznych prostokątnych. Dla tych trójkątów kąt C jest równy 90° (rys. 2.5). Zatem wzór kosinusowy dla boku c przyjmie następującą postać:

$$\cos c = \cos a \cos b\tag{2.23}$$

Długość sferyczną boku c można zatem wyznaczyć z zależności:

$$c = (R_k + h_l) \arccos(\cos a \cos b)\tag{2.24}$$

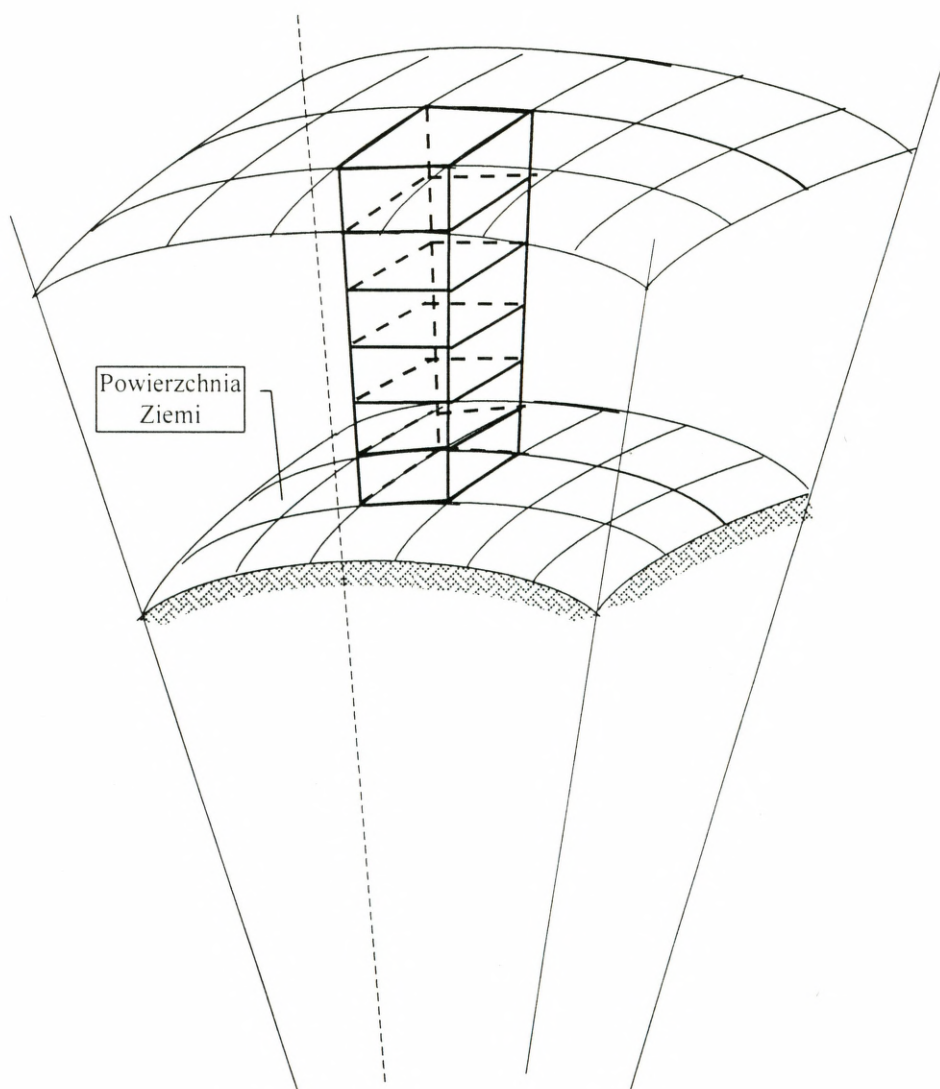
gdzie:

R_k – promień kuli ziemskiej wyznaczony z zależności 2.3.

h_l – wysokość rozpatrywanego trójkąta sferycznego nad poziomem morza.

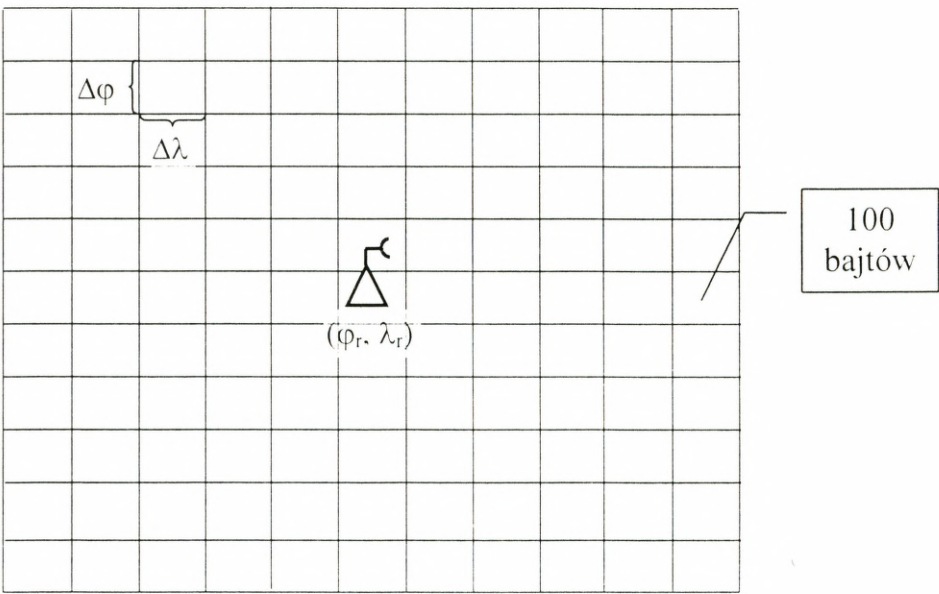
2.1.7. Struktura matrycy danych przestrzennych

Strukturę bazy danych przestrzennych przedstawiono na rys. 2.6.



Rys. 2.6. Struktura bazy danych przestrzennych

Przykładową strukturę bazy danych dla ustalonej wysokości h_l , a także prawdopodobieństwa wykrywania obiektów powietrznych p_w oraz ich skutecznej powierzchni odbicia δ przedstawiono na rys. 2.7.



Rys. 2.7. Struktura bazy danych dla stałej wysokości h_l

Każda komórka na rysunku 2.7 zajmuje 100 bajtów (maksymalnie dla 100 radarów). W każdym bajcie zakodowana jest informacja o widzialności danej komórki przez wybrany radar R1. Strukturę tego bajta przedstawiono na rysunku 2.8.

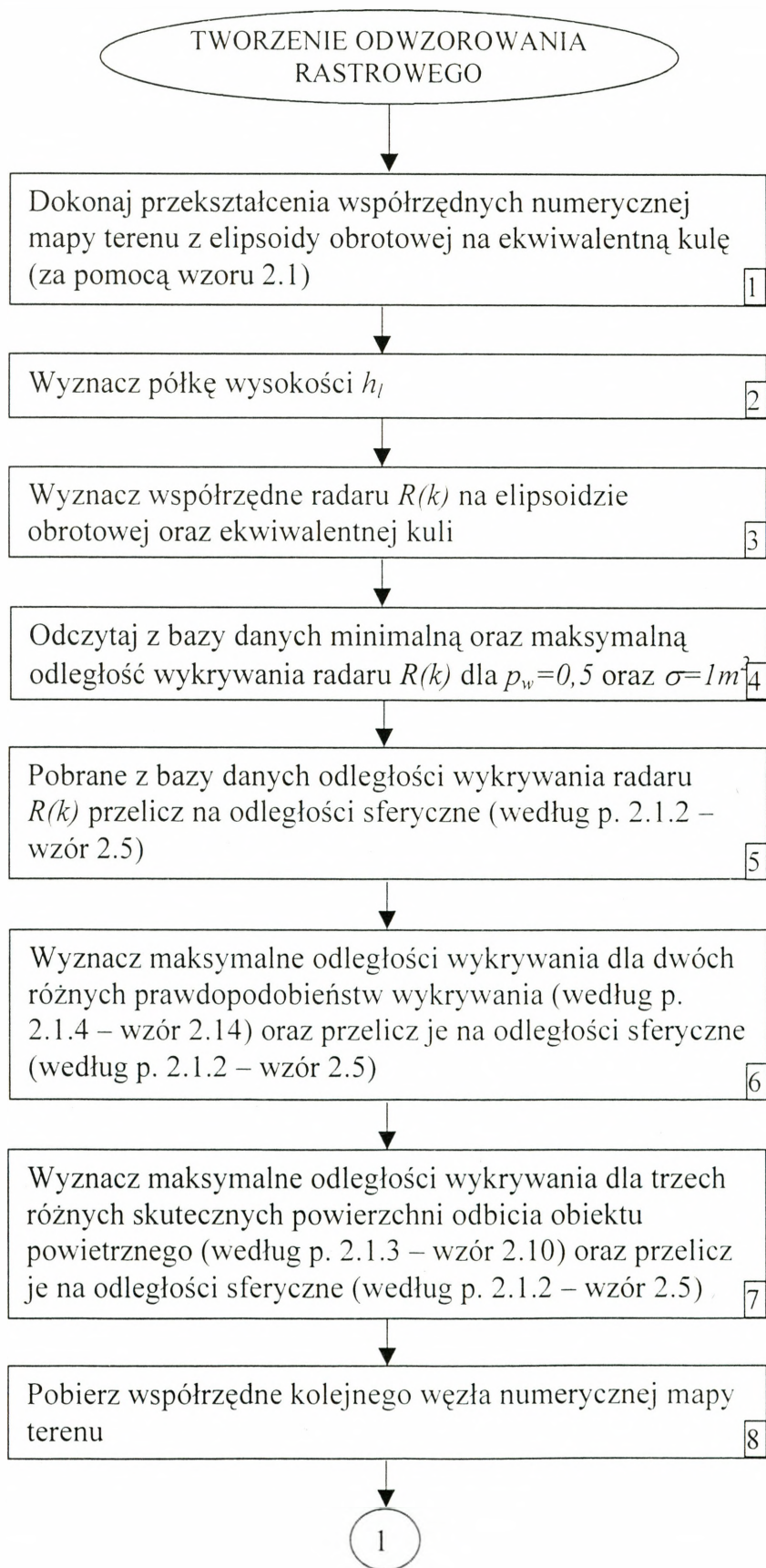
b_7	b_6	b_5	b_4	b_3	b_2	b_1	b_0
p_{w1}	p_{w1}	p_{w1}	p_{w2}	p_{w2}	p_{w2}	bit	bit
δ_1	δ_2	δ_3	δ_1	δ_2	δ_3	techn.	techn.

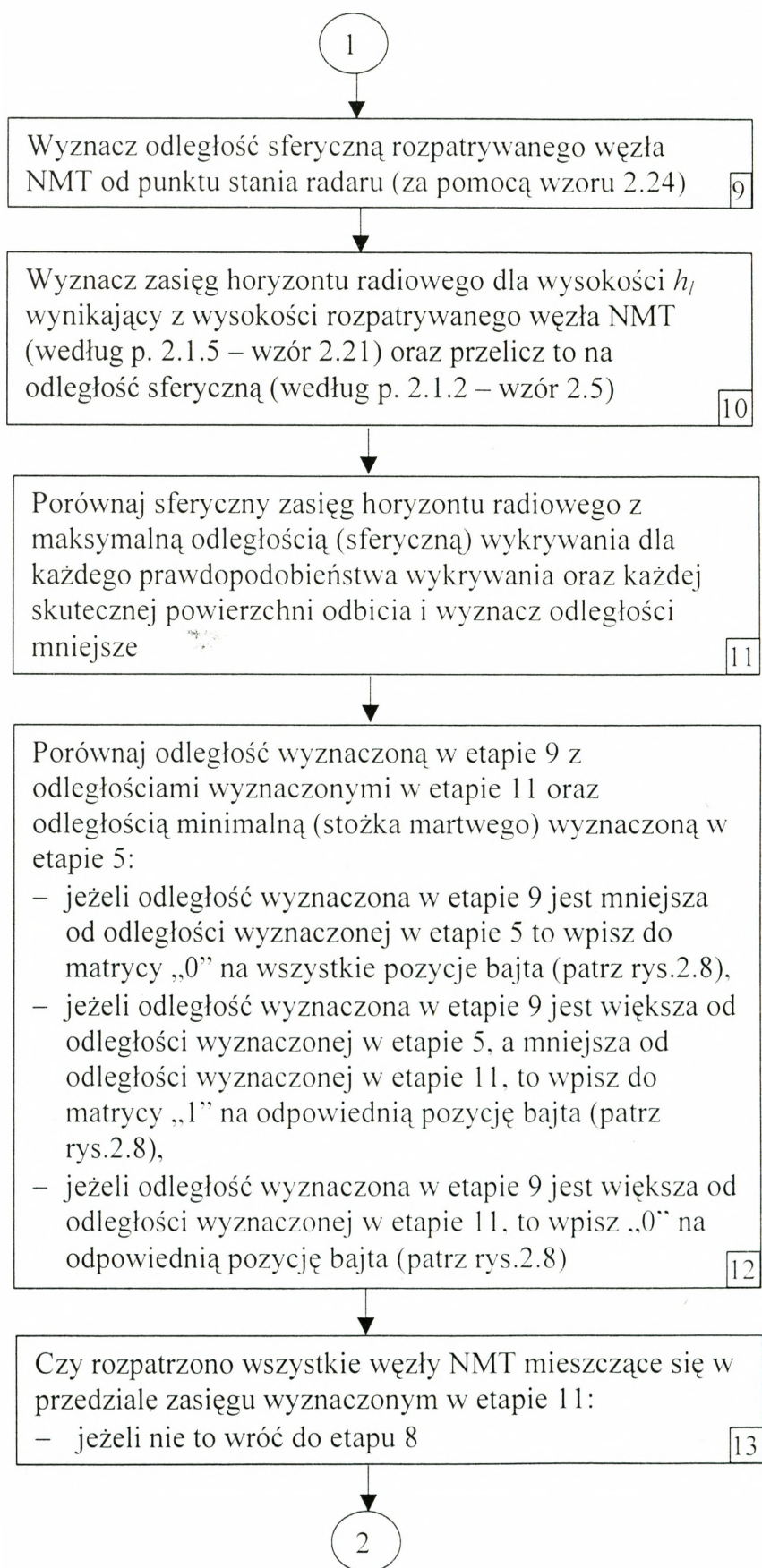
Rys. 2.8. Struktura pojedynczej komórki bazy danych dla wybranego radaru R1

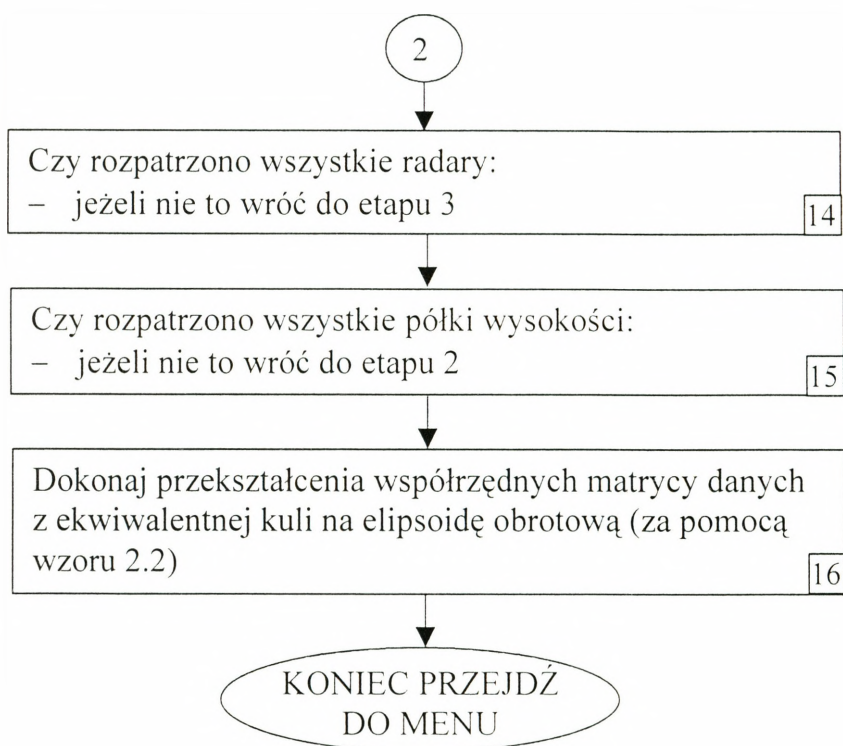
2.1.8. Ogólny algorytm tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej

Ogólny algorytm tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej przedstawiono w postaci szesnastu sekwencyjnie realizowanych etapów. Sposób realizacji tych etapów zawierają punkty 2.1.1 ÷ 2.1.7. Prezentowany algorytm opracowano przyjmując następujące założenia:

- wymiar podstawy prostopadłościanu elementarnego będzie zgodny z wymiarem elementarnego prostokąta numerycznej mapy terenu (tj. ok. 100 x 100 m),
- nierównomierny podział warstw wysokości (około 60) z możliwością wprowadzania ich jako parametr,
- ograniczenie informacji dla jednego radaru – 1 bajt (6 bitów informacyjnych oraz 2 bity techniczne),
- maksymalna ilość radarów – 100,
- przestrzeń budowana będzie dla całej Polski z możliwością ograniczenia do $\frac{1}{4}$ tego obszaru,
- układ współrzędnych – geograficzny-przestrzenny na elipsoidzie odniesienia WGS-84,
- odwzorowanie przestrzeni radiolokacyjnej budowane będzie dla dwóch wartości prawdopodobieństwa wykrywania oraz trzech wartości skutecznej powierzchni odbicia obiektu powietrznego,
- dostępna pojemność pamięci dyskowej dla danych przestrzennych – 10 GB,
- w bazie danych typów i lokalizacji radarów znajdują się zasięgi wykrywania dla prawdopodobieństwa $p_w = 0,5$ i skutecznej powierzchni odbicia $\sigma = 1 \text{ m}^2$. w przypadku wprowadzania innych danych należy je przeliczyć do $p_w = 0,5$ i $\sigma = 1 \text{ m}^2$ (według p. 2.1.3 i 2.1.4).







2.2. Tworzenie odwzorowania wektorowego

Odwzorowanie wektorowe przestrzeni radiolokacyjnej może być tworzone i przechowywane w pamięci komputera w postaci zasięgów poszczególnych radarów na określonych azymutach oraz wysokościach (kątach elewacji). Odwzorowanie to w swojej istocie posiada znacznie mniejsze wymagania sprzętowe (pojemności pamięci dyskowej) niż odwzorowanie rastrowe. Tworzenie wektorowego odwzorowanie przestrzeni radiolokacyjnej metodą porównania odległości sferycznych można podzielić na pięć etapów:

- dokonanie transformacji współrzędnych geograficznych numerycznej mapy terenu z elipsoidy obrotowej do ekwiwalentnej kuli,

- utworzenie bazy danych wektorowych (tablicy danych),
- wyznaczenie sferycznych zasięgów wykrywania radarów na określonych wysokościach z przyjętą dyskretnością azymutalną oraz ustalonym prawdopodobieństwem wykrywania obiektów powietrznych, a także ich skuteczną powierzchnią odbicia,
- wprowadzenie do bazy danych wyznaczonych zasięgów z uwzględnieniem kątów zakrycia,
- dokonanie transformacji współrzędnych geograficznych numerycznej mapy terenu z ekwiwalentnej kuli na elipsoidę obrotową.

Transformacji współrzędnych geograficznych numerycznej mapy terenu z elipsoidy obrotowej do ekwiwalentnej kuli można dokonać zgodnie z procedurą przedstawioną w punkcie 2.1.1.

2.2.1. Struktura bazy danych wektorowych

W bazie danych wektorowych proponuje się przechowywać płaskie zasięgi radarów w mierze metrycznej na określonych azymutach β oraz wysokościach h_i . Przy czym azymut β mierzony byłby w stosunku do miejsca dyslokacji danego radaru. Dyskretność azymutalną proponuje się podawać jako parametr $\Delta\beta$. Liczbę wartości zasięgów dla różnych azymutów, a zatem wymiar tablicy danych, można wyznaczyć z zależności:

$$n = \frac{360^\circ}{\Delta\beta} \quad (2.25)$$

Do tablicy danych należy wprowadzać minimalny oraz maksymalny zasięg wykrywania radarów. Proponuje się przewidzieć możliwość wprowadzania danych o zasięgach 100 radarów. Przykładową strukturę bazy danych wektorowych dla ustalonej wysokości h_i , a także prawdopodobieństwa wykrywania obiektów powietrznych p_w oraz ich skutecznej powierzchni odbicia σ przedstawiono na rys. 2.9.

Radar	β	0	$0+\Delta\beta$	$0+2\Delta\beta$	$0+3\Delta\beta$		$0+n\Delta\beta$
R1	D_{min}						
	D_{max}						
R2	D_{min}						
	D_{max}						
.	.	.	.	.	.		
	.	.	.	.	.		
	.	.	.	.	.		
R100	D_{min}						
	D_{max}						

Rys.2.9. Struktura bazy danych wektorowych dla $h_l = \text{const}$, $p_w = \text{const}$ oraz $\sigma = \text{const}$

2.2.2. Wyznaczanie sferycznych zasięgów wykrywania radarów

Do wyznaczania zasięgów wykrywania radarów w procesie tworzenia wektorowego odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej można wykorzystać podstawy teoretyczne przedstawione w p. 2.1. Problemem wymagającym rozwiązania jest tutaj problem wyznaczania zasięgu horyzontu radiowego dla określonych azymutów, w tym głównie ustalenie wzniesienia (na danym azymucie) decydującego o największym kącie zakrycia. W celu ustalenia takiego wzniesienia należy porównać wszystkie węzły numerycznej mapy terenu leżące na danym azymucie w zakresie odległości wykrywania danego radaru, wynikającej z charakterystyki zasięgowej dla ustalonych warunków (p_w i σ oraz h_l). W wyniku tego porównania należy wybrać wzniesienie największe i przyjąć je do dalszych obliczeń. Znając współrzędne najwyższego wzniesienia na danym azymucie oraz współrzędne dyslokacji radaru (x_r, y_r), można wyznaczyć odległość płaską od anteny radaru do przeszkody terenowej (D_{prz}) z zależności:

$$D_{prz} = \sqrt{|x_r - x_w|^2 + |y_r - y_w|^2}$$

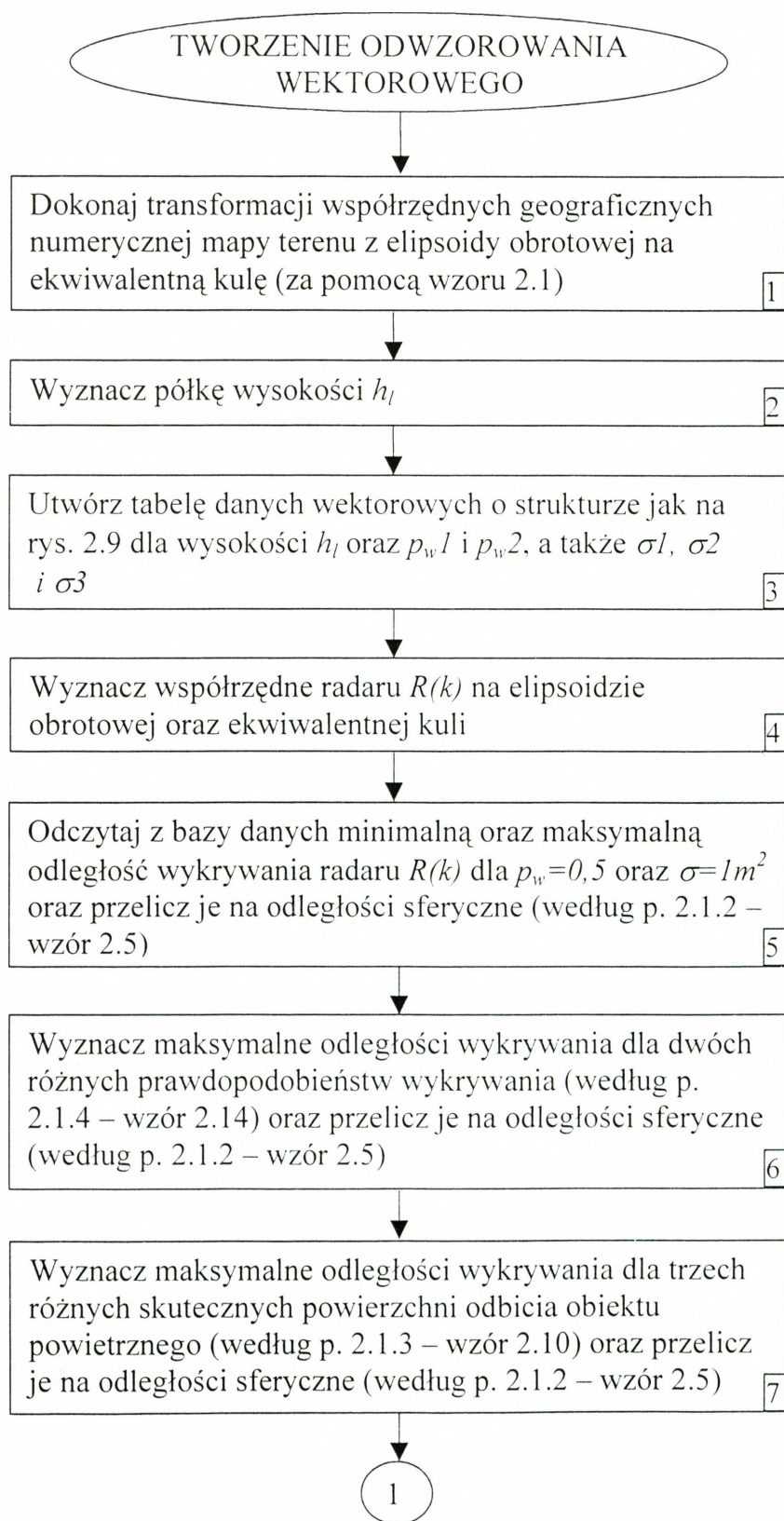
(2.26)

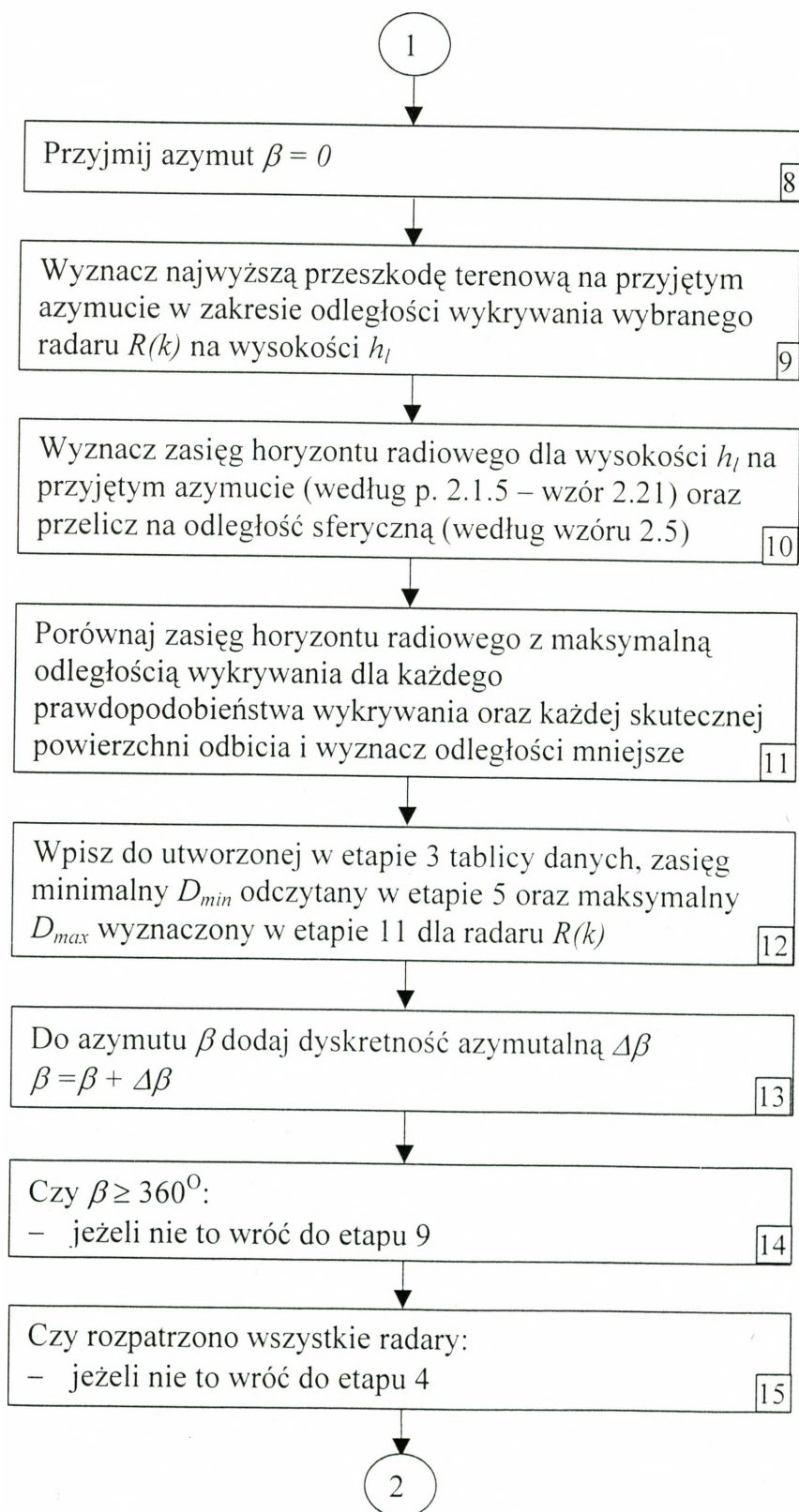
gdzie:

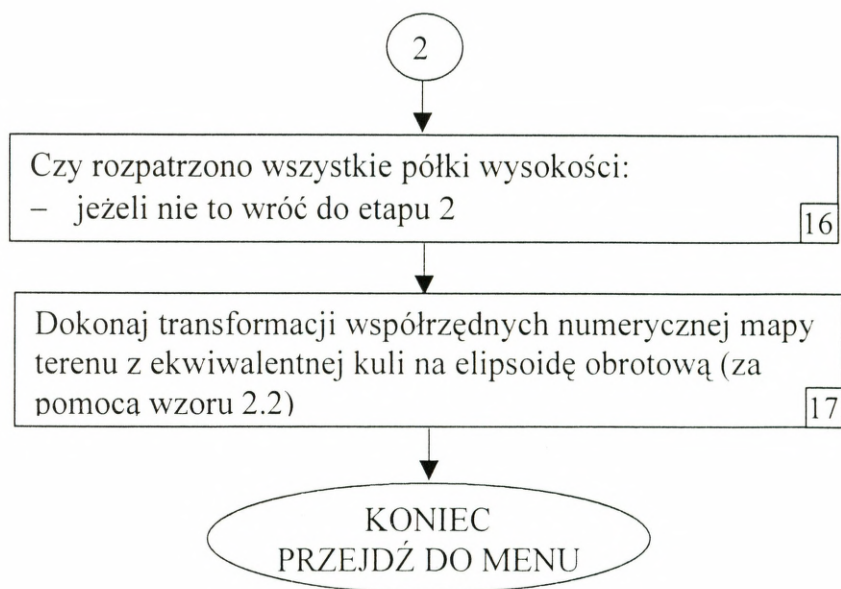
- x_r, y_r – współrzędne dyslokacji radaru,
- x_w, y_w – współrzędne wybranego wzniesienia.

Dalszy algorytm postępowania w procesie wyznaczania zasięgów wykrywania radarów będzie zgodny z teorią przedstawioną w p. 2.1.2 ÷ 2.1.5.

2.2.3. Ogólny algorytm tworzenia odwzorowania wektorowego







3. METODA PORÓWNANIA ODLEGŁOŚCI PŁASKICH

W odróżnieniu od metody porównania odległości sferycznych, metoda porównania odległości płaskich tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej wymaga transformacji współrzędnych geograficznych numerycznej mapy terenu do układu współrzędnych kartezjańskich płaskich. W tym układzie następnie wyznacza się odległości płaskie (styczne do elipsoidy obrotowej) elementarnych prostopadłościanów przestrzeni radiolokacyjnej od punktu stania radarów oraz porównuje się te odległości z zasięgami płaskimi radarów. Wyniki porównania można przechowywać w postaci trójwymiarowej tablicy danych i wówczas powstaje odwzorowanie rastrowe lub w postaci zasięgów na określonych azymutach oraz wysokościach i wówczas powstaje odwzorowanie wektorowe.

3.1. Tworzenie odwzorowania rastrowego

W celu stworzenia rastrowego odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej metodą porównania odległości płaskich należy wykonać następujące podstawowe czynności:

- dokonać transformacji współrzędnych geograficznych numerycznej mapy terenu (NMT) do układu prostokątnego płaskiego,
- na bazie przekształconych współrzędnych numerycznej mapy terenu utworzyć przestrzenną bazę danych,
- określić zasięgi wykrywania radarów z uwzględnieniem prawdopodobieństwa wykrywania obiektów powietrznych oraz ich skutecznych powierzchni odbicia, a także kątów zakrycia (horyzontu radiowego),

- określić odległości węzłów NMT od miejsca dyslokacji radarów i porównać je z wcześniej wyznaczonymi zasięgami tych radarów, a wyniki porównania wprowadzić do przestrzennej bazy danych.

3.1.1. Transformacja współrzędnych geograficznych do układu prostokątnego płaskiego i odwrotnie

Transformacji współrzędnych geograficznych do układu współrzędnych płaskich można dokonać wykorzystując procedury odwzorowania Gaussa-Krügera lub odwzorowania stereograficznego. W punkcie 1.3 przedstawiono ideę odwzorowania stereograficznego, a także zależności (1.15) między współrzędnymi geograficznymi elipsoidy i współrzędnymi prostokątnymi odwzorowanej płaszczyzny. Zależności te są wystarczające dla dokonania transformacji współrzędnych geograficznych do układu współrzędnych płaskich. W punkcie 1.2 natomiast przedstawiono podstawy teoretyczne transformacji współrzędnych geodezyjnych do układu współrzędnych płaskich oraz współrzędnych płaskich do układu współrzędnych geodezyjnych według odwzorowania Gaussa-Krügera. Zgodnie z przyjętym w punkcie 1.1 uproszczeniem, według którego współrzędne geograficzne są równe współrzędnym geodezyjnym na przyjętej elipsoidzie odniesienia (Krasowskiego), przedstawione wzory w punkcie 1.2, po podstawieniu współrzędnej φ w miejsce współrzędnej B oraz współrzędnej λ w miejsce współrzędnej L , mają również zastosowanie do przeliczania współrzędnych geograficznych na współrzędne płaskie i odwrotnie.

W literaturze przedmiotu dla potrzeb transformacji współrzędnych geograficznych do układu współrzędnych płaskich i odwrotnie oraz obliczania zbieżności południków (c) i skali liniowej (m) podawane są gotowe procedury obliczeniowe. Procedura przeliczania współrzędnych geograficznych do układu współrzędnych płaskich bazuje na następującym zestawie wzorów [7]:

$$l = 10^{-4} (\lambda - \lambda_0)''$$

$$x = B + A_2 l^2 + A_4 l^4 + A_6 l^6 + [N l^8 \dots]$$

$$y = B_1 l + B_3 l^3 + B_5 l^5 + [N l^7 \dots] \quad (3.1)$$

$$c = C_1 l + C_3 l^3 + C_5 l^5 + [l^7 \dots]$$

$$m = 1 + 10^{-8} D_2 l^2 + 10^{-8} D_4 l^4 + [l^6 \dots]$$

gdzie:

$$A_2 = \frac{10^8}{2\rho^2} N \cos^2 \varphi t$$

$$A_4 = \frac{10^{16}}{24\rho^4} N \cos^4 \varphi t (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4)$$

$$A_6 = \frac{10^{24}}{720\rho^6} N \cos \varphi t (61 - 58t^2 + t^4)$$

$$B_1 = \frac{10^4}{\rho} N \cos \varphi$$

$$B_3 = \frac{10^{12}}{6\rho^3} N \cos^3 \varphi (1 - t^2 + \eta^2)$$

$$B_5 = \frac{10^{20}}{120\rho^5} N \cos^5 \varphi (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58t^2\eta^2)$$

$$C_1 = 10^4 \cos \varphi t = 10^4 \sin \varphi$$

$$C_3 = \frac{10^{12}}{3\rho^2} \cos^3 \varphi t (1 + 3\eta^2 + 2\eta^4)$$

$$C_5 = \frac{10^{20}}{15\rho^4} \cos^5 \varphi t (2 - t^2)$$

$$D_2 = \frac{10^{16}}{2\rho^2} \cos^2 \varphi (1 + \eta^2)$$

$$D_4 = \frac{10^{24}}{24\rho^4} \cos^4 \varphi (5 - 4t^2 + 14\eta^2 - 28t^2\eta^2)$$

N, t, η – jak we wzorze 1.2.

Wyniki obliczeń z powyższych wzorów, dla układów sześciostopniowych ($l \leq 3^\circ$) x i y , otrzymuje się w metrach z dokładnością 0,001 m, zbieżność południków otrzymuje się w sekundach stopniowych z dokładnością 0,001", zaś skalę liniową z dokładnością 10^{-8} .

Procedura przeliczania współrzędnych płaskich do układu współrzędnych geograficznych zawiera następujący zestaw wzorów [7]:

$$\begin{aligned}
 Y &= 10^{-5}y \\
 \varphi &= \varphi_l + A'_2 Y^2 + A'_4 Y^4 + A'_6 + [l^8 \dots] \\
 \lambda &= \lambda_0 + B'_1 Y + B'_3 Y^3 + B'_5 Y^5 + [l^7 \dots] \\
 c &= C'_1 Y + C'_3 Y^3 + C'_5 Y^5 + [l^7 \dots] \\
 m &= 1 + 10^{-8} D'_2 Y^2 + 10^{-8} D'_4 Y^4 + [l^6 \dots]
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

gdzie:

$$A'_2 = \frac{10^{10} \rho''}{2N_1^2} t_1 (-1 - \eta_1^2)$$

$$A'_4 = \frac{10^{20} \rho''}{24N_1^4} t_1 (5 + 3t_1^3 + 6\eta_1^2 - t_1^2 \eta_1^2 - 3\eta_1^4 - 9t_1^2 \eta_1^4)$$

$$A'_6 = \frac{10^{30} \rho''}{720N_1^6} t_1 (-61 - 90t_1^2 - 45t_1^4)$$

$$B'_1 = \frac{10^5 \rho''}{N_1 \cos \varphi_1}$$

$$B'_3 = \frac{10^{15} \rho''}{6N_1^3 \cos \varphi_1} (-1 - 2t_1^2 - \eta_1^2)$$

$$B'_5 = \frac{10^{25} \rho''}{120N_1^5 \cos \varphi_1} (5 + 28t_1^2 + 24t_1^4 + 6\eta_1^2 + 8t_1^2 \eta_1^2)$$

$$C'_1 = \frac{10^5 \rho''}{N_1} t_1$$

$$C'_3 = \frac{10^{15} \rho''}{3N_1^3} t_1 (-1 - t_1^2 + \eta_1^2 + 2\eta_1^4)$$

$$C'_5 = \frac{10^{25} \rho''}{15N_1^5} t_1 (2 + 5t_1^2 + 3t_1^4)$$

$$D'_2 = \frac{10^{18}}{2N_1^2} (1 + \eta_1^2)$$

$$D'_4 = \frac{10^{28}}{24N_1^4} (1 + 6\eta_1^2)$$

N_1, t_1, η_1 – jak we wzorze 1.5.

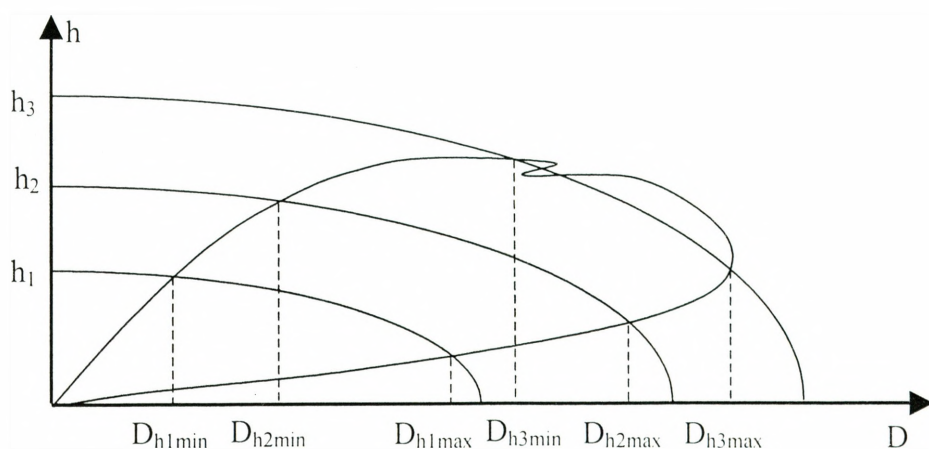
[] – wyrażenia w nawiasach kwadratowych oznaczają symbolicznie rząd wielkości opuszczanych.

Wyniki obliczeń z powyższych wzorów, dla układów sześciostopniowych ($l \leq 3^\circ$) φ i λ , otrzymuje się z dokładnością do $0,0001''$, zbieżność południków c z dokładnością $0,001''$, zaś skalę liniową m z dokładnością 10^{-8} .

3.1.2. Określanie zasięgów wykrywania radarów

W procesie tworzenia rastrowego odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej metodą porównania odległości płaskich proponuje się wyznaczać minimalne oraz maksymalne odległości wykrywania radarów wynikające z ich charakterystyk zasięgowych, uwzględniając jednocześnie prawdopodobieństwo wykrywania obiektów powietrznych oraz ich skuteczną powierzchnię odbicia. Ponadto dla małych wysokości lotu obiektów powietrznych, należy uwzględniać kąty zakrycia, tzn. zasięgi wykrywania wynikające z horyzontu radiowego.

Minimalne oraz maksymalne odległości (płaskie) wykrywania radarów proponuje się określać z charakterystyk zasięgowych podawanych przez producenta. Zasadę określania tych odległości przedstawiono na rys. 3.1. Zasięgi wykrywania każdego typu radaru proponuje się stabilizować i przechowywać w postaci bazy danych radarów.



Rys. 3.1. Zasada określania zasięgów radaru na podstawie charakterystyki zasięgowej

3.1.3. Zależność zasięgu wykrywania radaru od skutecznej powierzchni odbicia obiektu powietrznego

Zasadę wyznaczania zasięgu płaskiego radaru dla różnych skutecznych powierzchni odbicia obiektów powietrznych przedstawiono w punkcie 2.1.3. Przedstawiony w tym punkcie aparat matematyczny jest słuszny również w procesie tworzenia rastrowego odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej metodą porównania odległości płaskich. Zasięg płaski radaru dla różnych skutecznych powierzchni odbicia obiektu powietrznego można zatem wyznaczyć z zależności 2.10.

3.1.4. Zależność zasięgu radaru od prawdopodobieństwa wykrywania obiektów powietrznych

Zasadę wyznaczania zasięgu płaskiego radaru dla różnych prawdopodobieństw wykrywania obiektów powietrznych przedstawiono w punkcie 2.1.4. W procesie tworzenia rastrowego odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej metodą porównania odległości płaskich można wykorzystać tę zasadę. Zasięg płaski radaru można więc wyznaczać z zależności 2.14.

3.1.5. Zasięg horyzontu radiowego

Zasadę wyznaczania horyzontu radiowego przedstawiono na rys. 2.4. Wartość kąta α_z można wyznaczyć z zależności 2.16, natomiast odległość płaską od anteny radaru do przeszkody terenowej (D_{prz}) - z zależności:

$$D_{prz} = \sqrt{|x_r - x_w|^2 + |y_r - y_w|^2} \quad (3.3)$$

gdzie:

x_r, y_r - współrzędne dyslokacji radaru,

x_w, y_w – współrzędne badanego węzła numerycznej mapy terenu.

Znając odległość płaską (D_{prz}), zasięg horyzontu radiowego można wyznaczyć z zależności 2.21.

3.1.6. Określanie odległości węzłów numerycznej mapy terenu od miejsca dyslokacji radaru

W procesie tworzenia rastrowego odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej istnieje potrzeba określania, czy dany element tej przestrzeni jest „widziany” przez wybrany radar, czy też nie. W tym celu należy wyznaczyć odległość danego elementu przestrzeni radiolokacyjnej od miejsca dyslokacji radaru, a następnie porównać wyznaczoną odległość z odpowiednim zasięgiem wykrywania radaru. Wyznaczanie odległości danego elementu przestrzeni radiolokacyjnej od miejsca dyslokacji radaru należy wykonać dla każdej (przyjętej wcześniej) wysokości, co jest jednoznaczne z wyznaczaniem tych odległości na bazie współrzędnych numerycznej mapy terenu. Odległość płaską węzła numerycznej mapy terenu od miejsca dyslokacji radaru dla przyjętej wysokości lotu obiektów powietrznych można wyznaczyć z zależności:

$$D_{wez} = \sqrt{|x_r - x_w|^2 + |y_r - y_w|^2} \quad (3.4)$$

gdzie:

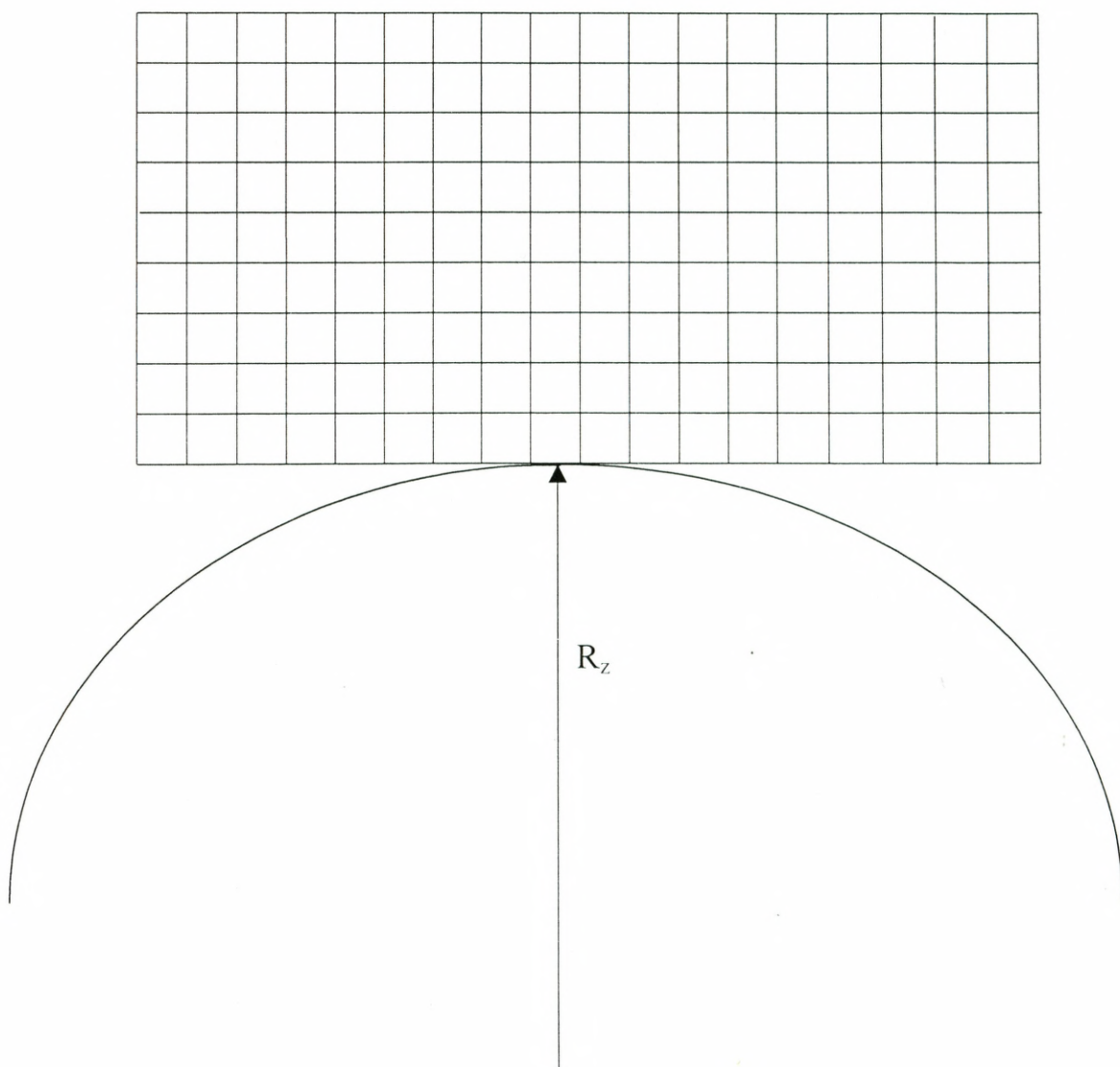
x_r, y_r – współrzędne miejsca dyslokacji radaru,

x_w, y_w – współrzędne badanego węzła numerycznej mapy terenu.

3.1.7. Struktura bazy danych rastrowych

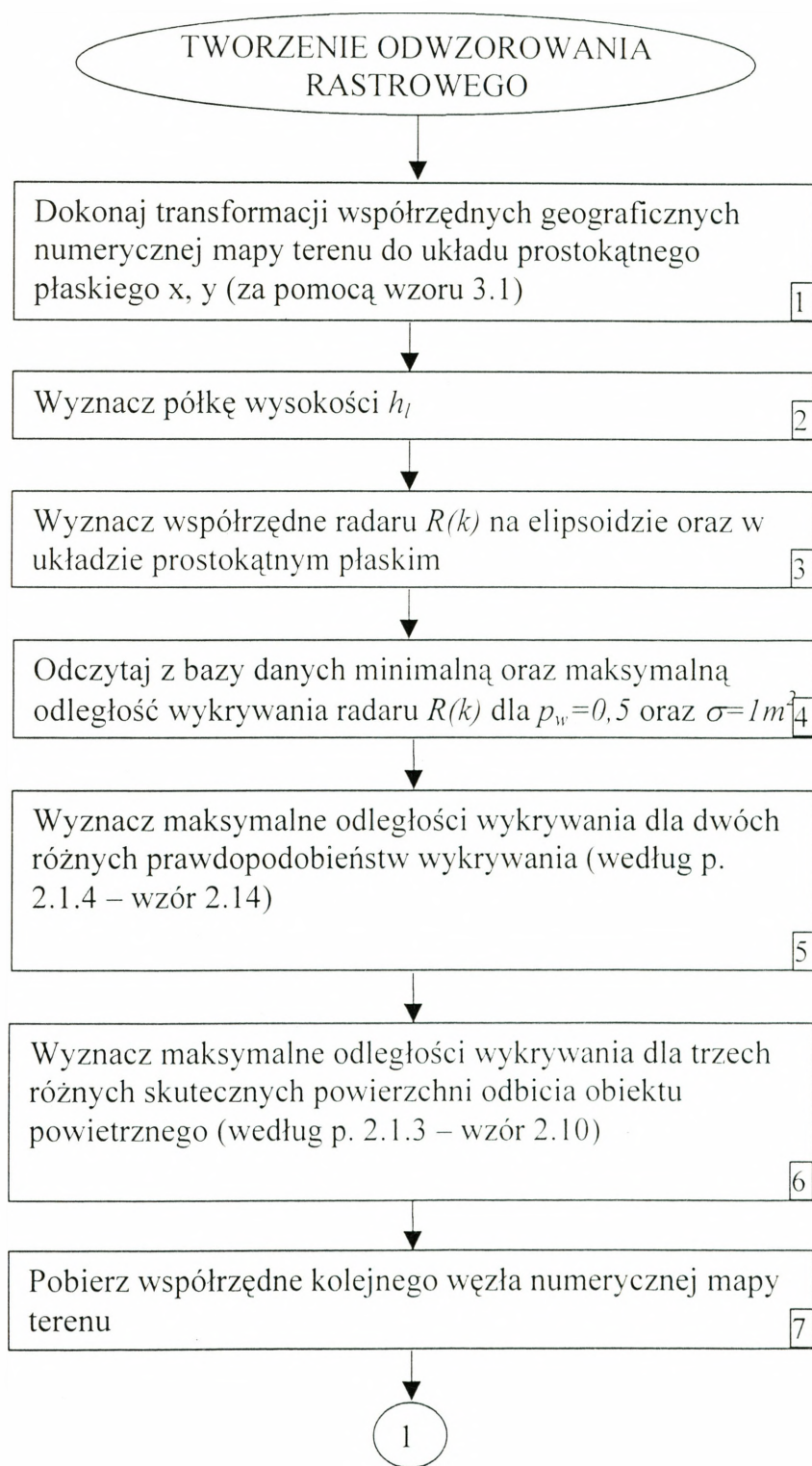
Strukturę bazy danych rastrowych tworzonych metodą porównania odległości płaskich przedstawiono na rys. 3.2. Baza ta, w odróżnieniu od bazy danych rastrowych

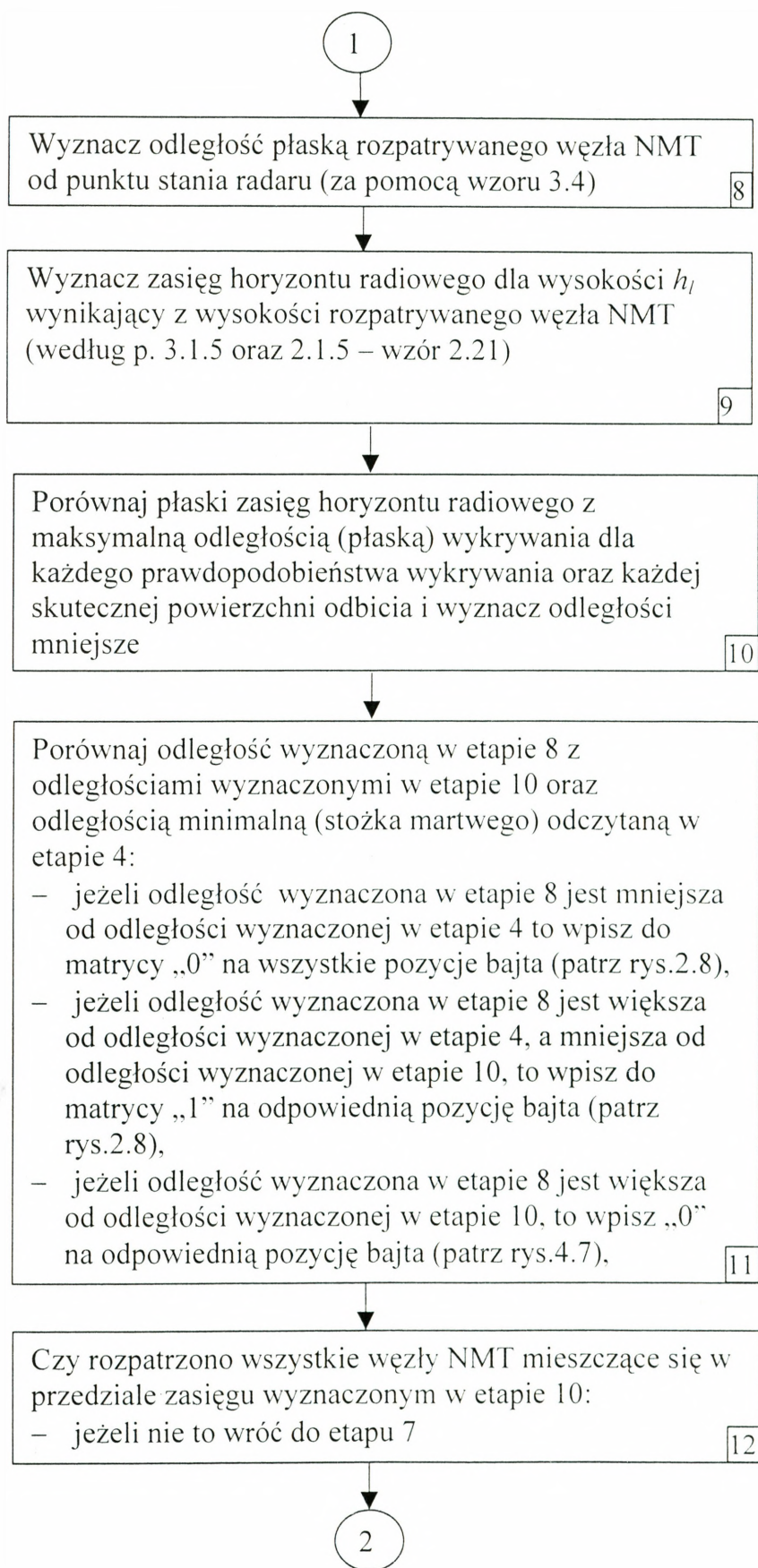
tworzonych metodą porównania odległości sferycznych (rys. 2.6), ma postać prostopadłościanu (bez zniekształceń).

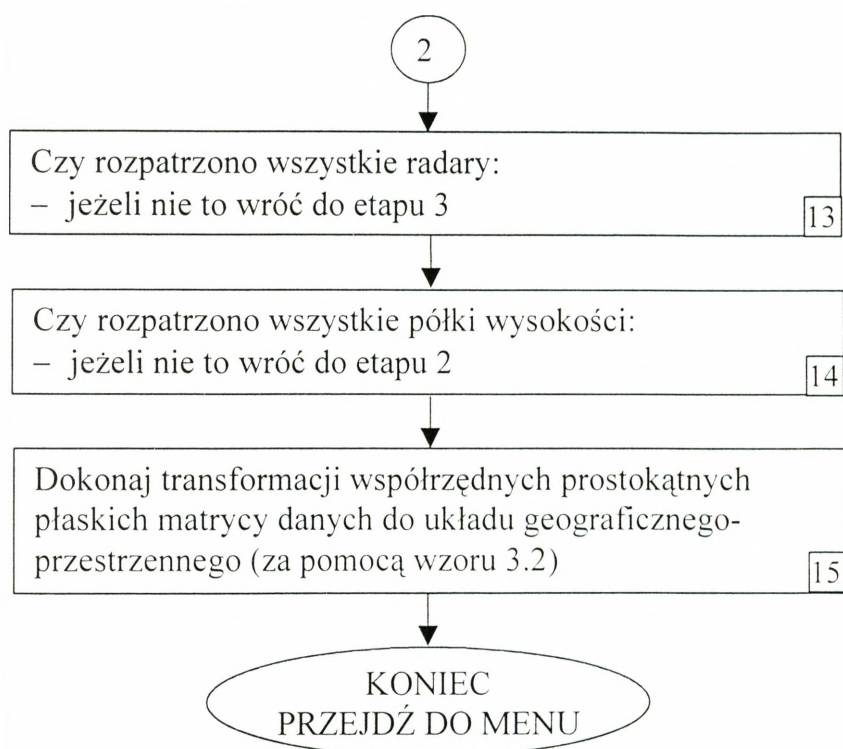


Rys. 3.2. Struktura bazy danych rastrowych

3.1.8. Ogólny algorytm tworzenia odwzorowania rastrowego







3.2. Tworzenie odwzorowania wektorowego

Tworzenie wektorowego odwzorowanie przestrzeni radiolokacyjnej metodą porównania odległości płaskich można podzielić na cztery etapy:

- dokonanie transformacji współrzędnych geograficznych numerycznej mapy terenu do układu prostokątnego płaskiego,
- utworzenie bazy danych wektorowych (tablicy danych),
- wyznaczenie płaskich zasięgów wykrywania radarów na określonych wysokościach z przyjętą dyskretnością azymutalną oraz ustalonym prawdopodobieństwem wykrywania obiektów powietrznych, a także ich skuteczną powierzchnią odbicia,
- wprowadzenie do bazy danych wyznaczonych zasięgów z uwzględnieniem kątów zakrycia.

Transformacji współrzędnych geograficznych numerycznej mapy terenu do układu prostokątnego płaskiego, dla potrzeb tworzenia odwzorowania wektorowego, można dokonać zgodnie z procedurą przedstawioną w punkcie 3.1.1 (wzór 3.1).

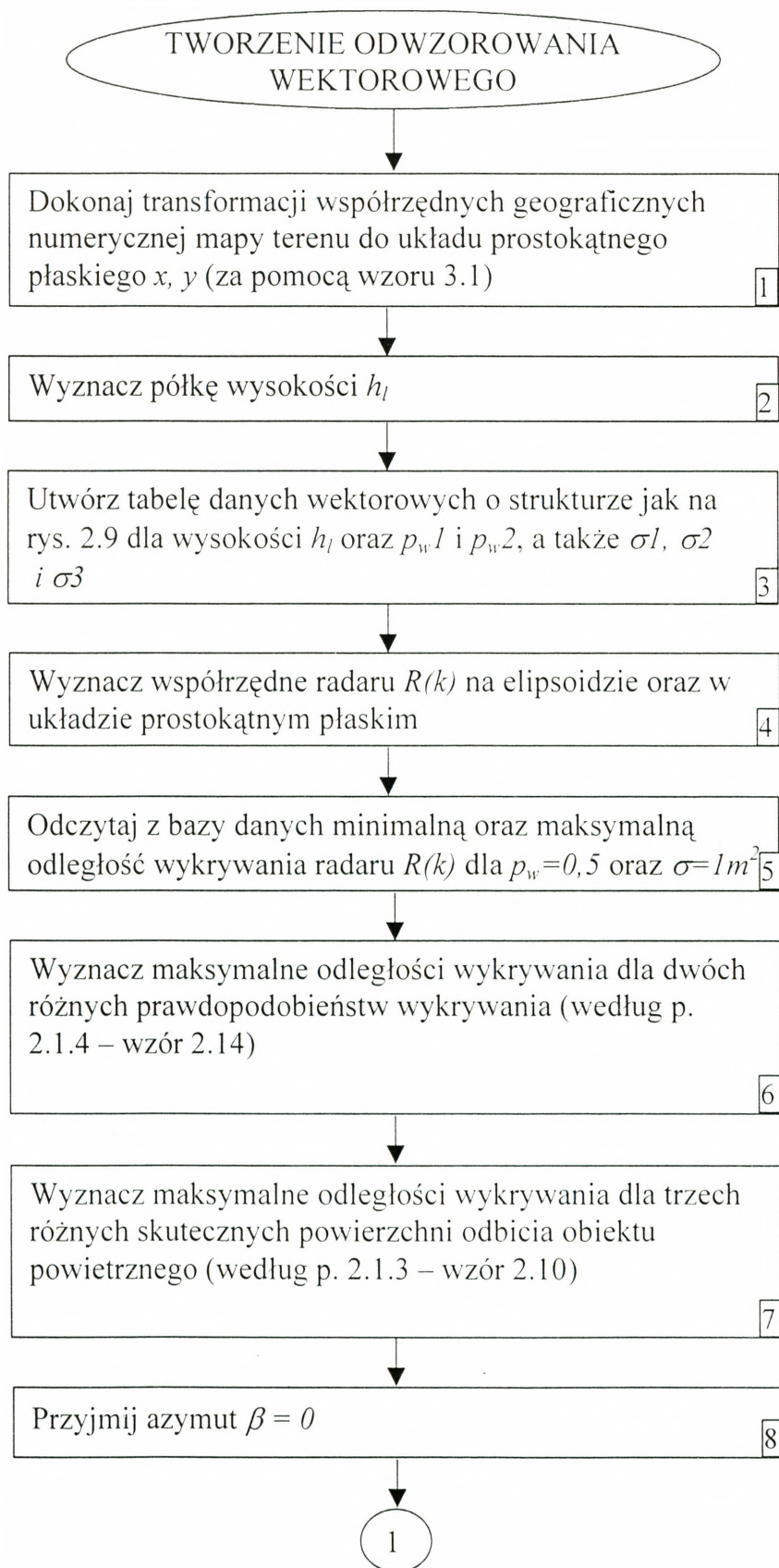
3.2.1. Struktura bazy danych wektorowych

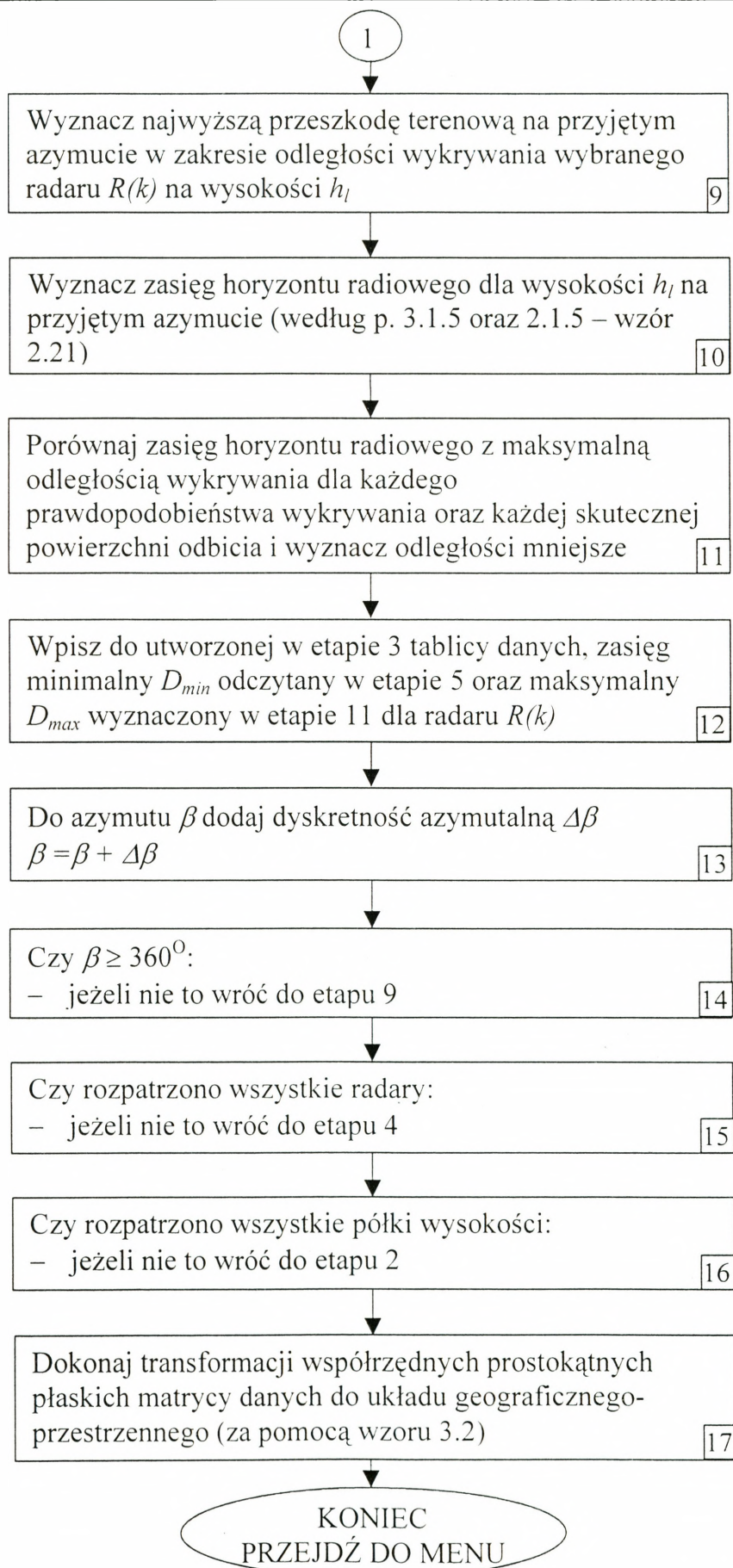
W bazie danych wektorowych tworzonej metodą porównania odległości płaskich proponuje się przechowywać taki sam zestaw danych jak w bazie danych tworzonej metodą porównania odległości sferycznych. Inna będzie jedynie interpretacja przechowywanych w tej bazie odległości. Struktura bazy danych dla potrzeb tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej metodą porównania odległości płaskich będzie zatem zgodna ze strukturą przedstawioną w p.2.2.1 (rys.2.9).

3.2.2. Wyznaczanie płaskich zasięgów wykrywania radarów

Do wyznaczania zasięgów wykrywania radarów w procesie tworzenia wektorowego odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej metodą porównania odległości płaskich można wykorzystać podstawy teoretyczne przedstawione w p. 3.1. Problemem wymagającym rozwiązania jest tutaj problem wyznaczania zasięgu horyzontu radiowego dla określonych azymutów, w tym głównie ustalenie wzniesienia (na danym azymucie) decydującego o największym kącie zakrycia. W celu ustalenia takiego wzniesienia należy porównać wszystkie węzły numerycznej mapy terenu leżące na danym azymucie w zakresie odległości wykrywania danego radaru, wynikającej z charakterystyki zasięgowej dla ustalonych warunków (p_w i σ oraz h_l). W wyniku tego porównania należy wybrać wzniesienie największe i przyjąć je do dalszych obliczeń. Znając współrzędne najwyższego wzniesienia na danym azymucie oraz współrzędne dyslokacji radaru (x_r , y_r), można wyznaczyć odległość płaską od anteny radaru do przeszkody terenowej z zależności 2.26. Dalszy algorytm postępowania w procesie wyznaczania zasięgów wykrywania radarów będzie zgodny z teorią przedstawioną w p. 3.1.2 ÷ 3.1.5.

3.2.3. Ogólny algorytm tworzenia odwzorowania wektorowego





4. METODA PORÓWNANIA WSPÓLRZĘDNYCH BIEGUNOWYCH

Istotą metody porównania współrzędnych biegunowych jest transformacja współrzędnych geodezyjnych elementarnych (dyskretnych) prostopadłościanów przestrzeni radiolokacyjnej do układu współrzędnych biegunowych, a następnie porównanie tych współrzędnych ze współrzędnymi biegunowymi charakterystyk zasięgowych radarów oraz wprowadzenie wyników porównania do tablicy danych. Z uwagi na istotę tej metody przy jej pomocy może być tworzone jedynie odwzorowanie rastrowe.

W celu stworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej metodą porównania współrzędnych biegunowych należy wykonać następujące podstawowe czynności:

- utworzyć bazę (matrycę) danych przestrzennych,
- utworzyć bazę danych radarów w postaci współrzędnych biegunowych (D, ε) ,
- dokonać transformacji współrzędnych geodezyjnych elementarnych prostopadłościanów przestrzeni radiolokacyjnej do układu współrzędnych biegunowych,
- określić zasięgi wykrywania radarów z uwzględnieniem prawdopodobieństwa wykrywania obiektów powietrznych oraz ich skutecznych powierzchni odbicia, a także kątów zakrycia w postaci współrzędnych biegunowych (D, β, ε) ,
- porównać współrzędne biegunowe elementarnych prostopadłościanów przestrzeni radiolokacyjnej z zasięgami wykrywania radarów (D, β, ε) .

4.1. Transformacja współrzędnych geodezyjnych do układu współrzędnych biegunowych

Dla potrzeb transformacji współrzędnych geodezyjnych do układu współrzędnych biegunowych przyjęto następujące założenia:

- pozycja lokacji radaru określona jest we współrzędnych geodezyjnych jako $(\varphi_r, \lambda_r, h_r)$,
- położenie elementarnego prostopadłościanu przestrzeni radiolokacyjnej określone jest również we współrzędnych geodezyjnych jako $(\varphi_o, \lambda_o, h_o)$,

Przyjmując powyższe założenia transformacji współrzędnych geodezyjnych do układu współrzędnych biegunowych można dokonać w trzech etapach. W pierwszym z nich należy dokonać transformacji współrzędnych geodezyjnych do układu współrzędnych geocentrycznych ortokartezjańskich. W tym celu należy przeliczyć współrzędne elementarnego prostopadłościanu przestrzeni radiolokacyjnej $(\varphi_o, \lambda_o, h_o)$, do układu ortokartezjańskiego (x_o, y_o, z_o) korzystając z zależności [28]:

$$\begin{aligned} x_o &= (N + h_o) \cos \varphi_o \cos \lambda_o \\ y_o &= (N + h_o) \cos \varphi_o \sin \lambda_o \\ z_o &= [(1 - e^2)N + h_o] \sin \varphi_o \end{aligned} \quad (4.1)$$

gdzie:

$$N = \frac{a}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_o)}} \quad - \text{promień krzywizny przekroju prostopadłego do}$$

południka w punkcie o szerokości geodezyjnej φ_o ,

e – pierwszy mimośród elipsoidy obrotowej spłaszczonej obliczany jak we wzorze 2.1.

W drugim etapie należy dokonać transformacji współrzędnych ortokartezjańskich elementarnego prostopadłościanu przestrzeni radiolokacyjnej (x_o, y_o, z_o) do układu współrzędnych topocentrycznych (ξ, η, ζ) o początku $(\varphi_r, \lambda_r, h_r)$. Układ topocentryczny ma następującą orientację: oś ζ przebiega wzdłuż przedłużenia normalnej do powierzchni elipsoidy w punkcie $(\varphi_r, \lambda_r, h_r)$, oś ξ leży w płaszczyźnie południka przechodzącego przez punkt $(\varphi_r, \lambda_r, h_r)$ i skierowana jest w stronę osi obrotu elipsoidy, natomiast oś η jest prostopadła do osi ξ , oraz ζ i skierowana jest w stronę

narastającej długości geodezyjnej λ . Transformacji tej należy dokonać według następujących zależności [7]:

$$\begin{aligned}\xi_o &= (z_o + e^2 N_r \sin \varphi_r) \cos \varphi_r - (x_o \cos \lambda_r + y_o \sin \lambda_r) \sin \varphi_r \\ \eta_o &= y_o \cos \lambda_r - x_o \sin \lambda_r \\ \zeta_o &= (z_o + e^2 N_r \sin \varphi_r) \sin \varphi_r + (x_o \cos \lambda_r + y_o \sin \lambda_r) - (N_r + h_r)\end{aligned}\quad (4.2)$$

gdzie:

$$N_r = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_r}}$$

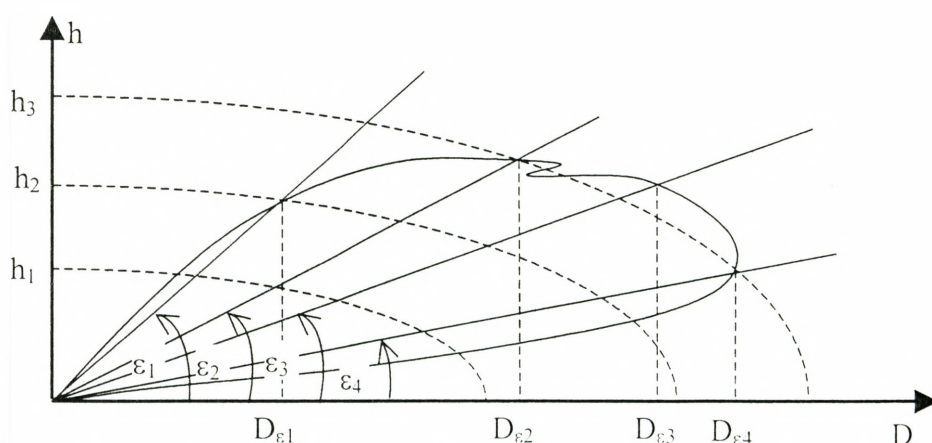
W etapie trzecim należy dokonać transformacji współrzędnych topocentrycznych elementarnych prostopadłościanów przestrzeni radiolokacyjne (ξ_o, η_o, ζ_o) do układu współrzędnych lokalnych radaru (D, β, ε) . Transformacji tej można dokonać według następujących zależności [21]:

$$\begin{aligned}D &= \sqrt{\xi_o^2 + \eta_o^2 + \zeta_o^2} \\ \beta &= \arctg \frac{\eta_o}{\zeta_o} \\ \varepsilon &= \arcsin \frac{\xi_o}{D} \quad \text{lub} \quad \varepsilon = \arctg \frac{\xi_o}{\sqrt{\eta_o^2 + \zeta_o^2}}\end{aligned}\quad (4.3)$$

Przedstawiona powyżej procedura transformacji współrzędnych geodezyjnych do układu współrzędnych lokalnych radaru pozwala wyznaczyć parametry geometryczne elementarnych prostopadłościanów przestrzeni radiolokacyjne, co oznacza, że procedura ta nie uwzględnia zjawiska refrakcji atmosferycznej. Wstępna analiza problemu pozwala przypuszczać, że istnieje możliwość uwzględnienia tego zjawiska przy założeniu liniowych zmian gradientu współczynnika załamania atmosferycznego. Można to uwzględnić poprzez odpowiednie wyznaczenie parametrów elipsoidy odniesienia przy założeniu prostoliniowego rozchodzenia się fal elektromagnetycznych.

4.2. Określanie zasięgów wykrywania radarów

W procesie tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej metodą porównania współrzędnych biegunowych proponuje się przyjąć takie same uwarunkowania oraz uwzględniać takie same czynniki jak w procesie tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej metodą porównania odległości płaskich. Inną będzie natomiast zasada określania odległości wykrywania radarów, bowiem odległości te określane będą w innym układzie współrzędnych. Zasadę tę przedstawiono na rys. 4.1.



Rys. 4.1. Zasada określania zasięgu pochylego radaru

Z charakterystyk zasięgowych podawanych przez producenta można wyznaczyć zasięgi płaskie dla określonych kątów elewacji ε . Na podstawie tych zasięgów należy wyznaczyć zasięgi pochyle dla określonych kątów elewacji z zależności:

$$D_{poch} = \frac{D_{\varepsilon}}{\cos \varepsilon} \quad (4.4)$$

W ten sposób określone zostaną pary współrzędnych (D_{poch}, ε) dla wszystkich azymutów β . Azymut ten będzie również determinował zasięgi horyzontu radiowego. Zatem współrzędne biegunowe (D_{poch}, ε) należy określać dookoła, dla wszystkich

zymutów β z pewną dyskretnością $\Delta\beta$. Problem ten przedstawiono w dalszej części opracowania.

4.3. Wyznaczanie zasięgu pochylego dla różnych skutecznych powierzchni odbicia obiektu powietrznego

Zasięg wykrywania radaru (pochyły) D_{poch} zależy od potencjału energetycznego radaru oraz skutecznej powierzchni odbicia obiektu powietrznego. Zasięg ten dla dowolnej wartości skutecznej powierzchni odbicia można zatem wyznaczyć z zależności:

$$D_{poch} = D_{\sigma_{zul}} \sqrt{\frac{\sigma}{\sigma_{zul}}} \quad (4.5)$$

gdzie:

σ – skuteczna powierzchnia odbicia obiektu powietrznego.

σ_{zul} – założona skuteczna powierzchnia odbicia obiektu powietrznego, dla której znany jest zasięg wykrywania radaru $D_{\sigma_{zul}}$.

$D_{\sigma_{zul}}$ – zasięg wykrywania radaru dla założonej skutecznej powierzchni odbicia obiektu powietrznego σ_{zul} .

4.4. Wyznaczanie zasięgu pochylego dla różnych prawdopodobieństw wykrywania obiektów powietrznych

Zasięg wykrywania radaru (pochyły) dla dowolnej wartości prawdopodobieństwa wykrywania obiektów powietrznych można wyznaczać z zależności [3]:

$$D_{poch} = D_{0.5} \sqrt[4]{\frac{\ln p_w}{-0.68}} \quad (4.6)$$

gdzie:

$D_{0.5}$ – zasięg wykrywania radaru dla prawdopodobieństwa równego 0.5,

D_{poch} – zasięg wykrywania radaru dla prawdopodobieństwa równego p_w .

4.5. Zasada wyznaczania kąta zakrycia

Zasadę wyznaczania kąta zakrycia przedstawiono na rys. 2.4. Wartość kąta α_z można wyznaczyć z zależności:

$$\alpha_z = \arctg \frac{h_{pt} - (h_a + h_{poz} + \Delta h)}{D_{prz}} \quad (4.7)$$

gdzie:

h_{pt} – wysokość przeszkody terenowej,

h_a – wysokość zawieszenia anteny,

h_{poz} – wysokość pozycji (wysokość terenu w punkcie stania radaru),

$\Delta h = \frac{D_{prz}^2}{2R_e}$ – poprawka wysokości uwzględniająca krzywiznę Ziemi oraz refrakcję fal elektromagnetycznych,

D_{prz} – odległość od anteny radaru do przeszkody terenowej,

R_e – ekwiwalentny promień Ziemi równy 8500 km.

Odległość płaską od anteny radaru do przeszkody terenowej (D_{prz}) można natomiast wyznaczyć z zależności:

$$D_{prz} = \sqrt{|x_r - x_{prz}|^2 + |y_r - y_{prz}|^2} \quad (4.8)$$

gdzie:

x_r, y_r – współrzędne prostokątne dyslokacji radaru,

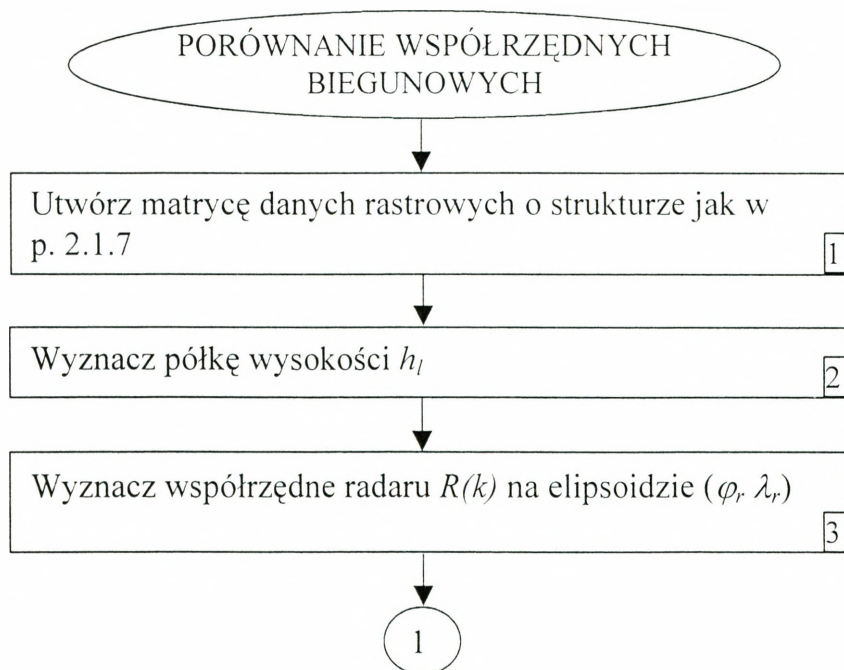
x_{prz}, y_{prz} – współrzędne prostokątne przeszkody terenowej.

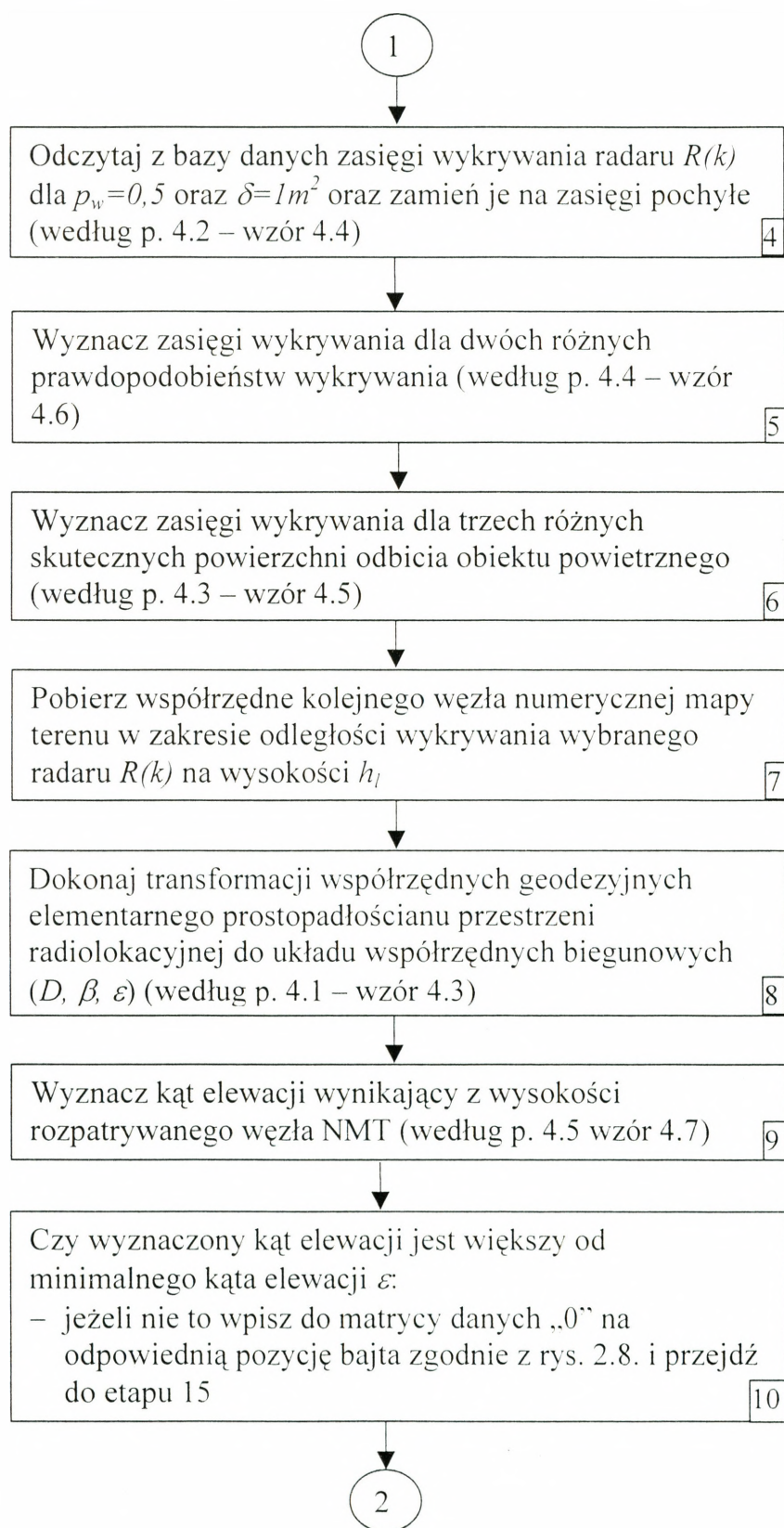
Wartości kąta α_z następnie będą porównywane z wartościami kąta elewacji ε . W metodzie porównania współrzędnych biegunowych nie ma potrzeby zatem wyznaczania zasięgu horyzontu radiowego (D_{hr}), bowiem metoda ta bazuje na porównaniu odległości pochyłych (D_{poch}) oraz kątów elewacji (ε) lub kątów zakrycia (α_z).

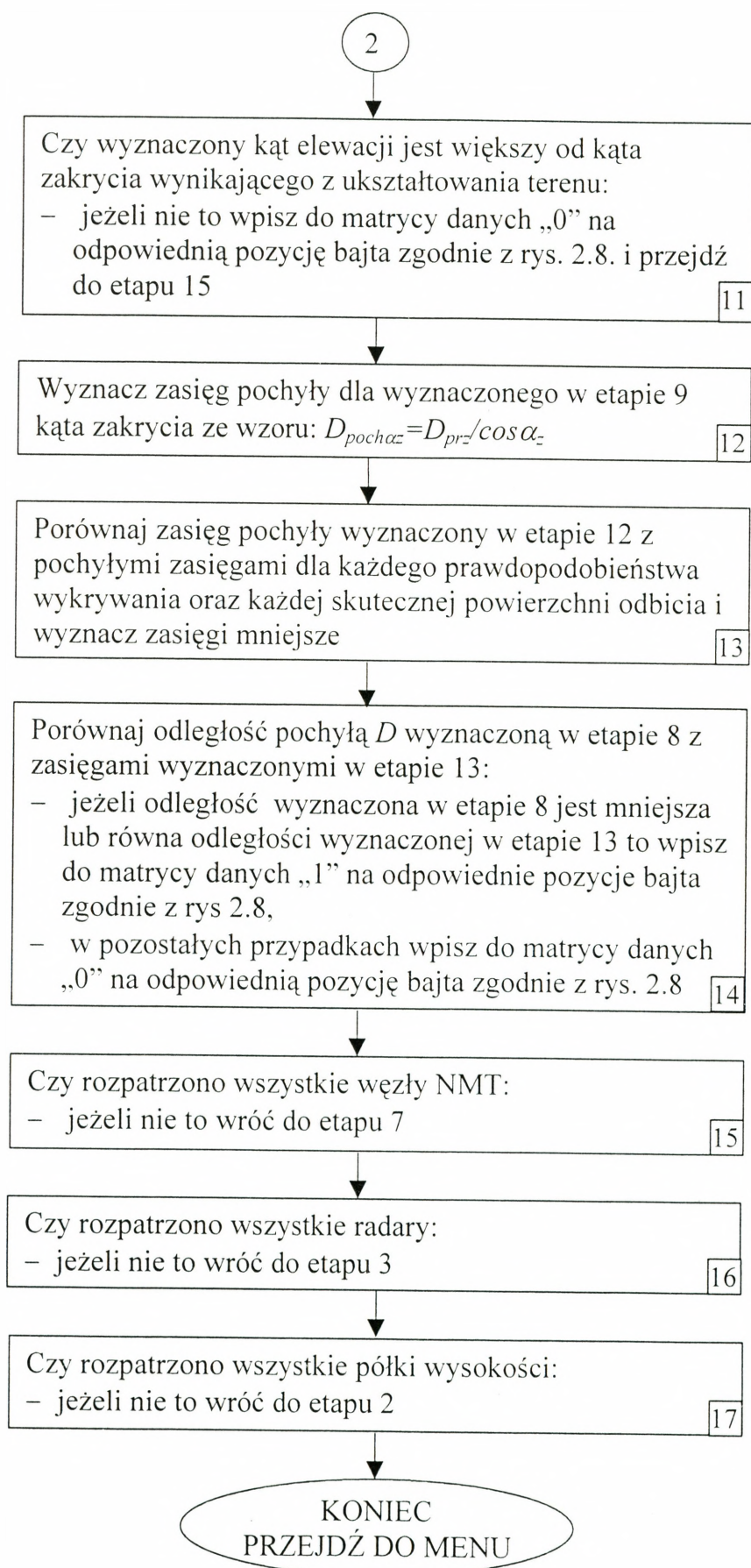
4.6. Struktura bazy danych

Strukturę bazy danych można przyjąć jak w p. 2.1.7.

4.7. Ogólny algorytm tworzenia odwzorowania







5. METODA PORÓWNANIA WSPÓŁRZĘDNYCH GEODEZYJNYCH

Istotą metody porównania współrzędnych geodezyjnych jest transformacja odwrotna do wykonywanej w metodzie porównania współrzędnych biegunowych tzn. transformacja współrzędnych biegunowych charakterystyk zasięgowych radarów do układu współrzędnych geodezyjnych, a następnie porównanie tych współrzędnych ze współrzędnymi geodezyjnymi elementarnych (dyskretnych) prostopadłościanów przestrzeni radiolokacyjnej i wprowadzenie wyników porównania do trójwymiarowej tablicy danych. Z uwagi na istotę tej metody przy jej pomocy może być tworzone w zasadzie jedynie odwzorowanie rastrowe.

W celu stworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej metodą porównania współrzędnych geodezyjnych należy wykonać następujące podstawowe czynności:

- utworzyć bazę (matrycę) danych przestrzennych,
- utworzyć bazę danych stref wykrywania radarów w postaci współrzędnych biegunowych (D, ε) ,
- określić zasięgi wykrywania radarów z uwzględnieniem prawdopodobieństwa wykrywania obiektów powietrznych oraz ich skutecznych powierzchni odbicia, a także kątów zakrycia w postaci, współrzędnych biegunowych (D, β, ε) ,
- dokonać transformacji współrzędnych biegunowych zasięgów wykrywania radarów do układu współrzędnych geodezyjnych,
- porównać współrzędne geodezyjne elementarnych prostopadłościanów przestrzeni radiolokacyjnej ze współrzędnymi geodezyjnymi zasięgów wykrywania radarów,
- wyniki porównania wprowadzić do przestrzennej bazy danych.

Z uwagi na podobieństwo tej metody do metody porównania współrzędnych biegunowych niektóre z wyżej wymienionych czynności można wykonać według procedury przedstawionej w rozdziale 4. W procesie tworzenia przestrzeni radiolokacyjnej metodą porównania współrzędnych geodezyjnych należy zatem uwzględnić teorię przedstawioną w p. 4.2÷4.6.

5.1. Transformacja współrzędnych biegunowych do układu współrzędnych geodezyjnych

Najpowszechniej stosowanym w radiolokacji układem współrzędnych jest układ biegunowy. Jego początek znajduje się w miejscu stania radaru. Położenie obiektu powietrznego w tym układzie współrzędnych określa się przy pomocy trzech współrzędnych. Są to:

- odległość skośna, mierzona od anteny radaru do obiektu powietrznego (D),
- azymut obiektu powietrznego czyli kąt, mierzony w płaszczyźnie poziomej, zawarty między kierunkiem na północ a rzutem na płaszczyznę poziomą prostej przechodzącej przez antenę radaru i obiekt powietrzny (β),
- kąt wzniesienia (elewacji) czyli kąt, mierzony w płaszczyźnie pionowej, zawarty między kierunkiem na obiekt powietrzny a jego rzutem na płaszczyznę poziomą (ε).

Współrzędne biegunowe (D , β , ε) określane są bezpośrednio przez radar, tzn. bez dodatkowych przekształceń. W praktyce radiolokacyjnej kąt elewacji często przelicza się na wysokość lotu obiektu powietrznego (h). Przeliczenia tego można dokonać za pomocą następującej zależności:

$$h = D \sin \varepsilon \quad (5.1)$$

Dla dużych odległości D należy wprowadzić poprawkę wynikającą z krzywizny Ziemi:

$$h = h_a + D \sin \varepsilon + \frac{D^2}{2R_z} \quad (5.2)$$

gdzie:

h_a – wysokość zawieszenia anteny radaru,

R_z – promień Ziemi.

Przeliczenia współrzędnych biegunowych do współrzędnych geodezyjnych można dokonać pośrednio poprzez ekwiwalentną kulę lub bezpośrednio na elipsoidzie.

Pierwszy sposób (poprzez ekwiwalentną kulę) polega na tym, że fragment elipsoidy odniesienia odpowiadający terytorium kraju zastępuje się ekwiwalentną kulą o takim przyłożeniu oraz promieniu R_k , aby zminimalizować błędy długości drogi geodezyjnej na elipsoidzie odniesienia oraz odpowiadającej mu długości łuku koła wielkiego na proponowanej kuli. W tym celu proponuje się dokonać przekształcenia konforemnych współrzędnych geograficznych na elipsoidzie (φ, λ) na współrzędne geograficzne na kuli (φ_k, λ_k) zgodnie ze wzorami [7]:

$$\begin{aligned}\varphi_k &= \varphi - k_2 \sin 2\varphi + k_4 \sin 4\varphi - k_6 \sin 6\varphi \\ \lambda_k &= \lambda\end{aligned}\quad (5.3)$$

gdzie:

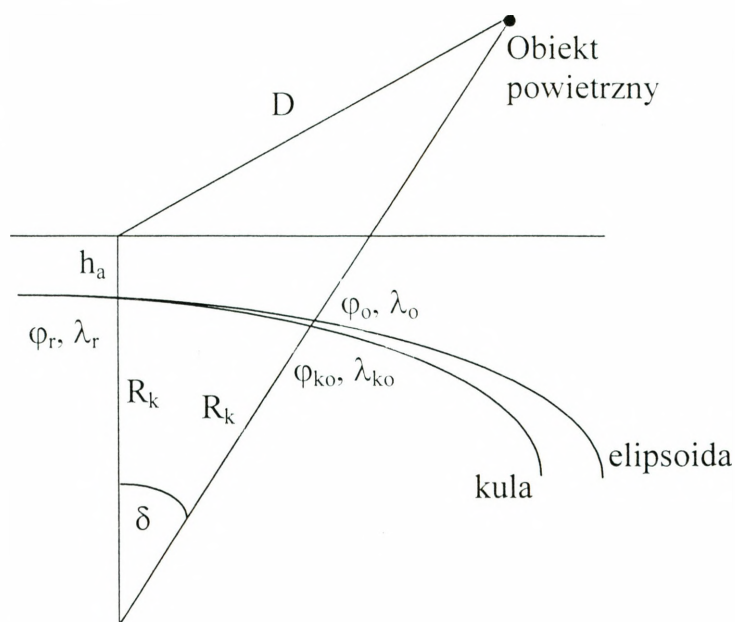
$$k_2 = \frac{e^2}{2} + \frac{5e^4}{24} + \frac{3e^6}{32}$$

$$k_4 = \frac{5e^4}{48} + \frac{7e^6}{80}$$

$$k_6 = \frac{13e^6}{480}$$

Następnie należy wyliczyć promień ekwiwalentnej kuli za pomocą wzoru [28]:

$$R_k = \frac{N \cos \varphi}{\cos \varphi_k} \quad (5.4)$$



Rys.5.1. Ilustracja do twierdzenia Carnota

Dla parametrów pomiarowych obiektu (D, β, ε) oraz pozycji radaru $(\varphi_r, \lambda_r, h_w)$ można wyliczyć współrzędne geograficzne obiektu na elipsoidzie $(\varphi_o, \lambda_o, h_o)$. W tym celu z twierdzenia Carnota należy obliczyć współrzędną azymutalną δ na kuli (patrz rys. 5.1) za pomocą następujących wzorów [21]:

$$\cos \delta = \frac{(R_k + h_a)^2 + (R_k + h)^2 + D^2}{2(R_k + h_a)(R_k + h)} \quad (5.5)$$

$$\delta = \arctg \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \delta}}{\cos \delta}$$

Znając współrzędne azymutalne obiektu β, δ można obliczyć współrzędne geograficzne obiektu na kuli $(\varphi_{ko}, \lambda_{ko})$ wykorzystując następujące wzory [7]:

$$\sin \varphi_{ko} = \cos \delta \sin \varphi_{kr} + \sin \delta \cos \varphi_{kr} \cos \beta$$

$$\sin(\lambda_{ko} - \lambda_{kr}) = \frac{\sin \beta \sin \delta}{\cos \varphi_{ko}} \quad (5.6)$$

gdzie:

$\varphi_{kr}, \lambda_{kr}$ – współrzędne geograficzne radaru na kuli obliczone za pomocą wzorów 5.3.

Współrzędne geograficzne obiektu na kuli $(\varphi_{ko}, \lambda_{ko})$ można również wyznaczyć wykorzystując następujące wzory [21]:

$$\varphi_{ko} = \arctg \frac{\sin \varphi_{ko}}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi_{ko}}}$$

$$\lambda_{ko} = \arctg \frac{\sin(\lambda_{ko} - \lambda_{kr})}{\sqrt{1 - \sin^2(\lambda_{ko} - \lambda_{kr})}} + \lambda_{kr} \quad (5.7)$$

Na koniec należy dokonać przekształcenia współrzędnych geograficznych na kuli $(\varphi_{ko}, \lambda_{ko})$ na współrzędne geograficzne na elipsoidzie (φ_o, λ_o) według następujących wzorów [13]:

$$\begin{aligned}\varphi_o &= \varphi_{ko} + k_2 \sin 2\varphi_{ko} + k_4 \sin 4\varphi_{ko} + k_6 \sin 6\varphi_{ko} \\ \lambda_o &= \lambda_{ko}\end{aligned}\quad (5.8)$$

gdzie:

$$\begin{aligned}k_2 &= \frac{e^2}{2} + \frac{5e^4}{24} + \frac{e^6}{12} \\ k_4 &= \frac{7e^4}{48} + \frac{29e^6}{240} \\ k_6 &= \frac{7e^6}{120}\end{aligned}$$

Pełne współrzędne geodezyjne obiektu zawierają oprócz (φ_o, λ_o) wysokość obiektu h_o nad powierzchnią elipsoidy. Współrzędna ta jest równa wysokości h określonej przez radar we współrzędnych biegunowych. W ten sposób tworzona jest trójka współrzędnych geodezyjnych obiektu powietrznego $(\varphi_o, \lambda_o, h_o)$.

Druga metoda przeliczania współrzędnych biegunowych do współrzędnych geodezyjnych polega na wykonaniu obliczeń bezpośrednio na elipsoidzie. Istotą proponowanej metody jest aproksymacja krzywizny elipsoidy odniesienia w punkcie lokalizacji radaru $(\varphi_r, \lambda_r, h_o)$ na kierunku azymutu β promieniem krzywizny R_β wyliczonym ze wzoru Eulera [13]:

$$\frac{1}{R_\beta} = \frac{\cos^2 \beta}{M} + \frac{\sin^2 \beta}{N} \quad (5.9)$$

gdzie:

$$M = \frac{a(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 \varphi_r)^3}} - \text{promień krzywizny południkowej w punkcie } (\varphi_r, \lambda_r),$$

$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_r}}$ – promień krzywizny przekroju prostopadłego do

południka w punkcie o szerokości geograficznej (φ_r),

e – pierwszy mimośród elipsoidy obrotowej spłaszczonej obliczany jak we wzorze 1.2.

Następnie do wzoru 5.5 w miejsce R_k należy podstawić R_β i wyliczyć δ , a także obliczyć długość drogi S_β pomiędzy punktem położenia radaru a rzutem pionowym punktu położenia obiektu na elipsoidę według wzoru [21]:

$$S_\beta = R_\beta \delta \quad (5.10)$$

Korzystając następnie z procedury rozwiązywania zadania geodezyjnego wprost (patrz załącznik 1 i 2) należy obliczyć współrzędne φ_o , λ_o oraz h_o . Podstawiając do procedury:

$$A_1 = \beta, \quad B_1 = \varphi_r, \quad L_1 = \lambda_r, \quad S = S_\beta \quad (5.11)$$

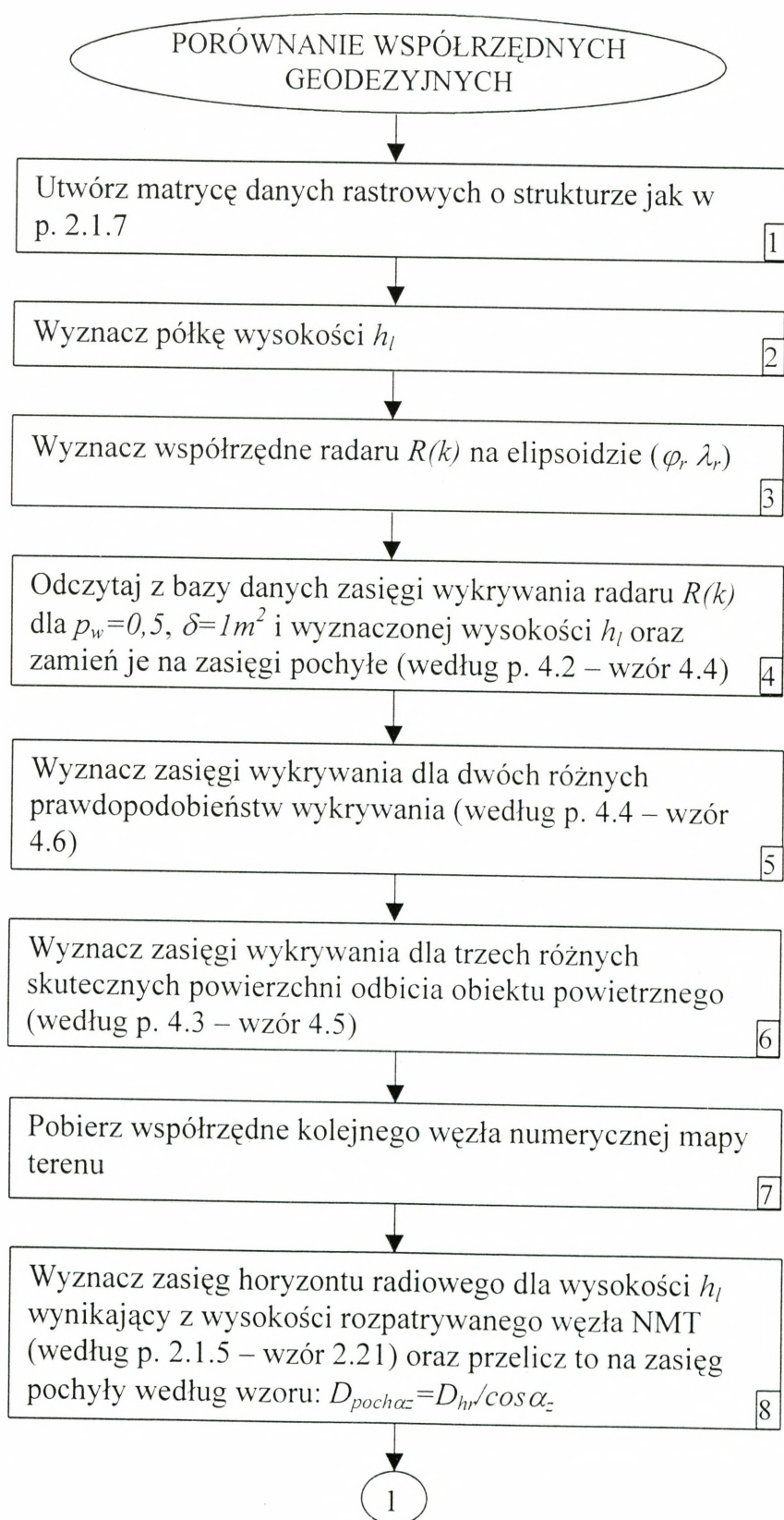
W wyniku działania procedury otrzymuje się współrzędne geograficzne obiektu powietrznego na elipsoidzie:

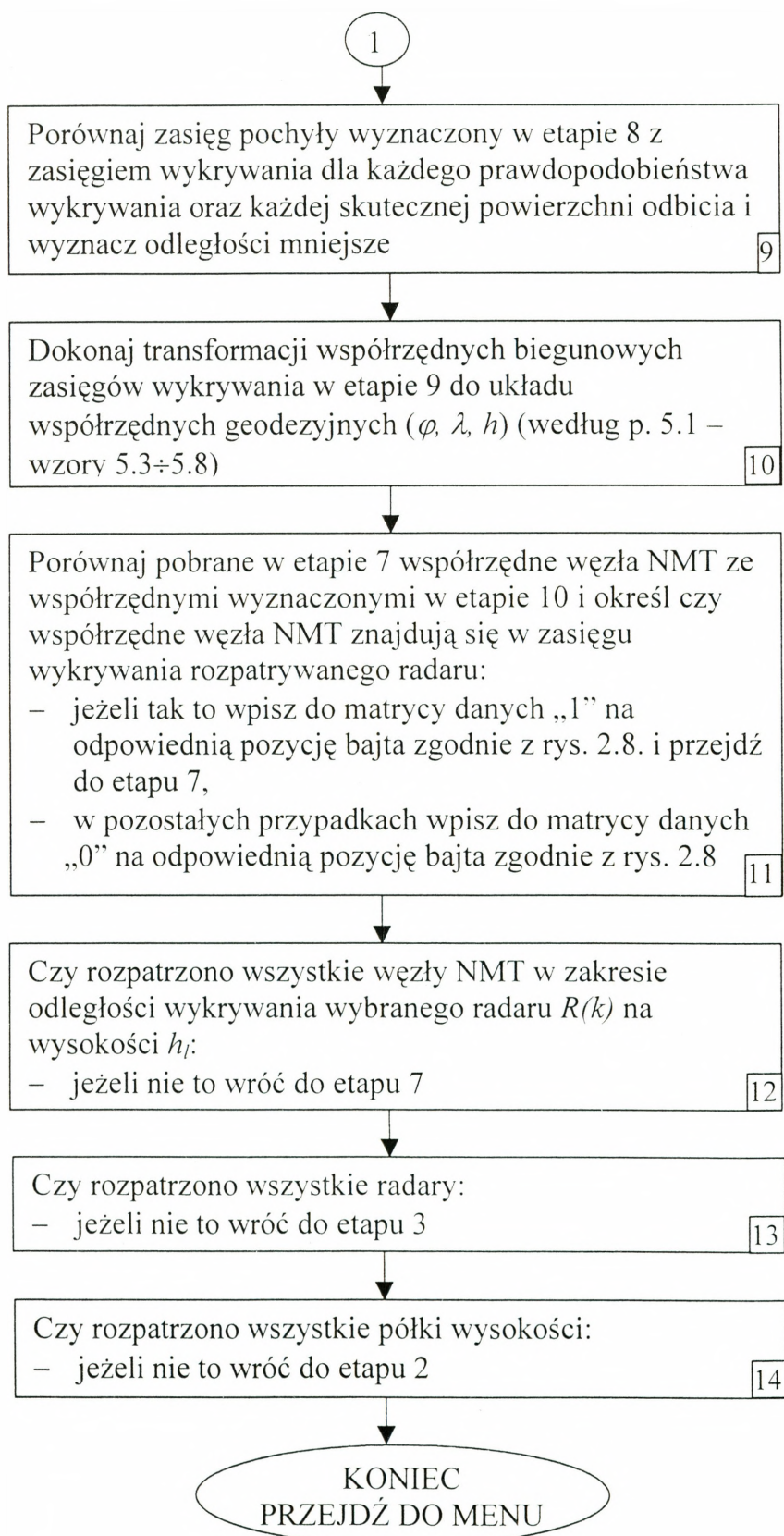
$$\varphi_o = B_2, \quad \lambda_o = L_2 \quad (5.12)$$

Przyjmując pomierzoną przez radar wysokość h jako trzecia współrzędna otrzymuje się kompletne współrzędne geodezyjne obiektu powietrznego (φ_o , λ_o , h_o).

Błędy popełnione z tytułu przyjęcia długości drogi geodezyjnej S_β obliczanej na kuli o promieniu R_β , a nie na powierzchni elipsoidy, są funkcją kąta δ i zmieniają się w zakresie od centymetrów do kilku decymetrów [21]. Ze względu jednak na wielkość tych błędów zaleca się stosowanie drugiej metody wyliczania współrzędnych geodezyjnych obiektu powietrznego (φ_o , λ_o , h_o) polegającej na wykonaniu obliczeń bezpośrednio na elipsoidzie odniesienia oraz wykorzystaniu do obliczeń procedury rozwiązywania zadania geodezyjnego wprost (załącznik 2).

5.2. Ogólny algorytm tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej





WNIOSKI

Tworzenie odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej jest złożonym problemem, rozwiązaniem którego zajmowało się wiele instytucji i ośrodków naukowych. W każdym z nich rozwiązywano ten problem jedynie częściowo i w znacznym uproszczeniu – zgodnie z własnymi potrzebami. Podyktowane to było nie tylko prącochłonnością i złożonością problemu lecz także brakiem możliwości jego kompleksowego i profesjonalnego rozwiązania. Z przeprowadzonych wstępnie badań i analiz wynika, że takie możliwości już istnieją, a znacznym postępowaniem w rozwiązaniu tego problemu może być opracowanie metod tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej.

Opracowanie niniejsze zawiera w szczególności krótki przegląd układów współrzędnych przydatnych w procesie tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej, a także oryginalną teorię tworzenia tego odwzorowania czterema metodami. Do metod tych zaliczono:

- metodę porównania odległości sferycznych,
- metodę porównania odległości płaskich,
- metodę porównania współrzędnych biegunowych,
- metodę porównania współrzędnych geodezyjnych.

Ze względu na istotę tych metod, dla celów porównania i oceny, można je podzielić na dwie grupy tj.:

- metody porównania odległości,
- metody porównania współrzędnych.

Dla potrzeb implementacji przedstawionej teorii metod tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej należy dokonać ich wstępnej selekcji. Na obecnym etapie badań i analiz wydaje się, że z metod porównania odległości lepszą będzie metoda porównania odległości sferycznych. Jest ona bowiem metodą dokładniejszą, posiadającą większą wiarygodność odwzorowania. Wielkość błędów wnoszonych przez metodę porównania odległości płaskich zależy od zasięgu

wykrywania radaru (patrz zał. 5). Analiza porównania współrzędnych wykazała wyższość metody porównania współrzędnych biegunowych nad metodą porównania współrzędnych geodezyjnych. Ta druga jest bowiem bardziej skomplikowana, wymaga realizacji złożonych procedur transformacji współrzędnych, a zatem wnosi dodatkowe błędy przekształceń.

Po wstępnej selekcji metod tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej można więc przyjąć metodę porównywania odległości sferycznych oraz metodę porównywania współrzędnych biegunowych do dalszych badań. Analiza tych metod oraz wybór lepszej z nich wymaga dalszych szczegółowych badań. Proponuje się zatem oprogramowanie obydwu metod oraz dokonanie ich testowania celem wyselekcjonowania najlepszej.

Z uwagi na użytkowy charakter opracowanych metod tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej uwzględniono w nich powszechnie stosowane metody wyznaczania wysokości lotu obiektu powietrznego h_l oraz odległości poziomej D . Jednakże autorzy zdają sobie sprawę z ich niedoskonałości. W załącznikach 4 i 5 przedstawiono zatem proponowane metody wyznaczania tych wielkości (h_l i D). Wydaje się, że metody te eliminują dostrzeżone przez autorów niedoskonałości powszechnie stosowanych metod, a zastosowanie ich w całym systemie radiolokacyjnym w znacznym stopniu zwiększyłoby wiarygodność informacji radiolokacyjnej.

LITERATURA

1. Antczak S. i inni: Analiza geograficznych systemów informacyjnych pod względem ich przydatności w radiolokacji. Zadanie badawcze I cz.I projektu badawczego typu „grant” nr 0 T00A 012 16 nt. „Numeryczna mapa przestrzeni radiolokacyjnej”. Akademia Obrony Narodowej, Wydział Wojsk Lotniczych i Obrony Powietrznej. Warszawa, 1999.
2. Antczak S. i inni: Numeryczna mapa przestrzeni radiolokacyjnej. Analiza geograficznych systemów informacyjnych pod względem ich przydatności w radiolokacji. Opracowanie w ramach projektu badawczego typu „grant” nr 0 T00A 012 16. Zadanie badawcze I cz.II. Akademia Obrony Narodowej, Wydział Wojsk Lotniczych i Obrony Powietrznej. Warszawa, 1999.
3. Antczak S. i inni: Podstawy teoretyczne odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej. Zadanie badawcze projektu badawczego typu „grant” nr 0 T00A 012 16 nt. „Numeryczna mapa przestrzeni radiolokacyjnej”. AON, Warszawa, 1999.
4. Barton David.K.: Radars. vol.5, Radar Clutter 1975.
5. Barton David.K.: Radars. vol.2, The Radar Equation 1974.
6. Brookner F.: How to look like a genius in detection without really trying. Massachusetts, 1974.
7. Biesaga Z.: Geodezja wyższa. Geodezyjne układy współrzędnych i ich transformacja. WAT, Warszawa, 1992.
8. Colette Rolland: Bazy danych. Od koncepcji do realizacji. PWE, Warszawa, 1988.
9. Cormen T. H., Leiserson C. E., Rivest R. L.: Wprowadzenie do algorytmów. WNT, Warszawa, 1997.
10. Czarnecki K.: A concept of geoid determination from GPS-derived positions and ground gravity data. Reports of Geodesy nr 1. Politechnika Warszawska 1991.
11. Date C.J.: Wprowadzenie do baz danych. WNT, Warszawa, 1981.
12. Delobel C., Adiba M.: Relacyjne bazy danych. WNT, Warszawa, 1989.
13. Dyrda J.: Geodezja wyższa. Część I. Geometria elipsoidy. WAT, Warszawa, 1987.
14. Graham R. L., Knuth D. E., Patashnik O.: Concrete Mathematics. Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts, 1994.
15. Harris W.: Bazy danych nie tylko dla ludzi biznesu. WNT, Warszawa, 1984.
16. Helstrom C.W.: Statystyczna teoria detekcji. WNT, Warszawa.
17. Hlibowicki R. i inni: Geodezja wyższa i astronomia geodezyjna. PWN, Warszawa – Wrocław, 1981.

18. Klembowski W.: Uproszczona metoda obliczania zasięgu radiolokacyjnego dla sygnałów impulsowych. Postępy radiotechnik nr. 82, 1979.
19. Koblitz N.: A Course in Number Theory and Cryptography. Second Edition. Springer-Verlag, New York, 1994.
20. Kokot K.: Podstawy radiolokacji cz. II. WAT, Warszawa, 1968.
21. Kowalski Z.: Zastosowanie metod geodezyjnych do redukcji błędów określania pozycji obiektu w systemie radiolokacyjnym. Rozprawa doktorska. WAT, Warszawa, 1995.
22. Kroszczyński J.: Tłumienie ech stałych w radiolokacji. WKŁ, Warszawa, 1965.
23. Kroszczyński J.: Współczesne urządzenia radiolokacyjne. Praca zbiorowa. WKŁ, Warszawa, 1976.
24. Kroszczyński J.: Technika współczesnej radiolokacji. Praca zbiorowa. WKŁ, Warszawa, 1975.
25. Kurzeja G., Wiśniowski J.: Kierunki działania służby topograficznej WP w zakresie produkcji cyfrowej informacji geograficznej. Wykład wygłoszony podczas Vkonferencji Naukowej „Automatyzacja Dowodzenia” Jelenia Góra, 1997.
26. Muraszewicz M., Rybiński H.: Bazy danych. Akademicka Oficyna Wydawnicza. Warszawa, 1993.
27. Oleński J., Staniszkis W.: Projektowanie bazy danych. PWE Warszawa 1984
28. Różycki J.: Kartografia Matematyczna. PWN. Warszawa 1978.
29. Sedgewick R.: Algorithms. Second Edition. Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts, 1988.
30. Sokolnik M.: Introduction to radar system. New York, 1962.
31. Sungren B.: Bazy i modele danych. PWE, Warszawa, 1991.
32. Szpunar W.: Podstawy geodezji wyższej. PPWK, Warszawa, 1982.
33. Szpunar W.: Geodezja wyższa i astronomia geodezyjna. PWN. Łódź - Warszawa 1964.

ZAŁĄCZNIKI

Rozwiązywanie zadania geodezyjnego wprost metodą L. Krügera¹

Oryginalną metodę wykorzystania szeregów potęgowych Legendre'a przedstawił w 1919 roku L. Krüger. Idea tej metody polega na sprowadzeniu rozwiązania do prostych obliczeń sferycznych, a następnie wprowadzeniu odpowiednich poprawek pozwalających przejść do rozwiązania zadania na elipsoidzie. Wzory do przejścia z obliczeń sferycznych do elipsoidalnych otrzymuje L. Krüger drogą rozwinięcia szeregów potęgowych Legendre'a raz dla przyjętej elipsoidy, a po raz wtóry dla kuli pomocniczej o promieniu N_1 (a więc elipsoidy o ekscentryczności $e^2 = 0$), a następnie utworzeniu różnicy obu rozwinięć. Metoda L. Krügera, charakteryzująca się stosunkowo dużym stopniem trudności obliczeń nie znalazła szerszego zastosowania w okresie stosowania takich technik obliczeń jak logarytmiczna oraz arytmometrów wspomaganych tablicami funkcji trygonometrycznych. Dopiero zastosowanie technik obliczeniowych z wykorzystaniem elektronicznych kalkulatorów i mikrokomputerów oraz komputerów cyfrowych usunęło wszystkie trudności utrudniające zastosowanie metody L. Krügera w tym również potrzebę stosowania tablic funkcji trygonometrycznych i spowodowało, że metodzie tej poświęca się więcej uwagi.

Metodę L. Krügera opartą o teorię szeregów potęgowych Legendre'a z modyfikacjami A. Schödlabauera (1979r.) wykorzystać można do ekonomicznego rozwiązywania geodezyjnego zadania wprost, a przy zastosowaniu gaussowskich wzorów średniej szerokości (A. Schödlabauer – 1980r.) również do rozwiązania odwrotnego zadania geodezyjnego. Dalsze prace takich autorów jak W. Welsch (1974r.), K. Hubeny (1959r.) oraz K. Krack (1980r.) w zakresie modyfikacji metody L. Krügera stworzyły możliwość zautomatyzowania obliczeń i uwzględnienia w

¹ Opracowano na podstawie [10].

rozwinięciach szeregów członów dowolnego rzędu. Pozwoliło to na zwiększenie zakresu stosowalności metody.

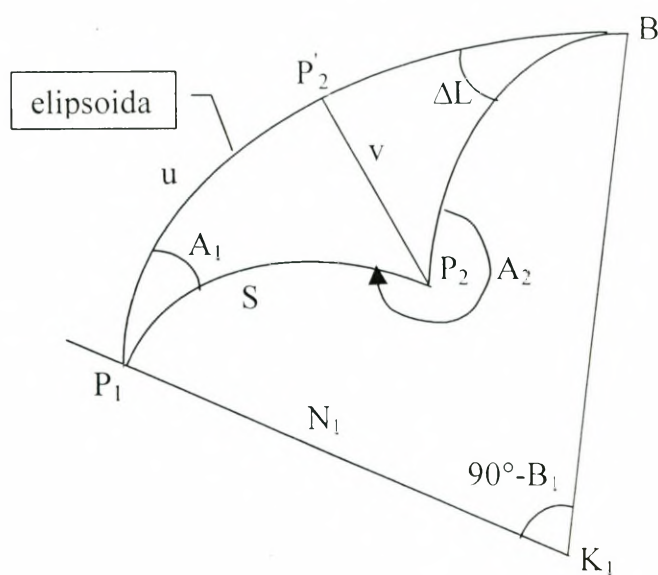
Omawiana metoda z uwagi na właściwości szeregów potęgowych rozwijanych według potęg S/N nie może być stosowana w okolicach podbiegunowych ani też na odległościach bliskich promieniowi Ziemi.

Sformułowanie i rozwiązanie zadania

Dla elipsoidy obrotowej słabo spłaszczonej o ekscentryczności e^2 dany jest punkt P_I o znanych współrzędnych geodezyjnych B_I i L_I , długości linii geodezyjnej S przechodzącej przez ten punkt oraz azymucie wprost A_I . Poszukiwanymi wielkościami są:

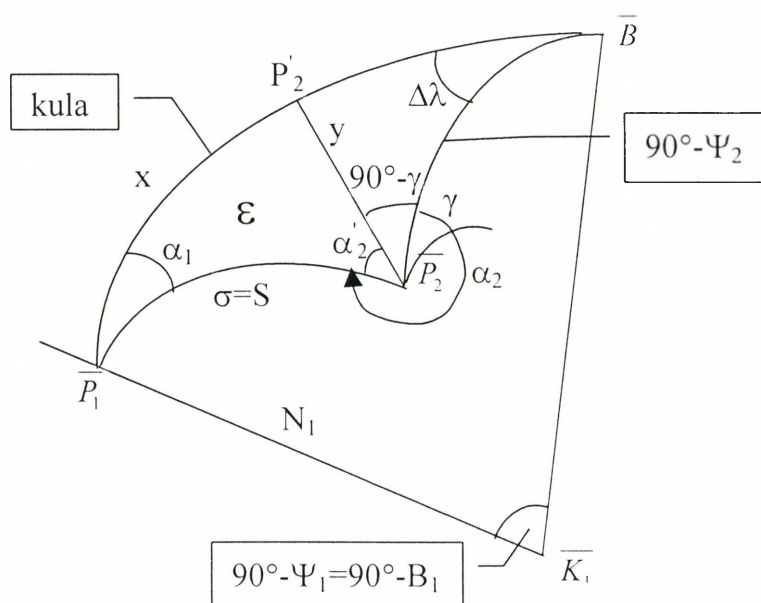
- współrzędne punktu P_2 , tzn. B_2 i L_2 ,
- azymut odwrotny A_2 .

Zgodnie z rysunkiem 1.1 na elipsoidzie znajduje się punkt P_1 o współrzędnych geodezyjnych B_1 i L_1 . Z punktu P_1 pod azymutem A_1 wychodzi łuk linii geodezyjnej S , łączący punkt początkowy P_1 z punktem końcowym P_2 o współrzędnych geodezyjnych B_2 i L_2 .



Rys. 1.1. Trójkąt sferyczny na elipsoidzie

Na kuli o promieniu N_1 oberzmy punkt $\bar{P}_1$ o współrzędnych $\Psi_1 = B_1$ i $\lambda_1 = L_1$, z którego pod azymutem $\alpha_1 = A_1$ wychodzi łuk linii geodezyjnej $\sigma = S$. Punktem końcowym łuku linii geodezyjnej jest punkt $\bar{P}_2$ o współrzędnych Ψ_2 i λ_2 . Różnicom szerokości geodezyjnej $\Delta B = (B_2 - B_1)$, długości $\Delta L = (L_2 - L_1)$ oraz azymutów $\Delta A = (A_2 \pm 180^\circ - A_1)$ na elipsoidzie odpowiadają różnice $\Delta\Psi = (\Psi_2 - \Psi_1)$, $\Delta\lambda = (\lambda_2 - \lambda_1)$ oraz $\Delta\alpha = (\alpha_2 \pm 180^\circ - \alpha_1)$ na kuli (rys. 1.2).



Rys. 1.2 Trójkąt sferyczny na kuli

Dla otrzymania poszukiwanych w zadaniu wprost wartości elipsoidalnych B_2 , L_2 i A_2 autor metody przenosi rozwiązanie na kulę pomocniczą, tzn. wyznacza odpowiadające poszukiwanym na elipsoidzie wartości sferyczne Ψ_2 , λ_2 i α_2 . W tym celu L. Krüger rozwiązuje trójkąt sferyczny $\bar{P}_1 \bar{B} \bar{P}_2$ (rys. 1.2). Rozwiązanie tego trójkąta sferycznego zaproponowane przez L. Krügera jest szczególnie dogodne w rachunku logarytmicznym. Oczywiście dla rozwiązania trójkąta sferycznego $\bar{P}_1 \bar{B} \bar{P}_2$ wykorzystać można również ściśle wzory trygonometrii sferycznej bardziej dogodne do zaprogramowania.

Dla przejścia między otrzymanymi wartościami sferycznymi a wartościami na elipsoidzie L. Krüger wykorzystuje różnice rozwinięć szeregów potęgowych Legendre'a zastosowanych dla elipsoidy i kuli o promieniu N_1 . Otrzymane przez L. Krügera (1919), wzory dostosowane do $S < 120$ km mają następującą postać:

$$B_2 - \Psi_2 = e'^2 \Delta\Psi \cos^2(B_1 + \frac{3}{4} \Delta\Psi) - \frac{3e'^4}{4\rho} \cos^2 B_1 \cdot \sin 2B_1 \Delta\Psi^2 - \\ - \frac{e'^2}{6\rho^2} \cos^4 B_1 \Delta\Psi \Delta\lambda^2 + \frac{e'^2}{16^2} \cos 2B_1 \Delta\Psi^3 \quad (1.1)$$

$$L_2 - \lambda_2 = \frac{e'^2}{3\rho^2} \cos B_1 \Delta\Psi \Delta\lambda^2 \quad (1.2)$$

$$A_2 - \alpha_2 = \frac{e'^2}{2\rho} \cos^3 B_1 \Delta\Psi \Delta\lambda \quad (1.3)$$

Schödlbauer w 1980 r. [13], dla przejścia między wielkościami sferycznymi a poszukiwanymi wielkościami na elipsoidzie przy analogicznych jak L. Krüger założeniach w zakresie odległości i dokładności, podaje następującą postać wzorów:

$$B_2 - \Psi_2 = kb_1 \cdot u + kb_2 \cdot v^2 + kb_3 \cdot u^2 + kb_4 \cdot uv^2 + kb_5 \cdot u^3 \quad (1.4)$$

$$L_2 - \lambda_2 = kl_4 \cdot u^2 \cdot v \quad (1.5)$$

$$A_2 - \alpha_2 = ka_2 \cdot u \cdot v \quad (1.6)$$

gdzie:

$$u = S \cos A_1,$$

$$v = S \sin A_1$$

$$kb_1 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2}{N_1}$$

$$kb_2 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2 \cdot t_1}{2N_1^2}$$

$$kb_3 = \frac{3\rho(\eta_1^2 + \eta_1^4) \cdot t_1}{2N_1^2}$$

$$kb_4 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2 (-1 + 3t_1^2)}{3N_1^3}$$

$$kb_5 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2 (-1 + t_1^2)}{2N_1^3}$$

$$kl_4 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2}{3N_1^3} \cos B_1$$

$$ka_2 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2}{2N_1^2}$$

$$t_1 = \operatorname{tg} B_1,$$

$$\eta_1^2 = e'^2 \cdot \cos^2 B_1$$

W przedstawionych powyżej wzorach A. Schödlbauera (1.4 ÷ 1.6) przyjęto, zgodnie z założeniami L. Krügera, promień krzywizny przekroju normalnego $N = C(1+\eta^2)^{-1/2}$ podczas, gdy A. Schödlbauer w swojej pracy przyjmował gaussowski promień krzywizny $Q = C(1+\eta^2)^{-1}$.

Algorytm obliczeń zadania geodezyjnego wprost metodą Krügera

1. Obliczanie wartości pomocniczych:

$$u = S \cos A_1 \quad i \quad v = S \sin A_1$$

2. Obliczanie wielkości sferycznych Ψ_2 , λ_2 i α_2 :

$$\operatorname{tg} \Delta \lambda = \frac{\sin \alpha_1}{x};$$

$$x = (\operatorname{ctg} \sigma - \operatorname{tg} \Psi_1 \cos \alpha_1) \cos \Psi_1$$

$$\operatorname{tg} \Psi_2 = \frac{\operatorname{tg} \Psi_1 \operatorname{ctg} \sigma + \cos \alpha_1}{\sin \alpha_1 \sin \Delta \lambda + x \cos \Delta \lambda}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\sin \Delta \lambda}{(\operatorname{tg} \Psi_2 \cos \Delta \lambda - \operatorname{tg} \Psi_1) \cos \Psi_2}$$

lub

$$\sin \Psi_2 = \sin \Psi_1 \cos \sigma - \cos \Psi_1 \sin \sigma \cos \alpha_1$$

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{\sin \sigma \sin \alpha_1}{\cos \Psi_1 \cos \sigma - \sin \Psi_1 \sin \sigma \cos \alpha_1}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\cos \Psi_1 \sin \alpha_1}{\cos \Psi_1 \cos \sigma \cos \alpha_1 - \sin \Psi_1 \sin \sigma}$$

3. Obliczanie współczynników z zależności:

$$kb_1 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2}{N_1}$$

$$kb_2 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2 t_1}{2N_1^2}$$

$$kb_3 = \frac{-3\rho \cdot (\eta_1^2 + \eta_1^4) \cdot t_1}{2N_1^2}$$

$$kb_4 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2 (-1 + 3t_1^2)}{3N_1^3}$$

$$kb_5 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2 (-1 + t_1^2)}{2N_1^3}$$

$$kl_4 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2}{3N_1^3 \cdot \cos B_1}$$

$$ka_2 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2}{2N_1^2}$$

gdzie:

$$\eta_1^2 = e'^2 \cdot \cos^2 B_1$$

$$N_1 = c(1 + \eta_1^2)^{-1/2}$$

$$t_1 = \operatorname{tg} B_1$$

$$\rho = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} = a(1 - e^2 \sin^2 U)^{1/2} = b(1 - e^2 \cos^2 \Phi)^{1/2}$$

4. Obliczanie poszukiwanych wartości na elipsoidzie ze wzorów:

$$B_2 = \Psi_2 + kb_1 \cdot u + kb_2 \cdot v^2 + kb_3 \cdot u^2 + kb_4 \cdot u \cdot v^2 + kb_5 \cdot u^3$$

$$L_2 = \lambda_2 + kl_4 \cdot u^2 \cdot v$$

$$A_2 = \alpha_2 + ka_2 \cdot u \cdot v$$

Rozwiązywanie zadania geodezyjnego wprost w przestrzeni trójwymiarowej²

Analogicznie jak przy rozwiązywaniu geodezyjnego zadania na powierzchni elipsoidy (załącznik 1), a więc w przestrzeni dwuwymiarowej, sformułować można problem rozwiązania geodezyjnego zadania wprost w przestrzeni trójwymiarowej. Dane są więc geodezyjne współrzędne B_1, L_1, H_1 początkowego punktu P_1 oraz biegunowe topocentryczne współrzędne D_{12}, A_{12}, Z_{12} określone z punktu P_1 na P_2 (załącznik 3). Na podstawie tych danych należy określić geodezyjne współrzędne B_2, L_2, H_2 dla punktu P_2 . Tak sformułowane zadanie geodezyjne wprost w przestrzeni trójwymiarowej można rozwiązać w oparciu o poniżej podane wzory, według następującego algorytmu obliczeń.

1. Obliczanie prostokątnych współrzędnych topocentrycznych:

$$\xi_{12} = D_{12} \sin Z_{12} \cos A_{12}$$

$$\eta_{12} = D_{12} \sin Z_{12} \sin A_{12}$$

$$\zeta = D_{12} \cos Z_{12}$$

2. Obliczanie prostokątnych współrzędnych geocentrycznych w oparciu o następujące wzory (z założeniem, że $L_0 = 0$):

$$x_2 = (N_1 + H_1 + \zeta_{12}) \cos B_1 - \xi_{12} \sin B_1$$

$$y_2 = \eta_{12}$$

$$z_2 = (N_1 + H_1 + \zeta_{12}) \sin B_1 - \xi_{12} \cos B_1 - e^2 N_1 \sin B_2$$

gdzie:

$$N_1 = a(1 - e^2 \sin^2 B_1)^{-1/2}$$

² Opracowano na podstawie [10].

3. Obliczanie szerokości B_2 :

$$R = (x_2^2 + y_2^2)^{1/2}$$

$$t_0 = \frac{z_2}{R}, \quad p = \frac{ce^2}{R}, \quad k = (1+e'^2),$$

$$t_{i+1} = t_0 + \frac{pt_i}{(k+t_i^2)^{1/2}}, \quad (i=0, 1, 2, \dots)$$

$$B_2 = \arctg(t_{i+1}) - \text{dla ostatniej iteracji}$$

4. Obliczanie wysokości H_2 :

$$H_2 = (R - \frac{e}{(k+t_{i+1}^2)^{1/2}})(1+t_{i+1}^2)^{1/2}$$

5. Obliczanie długości L_2 :

$$(L_2 - L_1) = l = \arctg\left(\frac{y_2}{x_2}\right)$$

$$L_2 = L_1 + l$$

W obliczeniach należy uwzględnić nr ćwiartki współrzędnych x, y wg tablicy:

ćwiartka współrzędna	I	II	III	IV
y_2	+	+	-	-
x_2	+	-	-	+
$l =$	$ l $	$180^\circ - l $	$ l - 180^\circ$	$- l $

Dla elipsoidy Krasowskiego przyjmuje się następujące jej parametry:

$$a = 6378\,245,$$

$$e = 6399\,698,902$$

$$e^2 = 0.006\,693\,422,$$

$$ce^2 = 42\,835,88$$

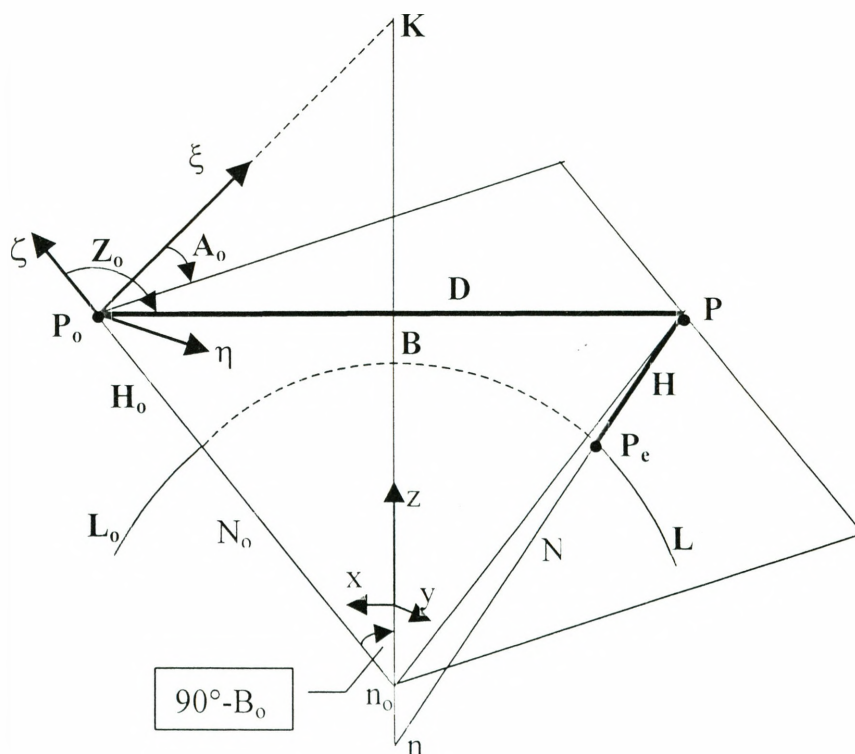
$$k = (1+e'^2) = 1.006\,738\,525$$

Układy współrzędnych topocentrycznych³

W grupie układów współrzędnych topocentrycznych wyróżnia się układy współrzędnych topocentrycznych:

- prostokątnych (ξ, η, ζ);
- biegunowych (A_0, Z_0, D).

Początek układu współrzędnych w obydwu przypadkach znajduje się w określonym punkcie $P_0(B_0, L_0, H_0)$ położonym na powierzchni Ziemi.



Rys. 3.1. Układy współrzędnych topocentrycznych

W pierwszym z nich, układzie współrzędnych topocentrycznych prostokątnych (ξ, η, ζ), oś ζ przebiega wzdłuż przedłużenia normalnej do powierzchni elipsoidy w

³ Opracowano na podstawie [5].

punkcie P_0 , oś ξ leży w płaszczyźnie południka punktu P_0 – prostopadle do osi ζ i skierowana jest w stronę osi obrotu elipsoidy, natomiast oś η prostopadła jest do osi ξ oraz ζ i skierowana w stronę wzrostu długości geodezyjnej (rys. 3.1).

W drugim z układów topocentrycznych, układzie współrzędnych biegunowych, współrzędne definiuje się następująco:

A_0 – kąt między płaszczyzną południka punktu początkowego a płaszczyzną przechodzącą przez normalną w punkcie P_0 i dany punkt P ,

Z_0 – odległość zenitalna czyli kąt między osią ξ i kierunkiem z punktu P_0 na punkt P ,

D – odległość między punktami P_0 i P mierzona wzdłuż prostej.

Miedzy dwoma przedstawionymi układami współrzędnych topocentrycznych zachodzą następujące zależności (rys. 3.1)

$$\begin{aligned}\xi &= D \sin Z_0 \cos A_0 \\ \eta &= D \sin Z_0 \sin A_0 \\ \zeta &= D \cos Z_0\end{aligned}\tag{3.1}$$

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} A_0 &= \frac{\eta}{\xi} \\ \operatorname{tg} Z_0 &= \zeta(\xi^2 + \eta^2)^{-1/2} = \zeta(\xi \cos A_0 + \eta \sin A_0)^{1/2} \\ D &= (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)^{1/2} = (\xi \cos A_0 + \eta \sin A_0) \sin Z_0 + \zeta \cos Z_0\end{aligned}\tag{3.2}$$

Proponowana metoda wyznaczania wysokości lotu obiektu powietrznego

Powszechnie stosowanym w radiolokacji układem współrzędnych jest układ biegunowy. Jego początek znajduje się w miejscu stania radaru. Położenie obiektu powietrznego w tym układzie współrzędnych określa się przy pomocy trzech współrzędnych R , β , ε . Współrzędne biegunowe określone są bezpośrednio przez radar, tzn. bez dodatkowych przekształceń. W praktyce radiolokacyjnej kąt elewacji przelicza się na wysokość lotu obiektu powietrznego (h_l). Przeliczenia tego zwykle dokonuje się za pomocą następującej zależności:

$$h_l = R \sin \varepsilon \quad (4.1)$$

Dla dużych odległości R wprowadza się poprawkę wynikającą z krzywizny Ziemi:

$$h_l = h_a + R \sin \varepsilon + \frac{R^2}{2R_e} \quad (4.2)$$

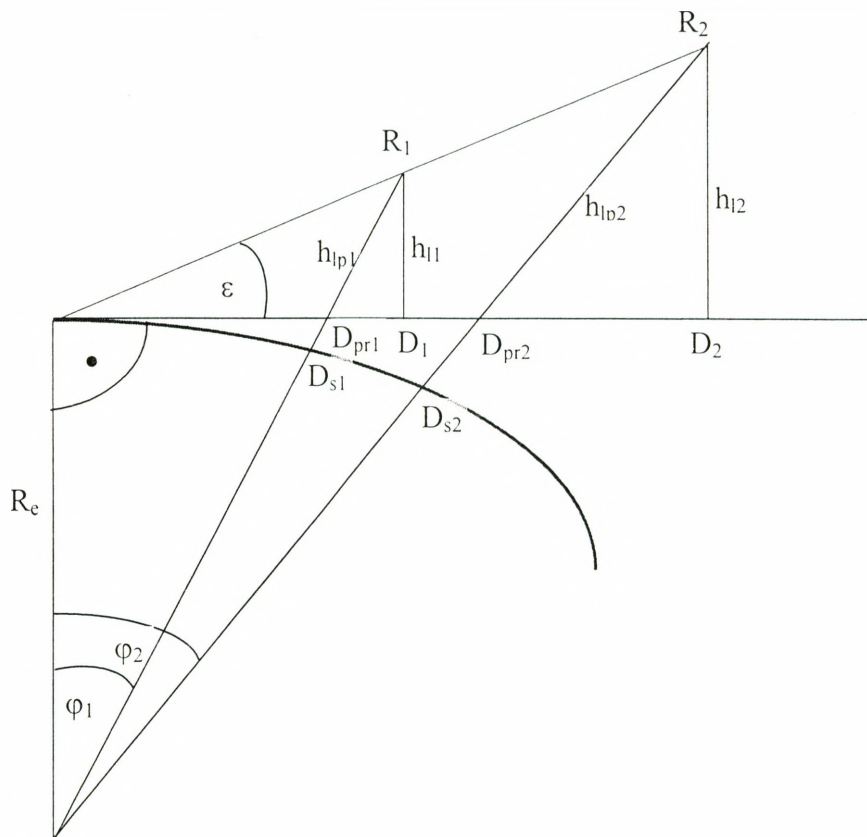
gdzie:

h_a – wysokość zawieszenia anteny radaru,

R_e – ekwiwalentny promień Ziemi równy 8500 km.

Przedstawiona powyżej metoda wyznaczania wysokości h_l jest niewątpliwie metodą prostą i wygodną do stosowania w praktyce radiolokacyjnej. Metoda ta jednak posiada swoje niedoskonałości polegające na wnoszeniu dodatkowych błędów wyznaczania wysokości h_l poprzez wykonywanie przybliżonych obliczeń. Wyliczona wysokość h_l nie jest bowiem rzeczywistą (pionową) wysokością lotu obiektu powietrznego (patrz rys. 4.1). Rzeczywistą wysokością lotu obiektu powietrznego jest przecież wysokość h_{lp} (patrz rys. 4.1). Wysokość tę można wyznaczyć korzystając z twierdzenia Carnota. Zgodnie z tym twierdzeniem można określić następującą zależność (rys. 4.1):

$$(R_e + h_{lp})^2 = R_e^2 + R^2 - 2R_e R \cos(90^\circ + \varepsilon) \quad (4.3)$$

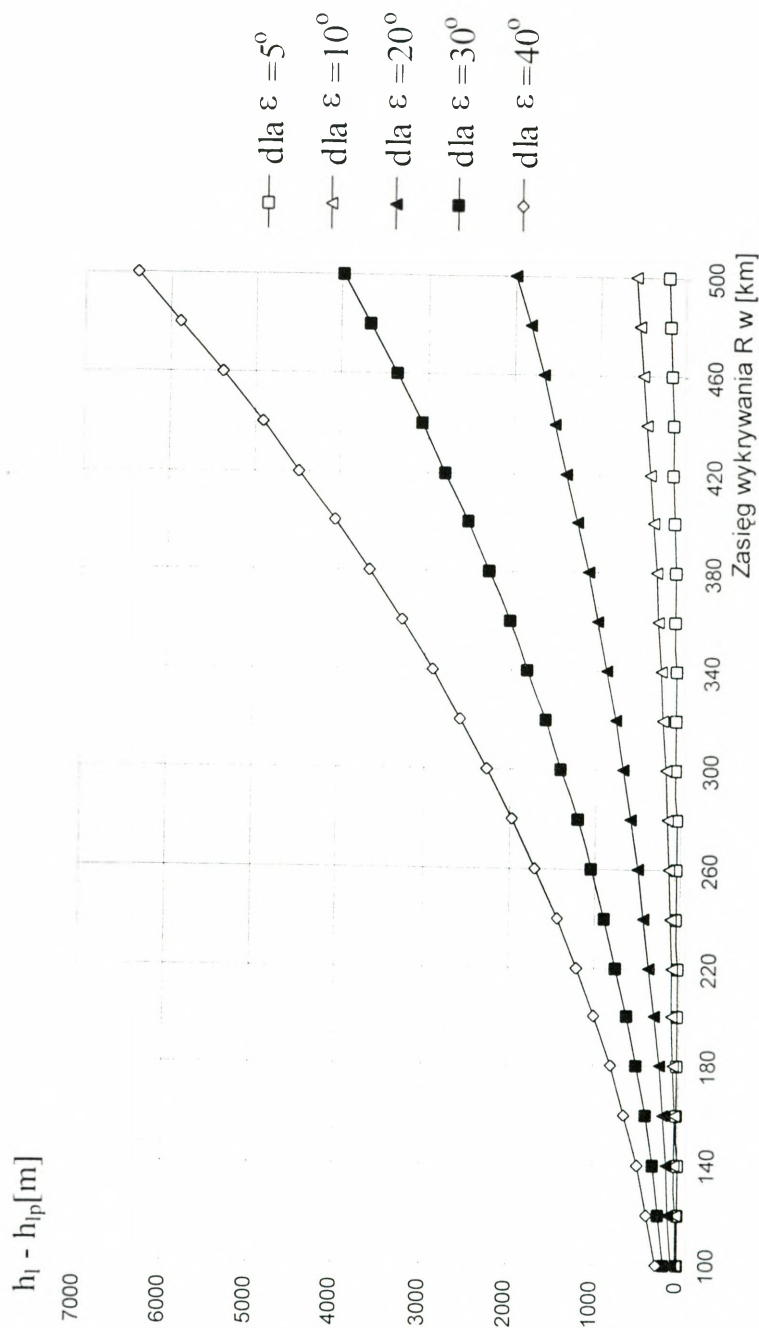


Rys. 4.1. Proponowana metoda pomiaru parametrów lotu obiektu powietrznego

Rzeczywistą wysokość lotu obiektu powietrznego można zatem wyznaczyć z zależności:

$$h_{lp} = \sqrt{R_e^2 + R^2 - 2R_e R \cos(90^\circ + \varepsilon)} - R_e \quad (4.4)$$

Różnica wyznaczonych wysokości według wzoru 4.2 (h_l) oraz 4.4 (h_{lp}) zależy od odległości wykrywanego obiektu powietrznego R . Zależność tę przedstawiono na rys. 4.2. Z rysunku tego widać, że różnica między wysokością h_l oraz h_{lp} może przekraczać nawet 6000m przy odległości $R = 500$ km i kącie elewacji $\varepsilon = 40^\circ$.

Rys. 4.2. Zależność różnicy wysokości $h_l - h_{ip}$ w funkcji zasięgu R

Proponowana metoda wyznaczania odległości poziomej w radiolokacji

Powszechnie wiadomo, że urządzenia radarowe bezpośrednio dokonują pomiaru odległości ukośnej R , która następnie przeliczana jest na odległość poziomą D . Przeliczenia tego dokonuje się zgodnie z zależnością:

$$D = R \cos \varepsilon \quad (5.1)$$

Taki sposób przeliczania odległości ukośnej na poziomą niewątpliwie wprowadza pewne uproszczenia, a co za tym idzie również pewne błędy. Rzeczywistą odległością poziomą jest bowiem odległość sferyczna D_s (patrz rys. 4.1). Odległość tę można wyznaczyć korzystając z twierdzenia Carnota. Zgodnie z tym twierdzeniem dla trójkąta o bokach R_e , R , $R_e + h_{lp}$ (rys. 4.1) można określić następujące zależności traktowane jako układ równań:

$$\begin{aligned} (R_e + h_{lp})^2 &= R_e^2 + R^2 - 2R_e R \cos(90^\circ + \varepsilon) \\ R^2 &= R_e^2 + (R_e + h_{lp})^2 - 2R_e (R_e + h_{lp}) \cos \varphi \end{aligned} \quad (5.2)$$

Rozwiązując układ równań 5.2 otrzymano zależność na kąt sferyczny φ (rys. 4.1):

$$\varphi = \arccos \left[\frac{R_e - R \cos(90^\circ + \varepsilon)}{\sqrt{R_e^2 + R^2 - 2R_e R \cos(90^\circ + \varepsilon)}} \right] \quad (5.3)$$

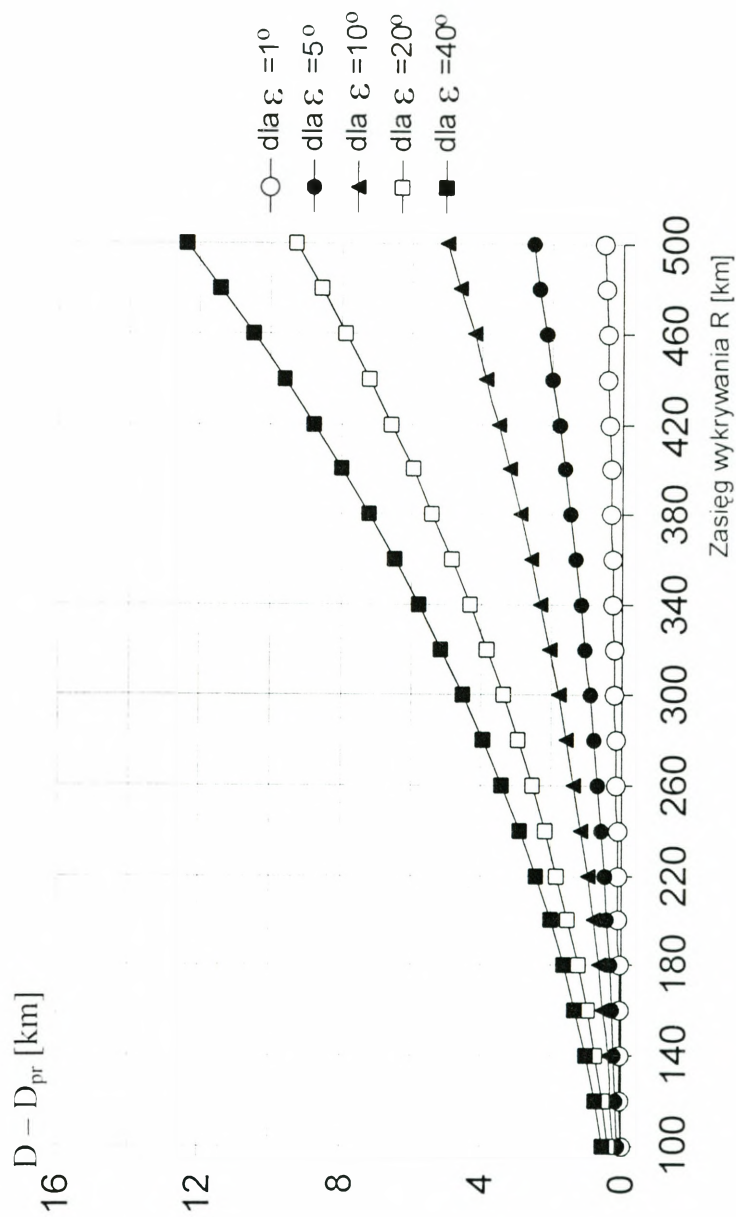
Na bazie kąta sferycznego φ można wyznaczyć odległość sferyczną D_s z zależności:

$$D_s = R_e \varphi [\text{rad}] \quad (5.4)$$

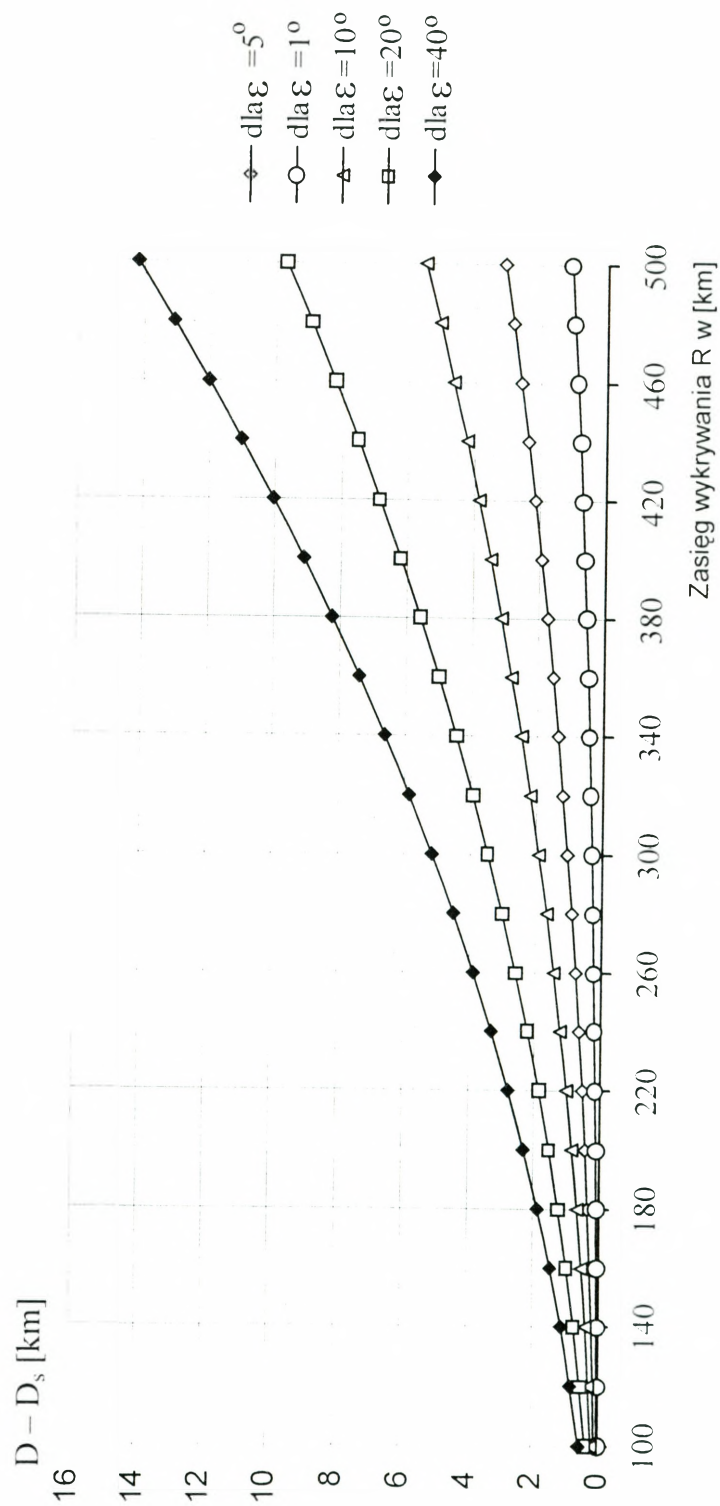
Dla potrzeb badań wyznaczono również odległość pośrednią D_{pr} (patrz rys. 4.1). Odległość tę można wyznaczyć z zależności:

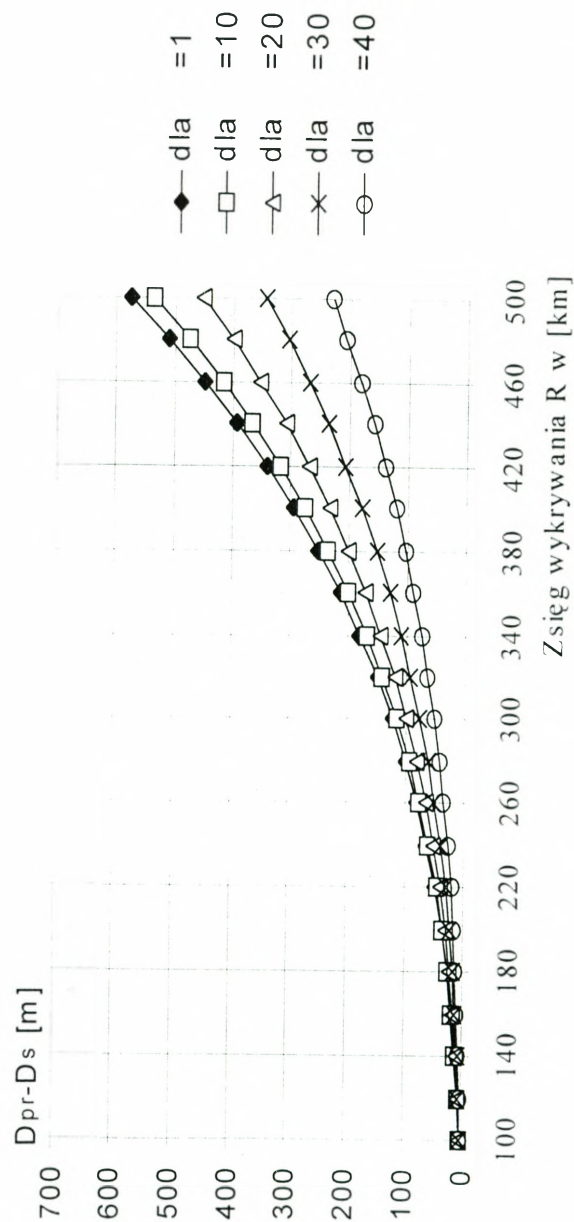
$$D_{pr} = R_e \operatorname{tg} \varphi \quad (5.5)$$

Badania porównawcze tych odległości (D , D_s , D_{pr}) wykazały, że odległości te znacznie różnią się między sobą. Zależności różnic odległości $D - D_{pr}$, $D - D_s$, $D_{pr} - D_s$ w funkcji zasięgu R przedstawiono na rys. 5.1, 5.2 oraz 5.3. Z rysunków tych widać, że różnica między odległością wyznaczaną powszechnie w systemach radiolokacyjnych D a odległością sferyczną D_s przekracza 14000 metrów przy zasięgu $R = 500$ km oraz kącie elewacji $\varepsilon = 40^\circ$. Różnica między odległością poziomą D a odległością pośrednią D_{pr} może przekroczyć 12000 metrów przy zasięgu $R = 500$ km oraz kącie elewacji $\varepsilon = 40^\circ$. Najmniejszą różnicę odległości stanowi różnica między odległością pośrednią D_{pr} a odległością sferyczną D_s (niepełna 600 metrów przy zasięgu $R = 500$ km oraz kącie elewacji $\varepsilon = 40^\circ$). Przedstawione na rys. 5.2 różnice odległości $D - D_s$, należy interpretować jako błąd popełniany przez obecnie stosowaną metodę wyznaczania odległości poziomej. Proponuje się zatem odległość poziomą wyznaczać z zależności 5.4.



Rys. 5.1. Zależność różnicy odległości $D - D_{pr}$ w funkcji zasięgu R

Rys. 5.2. Zależność różnicy odległości $D - D_s$ w funkcji zasięgu R

Rys. 5.3. Zależność różnicy odległości $D_{pr} - D_s$ w funkcji zasięgu R