BIBLIOTEKA NAUKOWA WENDEGO

BIBLIOTEKA
[illegible]
WENDEGO

MATERYA I RUCH

BIBLIOTEKA NAUKOWA WENDEGO.

REDAKTORZY:

FRANCISZEK PUŁASKI
SEKRETARZ GENERALNY WARSZAW-SKIEGO TOWARZYSTWA NAUKOWEGO

I

LUDWIK SILBERSTEIN
Dr. FIL., DOCENT FIZYKI MATEM. W UNIWERSYTECIE RZYMSKIM.

J. CLERK MAXWELL

MATERYA I RUCH

J. CLERK MAXWELL

MATERYA I RUCH

Z RYSUNKAMI W TEKŚCIE

DRUGIE, POPRAWIONE WYDANIE PRZEKŁADU POLSKIEGO
S. DICKSTEINA

WARSZAWA — LWÓW

NAKŁADEM KSIĘGARNI E. WENDE I SKA. —
POZNAŃ — ZDZISŁAW RZEPECKI I SKA.

Z DRUKARNI PRZY ZAKŁADZIE NAR. IMIENIA OSSOLIŃSKICH WE LWOWIE
pod zarządem Bronisława Korneckiego.

TREŚĆ.

ROZDZIAŁ PIERWSZY.

ROZDZIAŁ DRUGI.

ROZDZIAŁ TRZECI.

ROZDZIAŁ CZWARTY.

ROZDZIAŁ SIÓDMY.

ROZDZIAŁ ÓSMY.

ROZDZIAŁ PIERWSZY.

WSTĘP.

1. Istota fizyki.

Fizyka jest częścią wiedzy, która dotyczy porządku w przyrodzie, albo innemi słowy, prawidłowego następstwa zjawisk.

Nazwisko *fizyki* stosowane bywa jednak z większem lub mniejszem ograniczeniem do tych dziedzin nauki, w których uważane zjawiska są natury nadzwyczaj prostej i abstrakcyjnej, z wyłączeniem wszystkich zjawisk, bardziej złożonych, np. takich, jakie odbywają się w istotach żyjących.

Najprostszym ze wszystkich jest przypadek, w którym zjawisko może być opisane jako zmiana wzajemnego położenia pewnych ciał. Tak np. ruch księżyca daje się opisać przez podanie różnych jego położeń względem ziemi w następstwie, w jakiem one istotnie idą po sobie.

W innych przypadkach możemy wprawdzie wiedzieć, że nastąpiła jakaś zmiana położenia, lecz nie jesteśmy w stanie wykazać, na czem ta zmiana polega. Przy zamarzaniu np. wody wiemy, że cząsteczki (molekuły) czyli najmniejsze części materyi inaczej muszą być rozmieszczone w lodzie, aniżeli w wodzie. Wiemy także, że rozmieszczeniu ich w lodzie towarzyszy pewnego rodzaju symetrya, gdyż lód pojawia się w postaci prawidłowych kryształów, lecz nie mamy dotąd dokładnej znajomości istotnego rozmieszczenia cząsteczek w lodzie. Gdy jednak w pewnym uważanym przypadku możemy dokładnie opisać zmiany położenia, wtedy w zakresie dziedziny tych zmian mamy zupełną znajomość tego, co nastąpiło, lubo jest rzeczą możliwą, że nic nie wiemy o warunkach koniecznych, przy których uważane zjawisko zawsze nastąpić musi.

Odpowiednio do tego, pierwsza część fizyki zajmuje się wzajemnem położeniem i ruchem ciał.

2. Określenie układu materyalnego.

W każdem postępowaniu naukowem rozpoczynamy od odgraniczenia pewnej dziedziny albo przedmiotu jako pola dla naszych badań. Na tę dziedzinę musimy skierować naszą uwagę, pozostawiając bez uwagi wszystkie pozostałe części wszechświata, dopóki nie ukończymy przedsięwziętego badania. W fizyce przeto pierwszy krok, jaki zrobić winniśmy, jest jasne określenie układu materyalnego, stanowiącego przedmiot naszego badania. Ten układ materyalny może być dowolnie złożony (skomplikowany). Może się składać z jedynego punktu materyalnego, albo z jednego ciała, mającego wielkość skończoną, albo z pewnej liczby takich ciał; może wreszcie być rozszerzony tak dalece że obejmie w sobie wszechświat cały.

3. Określenie pojęć: „wewnątrz“ i „zewnątrz“.

Wszystkie związki albo działania między dwiema częściami takiego układu, nazywają się związkami albo działaniami *wewnętrznemi.*

Wszystkie związki albo działania między całym układem, lub jego częścią a ciałami do układu tego nie należącemi nazywają się *zewnętrznemi.* Te ostatnie badamy tylko o tyle, o ile wpływają na nasz układ, nie zajmując się wcale badaniem ich wpływu na ciała zewnętrzne. Związków i działań między ciałami znajdującemi się zewnątrz układu, nie rozpatrujemy wcale. Nie możemy ich wprowadzać do naszego badania, chyba, że układ nasz tak rozszerzamy, że obejmuje w sobie i te inne ciała.

4. Określenie konfiguracyi.

Jeżeli rozważamy układ materyalny pod względem wzajemnego położenia jego części, to zbiór wszystkich względnych położeń nazywa się *konfiguracyą* układu.

Znajomość konfiguracyi układu w danej chwili zawiera w sobie znajomość chwilowego położenia każdego punktu względem każdego innego punktu tegoż układu.

5. Diagramy.

Konfiguracya układów materyalnych daje się przedstawić za pomocą modeli, planów lub diagramów. O modelu lub diagramie przypuszcza się tylko, że ma tę samą formę, co układ materyalny, przy czem nie jest rzeczą konieczną, aby miał jeszcze coś z nim wspólnego.

Plan albo karta przedstawia na papierze, a więc w dwóch wymiarach to, co w rzeczywistości może mieć trzy wymiary, co zatem całkowicie może być przedstawione tylko przez model. Używać będziemy nazwy *diagram* dla oznaczenia figury geometrycznej, płaskiej lub nie, przy pomocy której rozpatrujemy własności układu materyalnego. Gdy więc mówić będziemy o konfiguracyi układu, to trzeba będzie przy tem utworzyć sobie wyobrażenie diagramu, który całkowicie odtwarza tę konfiguracyę, a zresztą nie posiada żadnej z własności układu materyalnego. Oprócz diagramów konfiguracyi są jeszcze diagramy prędkości, działania dynamicznego i t. p., przedstawiające wzajemne prędkości części układu lub jego siły wewnętrzne.

6. Cząstka materyalna.

Ciało, które jest tak małe, że *dla celów naszego badania* można w niem nie zważać na odległości pojedynczych jego części, nazywa się cząstką materyalną (punktem materyalnym).

Tak np. przy pewnych badaniach astronomicznych, planety i słońce nawet, uważać można za cząstki lub punkty materyalne wtedy, gdy różnica w działaniu oddzielnych części tych ciał może być pominięta. Gdy jednak badamy obroty tych ciał około własnych ich osi, nie możemy już ich wtedy uważać za cząstki materyalne. Atom nawet musi być uważany za zbiór wielu cząstek materyalnych, gdy przypuszczamy o nim, że może obracać się około swojej osi.

Diagramem cząstki materyalnej jest oczywiście punkt matematyczny, który jako taki, nie ma konfiguracyi.

7. Położenie względne dwóch cząstek materyalnych.

Diagram dwóch cząstek materyalnych składa się z dwóch punktów matematycznych, np. z punktu A i z punktu B.

Położenie cząstki B względem cząstki A jest dane przez kierunek i długość prostej AB, przeprowadzonej *od A do B.* Wychodząc z A i poruszając się w kierunku wskazanym przez prostą AB wzdłuż odcinka, którego długość jest równa tej prostej, dojdziemy do B. Ten kierunek i ten odcinek daje się również dobrze wyrazić przez inną prostą *ab*, równoległą do prostej AB i równą jej. Położenie A względem B jest dane przez kierunek i długość prostej BA przeprowadzonej od B do A, albo przez prostą *ba* równą i równoległą do prostej BA. Jest rzeczą jasną, że BA = —AB.

Jeżeli nazwiemy prostą za pomocą liter umieszczonych w jej końcach, to porządek liter wskazuje, z którego końca zaczęliśmy tę prostą prowadzić.

8. Wektory.

Wyrażenie AB w znaczeniu geometrycznem jest tylko nazwą prostej. Tu jednak oznacza ono *działanie*, przy pomocy którego prosta została poprowadzoną; mianowicie oznacza przeprowadzenie punktu opisującego w kierunku oznaczonym wzdłuż oznaczonego odcinka.

W znaczeniu działania, AB nazywa się wektorem, a samo działanie jest zupełnie oznaczone przez kierunek i długość odcinka. Punkt wyjścia, który nazywamy początkiem wektora, może być dowolnie obrany.

Dla wyznaczenia prostej, musimy znać jej punkt początkowy, kierunek i długość; wektory, różniące się od siebie tylko początkiem, a więc równoległe (i skierowane w jedną stronę), i mające równą długość, mogą być uważane za równe.

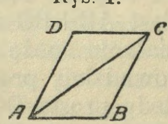
Każda wielkość, jak n. p. prędkość lub siła, mająca oznaczony kierunek i oznaczoną wartość, może być uważana za wektor i przedstawiana w diagramie przez prostą równoległą do wektora, o długości przedstawiającej długość wektora wedle przyjętej skali.

9. Układ trzech cząstek.

Rozpatrzmy nasamprzód układ złożony z trzech cząstek.

Konfiguracya jego przedstawia się za pomocą diagramu składającego się z trzech punktów A, B, C.

Rys. 1.



Położenie B względem A przedstawia wektor AB, a położenie C względem A wektor AC.

Jest rzeczą jasną, że przy pomocy tych danych (obu wektorów), gdy A jest wiadome, znajdziemy B i C, tak, że przez to konfiguracya trzech punktów jest *zupełnie* oznaczona. Położenie punktu C względem punktu A wskazuje wektor AC i wartość wektora AC na zasadzie poprzedzającej uwagi powinniśmy otrzymać z wartości wektorów AB i BC.

Wynikiem działania AC jest to, że punkt opisujący zostaje przeprowadzony od A do C. Ale wynik ten się nie zmienia, jeżeli punkt opisujący przechodzi najprzód z A do B, a potem z B do C, co stanowi sumę działań AB i BC.

10. Dodawanie wektorów.

Stąd wynika następujące prawidło dodawania wektorów. Z pewnego punktu, jako z początku, prowadzimy wektor pierwszy, następnie prowadzimy drugi z punktu, w którym kończy się pierwszy, potem trzeci z punktu, w którym kończy się drugi i tak dalej następujące wektory w ten sposób, aby każdy następny tam się rozpoczynał, gdzie poprzedni się kończy. Prosta, łącząca początek tego szeregu z jego końcem, przedstawia wektor, który jest sumą wektorów danych.

Porządek dodawania jest dowolny. Gdy zamiast AB+BC napiszemy BC+AB, to wskazane działanie może być uskutecznione przez to, że prowadzimy prostą AD równoległą i równą BC; wtedy prosta DC, według znanego twierdzenia Euklidesa, będzie równa i równoległa do AB, tak, że przy pomocy dwóch działań (AB i BC) dochodzimy do punktu C niezależnie od następstwa, w jakiem działania te uskuteczniamy. Twierdzenie to zachodzi dla dowolnej liczby wektorów; przy dodawaniu ich przeto można porządek zmieniać dowolnie.

11. Odejmowanie wektorów.

Aby wyrazić położenie punktu C, względem punktu B przez położenia punktów B i C względem punktu A, zauważamy, że od B do C możemy przejść albo po prostej BC, albo też idąc od B do A, a następnie od A do C. Przeto:

$BC = BA + AC$

$= AC + BA$, gdyż porządek dodawania jest dowolny, i następnie

$= AC - AB$, gdyż $AB = -BA$.

A zatem wektor BC, wyrażający położenie punktu C względem punktu B znajdujemy, skoro wektor punktu B odejmiemy od wektora punktu C, przyczem oba wektory należy prowadzić do B i C z jakiegokolwiek wspólnego początku A.

12. Początek wektorów.

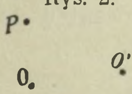
Położenia dowolnej liczby cząstek, należących do układu materyalnego, dają się oznaczyć za pomocą wektorów, poprowadzonych do każdej cząstki z jakiegokolwiek punktu. Punkt ten nazywa się początkiem wektorów albo wprost początkiem.

Ten układ wektorów wyznacza konfiguracyę całego układu materyalnego; możemy bowiem poznać położenie jakiegokolwiek punktu B względem innego punktu A, przy pomocy wektorów OA i OB zadość czyniących równaniu AB = OB — OA. Za początek możemy wziąć każdy punkt dowolny i nie ma z góry żadnego oznaczonego powodu, dla któregobyśmy jeden z nich przełożyli nad inny. Konfiguracya układu, t. j. położenie wzajemne jego części pozostaje bez zmiany przy każdej zmianie początku. Ale wiele badań daje się uprościć przez odpowiedni jego wybór.

13. Względne położenie dwóch układów.

Gdy znane są konfiguracye dwóch różnych układów materyalnych, z których każdy ma swój własny początek, i gdy chcemy oba układy złożyć w jeden większy o tym samym początku, co pierwszy z dwóch danych układów, musi być dane położenie początku drugiego układu względem początku pierwszego układu i musi być rzeczą możliwą prowadzenie w drugim układzie prostych równoległych do prostych w drugim układzie.

Rys. 2.



Wtedy wedle ustępu 9. położenie punktu P drugiego układu względem pierwszego początku O jest dane jako suma wektora O′P tego punktu względem drugiego początku O′ i wektora OO′ drugiego początku względem pierwszego O.

14. Trzy dane dla porównania dwóch układów.

Przykład tworzenia wielkiego układu z dwóch lub większej liczby małych mamy wtedy, gdy dwa sąsiednie państwa, z których każde wymierzyło i przeniosło na kartę swoje terytoryum, zechcą połączyć pomiary swoje w ten sposób, aby oba kraje utworzyły jeden układ. Do tego celu konieczne są trzy rzeczy:

1. Porównanie początku pomiarów wybranego przez jedno państwo, z początkiem pomiarów wybranym przez drugie.
2. Porównanie kierunków głównych, do których odnoszą się pomiary w obu krajach.
3. Porównanie jednostek długości używanych w obu państwach.

Co do 1-go. W krajach cywilizowanych szerokość liczy się zawsze od równika, długość zaś od dowolnie przyjętego punktu, np. od Greenwich lub od Paryża. Dla przystosowania przeto np. karty Anglii do karty Francyi, trzeba znać różnicę długości gegraficznej między obserwatoryami w Greenwich i w Paryżu.

Co do 2-go. Jeżeli pomiar odbywa się bez narzędzi astronomicznych, wtedy kierunki główne, do których mają być odniesione wszystkie inne, oznacza się za pomocą igiełki magnesowej kompasu. Tak było, jeżeli się nie mylę, przy pierwszych pomiarach niektórych wysp Indyi Zachodnich. Rezultaty tych pomiarów dały wprawdzie dokładną konfiguracyę miejscowości wyspy, ale nie mogły być przystosowane do ogólnej karty ziemi, dopóki nie oznaczono, jak wielkie było podówczas zboczenie igiełki magnesowej od prawdziwej północy.

Co do 3-go. Dla możności porównania pomiarów Francyi z pomiarami Anglii należy porównać jednostkę długości używaną we Francyi, t. j. metr, z jednostką długości używaną w Anglii, t. j. z jardem (yard).

Jard został określony aktem parlamentu z d. 30 lipca 1855 w ten sposób, »że linia prosta albo odległość między środkami linii poprzecznych na dwóch złotych gwoździkach na sztabie bronzowej znajdującej się w skarbcu, przy 62° Fahrenheita, ma być rzeczywistym jardem i gdy zaginie, ma być odtworzony podług kopii.«

Metr zawdzięcza swoją powagę prawu wydanemu w r. 1795 przez Rzeczpospolitą francuską. Określa się on jako odległość między dwoma końcami sztaby platynowej, którą przygotował Borda, gdy ta ma temperaturę topniejącego lodu. Kapitan Clarke znalazł za pomocą wymiarów, że metr równa się 39,37043 cal. angielsk.

15. O pojęciu przestrzeni.

Mówiliśmy dotąd o wielu rzeczach, mających związek z konfiguracyą układu materyalnego. Pozostają jeszcze niektóre punkty należące do metafizyki przedmiotu, a posiadające ważne dla fizyki znaczenie.

Opisaliśmy metodę służącą do kombinacyi kilku konfiguracyj w jeden układ, który je zawiera wszystkie. W ten sposób do małej dziedziny, którą możemy zbadać, wyciągnąwszy nasze kończyny, przyłączamy przedmioty odleglejsze, do których dosięgamy, idąc lub jadąc. Do tych przyłączamy znowu te, o których dowiadujemy się ze sprawozdań innych osób i te też niedostępne dziedziny, których położenie możemy wyznaczyć jedynie przy pomocy rachunku; aż nakoniec poznajemy, że każde miejsce przez wzgląd na każde inne, ma oznaczone położenie, niezależnie od tego, czy z jednego miejsca możemy dojść do drugiego, czy też nie.

W ten sposób z pomiarów na powierzchni ziemi robionych wyprowadzamy, jakie jest położenie jej środka względem przedmiotów znanych i obliczamy liczbę mil sześciennych zawartych w objętości ziemi, zupełnie niezależnie od hipotezy o tem, co się mieści w jej środku albo w innem jakiem miejscu pod cienką warstwą jej skorupy, stanowiącej jedyny przedmiot podległy naszemu bezpośredniemu badaniu.

16. Błąd Descartes'a.

Jest tedy rzeczą jasną, że odległość między dwiema rzeczami nie zależy od rzeczy znajdującej się pomiędzy niemi. Descartes zdaje się przypuszczać taką zależność (Princip. Phil. II, 18), gdy mówi, że gdyby to, co się znajduje we wnętrzu pustego naczynia zostało wyjęte, a na miejsce jego nic nie weszło, to wtedy, ściany naczynia, między któremi nicby już nie było, musiałyby się zetknąć.

To twierdzenie opiera się na dogmacie Descartes'a, według którego rozciągłość w kierunku długości, szerokości i głębokości stanowiąca przestrzeń, jest jedyną istotną własnością materyi. »Istota materyi, mówi on, albo ciało w ogólności, polega nie na twardości, ciężkości, zabarwieniu i t. p., a na tem, że rozciąga się ono na długość, szerokość i głębokość« (Princip. II, 4). W ten sposób pomieszawszy własności materyi z własnościami przestrzeni, dochodzi Descartes logicznie do wniosku, że gdyby wszystką materyę wyjąć z naczynia, to i przestrzeń sama przestałaby w niem istnieć. Przyjmuje on, że wszelka przestrzeń musi być wypełniona materyą.

Przytoczyłem tu pogląd Descartes'a, aby wykazać, jak ważnem jest głębsze wniknięcie w elementa dynamiki. W sposób zupełnie jasny wykłada Descartes własność główną materyi w swem »Pierwszem prawie natury« (Princip. II. 37): »każda rzecz pojedyncza, o ile jest w sobie, trwa w swym stanie, czy to będzie stan spoczynku, czy ruchu«. Przy wykładzie Newtonowskich praw ruchu zobaczymy, że wyrazami: »o ile jest w sobie« wyrażona jest istotna własność główna materyi i istotna miara jej ilości. Descartes nie doszedł jednak nigdy do zupełnego pojmowania własnych słów (quantum in se est) i wpadł wskutek tego w błąd, pomieszawszy materyę i przestrzeń — według niego bowiem przestrzeń jest jedynie możliwą formą materyi, a wszystkie istniejące rzeczy są po prostu stanami przestrzeni. Błąd ten powtarza się we wszystkich częściach wielkiego dzieła Descartes'a i stanowi jedną z ostatnich podstaw systemu Spinozy. Nie mogę tu zająć się śledzeniem tego błędu w pracach, które pojawiły się już w czasach bardziej do nas zbliżonych, ale mógłbym polecić każdemu, kto studyuje jakiś systemat metafizyczny, aby starannie wypróbował tę część jego, która zajmuje się pojęciami fizykalnemi.

W interesie postępu naukowego uważamy za rzecz niezbędną oddzielić, wraz z Newtonem, pojęcia czasu i przestrzeni od pojęcia układu materyalnego, którego różne stany przy pomocy tych dwóch pojęć zostają wprowadzone w związek wzajemny.

17. O pojęciu czasu.

Pojęcie czasu w pierwotnej swej formie jest prawdopodobnie tylko świadomością następstwa stanów naszej samowiedzy. Gdyby moja pamięć była doskonała, wtedy mógłbym podać wszystkie zdarzenia wewnątrz zakresu mego doświadczenia leżące, w ich następstwie chronologicznem. Ale byłoby rzeczą trudną, jeżeli i nie niemożliwą, porównanie przedziału czasu między jedną parą zdarzeń z przedziałem czasu między inną parą, np. wyznaczenie, czy czas, w ciągu którego mogę pracować bez zmęczenia, jest teraz większy lub mniejszy, niż dawniej przy początku moich studyów. Przez obcowanie z innymi ludźmi i przez nasze obycie się ze zjawiskami natury, odbywającemi się w sposób jednostajny lub rytmiczny, dochodzimy do pojęcia o możliwości liczenia czasu, w którym wszystkie zdarzenia, czy to odnoszące się do nas samych, czy do innych osób, znajdują swe miejsce. Gdy mamy dwa zdarzenia (np. zmianę świetlną w gwieździe znajdującej się w Koronie północnej, badaną przez Hugginsa przy pomocy spektroskopu dnia 16 maja 1866 r. i proces umysłowy, przy pomocy którego Adams lub Leverrier zaczęli badania uwieńczone odkryciem planety Neptuna przez Gallego d. 23 sierpnia 1846) — to mówimy o nich, że jedno nastąpiło wcześniej lub później od drugiego, lub że oba nastąpiły jednocześnie.

Czas bezwzględny, istotny i matematyczny, uważa Newton za płynący jednostajnie i nie podlegający wpływowi prędkości lub powolności ruchu rzeczy materyalnych. Nazywamy go także trwaniem. Czas względny, pozorny i zwyczajny, jest trwaniem ocenianem z ruchu ciał, jak przy oznaczaniu dni, miesięcy, lat. Te miary czasu należy uważać za tymczasowe, albowiem postępy astronomii nauczyły nas mierzyć nierówności w długościach dni, miesięcy i lat i sprowadzać czas pozorny do miary jednostajniejszej, którą jest średni czas słoneczny.

18. Przestrzeń bezwzględna.

Przestrzeń bezwzględną należy uważać za podobną zawsze do siebie samej i nieruchomą. Porządek części przestrzeni nie może być zmieniony, również jak następstwo części czasu. Przedstawić sobie, że części przestrzeni z miejsc swych się poruszają, jest to samo, co przedstawić sobie, że samo miejsce samo przez się ruch odbywa.

Ponieważ niema nic, czemby jedna część czasu różniła się od innej, prócz różnych wydarzeń, które w nim zachodzą, tak, podobnież niema nic, czemby jedna część przestrzeni różniła się od innej, wyjąwszy jej związek z miejscem zajmowanem przez ciała materyalne. Czas zdarzenia możemy tylko opisać przez odniesienie go do innego zdarzenia, miejsce ciała tylko przez odniesienie go do innego ciała. Cała nasza wiadomość o czasie i przestrzeni jest więc istotnie względna. Jeżeli ktoś przywykł zestawiać wyrazy, bez zadawania sobie trudu tworzenia myśli im odpowiadających, to łatwo mu utworzyć sobie antytezę między tą *względną* znajomością i tak nazwaną *bezwzględną*, i uważać naszą nieświadomość o bezwzględnem położeniu punktu za dowód ograniczoności naszego umysłu. Przeciwnie, kto starał się przedstawić sobie stan umysłu, posiadającego świadomość bezwzględnego położenia punktu, ten na zawsze zadawalać się będzie względnem naszem poznaniem.

19. Postawienie ogólnego twierdzenia zasadniczego w fizyce.

Istnieje często powtarzane twierdzenie, które brzmi: »Te same przyczyny wytwarzają zawsze te same skutki.«

Aby wyjaśnić to twierdzenie, musimy określić, co znaczą te same przyczyny i te same skutki; gdyż jest rzeczą jasną, że żadne zdarzenie nie przytrafia się więcej jak raz jeden, tak, że przyczyny i skutki nie mogą być te same *pod każdym* względem. Istotnie w poprzedniem twierdzeniu rozumiemy tylko, że skoro przyczyny różnią się jedynie od siebie warunkami bezwzględnej przestrzeni i bezwzględnego czasu, w którym zachodzą, to toż samo stosuje się i do skutków.

Następujące twierdzenie równoważne z poprzedzającem zdaje się być jaśniejszem, wyraźniej związanem z pojęciami przestrzeni i czasu i łatwiej dającem się stosować po pojedynczych przypadków:

»Różnica między dwoma zdarzeniami nie zależy od czystej różnicy czasów lub miejsc, w których one zachodzą, lecz tylko od różnic w istocie, konfiguracyi, albo ruchu ciał uważanych«.

Wynika stąd, że gdy zdarzenie zachodziło w oznaczonym czasie i w oznaczonem miejscu, to zupełnie jednakowe zdarzenie zajść może w innym czasie i w innem miejscu.

Inne twierdzenie zasadnicze, którego nie należy mieszać z twierdzeniem wypowiedzianem na początku tego ustępu, brzmi: »Podobne przyczyny sprawiają podobne skutki.«

To twierdzenie jest prawdziwe tylko wtedy, gdy małe zmiany w stanie początkowym układu sprawiają małe zmiany w jego stanie końcowym. W wielkiej liczbie zjawisk fizycznych warunek ten spełnia się; istnieją jednak przypadki, w których mała zmiana początkowa wytwarza wielką zmianę w stanie końcowym układu, tak, jak n. p. przesunięcie zwrotnicy sprawia, że pociąg kolei żelaznej zamiast pójść drogą właściwą, uderza o inny.

ROZDZIAŁ DRUGI.

O RUCHU.

20. Określenie przesunięcia.

Porównaliśmy już ze sobą położenia różnych punktów układu w jednej i tej samej chwili. Mamy teraz porównać położenie punktu w danej chwili z jego położeniem w pewnej chwili poprzedniej zwanej epoką.

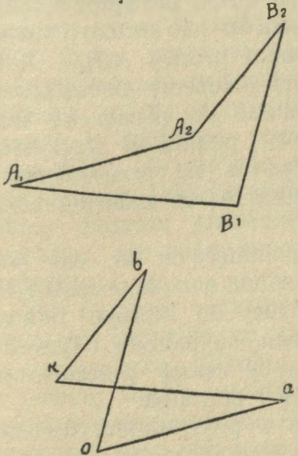
Wektor, który wskazuje położenie końcowe punktu względem położenia w danej epoce, nazywa się przesunięciem punktu. Tak więc gdy A_1 jest położeniem początkowem, a A_2 położeniem końcowem cząstki A, to prosta $A_1 A_2$ jest przesunięciem tej cząstki, a każdy wektor *oa* wychodzący z początku *o*, równy i równoległy do prostej A_1A_2 wskazuje to przesunięcie.

21. Diagram przesunięcia.

Gdy inny punkt układu przechodzi z B_1 do B_2, to wektor *ob* równy i równoległy do B_1B_2 wskazuje przesunięcie cząstki B.

W ten sam sposób przy pomocy wektorów, wychodzących ze wspólnego początku *o* przedstawić się daje przesunięcie dowolnej liczby punktów. Ten układ wektorów nazywa się diagramem przesunięcia. W diagramie tym niekoniecznie trzeba kreślić całkowicie wektory, wystarcza bowiem oznaczenie ich punktów końcowych *a*, *b*, i t. d. Diagram przesunięcia może być przeto uważany jako złożony z pewnej liczby punktów *a*, *b* i t. d., odpowiadających punktom A, B i t. d. układu, i z punktu *o*, dowolnie obranego i uważanego za początek wektorów.

Rys. 3.



22. Przesunięcie względne.

Prosta *ab* w diagramie przesunięcia przedstawia przesunięcie punktu B względem punktu A. Gdy bowiem w diagramie przesunięcia (Fig. 3) poprowadzimy prostą *ak* równą prostej B_1A_1, równoległą do niej i jednakowo skierowaną, i następnie punkty *k* i *b* połączymy prostą *kb*, to łatwo okazać, że prosta *kb* jest równa i równoległa do prostej A_2B_2.

Wektor *kb* jest bowiem sumą wektorów *ka*, *oa* i *ob*, wektor A_2B_2 sumą wektorów A_2A_1, A_1B_1 i B_1B_2. Lecz $ka = A_1B_1$, $ao = A_2A_1$, $ob = B_1B_2$, a według ust. 10-go porządek dodawania jest dowolny, prosta *kb* jest przeto równa co do wielkości i kierunku prostej A_2B_2. Otóż *ka* lub A_1B_1 przedstawia położenie początkowe punktu B względem punktu A, prosta *kb* lub A_2B_2 położenie końcowe punktu B względem punktu A; prosta więc *ab* jest przesunięciem punktu B względem punktu A, co należało udowodnić.

W ustępie 20-tym pominęliśmy to, czy początek, do którego odniesiona została początkowa konfiguracya układu i ten, do którego odnosi się konfiguracya końcowa, są jednym i tym samym punktem, czy też w czasie przesuwania się układu przesuwa się i początek.

Otóż przypuśćmy, że w poprzedniem uważaniu początek jest bezwzględnie stały i że przesunięcia *oa*, *ob* i t. d. są przesunięciami bezwzględnemi. Ażeby od tego przypadku przejść do takiego, w którym i początek doznaje przesunięcia, wystarcza przyjąć punkt A, t. j. jeden z ruchomych punktów układu, za początek Ponieważ przesunięcie bezwzględne punktu A przedstawia prosta *oa*, to przesunięcie punktu B względem punktu A przedstawiać będzie prosta *ab* i podobnie rzecz się ma ze wszystkimi innymi punktami układu.

Rozmieszczenie przeto punktów *a*, *b* i t. d. w diagramie przesunięć jest niezależne od tego, czy przesunięcia te odnosimy do punktu stałego, czy do ruchomego; jedyną różnicę stanowi to, że w diagramie przesunięć inny punkt przyjąć należy za początek wektorów, zachowując prawidło, że po przyjęciu pewnego punktu stałego lub ruchomego za początek w diagramie konfiguracyi, należy odpowiedni punkt przyjąć za początek w diagramie przesunięć. Dla wyrażenia tego faktu, że nic nie wiemy o bezwzględnem przesunięciu jakiegokolwiek punktu układu, kreślimy diagram przesunięć jako układ samych punktów, nie oznaczając, który z nich jest początkiem.

Ten diagram przesunięć (bez początku) wyrażający wszystko, co wiedzieć możemy w ogóle o przesunięciu układu, składa się po prostu z pewnej liczby punktów *a*, *b*, *c* i t. d. odpowiadających punktom A, B, C i t. d. układu materyalnego; przyczem jakikolwiek wektor, np. wektor *ab*, przedstawia przesunięcie punktu B względem punktu A.

23. Przesunięcie jednostajne.*

Gdy przesunięcia wszystkich punktów układu materyalnego względem punktu zewnętrznego są

---

* Jeżeli jednoczesne wartości pewnej wielkości dla różnych ciał lub miejsc są równe sobie, mówimy wtedy, że ta wielkość jest *jednostajnie* (równomiernie) rozmieszczona w przestrzeni.

równe co do kierunku i wielkości, to diagram przesunięcia sprowadza się do dwóch punktów, z których jeden odpowiada punktowi zewnętrznemu, drugi zaś każdemu punktowi przesuwającego się układu. W tym przypadku punkty układu nie przesuwają się wcale względem siebie, lecz tylko względem punktu zewnętrznego.

Ten rodzaj przesunięcia zachodzący wtedy, gdy ciało postaci niezmiennej porusza się równolegle do samego siebie, nazwiemy przesunięciem jednostajnem.

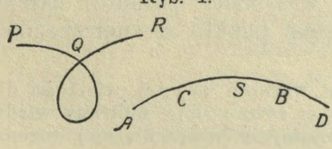
24. Ruch.

Zmiana w konfiguracyi układu, uważana jedynie ze względu na jej dwa stany, przed zmianą i po zmianie, bez względu na czas, w ciągu którego została dokonana, nazywa się przesunięciem układu.

Gdy przy tem zwracamy uwagę na sam proces zmiany, jako odbywający się w pewnym czasie i w sposób ciągły, to zmianę konfiguracyi przypisujemy wtedy ruchowi układu.

25. Ciągłość ruchu.

Rys. 4.



Gdy cząstka materyalna przesuwa się tak, że przechodzi z jednego położenia do drugiego, to może to stać się tylko w ten sposób, że przebiega ona pewną drogę od pierwszego z nich do drugiego.

W każdej chwili ruchu cząstka znajdować się będzie w innym punkcie swej drogi, tak, że w ciągu ruchu przejść musi przez każdy z góry oznaczony punkt tej drogi przynajmniej raz jeden.* Tak właśnie rozumieć należy wyrażenie: »cząstka opisuje drogę ciągłą.« Ruch cząstki materyalnej, odbywający się w sposób ciągły w czasie i przestrzeni, jest przykładem i typem każdej formy ciągłości.

26. O prędkości stałej.**

Gdy ruch cząstki jest taki, że jej przesunięcia w czasach równych, jakkolwiek zresztą krótkich, są równe i jednakowo skierowane, to mówimy, że cząstka porusza się z prędkością stałą.

Oczywiście, w przypadku tym droga ciała (cząstki) będzie linią prostą, a długość pewnej

---

* Jeżeli droga przecina sama siebie i ma formę węzła PR (fig. 4), to cząstka przechodzi przez punkt przecięcia Q dwa razy; cząstka poruszająca się po linii ABCD może przez ten sam punkt S przejść trzy lub więcej razy, gdy odbywa swój ruch po tej linii w jedną i drugą stronę.

** Gdy następujące kolejno po sobie wartości pewnej wielkości, odpowiadające kolejno idącym po sobie odstępom czasu, są równe sobie, to wielkość tę nazywamy *stałą*.

przebieżonej części drogi będzie proporcyonalna do czasu, w ciągu którego została opisana.

Stopień albo miara ruchu nazywa się prędkością cząstki, a jej wielkość wyrażamy, mówiąc, że cząstka przebiega pewną oznaczoną przestrzeń (odległość) w ciągu pewnego oznaczonego czasu, np. dziesięć mil w ciągu godziny, albo jeden metr w ciągu sekundy. Zwykle dla oznaczenia prędkości wyrażamy przestrzeń przebieżoną w ciągu odpowiednio wybranej jednostki czasu, np. w ciągu sekundy.

Jeżeli cząstka przebiega metr w ciągu jednej sekundy i prędkość jej jest stała, to przebieży ona tysiączną lub milionową część metra w ciągu tysiącznej lub milionowej części sekundy. Gdy więc potrafimy spostrzedz albo obliczyć przesunięcie cząstki w ciągu pewnego, jakkolwiek zresztą krótkiego, przedziału czasu, będziemy już stąd mogli wyznaczyć przestrzeń (odległość), jaką cząstka opisuje w dłuższym czasie z tą samą prędkością. Rezultat ten, dający możność wyznaczenia prędkości w krótkim przeciągu czasu, nie wymaga wcale, by ciało poruszało się wedle tej samej miary przez dłuższy czas. Tak n. p. można wiedzieć, że ciało porusza się z prędkością dziesięciu mil na godzinę, lubo ruch jego z tą prędkością trwa tylko setną część sekundy.

27. Miara prędkości zmiennej.

Gdy prędkość cząstki nie jest stała, to wartość jej w danej chwili mierzy się przestrzenią (odległością), jaką opisuje w ciągu jednostki czasu ciało mające taką samą prędkość, jaką ma dana cząstka w uważanej chwili.

Gdy n. p. mówimy, że po upływie sekundy od chwili, w której ciało spadać zaczęło, prędkość jego wynosi 980 centymetrów na sekundę, rozumiemy przez to, że gdyby prędkość pewnej cząstki była stała i równa prędkości ciała w uważanej chwili, to cząstka ta przebiegałaby 980 centymetrów w ciągu sekundy.

Dokładne zrozumienie, co jest prędkością albo miarą ruchu ciała, jest rzeczą niezmiernie ważną, albowiem pojęcia nasuwające się umysłowi przy rozważaniu ruchu, są to też same pojęcia, jakich użył Newton w swoim rachunku pochodnych (fluksyi)*, a które stanowią podstawę wielkiej budowli ścisłej umiejętności wzniesionej w nowszych czasach.

---

* Jeżeli wartość pewnej wielkości zależy od innej wielkości, to miara zmienności pierwszej z nich względem drugiej wyraża się podług metody Newtona, jako prędkość, skoro założymy że pierwsza wielkość przedstawia przesunięcie cząstki, a drugą wyobrazimy sobie jako płynącą jednostajnie wraz z czasem.

28. Diagram prędkości.

Jeżeli w przypadku, gdy każde z ciał danego układu posiada prędkość stałą, porównamy konfiguracyę układu w początku jednostki czasu z konfiguracyą w końcu tej jednostki, to przesunięcia, dokonane w ciągu jednostki czasu przez ciała poruszające się ze stałą prędkością, wyrażają prędkości ciał, według objaśnień podanych w ustępie 26-tym.

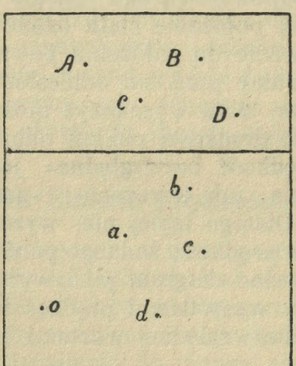
Jeżeli prędkości w ciągu jednostki czasu nie są w samej rzeczy stałe, to należy wyobrazić sobie inny układ, złożony z tej samej liczby ciał jak dany, w którym poszczególne prędkości są równe odpowiadającym im prędkościom pierwszego układu i pozostają stałemi w ciągu jednostki czasu. Przesunięcia tego układu przedstawiają prędkości danego układu w uważanej chwili.

Inny sposób utworzenia diagramu prędkości układu w danej chwili polega na tem, że przyjmuje się mały przedział czasu równy n-tej części jednostki czasu tak, aby środek tego przedziału przypadł na uważaną chwilę. Następnie, utworzywszy diagram przesunięć dla tego przedziału, powiększa się wszystkie jego wymiary n razy. Otrzymany w ten sposób diagram jest diagramem prędkości *średnich* układu w uważanym przedziale czasu. Jeżeli przypuścimy teraz, że liczba n rośnie nieograniczenie, to przedział ten nieograniczenie maleje, a średnie prędkości nieograniczenie zbliżają się do istotnych prędkości w uważanej chwili. Gdy nakoniec n jest nieskończenie wielkie, to wtedy diagram przedstawia dokładnie prędkości w uważanej chwili.

29. Własności diagramu prędkości.

Diagram prędkości układu, złożonego z pewnej liczby cząstek materyalnych, składa się z pewnej liczby punktów, z których każdy odpowiada pojedynczej cząstce.

Rys. 5.



Prędkość cząstki B względem innej cząstki A przedstawia co do kierunku i wielkości prosta *ab* w diagramie prędkości poprowadzona z punktu *a* odpowiadającego cząstce A do punktu *b* odpowiadającego cząstce B.

W ten sposób zapomocą diagramu znaleźć można prędkość względną każdych dwóch cząstek. Diagram nic nie orzeka o bezwzględnej prędkości któregokolwiek punktu; wyraża on dokładnie to, co w ogóle wiedzieć możemy o ruchu i nic nadto.

Jeżeli zrobimy na chwilę przypuszczenie, że wektor *oa* przedstawia bezwzględną prędkość cząstki A, wtedy bezwzględną prędkość dowolnej cząstki, np. cząstki B, przedstawi wektor *ob*, poprowadzony z punktu *o*, jako z początku, do punktu *b*, odpowiadającego cząstce B.

Jak jednak położenie ciała oznaczyć możemy jedynie odnośnie do położenia pewnego punktu, który nazywamy punktem odniesienia, tak również prędkość ciała wyznaczyć możemy jedynie względnie do prędkości punktu odniesienia. Wyrażenie »prędkość bezwzględna« jest tak samo bez znaczenia, jak wyrażenie: »położenie bezwzględne«. Dlatego lepiej nie wyróżniać wcale w diagramie prędkości żadnego punktu początkowego, a uważać diagram jako wyrażenie związków między wszystkiemi prędkościami, nic nie orzekając o bezwzględnej wartości którejkolwiek z nich.

30. Znaczenie wyrażenia: »w spoczynku«.

Gdy powiadamy, że ciało jest w spoczynku, posługujemy się sposobem mówienia, który zdaje się coś orzekać o ciele uważanem w sobie, i możnaby sądzić, że prędkość innego ciała, odniesiona do ciała pozostającego w spoczynku, jest prawdziwą i jedyną bezwzględną prędkością. Lecz wyrażenie: »w spoczynku« oznacza w życiu codziennem tyle, co brak prędkości względem tego, na czem ciało stoi, np. względem powierzchni ziemi, albo pokładu statku. Więcej nic się w tem wyrażeniu nie mieści.

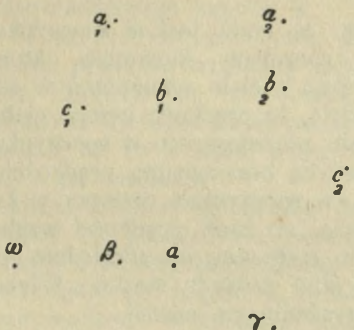
Z tego względu wyróżnianie spoczynku i ruchu, jako dwóch różnych stanów ciała, jest postępowaniem nienaukowem; albowiem jest rzeczą niemożebną mówić o ciele będącem w spoczynku lub ruchu, nie odnosząc go w sposób wyraźny lub ukryty do innego ciała.

31. Zmiana prędkości.

W ten sam sposób, w jaki porównywaliśmy ze sobą prędkości różnych ciał w tym samym czasie, możemy także porównywać prędkości względne jednego i tego samego ciała w różnych czasach w odniesieniu do innego ciała.

Jeżeli a_1, b_1, c_1 jest diagramem prędkości układu ciał A, B, C w jego położeniu początkowem, a_2, b_2, c_2 — diagramem prędkości tegoż układu w położeniu końcowem: jeżeli dalej przyjmiemy punkt ω za początek i poprowadzimy proste: $\omega\alpha$ równą i równoległą do $a_1\ a_2$, $\omega\beta$ równą i równoległą do b_1, b_2, $\omega\gamma$ równoległą do $c_1\ c_2$ i t. d., to możemy punkty α, β, γ i t. d. uważać za punkty diagramu, którego znaczenie jest takie, że którakolwiek prosta diagramu, np. prosta $\alpha\beta$, wyobraża co do kierunku i wielkości zmianę prędkości punktu B względem punktu A. Diagram ten nazwiemy diagramem całkowitych przyśpieszeń.

Rys. 6.



32. Przyśpieszenie.

Wyraz »przyśpieszenie« stosuje się tu dla oznaczenia pewnej zmiany w prędkości, polegającej już to na zwiększaniu się lub zmniejszaniu jej wielkości, już to na zmianie kierunku. Nie odróżniamy przeto tu, jak w mowie zwykłej, przyśpieszenia, opóźnienia i zboczenia w ruchu ciała, lecz mówimy o przyśpieszeniu w kierunku ruchu, w kierunku wprost przeciwnym, lub w kierunku poprzecznym do kierunku ruchu.

Podobnie jak przesunięcie układu określamy jako zmianę jego konfiguracyi, tak też i całkowite przyśpieszenie układu określamy jako zmianę prędkości w układzie. Proces kreślenia diagramu całkowitych przyśpieszeń przez porównanie początkowego i końcowego diagramu prędkości jest taki sam, jak przy kreśleniu diagramu przesunięć przez porównanie początkowego i końcowego diagramu konfiguracyi.

33. Przyśpieszenie na jednostkę czasu.

Do tej pory uważaliśmy całkowite przyśpieszenie zachdzące w ciągu pewnego odstępu czasu. Gdy przyśpieszenie jest stałe, to miarą jego jest całkowite przyśpieszenie w ciągu jednostki czasu punktu, którego przyśpieszenie jest stałe i równe przyśpieszeniu cząstki w uważanej chwili.

Z określenia tego wynika, że metoda wyprowadzania przyśpieszenia na jednostkę czasu z przyśpieszenia całkowitego w ciągu danego czasu jest zupełnie podobna do metody, przy pomocy której wyprowadza się prędkość w chwili danej z przesunięcia w ciągu danego czasu.

Diagram całkowitych przyśpieszeń, wykreślony dla odstępu czasu równego n-tej części jednostki czasu i następnie powiększony n razy, jest diagramem średniego przyśpieszenia na jedn. czasu w ciągu tego odstępu, a zmniejszając odstęp ten nieograniczenie, dochodzimy wreszcie do istotnej wartości przyśpieszenia na jedn. czasu w chwili odpowiadającej środkowi tego odstępu. Ponieważ przyśpieszenie na jedn. czasu uważane bywa w fizyce daleko częściej aniżeli całkowite przyśpieszenie, przeto wyraz »przyśpieszenie« powszechnie stosują dla oznaczenia tego właśnie pojęcia.

Jeżeli przeto w następstwie używać będziemy wprost wyrazu »przyśpieszenie,« to należy przezeń rozumieć to, co dotąd nazywaliśmy przyśpieszeniem na jednostkę czasu.

34. Diagram przyśpieszeń.

Diagram przyśpieszeń jest to układ punktów, z których każdy odpowiada jednemu z ciał układu materyalnego w ten sposób, że każda linia $\alpha\beta$ w diagramie przedstawia stopień przyśpieszenia punktu B względem punktu A.

Zauważmy w tem miejscu, że używać będziemy w diagramie konfiguracyi dużych liter A, B, C i t. d. dla oznaczenia względnego położenia ciał układu; w diagramie prędkości małych liter a, b, c i t. d. dla oznaczenia względnych prędkości tych ciał, w diagramie przyśpieszeń wreszcie liter greckich α, β, γ dla oznaczenia względnych przyśpieszeń.

35. Przyśpieszenie jako pojęcie względne.

Przyśpieszenie, podobnie jak położenie i prędkość, jest pojęciem względnem i nie daje się pojmować w znaczeniu bezwzględnem.

Gdyby każda cząstka świata materyalnego, dostępna naszemu spostrzeganiu, w chwili danej doznała zmiany prędkości wskutek tego, że do doprzedniej prędkości przybyła nowa prędkość pod względem kierunku i wielkości dla wszystkich cząstek, wówczas wszystkie ruchy względne ciał wewnątrz układu zachodziłyby w sposób doskonale ciągły, i ani astronomowie, ani fizycy nie byliby w stanie wykryć za pomocą swych narzędzi, że zaszła w ogóle jakaś zmiana. Jedynie jeżeli zmiana ruchu odbywa się w różny sposób w róznych ciałach układu, zachodzą zjawiska dostrzegalne.

ROZDZIAŁ TRZECI.

SIŁA.

36. Kinematyka i kinetyka.

Uważaliśmy dotychczas ruch układu z czysto geometrycznego punktu widzenia. Pokazaliśmy, w jaki sposób bada się i opisuje ruch dowolnego układu, przy czem nie zwracaliśmy uwagi na warunki, wynikające ze wzajemnego działania na siebie ciał układu.

Teorya ruchu, w ten sposób traktowana, nazywa się *kinematyką*. Gdy zwracamy uwagę na wzajemne działanie ciał, nauka o ruchu nazywa się *kinetyką;* gdy zaś uwzględniamy specyalnie siłę jako przyczynę ruchu — *dynamiką*.

37. Wzajemne działanie dwóch ciał. —Wysił.

Wzajemne działanie dwóch części materyi nazywamy rozmaicie, stosownie do punktu widzenia, z jakiego je badamy, a ten punkt widzenia zależy od rozciągłości układu materyalnego, stanowiącego przedmiot naszej uwagi.

Gdy rozważamy całkowite zjawiska wzajemnego działania dwóch części materyi na siebie, to nazywamy je wysiłem (stress). Stosownie do sposobu swego działania wysił nazywa się przyciąganiem, odpychaniem, napięciem, ciśnieniem, strzyżeniem, skręcaniem i t. d.

38. Siła zewnętrzna.

Jeżeli podobnie, jak w ustępie drugim, zwracamy uwagę naszą na jedną tylko z dwóch działających na siebie części materyi, to rzecz ma się tak, jak gdyby istniało tylko działanie jednostronne, to mianowicie, któremu ulega uważana przez nas część materyi, a zjawisko rozpatrywane z tego punktu widzenia, nazywamy siłą zewnętrzną ze względu na jego skutek, a działaniem innej części materyi — ze względu na jego przyczynę. Wysił uważany z odwrotnego punktu widzenia nazywa się oddziaływaniem na inną część materyi.

39. Różne strony tego samego zjawiska.

W stosunkach kupieckich jedna i ta sama umowa między dwiema stronami nazywa się kupnem ze względu na jedną stronę, sprzedażą ze względu na drugą, zamianą ze względu na obie.

Prowadzący rachunki, sprawdzając zapisy tej umowy, znajduje, że obie strony zapisały ją na przeciwległych stronicach swych ksiąg kupieckich i przy porównaniu ksiąg musi w każdym przypadku uprzytomnić sobie, do której z dwóch stron każda z tych ksiąg należy.

Z podobnych względów przy badaniach dynamicznych musimy zawsze pamiętać, którem się z dwóch ciał zajmujemy, aby uwzględnić siły odnośnie do tego ciała, i nie zapisać którejkolwiek z nich na pierwszej stronie rachunku.

40. Prawa ruchu Newtona.

Siła zewnętrzna lub przyłożona („impressed“), uważana ze względu na swój skutek, tj. ze względu na zmianę ruchu ciał, jest zupełnie dokładnie określona i opisana w trzech prawach ruchu Newtona.

Pierwsze prawo wyraża, przy jakich warunkach niema żadnej siły zewnętrznej.

Drugie wskazuje, jak mierzyć siłę zewnętrzną, jeżeli istnieje.

Trzecie porównywa dwie strony wzajemnego działania między dwoma ciałami, stosownie do tego, czy jedno lub drugie ciało uważa się za ulegające działaniu.

41. Pierwsze prawo ruchu.

I⁰ prawo: *Każde ciało trwa w swym stanie spoczynku albo ruchu jednostajnego i prostolinijnego dopóty, dopóki siły zewnętrzne nie spowodują zmiany tego stanu.*

Doświadczalne stwierdzenie prawdziwości tego prawa polega na tem, że ile razy spotykamy zmianę w stanie ruchu ciała, tyle razy sprowadzić ją możemy do działania między tem ciałem a innem, tj do siły zewnętrznej. Istnienie tego działania wskazuje skutek, jaki ono wywołuje w innem ciele, gdy ruch tego ciała może być dostrzeżony. Tak np. prędkość biegnącej kuli działowej zmniejsza się, lecz to pochodzi od działania między ciałem rzuconem a otaczającem powietrzem, w skutek czego kula ulega sile działającej w kierunku przeciwnym własnemu ruchowi, przy czem powietrze pchane naprzód przez siłę tejże wielkości, samo wprawione zostaje w ruch i tworzy to, co nazywa się »wiatrem« kuli działowej.

Przekonanie nasze o prawdziwości tego prawa nabierze jednak większej mocy, gdy rozważymy, co wynikłoby z jego negacyi. Niechaj będzie ciało poruszające się; w pewnej chwili pozostawiamy je samemu sobie i uwalniamy od działania wszelkiej siły. Co się wtedy stanie? Według prawa Newtona, ciało trwać będzie w ruchu jednostajnym i prostolinijnym, to znaczy, że prędkość jego pozostanie stałą pod względem wielkości i kierunku.

Przypuśćmy tedy, że prędkość ta nie pozostaje stałą przy wymienionych warunkach, lecz ulega zmianie. Zmiana prędkości musi mieć, jak to wiemy z ustępu 31-go, oznaczony kierunek i oznaczoną wielkość, a według maksymy podanej w ustępie 19-ym, musi być niezależna od czasu i miejsca, w którem doświadczenie zachodzi. Kierunek przeto zmiany ruchu powinien dać się wyznaczyć przez kierunek samego ruchu lub przez jakikolwiek kierunek stały w ciele.

Przypuśćmy najprzód, że prawo, określające zmianę prędkości, jest takie, że wielkość jej maleje tak powolnie, że przez żadne doświadczenia, nawet w ciągu setek lat zmniejszenie prędkości wykryć się nie daje.

Prędkość, o której mowa w tem prawie hipotetycznem, może być tylko prędkością, odniesioną do pewnego punktu znajdującego się w bezwzględnym spoczynku. Gdyby bowiem prędkość ta była prędkością względną, to zależałaby co do kierunku i wielkości od prędkości punktu odniesienia.

Istotnie, gdy ciało, odniesione do pewnego punktu, zdaje się poruszać ku północy z prędkością malejącą, to dość odnieść je wprost do innego punktu poruszającego się w tymże kierunku z prędkością jednostajną większą od prędkości ciała, by zdawać się mogło, że ciało porusza się ku południowi z ciągle wzrastającą prędkością.

Z tego względu i owo prawo hipotetyczne nie ma żadnego określonego znaczenia, chyba, że przypuścimy możliwość określenia bezwzględnego ruchu i bezwzględnej prędkości.

Gdy nawet przypuścimy tę możliwość i prawdziwość prawa hipotetycznego, to i wtedy nie będzie ono przeciwieństwem prawa Newtona, a oznaką istnienia jakiegoś środka opornego w przestrzeni.

Rozważmy jeszcze inny przypadek. Przypuśćmy prawo takie, że ciało natychmiast poruszać się przestaje, skoro nie działa już na nie siła. Przypuszczenie podobne nie tylko sprzeciwia się wprost doświadczeniu, ale prowadzi nadto do określenia bezwzględnego spoczynku, jako stanu przyjmowanego przez ciało wtedy, gdy ono staje się wolnem od wpływu sił zewnętrznych.

Tym więc sposobem możnaby okazać, że negacya prawa Newtona pozostaje w sprzeczności z zasadami jedynego systematu trwałej nauki o przestrzeni i czasie, jaką umysł ludzki utworzyć zdołał.

42. Równowaga sił.

Gdy ciało porusza się z prędkością stałą po linii prostej, to siły zewnętrzne działające na nie, jeżeli tylko istnieją, znoszą się czyli są w równowadze.

Gdy np. wagon pociągu na kolei żelaznej porusza się ze stałą prędkością po linii prostej, to siły zewnętrzne nań działające, jako to: ciągnienie wagonu przed nim idącego, parcie wagonu za nim będącego, tarcie o szyny, opór powietrza działający wstecz, ciężar wagonu działający ku dołowi i ciśnienie szyn działające ku górze — wszystkie dokładnie równoważyć się muszą.

Ciała będące w spoczynku w odniesieniu do powierzchni ziemi, są w rzeczy samej w ruchu, i ruch ich nie jest ani stały, ani prostolinijny. Działające więc na nie siły nie równoważą się dokładnie. Ciężar pozorny ciał ocenia się z siły skierowanej ku górze, jaka jest potrzebna, by je utrzymać w spoczynku względem ziemi. Ciężar pozorny jest przeto znacznie mniejszy od przyciągania wywieranego przez ziemię i czyni z osią ziemską kąt mniejszy niż to przyciąganie, tak, że skombinowany skutek siły podtrzymującej ciało i siły przyciągającej ziemi, jest siłą prostopadłą do osi ziemskiej, wystarczającą właśnie do utrzymania ciała na drodze kołowej, którą ono musi opisywać, aby pozostać w spoczynku względem ziemi.

43. Określenie równych czasów.

Pierwsze prawo ruchu, wskazując okoliczności, przy których prędkość poruszającego się ciała pozostaje stałą, daje nam zarazem metodę dla określenia równych odstępów czasu. Dajmy na to, że układ materyalny składa się z dwóch ciał, nie działających na siebie i nie podległych działaniu ciał znajdujących się zewnątrz układu. Gdy jednak z tych dwóch ciał jest w ruchu względem drugiego, to jego prędkość względna wedle pierwszego prawa ruchu będzie stała prostolinijna.

Odstępy czasu są przeto równe, gdy przesunięcia względne w ciągu tych odstępów są równe.

Na pierwszy rzut oka wydaje się, że zdanie to nie wyraża nic więcej prócz określenia pojęcia równych odstępów czasu, które dotąd nie było jeszcze podane.

Lecz jeżeli przyjmiemy jeszcze jeden układ, złożony podobnie jak pierwszy z dwóch ciał, na które nie działa żadne ciało, drugi ten układ da nam niezależną metodę dla porównania odstępów czasu.

Twierdzenie przeto, że równe odstępy są to takie odstępy, w ciągu których zachodzą równe przesunięcia w każdym takim układzie jest równoznaczne z twierdzeniem, że porównanie odstępów daje zawsze rezultat jeden i ten sam niezależnie od tego, czy do miary czasu użyjemy jednego, czy drugiego układu.

Widzimy przeto, że istnieje możliwość teoretyczna porównywania równych odstępów czasu jakkolwiek odległych; prawie zbyteczną jest rzeczą dodać, że metoda ta praktycznie przeprowadzić się nie daje w blizkości ziemi, albo innej jakiej wielkiej masy przyciągającej.

44. Drugie prawo ruchu.

II-gie prawo: *Zmiana ruchu jest proporcyonalna do siły z zewnątrz działającej i zachodzi w kierunku tej ostatniej.*

Przez ruch rozumie tu Newton to, co w nowszym języku naukowym nazywa się *momentem*, w którym uwzględnia się ilość i prędkość poruszającej się materyi.

Siłą działającą z zewnątrz (impressed force) jest u Newtona to, co teraz nazywa się *impulsem*, w którym uwzględnia się i czas, w ciągu którego siła działa, i jej natężenie.

45. Określenie równych mas i równych sił.

Dla wyjaśnienia drugiego prawa należy tedy określić, co rozumiemy przez równe ilości materyi i równe siły.

Przypuścimy, że posiadamy możność utrzymywania w różnych przypadkach jednego i tego samego natężenia siły działającej między dwoma ciałami.

Przypuszczenie to jest uzasadnione, jeżeli przyjmiemy trwałość własności ciał. Wiemy, że pasek kauczukowy rozciągnięty w kierunku swej długości wywiera pewne napięcie, wzrastające wraz z wydłużeniem. Wobec tej własności nazywamy pasek taki sprężystym. Gdy w innym razie wyciągniemy pasek na tę samą długość, to jeżeli własności jego pozostają stałemi, wywrze on to samo napięcie. Na jednym końcu paska utwierdźmy ciało M, na które niechaj nie działa żadna siła prócz prężności paska. Drugi koniec trzymajmy w ręce i ciągnijmy go w kierunku stałym z pewną siłą dostateczną do wyciągnięcia paska na pewną długość. Siła działająca na ciało będzie miała wtedy pewne natężenie F.

Prędkość ciała zacznie wzrastać i po upływie jednostki czasu przybierze wartość oznaczoną V. Gdy do tego samego paska przytwierdzimy inne ciało N i wyciągniemy go jak w przypadku poprzednim, tak, aby wydłużenie było to samo, to i siła działająca na ciało będzie ta sama; jeżeli i prędkość, jakiej nabywa ciało N w jednostce czasu będzie równa V, to powiemy, że ciała M i N składają się z równych ilości materyi, albo wyrażając się językiem nowoczesnym, że mają równe masy. W ten sposób przy pomocy paska sprężystego moglibyśmy otrzymać masy pewnej liczby ciał, tak, aby każda z nich była równa jednostce masy, n.p. funtowi »avoirdupois«, który jest jednostką masy przyjętą w Wielkiej Brytanii.

46. Pomiar masy.

Wartość naukowa metody dynamicznej, służącej do porównania ilości materyi, wystąpi jasno, gdy ją porównamy z innemi zwykle używanemi metodami.

Dopóki mamy do czynienia wyłącznie z ciałami jednej natury, nie trudno widzieć, w jaki sposób należy wtedy mierzyć ilość mataryi. Jeżeli równe ilości substancyi wywołują jednakie skutki jakiejkolwiek zresztą natury, to skutki te można stosować jako miary ilości substancyi.

Ilość pewnej porcyi kwasu siarkowego np. o jednostajnem stężeniu, możemy ocenić przy pomocy kilku naukowych metod. Możemy ją zważyć, albo wyznaczyć objętość jej przez wlanie do naczynia z podziałką, albo oznaczyć jaką ilość normalnego roztworu potażu ilość ta kwasu zobojętnia.

Możemy użyć tych samych metod do wyznaczenia ilości kwasu azotowego, gdy mamy do czynieniu wyłącznie z kwasem azotowym. Lecz gdyby chodziło o porównanie pewnej ilości kwasu siarkowego z pewną ilością kwasu azotowego, to każda z powyższych metod dałaby wypadki różne.

Metoda ważenia zależy od przyciągania między kwasem a ziemią, metoda mierzenia od objętości, jaką kwas zajmuje, metoda chemiczna jest zależna od powinowactwa między kwasem a potażem.

W dynamice abstrakcyjnej natomiast materyę rozpatrujemy z jedynego punktu widzenia, a mianowicie jako to, co zmienia swój ruch pod wpływem działania siły. Dwa ciała przeto mają równe masy wtedy, kiedy siły równe działające na te ciała w ciągu czasów równych, wywołują w nich równe zmiany prędkości. Jest to jedyne dopuszczalne w dynamice określenie równych mas, które stosować można do wszystkich ciał materyalnych niezależnie od ich składu.

Przekonano się doświadczalnie, że ciała mające równe masy, sprowadzone do jednakowego położenia względem ziemi, są w jednakowy sposób przez nią przyciągane, niezależnie od materyi, z której się składają. Nie jest to wszakże twierdzenie dynamiki abstrakcyjnej, opartej na pewnikach (aksyomatach), lecz fakt odkryty przez obserwacye i sprawdzony przez staranne doświadczenia Newtona* nad czasem wahania kul drewnianych wydrążonych, zawieszonych na nitkach równej długości i wypełnianych złotem, srebrem, ołowiem, szkłem, piaskiem, solą kuchenną, drzewem, wodą lub pszenicą.

Fakt atoli, że ciężary (wagi) równych mas w tem samem położeniu geograficznem są równe, jest tak ustalony, że w handlu i w nauce masy porównywamy jedynie przez ich ciężary, wyjąwszy specyalne badania, mające na celu wyznaczenie bezwzględne ciężaru jednostki masy w różnych okolicach ziemi. Metoda stosowana w tych badaniach jest w istocie taka sama, jak i metoda Newtona, mierzenia długości wahadła sekundowego.

Jednostka masy przyjęta w Anglii, ustalona została aktem parlamentarnym z d. 30 lipca 1855; jest nią kawałek platyny ze stemplem »P. S. 1844. 1 lb.« przechowywany w skarbcu i nazwany »Imperial Standard Pound Avoirdupois.« Jedna siedmiotysięczna część tego funta jest granem. We Francyi jednostką masy jest »*Kilogramme des Archives*« przygotowany z platyny przez Bordę. Profesor Miller znalazł, że kilogram = 15432,34874 grana.

---

* »Principia« III, Prop. 6.

47. Liczebna miara siły.

Jednostką siły nazywamy tę siłę, która, działając na jednostkę masy w ciągu jednostki czasu, wytwarza jednostkę prędkości.

W ten sposób wyznaczyć można ciężar grama, to jest siłę, pod wpływem której gram spada, gdy mu swobodnie spadać dozwolimy. Gdy to doświadczenie odbywa się w Wielkiej Brytani, prędkość grama w końcu pierwszej sekundy wynosić będzie 981 centymetrów na sekundę. Ciężar przeto grama wyraża się przez liczbę 981, jeżeli centymetr, gram i sekundę przyjmiemy za jednostki zasadnicze.

W wielu razach dogodnie bywa porównywać siłę z ciężarem ciała i mówić o sile wynoszącej tyle a tyle funtów, lub tyle a tyle gramów wagi. Nazywamy tę miarę *grawitacyjną* (ciężkościową). Lecz nie należy zapominać, że lubo funt czy gram pozostają zawsze temi samemi, to jednak ciężar funta lub grama pod wyższymi stopniami szerokości jest większy niż w blizkości równika; ocenianie przeto siły w ciężarach nie ma wartości naukowej, chyba że dodajemy, w jakim punkcie ziemi dokonano pomiaru.

Jeżeli za jednostki długości, masy i czasu, przyjmiemy stopę, funt i sekundę, to jednostką siły będzie taka siła, która w ciągu sekundy udziela jednemu funtowi prędkości jednej stopy na sekundę. Ta jednostka siły, używana w Wielkiej Brytanii nazywa się »poundal.«

W francuzkim układzie metrycznym jednostkami są centymetr, gram i sekunda; jednostka siły udziela gramowi w ciągu jednej sekundy prędkości równej jednemu centymetrowi i nazywa się »dyną.«

Ponieważ stopa [angielska] = 30,4797 centymetra, a funt [angielski] 453.59 grama, przeto »poundal« = 13825,35 dynom.

48. Równoczesne działanie sił na ciało.

Niechaj jednostka siły działa w ciągu jednostki czasu na jednostkę masy. Prędkość masy ulegnie zmianie, a całkowite przyśpieszenie, równe jedności, będzie miało kierunek siły działającej.

Wielkość i kierunek całkowitego przyśpieszenia są niezależne od tego, czy ciało poprzednio znajdowało się w spoczynku, czy w ruchu. Albowiem wyrażenie »w spoczynku« nie ma znaczenia naukowego, a wyrażenie »w ruchu«, gdy przez nie rozumiemy ruch względny, może mieć najrozmaitsze znaczenia; jeżeli zaś ma stosować się do ruchu bezwzględnego, to może być odniesione tylko do pewnego stałego ośrodka (medium), wypełniającego przestrzeń. Dążenie do odkrycia takiego ośrodka i do wyznaczenia prędkości odniesionej do niego przy pomocy spostrzeżeń nad ruchem ciał jest zupełnie naukowe. Ale gdyby nawet to wszystko mogło się udać, to i wtedy nie odkrylibyśmy błędu w prawach ruchu, lecz tylko nowy fakt w nauce.

Skutek więc danej siły działającej na ciało, nie zależy od ruchu, jaki ciało już posiada.

Podobnież skutek danej siły nie zmienia się wcale przez jednoczesne działanie innych sił na ciało. Skutek bowiem tych innych sił polega tylko na wytworzeniu ruchu ciała, a ruch ten nie wpływa na przyśpieszenie, wytworzone przez pierwszą siłę.

Dochodzimy przeto do następującej postaci prawa: *Gdy dowolna liczba sił działa na ciało, to przyśpieszenie, jakie wytwarza w niem każda z nich, jest takie samo, co do wielkości i kierunku, jak gdyby pozostałe siły wcale na ciało nie działały.*

Gdy na ciało działa siła stała co do kierunku i wielkości, to całkowite przyśpieszenie nabyte przez ciało jest proporcyonalne do czasu, w ciągu którego siła ta działa.

Jeżeli bowiem siła w ciągu danego odstępu czasu wytwarza pewne oznaczone całkowite przyśpieszenie, to w ciągu następującego równego odstępu czasu wytworzy takie samo całkowite przyśpieszenie; skutek bowiem siły nie zależy od prędkości, którą już ciało posiada, gdy na nie siła działa. W równych przeto odstępach czasu zachodzić będą jednakowe zmiany prędkości, a całkowita zmiana prędkości od początku działania siły będzie proporcyonalna do całego czasu tego działania.

Całkowite przyśpieszenie w danym czasie jest proporcyonalne do siły.

Gdy bowiem kilka sił równych działa na ciało w tym samym kierunku, to każda z nich wywołuje swój skutek niezależnie od innych, a więc całkowite przyśpieszenie jest proporcyonalne do liczby sił równych.

49. Impuls.

Całkowity skutek siły działającej na ciało przy udzielaniu mu prędkości jest tedy proporcyonalny do siły i do czasu, w ciągu którego siła działa nieprzerwanie.

Iloczyn z czasu działania siły przez jej natężenie, gdy ono jest stałe, lub przez jej średnie natężenie, gdy ono jest zmienne, nazywa się *impulsem* siły.

W pewnych przypadkach siła działa w ciągu tak krótkiego czasu, że trudno jest ocenić jej natężenie albo czas działania. Ale stosunkowo łatwo wymierzyć skutek siły, a mianowicie zmianę ruchu ciała podległego jej działaniu, a zmiana ta zależy, jak widzieliśmy, od impulsu.

Wyrazu »impuls« używano pierwotnie do oznaczenia skutku siły działającej w ciągu krótkiego czasu, np. uderzenia gwoździa młotkiem. Lecz różnica między tym a każdym innym przypadkiem działania siły nie jest istotna. Będziemy przeto używali tego wyrazu, tak jak został wyżej określony, nie ograniczając się do przypadków, w których działanie jest wyjątkowo krótkotrwałe.

50. Związek między siłą i masą.

Gdy siła działa na jednostkę masy w ciągu danego odstępu czasu, to impuls, jak widzieliśmy, mierzy się przez wytworzoną prędkość.

Gdy równe siły o jednym kierunku działają każda na jednostkę masy, to wszystkie masy te poruszać się będą w jednakowy sposób i można je połączyć ze sobą w jedno ciało, a zjawisko nie ulegnie żadnej zmianie. Prędkość tego ciała będzie równa tej prędkości, jakiej jednostka masy nabywa pod działaniem jednostki siły.

Siła przeto, potrzebna do wytworzenia pewnej danej zmiany prędkości ciała, jest proporcyonalna do liczby jednostek masy składających to ciało.

51. Moment.

Liczebna miara *momentu* ciała jest iloczynem z liczby składających je jednostek masy przez liczbę jednostek prędkości, z jaką ciało się porusza.

Moment jednostki masy poruszającej się z prędkością równą jednostce, służy za miarę momentów: jest momentem równym jedności.

Kierunek momentu jest ten sam co i prędkości, a ponieważ prędkość może być oceniana tylko względnie do jakiegoś punktu odniesienia, przeto i wartość momentu zależy w każdym poszczególnym przypadku od wyboru punktu odniesienia. Tak np. moment księżyca jest innym względem ziemi, a innym względem słońca przyjętych za punkty odniesienia.

52. Drugie prawo ruchu wyrażone w terminach impulsu i momentu.

Zmiana momentu ciała jest równa liczebnie impulsowi, ktory ją wytworzył, a kierunek tej zmiany jest taki sam, jak kierunek impulsu.

53. Dodawanie sił.

Gdy dowolna liczba sił działa jednocześnie na ciało, to każda siła wytwarza przyśpieszenie proporcyonalne do swej wielkości (ustęp 48-my). Gdy przeto w diagramie przyśpieszeń (ust. 34-ty), wychodząc z początku, wykreślimy prostą przedstawiającą co do wielkości i kierunku przyśpieszenie wytworzone przez jedną siłę, z końca tej prostej poprowadzimy drugą, wyrażającą przyśpieszenie wytworzone przez drugą siłę, i tak dalej dla każdej siły kreślić będziemy proste, w dowolnym zresztą porządku, to prosta łącząca początek z punktem końcowym ostatniej prostej przedstawia nam przyśpieszenie wynikłe z połączonego działania wszystkich sił.

Ponieważ proste, przedstawiające przyśpieszenia w tym diagramie są proporcyonalne do sił, od których przyśpieszenia pochodzą, możemy przeto proste te uważać za przedstawicielki samych sił. Diagram uważany w ten sposób nazwać można *diagramem sił*. Prosta łącząca, początek z punktem końcowym szeregu, przedstawia *siłę wypadkową*.

Ważny jest przypadek, w którym łańcuch prostych przedstawiających siły kończy się w początku, tak, że w diagramie otrzymujemy figurę zamkniętą. W tym razie nie ma ani siły wypadkowej, ani przyśpieszenia. Skutki sił znoszą się wzajemnie, a przypadek ten jest przypadkiem równowagi. Roztrząsanie przypadków równowagi jest zadaniem *statyki*.

Ponieważ siły takiego układu wzajemnie znoszą się zupełnie i cały układ sił równoważny jest sile równej zeru, to oczywiście siły i wtedy będą w równowadze, gdy w podobny sposób działają na inny jakikolwiek układ materyalny o dowolnej masie. Oto powód, dla którego nie uwzględniamy wcale masy w badaniach statycznych.

54. Trzecie prawo ruchu.

3-cie prawo. Oddziaływanie jest zawsze równe i wprost przeciwne działaniu; to znaczy: działania wzajemne dwóch ciał są zawsze równe i przeciwnego kierunku.

Gdy na oba ciała, między któremi zachodzi działanie wzajemne, nie działa żadna inna siła, wtedy zmiany momentów wytworzone przez to działanie są równe i przeciwnego kierunku.

Zmiany zaś prędkości obu ciał posiadają również kierunek przeciwny, ale nie są już równe, chyba że masy ciał są równe. We wszystkich innych przypadkach zmiany prędkości są w stosunku odwrotnym do mas.

55. Działanie i oddziaływanie są dwoma objawami wysiłu.

Użyliśmy już wyżej wyrazu »wysił« dla wyrażenia wzajemnego działania dwóch części materyi. Wyraz ten (stress) wzięto z mowy potocznej, a prof. Rankine, któremu zawdzięczamy wiele pożytecznych naukowych wyrażeń, nadał mu zupełnie określone naukowe znaczenie.

Skoro już utworzyliśmy sobie pojęcie wysiłu, np. napięcia sznura albo ciśnienia między dwoma ciałami, i poznaliśmy jego dwie strony, względnie do dwóch ciał, między któremi działa, to spostrzeżemy, że trzecie prawo ruchu jest jednoznaczne z twierdzeniem następującem: każda siła posiada charakter wysiłu; wysił istnieje tylko między dwiema bryłami materyi i skutki sił wywołane w tych bryłach (mierzone przez momenty wytworzone w danym czasie) są równe i wprost przeciwne.

Wysił mierzy się liczebnie przez siłę wywartą na jedną z dwóch części materyalnych. Nazywa się on w szczególności *napięciem*, gdy siła działająca na jedną część jest skierowana ku drugiej części, zaś *ciśnieniem*, gdy siła działająca na jedną część jest odwrócona od drugiej. Gdy siła jest nachylona do powierzchni oddzielającej dwie części materyalne, to wysił nie daje się oznaczyć żadnym wyrazem zwykłej mowy, lecz musi być określony za pomocą technicznych wyrazów matematycznych.

Gdy napięcie między dwoma ciałami utrzymujemy za pomocą sznura, to wysił, właściwie mówiąc, zachodzi między dwiema częściami, na jakie podzielić można sznur przez pomyślany przekrój poprzeczny. Skoro jednak pominiemy ciężar sznura, to każda z jego części będzie w równowa. dze pod wpływem napięć na końcach, tak, że napięcia w dwóch jakichkolwiek przecięciach poprzecznych muszą być równe. Z tego względu mówimy często o napięciu sznura, jako całości, bez wyszczególnienia któregokolwiek przekroju, i mówimy także o napięciu między dwoma ciałami, nie biorąc pod uwagę natury sznura przenoszącego to napięcie.

56. Przyciąganie i odpychanie.

Istnieją przypadki, w których dwa ciała oddzielone pewną odległością zdają się działać wzajemnie na siebie, lubo nie jesteśmy w stanie wykryć ciała pomiędzy niemi leżącego, jak np. sznura w poprzedzającym przypadku, które pośredniczy w tem działaniu. Tak np. widzimy, że dwa magnesy lub dwa ciała naelektryzowane działają na siebie ze znacznych odległości; a obserwacya pokazuje, że ruchy ciał niebieskich zmieniają się w sposób zależny od ich względnego położenia.

To wzajemne działanie między dwoma odległemi ciałami nazywa się przyciąganiem, gdy usiłuje zbliżyć ciała do siebie, a odpychaniem, gdy usiłuje je oddalić.

We wszystkich jednak przypadkach działanie i oddziaływanie między ciałami są równe sobie i wprost przeciwne.

57. Trzecie prawo ruchu stosuje się do działania z odległości.

Fakt, że magnes przyciąga żelazo, był już spostrzeżony przez starożytnych, którzy jednak zupełnie nie zwrócili uwagi na siłę, z jaką żelazo przyciąga magnes. Newton atoli, umieszczając magnes w jednem naczyniu a kawałek żelaza w drugiem i oba naczynia w wodzie tak, aby pływając, dotykały się, okazał doświadczalnie, że żadne z naczyń nie było w stanie posunąć drugiego w wodzie, że więc przyciąganie magnesu przez żelazo było równe działaniu magnesu na żelazo i że oba działania równały się wzajemnemu ciśnieniu naczyń na siebie.

Otrzymawszy tę ilustracyę doświadczalną prawa działania i oddziaływania, Newton stara się uwidocznić wnioski, wynikające z zaprzeczenia tego prawa. Gdyby działanie przyciągające pewnej części ziemi, jakiejś góry naprzykład, na resztę ziemi, było większe lub mniejsze, niż działanie reszty ziemi na tę górę, to pozostałaby siła działająca na układ złożony z ziemi i góry, jako na całość, i ta siła spowodowałaby ruch układu w przestrzeni, odbywający się ze wzrastającą ciągle szybkością.

58. Dowód Newtona nie jest dowodem doświadczalnym.

To zaś sprzeciwia się pierwszemu prawu ruchu, wedle którego żadne ciało nie zmienia swego stanu ruchu, chyba że nań działa *siła zewnętrzna*. Ale nie można powiedzieć, że to sprzeciwia się doświadczeniu, gdyż skutek nierówności przyciągania góry przez ziemię i ziemi przez górę byłby taki sam, jak skutek siły równej różnicy tych dwóch przyciągań i działającej w kierunku linii łączącej środek ziemi z górą. Gdyby góra znajdowała się na równiku, to sprawiłaby obrót ziemi około osi, równoległej zresztą do osi, około której ziemia wiruje, ale nie przechodzącej ściśle przez środek masy ziemskiej.

Gdyby góra znajdowała się na jednym z biegunów, stała siła działałaby równolegle do osi ziemskiej i powodowałaby powolne przesuwanie się orbity ziemskiej ku północnej lub południowej stronie płaszczyzny przechodzącej przez środek masy słonecznej.

Gdyby wreszcie góra znajdowała się w innem miejscu powierzchni ziemi, to skutek byłby w części jednego, w części drugiego rodzaju.

Żaden z tych skutków, chyba że byłby bardzo znaczny, nie dałby się wykryć przez bezpośrednią obserwacyę astronomiczną. Metoda zaś pośrednia odkrywania małych sił z powolnych zmian, jakie te siły wytwarzają w elementach dróg planetarnych, opiera się już właśnie na założeniu, że prawo ciążenia zachodzi. Udowodnienie praw ruchu za pomocą prawa siły ciążenia byłoby odwróceniem porządku naukowego. Byłoby to mniej więcej to samo, jak gdyby kto chciał prawo dodawania liczb udowodnić za pomocą rachunku różniczkowego.

Musimy przeto twierdzenie Newtona przyjąć bez powoływania się na doświadczenie lub obserwacyę, a uważać je raczej winniśmy za dedukcyę trzeciego prawa zasadniczego z pierwszego.

ROZDZIAŁ CZWARTY.

O WŁASNOŚCIACH ŚRODKA MASY UKŁADU MATERYALNEGO.

59. Określenie maso-wektora.

Widzieliśmy, że wektor wyraża działanie, za pomocą którego przeprowadzamy punkt opisujący z punktu początkowego do danego punktu. Określmy *maso-wektor* (mass-vector) jako działanie, za pomocą którego pewną masę przeprowadzamy z danego początku do danego punktu. Kierunek maso-wektora jest ten sam, co wektora tej masy, a wielkość jego równa się iloczynowi z masy przez wektor masy.

Jeżeli więc OA jest wektorem masy A, to OA.A jest maso-wektorem *.

60. Środek masy dwóch cząstek.

Jeżeli A i B są dwiema masami, a punkt C znajdujący się na prostej AB ma położenie ta-

---

* Czytelnik zechce łaskawie pamiętać, że dla uniknienia dwuznaczności, będziemy zawsze oddzielali poszczególne czynniki kropkami, a więc AB jest iloczynem masy A przez masę B, AB jest długością prostej AB. AB.C iloczynem prostej AB przez masę C i t. p. (Przy.p tłómacza).

kie, że długości BC i AC są w stosunku mas A i B, to maso-wektor masy A+B znajdującej się w punkcie C jest równy sumie maso-wektorów mas A i B.

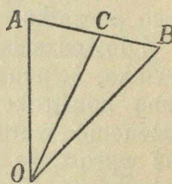
Istotnie

$$OA.A+OB.B=(OC+CA).A+(OC+CB).B$$
$$=OC.(A+B)+CA.A+CB.B.$$

Lecz maso-wektory CA.A, CB.B są na zasadzie założenia równe i wprost przeciwne, znoszą się przeto, tak iż

$$OA.A+OB.B=OC.(A+B)$$

Fig. 7.



Oznacza to, iż punkt C posiada tę własność, że gdyby w nim byłyześrodkowane masy A i B, to ich maso-wektor, liczony od jakiegokolwiek początku O, byłby taki sam, jak wtedy, gdy te masy znajdują się w swych istotnych położeniach. Punkt C nazywa się *środkiem masy* cząstek A i B.

61. Środek masy układu.

Gdy układ składa się z większej liczby cząstek, to dla oznaczenia środka jego masy możemy najprzód wyznaczyć środek masy dwóch jakichkolwiek cząstek i zastąpić je przez jedną cząstką, której masa równa się sumie mas tych dwóch cząstek i znajduje się w tym środku. Następnie szukamy środka masy tej nowej cząstki i trzeciej jakiejkolwiek cząstki układu i w tym środku masy umieszczamy sumę mas tych trzech cząstek układu. W podobny sposób postępujemy dalej, dopóki nie znajdziemy środka masy całego układu.

Maso-wektor masy równej masie całego układu znajdującej się w środku tej masy, odniesiony do pewnego początku, równa się sumie masowektorów wszystkich cząstek układu względem tego początku.

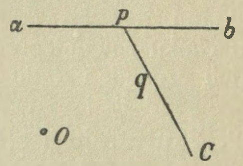
Z dowodzenia pomieszczonego w ustępie 60-ym wynika, że punkt znaleziony przez powyżej opisaną konstrukcyę czyni zadość dopiero co wyrażonemu warunkowi. Z tego warunku wynika już wprost, że tylko jeden punkt może mu czynić zadość. Konstrukcya ta musi przeto zawsze prowadzić do jednego i tego samego wyniku co do położenia środka masy, niezależnie od porządku, w jakim kombinujemy cząstki układu.

Środek masy jest przeto oznaczonym punktem w diagramie konfiguracyi układu. Jeżeli poszczególnym punktom w diagramach przesunięcia, prędkości, całkowitego przyśpieszenia i prędkości zmiany przyśpieszenia nadamy masy odpowiadających im cząstek, to w każdym z tych diagramów znajdziemy punkt odpowiadający środkowi masy i wskazujący przesunięcie, prędkość, całkowite przyśpieszenie lub prędkość zmiany przyśpieszenia środka masy.

62. Wyrażenie momentu przez prędkość zmiany maso-wektora.

Jeżeli punkty *o*, *a*, *b*, *c* diagramu prędkości odpowiadają prędkości początku O i ciał A, B, C, a punkt *p* jest środkiem masy A umieszczonej w punkcie *a* i masy B umieszczonej w punkcie *b*, punkt zaś *q* środkiem masy A + B umieszczonej w punkcie *p* i masy C umieszczonej w punkcie *c*, to punkt *q* będzie środkiem masy układu ciał A, B, C, umieszczonych odpowiednio w punktach *a*, *b*, *c*.

Fig. 8.



Prędkość punktu A względem punktu O wyraża wektor *oa*, prędkości punktów B i C względem tegoż punktu O wyrażają wektory *ob* i *oc*. Wektor *op* wyraża prędkość środka masy punktów A, B, zaś *oq* prędkość środka masy ciał A, B, C względem O.

Momentem cząstki A względem punktu O jest iloczyn z prędkości tej cząstki przez jej masę, t. j. *oa*.A, jest więc tem, co nazwaliśmy maso-wektorem, przeprowadzonym z *o* do masy A znajdującej się w *a*. Podobnież moment każdego innego ciała jest maso-wektorem wykreślonym z punktu *o* do odpowiedniego punktu w diagramie prędkości; moment masyześrodkowanej w środku masy układu jest maso-wektorem, wykreślonym z punktu *o* do całkowitej masy układu, umieszczonej w punkcie *q*.

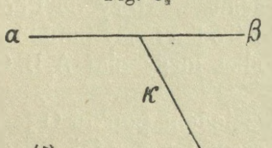
Ponieważ tedy maso-wektor w diagramie prędkości jest tem, co poprzednio nazwaliśmy momentem, przeto własność dowiedziona w ustępie 61-ym przy pomocy pojęcia momentu daje się wyrazić w sposób następujący:

Moment masy równej masie całego układu i poruszającej się z prędkością środka masy układu jest co do wielkości równy, a co do kierunku równoległy do sumy momentów wszystkich cząstek układu.

63. Skutek, jaki siły zewnętrzne wywierają na ruch środka masy.

W diagramie całkowitego przyśpieszenia, wektory $\omega\alpha$, $\omega\beta$ i t. d., wychodzące z początku ω, przedstawiają zmiany prędkości ciał A, B i t. d. w ciągu pewnego odstępu czasu. Odpowiednie maso-wektory $\omega\alpha$.A, $\omega\beta$.B i t. d. wyobrażają odpowiednie zmiany momentu lub na zasadzie drugiego prawa ruchu — impulsy sił, które działają na ciała w ciągu tego odstępu czasu.

Fig. 9.



Jeżeli $\varkappa$ jest środkiem masy układu, to $\omega\varkappa$ jest zachodzącą w ciągu tego czasu zmianą prędkości tej masyześrodkowanej w środku, a iloczyn $\omega\varkappa.(A+B+C)$ jest momentem masy,ześrodkowanej w środku ciężkości. Według ustępu 61-go jest przeto zmiana momentu masy całego układuześrodkowanej w jego środku równą sumie zmian momentów wszystkich ciał układu.

Na zasadzie drugiego prawa ruchu możemy rezultat ten wypowiedzieć w formie następującej:

Skutek, jaki siły działające na różne ciała układu, wywierają na ruch środka masy jest taki, jak gdyby wszystkie te siły działały na jedną masę, równą masie całego układu iześrodkowaną w środku masy.

64. Ruch środka masy układu nie ulega wpływowi działań wzajemnych między częściami układu.

Gdy bowiem między dwiema częściami układu, np. między A i B, zachodzi działanie, to działanie części A na część B jest na zasadzie trzeciego prawa ruchu równe i przeciwne oddziaływaniu części B na część A. Moment przeto, wytworzony przez działanie części A na część B w ciągu pewnego czasu, jest równy i wprost przeciwny momentowi wytworzonemu w ciągu tegoż czasu przez oddziaływanie części B na część A, tak iż ruch środka masy części A i B nie zmienia się wcale dzięki wzajemnemu działaniu tych części.

Możemy zastosować rezultat, wyrażony w poprzednim ustępie, do tego przypadku i powiedzieć, że ponieważ siły wynikające ze wzajemnego działania części A i B są równe i wprost przeciwne, ponieważ dalej skutek tych sił, wywarty na ruch środka masy całego układu, jest taki sam, jak gdyby siły działały na cząstkę, której masa równa się masie całego układu, ponieważ wreszcie skutek dwóch sił równych i wprost przeciwnych jest zerem: przeto i ruch środka masy całego układu od wzajemnego działania części układu żadnej nie dozna zmiany.

65. Pierwsze i drugie prawo ruchu.

Jest to twierdzenie bardzo ważne. Daje ono możność dokładniejszego wyrażenia pierwszego i drugiego prawa ruchu przy pomocy określenia prędkości ciała jako prędkości środka jego masy. Ciało może być w ruchu obrotowym, może składać się z części podlegających zmianom konfiguracyi, tak, że ruchy rozmaitych części mogą być różne, a pomimo to możemy zawsze wyrazić prawa ruchu w formie następującej:

1-sze prawo. Środek masy układu trwa w swym stanie spoczynku albo ruchu jednostajnego i prostolinijnego dopóty, dopóki siły działające na układ z zewnątrz nie spowodują zmiany tego stanu.

2-gie prawo. Zmiana momentu układu w ciągu pewnego odstępu czasu mierzy się przez sumę impulsów sił zewnętrznych w ciągu tego czasu.

66. Metoda badania układów cząsteczkowych.

Gdy układ składa się z części, które są tak małe, że nie możemy ich widzieć, a których ruchy są tak szybkie i zmienne, że nie potrafilibyśmy ich opisać nawet wtedy, gdyby dały się dostrzedz — możemy i wtedy badać ruch środka masy takiego układu, ponieważ siły wewnętrzne powodujące zmiany ruchu części ciała są bez wpływu na ruch środka masy.

67. Przez wprowadzenie pojęcia masy przechodzimy od wektorów, przesunięć, prędkości, całkowitych przyśpieszeń i przyśpieszeń na jedn. czasu do maso-wektorów, maso-przesunięć, momentów, impulsów i sił poruszających.

W diagramie przyśpieszeń na jedn. czasu (fig. 9, ustęp 63) wektory $\omega\alpha$, $\omega\beta$ i t. d., wychodzące z początku ω, przedstawiają przyśpieszenia takie dla ciał A, B i t. d. w danej chwili w odniesieniu do początku O.

Odpowiednie maso-wektory $\omega\alpha.A$, $\omega\beta.B$ i t. d. przedstawiają siły działające na ciała A, B i t. d.

Mówimy niekiedy o kilku siłach działających na jedno ciało, gdy siła działająca na ciało pochodzi od kilku różnych przyczyn, tak iż naturalnie uważamy z osobna części jednej siły, wypływające z tych różnych przyczyn.

Gdy jednak uważamy siłę nie ze względu na jej przyczyny, lecz ze względu na jej skutek — tj. zmianę ruchu ciała, wtedy nie mówimy już o siłach, lecz o jednej sile działającej na ciało, mierzymy ją stopniem zmiany momentu ciała i przedstawiamy za pomocą maso-wektora w diagramie przyśpieszeń na jednostkę czasu.

W ten sposób dochodzimy do szeregu różnych maso-wektorów, odpowiadającego szeregowi wektorów już poprzednio roztrząsanemu.

Mamy naprzód układ maso-wektorów ze wspólnym początkiem, służący do oznaczenia rozmieszczenia masy w układzie materyalnym, zupełnie tak samo, jak odpowiedni układ wektorów przedstawia konfiguracyę geometryczną układu.

Dalej, przez porównanie rozmieszczenia masy w dwóch różnych epokach otrzymujemy układ maso-wektorów przesunięcia.

Szybkość zmiany maso-przesunięcia jest momentem, podobnie jak szybkość zmiany przesunięcia — prędkością.

Zmiana momentu jest impulsem, podobnie jak zmiana prędkości — całkowitem przyśpieszeniem.

Szybkość zmiany momentu jest siłą poruszającą, podobnie jak szybkość zmiany prędkości jest przyśpieszeniem (na jednostkę czasu).

68. Określenie maso-pola.

Gdy cząstka materyalna porusza się od jednego punktu do drugiego, to podwójne pole, jakie opisuje wektor tej cząstki, pomnożone przez jej masę, nazywa się maso-polem przesunięcia cząstki względem początku, z którego wykreślono wektor.

Jeżeli opisane pole jest płaszczyzną, to kierunek maso-pola [które należy sobie przedstawić jako prostą] jest normalny (prostopadły) do tej płaszczyzny i zwrócony tak, iż dla widza patrzącego w kierunku dodatnim normalnej ruch cząstki odbywa się w kierunku wskazówek zegarowych. Jeżeli pole opisane przez wektor nie jest płaszczyzną, to drogę punktu należy podzielić na tak małe części, aby każdą z nich bez wielkiego błędu można było uważać za linię prostą, po czem należy odpowiadające im maso-pola dodać wedle prawidła na dodawanie wektorów.

69. Moment kątowy.

Prędkość zmiany maso-pola jest podwójnym iloczynem z masy cząstki przez pole trójkąta, którego wierzchołek znajduje się w początku, a podstawa jest prędkością cząstki, mierzoną wzdłuż prostej przechodzącej przez cząstkę w kierunku ruchu. Kierunek tego masopola wskazuje normalna wedle wyżej podanego prawidła.

Prędkość zmiany maso-pola cząstki nazywa się *momentem kątowym* tej cząstki, odniesionym do początku, a suma momentów kątowych wszystkich cząstek nazywa się momentem kątowym układu względem początku.

Moment kątowy układu materyalnego w odniesieniu do pewnego punktu jest więc wielkością o oznaczonym kierunku i oznaczonej wartości.

Określenie momentu kątowego cząstki względem punktu można wyrazić w inny jeszcze odmienny nieco sposób, a mianowicie jako iloczyn z momentu tej cząstki względem tego punktu przez prostopadłą do kierunku ruchu cząstki w uważanej chwili wyprowadzoną z początku.

70. Moment siły względem punktu.

Prędkość przyrastania momentu kątowego cząstki jest iloczynem z przyśpieszenia jej prędkości przez masę cząstki i przez prostopadłą do kierunku przyśpieszenia wyprowadzoną z początku. Jest to, innemi słowy, iloczyn z siły poruszającej działającej na cząstkę przez prostopadłą do kierunku siły wyprowadzoną z początku.

Iloczyn z siły przez prostą, prostopadłą do jej kierunku i wychodzącą z początku, nazywa się momentem siły względem początku. Osią momentu, wskazującą jego kierunek, jest wektor prostopadły do płaszczyzny, zawierającej tę prostą i siłę, i zwrócony w kierunku takim, iż dla widza, który wzdłuż niego patrzy, siła stara się obrócić cząstkę naokoło punktu początkowego w kierunku ruchu wskazówek zegarowych.

Prędkość więc zmiany momentu kątowego cząstki względem początku mierzy się przez moment siły działającej na cząstkę, odniesiony do początku.

Prędkość zmiany momentu kątowego układu materyalnego względem początku mierzy się podobnież przez sumę geometryczną [wektorową] momentów sił działających na cząstki układu.

71. Zachowanie momentu kątowego.

Rozważmy teraz dwie jakiekolwiek cząstki układu. Siły pochodzące od wzajemnego działania tych cząstek są równe, działają w kierunku tej samej prostej, ale w przeciwne strony. Momenty przeto tych dwóch sił względem jakiegokolwiek punktu przyjętego za początek mają równą wielkość, tęż samą oś i przeciwny kierunek. Suma tych momentów jest więc zerem. Podobnież wzajemne działania między każdemi innemi dwiema cząstkami składa się z dwóch sił, dla których suma momentów jest zerem.

Wzajemne przeto działanie, zachodzące między ciałami układu materyalnego, nie ma wcale wpływu na sumę geometryczną momentów. Siły więc, jakie jedynie uwzględnić należy przy tworzeniu sumy geometrycznej momentów, są to siły zewnętrzne tj. działające między całym układem lub jego częściami a ciałami do układu nie należącemi.

Wynika stąd, że prędkość zmiany momentu kątowego układu mierzy się przez sumę geometryczną momentów sił działających na układ z zewnątrz.

Jeżeli kierunki wszystkich sił zewnętrznych przechodzą przez początek, to ich momenty są równe zeru, a moment kątowy układu jest stały. Kiedy planeta opisuje swą drogę około słońca, wtedy kierunek wzajemnego działania planety i słońca przechodzi stale przez środek masy układu obu ciał. Moment kątowy każdego z tych ciał odniesiony do wspólnego środka masy jest więc stały, dopóki uwzględniamy tylko te dwa ciała. Pod wpływem innych planet moment ten zmieniać się może. Jeżeli jednak do układu naszego wcielimy wszystkie planety, to suma geometryczna ich momentów kątowych, odniesiona do środka masy układu, będzie bezwzględnie stała, zupełnie niezależnie od działań wzajemnych między ciałami, w założeniu, że żadna siła pochodząca od ciał znajdujących się zewnątrz całego układu słonecznego nie działa w sposób różny na rozmaite części tego układu.

ROZDZIAŁ PIĄTY.

PRACA I ENERGIA.

72. Określenia.

Praca jest to akt wytwarzania zmiany konfiguracyi układu wbrew sile opierającej się tej zmianie.

Energia jest to zdolność wykonywauia pracy.

Układ, który doznawszy szeregu zmian, powraca następnie w pewien sposób do stanu początkowego, tak, że całkowita praca, wykonana przez czynniki zewnętrzne nań działające, równa się całkowitej pracy, jaką on sam wykonał, przezwyciężając siły zewnętrzne — układ taki nazywamy układem zachowawczym.

73. Zasada zachowania energii.

Postępy fizyki doprowadziły do odkrycia i zbadania rozmaitych form energii i do postawienia twierdzenia, że wszystkie układy materyalne uważać można za układy zachowawcze w założeniu, że uwzględniamy wszelkie formy energii, jakie w tych układach istnieją.

Doktryna ta, uważana za wniosek wysnuty z dostrzeżeń i doświadczeń, nie może oczywiście wyrażać nic więcej nad to, że dotąd nie odkryto żadnego układu niezachowawczego.

Uważana zaś za teoryę lub podstawę naukowych teoryj, doktryna nabierać będzie coraz większego prawdopodobieństwa, w miarę zwiększania się liczby dedukcyi, jakie z niej wyprowadzamy, a które za każdym razem stwierdza doświadczenie

Istotnie, nauka o zachowaniu energii jest jedyną ogólną zasadą, zgodną z faktami nie tylko w dziedzinie jednej lecz wszystkich nauk fizycznych [tj. we wszystkich działach fizyki właściwej, jak również w chemii i fizyologii].

Raz ujęta, służy ona jako węzeł łączący wszystkie znane prawa o działaniach fizycznych, przy pomocy którego fizyk może odkrywać prawidłowe związki między temi działaniami w nowych gałęziach wiedzy.

Z tych względów nauka ta nazywa się powszechnie *zasadą zachowania energii.*

74. Ogólne wysłowienie zasady zachowania energii.

Całkowita energia każdego układu materyalnego jest wielkością, która się nie zwiększa ani zmniejsza wskutek działań, zachodzących między częściami układu, chociaż może zmieniać się w każdą z form, które energia przybierać może.

Jeżeli w skutek działania czynnika zewnętrznego konfiguracya układu ulega zmianie, podczas gdy siły układu opierają się tej zmianie konfiguracyi, powiadamy, że czynnik zewnętrzny wykonał pracę na układzie. W tym przypadku energia układu zwiększa się o ilość pracy wykonanej na nim przez czynnik zewnętrzny.

Jeżeli przeciwnie siły układu wytwarzają zmianę konfiguracyi, której opiera się czynnik zewnętrzny, powiadamy, że układ wykonywa pracę na tym czynniku i energia układu zmniejsza się o ilość wykonanej pracy.

Praca przeto jest przenoszeniem energii z jednego układu do drugiego; układ wydatkujący energię wykonywa pracę na układzie, który tę energię nabywa i ilość energii wydatkowanej przez pierwszy układ jest zawsze ściśle równa ilości energii nabytej przez drugi.

Jeżeli więc złączymy oba układy w jeden większy, to oczywiście energia całego układu nie zostanie ani zwiększona ani zmniejszona przez wzajemne działanie układów cząstkowych.

75. Miara pracy.

Praca wykonana na układzie materyalnym przez czynnik zewnętrzny daje się opisać przez zmianę konfiguracyi układu, zachodzącą pod wpływem siły zewnętrznej, usiłującej zmianę tę sprowadzić.

Jeśli np. ktoś podnosi z ziemi funt na wysokość jednej stopy, w kierunku przeciwnym sile ciężkości to wykonywa pewną oznaczoną ilość pracy. Ta ilość pracy nazywa się w języku technicznym stopo-funtem (funto-stopą).

W tym razie człowiek podnoszący ciężar jest czynnikiem zewnętrznym, układ materyalny składa się z ziemi i funta, zmianą konfiguracyi jest zwiększenie odległości między substancyą ziemi i substancyą funta, a siłą — siła skierowana ku górze, którą stosuje człowiek przy podnoszeniu funta, równa i wprost przeciwna ciężarowi funta. Podniesienie funta jeszcze na stopę wyżej wymagałoby znowu takiej samej ilości pracy, rozumie się, w założeniu, że ciężkość jest siłą jednostajną. Prawda, że ciężkość nie jest jednostajną, lecz zmniejsza się w miarę oddalania się ciał od środka ziemi, tak, że stopofunt nie jest wielkością dokładnie określoną, chyba, że podamy zarazem wielkość natężenia ciężkości w uważanem miejscu. Dla wyjaśnienia pojęcia pracy przyjmijmy jednak, że dla wzniesienia nie przekraczającego kilku stóp ciężkość pozostaje stałą; w tem przypuszczeniu praca, wykonana przy podniesieniu funta, będzie stopo-funtem dla każdej stopy, na którą funt kolejno podnosimy.

Podniesienie np. dwudziestu funtów wody na dziesięć stóp wymagać będzie wykonania pracy równej 200 stopo-funtom. Istotnie, podniesienie jednego funta na dziesięć stóp wymaga wykonania pracy równej 10 stopofuntom, a podniesienie dwudziestu funtów — pracy dwadzieścia razy większej, a więc dwustu stopofuntów.

Wielkość przeto wykonanej pracy jest proporcyonalna do iloczynu liczb wyrażających użytą siłę i przesunięcie w kierunku siły.

W stopofuncie siłą jest ciężar funta, a ta wielkość w rozmaitych miejscach jest różna. Ciężar funta w mierze bezwzględnej jest liczebnie równy natężeniu siły ciężkości, której wartość w *poundalach* na funt zmienia się od 32,227 (na biegunach) do 32,117 (na równiku) i zmniejsza się nieograniczenie wraz z zwiększaniem się odległości od ziemi. Wyrażona w *dynach* na gram wartość ta zawiera się między 978,1 i 983,1. Aby więc ilość pracy wyrazić miarą jednostajną, stosującą się do wszystkich miejsc na ziemi, musimy liczbę stopofuntów pomnożyć przez liczbę wyrażającą natężenie siły ciężkości w uważanem miejscu. Tym sposobem praca wyrazi się w *stopo-poundalach*. Stopo-funty należą do układu *miary ciężkościowej*, który jest układem niezupełnym, jeżeli nie znamy natężenia siły ciężkości w uważanem miejscu.

W układzie metrycznym jednostką pracy jest tak nazwany *erg*, tj. praca, którą wykonywa *dyna*, gdy uskutecznia przesunięcie na długość jednego centymetra. Na stopo-poundal idzie 421393,8 ergów.

76. Energia potencyalna.

Praca, jaką wykonywa człowiek podnoszący ciało ciężkie, uskutecznia się przez przezwyciężenie przyciągania między ziemią i tem ciałem. Przy tem zwiększa się energia układu materyalnego składającego się z ziemi i ciała ciężkiego. Jeżeli ciało ciężkie jest np. ciężarem zegarowym, to przez nakręcenie zegara energia jego zwiększa się tak, że pomimo tarcia kół i oporu stawianego przez powietrze ruchowi wahadła, zegar może iść cały tydzień i oprócz tego wydatkować energię w innej formie przez wprawianie powietrza w drganie, skutkiem którego słyszymy chód zegara.

Jeżeli ktoś nakręca zegarek kieszonkowy, to wykonywa pracę, gdyż zmienia formę sprężyny przez jej zwijanie. Zwiększa się wtedy energia sprężyny, która rozkręcając się, utrzymuje zegarek w ruchu.

W obu przypadkach energia udzielona układowi zależy od zmiany konfiguracyi.

77. Energia kinetyczna.

W innej bardzo ważnej klasie zjawisk praca wykonywa się skutkiem zmiany prędkości ciała poddanego działaniu. Rozważmy prosty przypadek ciała poruszającego się bez obrotu pod wpływem siły. Niechaj masa ciała będzie M gramów i niechaj na nie w kierunku ruchu działa w ciągu T sekund siła równa F dynom. Prędkość ciała w początku uważanego odstępu czasu niechaj będzie V, a w końcu — V′ cm. na sekundę; niechaj długość odcinka, przebieżonego przez ciało w ciągu uważanego czasu, będzie S cm.. Moment początkowy ciała będzie MV, moment końcowy MV′, przyrost momentu będzie tedy równy M(V′—V). Na zasadzie drugiego prawa ruchu przyrost ten równa się impulsowi siły F działającej w ciągu czasu T, tj. równa się FT; mamy przeto:

$$FT = M(V' - V). \qquad (1)$$

Ponieważ prędkość rośnie jednostajnie wraz z czasem, przeto prędkość średnia jest średnią arytmetyczną prędkości początkowej i końcowej, to jest równa $^1/_2(V'+V.)$

Możemy prędkość średnią wyznaczyć jeszcze w inny sposób, mianowicie dzieląc drogę S przez czas T; jest przeto:

$$\frac{S}{T} = \frac{1}{2}(V'+V) \qquad (2)$$

Mnożąc przez siebie odpowiednie strony równań (1) i (2), otrzymujemy:

$$FS = \frac{1}{2} MV'^2 - \frac{1}{2} MV^2. \qquad (3)$$

Tu FS wyraża pracę wykonaną przez siłę F działającą na ciało, które pod jej wpływem przebiegło drogę S w kierunku siły, i praca ta, jak pokazuje równanie (3), równa się nadmiarowi ilości $^1/_2MV'^2$ nad $^1/_2MV^2$. Jeżeli nazwiemy iloczyn $^1/_2MV^2$, t. j. połowę iloczynu z masy przez kwadrat prędkości — *energią kinetyczną* ciała w początku uważanego czasu, to $^1/_2MV'^2$ będzie energią kinetyczną w końcu czasu, w ciągu którego ciało pod wpływem siły F przebiegło drogę S. Energia jest tu wyrażona w ergach [skoro prędkość mierzymy w centymetrach na sekundę].

Równanie nasze możemy teraz tak wysłowić: Praca, którą wykonała siła F, zmieniwszy ruch ciała, mierzy się przez przyrost energii kinetycznej ciała w ciągu czasu działania.

Udowodniliśmy twierdzenie to w przypadku, gdy przedział czasu jest tak mały, że można uważać siłę za stałą w ciągu tego czasu, gdy zatem i prędkość średnią można przyrównać średniej arytmetycznej prędkości początkowej i końcowej. Przypuszczenie to, zupełnie dokładne i dla dowolnie długich przedziałów czasu w przypadku siły stałej, zbliża się w każdym innym przypadku do prawdy tem bardziej, im mniejsze są uważane odstępy czasu. Dzieląc więc cały czas trwania działania na małe odstępy i udowodniając w sposób powyższy, że praca wykonana w ciągu każdego z nich jest równa przyrostowi energii kinetycznej ciała, a następnie dodając kolejno następujące po sobie części pracy i części przyrostu energii, możemy okazać, że całkowita praca wykonana przez siłę równa się całkowitemu przyrostowi energii.

Jeżeli siła działa na ciało w kierunku przeciwnym jego ruchowi, to energia kinetyczna ciała zamiast zwiększać się, będzie się zmniejszała, a siła, zamiast wykonywać pracę, będzie działała jako opór, który ciało podczas swego ruchu przezwycięża. Ciało przeto poruszające się, dopóki jest w ruchu, może wykonywać pracę przez przezwyciężanie oporu, a praca przezeń wykonana równa się ubytkowi jego energii kinetycznej. Gdy ciało wreszcie przechodzi do stanu spoczynku, jego energia kinetyczna jest wyczerpana i wtedy całkowita praca wykonana przez ciało jest tak wielka, jak początkowa jego energia kinetyczna.

Teraz pojmujemy, że »energia kinetyczna«, której używaliśmy dotąd tylko jako nazwy dla iloczynu $^1/_2MV^2$, dobrze przedstawia istotę rzeczy. Energię bowiem ciała określiliśmy, jako jego zdolność wykonywania pracy. Miarą energii jest praca, jaką ciało wykonać może. Energia *kinetyczna* jest to energia, jaką ciało posiada dzięki temu, że jest w *ruchu*, i wykazaliśmy teraz, że wartość jej wyraża się przez $^1/_2MV^2$

lub $^1/_2 MV \times V$, t. j. przez połowę iloczynu z jego momentu przez prędkość.

78. Siły ukośne.

Jeżeli siła działa na ciało prostopadle do kierunku jego ruchu, to nie wykonywa żadnej pracy; zmieniając kierunek ruchu, nie zmienia prędkości. Energia kinetyczna, jako zależna od kwadratu prędkości, pozostaje tedy bez zmiany. Gdy kierunek siły nie przypada ani w kierunku ruchu ciała, ani prostopadle do tegoż kierunku, możemy rozłożyć siłę na dwie składowe: jednę prostopadłą do kierunku ruchu, drugą przypadającą w kierunku ruchu (lub w kierunku wprost przeciwnym).

Pierwszą składową, która nie wykonywa pracy i nie zmienia energii kinetycznej ciała, możemy pominąć we wszystkich obliczeniach energii.

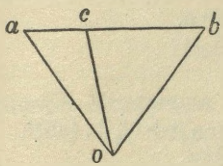
Drugą składową rozpatrzyliśmy już poprzednio. Składowa ta, przypadając w kierunku ruchu, zwiększa energię kinetyczną o ilość pracy wykonanej na ciele; przypadając zaś w kierunku wprost przeciwnym ruchowi, zmniejsza energię kinetyczną o ilość pracy wykonanej przez ciało wbrew sile.

We wszystkich przeto wypadkach przyrost energii kinetycznej równa się pracy, jaką czynniki zewnętrzne wykonywają na ciele, a ubytek tejże energii równa się ilości pracy, jaką wykonywa ciało, przezwyciężając opór zewnętrzny.

79. Energia kinetyczna dwóch cząstek odniesiona do środka ich masy.

Energia kinetyczna układu materyalnego składa się z energii kinetycznej jedynej masy równej masie całego układu i poruszającej się z prędkością środka masy i z energii kinetycznej pochodzącej od ruchu części układu względem tego środka.

Fig. 10.



Rozpocznijmy od przypadku, w którym układ składa się tylko z dwóch cząstek. Ich masy niechaj będą A i B, ich prędkości w diagramie prędkości niechaj przedstawiają proste *oa* i *ob*. Jeżeli *c* jest środkiem masy dwóch cząstek, z których jedna ma masę równą A i znajduje się w punkcie *a*, druga zaś ma masę równą B i znajduje się w punkcie *b*, to *oc* przedstawia prędkość środka masy dwóch danych cząstek.

Energia kinetyczna naszego układu jest sumą energii kinetycznych obu cząstek; oznaczając ją przez T, mamy

$$T = {}^1/_2 A(oa)^2 + {}^1/_2 B(ob)^2.$$

Wyrażając $(oa)^2$ i $(ob)^2$ przy pomocy wielkości oc, ca, cb i kąta $oca = \theta$, otrzymamy:

$$T = \frac{1}{2}A(oc)^2 + \frac{1}{2}A(ca)^2 - A\,.\,oc\,.\,ca\,.\cos\theta$$
$$+ \frac{1}{2}B\,(oc)^2 + \frac{1}{2}\,B(cb)^2 - B\,.\,oc\,.\,cb\,.\cos\theta$$

Ponieważ punkt *c* jest środkiem masy A umieszczonej w punkcie *a* i masy B umieszczonej w punkcie *b*, przeto

$$A\,.\,ca + B\,.\,cb = o,$$

tak iż ostatecznie:

$$T = \frac{1}{2}(A+B)\,.\,(co)^2 + \frac{1}{2}A(ca)^2 + \frac{1}{2}B\,.\,(cb)^2.$$

Czyli: energia kinetyczna układu złożonego z dwóch cząstek A i B składa się z energii kinetycznej masy A+B, poruszającej się z prędkością środka masy danych cząstek, i z energii ruchu tychże cząstek względem tego środka.

80. Energia kinetyczna układu materyalnego odniesiona do środka jego masy.

Ponieważ przyjęliśmy, że ruch cząstki jest ruchem środka jej masy, rozpoczęliśmy od przypadku dwóch cząstek i udowodniliśmy prawdziwość naszego twierdzenia dla układu składającego się z dwóch cząstek. Lecz jeżeli twierdzenie to jest prawdziwe dla dwóch układów wziętych z osobna, musi też być prawdziwe dla układu, jaki z nich złożyć można. Jeżeli bowiem *oa* i *ob* będą prędkościami środków mas takich dwóch układów

A i B, to *oc* przedstawiać będzie prędkość środka masy złożonego układu A + B. Gdy więc T_A oznacza energię kinetyczną ruchu układu A względem środka jego masy, a T_B ma podobne znaczenie dla układu B, to z dowiedzionego powyżej dla układów A i B twierdzenia wynika, że energia kinetyczna układu A jest:

$$\frac{1}{2}A(oa)^2 + T_A,$$

energia kinetyczna układu B:

$$\frac{1}{2}B(ob)^2 + T_B.$$

Energia kinetyczna całego układu A + B jest przeto:

$$\frac{1}{2}A(oa)^2 + \frac{1}{2}B(ob)^2 + T_A + T_B,$$

czyli

$$\frac{1}{2}(A+B)(oc)^2 + \frac{1}{2}A(ca)^2 + T_A + \frac{1}{2}B(cb)^2 + T_B.$$

Pierwszy wyraz jest energią kinetyczną masy równej masie całego układu i poruszającej się z prędkością środka masy całego układu.

Drugi i trzeci wyraz razem wzięte przedstawiają energię kinetyczną układu A odpowiadającą jego ruchowi względem środka masy całego układu, a czwarty i piąty wyraz mają podobne znaczenie dla układu B.

Skoro więc powyższe twierdzenie jest prawdziwe dla każdego z układów A i B uważanych oddzielnie, to jest także prawdziwe dla układu złożonego z A i B. Prawdziwość twierdzenia dla przypadku dwóch cząstek została już udowodniona: wynika stąd prawdziwość jego dla układu złożonego z trzech, czterech i w ogóle z dowolnej liczby cząstek, a więc dla każdego układu materyalnego.

Energia kinetyczna układu względem środka jego masy jest mniejsza od energii kinetycznej układu odniesionej do każdego innego punktu. Albowiem energia kinetyczna odniesiona do każdego innego punktu przewyższa energię kinetyczną odniesioną do środka masy o ilość równą energii kinetycznej masy równej masie całego układu i poruszającej się z prędkością środka masy względem owego punktu; a ponieważ energia kinetyczna z natury swej jest ilością dodatnią, przeto i ta nadwyżka musi być dodatnią.

81. Użyteczna energia kinetyczna.

Widzieliśmy w ustępie 64-ym, że wzajemne działanie części układu materyalnego nie może zmienić prędkości środka jego masy. Część przeto energii kinetycznej układu, pochodząca od ruchu środka masy, nie może zmienić się przez żadne działanie wewnątrz układu. Jest zatem rzeczą niemożliwą przekształcić tę część energii na pracę przy pomocy działania wzajemnego części układu. Dopóki układ jest pozostawiony samemu sobie, energia ta wyzyskaną być nie może. Może ona być zamieniona na pracę jedynie przez działanie między danym układem i innym jakimkolwiek układem materyalnym zewnętrznym.

Gdy przeto uważamy pewien układ materyalny bez związku z jakim innym układem, to energię kinetyczną użyteczną układu tego stanowi jedynie energia pochodząca od ruchów części układu względem jego środka masy.

Przyjmijmy, że działanie między częściami układu jest takie, że po pewnym czasie konfiguracya układu staje się niezmienną i nazwijmy ten proces krzepnięciem (solidification) układu. Dowiedliśmy, że moment kątowy całego układu nie ulega zmianie od wzajemnego działania części układu. Gdy więc moment początkowy układu jest zerem, to układ ten, skoro forma jego stanie się niezmienną, nie będzie obracał się około środka masy, lecz jeżeli wogóle będzie w ruchu, poruszać się będzie równolegle do samego siebie, a części jego pozostaną w spoczynku względem środka masy. W tym więc przypadku cała energia użyteczna przekształca się na pracę w skutek wzajemnego działania części w czasie krzepnięcia układu.

Jeżeli początkowa wartość momentu kątowego układu nie jest zerem, to i po skrzepnięciu wartość ta pozostanie taką samą. Układ będzie zatem obracał się około środka masy i będzie miał jeszcze energię pochodzącą od ruchu względem środka masy. Ta pozostała energia nie dała się zamienić na pracę.

Gdy jednak części układu mogą oddalać się od siebie w kierunkach prostopadłych do osi momentu kątowego, a układ, skoro to rozszerzenie nastąpiło, krzepnie, to pozostająca energia kinetyczna obrotu około środka masy staje się coraz mniejszą, w miarę jak rozszerzenie układu stopniowo się zwiększa. Przez dostateczne rozszerzenie układu można tedy pozostałą energię uczynić dowolnie małą i tym sposobem całą energię wynikającą z ruchu względem środka masy zamienić na pracę wewnątrz układu.

82. Energia potencyalna.

Energia potencyalna układu materyalnego jest to zdolność układu do wykonywania pracy zależna od innych okoliczności, aniżeli ruch układu. Innemi słowy, energia potencyalna jest to energia, która nie jest kinetyczną.

W układzie materyalnym teoretycznym, jaki zbudowaliśmy w naszej wyobraźni z pojęć zasadniczych materyi i ruchu, nie ma innych warunków, prócz konfiguracyi i ruchu rozmaitych mas, należących do układu. Jedyne przeto okoliczności, od których wyłącznie zależy energia takiego układu, stanowi jego ruch i konfiguracya; ponieważ zaś energia kinetyczna zależy od ruchu, więc energia potencyalna zależeć musi od konfiguracyi.

Wiemy, że w wielu rzeczywistych układach materyalnych część energii zależy istotnie od konfiguracyi. Tak n. p. sprężyna zegarowa ma więcej energii, gdy jest zwinięta, niż gdy jest częściowo odwinięta; dwie sztaby magnesowe mają więcej energii, gdy leżą obok siebie wzrócone w tę samą stronę jednoimiennymi biegunami, niż wtedy, gdy ich różnoimienne bieguny znajdują się przy sobie.

83. Sprężystość.

W przypadku sprężyny zegarowej możemy wyśledzić związek, zachodzący między zwijaniem sprężyny a siłą, którą ona wywiera, dzieląc w myśli sprężynę na bardzo wielką liczbę bardzo małych części czyli elementów. Podczas zwijania sprężyny kształt każdej z tych małych części zostaje zmieniony, a taką zmianę kształtu ciała stałego nazywamy odkształceniem.

W ciałach stałych odkształceniu towarzyszy zawsze objaw siły wewnętrznej albo wysiłu; takie ciała, w których ten wysił zależy wprost od odkształcenia, nazywamy *sprężystemi*, a własność ciał wywierania wysiłu skutkiem odkształcenia — *sprężystością*.

Zwijanie więc sprężyny pociąga za sobą odkształcenie jej elementów, a siła zewnętrzna, jaką wtedy ujawnia sprężyna, jest wypadkową wysiłów zachodzących między elementami.

Zamiast bezpośredniego związku między zwijaniem sprężyny i siłą, jaką ona wywiera, podstawiamy tedy związek między odkształceniami i wysiłami elementów sprężyny: w miejsce pojedynczego przesunięcia i pojedynczej siły, między któremi zachodzi związek bardzo zawiłej natury, podstawiamy wielość odkształceń i odpowiednią wielość wysiłów. Tym sposobem każde odkształcenie z odpowiednim wysiłem łączymy związkiem daleko prostszym.

Lecz pomimo to wszystko istota związku zachodzącego między konfiguracyą i siłą pozostaje zagadkową. Wszystko, co możemy o tem powiedzieć, jest tylko skonstatowaniem faktu. Jeżeli zaś wszystkie zjawiska tego rodzaju podciągniemy pod nazwę zjawisk sprężystości, to klasyfikacya ta może być wprawdzie bardzo pożyteczna, lecz nie należy zapominać, że sam wyraz »sprężystość« wcale nie wyjaśnia związku zachodzącego między konfiguracyą i energią.

84. Działanie na odległość.

W przypadku dwóch magnesów żadna substancya widzialna nie łączy ciał, między któremi zachodzi działanie. Czy między magnesami znajduje się powietrze lub woda, czy ciała te znajdują się w naczyniu, z którego za pomocą pompy usunięto powietrze, działanie wzajemne będzie zawsze to samo. Możemy nawet między magnesami pomieścić płytę szklaną, metalową lub drewnianą, a zawsze znajdziemy, że wzajemne działanie zależy tylko od względnego położenia magnesów i nie zmienia się w sposób dostrzegalny pod wpływem żadnych substancyi, z wyjątkiem metali magnetycznych. Według zwykle używanego wyrażenia, działanie między magnesami byłoby tedy *działaniem na odległość.*

Usiłowano wprawdzie, nie bez pewnego powodzenia,* działania te rozłożyć na oddzielne wysiły rozmieszczone sposobem ciągłym w środku niewidzialnym, aby ustanowić analogię między działaniem magnesów a działaniem sprężyny lub sznura przy przenoszeniu siły, lecz pomimo to fakt powszechny, że odkształceniom lub zmianom konfiguracyi towarzyszą wysiły lub siły, wewnętrzne, skutkiem których w układzie nagromadza się energia — fakt ten jest faktem ostatecznym, nie dającym się do tej pory wywnioskować z żadnej bardziej podstawowej zasady.

85. Teorya energii potencyalnej jest bardziej zawiła od teoryi energii kinetycznej.

Godząc się więc na to, że energia układu materyalnego może zależeć od jego konfiguracyi, musimy przyznać, że sposób jej zależności jest o wiele więcej złożony niż sposób zależności energi kinetycznej od ruchu układu.

---

* Clerk Maxwell: »Treatise on Electricity and Magnetism,« Tom. II, art. 641.

Energia bowiem kinetyczna daje się obliczyć za pomocą metody niezmiennej z ruchu części układu. Mnożymy masę każdej części przez połowę kwadratu jej prędkości i dodajemy wszystkie te iloczyny. Energia zaś potencyalna, wynikająca z wzajemnego działania części układu, może zależeć od względnego położenia tych części w różny sposób w różnych przypadkach. Gdy np. dwie kule bilardowe zbliżają się do siebie, to między niemi nie zachodzi żadne wyraźne działanie dopóty, dopóki nie zbliżą się do tego stopnia, że pewne ich części na pozór dotykać się będą. Aby następnie środki kul jeszcze bardziej zbliżyć do siebie, należy stykające się ich części odkształcić, a to wymaga wydatkowania pewnej ilości pracy.

W tym więc przypadku energia potencyalna jest stała dla wszystkich odległości większych niż odległość podczas pierwszego zetknięcia i zwiększa się bardzo szybko, gdy ta odległość się zmniejsza.

Siła, z jaką działają na siebie magnesy, zmienia się znowu w całkiem inny sposób wraz z odległością. W rzeczywistości forma związku między konfiguracyą i energią potencyalną układu daje się jedynie wyznaczyć przy pomocy doświadczenia.

86. Zastosowanie metody energii do obliczania sił.

Zupełna znajomość sposobu zmieniania się energii układu materyalnego przy zmianie konfiguracyi i ruchu układu jest matematycznie równoznaczna ze znajomością wszystkich własności dynamicznych układu. Z jedynej formuły matematycznej, wyrażającej energię jako funkcyę ilości zmiennych, Lagrange, Hamilton i inni znakomici matematycy rozwinęli metody matematyczne, służące do wyrażania wszystkich sił i wysiłów w poruszającym się układzie; lecz byłoby rzeczą trudną opisać te metody za pomocą pojęć elementarnych, do których ograniczamy się w tej książce. Krótki zarys metod tych znaleźć można w mojem dziele o Elektryczności*, gdzie mówię także o ich zastosowaniu do zjawisk elektro-magnetycznych. **

W przypadku układu będącego w spoczynku łatwo widzieć w jaki sposób wyznaczyć się dają siły układu, gdy wiadomo w jaki sposób energia zależy od jego konfiguracyi.

Przypuśćmy, że czynnik zewnętrzny sprawia w układzie przesunięcia z jednej konfiguracyi do drugiej. Jeżeli energia układu w drugiej konfiguracyi jest większa niż w pierwszej, to przy-

---

* Część IV, rozdzial 5-ty, art. 553.

** Rozdziały bezpośrednio następujące.

rost energii może pochodzić tylko od czynnika zewnętrznego. Czynnik ten musiał wykonać pracę równą przyrostowi energii, musiał przeto wywrzeć siłę w kierunku przesunięcia i wartość przeciętna tej siły, pomnożona przez przesunięcie, musi być równa wykonanej pracy. Wartość przeciętną siły znajdziemy przeto, dzieląc przyrost energii przez przesunięcie

Jeżeli przesunięcie jest znaczne, to zmiana siły podczas jego zachodzenia może być tak wielka, że wartość przeciętna siły z trudnością wyznaczyć się daje; ponieważ jednak siła zależy od konfiguracyi, przeto, jeżeli wyobrazimy sobie, że przesunięcie coraz bardziej maleje, to i odpowiadająca mu zmiana siły, będzie coraz mniejsza, tak iż wreszcie będzie można siłę uważać za stałą podczas odkształcania układu..

Jeżeli więc podług metody podobnej do metod opisanych w ustępach 27-ym, 28-ym i 33-im obliczymy prędkość zwiększania się energii z przesunięciem, czyli przyrost energii na jednostkę przesunięcia, to przyrost ten będzie liczebnie równy sile wywieranej przez czynnik zewnętrzny w kierunku przesunięcia.

Jeżeli w czasie zwiększania się przesunięcia energia układu, zamiast wzrastać, maleje, to układ musi wykonywać pracę na czynniku zewnętrznym, a wtedy siła wywarta przez czynnik zewnętrzny musi mieć kierunek przeciwny kierunkowi przesunięcia.

87. Wyszczególnienie kierunku sił.

W badaniach dynamicznych mówimy najczęściej o siłach wywieranych przez czynnik zewnętrzny na układ materyalny. Przeciwnie, siły, o których mówi się w badaniach nad elektrycznością, są zwykle siłami wywieranemi przez układ naelektryzowany na czynnik zewnętrzny wstrzymujący ruch układu. Gdy więc mowa o sile, koniecznie trzeba zawsze pamiętać o tem, czy siła ma być uważana z jednego, czy z drugiego punktu widzenia.

Możemy w ogóle uniknąć tej dwuznaczności, uważając zjawisko dane jako całość i określając je, jako wysił między dwoma punktami lub dwoma ciałami, który jest już to napięciem lub ciśnieniem, już to przyciąganiem lub odpychaniem, stosownie do kierunku. Porównaj art. 55.

88. Zastosowanie do układu w ruchu.

Widziejiśmy tedy, że znając energię potencyalną układu przy wszelkiej możliwej kofiguracyi, możemy wywnioskować, jakie siły zewnętrzne są konieczne, aby układ utrzymać stale w każdej z nich. Jeżeli układ jest w spoczynku, i te konieczne siły zewnętrzne istotnie działają, to układ pozostanie w równowadze. Jeżeli układ porusza się, to siła działająca na każdą cząstkę składa się z siły pochodzącej od połączeń w układzie (równej i wprost przeciwnej obliczonej dopiero co sile zewnętrznej) i z siły zewnętrznej, istotnie na cząstkę wywartej. Zupełna więc znajomość sposobu zależności energii potencyalnej od konfiguracyi dałaby nam możność przepowiadania wszystkich ruchów układu, powstających pod wpływem danych sił zewnętrznych, w przypuszczeniu, oczywiście, że zdołalibyśmy pokonać czysto matematyczne trudności rachunku.

89. Zastosowanie metody energii do badania ciał rzeczywistych.

Przechodząc od dynamiki abstrakcyjnej do fizyki — od układów materyalnych, posiadających tylko te własności, któreśmy im nadali przez określenie, do ciał rzeczywistych, których własności zbadać chcemy — napotykamy wiele zjawisk, nie dających się wyjaśnić jako proste zmiany konfiguracyi i ruchu układu materyalnego.

Rozumie się, że jeżeli wyjdziemy z założenia, że ciała rzeczywiste są układami złożonemi z materyi, odpowiadającej pod każdym względem postawionym przez nas określeniom, to w takim razie możemy pójśćdalej i twierdzić, że wszystkie zjawiska są tylko zmianami konfiguracyi i ruchu, chociaż nie umiemy jeszcze określić rodzaju ruchu i konfiguracyi niezbędnych dla wyjaśnienia poszczególnych zjawisk. Lecz w umiejętności ścisłej wyjaśnienia podobne należy oceniać nie ze względu na to, co obiecują, lecz na to, co istotnie dają. Konfiguracya i ruch układu są to rzeczy, dające się zupełnie dokładnie opisać; jeżeli zatem wyjaśnienie zjawiska za pomocą konfiguracyi i ruchu układu materyalnego ma uchodzić za prawdziwe wzbogacenie naszego poznania naukowego, to konfiguracye, ruchy i siły muszą być dokładnie wyszczególnione i musi być dowiedzione, że nie tylko pozostają w zgodzie ze znanymi faktami, ale że i wystarczają do wyjaśnienia badanego zjawiska.

90. Zmienne, od których zależy energia.

Nawet wówczas, gdy zjawiska badane nie dadzą się wyjaśnić dynamicznie, możemy stosować do nich z wielką korzyścią zasadę zachowania energii jako kierowniczkę w naszych poszukiwaniach.

By stosować tę zasadę, przyjmujemy przedewszystkiem, że ilość energii w układzie materyalnym zależy od stanu układu, tak, że pewnemu oznaczonemu stanowi odpowiada oznaczony zasób energii.

Pierwszym krokiem jest tedy określenie rozmaitych stanów układu, a mając do czynienia z ciałami rzeczywistemi, musimy stan ich określić nie tylko ze względu na konfiguracyę i ruch ich części widzialnych, lecz jeżeli mamy powody do przypuszczenia, że również konfiguracya i ruch cząstek niewidzialnych wpływają na zjawisko widzialne, musimy znaleść jeszcze metodę oceniania energii pochodzącej z tego źródła.

Tak np. ciśnienie, temperatura, potencyał elektryczny i skład chemiczny są wielkościami zmiennemi, których wartości służą do określenia stanu ciała, i w ogóle energia ciała zależy od wartości tych i innych ilości zmiennych.

91. Energia wyrażona przez zmienne.

Następny krok w badaniu naszem polega na wyznaczeniu, ile pracy czynniki zewnętrzne wykonać muszą na danem ciele, aby przeprowadzić je z jednego określonego stanu do innego.

Do tego celu wystarcza znajomość pracy, jaka jest konieczna, aby ciało z pewnego szczególnego stanu, który nazwiemy *stanem normalnym*, mogło być przeprowadzone do jakiegokolwiek innego określonego stanu. Energia ciała w drugim stanie równa się energii, jaką ono posiadało w stanie normalnym, zwiększonej o pracę konieczną do przeprowadzenia go ze stanu normalnego do uważanego. Fakt, że praca ta jest zawsze jedną i tą samą zupełnie niezależnie od tego, przez jakie stany pośrednie układ przechodził, jest podstawą całej teoryi energii.

Ponieważ wszystkie zjawiska zależą od zmian energii ciała, a nie od jej całkowitej wartości, przeto znajomość energii w stanie normalnym układu, gdyby nawet była możebną, byłaby zbyteczną.

92. Teorya ciepła.

Jednem z najważniejszych zastosowań zasady zachowania energii jest zastosowanie jej do badania istoty ciepła.

Dawniej przyjmowano, że różnica między stanem ciała, gdy ono jest ciepłe, a stanem jego, gdy jest zimne, polega na obecności pewnej substancyi, zwanej cieplikiem, która w ciele cieplejszem miała się znajdować w większej ilości. Lecz doświadczenia Rumforda nad ciepłem, wytwarzanem przez tarcie metali i Davy'ego nad topnieniem lodu przez tarcie wykazały, że gdy uskutecznia się praca przy przezwyciężaniu tarcia, to ilość wytworzonego ciepła jest proporcyonalna do wykonanej pracy.

Doświadczenia Hirna wykazały również, że gdy ciepło wykonywa pracę w maszynie parowej, znika część ciepła, proporcyonalna do wykonanej pracy.

Joule bardzo starannie wymierzył pracę zużywaną podczas tarcia oraz ciepło, które się wówczas wytwarza. Znalazł on, że ilość ciepła potrzebna na podniesienie temperatury funta wody z 39° F. do 40° F. jest równoważna 772 stopofuntom pracy w Manchestrze albo 24858 stopopoundalom.

Stąd możemy obliczyć, że ilość ciepła potrzebna do ogrzania jednego grama wody od 3° do 4° C. wynosi 42000000 ergów.

93. Ciepło jako forma energii.

Ponieważ ciepło może być wytwarzane, przeto nie może być substancyą; ponieważ zaś, ilekroć energia mechaniczna zostaje zużyta przez tarcie, wytwarza się ciepło, i odwrotnie — ilekroć maszyna zyskuje na energii mechanicznej, ciepło znika; ponieważ dalej w jednym i drugim przypadku ilość energii zużytej lub zyskanej jest proporcyonalna do ilości zyskanego lub zużytego ciepła, wnioskujemy stąd, że ciepło jest pewną postacią energii.

Prócz tego mamy powody do utrzymywania, że drobne cząsteczki ciała ciepłego znajdują się w stanie niezmiernie szybkiej agitacyi, t. j. że każda cząstka porusza się wciąż bardzo szybko, lecz zmienia kierunek ruchu tak często, że naogół wcale prawie nie zmienia swego położenia.

W takim zaś razie część i to znaczna część energii ciała ciepłego musi mieć formę energii kinetycznej.

Wyznaczenie postaci, jaką posiada energia ciała ciepłego, jest dla naszych celów rzeczą zbyteczną. Największe znaczenie ma ten fakt, że energia może być mierzona w formie ciepła; a ponieważ każda forma energii może być zamieniona na ciepło, daje nam to jedną z najbardziej odpowiednich metod do mierzenia energii.

94. Energia mierzona jako ciepło.

Gdy pewne substancye zostają wprowadzone w zetknięcie ze sobą, zachodzą działania chemiczne: substancye łączą się w odmienny sposób, a nowa grupa ciał posiada odmienne własności chemiczne od pierwotnej. Podczas tego procesu może być wykonana praca skutkiem rozszerzenia się mieszaniny, jak np. przy spalaniu prochu: może powstać prąd elektryczny, jak w stosie Volty, może wreszcie powstać ciepło, jak w większości reakcyi chemicznych.

Energia wydatkowana w postaci pracy mechanicznej daje się mierzyć wprost, albo zamienić na ciepło za pośrednictwem tarcia. Energia zużyta dla wytworzenia prądu elektrycznego daje się mierzyć jako ciepło, jeżeli pozwolimy prądowi przebiegać po przewodniku takiego kształtu, aby ciepło w nim wytworzone łatwo wymierzyć się dało. Należy przy tem staranną zwrócić uwagę na to, aby energia rozchodząca się w przestrzeni pod postacią dźwięku lub ciepła promienistego była uwzględniona w rachunku.

Suma energii pozostającej w układzie (mieszaninie) oraz tej która się wyzwoliła, musi być równa energii pierwotnej.

A n d r e w s, F a v r e, S i l b e r m a n n i inni wymierzyli ilość ciepła powstającą wtedy, gdy pewna ilość tlenu lub chloru łączy się z równoważną ilością innych substancyi. Z tych pomiarów daje się obliczyć przewyżka energii ciał badanych w ich wolnym stanie początkowym ponad energię, jaką te ciała posiadają po połączeniu.

95. Zadanie nauki.

Pomimo wielkiej liczby wybornych prac tego rodzaju, dziedzina dotychczas zbadana jest niezmiernie szczupła w stosunku do nieograniczonej rozmaitości i złożoności ciał napotykanych w przyrodzie.

Specyalnem zadaniem, które w obecnym stanie umiejętności będzie przedmiotem prac fizyków, jest wyznaczenie ilości energii, jaką układ zyskuje lub traci, przechodząc ze stanu normalnego do innego jakiegokolwiek stanu.

96. Dzieje nauki o energii.

Pierwszym, który spostrzegł ważność wielkości, nazwanej przez nas energią kinetyczną i który jej nadał oddzielną nazwę, był Leibniz. Iloczyn z masy przez kwadrat prędkości nazwał Leibniz *siłą żywą* (vis viva). Byłaby to zatem podwójna energia kinetyczna.

Newton, w »Scholium do praw ruchu,« chcąc wyrazić związek między pracą wykonywaną przez czynnik zewnętrzny, a pracą wydatkowaną, nagromadzaną lub przekształcaną przez maszynę lub inny układ materyalny, wygłasza następujące twierdzenie, które ma okazać rozległą stosowalność trzeciego prawa ruchu:

»Jeżeli działanie czynnika zewnętrznego mierzy się iloczynem z jego siły przez prędkość, a oddziaływanie oporu mierzy się również iloczynem z prędkości każdej części układu przez siłę oporową powstającą z tarcia, spójności, ciężaru i przyśpieszenia, to działanie i oddziaływanie będą sobie zawsze równe, zupełnie niezależnie od istoty i natury ruchu układu.« Thomson i Tait pierwsi zauważyli, że w tem twierdzeniu Newtona zawarta jest w zasadzie cała nauka o energii.

Wyrazy: działanie i oddziaływanie, w wysłowieniu trzeciego prawa ruchu mają oznaczać siły, t. j. przedstawiać jeden i tenże sam wysił z dwóch przeciwległych punktów widzenia.

W dopiero zaś podanym ustępie wyrazom tym nadaje się nowe, zupełnie inne znaczenie przez to, że działanie i oddziaływanie mierzy się przez iloczyn z siły i prędkości jej punktu przyczepienia. Wedle tego określenia, działanie czynnika zewnętrznego jest równoznaczne z ilością pracy wykonanej przezeń na jednostkę czasu. Toż samo rozumieć należy, gdy mówimy o sile maszyny parowej lub innego motoru. Wyraża się ona ogólnie przez liczbę idealnych koni, potrzebną do wykonania pracy w tym samym czasie, co maszyna, i nazywa się siłą maszyny wyrażoną w koniach.

Jeżeli chcemy krótko wyrazić szybkość wykonywania pracy przez czynnik, to nazywamy ją *dzielnością* lub *sprawnością* tego czynnika, rozumiejąc przez »sprawność« pracę wykonywaną w ciągu jednostki czasu.

Wprowadzenie wyrazu »energia« w znaczeniu ścisłem i naukowem dla wyrażenia ilości pracy, którą może wykonać układ materyalny, jest zasługą Younga.*

97. Rozmaite postacie energii.

Energia, jaką posiada ciało w skutek swego ruchu, nazywa się energią kinetyczną.

Układ może posiadać także energię dzięki swojej konfiguracyi, jeżeli siły jego są tego rodzaju, że wykonywa on pracę przeciw oporowi zewnętrznemu, gdy przechodzi do innej konfiguracyi. Ta energia nazywa się *potencyalną*. Jeżeli np. podnieśliśmy kamień do pewnej wysokości po nad powierzchnię ziemi, to układ złożony z dwóch ciał: kamienia i ziemi, posiada energię potencyalną i może wykonać pewną ilość pracy podczas spadania kamienia. Ta energia potencyalna pochodzi stąd, że kamień i ziemia przyciągają się wzajemnie, w skutek czego ten, kto podniósł kamień i oddalił go od ziemi, musiał zużyć pewną ilość pracy; gdy zaś kamień został podniesiony, to przyciąganie między nim

---

* »Lectures on Natural Philosophy«, VIII.

a ziemią wykonywa pracę podczas spadania kamienia. Ten rodzaj energii pochodzi zatem od pracy, jaką wykonałyby siły układu, gdyby jego części poddały się działaniu tych sił. Helmholtz w swojej słynnej rozprawie »O zachowaniu siły« (Berlin, 1847) nazwał tę energię »sumą napięć.« Thomson nazywał ją energią statyczną (statical energy). Nazywano ją także energią położenia. Rankine jednak nazwał ją energią potencyalną. Jest to nazwa bardzo szczęśliwie dobrana, albowiem nietylko wyraża ten rodzaj energii, jakiej układ istotnie jeszcze nie posiada, ale którą nabyć jest w stanie, lecz prócz tego pozostaje w związku z tem, co (z innych powodów) nazywa się funkcyą potencyalną.

Rozmaite formy energii, jakie spotykamy w układach materyalnych, zaliczono do jednej z dwóch klas: energii kinetycznej, pochodzącej z ruchu, i energii potencyalnej, pochodzącej z konfiguracyi.

Tak np. ciało ciepłe, oddające ciepło swe ciału zimniejszemu, może wykonywać pracę, sprawiając rozszerzanie się drugiego ciała przeciw ciśnieniu. Układ materyalny, w którym zachodzi niejednostajne rozmieszczenie temperatury, posiada zatem zdolność do wykonywania pracy, czyli energię. Energię tę uważamy obecnie jako energię kinetyczną pochodzącą od bezładnego ruchu najmniejszych części ciała ciepłego.

Proch posiada energię, gdyż zapalony, może wprawić w ruch kulę działową. Energia prochu jest energią chemiczną i pochodzi od zdolności jego części składowych do nowego ugrupowania się w czasie wybuchu i do zajęcia bez porównania większej objętości. W obecnym stanie nauki chemicy przedstawiają działanie chemiczne jako zmianę ugrupowania cząsteczek [atomów] pod wpływem sił dążących do wytworzenia tej zmiany. Z tego więc punktu widzenia energia chemiczna, jest energią potencyalną.

Powietrze ściśnięte w kolbie wiatrówki jest w stanie wyrzucić kulę. Dawniej sądzono, że energia ściśniętego powietrza pochodzi od wzajemnego odpychania jego cząstek. Gdyby to wyjaśnienie było prawdziwe, należałoby energię tę uważać za potencyalną. W nowszych jednak czasach powstała teorya, według której cząsteczki powietrza znajdują się w stanie ruchu, a ciśnienie powietrza jest skutkiem uderzeń tych cząsteczek o ściany naczynia. Podług tej teoryi energia ściśniętego powietrza jest kinetyczną.

Istnieje przeto wiele różnych form energii, w jakich układ materyalny posiadać ją może, i w pewnych przypadkach może być rzeczą wątpliwą, czy energia jest kinetyczna, czy potencyalna. Istota jednak energii jest zawsze jedna i ta sama, zupełnie niezależnie od formy, w jakiej ją spotykamy. Ilość jej daje się zawsze wyrazić jako energia ciała, mającego pewną masę i poruszającego się z pewną prędkością.

ROZDZIAŁ SZÓSTY.

STRESZCZENIE.

98. Rzut oka na dynamikę abstrakcyjną.

Powyżej wyłożyliśmy tę część zasad nauki o ruchu materyi, która daje się przedstawić w sposób dostatecznie elementarny, zgodnie z zadaniem tej książki.

Musimy tu jeszcze dać pogląd ogólny na związek wzajemny różnych części tej nauki i na stosunek całości do innych części fizyki. To obecnie łatwiej da się osiągnąć, niż w samym początku naszego wykładu.

99. Kinematyka.

Zaczęliśmy od kinematyki, czyli nauki o czystym ruchu. Pojęcia, jakie stosowaliśmy w tej części, były to pojęcia przestrzeni i czasu. Jedyny atrybut materyi, jaki się nam przedstawił, jest ciągłość jej w przestrzeni i czasie, — innemi słowy fakt, że każda cząstka materyi znajduje się w każdej chwili w pewnem jedynem miejscu i że zmiana miejsca w ciągu dowolnego czasu odbywa się przez ruch na drodze ciągłej.

Ani siły, która wpływa na ruch ciała, ani też masy, od której zależy wielkość siły niezbędnej do wytworzenia ruchu, nie uwzględniamy zgoła w czystej nauce o ruchu.

100. Siła.

W następnym dziale naszego przedmiotu uważaliśmy siłę jako to, co zmienia ruch masy. Jeżeli rozważamy jedno tylko ciało, to badanie nasze pozwala nam z obserwacyi jego ruchu wyznaczyć kierunek i wielkość siły wypadkowej działającej na ciało; badanie to jest przykładem i typem wszystkich badań przedsiębranych dla odkrycia i mierzenia sił fizycznych.

Należy to jednak uważać za proste zastosowanie określenia siły, a nie za nową prawdę fizyczną.

Dopiero gdy określamy siły równe jako takie, które wytwarzają równe przyśpieszenia w równych masach, i równe masy jako takie, które doznają jednakowych przyśpieszeń pod wpływem równych sił, przekonywamy się, że te określenia równości są równoważne wygłoszeniu następującej prawdy fizycznej: porównanie ilości materyi przy pomocy sił potrzebnych do udzielenia im danego przyśpieszenia jest metodą prowadzącą zawsze do zgodnych wyników, zupełnie niezależnych od bezwzględnych wartości sił i przyśpieszeń.

101. Wysił.

Następny krok, jaki uczyniliśmy w nauce o sile, był ten, że z uważania siły działającej na ciało doszliśmy do poznania, że siła jest tylko jedną stroną wzajemnego działania między dwoma ciałami, które Newton nazwał działaniem i oddziaływaniem, a które obecnie nazywamy krótko wysiłem.

102. Względność wiedzy dynamicznej.

Cały nasz postęp aż do tego punktu może być uważany jako stopniowy rozwój nauki o względności wszystkich zjawisk fizycznych. Położenie musimy oczywiście uważać jako coś względnego, nie możemy bowiem położenia ciała opisać w terminach, które nie wyrażałyby stosunku. Używanie w zwykłej mowie wyrazów »ruch« i »spoczynek« nie wyłącza wprawdzie tak zupełnie pojęcia ich bezwzględności, ale przyczyna tego tkwi w tem, że w mowie potocznej przyjmuje się milcząco, że ziemia jest nieruchoma.

W miarę jak pojęcia nasze o przestrzeni i o czasie, stają się jaśniejszemi, przekonywamy się coraz lepiej, że cała nasza doktryna dynamiczna skupia się w jeden zgodny w sobie system.

Początkowo mogliśmy mniemać, że jako istoty obdarzone samowiedzą, posiadamy bezwzględną znajomość dwóch koniecznych elementów naszego poznania, to jest miejsca, w którem się znajdujemy, i kierunku, w którym się poruszamy; lecz mniemanie to, które niewątpliwie było mniemaniem wielu mędrców starożytnych, stopniowo ustępowało z umysłu badaczów.

W przestrzeni nie ma słupów granicznych; jedna część przestrzeni jest zupełnie taka sama, jak inna, tak, że nie możemy wiedzieć, gdzie jesteśmy. Znajdujemy się jakoby na spokojnem morzu, wolnem od wiatru i fal, nie mając gwiazd nad sobą, bez kompasu i sondy, i nie możemy powiedzieć, w jakim poruszamy się kierunku. Nie posiadamy logu, którybyśmy wyrzucić mogli, aby przy pomocy niego wykonać obliczenie; możemy wprawdzie wyznaczyć prędkość naszego ruchu względem przedmiotów sąsiednich, lecz nie wiemy wcale, w jaki sposób przedmioty te poruszają się w przestrzeni.

103. Względność siły.

Nie możemy nawet powiedzieć, jaka siła działa na nas; możemy podać tylko różnicę, zachodzącą między siłą działającą na jedną rzecz, a siłą działającą na inną.

Wyraźny przykład tego mamy w codziennem doświadczeniu. Ziemia wykonywa w ciągu roku jeden obrót około słońca znajdującego się w odległości 91,520,000 mil (angielskich) czyli $1 \cdot 473.10^{13}$ centymetrów. Wynika stąd, że na ziemię działa w kierunku do słońca siła, nadająca ziemi przyśpieszenie w tymże kierunku wynoszące 0·019 stopy na sekundę, co stanowi prawie $^1/_{1680}$ natężenia siły ciężkości na powierzchni ziemi.

Siła działająca na ciało, równa $^1/_{1600}$ jego ciężaru, dalaby się łatwo zmierzyć za pomocą znanych metod, zwłaszcza, gdy kierunek jej w różnych godzinach dnia byłby różnie pochylony względem linii pionowej.

Gdyby przyciąganie słońca działało tylko na stałą część ziemi, a nie na ciała ruchome, z któremi robimy doświadczenia, to wtedy ciało zawieszone na nitce i poruszające się wraz z ziemią wskazywałoby różnicę zachodzącą między działaniem słońca na ciało i działaniem na ziemię jako na całość.

Gdyby np. słońce przyciągało tylko ziemię, a nie przyciągało ciała zawieszonego, to w takim razie zawsze w czasie wschodu słońca punkt zawieszenia połączony stale z ziemią byłby przyciągany ku słońcu, gdy tymczasem na samo ciało zawieszone działałoby tylko przyciąganie ziemi, i w skutek tego nitka odchylałaby się od słońca, mianowicie dolny jej koniec na długość równą $^1/_{1600}$ swej całkowitej długości. W czasie zachodu słońca nitka odchylałaby się o tyleż od zachodzącego słońca. Ponieważ zaś słońce zachodzi w innym punkcie horyzontu, niż wschodzi, przeto nitka odchylałaby się w coraz innym kierunku, a różnica kierunku pionu w czasie wschodu i zachodu słońca łatwo dałaby się dostrzedz.

Lecz w rzeczywistości jest inaczej. Przyciąganie działa jednakowo na wszystkie rodzaje materyi, znajdującej się w jednakowej odległości od ciała przyciągającego. W czasie wschodu i zachodu słońca środek ziemi i ciało zawieszone znajdują się prawie w tej samej odległości od słońca, a zboczenie pionu, pochodzące od działania słońca wcale spostrzedz się nie daje. Przyciąganie więc słońca, o ile działa jednostajnie na wszystkie ciała ziemskie, nie wywiera żadnego wpływu na ich ruchy względne. Jedynie różnice w natężeniu i kierunku przyciągania, działającego na rozmaite części ziemi, mogłyby objawiać swój skutek; lecz dla ciał umiarkowanie odległych różnice te są bardzo małe i występują dopiero wyraźnie dla ciał bardzo wielkich, jak np. dla oceanu w postaci przypływów.

104. Obrót.

We wszystkiem, co mówiliśmy dotąd o ruchu ciał, przyjmowaliśmy milcząco, że przy porównaniu dwóch konfiguracyi układu możemy w konfiguracyi końcowej poprowadzić prostą równoległą do prostej znajdującej się w konfiguracyi początkowej. Innemi słowy przyjmowaliśmy, że są w przestrzeni pewne kierunki, które można uważać za nieruchome i do których można odnosić inne kierunki podczas ruchu układu.

W astronomii za nieruchomą może być uważana prosta poprowadzona od ziemi do gwiazdy; ruch bowiem względny ziemi i gwiazdy jest w ogólności tak drobny w porównaniu z odległością między niemi, że zmiana kierunku prostej łączącej te dwa ciała jest nadzwyczaj mała nawet w ciągu stulecia Ale oczywistą jest rzeczą, że wszystkie te kierunki, do których chcemy odnosić inne, muszą być dane przez konfiguracyę układu materyalnego w przestrzeni, i że gdybyśmy układ ten zupełnie usunęli, to i te początkowe kierunki nie dałyby się już odszukać.

Chociaż jednak wyznaczenie prędkości bezwzględnej ciała w przestrzeni jest niemożebne, można stwierdzić, czy kierunek pewnej linii w układzie materyalnym jest stały lub zmienny.

Tak np. można za pomocą dostrzeżeń na ziemi, nie odniesionych wcale do ciał niebieskich, wyznaczyć, czy ziemia obraca się, czy też nie.

Dla geometrycznej konfiguracyi ziemi i ciał niebieskich jest oczywiście jedno i to samo, czy ziemia obraca się około osi wewnątrz sklepienia nieba, czy też niebo obraca się około ziemi. Odległość między ciałami ziemskiemi i kosmicznemi składającemi wszechświat, kąty, jakie tworzą linie łączące te ciała, tj. wszystko to, co daje się wyznaczyć bez pomocy zasad dynamicznych, nie uległoby żadnej zmianie, gdyby cały układ oprócz swego ruchu istotnego posiadał jeszcze jakikolwiek ruch obrotowy, podobny do wirowania ciała sztywnego. Z geometrycznego punktu widzenia np. systemat Kopernika, podług którego ziemia wiruje, nie ma, wyjąwszy prostotę, żadnej wyższości nad owym systematem, podług którego ziemia znajduje się w spoczynku, a pozorne ruchy ciał niebieskich są ich ruchami istotnymi.

Idąc krok dalej i uwzględniając nawet teoryę dynamiczną obrotu ziemi około osi, możemy wyjaśnić jej spłaszczenie i równowagę oceanu oraz wszelkich ciał na jej powierzchni czy to przez obrót ziemi dookoła jej osi, czy też przypuszczając, że ziemia nie wiruje, lecz że spłaszczyła się dzięki sile działającej we wszystkich kierunkach od osi, z natężeniem rosnącem z odległością od osi. Przyjęcie takiej siły, działającej w sposób jednakowy na wszystkie rodzaje materyi, wyjaśniłoby nietylko spłaszczenie ziemi ale i warunki równowagi wszystkich ciał będących w spoczynku na ziemi.

Dopiero przy rozważaniu zjawisk w ciałach poruszających się względem ziemi jesteśmy już istotnie zmuszeni do przyjęcia obrotu ziemi około osi.

105. Wyznaczenie przez Newtona bezwzględnej prędkości obrotu.

Newton pierwszy wykazał, że bezwzględny ruch obrotowy ziemi można wykazać za pomocą doświadczeń nad obrotem układu materyalnego. Jeżeli przy pomocy sznura zawiesimy na belce wiadro napełnione wodą, następnie skręcimy sznur tak, aby wiadro wprawione zostało w ruch obrotowy około osi pionowej, to woda rychło zacznie obracać się z tą samą prędkością, co wiadro, tak, że całkowity układ złożony z wody i wiadra obracać się będzie około osi jak ciało sztywne.

Woda w wirującem naczyniu podnosi się do góry u ścian naczynia, a w środku opada; widzimy stąd, że jeżeli woda ma się poruszać po kole, działać musi ciśnienie skierowane ku osi. Wklęsłość powierzchni wody zależy od bezwzględnego ruchu obrotowego wody, a nie od jej obrotu względnego.

Że nie zależy np. od obrotu względem wiadra, widać stąd, że gdy na samym początku doświadczenia obraca się samo wiadro, a woda znajduje się w spoczynku, gdy więc woda i wiadro są w ruchu względnym do siebie, to powierzchnia wody jest płaska; a wtedy właśnie wiruje nie woda, lecz wiadro.

Gdy zaś woda i wiadro wirują razem, ciała te nie są w ruchu względnym do siebie, a powierzchnia wody staje się wklęsłą, ponieważ woda wiruje.

Jeżeli zatrzymamy wiadro w ruchu, to powierzchnia wody pozostaje wklęsłą dopóki woda w niem wiruje, co pokazuje, że woda posiada jeszcze ruch wirowy, wiadro zaś nie.

Doświadczenie to wypada zawsze jednakowo bez względu na to, czy obrót ma miejsce w kierunku ruchu wskazówek zegara, czy w kierunku odwrotnym, jeżeli tylko prędkość obrotu pozostaje ta sama.

Otóż, przypuśćmy, że doświadczenie to wykonywamy na biegunie północnym. Za pomocą odpowiedniego mechanizmu zegarowego wprawmy wiadro w ruch obrotowy w kierunku wskazówek zegara lub w odwrotnym kierunku w ten sposób, aby prędkość tego ruchu była dokładnie stała.

Jeżeli wiadro wykonywa jeden obrót w ciągu dwudziestu czterech godzin (gwiazdowych) w kierunku ruchu wskazówek zegara zwróconego ku nam cyferblatem, to ono będzie wirowało względem ziemi, ale nie będzie wirowało względem gwiazd.

Jeżeli wstrzymamy ruch mechanizmu zegarowego, to wiadro będzie wirowało względem gwiazd, ale nie będzie wirowało względem ziemi.

Jeżeli wreszcie wiadro wykonywa jeden obrót w ciągu dwudziestu czterech godzin (gwiazdowych) w kierunku odwrotnym, to względem ziemi będzie ono wirowało z tą samą prędkością co i w pierwszym przypadku, ale będzie także wykonywało obrót względem gwiazd, mianowicie: prędkość obrotu jego względem gwiazd wyniesie jeden obrót na dwanaście godzin.

Jeżeli więc ziemia jest sama w spoczynku, a gwiazdy wirują około niej, to kształt powierzchni wody w naczyniu powinien być taki sam w pierwszym i ostatnim przypadku; jeżeli zaś ziemia wiruje, to woda będzie wirować w ostatnim przypadku, a nie w pierwszym, co poznamy po tem, że woda w ostatnim przypadku powinnaby stać wyżej u ścian naczynia niż w pierwszym.

W rzeczywistości powierzchnia wody w żadnym z uważanych przypadków nie będzie wklęsła, gdyż skutkiem działania siły ciężkości skierowanej do środka ziemi, powierzchnia wody, podobnie jak powierzchnia morza jest wypukłą, a prędkość obrotu w naszem doświadczeniu nie jest dostatecznie wielką, aby powierzchnia mogła stać się wklęsłą. Wystarcza ona tylko do tego, aby powierzchnię uczynić w drugim przypadku nieco mniej, w pierwszym nieco więcej wypukłą od powierzchni morza.

Lecz różnica kształtu powierzchni w jednym i drugim przypadku byłaby tak nieznaczna, że w obec naszych metod pomiarowych ten sposób okazania obrotu ziemi należy uważać za przedsięwzięcie zupełnie daremne.

106. Wahadło Foucault'a.

Najbardziej zadawalającą metodą urządzenia doświadczenia w powyższym celu jest metoda Foucault'a.

W punkcie stałym zawieszamy na drucie kulę ciężką w ten sposób, że może ona wahać się na podobieństwo wahadła w każdej płaszczyźnie pionowej przechodzącej przez punkt zawieszenia.

Przy wprawianiu wahadła w ruch należy szczególną zachować ostrożność, aby w najniższym punkcie wahania drut przechodził ściśle przez to położenie, które zajmuje wahadło w stanie spoczynku. Jeżeli wahadło przechodzi po za tem położeniem po jednej stronie, to przy wahnięciu wstecznem przejdzie po za niem po drugiej stronie i obracać się będzie około pionowej, czego starannie unikać należy, jeżeli chcemy wyłączyć wszystkie ruchy obrotowe w jedną lub drugą stronę.

Rozważmy moment kątowy wahadła około linii pionowej przechodzącej przez punkt stały.

W chwili gdy wahadło przechodzi przez pionową, moment kątowy względem tej pionowej jest zerem.

Siła ciężkości działa zawsze równolegle do tej pionowej, tak, że nie może wytworzyć momentu kątowego około niej jako osi. Napięcie drutu działa zawsze ku punktowi przytwierdzenia, tak że nie może wytworzyć momentu kątowego około pionowej.

Tym sposobem wahadło nie może nigdy nabyć momentu kątowego względem pionowej, przechodzącej przez punkt zawieszenia.

Gdy przeto wyprowadzimy wahadło z położenia pionowego, to płaszczyzna pionowa przechodząca przez środek kuli i punkt zawieszenia nie może wirować: w pzeciwnym bowiem razie wahadło posiadałoby moment kątowy względem pionowej.

Przypuśćmy teraz, że doświadczenie to wykonywamy na biegunie północnym. Płaszczyzna wahań wahadła zostanie bezwzględnie stałą w swem położeniu, tak iż, jeżeli ziemia wiruje, obrót jej da się wykazać.

Dość nakreślić na ziemi linię równoległą do płaszczyzny wahań i po pewnym czasie porównać położenie tej linii z położeniem płaszczyzny wahania.

Ponieważ takie wahadło w odpowiedni sposób zawieszone, może wahać się przez pewną liczbę godzin, łatwo więc stwierdzić, czy położenie płaszczyzny wahania jest stałe względem ziemi, co powinnoby zachodzić, gdyby ziemia była w spoczynku, czy też jest stałe względem gwiazd, co być powinno, jeżeli one nie obracają się około ziemi.

Dla prostoty przypuściliśmy, że doświadczenie zostało urządzone na biegunie północnym. Lecz niekoniecznie trzeba udać się na biegun, aby stwierdzić ruch wirowy ziemi. Jedynem miejscem, w którem doświadczenie nie zdradzi tego ruchu, jest równik.

W każdem innem miejscu wahadło wskaże prędkość obrotu ziemi względem linii pionowej tego miejsca. Jeżeli płaszczyzna wahań wahadła przechodzi w pewnej chwili przez gwiazdę wschodzącą lub zachodzącą, znajdującą się w blizkości horyzontu, to płaszczyzna ta nadal przechodzić będzie przez gwiazdę dopóki ta jest blizko horyzontu, co znaczy, że część pozioma ruchu pozornego gwiazdy stojącej tuż nad horyzontem jest równa prędkości obrotu płaszczyzny wahania wahadła.

Dostrzeżenia pokazały, że obrót pozorny płaszczyzny wahanią na południowej półkuli odbywa się w kierunku przeciwnym, a z porównania prędkości tego obrotu w rozmaitych miejscach wyznaczono czas całkowitego obrotu ziemi, nie uciekając się zgoła do dostrzeżeń astronomicznych. Średnia wartość tego czasu, wyprowadzona z tych doświadczeń przez Galbraitha i Houghtona i podana w ich »Manual of Astronomy«, wynosi 23 godziny 53 minuty 37 sekund, prawdziwa zaś wartość czasu obrotu ziemi 23 godziny 56 minut i 4 sekundy średniego czasu słonecznego.

107. Materya i energia.

Wszystko, co wiemy o materyi, odnosi się do szeregu zjawisk, w których energia z jednej części materyi przenosi się na inną dopóty, dopóki w pewnej części tego szeregu nie podziała na nasze ciało i nie doznamy pewnego wrażenia.

Proces umysłowy, związany z temi wrażeniami, umożliwia nam poznanie ich warunków i wyśledzenie ich aż do przedmiotów, nie będących częściami nas samych; w każdym zaś przypadku prowadzi do uznania stałego faktu, istnienia działania wzajemnego między ciałami. Usiłowaliśmy w książce tej opisać to wzajemne działanie. Rozpatrywane z rozmaitych punktów widzenia nazywa się ono siłą, działaniem i oddziaływaniem, wysiłem, a objawia się przez zmianę ruchu ciał, między któremi zachodzi.

Proces, przy pomocy którego wysił wytwarza zmianę ruchu, nazywa się pracą; praca, jak to już pokazaliśmy, może być uważana jako przenoszenie energii z jednego ciała lub układu na inne.

Materyę przeto znamy jako to tylko, co pobiera energię od innej materyi i co znowu ze swej strony innej materyi tej energii udzielić może.

Z drugiej strony, energię znamy tylko jako to, co we wszystkich zjawiskach przyrody przechodzi ciągle z jednej części materyi na inną.

108. Probierz substancyi materyalnej.

Energia może istnieć jedynie w połączeniu z materyą. Ponieważ zaś w przestrzeni pomiędzy słońcem a ziemią promienie świetlne i cieplne, wychodzące ze słońca, zanim dosięgną ziemi, posiadają energię, której ilość na milę sześcienną daje się zmierzyć, przeto energia ta musi należeć do materyi, istniejącej w przestrzeniach międzyplanetarnych; ponieważ dalej dowiadujemy się o istnieniu najodleglejszych gwiazd jedynie przy pomocy światła, które do nas przenika, wnosimy stąd, że materya roznosząca światło jest rozpostarta w całym widzialnym wszechświecie.

109. Energia nie daje się utożsamiać.

Nie możemy utożsamić pewnej oznaczonej części energii i śledzić ją we wszystkich jej przemianach. Bytu indywidualnego, takiego, jaki przypisujemy indywidualnym częściom materyi, energia nie ma.

Tranzakcye wszechświata materyalnego odbywają się, że tak powiemy, według systemu kredytowego. Każda tranzakcya polega na przeniesieniu takiej a takiej ilości kredytu, tj. energii, z jednego ciała na drugie. Ten akt przeniesienia albo wypłaty nazywa się pracą. Energia przeniesiona podczas tego aktu nie zachowuje żadnych cech wyłącznych, po których możnaby ją znowu poznać lub utożsamić, gdy z jednej formy przechodzi na inną.

110. Bezwzględna wartość energii ciała jest nieznana.

Energia układu materyalnego może być wyznaczona jedynie w sposób względny.

Energia ruchu części układu względem środka jego masy może wprawdzie być wyznaczoną dokładnie, lecz całkowita energia układu składa się oprócz tej jeszcze z energii masy równej masie całego układu i poruszającej się z prędkością środka masy układu. Otóż ta ostatnia prędkość może być wyznaczona jedynie w odniesieniu do ciała będącego ciałem zewnętrznem dla układu, wartość jej przeto wypaść może rozmaicie, stosownie do ciała obranego za początek.

Wartość energii kinetycznej układu materyalnego zawiera więc część, której wielkość wyznaczyć się jedynie daje przez dowolny wybór początku. Jedynym punktem, w wyborze którego nie mogłaby zachodzić żadna dowolność, byłby środek masy wszechświata materyalnego, lecz o położeniu i ruchu tego punktu nic nie wiemy.

111. Energia utajona.

Lecz jeszcze z innego względu energia układu materyalnego jest wielkością nieoznaczoną. Nie możemy nigdy układu przeprowadzić do takiego stanu, w którym nie posiada wcale energii; energia zaś, jaka układowi nigdy odebraną być nie może, musi pozostać niepostrzeżoną przez nas. Możemy bowiem spostrzedz energię tylko wtedy, gdy ona do układu wstępuje, albo gdy go opuszcza.

Musimy przeto energię uładu materyalnego uważać jako wielkość, której przyrost lub ubytek możemy wyznaczyć wtedy, gdy układ z jednego określonego stanu przechodzi do innego. Bezwzględna wartość energii w stanie początkowym układu jest nam nieznana; znajomość jej zresztą nie miałaby dla nas żadnej wartości, albowiem wszystkie zjawiska zależą tylko od zmian energii, a nie od jej wartości bezwzględnej.

112. Zupełne zbadanie energii zawierałoby w sobie całą fizykę.

Badanie rozmaitych form energii: energii grawitacyjnej, elektromagnetycznej, cząsteczkowej, cieplnej i t. d. wraz z warunkami przechodzenia ich z jednej formy w drugą i ciągłem rozpraszaniem energii użytecznej do wykonywania pracy, stanowi całą fizykę, o ile ta rozwinęła się w formie dynamicznej pod rozmaitemi nazwami, jako to: astronomia, nauka o elektryczności i o magnetyzmie, optyka, teorya stanów fizycznych ciał, termodynamika i chemia.

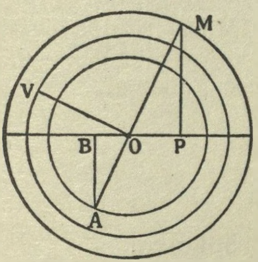
ROZDZIAŁ SIÓDMY.

WAHADŁO I CIĘŻKOŚĆ.

113. Ruch jednostajny po kole.

Niechaj M (rys. 11.) będzie ciałem poruszającem się po kole z prędkością V.

Rys. 11.



Niechaj OM=r będzie promieniem tego koła.

Kierunkiem prędkości ciała M będzie styczna do koła. Jeżeli ze środka koła poprowadzimy prostą OV równoległą do tego kierunku i o długości równej wielkości odcinka przebieganego w jednostce czasu, to będzie OV=V.

Jeżeli przyjmiemy punkt O za początek diagramu prędkości, to V przedstawiać będzie prędkość ciała w punkcie M.

Ponieważ ciało porusza się po kole, to i punkt V opisze okrąg koła, a prędkość punktu V tak się będzie miała do prędkości punktu M, jak OV do OM.

Jeżeli więc poprowadzimy prostą OA będącą przedłużeniem prostej MO, a więc równoległą do kierunku ruchu punktu V, i uczynimy długość OA równą trzeciej proporcyonalnej do dwóch linii OM i OV, punkt zaś O przyjmiemy za początek diagramu przyśpieszenia, to punkt A przedstawiać będzie prędkość punktu V albo, co na jedno wychodzi, przyśpieszenie punktu M.

A zatem, gdy ciało porusza się z prędkością jednostajną po kole, to przyśpieszenie jego jest skierowane do środka koła i jest trzecią proporcyonalną do promienia koła i prędkości ciała.

Siła działająca na ciało M jest równa iloczynowi z tego przyśpieszenia przez masę ciała; oznaczając ją przez F, mieć będziemy

$$F = \frac{MV^2}{r}.$$

114. Siła odśrodkowa.

Siła F jest to siła, jaka musi działać na ciało M, by ono pozostawało na okręgu koła o promieniu r i poruszało się z prędkością V. Siła ta jest skierowana do środka koła.

Jeżeli siłę tę wywieramy na ciało przez przyczepioną doń nitkę, to nitka znajdować się będzie w stanie napięcia. Osobie trzymającej za drugi koniec nitki zdawać się będzie, że napięcie to jest skierowane ku ciału M, jak gdyby ciało M miało dążność do oddalenia się od środka koła, po którem się porusza.

Z tego względu siłę tę nazywają często *siłą odśrodkową*.

Siłę, która istotnie działa na ciało, nazywamy *siłą dośrodkową*, ponieważ jest skierowana do środka koła. W niektórych pismach popularnych siły odśrodkową i dośrodkową opisują jako siły wprost przeciwne i będące w równowadze; w istocie zaś rzeczy są one tylko różnemi stronami jednego i tego samego wysiłu.

115. Okres.

Czas, w ciągu którego ciało przebiega cały okrąg koła, nazywamy okresem albo peryodem. Jeżeli przez π oznaczymy stosunek okręgu koła do średnicy, równy jak wiadomo 3,14159..., to długość okręgu koła o promieniu r będzie równa $2\pi r$; jeżeli więc czas potrzebny na przebieżenie tej długości z prędkością jednostajną V oznaczymy przez T, to będzie

$$2\pi r = VT.$$

Stąd wynika:

$$F = 4\pi^2 M \frac{r}{T^2}.$$

Prędkość ruchu kołowego wyrażamy często przez liczbę obrotów w ciągu jednostki czasu. Niechaj ta liczba będzie n; wówczas

$$n.T=1$$

oraz

$$F=4\pi^2Mrn^2.$$

116. Drgania proste harmoniczne.

Jeżeli w tym czasie, w którym ciało M (rys. 11) opisuje koło z prędkością jednostajną, inny punkt P porusza się po stałej średnicy koła w ten sposób, że znajduje się zawsze w spodku prostopadłej wyprowadzonej z M do tej średnicy, to mówimy wtedy, że punkt P odbywa proste drgania harmoniczne.

Promień r koła nazywamy *amplitudą* drgania.

Okres punktu M nazywa się *okresem* tego drgania.

Kąt, jaki prosta OM tworzy z kierunkiem dodatnim stałej średnicy, nazywamy *fazą* drgania.

117. O sile działającej na ciało drgające.

Jedyna różnica, zachodząca między ruchem M i P jest ta, że M posiada ruch pionowy w połączeniu z ruchem poziomym, gdy tymczasem ciało P posiada tylko ten ruch poziomy. Prędkość i przyśpieszenie obu ciał różnią się przeto jedynie o pionową część prędkości i przyśpieszenia punktu M.

Przyśpieszenie punktu P jest więc składową poziomą przyśpieszenia punktu M, a ponieważ przyśpieszenie punktu M przedstawia prosta OA znajdująca się na przedłużeniu prostej MO, to przyśpieszenie punktu P przedstawiać będzie prosta OB, jeżeli B jest spodkiem prostopadłej wyprowadzonej z punktu A do średnicy poziomej. Otóż, z podobieństwa trójkątów OMP i OAB wynika

$$OM : OA = OP : OB.$$

Lecz $OM = r$, $OA = -4\pi^2 \frac{r}{T^2}$, przeto

$$OB = -\frac{4\pi^2}{T^2} OP = -4\pi^2 n^2 . OP.$$

A zatem: przyśpieszenie prostych drgań harmonicznych jest zawsze skierowane do środka drgań i równa się odległości od tego punktu pomnożonej przez $4\pi^2 n^2$. Jeżeli P jest masą ciała drgającego, to siła działająca na ciało w chwili, gdy ono znajduje się w odległości x od punktu O jest równa $4\pi^2 n^2 Px$.

Okazuje się tedy, że na ciało odbywające proste drgania harmoniczne po linii prostej działa siła zmieniająca się tak jak odległość ciała drgającego od środka drgań; wielkość tej siły zależy od tej odległości, od masy ciała i od kwadratu z liczby drgań wykonywanych w ciągu jednostki czasu, ale jest niezależna od amplitudy drgań.

118. Drgania równoczasowe.

Stąd wynika, że gdy na ciało poruszające się po linii prostej działa siła skierowana stale do stałego punktu tej prostej, zmieniająca się proporcyonalnie do odległości od stałego punktu, to ciało wykonywać będzie proste drgania harmoniczne, których okres będzie zupełnie niezależnym od amplitudy drgań.

Jeżeli dla pewnego szczególnego rodzaju przesunięcia ciała, np. dla obrotu około osi, siła dążąca do przywrócenia ciała do danego położenia, zmienia się w ten sam sposób, w jaki zmienia się przesunięcie, to ciało wykonywać będzie około tego położenia proste drgania harmoniczne, których okres jest niezależny od amplitudy.

Drgania tego rodzaju, wykonywane zawsze w jednakim czasie, niezależnie od amplitudy nazywamy równoczasowemi (izochronicznemi).

119. Energia potencyalna ciała drgającego.

Prędkość ciała w chwili przejścia przez punkt równowagi jest równa prędkości ciała poruszającego się po kole, tj. $V = 2\pi rn$, gdzie r jest amplitudą drgania, zaś n liczbą podwójnych drgań w ciągu sekundy.

Energia kinetyczna ciała drgającego w punkcie równowagi będzie przeto równa

$$\frac{1}{2}MV^2 = 2\pi^2 Mr^2n^2,$$

gdzie M oznacza masę ciała.

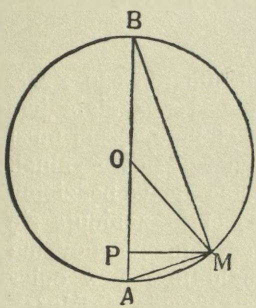
W największem odchyleniu, dla którego $x = r$, prędkość a więc i energia kinetyczna ciała jest zerem. Zmniejszaniu się energii kinetycznej musi odpowiadać równy przyrost energii potencyalnej. Jeżeli więc energię potencyalną liczyć będziemy od tej konfiguracyi, w której ciało znajduje się w punkcie równowagi, to energia potencyalna ciała w chwili, gdy ono znajduje się w odległości r od tego punktu, będzie równa $2\pi^2 Mn^2r^2$.

Taką jest energia potencyalna ciała drgającego izochronicznie i wykonywającego *n* drgań podwójnych w ciągu sekundy, wtedy, gdy ono znajduje się w spoczynku w odległości r od punktu równowagi. Ponieważ energia potencyalna nie zależy od ruchu, tylko od położenia ciała, możemy wartość jej wyrazić przez $2\pi^2 Mn^2x^2$, gdzie x oznacza odległość od punktu równowagi.

120. Wahadło proste.

Wahadło proste składa się z małego ciała ciężkiego, zawieszonego w stałym punkcie na cienkiej nitce o długości niezmiennej. Ciało to niech będzie tak małe, aby jego ruch mógł być uważany za ruch cząstki materyalnej, a nitka tak cienka, aby można pominąć jej masę i ciężar. Wprawiamy ciało w ruch tak, aby wahało się w płaszczyźnie pionowej i odchylało się na mały kąt od położenia pionowego. Droga jego jest więc łukiem kołowym, którego środek znajduje się w punkcie zawieszenia, a promieniem łuku jest długość nitki, którą oznaczmy przez l.

Rys. 12.



Niechaj O (rys. 12) będzie punktem zawieszenia; OA niechaj wyobraża wahadło w położeniu pionowem. Ciało, przeszedłszy do punktu M, znajduje się wyżej niż w punkcie A o

$$AP = \frac{(AM)^2}{AB},$$

gdzie AM jest cięciwą łuku ALM, AB zaś równa się 2l.

Jeżeli M jest masą ciała, g zaś natężeniem siły ciężkości, to Mg jest jego ciężarem; praca, wykonana w czasie ruchu od A do M wbrew sile ciężkości, jest równa Mg.AP. Jestto więc energia potencyalna wahadła w punkcie M, jeżeli położymy energię ciała w punkcie A równą zeru.

To wyrażenie energii możemy jeszcze napisać w sposób następujący:

$$\frac{Mg}{2l}(AM)^2.$$

Energia potencyalna ciała odchylonego o pewien łuk rośnie proporcyonalnie do kwadratu z cięciwy tego łuku.

Gdyby energia ta rosła proporcyonalnie do kwadratu z samego łuku opisywanego przez ciało, to wahania byłyby dokładnie równoczasowe. Lecz ponieważ energia rośnie wolniej niż kwadrat z łuku, to okres wahania będzie dłuższy dla większej amplitudy.

W przypadku wahań bardzo małych możemy pominąć różnicę między łukiem i cięciwą; oznaczając więc długość łuku przez x, mieć będziemy dla energii potencyalnej wzór

$$\frac{Mg}{2l}x^2.$$

Lecz widzieliśmy wyżej, że dla drgań harmonicznych energia potencyalna jest równa

$$2\pi^2 M n^2 x^2.$$

Porównywając te dwa wyrażenia, otrzymujemy po łatwem przekształceniu:

$$g = 4\pi^2 n^2 l,$$

gdzie g jest natężeniem siły ciężkości, π stosunkiem okręgu koła do średnicy, n liczbą wahań wahadła na jednostkę czasu, l długością wahadła.

121. Wahadło sztywne.

Gdybyśmy mogli zbudować wahadło z tak małego ciała i tak cienkiej nitki, aby w przypadku, gdy idzie o cele praktyczne mogło ono uchodzić za wahadło proste, to byłoby łatwo za pomocą tej metody wyznaczyć wartość g. Lecz »soczewki« wszystkich wahadeł rzeczywistych mają znaczne rozmiary, a dla utrzymania niezmiennej długości wahadła musimy łączyć je z punktem zawieszenia za pomocą mocnego pręta, którego masy pominąć nie można. Zawsze jednak można wyznaczyć długość wahadła prostego, którego wahania odbywałyby się w zupełnie taki sam sposób, w jaki odbywają się wahania danego wahadła o dowolnym kształcie.

Całkowity rozbiór tego przedmiotu doprowadziłby nas do rachunków przekraczających zakres tej książki. Możemy jednakże bez rachunku dojść do najważniejszego rezultatu w sposób następujący:

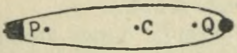
Ruch ciała sztywnego w płaszczyźnie jest zupełnie oznaczony, gdy znamy ruch środka jego masy i ruch ciała około tego środka.

Siła potrzebna do wytworzenia danej zmiany w ruchu środka masy zależy tylko od masy ciała (ustęp 63).

Moment potrzebny do wytworzenia danej zmiany w prędkości kątowej około środka masy zależy od rozmieszczenia masy i wzrasta wraz z odległością rozmaitych części ciała od środka masy.

Z dwóch cząstek sztywnie połączonych ze sobą utwórzmy układ w ten sposób, aby suma obu mas równała się masie danego wahadła, aby środek ich masy przypadał w samym środku masy wahadła i aby ich odległości od środka były takie, że potrzeba pary sił o tym samym momencie dla wytworzenia danego ruchu obrotowego czy to około środka masy nowego układu, czy to około środka wahadła. Wówczas nowy ten układ będzie dynamicznie równoważny danemu wahadłu, o ile chodzi o ruchy w pewnej płaszczyźnie. Innemi słowy, jeżeli oba układy wprawimy w ruch jednakowy, to i siły potrzebne do wytworzenia i podtrzymania tego ruchu będą w obu przypadkach jednakowe. Ponieważ masy obu cząstek mogą być w dowolnym do siebie stosunku, byleby tylko ich suma równała się masie wahadła, i ponieważ linia łącząca je może mieć kierunek dowolny, byleby przechodziła tylko przez środek masy wahadła, to możemy cząstki tak dobrać, aby jedna z nich odpowiadała danemu punktowi wahadła, np. punktowi zawieszenia P (rys. 13). Masa tej cząstki, jak również położenie i masa drugiej cząstki w Q, będą wtedy zupełnie oznaczone. Położenie drugiego punktu, Q, nazywamy wtedy *środkiem wahań*. Otóż w układzie tych dwóch cząstek, z których jedna P pozostaje stale przytwierdzona, druga zaś Q może wahać się pod wpływem siły ciężkości, mamy wahadło proste. Albowiem cząstka P odgrywa rolę punktu zawieszenia, a cząstka Q znajduje się zawsze w niezmiennej odległości od niej, tak, że połączenie obu cząstek jest zupełnie takie same, jak gdyby one były połączone nitką o długości l=PQ.

Rys. 13.



Wahadło dowolnej formy waha się więc zupełnie tak samo, jak wahadło proste, którego długość jest równa odległości między punktem zawieszenia i środkiem wahań.

122. Odwrócenie wahadła.

Przypuśćmy teraz, że układ dwóch cząstek zostaje odwróconym, tj. że cząstka Q staje się punktem zawieszenia, a cząstka P może się wahać. Otrzymamy wtedy wahadło proste o tej samej długości co poprzednio. Wahania jego będą się więc odbywały w tym samym czasie. Dynamicznie zaś, jest ono równoważne wahadłu zawieszonemu w środku wahań.

Gdy więc odwrócimy wahadło i zawiesimy je w środku wahań, to wahania będą miały ten sam okres, co poprzednio, i odległość między punktem zawieszenia i środkiem wahań równać się będzie długości wahadła prostego o tym samym okresie wahań.

W ten to sposób kapitan Kater wyznaczył długość wahadła prostego sekundowego.

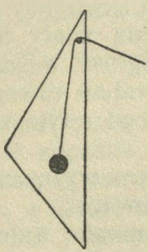
Zbudował on wahadło, które mogło wahać się na dwóch ostrzach znajdujących się na niem po przeciwległych stronach środka masy i w *nierównych* odległościach od tego środka.

Przez odpowiednie ich przesuwanie doszedł Kater do tego, że czas wahania był ten sam bez względu na to, czy jedno, czy drugie ostrze było punktem zawieszenia. Długość odpowiedinego wahadła prostego wyznaczył wówczas, zmierzywszy odległość między obu ostrzami.

123. Unaocznienie zasady wahadła Katera.

Zasada wahadła Katera daje się wyjaśnić za pomocą bardzo prostego i uderzającego doświadczenia. Przez płaską deseczkę dowolnego kształtu (rys. 14) przetknijmy w blizkości brzegu kawałek drutu i zawieśmy ją w płaszczyźnie pionowej, trzymając drut za oba końce palcem wielkim i wskazującym. Następnie na drucie okręćmy w ten sposób nitkę z zawieszoną na niej małą kulką, aby kulka wisiała tuż przy deseczce.

Rys. 14.



Nadajmy teraz ręce, w której trzymamy drut, ruch poziomy w płaszczyźnie deseczki i zauważmy, czy deseczka porusza się względem kuli naprzód lub wstecz. Następnie zmieniajmy długość nitki tak długo, aż kula i deseczka nie zaczną się poruszać razem. Zaznaczmy wtedy punkt deseczki odpowiadający środkowi kuli i przytwierdźmy nitkę do drutu. Trzymając drut za oba końce i poruszając nim w sposób dowolny w płaszczyźnie deseczki, spostrzeżemy, że kula nie opuści już miejsca oznaczonego na deseczce, jakkolwiek nagły byłby ten ruch i nieprawidłowy.

Z tego względu ten punkt nazywa się *środkiem wahań*; gdy bowiem deseczka waha się około drutu, wahania te odbywają się jak, jak gdyby ona składała się tylko z jednej cząstki znajdującej się w tym punkcie.

Punkt ten nazywa się także srodkiem uderzenia (perkusyi) dla tego, że gdy deseczka jest w spoczynku, a drutowi nadamy nagle ruch poziomy, to deseczka zacznie wirować około tego punktu jako środka.

124. Wyznaczenie natężenia siły ciężkości.

Najprostszą metodą wyznaczenia wartości g jest niewątpliwie metoda, polegająca na zmierzeniu prędkości nabytej w ciągu sekundy przez ciało swobodnie spadające. Lecz niełatwo jest czynić dostrzeżenia nad ruchem ciał, gdy ich prędkość wynosi 981 centymetrów na sekundę; przytem doświadczenia należałoby robić w naczyniu pozbawionem powietrza, gdyż opór stawiany przez powietrze tak szybkiemu ruchowi jest bardzo wielki w porównaniu z ciężarem ciała spadającego.

Doświadczenie z wahadłem jest o wiele więcej zadawalające. Jeżeli łuk wahań uczynimy bardzo małym, to ruch soczewki będzie tak powolny, że opór powietrza mieć będzie tylko bardzo słaby wpływ na okres wahań. W najlepszych doświadczeniach wahadło umieszczano w naczyniu szczelnie zamkniętem, z którego usuwano powietrze.

Zresztą wahadło wprawione w ruch może kołysać się setki i tysiące razy, zanim rozmaite opory, na które jest wystawione, zmniejszą amplitudę wahań do tego stopnia, że te dostrzedz się już nie dadzą.

Istotnie więc, dostrzeżenie, jakie istotnie wykonać należy, polega nie na uchwyceniu początku i końca jednego wachnięcia, a na wyznaczeniu czasu trwania szeregu obejmującegu setki wachnięć, skąd oznaczyć już można okres jednego wachnięcia.

Spostrzegacz uwalnia się od trudu wyznaczenia przez bezpośrednie liczenie całkowitej liczby wachnięć, używając poniżej opisanej metody, dzięki której omawiany pomiar staje się jednym z najdokładniejszych w fizyce praktycznej.

125. Metoda obserwacyi.

Po za wahadłem użytem do doświadczenia ustawia się zegar wahadłowy w ten sposób, że gdy oba wahadła mają położenie pionowe, to patrząc przez lunetę ustawioną w pewnej odległości od zegara spostrzeżemy, że soczewka albo inna część wahadła doświadczalnego zakrywa białą plamę na wahadle zegarowem.

Od czasu do czasu obserwują się przejścia gwiazd przez południk i na tej zasadzie oblicza się chód zegara w »czasie średnim słonecznym«.

Następnie wprawia się w ruch wahadło doświadczalne i obserwuje się oba wahadła przez lunetę. Załóżmy, że czas trwania jednego wachnięcia wahadła doświadczalnego nie jest ściśle równy czasowi jednego wachnięcia wahadła zegarowego, lecz nieco większy.

Spostrzegacz widzi wtedy, że wahadło zegarowe wyprzedza coraz bardziej wahadło doświadczalne, aż wreszcie to ostatnie zakrywa białą plamę w chwili przejścia przez położenie pionowe. Obserwuje się chwila tego zakrycia i zapisuje jako chwila »pierwszego spotkania dodatniego«.

Wahadło zegarowe w dalszym ciągu wyprzedza wahadło doświadczalne i po upływie pewnego czasu oba wahadła w tej samej chwili przechodzą przez położenie pionowe, poruszając się w kierunkach przeciwnych. Ta chwila jest chwilą »pierwszego spotkania ujemnego«. Po upływie takiego samego przeciągu czasu następuje drugie spotkanie dodatnie i t. d.

W metodzie tej zegar sam liczy liczbę N wachnięć swego wahadła pomiędzy następującemi po sobie spotkaniami. W ciągu tego czasu wahadło doświadczalne wykonało o jedno wachnięcie mniej, niż wahadło zegarowe. Czas trwania jednego wachnięcia wahadła doświadczalnego będzie przeto równy $\frac{N}{N-1}$ sekundom czasu zegarowego.

Jeżeli niema spotkań dokładnych, lecz wahadło zegarowe przy jednem przejściu przez położenie pionowe przechodzi nieco wcześniej, a przy następnem nieco później niż wahadło zegarowe, to spostrzegacz przy pewnej wprawie łatwo będzie mógł ocenić, w jakim czasie między obu przejściami oba wahadła miały jednakową fazę. W ten sposób można epokę spotkań ocenić ze ścisłością dochodzącą do ułamkowych części sekundy.

126. Ocena błędu.

Wahadło doświadczalne kołysze się kilka godzin, tak, że w całkowitym czasie, w ciągu którego robimy doświadczenie, zawierać się może dziesięć tysięcy lub więcej wachnięć.

Gdybyśmy w zapisywaniu czasu spotkań popełnili nawet błąd wynoszący całą sekundę, to powstały stąd błąd w obliczonym okresie wahań możemy uczynić niezmiernie małym, przedłużając całe doświadczenie.

Jeżeli bowiem zaobserwujemy pierwsze i n-te spotkanie i znajdziemy, że upływa między niemi czas równy N sekundom zegara, to wahadło doświadczalne opóźniło się względem zegara o n wachnięć i zrobiło N — n wachnięć w ciągu N sekund. Trwanie przeto jednego wachnięcia wynosi $T = \frac{N - n}{N}$ sekund zegarowych.

Przypuśćmy jednak, że zapisaliśmy błędnie chwilę spotkania, biorąc N + 1 zamiast N. Otrzymana wartość czasu T będzie wówczas

$$T' = \frac{N+1}{N+1-n},$$

a błąd ostatecznie uczyniony wyniesie

$$T' - T = \frac{N+1}{N+1-n} - \frac{N}{N-n} = \frac{n}{(N+1-n)(N-n)}.$$

Jeżeli N wynosi 10000, n zaś 100, to omyłka o jedną sekundę popełniona przy zapisywaniu czasu spotkań pociąga za sobą błąd w obliczonej wartości T wynoszący zaledwie jedną milionową jej wartości.

ROZDZIAŁ ÓSMY.

CIĄŻENIE POWSZECHNE.

127. Metoda Newtona.

Najbardziej pouczającym przykładem metody rozumowania dynamicznego jest zastosowanie jej przez Newtona do wyznaczenia prawa siły, z jaką ciała niebieskie działają wzajemnie na siebie.

Przebieg rozumowania dynamicznego polega na tem, że z szeregu kolejnych konfiguracyi ciał niebieskich dostrzeganego przez astronomów wyprowadzamy prędkości i przyśpieszenia tych ciał, i na tej drodze wyznaczamy kierunek i względną wielkość siły na nie działającej.

Już Kepler przygotował tę drogę dla poszukiwań Newtona, gdyż przez staranne badanie dostrzeżeń Tychona Brahe wyprowadził trzy prawa ruchu, które noszą jego nazwisko.

128. Prawa Keplera.

Prawa Keplera są czysto kinematyczne. Opisują one zupełnie ruch planet, nie mówiąc nic o siłach wyznaczających ten ruch.

Znaczenie dynamiczne tych praw odkrył Newton.

Dwa pierwsze prawa odnoszą się do ruchu pojedyńczej planety.

Pierwsze prawo. Pola opisywane przez wektor poprowadzony od słońca do planety są proporcyonalne do czasów, w ciągu których zostały opisane. Jeżeli h oznacza podwójne pole opisane w ciągu jednostki czasu, podwójne pole opisane w czasie t będzie ht, a jeżeli P jest masą planety, to Pht będzie według określenia podanego w ustępie 68-ym — maso-polem. Wynika stąd, że moment kątowy planety względem słońca, czyli prędkość zmiany maso-pola równa się Ph, to jest ilości stałej.

Zgodnie przeto z ustępem 70-ym, siła działająca na planetę, jeżeli w ogóle istnieje, nie może mieć żadnego momentu względem słońca; w przeciwnym bowiem razie zwiększałaby ona lub zmniejszała moment kątowy planety z prędkością, której miarą byłaby wartość momentu siły.

Jakakolwiek przeto byłaby siła działająca na planetę, kierunek jej koniecznie przechodzić musi przez słońce.

129. Prędkość kątowa.

Określenie. Prędkością kątową wektora nazywamy prędkość, z jaką rośnie kąt zawarty między nim a wektorem stałym w płaszczyźnie ruchu.

Jeżeli ω jest prędkością kątową wektora, zaś r jego długością, to prędkość przyrostu wielkości opisywanego przezeń pola wynosi $^1/_2\omega r^2$. Jest więc:

$$h = \omega r^2,$$

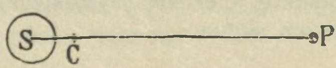
a ponieważ h jest wielkością stałą, to prędkość kątowa ω ruchu planety względem słońca zmienia się w stosunku odwrotnym do kwadratu z odległości od słońca.

To jest zawsze prawdą niezależnie od prawa siły, w założeniu tylko, że siła działająca na planetę przechodzi zawsze przez słońce.

130. Ruch około środka masy.

Ponieważ wysił między planetą i słońcem działa na oba ciała, to żadne z nich nie może pozostać w spoczynku. Jedynym punktem, którego ruch nie ulega zmianie w skutek wysiłu, jest środek masy obu ciał.

Rys. 15.



Jeżeli r jest odległością SP (rys. 15.), a C środkiem masy, to

$$SC = \frac{Pr}{S+P}, \quad CP = \frac{Sr}{S+P}.$$

Moment kątowy planety P względem punktu C jest

$$P\omega\frac{S^2r^2}{(S+P)^2}=\frac{PS^2h}{(S+P)^2}.$$

131. Orbita.

Mówiąc o ruchu układu materyalnego, zrobiliśmy już użytek z diagramów konfiguracyi i prędkości. Diagramy te przedstawiają jednak tylko stan układu w danej chwili przez względne położenie punktów odpowiadających ciałom układu.

Często jednak jest rzeczą właściwą przedstawienie całego szeregu konfiguracyi lub prędkości układu w jedynym diagramie. Jeżeli przyjmiemy, że punkty diagramu poruszają się w ten sposób, iż ciągle wskazują stan poruszającego się układu, to każdy punkt diagramu opisywać będzie linię prostą lub krzywą.

W diagramie konfiguracyi linia ta nazywa się w ogóle *drogą* ciała. W przypadku ciał niebieskich nazywamy ją zazwyczaj *orbitą*.

132. Hodograf.

W diagramie prędkości każdą linię opisaną przez punkt poruszający się nazywamy *hodografem* ciała odpowiadającego temu punktowi.

Metodę hodografu wprowadził do badania ruchu ciała Sir W. R. Hamilton. Hodograf można określić jako drogę opisaną przez koniec wektora, przedstawiającego stale co do kierunku i wielkości prędkość poruszającego się ciała.

Przy stosowaniu metody hodografu do planety, której orbita jest płaska, odpowiednią jest rzeczą przyjąć, że hodograf obrócił się o kąt prosty około swego początku tak, aby wektor hodografu był nie równoległy, lecz prostopadły do prędkości, którą przedstawia.

133. Drugie prawo Keplera.

Drugie prawo. Orbita planety w odniesieniu do słońca jest elipsą, w jednem z ognisk której znajduje się słońce.

Niechaj APQB (rys. 16) będzie orbitą eliptyczną, niechaj w S będzie słońcem w jednem z ognisk, H zaś drugiem ogniskiem. Przedłużmy prostą SP do U tak, aby długość SU równała się osi wielkiej AB, i połączmy punkt H z punktem U, wtedy linia HU będzie proporcyonalną i prostopadłą do prędkości w punkcie P.

Istotnie, podzielmy HU w punkcie Z na dwie równe części i poprowadźmy prostą ZP; będzie ona styczna do elipsy w punkcie P. Z punktu S poprowadźmy do tej stycznej prostopadłą SY.

Jeżeli v jest prędkością w punkcie P, h podwójnem polem opisanem w jednostce czasu, to $h = v.SY$.

Dalej, jeżeli oznaczymy małą oś elipsy przez b, to będzie:

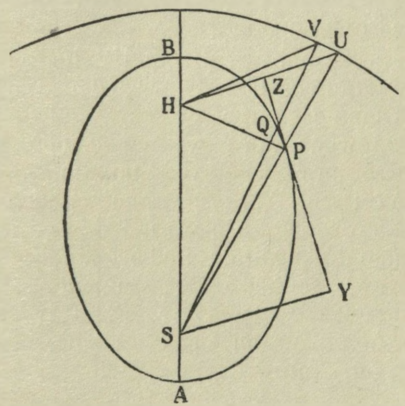
$$SY \cdot HZ = b^2.$$

Ponieważ zaś $HU = 2HZ$, przeto:

$$v = \frac{1}{2} \frac{h}{b^2} HU.$$

Prosta HU jest więc zawsze proporcyonalna do prędkości i prostopadła do jej kierunku.

Rys. 16.



Lecz SU jest zawsze równe AB. Okrąg więc koła, którego środek znajduje się w S, a promień równa się odcinkowi AB, jest hodografem planety; H zaś jest początkiem hodografu.

Odpowiadające sobie punkty orbity i hodografu leżą zawsze na jednej prostej, przechodzącej przez punkt S.

Punkt P odpowiada więc punktowi U, punkt zaś Q punktowi V.

Prędkość udzielona ciału w czasie jego przejścia od P do Q wyraża się przez geometryczną różnicę wektorów HU i HV, tj. przez UV, i jest prostopadła do tego łuku kołowego, a więc, jak już dowiedliśmy, skierowana ku punktowi S.

Jeżeli PQ jest łukiem opisanym w ciągu jednostki czasu, to UV przedstawia przyśpieszenie, a ponieważ UV znajduje się na kole, którego środkiem jest punkt S, przeto UV będzie miarą prędkości kątowej planety względem punktu S. Przyśpieszenie jest więc proporcyonalne do prędkości kątowej, która według ustępu 129-go jest odwrotnie proporcyonalna do kwadratu z odległości SP. Przyśpieszenie planety jest przeto skierowane ku słońcu i odwrotnie proporcyonalne do kwadratu z odległości od słońca.

Oto prawo, według którego zmienia się przyciąganie słońca i planety wtedy, gdy planeta porusza się po swojej orbicie i zmienia swoją odległość od słońca.

134. Siła działająca na planetę.

Okazaliśmy już, że orbita planety, odniesiona do środka masy słońca i planety, jest w takim związku z orbitą planety odniesionej do słońca, że odległości planety od słońca na pierwszej z nich mają się do odległości na drugiej jak S do S+P. Jeżeli 2a i 2b są osiami orbity planety odniesionej do słońca, to powierzchnia orbity jest πab, a jeżeli T przedstawia czas, jakiego potrzebuje planeta dla przebieżenia całej orbity, to wartość wielkości h jest

$$2\pi\frac{ab}{T}.$$

Prędkość względem słońca będzie przeto:

$$\frac{\pi a}{Tb}HU,$$

prędkość zaś względem środka masy:

$$\frac{S}{S+P}\frac{\pi a}{Tb}HU.$$

Przyśpieszenie planety względem środka masy jest

$$\frac{S}{S+P}\frac{\pi a}{Tb}UV,$$

impuls więc wywierany na planetę o masie P jest:

$$\frac{S\,P}{S+P}\frac{\pi a}{T\,b}UV.$$

Jeżeli czas, w ciągu którego planeta przebiega łuk PQ, oznaczymy przez t, to podwojone pole SPQ będzie:

$$ht=\omega r^2 t$$

$$\text{i } UV=2a\omega t=2a\frac{h}{r^2}t=4\pi\frac{a^2b}{Tr^2}t.$$

Siła działająca na planetę będzie przeto

$$F=4\pi^2\frac{S.P}{S+P}\frac{a^3}{T^2r^2}.$$

Oto jest wartość wysiłu albo przyciągania między planetą i słońcem, wyrażona przez masy P i S obu ciał, ich średnią odległość a, ich istotną chwilową odległość r i czas obiegu T.

135. Interpretacya trzeciego prawa Keplera.

W celu porównania przyciągań między słońcem i rozmaitemi planetami Newton zastosował trzecie prawo Keplera.

Trzecie prawo. Kwadraty z czasów obiegu rozmaitych planet są proporcyonalne do sześcianów z ich średnich odległości od słońca.

Innemi słowy, wielkość $\frac{a^3}{T^2}$ jest stała; wartość jej oznaczmy przez $\frac{C}{4\pi^2}$.

Będzie przeto:

$$F = C \frac{S.P}{S+P} \frac{1}{r^2}.$$

Masa mniejszych planet jest tak nieznaczna w porównaniu ze słońcem, że można przyjąć dla nich stosunek $\frac{S}{S+P}$ równym jedności, tak iż:

$$F = C.P \frac{1}{r^2},$$

t. j. przyciąganie działające na planetę jest proporcyonalne do masy planety i odwrotnie proporcyonalne do kwadratu z jej odległości od słońca.

136. Prawo ciążenia.

Najważniejszym faktem dotyczącym ciążenia jest to, że działa ono jednakowo na równe masy jakichkolwiek substancyi. Fakt ten został stwierdzony za pomocą doświadczeń z wahadłem dla wszystkich rodzajów materyi, istniejących na powierzchni ziemi. Newton rozszerzył to prawo do materyi, z jakiej składają się różne planety.

Jeszcze przed Newtonem przyjmowano, że słońce jako całość przyciąga planetę jako całość i głoszono nawet prawo odwrotnych kwadratów, ale dopiero w rękach Newtona teorya ciążenia przyjęła swą formę ostateczną. *Każda część materyi przyciąga każdą inną część materyi i wysił pomiędzy niemi jest proporcyonalny do iloczynu ich mas podzielonego przez kwadrat ich odległości.*

Jeżeli bowiem przyciąganie między gramem materyi na słońcu i gramem materyi na planecie w odległości r jest równe $\frac{C}{r^2}$, gdzie C jest stałą, to gdy słońce zawiera S gramów, a planeta P gramów materyi, całkowite przyciąganie między słońcem i gramem na planecie, będzie $\frac{C\,S}{r^2}$ a całkowite przyciąganie między słońcem i planetą będzie $C\frac{SP}{r^2}$.

Przez porównanie tak sformułowanego »prawa powszechnego ciążenia« Newtona z otrzymanym poprzednio wyrazem siły F znajdujemy:

$$C\frac{SP}{r^2} = 4\pi^2\frac{SP}{S+P}\frac{a^3}{T^2r^2},$$

czyli $4\pi^2a^3 = C(S+P)T^2$.

137. Poprawniejsza forma trzeciego prawa Keplera.

Należy przeto poprawić trzecie prawo Keplera, które brzmieć będzie jak następuje: Sześciany ze średnich odległości planet od słońca mają się do siebie jak kwadraty z czasów ich obiegu pomnożone przez sumę mas słońca i planety.

Dla większych planet, jak dla Jowisza, Saturna i t. p., wartość S+P jest znacznie większą niż dla ziemi i dla mniejszych planet. Wynika stąd, że czasy obiegu większych planet muszą być nieco krótsze, aniżeli to wypada z trzeciego prawa Keplera, co istotnie ma miejsce.

W następującej tabliczce znajdują się średnie odległości (a) planet od słońca wyrażone przez

Planeta	a	T	a^3	T^2	a^3-T^2
Merkury	0.387098	0.24084	0.0580046	0.0580049	—0.0000003
Wenus	0.72333	0.61518	0 378451	0.378453	—0.0000002
Ziemia	1.0000	1.00000	1.00000	1.00000	
Mars	1.52369	1.88082	3.53746	3.53747	—0.00001
Jowisz	5.20278	11.8618	140 832	140.701	+0.131
Saturn	9.53879	29.4560	867.914	867.658	+0.256
Uran	19.1824	84.0123	7058.44	7058.07	+0.37
Neptun	30.037	164.616	27100.0	27098.4	+1.6

średnią odległość ziemi jako jednostkę i czasy obiegu T wyrażone w latach gwiazdowych.

Z tablicy tej widać, że wprawdzie trzecie prawo Keplera zachodzi ze znacznem przybliżeniem, gdyż a^3 jest prawie równe T^2, lecz że dla planet, których masa jest mniejsza od masy ziemi, mianowicie dla Merkurego, Wenery i Marsa, a^3 jest mniejsze od T^2, gdy tymczasem dla Jowisza, Saturna, Urana i Neptuna, których masy są większe od masy ziemi, a^3 jest większe od T^2.

138. Energia potencyalna pochodząca od siły ciążenia.

Energia potencyalna ciążenia zachodzącego między ciałami S i P daje się obliczyć, jeżeli znamy ich przyciąganie wyrażone przez odległość. Ta metoda rachunkowa, w której dodajemy skutki wielkości zmieniającej się w sposób ciągły, należy do rachunku całkowego; a lubo w tym przypadku rachunek dałby się jeszcze wykonać przy pomocy metod elementarnych, wolimy jednak wyprowadzić energię potencyalną wprost z pierwszego i drugiego prawa Keplera.

Prawa te określają zupełnie ruch słońca i planety, możemy więc za pomocą nich obliczyć energię kinetyczną układu, odpowiadającą jakiejkolwiek części orbity eliptycznej. Ponieważ zaś słońce i planeta tworzą układ zachowawczy, przeto suma energii kinetycznej i potencyalnej jest stała; znając tedy energię kinetyczną, możemy obliczyć tę część energii potencyalnej, która zależy od wzajemnej odległości obu ciał.

139. Energia kinetyczna układu.

Dla wyznaczenia energii kinetycznej zauważmy, że prędkość planety względem słońca jest podług ustępu 133:

$$v = \frac{1}{2}\frac{h}{b^2} \cdot HU.$$

Prędkości planety i słońca względem ich środka masy są odpowiednio:

$$\frac{S}{S+P}v \quad \text{i} \quad \frac{P}{S+P}v.$$

Energie kinetyczne planety i słońca są przeto:

$$\frac{1}{2}P\frac{S^2v^2}{(S+P^2)} \quad \text{i} \quad \frac{1}{2}S\frac{P^2}{(S+P^2)}v^2,$$

a całkowita energia kinetyczna jest:

$$\frac{1}{2}\frac{SP}{S+P}v^2 = \frac{1}{4}\frac{SP}{S+P} \cdot \frac{h^2}{b^4}(HU)^2.$$

Aby wyrazić v^2 przez SP lub r, zauważmy, że według zasady pól:

$$v . SY = h = \frac{2\pi ab}{T}, \tag{1}$$

a według znanej własności elipsy:

$$HZ. \ SY = b^2. \tag{2}$$

Z podobieństwa trójkątów HZP i SYP wynika, że

$$\frac{SY}{HZ} = \frac{SP}{HP} = \frac{r}{2a-r}. \tag{3}$$

Mnożąc równania (2) i (3) odpowiedniemi stronami, otrzymujemy:

$$(SY)^2 = \frac{b^2 r}{2a-r}.$$

Jeżeli, podniósłszy do kwadratu obie strony równania (1), podstawimy w niem dopiero co otrzymaną wartość na $(SY)^2$, to mieć będziemy:

$$v^2 = \frac{4\pi^2 a^2 b^2}{T^2} \frac{1}{(SY)^2} = \frac{4\pi^2 a^2}{T^2} \left(\frac{2a}{r} - 1\right)$$

i energia kinetyczna układu będzie:

$$\frac{4\pi^2 a^3}{T^2} \cdot \frac{SP}{S+P} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2a}\right),$$

co na zasadzie równania znajdującego się na końcu ustępu 136 równa się:

$$C.S.P\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{2a}\right),$$

gdzie C jest stałą ciążenia.

Oto jest wartość energii kinetycznej dwóch ciał S i P poruszających się po elipsie, której osią wielką jest 2a.

140. Energia potencyalna układu.

Suma energii kinetycznej i potencyalnej układu jest ilością stałą; wartość bezwzględna tej ilości jest podług ustępu 110-go nieznana, ale znajomość jej nie jest potrzebna.

Jeżeli więc przyjmiemy, że energia potencyalna ma kształt

$$K-C.S.P\frac{1}{r},$$

to drugi tylko wyraz, jako jedyny zależny od odległości r, może nas obchodzić. Pierwszy wyraz K przedstawia pracę, jaką wykonywa ciążenie, gdy ciała znajdujące się pierwotnie w nieskończonej odległości zdążają ku sobie na odległość tak małą, na jaką pozwalają ich rozmiary.

141. Księżyc jest ciałem ciężkiem.

Newton, wyznaczywszy w ten sposób prawo siły działającej między każdą z planet i słońcem, przystąpił do wykazania, że dostrzegany przez nas ciężar ciała na powierzchni ziemi i siła utrzymująca księżyc na jego drodze około ziemi ulegają jednemu i temu samemu prawu odwrotnych kwadratów z odległości.

Siła ciężkości działa w każdej dostępnej dla nas miejscowości, na szczytach najwyższych gór i na najwyższych punktach, do jakich dosięgamy balonami. Natężenie jej zmniejsza się w miarę oddalania się od powierzchni ziemi, jak to wykazują doświadczenia z wahadłem; a lubo wysokość, na którą możemy się wznieść, jest tak nieznaczna w porównaniu z promieniem ziemi, iż przez dostrzeżenia tego rodzaju nie można wykazać, że ciężkość zmienia się w stosunku odwrotnym do kwadratów odległości od środka ziemi, to jednak dostrzegane zmniejszanie sie ciężkości zgadza się z prawem wyprowadzonem przez Newtona z ruchu planet.

Zakładając, że natężenie ciężkości zmienia się w stosunku odwrotnym do kwadratu odległości od środka ziemi, Newton obliczył wartość ciężkości dla średniej odległości księżyca ze znanej wartości tej siły na powierzchni ziemi.

Pierwsze rachunki jego były obciążone błędem z tego względu, że podstawą ich była

Znaczenie dynamiczne tych praw odkrył Newton.

Dwa pierwsze prawa odnoszą się do ruchu pojedyńczej planety.

Pierwsze prawo. Pola opisywane przez wektor poprowadzony od słońca do planety są proporcyonalne do czasów, w ciągu których zostały opisane. Jeżeli h oznacza podwójne pole opisane w ciągu jednostki czasu, podwójne pole opisane w czasie t będzie ht, a jeżeli P jest masą planety, to Pht będzie według określenia podanego w ustępie 68-ym — maso-polem. Wynika stąd, że moment kątowy planety względem słońca, czyli prędkość zmiany maso-pola równa się Ph, to jest ilości stałej.

Zgodnie przeto z ustępem 70-ym, siła działająca na planetę, jeżeli w ogóle istnieje, nie może mieć żadnego momentu względem słońca; w przeciwnym bowiem razie zwiększałaby ona lub zmniejszała moment kątowy planety z prędkością, której miarą byłaby wartość momentu siły.

Jakakolwiek przeto byłaby siła działająca na planetę, kierunek jej koniecznie przechodzić musi przez słońce.

129. Prędkość kątowa.

Określenie. Prędkością kątową wektora nazywamy prędkość, z jaką rośnie kąt zawarty między nim a wektorem stałym w płaszczyźnie ruchu.

Jeżeli ω jest prędkością kątową wektora, zaś r jego długością, to prędkość przyrostu wielkości opisywanego przezeń pola wynosi $\frac{1}{2}\omega r^2$. Jest więc:

$$h = \omega r^2,$$

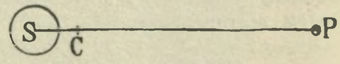
a ponieważ h jest wielkością stałą, to prędkość kątowa ω ruchu planety względem słońca zmienia się w stosunku odwrotnym do kwadratu z odległości od słońca.

To jest zawsze prawdą niezależnie od prawa siły, w założeniu tylko, że siła działająca na planetę przechodzi zawsze przez słońce.

130. Ruch około środka masy.

Ponieważ wysił między planetą i słońcem działa na oba ciała, to żadne z nich nie może pozostać w spoczynku. Jedynym punktem, którego ruch nie ulega zmianie w skutek wysiłu, jest środek masy obu ciał.

Rys. 15.



Jeżeli r jest odległością SP (rys. 15.), a C środkiem masy, to

$$SC = \frac{Pr}{S+P}, \quad CP = \frac{Sr}{S+P}.$$

Moment kątowy planety P względem punktu C jest

$$P\omega\frac{S^2r^2}{(S+P)^2}=\frac{PS^2h}{(S+P)^2}.$$

131. Orbita.

Mówiąc o ruchu układu materyalnego, zrobiliśmy już użytek z diagramów konfiguracyi i prędkości. Diagramy te przedstawiają jednak tylko stan układu w danej chwili przez względne położenie punktów odpowiadających ciałom układu. Często jednak jest rzeczą właściwą przedstawienie całego szeregu konfiguracyi lub prędkości układu w jedynym diagramie. Jeżeli przyjmiemy, że punkty diagramu poruszają się w ten sposób, iż ciągle wskazują stan poruszającego się układu, to każdy punkt diagramu opisywać będzie linię prostą lub krzywą.

W diagramie konfiguracyi linia ta nazywa się w ogóle *drogą* ciała. W przypadku ciał niebieskich nazywamy ją zazwyczaj *orbitą*.

132. Hodograf.

W diagramie prędkości każdą linię opisaną przez punkt poruszający się nazywamy *hodografem* ciała odpowiadającego temu punktowi.

Metodę hodografu wprowadził do badania ruchu ciała Sir W. R. Hamilton. Hodograf można określić jako drogę opisaną przez koniec wektora, przedstawiającego stale co do kierunku i wielkości prędkość poruszającego się ciała.

Przy stosowaniu metody hodografu do planety, której orbita jest płaska, odpowiednią jest rzeczą przyjąć, że hodograf obrócił się o kąt prosty około swego początku tak, aby wektor hodografu był nie równoległy, lecz prostopadły do prędkości, którą przedstawia.

133. Drugie prawo Keplera.

Drugie prawo. Orbita planety w odniesieniu do słońca jest elipsą, w jednem z ognisk której znajduje się słońce.

Niechaj APQB (rys. 16) będzie orbitą eliptyczną, niechaj w S będzie słońcem w jednem z ognisk, H zaś drugiem ogniskiem. Przedłużmy prostą SP do U tak, aby długość SU równała się osi wielkiej AB, i połączmy punkt H z punktem U; wtedy linia HU będzie proporcyonalną i prostopadłą do prędkości w punkcie P.

Istotnie, podzielmy HU w punkcie Z na dwie równe części i poprowadźmy prostą ZP; będzie ona styczna do elipsy w punkcie P. Z punktu S poprowadźmy do tej stycznej prostopadłą SY.

Jeżeli v jest prędkością w punkcie P, h podwójnem polem opisanem w jednostce czasu, to $h = v.SY$.

Dalej, jeżeli oznaczymy małą oś elipsy przez b, to będzie:

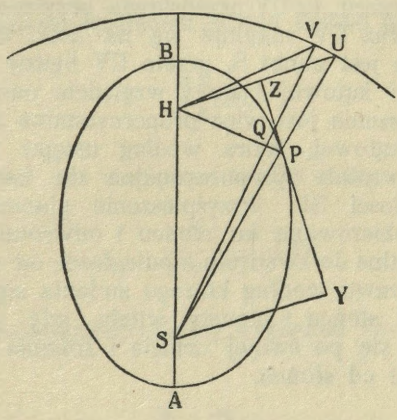
$$SY . HZ = b^2.$$

Ponieważ zaś $HU = 2HZ$, przeto:

$$v = {}^1/_2 \frac{h}{b^2} HU.$$

Prosta HU jest więc zawsze proporcyonalna do prędkości i prostopadła do jej kierunku.

Rys. 16.



Lecz SU jest zawsze równe AB. Okrąg więc koła, którego środek znajduje się w S, a promień równa się odcinkowi AB, jest hodografem planety; H zaś jest początkiem hodografu.

Odpowiadające sobie punkty orbity i hodografu leżą zawsze na jednej prostej, przechodzącej przez punkt S.

Punkt P odpowiada więc punktowi U, punkt zaś Q punktowi V.

Prędkość udzielona ciału w czasie jego przejścia od P do Q wyraża się przez geometryczną różnicę wektorów HU i HV, tj. przez UV, i jest prostopadła do tego łuku kołowego, a więc, jak już dowiedliśmy, skierowana ku punktowi S.

Jeżeli PQ jest łukiem opisanym w ciągu jednostki czasu, to UV przedstawia przyśpieszenie, a ponieważ UV znajduje się na kole, którego środkiem jest punkt S, przeto UV będzie miarą prędkości kątowej planety względem punktu S. Przyśpieszenie jest więc proporcyonalne do prędkości kątowej, która według ustępu 129-go jest odwrotnie proporcyonalna do kwadratu z odległości SP. Przyśpieszenie planety jest przeto skierowane ku słońcu i odwrotnie proporcyonalne do kwadratu z odległości od słońca.

Oto prawo, według którego zmienia się przyciąganie słońca i planety wtedy, gdy planeta porusza się po swojej orbicie i zmienia swoją odległość od słońca.

134. Siła działająca na planetę.

Okazaliśmy już, że orbita planety, odniesiona do środka masy słońca i planety, jest w takim związku z orbitą planety odniesionej do słońca, że odległości planety od słońca na pierwszej z nich mają się do odległości na drugiej jak S do $S+P$. Jeżeli $2a$ i $2b$ są osiami orbity planety odniesionej do słońca, to powierzchnia orbity jest πab, a jeżeli T przedstawia czas, jakiego potrzebuje planeta dla przebieżenia całej orbity, to wartość wielkości h jest

$$2\pi\frac{ab}{T}.$$

Prędkość względem słońca będzie przeto:

$$\frac{\pi a}{Tb}HU,$$

prędkość zaś względem środka masy:

$$\frac{S}{S+P}\frac{\pi a}{Tb}HU.$$

Przyśpieszenie planety względem środka masy jest

$$\frac{S}{S+P}\frac{\pi a}{Tb}UV,$$

impuls więc wywierany na planetę o masie P jest:

$$\frac{S\,P}{S+P}\frac{\pi a}{T\,b}UV.$$

Jeżeli czas, w ciągu którego planeta przebiega łuk PQ, oznaczymy przez t, to podwojone pole SPQ będzie:

$$ht=\omega r^2 t$$

$$\text{i } UV=2a\omega t=2a\frac{h}{r^2}t=4\pi\frac{a^2 b}{T r^2}t.$$

Siła działająca na planetę będzie przeto

$$F=4\pi^2\frac{S.P}{S+P}\frac{a^3}{T^2 r^2}.$$

Oto jest wartość wysiłu albo przyciągania między planetą i słońcem, wyrażona przez masy P i S obu ciał, ich średnią odległość a, ich istotną chwilową odległość r i czas obiegu T.

135. Interpretacya trzeciego prawa Keplera.

W celu porównania przyciągań między słońcem i rozmaitemi planetami Newton zastosował trzecie prawo Keplera.

Trzecie prawo. Kwadraty z czasów obiegu rozmaitych planet są proporcyonalne do sześcianów z ich średnich odległości od słońca.

Innemi słowy, wielkość $\frac{a^3}{T^2}$ jest stała; wartość jej oznaczmy przez $\frac{C}{4\pi^2}$.

Będzie przeto:

$$F = C\frac{S.P}{S+P}\frac{1}{r^2}.$$

Masa mniejszych planet jest tak nieznaczna w porównaniu ze słońcem, że można przyjąć dla nich stosunek $\frac{S}{S+P}$ równym jedności, tak iż:

$$F = C.P\frac{1}{r^2},$$

t. j. przyciąganie działające na planetę jest proporcyonalne do masy planety i odwrotnie proporcyonalne do kwadratu z jej odległości od słońca.

136. Prawo ciążenia.

Najważniejszym faktem dotyczącym ciążenia jest to, że działa ono jednakowo na równe masy jakichkolwiek substancyi. Fakt ten został stwierdzony za pomocą doświadczeń z wahadłem dla wszystkich rodzajów materyi, istniejących na powierzchni ziemi. Newton rozszerzył to prawo do materyi, z jakiej składają się różne planety.

Jeszcze przed Newtonem przyjmowano, że słońce jako całość przyciąga planetę jako całość i głoszono nawet prawo odwrotnych kwadratów, ale dopiero w rękach Newtona teorya ciążenia przyjęła swą formę ostateczną.

Każda część materyi przyciąga każdą inną część materyi i wysił pomiędzy niemi jest proporcyonalny do iloczynu ich mas podzielonego przez kwadrat ich odległości.

Jeżeli bowiem przyciąganie między gramem materyi na słońcu i gramem materyi na planecie w odległości r jest równe $\frac{C}{r^2}$, gdzie C jest stałą, to gdy słońce zawiera S gramów, a planeta P gramów materyi, całkowite przyciąganie między słońcem i gramem na planecie, będzie $\frac{CS}{r^2}$ a całkowite przyciąganie między słońcem i planetą będzie $C\frac{SP}{r^2}$.

Przez porównanie tak sformułowanego »prawa powszechnego ciążenia« Newtona z otrzymanym poprzednio wyrazem siły F znajdujemy:

$$C\frac{SP}{r^2} = 4\pi^2\frac{SP}{S+P}\frac{a^3}{T^2r^2},$$

czyli $4\pi^2a^3 = C(S+P)T^2$.

137. Poprawniejsza forma trzeciego prawa Keplera.

Należy przeto poprawić trzecie prawo Keplera, które brzmieć będzie jak następuje: Sześciany ze średnich odległości planet od słońca mają się do siebie jak kwadraty z czasów ich obiegu pomnożone przez sumę mas słońca i planety.

Dla większych planet, jak dla Jowisza, Saturna i t. p., wartość S+P jest znacznie większą niż dla ziemi i dla mniejszych planet. Wynika stąd, że czasy obiegu większych planet muszą być nieco krótsze, aniżeli to wypada z trzeciego prawa Keplera, co istotnie ma miejsce.

W następującej tabliczce znajdują się średnie odległości (a) planet od słońca wyrażone przez

Planeta	a	T	a^3	T^2	a^3-T^2
Merkury	0.387098	0.24084	0.0580046	0.0580049	—0.0000003
Wenus	0.72333	0.61518	0 378451	0.378453	—0.0000002
Ziemia	1.0000	1.00000	1.00000	1.00000	
Mars	1.52369	1.88082	3.53746	3.53747	—0.00001
Jowisz	5.20278	11.8618	140 832	140.701	+0.131
Saturn	9.53879	29.4560	867.914	867.658	+0.256
Uran	19.1824	84.0123	7058.44	7058.07	+0.37
Neptun	30.037	164.616	27100.0	27098.4	+1.6

średnią odległość ziemi jako jednostkę i czasy obiegu T wyrażone w latach gwiazdowych.

Z tablicy tej widać, że wprawdzie trzecie prawo Keplera zachodzi ze znacznem przybliżeniem, gdyż a^3 jest prawie równe T^2, lecz że dla planet, których masa jest mniejsza od masy ziemi, mianowicie dla Merkurego, Wenery i Marsa, a^3 jest mniejsze od T^2, gdy tymczasem dla Jowisza, Saturna, Urana i Neptuna, których masy są większe od masy ziemi, a^3 jest większe od T^2.

138. Energia potencyalna pochodząca od siły ciążenia.

Energia potencyalna ciążenia zachodzącego między ciałami S i P daje się obliczyć, jeżeli znamy ich przyciąganie wyrażone przez odległość. Ta metoda rachunkowa, w której dodajemy skutki wielkości zmieniającej się w sposób ciągły, należy do rachunku całkowego; a lubo w tym przypadku rachunek dałby się jeszcze wykonać przy pomocy metod elementarnych, wolimy jednak wyprowadzić energię potencyalną wprost z pierwszego i drugiego prawa Keplera.

Prawa te określają zupełnie ruch słońca i planety, możemy więc za pomocą nich obliczyć energię kinetyczną układu, odpowiadającą jakiejkolwiek części orbity eliptycznej. Ponieważ zaś słońce i planeta tworzą układ zachowawczy, przeto suma energii kinetycznej i potencyalnej jest stała; znając tedy energię kinetyczną, możemy obliczyć tę część energii potencyalnej, która zależy od wzajemnej odległości obu ciał.

139. Energia kinetyczna układu.

Dla wyznaczenia energii kinetycznej zauważmy, że prędkość planety względem słońca jest podług ustępu 133:

$$v = \frac{1}{2}\frac{h}{b^2} \cdot HU.$$

Prędkości planety i słońca względem ich środka masy są odpowiednio:

$$\frac{S}{S+P}v \quad \text{i} \quad \frac{P}{S+P}v.$$

Energie kinetyczne planety i słońca są przeto:

$$\frac{1}{2}P\frac{S^2v^2}{(S+P^2)} \quad \text{i} \quad \frac{1}{2}S\frac{P^2}{(S+P^2)}v^2,$$

a całkowita energia kinetyczna jest:

$$\frac{1}{2}\frac{SP}{S+P}v^2 = \frac{1}{4}\frac{SP}{S+P} \cdot \frac{h^2}{b^4}(HU)^2.$$

Aby wyrazić v^2 przez SP lub r, zauważmy, że według zasady pól:

$$v \, . \, SY = h = \frac{2\pi ab}{T}, \qquad (1)$$

a według znanej własności elipsy:

$$HZ. \; SY = b^2. \qquad (2)$$

Z podobieństwa trójkątów HZP i SYP wynika, że

$$\frac{SY}{HZ} = \frac{SP}{HP} = \frac{r}{2a - r}. \qquad (3)$$

Mnożąc równania (2) i (3) odpowiedniemi stronami, otrzymujemy:

$$(SY)^2 = \frac{b^2 r}{2a - r}.$$

Jeżeli, podniósłszy do kwadratu obie strony równania (1), podstawimy w niem dopiero co otrzymaną wartość na $(SY)^2$, to mieć będziemy:

$$v^2 = \frac{4\pi^2 a^2 b^2}{T^2} \frac{1}{(SY)^2} = \frac{4\pi^2 a^2}{T^2} \left(\frac{2a}{r} - 1 \right)$$

i energia kinetyczna układu będzie:

$$\frac{4\pi^2 a^3}{T^2} \cdot \frac{SP}{S+P} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2a} \right),$$

co na zasadzie równania znajdującego się na końcu ustępu 136 równa się:

$$C.S.P\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{2a}\right),$$

gdzie C jest stałą ciążenia.

Oto jest wartość energii kinetycznej dwóch ciał S i P poruszających się po elipsie, której osią wielką jest 2a.

140. Energia potencyalna układu.

Suma energii kinetycznej i potencyalnej układu jest ilością stałą; wartość bezwzględna tej ilości jest podług ustępu 110-go nieznana, ale znajomość jej nie jest potrzebna.

Jeżeli więc przyjmiemy, że energia potencyalna ma kształt

$$K-C.S.P\frac{1}{r},$$

to drugi tylko wyraz, jako jedyny zależny od odległości r, może nas obchodzić. Pierwszy wyraz K przedstawia pracę, jaką wykonywa ciążenie, gdy ciała znajdujące się pierwotnie w nieskończonej odległości zdążają ku sobie na odległość tak małą, na jaką pozwalają ich rozmiary.

141. Księżyc jest ciałem ciężkiem.

Newton, wyznaczywszy w ten sposób prawo siły działającej między każdą z planet i słońcem, przystąpił do wykazania, że dostrzegany przez nas ciężar ciała na powierzchni ziemi i siła utrzymująca księżyc na jego drodze około ziemi ulegają jednemu i temu samemu prawu odwrotnych kwadratów z odległości.

Siła ciężkości działa w każdej dostępnej dla nas miejscowości, na szczytach najwyższych gór i na najwyższych punktach, do jakich dosięgamy balonami. Natężenie jej zmniejsza się w miarę oddalania się od powierzchni ziemi, jak to wykazują doświadczenia z wahadłem; a lubo wysokość, na którą możemy się wznieść, jest tak nieznaczna w porównaniu z promieniem ziemi, iż przez dostrzeżenia tego rodzaju nie można wykazać, że ciężkość zmienia się w stosunku odwrotnym do kwadratów odległości od środka ziemi, to jednak dostrzegane zmniejszanie sie ciężkości zgadza się z prawem wyprowadzonem przez Newtona z ruchu planet.

Zakładając, że natężenie ciężkości zmienia się w stosunku odwrotnym do kwadratu odległości od środka ziemi, Newton obliczył wartość ciężkości dla średniej odległości księżyca ze znanej wartości tej siły na powierzchni ziemi.

Pierwsze rachunki jego były obciążone błędem z tego względu, że podstawą ich była błędna ocena rozmiarów ziemi. Lecz zastosowawszy potem dokładniejszą wartość dla tych rozmiarów, Newton znalazł, że natężenie ciężkości ziemskiej, obliczone dla odległości równej odległości księżyca od ziemi, jest tak wielkie jak siła niezbędna dla utrzymania księżyca na jego orbicie.

W ten sposób Newton utożsamił siłę działającą między ziemią i księżycem z siłą, dzięki której ciała, znajdujące się w blizkości powierzchni ziemi, spadają na ziemię.

142. Doświadczenie Cavendish'a.

Po dowiedzeniu, że siła, z jaką przyciągają się wzajemnie ciała niebieskie, jest tegoż rodzaju, co siła, z jaką ziemia przyciąga dostępne dla nas ciała, pozostało jeszcze do wykazania, że i te ciała przyciągają się wzajemnie.

Trudność ostatniego zadania polega na tem, że masa ciał, z któremi mamy do czynienia, jest tak mała w porównaniu z masą ziemi, że gdy zbliżymy, o ile można najbardziej, dwa takie ciała, to przyciąganie między niemi będzie tylko nadzwyczaj małym ułamkiem ich ciężaru.

Nie możemy wprawdzie usunąć przyciągania wywieranego przez ziemię, ale doświadczenie należy urządzić w ten sposób, aby przyciąganie to jak najmniej wpływało na skutki przyciągania wzajemnego samych ciał.

W tym celu John Michell zbudował przyrząd, który otrzymał nazwę *wagi skręceń*. Michell umarł, nie wykonawszy doświadczenia, ale przyrząd jego dostał się w ręce Cavendish'a, który go ulepszył i z jego pomocą wymierzył przyciąganie między wielkiemi kulami ołowianemi i małemi kulami zawieszonemi na ramionach wagi. Podobny przyrząd do mierzenia małych sił elektrycznych i magnetycznych zbudował później niezależnie Coulomb. Jest to jeszcze do tej pory najlepszy z przyrządów, jakich nauka używa do mierzenia małych sił wszelkiego rodzaju.

143. Waga skręceń.

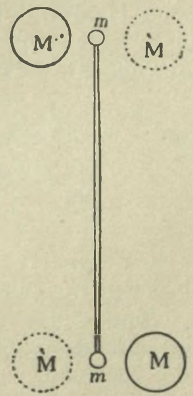
Waga skręceń składa się ze sztaby poziomej zawieszonej za pomocą drutu na stałej podstawie. Jeżeli sztaba [drąg wagi] obraca się pod wpływem siły zewnętrznej w płaszczyźnie poziomej, to skręca drut, który, będąc sprężystym, stawia opór zmianie kształtu i usiłuje się rozkręcić. Ta siła skręcenia jest proporcyonalna do kąta, na jaki drut został skręcony, tak, że gdy na jeden koniec sztaby działa prostopadle siła w kierunku poziomym, to z kąta, na jaki ona obraca sztabę, możemy oznaczyć wielkość siły.

Siła jest proporcyonalna do kąta skręcenia i do czwartej potęgi ze średnicy drutu, a odwrotnie proporcyonalna do długości sztaby i długości drutu.

Biorąc przeto cienki i długi drut i długą sztabę, możemy mierzyć bardzo małe siły.

W doświadczeniu Cavendisha [rys. 17] dwie kule równej masy *m* są przyczepione do końców drąga wagi skręceń. Dla prostoty załóżmy, że masa pręta może być pominięta w porównaniu z masą kul. Dwie równe większe kule o masach *M* można umieścić w M i M lub w M' i M'. W pierwszem położeniu przez przyciąganie mniejszych kul *m* i *m* usiłują one obrócić sztabę w jednym kierunku, w drugiem zaś położeniu — w kierunku przeciwnym. Waga skręceń wraz z przytwierdzonemi do niej kulami jest zamknięta w skrzyni, celem uniknienia zakłóceń, jakie mogą wywołać prądy powietrzne. Położenia sztaby wyznacza się przez obserwacyę obrazu skali (zaopatrzonej w podziałkę) w zwierciedle pionowem przytwierdzonem w środku sztaby. Całą wagę umieszcza się w odosobnionym pokoju, a dostrzegacz, nie wchodząc do niego, obserwuje obraz skali przez lunetę.

Rys. 17.

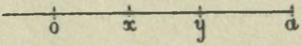


144. Metoda doświadczenia.

Najprzód oznacza się czas T podwójnego wachnięcia wagi skręceń i położenie równowagi środków kul *m*.

Następnie sprowadzamy większe kule do położeń M M w ten sposób, aby ich środki znajdowały się w pewnej odległości (a) od położeń równowagi środków kul m.

Rys 18.



Nie oczekując chwili zaprzestania wahań drąga obserwujemy punkty podziału skali, odpowiadające punktom końcowym pojedynczego wachnięcia; niechaj bądą one odległe o długości x i y od położenia równowagi. W tych punktach sztaba jest na chwilę w spoczynku, cała jej energia jest wtedy potencyalna, a ponieważ całkowita energia jest stała, więc energia, odpowiadająca położeniu x, musi równać się energii potencyalnej w położeniu y.

Jeżeli więc T jest czasem trwania jednego wachnięcia podwójnego około punktu równowagi (o), to energia potencyalna, pochodząca od skręcenia w położeniu x, jest według ustępu 119-go:

$$\frac{2\pi^2 m}{T^2} x^2,$$

a energia potencyalna, pochodząca od ciążenia między m i M, podług ustępu 140:

$$K - C\frac{mM}{a-x}.$$

Energia potencyalna całego układu w położeniu x jest przeto:

$$K - C\frac{m.M}{a-x} + \frac{2\pi^2 m}{T^2} y^2,$$

a w położeniu y:

$$K - C\frac{m.M}{a-y} + \frac{2\pi^2 m}{T^2} y^2.$$

Ponieważ energia potencyalna w obu położeniach jest jednakowa, przeto

$$Cm.M\left(\frac{1}{a-y} - \frac{1}{a-x}\right) = \frac{2\pi^2 m}{T^2}(y^2 - x^2),$$

a stąd:

$$C = \frac{2\pi^2}{MT^2}(x+y)\ (a-x)\ (a-y).$$

Przy pomocy tego równania wyrażamy stałą ciążenia C przez wielkości otrzymane z doświadczenia, mianowicie przez masę M wielkich kul w gramach, przez czas T trwania podwójnego wachnięcia w sekundach i przez odległości x, y i a w centymetrach.

Z doświadczeń Baily'ego wypada $C = 6{,}5 \times 10^{-8}$. Jeżeli jednostkę masy wybierzemy tak, aby ta w odległości równej jednostce długości wytworzyła jednostkę przyśpieszenia, przyczem za jednostki zasadnicze weźmiemy centymetr i sekundę, to jednostka masy będzie mniej więcej równa $1{,}537 \times 10^{7}$ gramom albo 15,37 tonnom. Ta jednostka masy redukuje stałą ciążenia C do jedności; tę jej wartość wprowadzono dlatego do rachunków astronomicznych.

145. Ciążenie powszechne.

Widzieliśmy, że ciążenie zachodzi w całym szeregu zjawisk przyrody. Znaleźliśmy też, że prawo zmiany siły wraz ze zmianą odległości planety od słońca zachodzi i wtedy, gdy porównywamy przyciągania między różnemi planetami a słońcem i między księżycem a ziemią z przyciąganiem między ziemią a ciałami ciężkiemi znajdującemi się na jej powierzchni. Dalej, widzimy, że ciążenie dwóch równych mas w równych odległościach jest niezależne od natury materyi, z jakiej składają się te masy. O tem przekonywamy się za pomocą doświadczeń z wahadłami z rozmaitych substancyi, jako też przez porównanie przyciągania słońca i różnych planet, których skład prawdopodobnie jest różny. Doświadczenia Baily'ego nad wagą skręceń z kulami z rozmaitych substancyi stwierdzają to prawo.

Ponieważ w tak wielkiej liczbie przypadków, tak przestrzennie od siebie odległych, znajdujemy, że ciążenie zależy tylko od masy ciał, a nie od ich natury chemicznej lub stanu fizycznego, przeto wnioskujemy, że zachodzi ono dla wszystkich substancyi.

Tak np. żaden fizyk nie wątpi, że dwie cząstki powietrza atmosferycznego przyciągają się wzajemnie, lubo mało jest widoków, że kiedykolwiek odkryte będą metody, za pomocą których można będzie to przyciąganie już nie mierzyć, ale tylko uczynić widocznem. Lecz wiemy, że między każdą cząstką powietrza a ziemią zachodzi przyciąganie. Doświadczenie zaś Cavendisha uczy, że ciała podległe ciążeniu, jeżeli mają dostateczne masy, ciążą też ku sobie; stąd wyprowadzamy wniosek, że dwie cząstki powietrza ciążą ku sobie. Czy zaś ośrodek [eter], w którym rozchodzą się światło i elektryczność, jest substancyą ciężką, jest jeszcze rzeczą niepewną w najwyższym stopniu, lubo wątpić nie można, że ośrodek ten jest materyalnym i posiada masę. *

---

* Następcy Maxwella, a zwłaszcza H. A. Lorentz (1895). nie przypisywali jednak eterowi żadnej zgoła masy, czyli bezwładności. Nowocześni zaś relatywiści porzucili zupełnie pojęcie eteru. Przyp. red.

146. Przyczyna ciążenia.

Newton w swoich »Zasadach« z podległych dostrzeganiu ruchów ciał niebieskich wyprowadza wniosek, że ciała niebieskie przyciągają się wzajemnie według określonego prawa.

Prawo to uważa on za zdobycz ścisłego dynamicznego rozumowania i wykazuje, że nie tylko wszystkie wybitniejsze zjawiska, ale i pozorne nieprawidłowości w ruchach ciał niebieskich są dającemi się obliczyć wynikami jedynego tego prawa. W swoich »Zasadach« ogranicza się Newton na dowiedzeniu i rozwinięciu tego wielkiego postępu nauki o wzajemnem działaniu ciał na siebie, nie mówiąc nic o mechaniźmie sprawiającym wzajemne przyciąganie się ciał. Wiemy jednak, że umysł jego nie zaspokoił się tym rezultatem. Newton czuł zapewne, że i samo ciążenie powinnoby jeszcze dać się wyjaśnić. Sam nawet usiłował dać objaśnienie, oparte na działaniu środka eterycznego wypełniającego przestrzeń. Ale z owem mądrem umiarkowaniem, cechującem wszystkie jego badania, odróżniał on starannie spekulacye od prawd stwierdzonych dostrzeganiem i dowodami i wyłączył ze swoich »Zasad» wszelkie wzmianki o przyczynie ciążenia, ogłosiwszy tylko myśli swoje w tym względzie w »Pytaniach« pomieszczonych na końcu swojej »Optyki«.

Nieliczne usiłowania, jakie po Newtonie robiono dla rozstrzygnięcia tego trudnego pytania, nie doprowadziły do żadnego pewniejszego rezultatu.

147. Zastosowanie Newtonowskiej metody badania.

Metoda badania sił działających między ciałami, nakreślona i rozwinięta na przykładzie ciał niebieskich przez Newtona, była później skutecznie stosowana przez Cavendisha, Coulomba i Poissona do ciał naelektryzowanych i namagnesowanych.

Badanie działania wzajemnego drobnych cząsteczek ciał jest bardzo utrudnione z tego względu, że ciała badane i ich odległości są tak małe, że nie możemy ich ani dostrzedz, ani mierzyć, ani widzieć ich ruchów tak, jak widzimy ruchy planet lub ciał elektrycznych i magnetycznych.

148. Metody fizyki cząsteczkowej.

Z tego powodu badania dotyczące cząsteczek oparły się przeważnie na hipotezach i porównaniu wniosków z tych hipotez z dostrzeganymi faktami.

Powodzenie tej metody zależy od ogólności hipotezy, od której rozpoczynamy. Jeżeli naszą hipotezą jest owo nader ogólne przypuszczenie, że zjawiska badane zależą od konfiguracyi i ruchu układu materyalnego, i gdy nam się udaje z hipotezy tej wyprowadzić wnioski dające się spożytkować, to możemy ją spokojnie stosować do zjawisk, jakiemi się zajmujemy.

Jeżeli jednak stawiamy hipotezę, według której konfiguracya, ruch lub działanie układu materyalnego są jakiejś szczególnej oznaczonej natury, to gdy nawet wnioski z tej hipotezy zgadzają się z doświadczeniami, nie możemy jeszcze zaprzeczać możliwości fałszu hipotezy, chyba że potrafimy dowieść, że żadna inna hipoteza uważanych zjawisk wyjaśnić nie może.

149. Ważność własności ogólnych i elementarnych.

Z tego względu w badaniach fizykalnych jest rzeczą największej wagi gruntowne poznanie najogólniejszych własności układów materyalnych i dlatego w tej książce zająłem się temi ogólnemi własnościami, nie wkraczając w bardziej urozmaiconą i zajmującą dziedzinę specyalnych własności poszczególnych form materyi.

KONIEC.