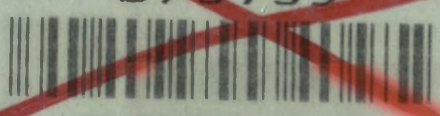


# AKADEMIA OBRONY NARODOWEJ

CENTRUM SYMULACJI  
I KOMPUTEROWYCH GIER WOJENNYCH

TEORETYCZNE PODSTAWY PROGNOZOWANIA  
ROZWOJU POTENCJAŁU BOJOWEGO SIŁ ZBROJNYCH

~~Biblioteka Główna  
Akademii Obrony Narodowej  
S/5759~~



05-005759-002-0

WARSZAWA

68696



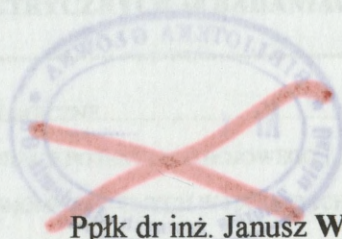
**AKADEMIA OBRONY NARODOWEJ**

**CENTRUM SYMULACJI**

**I KOMPUTEROWYCH GIER WOJENNYCH**



**TEORETYCZNE PODSTAWY  
PROGNOZOWANIA ROZWOJU  
POTENCJAŁU BOJOWEGO SIŁ ZBROJNYCH**



Ppłk dr inż. Janusz **WOCIAL**

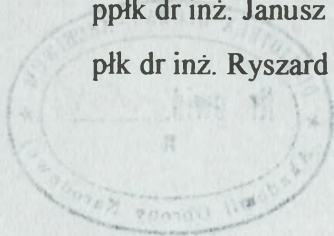
Płk dr inż. Ryszard **WIELEBA**

Pracę naukowo – badawczą „**TEORETYCZNE PODSTAWY PROGNOZOWANIA ROZWOJU POTENCJAŁU BOJOWEGO SIŁ ZBROJNYCH**” wykonał zespół oficerów: ppłk dr inż. Janusz WOCIAL – kierownik, płk dr inż. Ryszard WIELEBA.

Poszczególni oficerowie opracowali:

ppłk dr inż. Janusz WOCIAL                      rozdział 1, współautor rozdziału 2, 3;

płk dr inż. Ryszard WIELEBA                      rozdział 4, współautor rozdziału 2, 3



# Spis treści

<b>SPIS TREŚCI .....</b>	<b>2</b>
<b>WPROWADZENIE.....</b>	<b>3</b>
<b>1 MIARY ILOŚCIOWE POTENCJAŁU BOJOWEGO SIŁ ZBROJNYCH.....</b>	<b>5</b>
1.1 POJĘCIE POTENCJAŁU BOJOWEGO .....	5
1.2 OPERACJONALIZACJA POJĘCIA POTENCJAŁU BOJOWEGO.....	7
1.3 OPRACOWANIE ZMIENNYCH MODELOWYCH.....	8
1.4 OCENA JEDNOSTKOWEGO POTENCJAŁU BOJOWEGO - JWJ .....	10
1.5 UPROSZCZENIA MODELU OCENOWEGO SZ W STOSUNKU DO SYSTEMU SZ .....	16
1.6 PREZENTACJA WYNIKÓW BADAWCZYCH .....	17
<b>2 METODY PROGNOZOWANIA ROZWOJU POTENCJAŁU BOJOWEGO .....</b>	<b>26</b>
2.1 POJĘCIE I ZNACZENIE PROGNOZY .....	26
2.2 PROGNOZOWANIE W OPARCIU O SZEREGI CZASOWE .....	29
2.3 PREDYKCJA NA PODSTAWIE KLASYCZNYCH MODELI TENDENCJI ROZWOJOWEJ .....	40
2.4 MODELE TENDENCJI ROZWOJOWEJ.....	41
2.5 PROGNOZY PUNKTOWE.....	47
2.6 PREZENTACJA WYNIKÓW BADAWCZYCH .....	50
<b>3 PROGNOZOWANIE NA PODSTAWIE MODELI EKONOMETRYCZNYCH.....</b>	<b>65</b>
3.1 ETAPY BUDOWY MODELI EKONOMETRYCZNYCH.....	67
3.2 PROGNOZOWANIE NA PODSTAWIE MODELI JEDNORÓWNIOWYCH.....	75
<b>4 ZASTOSOWANIE MODELI EKONOMETRYCZNYCH W BADANIACH POTENCJAŁU BOJOWEGO.....</b>	<b>94</b>
4.1 PODSTAWOWE ZAGADNIENIA METODOLOGICZNE.....	95
4.2 INFORMACJA STATYSTYCZNA W BADANIACH POTENCJAŁU BOJOWEGO .....	98
4.3 STOSOWANIE OPISOWYCH MODELI EKONOMETRYCZNYCH W BADANIACH POTENCJAŁOWYCH.....	99
<b>ZAKOŃCZENIE.....</b>	<b>104</b>
<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>105</b>

## Wprowadzenie

Prezentowane opracowanie „**Teoretyczne podstawy prognozowania rozwoju potencjału bojowego sił zbrojnych**” zrealizowane zostało w ramach pracy naukowo – badawczej (poz. 7.13.0.0 w „Planie zadaniowo – finansowym działalności naukowej AON na lata 2000 – 2003”).

Autorzy pracy: ppłk Janusz Wocial i płk Ryszard Wieleba od kilku już lat zajmują się analizą rozwoju potencjału bojowego sił zbrojnych (Polski i innych państw). Dokonywane są systematyczne oceny (diagnoza) potencjału bojowego w mierze ilościowej, na których podstawie opracowywane są analizy retrospektywne i prospektywne jego rozwoju. Przeprowadzane są także analizy porównawcze tego potencjału w odniesieniu do sił zbrojnych Polski w różnych okresach czasu. Autorzy próbują wprowadzić do badań wojskowych metody ilościowe, głównie w oparciu o statystykę i ekonometrię. Systematycznie i poprawnie (z metodycznego punktu widzenia) prowadzone badania, z wykorzystaniem metod kwantytatywnych, w oparciu o wiarogodne dane źródłowe (poprawność rzeczowa), pozwalają na udokumentowane wykrycie i określenie związków pomiędzy własnościami badanych przedmiotów.

Prezentowane opracowanie stanowi syntezę przeprowadzonych analiz i refleksji teoretycznych nad zastosowaniem pewnych znanych metod (głównie z ekonometrii<sup>1</sup>, a więc dziedziny, w której metody statystyczne znalazły zastosowanie do problemów ekonomicznych) w badaniu sił zbrojnych i ich potencjału bojowego. Przedstawione zostały podstawowe problemy dotyczące modeli ekonometrycznych. Omówiono aspekty metodyczne i merytoryczne dotyczące dwóch (podstawowych) klas modeli ekonometrycznych: modelu tendencji rozwojowej i modelu przyczynowo – skutkowego. Sformułowane zostały schematy poprawnego postępowania w stosowaniu każdego z nich. Przypomniano, że celem budowy modeli nie jest jedynie opisanie (i identyfikacja) badanego przedmiotu, ale wyjaśnienie prawidłowości jego funkcjonowania (zachowania się), a przede wszystkim – sterowanie nim tak, aby osiągnąć w możliwie optymalnym (w sensie przyjętych kryteriów) znaczeniu – pożądany cel. Treści ogólnoteoretyczne zostały udokumentowane prezentacją (wycinkową) wyników badań empirycznych, które autorzy przeprowadzili. Całość została zamknięta postulowaną (i autorską)

---

<sup>1</sup> *Ekonometria* (w wąskim tego słowa znaczeniu) zajmuje się ustalaniem za pomocą metod statystycznych konkretnych ilościowych prawidłowości zachodzących w życiu gospodarczym. O. Lange, *Wstęp do ekonometrii*, PWN, 1961.

listą zagadnień (wydaje się, że o doniosłym znaczeniu badawczym), które można byłoby przeanalizować stosując rekomendowane metody badawcze.

Praca składa się z wprowadzenia, czterech rozdziałów merytorycznych, zakończenia i bibliografii. W rozdziałach merytorycznych omówione zostały: (rozdział 1) ilościowe miary potencjału bojowego sił zbrojnych i problemy dotyczące jego operacjonalizacji i kwantyfikacji, (rozdział 2) metody prognozowania w oparciu o ekonometryczny model tendencji rozwojowej, (rozdział 3) metody prognozowania w oparciu o ekonometryczny model przyczynowo – skutkowy oraz (rozdział 4) zastosowanie modeli ekonometrycznych w wojskowych badaniach potencjałowych.

*Praca jest pierwszym rozważaniem o znaczeniu systemowej teorii strategii wojny i możliwości bojowej jednostki systemu organizacyjnego (i / lub funkcjonalnego SZ) i jednostki wojskowej (np. szeregowania bojowego wojsk, całych SZ)*

*Poprzez powrót do tematu posiada w literaturze rozważania i dyskusyjną interpretację. Brak jest jednak, wszelkiej definicji potencjału bojowego, a poszczególne określenia formułowane są w sposób nie do końca wiarygodny i użytek danej pracy, została ona systematycznie*

*F. Szwedowski [31] proponuje, aby przez potencjał bojowy rozumieć "całokształt możliwości bojowych danego systemu wojskowego /jednostki wojskowej, grupowania, strony walczącej, środki walki w danej chwili niezbędnych do prowadzenia działań bojowych: walki, bitwy, operacji"*

*Możliwości bojowe SZ są zjawiskiem indywidualnym i zmiennym /tak w czasie, jak i w przestrzeni/ cechą systemową SZ, którą możemy określić tylko w konkretnym przypadku, dla ściśle ustalonego przedmiotu /systemu, grupowania, obiektu/, w ściśle określonych warunkach. Są one złożoną funkcją wielu argumentów /zmiennych, stałych i ograniczeń/, wśród których jednym z najważniejszych jest czas. Ogólnie rozumiane możliwości bojowe są więc wielkością dynamiczną, zmienną w czasie, a ich pomiary można dokonać tylko w ustalonym momencie czasu, przy ściśle określonych warunkach i ograniczeniach<sup>2</sup>.*

*Ogólne ujęcie potencjału bojowego charakteryzowany może być następująca „trojka”<sup>3</sup>*

<sup>2</sup> Hans J. WOOTEN - *Arms and strategy: models of strategy*, AON, 1992. Rozprawa doktorska

<sup>3</sup> W dalszej części pracy silnie wykorzystano istniejące możliwości bojowe do prowadzenia działań wojennych. Na poziomie możliwości bojowych, oprócz rodzaju walki, ma wpływ wiele innych parametrów potencjału bojowego, takich jak: równowaga geopolityczna, warunki klimatyczne - meteorologiczne, stan morale, itp.

<sup>4</sup> Na temat potrzeby konceptualizowania i ograniczania się do pewnego modelu wojny, zobacz: [21], [22], [26], [41].

# 1 Miary ilościowe potencjału bojowego sił zbrojnych

## 1.1 Pojęcie potencjału bojowego

Najistotniejszą cechą systemową systemu sił zbrojnych /SZ/ jest wartość bojowa. W naukach wojskowych przyjęło się od dawna *wartość bojową* (jednostki organizacyjnej SZ, dowolnego zgrupowania wojsk czy też całych SZ) określać mianem *potencjału bojowego*. Potencjał bojowy - w systemowym rozumieniu - stanowi *systemową cechę określającą zdolności i możliwości bojowe danego systemu organizacyjnego (i / lub funkcjonalnego) SZ* /tj. jednostki organizacyjnej SZ, zgrupowania bojowego wojsk, całych SZ/.

Pojęcie *potencjału bojowego* posiada w literaturze różnorodną i dyskusyjną interpretację. Brak jest jednej, ustalonej definicji *potencjału bojowego*, a poszczególne określenia formułowane są najczęściej na indywidualny użytek danej pracy, modelu czy systemu<sup>2</sup>.

P. Sienkiewicz [33] proponuje, aby przez *potencjał bojowy* rozumieć "*całokształt możliwości bojowych danego systemu wojskowego /jednostki wojskowej, zgrupowania, strony walczącej, środka walki/ w danej chwili niezbędnych do prowadzenia działań bojowych /walki, bitwy, operacji/*"<sup>3</sup>.

Możliwości bojowe SZ są zatem indywidualną i zmienną /tak w czasie, jak i w przestrzeni/ cechą systemową SZ, którą możemy określić tylko w konkretnym przypadku, dla ściśle ustalonego przedmiotu /systemu, zgrupowania, obiektu/, w ściśle określonych warunkach. Są one złożoną funkcją wielu argumentów /zmiennych, stałych i ograniczeń/, wśród których jednym z najistotniejszych jest czas. Ogólnie rozumiane możliwości bojowe są więc wielkością dynamiczną, zmienną w czasie, a ich pomiaru można dokonać tylko w ustalonym momencie czasu, przy ściśle określonych warunkach i ograniczeniach<sup>4</sup>.

Ogólnie ujmując *potencjał bojowy* charakteryzowany może być następującą „trójką”:

<sup>2</sup> Patrz J. WOCIAL - *Metoda oceny wartości modelu systemu sił zbrojnych*, AON, 1998. Rozprawa doktorska.

<sup>3</sup> W dalszej części autor silnie relatywizuje aktualne możliwości bojowe do rodzaju walki /działań bojowych/. Na poziom możliwości bojowych, oprócz rodzaju walki, ma wpływ wiele innych jeszcze determinant potencjału bojowego, takich jak: uwarunkowania geopolityczne, warunki klimatyczno - meteorologiczne, stan moralno - polityczny, itp.

<sup>4</sup> Na takie potrzeby konceptualizowane i opracowywane są stosowne modele /najczęściej symulacyjne/ [21], [22], [30], [41].

## Potencjał bojowy

=

{ potencjał ludzki, potencjał techniczny, potencjał dowodzenia }

gdzie:

- **potencjał ludzki** to całokształt psychofizycznych możliwości żołnierzy biorących udział w procesie walki. Elementami określającymi<sup>5</sup> są: stan osobowy; stopień ukompletowania; poziom wykszolenia; wskaźnik skuteczności bojowej; wskaźnik odporności psycho - fizycznej; wskaźnik świadomości politycznej; wskaźnik wyposażenia; itp.
- **potencjał techniczny** to całokształt możliwości środków technicznych wykorzystywanych w walce, do których będziemy zaliczać uzbrojenie i wyposażenia bojowe /sprzęt/. Elementami określającymi są: wskaźnik efektywności bojowej środka; wskaźnik rażenia środka; wskaźnik manewrowości środka; wskaźnik niezawodności środka; itp.
- **potencjał dowodzenia** to całokształt możliwości organizacyjno - sterowniczych zespołów ludzkich i środków technicznych zaangażowanych w walce. Z reguły odnosi się do specjalistycznych organów dowodzenia, którymi są dowództwa i sztaby wraz z otaczającą je infrastrukturą techniczną. Elementami określającymi są: globalna efektywność dowodzenia; wskaźnik wykszolenia dowodczo - sztabowego; wskaźnik wykorzystania technicznych środków dowodzenia; skala nowoczesności dowodzenia; wskaźnik niezawodności systemu dowodzenia; wskaźnik współdziałania; itp.

Przyjmijmy zatem, że *przez pojęcie potencjału bojowego SZ (w postaci ogólnoteoretycznej) rozumiemy całokształt możliwości bojowych danego systemu wojskowego /środka walki, jednostki wojskowej, zgrupowania wojsk, strony walczącej, SZ/ w danej chwili niezbędnych do prowadzenia działań bojowych /walki, bitwy, operacji, kampanii, wojny/.*

---

<sup>5</sup> Przedstawione przykładowe zbiory zmiennych nie stanowią zbioru domkniętego i zawierają jedynie niektóre propozycje czynników wpływających na kształtowanie się potencjału tak ludzkiego, jak i następnych: technicznego i dowodzenia.

## 1.2 Operacjonalizacja pojęcia potencjału bojowego

Operacjonalizacja pojęcia *potencjału bojowego SZ* jest niezwykle trudna<sup>6</sup>. Nie tylko ze względu na **różnorodność** systemów organizacyjnych SZ o różnych poziomach hierarchii, nie posiadających zoperacjonalizowanej miary swojej podstawowej cechy systemowej - *wartości bojowej*, ale także ze względu na **nieokreśloność** czasu, miejsca, celu i *formy* działań. Dlatego, ogólnoteoretyczne ujęcie *potencjału bojowego SZ* zredukować należy do jego podstawowych, możliwie niezależnych /od tej różnorodności przedmiotu i nieokreśloności jego zastosowań/, niezbywalnych atrybutów. Takim atrybutem jest - *wartość bojowa* środków walki zgromadzona w systemie. Dobrze określona *wartość bojowa* środków walki danego systemu organizacyjnego /strukturalnego lub funkcjonalnego/ jest podstawą jego możliwości bojowych, bez względu na pozostałe uwarunkowania.

W naukach wojskowych, jako zoperacjonalizowaną **miarę wartości bojowej** dowolnego systemu organizacyjnego SZ przyjęło się traktować jego **potencjał rażenia /PR/**. Tak więc PR SZ /lub dowolnego zbioru jego elementów strukturalnych/ obliczany jest według formuły (1):

$$PR = \sum_{i=1}^I IL_i * JWJ_i \quad (1)$$

gdzie  $IL_i$  - oznacza liczbę egzemplarzy i-tego typu sprzętu;

$JWJ_i$  - oznacza *jednostkowy wskaźnik jakości* i-tego typu<sup>7</sup> sprzętu;

$I$  - oznacza liczbę typów sprzętu.

Przyjmijmy zatem, że przez pojęcie *potencjału bojowego SZ* w postaci *operacyjnej* rozumiemy agregat określony formułą (1) zwany *potencjałem rażenia*.

---

<sup>6</sup> Wszelka operacjonalizacja pojęć *ogólnoteoretycznych* implikuje przynajmniej trzy kontrowersyjne aspekty problemu:

- redukcjonizmu pojęcia ogólnoteoretycznego do operacyjnego;
- różnic pomiędzy przyjętymi miarami operacyjnymi, które - patrząc globalnie - są najczęściej słabo między sobą skorelowane;
- każda przyjęta miara ocenowa prowadzi do kontrowersji.

<sup>7</sup> W całym zbiorze uzbrojenia, sprzętu i wyposażenia wojskowego wyodrębnione zostały grupy, w każdej grupie - podgrupy, w każdej podgrupie - typy /pojedyncze egzemplarze/. Dlatego często postać formuły (1) uwypukla ten fakt. Z punktu widzenia algebry - jest to bez znaczenia.

### 1.3 Opracowanie zmiennych modelowych

*Potencjał bojowy SZ* jako miara *wartości bojowej SZ* - w swojej postaci ogólnoteoretycznej - obejmuje wszystkie zasadnicze cechy<sup>8</sup> /własności/ charakteryzujące możliwości /zdolności/ SZ. Generalnie, w kompleksie cech systemu - SZ wyodrębnia się<sup>9</sup> dwie ich kategorie:

- ilościowe;
- jakościowe.

Cechy ilościowe przedstawiają podstawowe dane liczbowe, będące chwilowymi realizacjami pewnych skwantyfikowanych atrybutów. Wyrażone są one z reguły za pomocą wartości liczbowych, należących do określonego przedziału i najczęściej zaopatrzone są w jednostki miary. Interpretacja cech ilościowych jest prosta i bezpośrednia, a ich porównywalność /przy założeniu identycznych jednostek miary/ - jednoznaczna. Odpowiednio przygotowane wartości cech ilościowych stanowią precyzyjny i komunikatywny materiał analityczny, który może być podstawą różnorodnych operacji matematycznych. Stać się może także bezpośrednią przesłanką wnioskowania, stawiania hipotez oraz dokonywania uogólnień.

Większość operacji prowadzących do określenia potencjału bojowego realizowana jest przede wszystkim na cechach ilościowych. Wynika to z faktu, że są one względnie łatwo dostępne, a ich liczbowe wartości mogą być równie łatwo weryfikowane i stosownie szacowane. Istnieją specjalne systemy i techniki do zbierania i weryfikacji cech ilościowych stanowiących argumenty funkcji potencjału bojowego.

Zasadniczo odmiennie wygląda problem cech jakościowych, będących z reguły wielkościami zbiorczymi, uogólnionymi, syntetyzującymi pewne własności przedmiotu. Cechy jakościowe - w przeciwieństwie do ilościowych - mogą być zarówno mierzalne jak i niemierzalne. Ich stan możemy tylko subiektywnie szacować według określonych kryteriów lub oceniać zgodnie z przyjętą skalą wartości.

Powszechnie stosowanym podejściem przy wartościowaniu cech jakościowych jest opracowywanie ich metodą badań eksperckich. Technika ta jest szczególnie chętnie stosowa-

<sup>8</sup> Cecha charakteryzuje przedmiot pod pewnym względem i decyduje, że pod tym względem jest on właśnie taki, jaki jest. Różnice w stanie cech pozwalają rozróżnić odmienne stany tego samego przedmiotu oraz różne przedmioty.

<sup>9</sup> Z ogółu cech danej rzeczy rozpatrujemy jedynie cechy zauważalne /rozróżnialne/. Ze zbioru tych - podzbiór cech ocenianych, w którym wyodrębnia się podzbiór cech mierzalnych i mający z nim część wspólną podzbiór cech wartościowanych. Patrz W. Bojarski - *Podstawy analizy i inżynierii systemów*, PWN, Warszawa 1984, ss.94 i dalsze.

na przy definiowaniu różnorodnych współczynników wagowych /rangowych/ oraz przy określaniu pewnych cech systemowych, takich jak efektywność, skuteczność, niezawodność, bezpieczeństwo, nowoczesność, użyteczność, itp.

Definicja operacyjna *potencjału bojowego SZ - potencjał rażenia SZ* również uwzględnia te dwie kategorie cech. Jej założeniem jest ich kumulacja w odseparowanych czynnikach - ilościowym i jakościowym. O ile czynnik ilościowy /*IL*/ sprowadzono do prostej przeliczalności elementów zbioru, to czynnik jakościowy /*JWJ*/ obarczono wszystkimi problemami - agregacji zmiennych, określania przestrzeni cech opisu przedmiotu, mierzalnością cech jakościowych /konstrukcji mar, określenie miernika, dokonywanie pomiaru/.

### **Wartościowanie cech ilościowych - *IL***

Zoperacjonalizowana postać PR SZ (wzór 1) wymaga określenia ilości każdego typu uzbrojenia, sprzętu bojowego i wyposażenia wojskowego będącego na wyposażeniu analizowanego systemu wojskowego. Określenie powyższej wartości jest trywialne, polega na prostym przeliczeniu egzemplarzy każdego typu uzbrojenia, sprzętu bojowego i wyposażenia wojskowego.

### **Wartościowanie cech jakościowych - *JWJ***

Zoperacjonalizowana postać PR SZ (wzór 1) wymaga określenia jednostkowego wskaźnika jakości każdego typu uzbrojenia, sprzętu bojowego i wyposażenia wojskowego będącego na wyposażeniu analizowanego systemu wojskowego. Określenie powyższej wartości jest niezwykle trudne i stanowi problem sam w sobie<sup>10</sup>. Polega na opracowaniu i zastosowaniu odpowiedniej metodyki szacowania *JWJ*.

<sup>10</sup> Wiele ośrodków naukowych pracowało i w dalszym ciągu pracuje nad opracowaniem stosownej metodyki szacowania *JWJ*.

## 1.4 Ocena jednostkowego potencjału bojowego - JWJ

### 1.4.1 Modele oceny jednostkowego potencjału bojowego

Wyróżnia się<sup>11</sup> m.in. następujące modele ocenowe *jednostkowego wskaźnika jakości*:

- Model /UW/ obowiązujący w WP;
- Model /Cieśli/ analityczny;
- Model /NATO/ oceny jakości systemów broni w grupach;
- Model /WII/ oceny jakości systemów broni w oparciu o jego parametry;
- Model QJMA;
- Model taksonomii numerycznej;
- Model potencjałów cząstkowych.
- Model TASCFORM

#### 1. Model /UW/ obowiązujący w WP [45]

W powyższym modelu wartość *JWJ* dla pojedynczego typu sprzętu jest określona *explicite* w instrukcji Szt. Gen. (Szt. Gen. wewn. 11/13/84) bez podania metodyki jego obliczania. Jako poziom odniesienia przyjęto czołg T-55. dla którego  $JWJ = 1$ . PR zgrupowań wojsk, grup, podgrup, typów sprzętu wyznaczany jest przy wykorzystaniu danych ilościowych i jakościowych, bazując na wzorze (1). Metodę powyższą można traktować jako ekspercką /ze względu na brak metodyki obliczania *JWJ*/. W modelu tym poza efektywnością systemów broni nie uwzględnia się innych czynników środowiskowych i operacyjnych.

#### 2. Model /Cieśli/ analityczny

Model ten uwzględnia tylko parametry ogniowe systemu broni umożliwiając oszacowanie wartości PR zarówno w odniesieniu do złożonego systemu broni, wyposażonego w różne systemy uzbrojenia, jak również w odniesieniu do prostego systemu broni. Model powyższy nie uwzględnia parametrów taktyczno – technicznych (np.: możliwości trakcyjnych, odporności na środki rażenia przeciwnika). Traktuje środek walki tylko w aspekcie jego możliwości ogniowych. Jest jedną z pierwszych koncepcji *agregatowej* oceny środków walki.

<sup>11</sup> J. Gogolewski, J. Wociał, „Metody określania jednostkowego wskaźnika jakości”, AON, Warszawa 1992

### 3. Model /NATO/ oceny jakości systemów broni w grupach [25]

W latach siedemdziesiątych państwa NATO dokonały próby rozwiązania problemu oceny zdolności bojowej jednostek wojskowych /zgrupowań taktycznych wojsk/ pod względem liczby i jakości systemów broni będących na ich wyposażeniu. Analizując struktury organizacyjne związków taktycznych oraz przeznaczenie bojowe poszczególnych typów systemów broni, wyselekcjonowano do analizy pięć zasadniczych grup systemów broni wojsk lądowych. W każdej grupie wyróżniono podgrupy jednorodnych ze względu na realizowane funkcje systemów broni. W podgrupach występują już pojedyncze systemy broni – typy. Oceny wskaźników jakości dokonano niezależnie w każdej podgrupie, a następnie w grupie. Powyższa metoda jest próbą ekspercką, dwuaspektowego /tj. zdolność bojowa, sytuacja bojowa/ opisu obiektu dla kilku wybranych grup systemów broni. Nie ma żadnego merytorycznego związku między grupami, uzyskane wartości są właściwe w ramach określonej grupy. Nie ma możliwości określania PR zgrupowania, ze względu na nieporównywalność możliwości bojowych grup.

### 4. Model /WII<sup>12</sup>/ oceny jakości systemów broni w oparciu o jego parametry [19]

W powyższej metodzie przy liczeniu *JWJ* pojedynczego systemu broni uwzględnia się dwa aspekty charakteryzujące ten system tj. jego możliwości ogniowe i manewrowe. Istotnym jest założenie /będące poważnym ograniczeniem/, że do oceny PR systemu broni wystarczy badanie związków i zależności pomiędzy parametrami charakteryzującymi ich oddziaływanie na przeciwnika w sferze rażenia /ogniowej i manewrowej/. Jest to metoda analityczna, w której proponowane formuły analityczne oparto o wiedzę i doświadczenie ekspertów. Powyższa metoda pozwala określić PR pojedynczego systemu broni, nie pozwala na określenie PR zgrupowania.

Metoda umożliwia:

- praktyczne zastosowanie w systemach informatycznych wspomagających proces dowodzenia wojskami;
- zachowanie jednolitości miary dla wszystkich typów środków walki;
- szybkie dokonywanie oceny możliwości bojowych nowowprowadzanych środków walki.

<sup>12</sup> Taką nazwą posługiwać będziemy się w tym opracowaniu, jest skrótem instytucji - *Wojskowy Instytut Informatyki* - którego pracownicy są jej autorami.

## 5. Model QJMA /Quantified Judgement Method of Analysis/. [19]

W modelu brana jest pod uwagę efektywność systemu broni i wpływ otoczenia (środowiska) na system broni jak i zgrupowań systemów broni właściwych dla wojsk lądowych. Zadaniem powyższej metody nie jest obliczanie *JWJ* a analityczne ujęcie efektywności bojowego zgrupowania. Efektywność systemu broni jako *makroagregat* określaną jest analitycznie na podstawie danych taktyczno – technicznych. PR zgrupowania określa się jako iloczyn siły bojowej zgrupowania i zmiennych operacyjnych (np.: współczynnik mobilności, jakości dowodzenia, terenu, pogody, wyszkolenia, stanu moralnego, stanu logistyki itp.). Zmienne te zostały określone ekspercko (dla różnych typów wariantów). Obszar zastosowania metody sprowadza się do wojsk lądowych.

## 6. Model taksonomii numerycznej [11]

Metoda taksonomii numerycznej pozwala jednoznacznie odwzorować problem jakości danego systemu broni w zbiorczy *mikroagregat (JWJ)*. Ważnym zagadnieniem w powyższej metodzie jest właściwy dobór cech charakteryzujących /diagnostycznych/ [30], opisywany obiekt (typ sprzętu) z punktu widzenia określonych jego zastosowań. Ważne jest to dlatego, aby możliwe było prowadzenie analizy porównawczej różnych systemów broni. Opracowane cechy danego typu sprzętu powinny:

- ujmować konieczne i istotne właściwości obiektów;
- być ze sobą logicznie powiązane;
- nie być zbyt mocno skorelowane między sobą, a silnie skorelowane z cechami nieuwzględnianymi;
- wskazywać istotne różnice dla różnych obiektów.

Metoda taksonomii numerycznej umożliwia konstrukcję „taksonomicznej miary odległości” między obiektami, przez co pozwala na właściwe określenie stopnia podobieństwa obiektów ze względu na wartości opisujących je cech diagnostycznych. Właściwe określenie „odległości taksonomicznej” elementów dwóch obiektów jest podstawą obliczenia *JWJ*.

## 7. Model potencjałów cząstkowych [11]

Model zakłada podział PR na dwie składowe: potencjał zaczepny i obronny. W zależności od przeznaczenia, wyposażenia, struktury organizacyjnej, zaplecza, występuje przewaga jednej bądź drugiej opcji. O „zaczepności” lub „obronności” SZ jako całości decydują systemy broni w jakie są one wyposażone. Obliczenie PR w rozbiciu na części tj. na PR „obron-

ny”, PR „zaczepny” może być zrealizowane przy użyciu wcześniej omawianych metod lub dwóch innych metod:

- eksperckiej metody szacowania potencjałów cząstkowych (dla poszczególnych systemów broni wyznacza się metodą badań eksperckich *względne wskaźniki zaczepności i obronności*, których późniejsza analiza pozwala na obliczenie PR całego systemu broni);
- „parametrowej” metody szacowania potencjałów cząstkowych (każdy system broni charakteryzowany jest zbiorem parametrów, z których wyodrębnia się podzbiory decydujące o przydatności *zaczepnej* i *obronnej*, a następnie bazując np.: na metodzie taksonomii numerycznej można obliczyć PR „zaczepny” i PR „obronny” danego systemu broni).

## 8. Model TASCFORM<sup>13</sup>

Model TASCFORM jest obecnie analizowany w SZ RP. Został opracowany w USA. Zastosowano formuły analityczne określające możliwości sprzętu podstawowych grup we wszystkich możliwych zastosowaniach z punktu widzenia wykorzystania na polu walki. Obejmuje także aspekty dowodzenia i logistyki. Formuły obliczeniowe obejmują niejednokrotnie kilkanaście cech przedmiotu, zarówno mierzalnych jak i ocenianych ekspercko. W formułach zastosowano różnorodne współczynniki korygujące (ustalone ekspercko) w celu ujednorodnienia otrzymywanych miar agregatowych oraz w celu uzyskania porównywalności różnych przedmiotów.

Analizując opisane modele oceny środków walki jednym *agregatem* - *JWJ*, trzeba stwierdzić, że są to problemy skomplikowane. Ze swej natury niejednoznaczne i subiektywne. Zastosowanie różnych *JWJ* do pomiaru *potencjałów bojowych* i ich zredukowanej postaci - *potencjałów rażenia* – może dać odmienne wyniki.

Najpierwszą i do tej pory najlepszą metodyką oceny wartości bojowej sprzętu wojskowego jest metodyka opracowana przez T. N. Dupuy’ego [7], wraz z empiryczną jej weryfikacją na przykładzie wybranych historycznych bitew i wojen. Funkcjonuje pod nazwą QJ-MA. Została także dostrzeżona w naszym środowisku wojskowym. Do niej nawiązuje bezpo-

<sup>13</sup>W sprawie porównań wybranych potencjałów wojskowych, dokonywanych metodą TASCFORM i podobnymi oraz w sprawie dynamicznych metod pomiaru potencjałów wojskowych patrz M. O’Hanlon - *The Art Of War in the Age of Peace*, Westport, Connecticut: Praeger, 1992, ss. 63-78. Patrz również publikacje *Congressional Budget Office* wykorzystujące metodologię TASCFORM: „*Limiting Conventional Arms Exports to the Middle East*”, Washington DC: cbo, 1992. Zał. B: „*Structuring US Forces After Cold War*”: „*Costs and Effects of Increased Reliance on the Reserves*”, Washington DC: CBO, 1992, ss. 46-53.

średnio, najnowsza metodyka oceny wartości bojowej sprzętu wojskowego [38]. Jedną z bardziej interesujących, i co najważniejsze w postaci systemu informatycznego, jest metodyka [19] nazwana *WII*. Niemniej w dalszym ciągu w analizach potencjałowych obowiązuje metodyka [45], nazwana *UW*.

Obecnie interesującym okazać się może model oceny środków walki nazwany TASC-FORM. Jest to stosowana w USA metoda oceny środków walki w modelach ocenowych SZ. Uwzględnia środki walki wszystkich RSZ i w postaciach analitycznych (z uwzględnieniem prawie wszystkich aspektów zastosowań) formułuje oceny indywidualne, aby później zregulować je do ogólnej postaci.

Prawie w każdej z cytowanych metodyk, obliczenie wartości bojowej sprzętu wojskowego nie jest celem samym w sobie. Staje się środkiem do kwantytatywnej oceny bojowej związków taktycznych i operacyjnych, zgrupowań strategicznych, by w końcu zaproponować metodę oceny walki zbrojnej /na różnym szczeblu/.

#### 1.4.2 Ocena poprawności modeli ocenowych *JWJ*

Ocena poprawności modeli (metod) szacowania *jednostkowego wskaźnika jakości* uzbrojenia, sprzętu bojowego i wyposażenia wojskowego jest problemem złożonym. Ocenę poprawności oszacowania *JWJ*<sup>14</sup> wyprowadzić można po dokładnej analizie metodycznej samego problemu /co chcemy szacować i w jakim celu/ oraz analizie rzeczowej przedmiotu /co, jakie elementy uwzględniać i jak/ i w końcu weryfikacji empirycznej /najlepiej każdej ze/ znanych lub proponowanych metod [44], pozwalających na uzyskanie /skalarnej lub wektorowej/ wartości *JWJ*.

Wracając do podstawowego problemu - szacowania *JWJ*, powiedzieć należy, że znane są niedostatki i wady każdej z nich [12]<sup>15</sup>. Niemniej, ocen takich dokonywać potrzeba i są dokonywane [42], [43]. Świadczą o tym także realia.

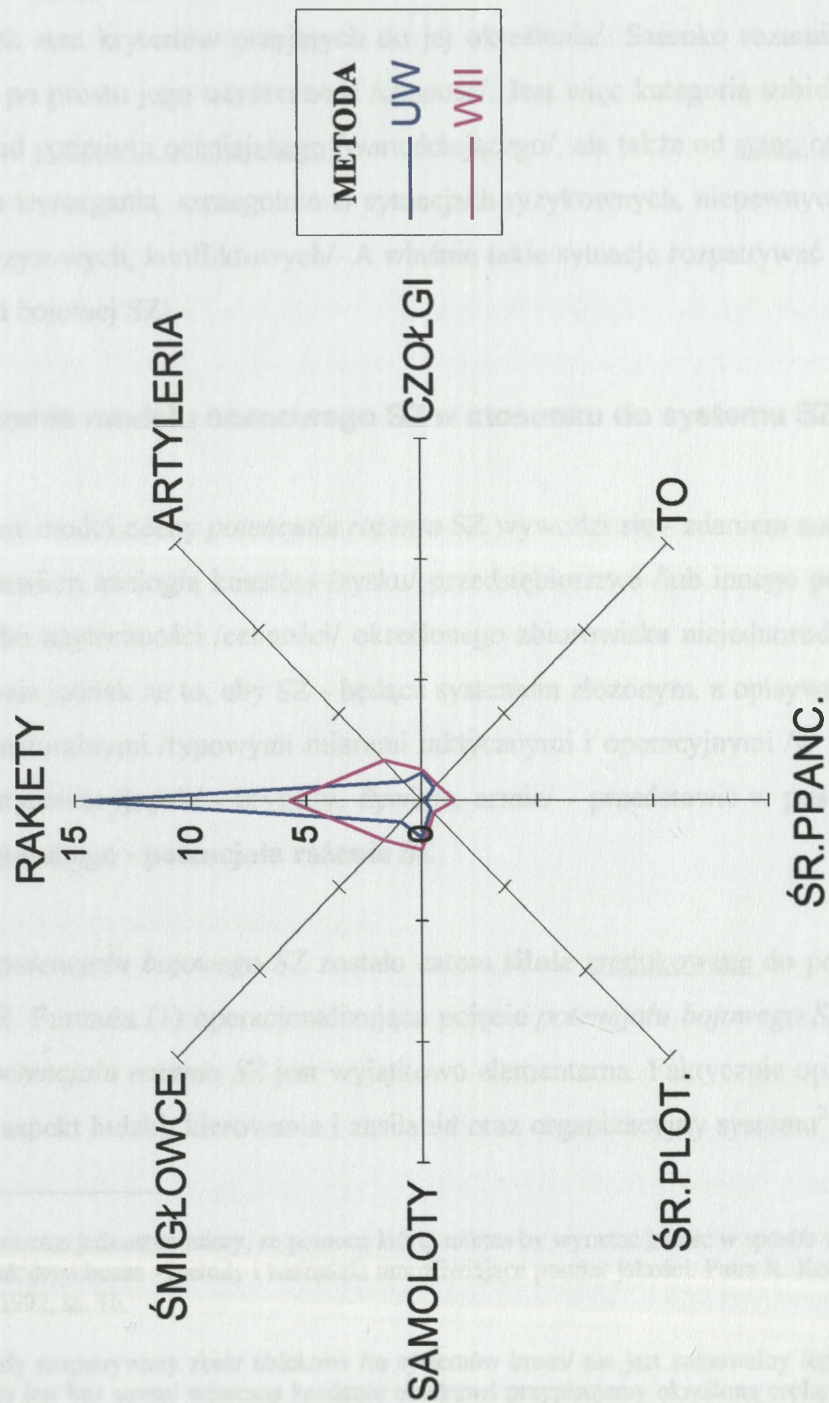
Na rys. 1. przedstawiono różnice oszacowań średniego jednostkowego wskaźnika jakości w siłach zbrojnych Polski uzyskane przez zastosowanie dwóch metodyk: *WII* i *UW*.

<sup>14</sup> Pojęcie *jednostkowego wskaźnika jakości* zostało historycznie usankcjonowane. Niemniej, z rzeczowego punktu widzenia nazwa nie jest adekwatna do obejmowanych /lub w zamiarze mających być/ treści pojęcia. Nie chodzi przecież o jakość /nawet w określonym aspekcie (!)/, ale o jednostkowy potencjał rażenia /ogólnie - oddziaływania/, albo *wartość bojową* obiektu /podobny problem podniesiony został w [57, ss. 5, przypis].

<sup>15</sup> Na pewnym etapie rozwoju naukowo - badawczego autor także proponował nowe, autorskie podejście do problemu obliczania *JWJ* - [11. ss. 46 i dalsze]. W różnych środowiskach proponuje się różne podejścia do rozwiązania tego problemu. Obecnie najczęściej proponowane są metody *wielowymiarowej analizy porównawczej*. Faktycznie problem leży nie w metodach, ale ciężkiej i żmudnej pracy polegającej na zebraniu olbrzymiej ilości danych dla opisu całości zbioru. Liczność którego sięga 5 000 i więcej elementów.

Rys.1

# WARTOŚCI ŚREDNIEGO JWJ DLA SZ POLSKI



Zródło: Oszacowanie i opracowanie: J. WOJCIAK

Problem jakości obiektu /w aspekcie bojowym/, albo wprost - wartość bojowa /jako cecha systemowa środka walki/ nie jest jednoznacznie definiowany i budzi wiele kontrowersji oraz nieporozumień. Jako kategoria systemowa /zbiorcza/ - kumuluje oddziaływanie różnych /wewnętrznych/ cech obiektu /we wzajemnych związkach/, jest niemianowalna<sup>16</sup> oraz niemierzalna<sup>17</sup>, choć wyznaczalna<sup>18</sup> /można jakość wyrazić za pomocą wskaźników liczbowych uwzględniających stan kryteriów przyjętych do jej określenia/. Szeroko rozumiane pojęcie jakości oznacza po prostu jego użyteczność /cennieść/. Jest więc kategorią subiektywną, zależną nie tylko od podmiotu oceniającego /wartościującego/, ale także od stanu otoczenia, stawiającego różne wymagania, szczególnie w sytuacjach ryzykownych, niepewnych i nieokreślonych /np. kryzysowych, konfliktowych/. A właśnie takie sytuacje rozpatrywać należy przy analizie wartości bojowej SZ!

## 1.5 Uproszczenia modelu ocenowego SZ w stosunku do systemu SZ

Omawiany model oceny *potencjału rażenia SZ* wywodzi się - zdaniem autora - z ekonometrii. Jest bowiem analogią kosztów /zysku/ przedsiębiorstwa /lub innego podmiotu gospodarczego/ albo użyteczności /cennieści/ określonego zbiorowiska niejednorodnych przedmiotów<sup>19</sup>. Pozwala jednak na to, aby SZ - będące systemem złożonym, a opisywanym różnymi miernikami naturalnymi /typowymi miarami taktycznymi i operacyjnymi /w koncepcjach strukturalno - organizacyjnych/ - brygady, dywizje, armie/ - przedstawić w postaci jednego miernika zagregowanego - **potencjału rażenia SZ**.

Pojęcie *potencjału bojowego SZ* zostało zatem **silnie zredukowane** do postaci *potencjału rażenia SZ*. Formuła (1) operacjonalizująca pojęcie *potencjału bojowego SZ* do postaci agregatywnej - *potencjału rażenia SZ* jest wyjątkowo elementarna. Faktycznie opisuje **zbiorność**, pomija<sup>20</sup> aspekt ludzki, kierowania i zasilania oraz organizacyjny systemu<sup>21</sup>. Nadto, dla

<sup>16</sup> Nie istnieje dotychczas jednostka miary, za pomocą której można by wyrażać jakość w sposób wymierny.

<sup>17</sup> Nie znane są - jak dotychczas - metody i narzędzia umożliwiające pomiar jakości. Patrz R. Kolman - *Inżynieria jakości*, PWE, 1992, ss. 16.

<sup>18</sup> *Op. cit.* ss. 17.

<sup>19</sup> W przypadku gdy rozpatrywany zbiór obiektów /tu systemów broni/ nie jest sumowalny /operacja dodania samolotu do czołgu jest bez sensu/ wówczas każdemu obiektowi przypisujemy określoną cechę - cenę, jakość, użyteczność (bojową), itp. Cecha taka może być konstruktem prostym albo złożonym, ale zawsze opisywać powinna badany aspekt /tu wartość bojową sprzętu - jednostkowy wskaźnik jakości/.

<sup>20</sup> Patrz na metodykę obliczania potencjału wojennego państwa uwzględniającą w dalszym procesie obliczeń czynnik ludzki, kierowania, zasilania i wspomagania [21], [22].

<sup>21</sup> / i wyszkoleniowy/ tak ważny dla systemu organizacyjnego, który się nie realizuje, nie weryfikuje się. /Jeśli już weryfikacja nastąpi, wówczas wszelkie oceny tracą sens./ Niestety, w tym przypadku tylko intuicja lub sto-

elementów opisywanej zbiorowości zakłada zbyt wygórowane żądania, co do poprawności określenia ich wartości bojowej, dokonywanej przez *JWJ*.

Jeśli jednak wartość *JWJ* potraktujemy jako wartość oczekiwaną wartości bojowej środka walki w zbiorze /uporządkowanym liniowo <ze względu na przyjęte kryterium>/ wszystkich jego zastosowań /walk, wojen/ i określimy jego rozkład /najlepiej, dającym się aproksymować znanym rozkładem teoretycznym/ na tym zbiorze, to wówczas *JWJ* będzie dobrą miarą ocenową wartości bojowej tego środka walki. Niestety, w tym przypadku prawidłowo postawione założenie teoretyczne, nie zostanie nigdy osiągnięte praktycznie. Powyższy postulat jest zbyt idealistyczny!

Jeśli zatem rozumiemy i pamiętamy o dokonanych *ex definitione* ograniczeniach treści definiowanego pojęcia, który to aspekt zostanie uwzględniony w interpretacji i wnioskowaniu na podstawie uzyskanych wyników - wówczas zawsze takie działanie ma sens i jest uzasadnione.

**Przyjmijmy zatem, że model ocenowy potencjału bojowego SZ przedstawiony w zoperacjonalizowanej postaci - potencjału rażenia SZ - jest wystarczającą miarą kwantytatywną oceny SZ w skali *macro*.**

## 1.6 Prezentacja wyników badawczych

### 1.6.1 Realizacja procesu badawczego

Podstawą prowadzenia analiz SZ opartych na metodach ilościowych jest zebranie materiału statystycznego opisującego badany przedmiot. SZ i ich podstawowy atrybut - potencjał bojowy, opisane mogą być jednym *macro*agregatem (wzór 1). Nie jest to jednak miara naturalna SZ, nie występuje jako taka, nie jest więc obserwowalna. Dlatego najpierw należy dokonać **oszacowania** PR dla każdego badanego przedmiotu /SZ określonego państwa/ w każdej badanej chwili / momencie lub okresie czasu /w dowolnej, choć ustalonej jednostce czasu/ na tyle, aby uzyskane w ten sposób dane /traktowane jako obserwacje/ wystarczające były z

---

sowanie innych metod ocenowych /np. symulacyjnych/ pozwoli uwzględnić te problemy. *Poszukiwanie szerszej wykładni operacyjnej dla obliczenia efektu organizacyjnego w badaniach diagnostycznych jest jak dotychczas kwestią otwartą.* Patrz H. Piekarz - *Efekt organizacyjny jako kryterium oceny systemu wytwórczego*, ZN AE w Krakowie, seria Monografie nr 102, 1991, ss. 8.

punktu widzenia statystycznego do zastosowania wybranej metody oceny retrospektywnej i prospektywnej.

Właściwe oszacowanie PR stanowić może podstawę analizy jego wartości /poziomu/, struktury i dynamiki zmian, by na tej podstawie możliwe było dokonanie **diagnozy stanu i prognozy zmian /rozwoju/ SZ**.

### Podstawy informacyjne opracowywanych danych źródłowych

Badania empiryczne PR SZ przeprowadzone zostały na podstawie<sup>22</sup> *The Military Balance* /MB/<sup>23</sup>: roczniki 1995/96, 1996/97, 1997/98, 1998/99, 1999/2000, 2000/2001, 2001/2002. Stąd pozyskano dane ilościowe. Natomiast jako dane jakościowe w postaci **jednostkowych wskaźników jakości /JWJ/** dla każdego typu sprzętu, wykorzystano informacje zawarte w [34] oraz bazach danych systemu MIKRO - OS pozyskiwanych ze Sztabu Generalnego WP<sup>24</sup>. Wskaźniki te opracowane zostały metodą *UW*<sup>25</sup>. W badaniach realizowano oszacowanie PR pochodzącego od "aktywnych" środków walki: rakiet, artylerii, czołgów, transporterów opancerzonych (w tym BWP), środków przeciwpancernych, środków przeciwlotniczych, samolotów, śmigłowców i okrętów.

W prowadzonych badaniach empirycznych dużą uciążliwością była jakość danych źródłowych, które aproksymowano funkcjami wygładzającymi (tak, aby współczynniki dopasowania były statystycznie akceptowalne).

Do najważniejszych zaliczyć można:

#### 1. dotyczące danych ilościowych:

- nieokreśloność /brak albo niekompletność/ danych w szczególności dotyczących: środków przeciwlotniczych i przeciwpancernych, gdzie poza podaniem /i to nie zawsze/ ogólnej liczby środków, nie precyzowano ilości każdego typu.
- niejednoznaczność danych wynikająca z następujących faktów:
- wiele typów sprzętu jest zeskładowanych, dla jednych państw podawany jest ten fakt, dla innych - nie;

<sup>22</sup> Powszechnie publikowanych rocznych opracowań Międzynarodowego Instytutu Badań Strategicznych w Londynie - International Institute of Strategic Studies - IISS oraz Międzynarodowego Instytutu Badań nad Pokojem w Sztokholmie - Stockholm International Peace Research Institute - SIPRI.

<sup>23</sup> Ale można także na podstawie innych danych.

<sup>24</sup> Dane tu zawarte były jednak dalece niewystarczające. Nastąpić zatem musiała ich modyfikacja i uzupełnianie - stosownie do zmian w świecie rzeczywistym. Podstawą tych czynności była analiza literatury.

<sup>25</sup> J. Gogolewski, J. Wocial - Metody określania jednostkowego wskaźnika jakości, AON, 1993, ss. 6.

- niektóre typy sprzętu są treningowe /ćwiczebne/, ale mogą zostać uzbrojone, stając się bojowymi;
- dla niektórych państw podawane są tylko typy sprzętu, bez podania nawet ogólnej ich ilości albo bez podania ilości każdego z nich;
- sprzeczność danych polegająca na podawaniu danych nie mających uzasadnienia w swoim kontekście /tak czasowym jak i przedmiotowym/;

## 2. dotyczące danych jakościowych:

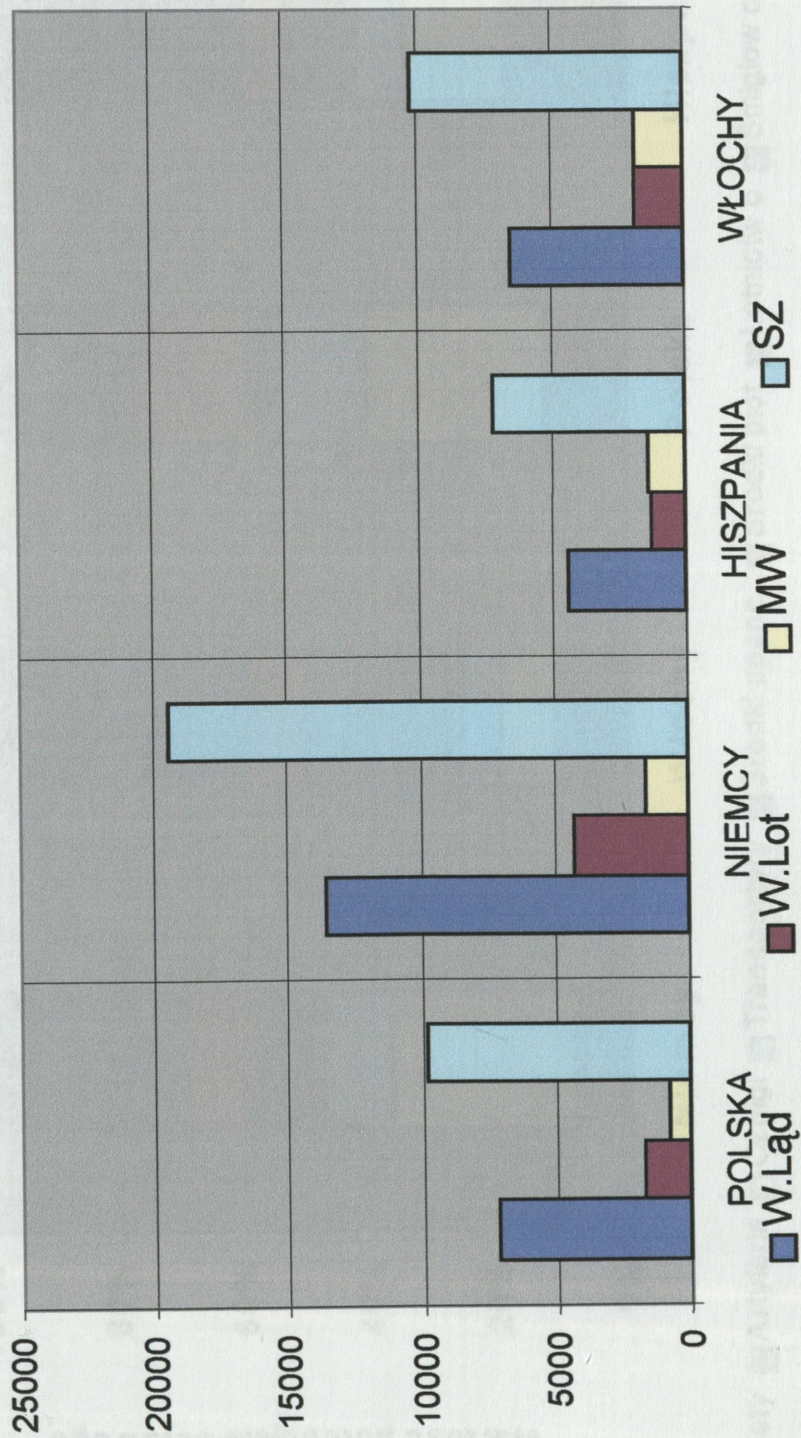
- brak określenia JWW: niektóre typy sprzętu /w szczególności nie ujęte w bazach danych systemu, ale nie tylko te/ nie posiadały określonego JWW. Stąd autor zmuszony był do wypracowania własnych i uzupełnienia treści zbiorów bazo - danowych.
- niejednoznaczność określenia JWW: niejednokrotnie podanie ilości określonego typu sprzętu było niewystarczające, ponieważ w zależności od oprzyrządowania spełniać on może inne funkcje, a tym samym jego wartość oceniana powinna być innym JWW, czasami mocno różnym. Fakt ten dotyczy złożonych typów sprzętu, np. samolotów, śmigłowców, okrętów, itp.
- niewłaściwe określenie JWW: niektóre typy sprzętu /złożone systemy broni/ oceniane są zbyt grubo szacowanymi JWW, np. samoloty i okręty; natomiast względnie dobrze oceniane są klasyczne typy sprzętów, tj.: rakiety, czołgi, transportery opancerzone, artyleria, środki przeciwpancerne.

### 1.6.2 Wyniki badań

Na rys. 2 przedstawiony został potencjał bojowy SZ i rodzajów sił zbrojnych /RSZ/ kilku wybranych państw NATO (Polski, Niemiec, Hiszpanii i Włoch). Uzyskano w ten sposób ocenę (diagnozę) ilościową. Badania empiryczne pozwoliły określić ilościowo wartość potencjału bojowego sił zbrojnych Polski w 2001 roku. Wynosi ona 9 799 umownych /niemianowanych/ jednostek /ju/. Żadne wnioskowanie tylko na jej podstawie nie może być przeprowadzone. Dopiero odniesienie tej wartości do innych miar ilościowych ma sens. Na rys. 2 uwidoczniono także rozkład tego potencjału na RSZ, który kształtuje się następująco:

- Wojska Lądowe – 7 229 ju,
- Wojska Lotnicze – 1 761 ju,
- Marynarka Wojenna – 809 ju..

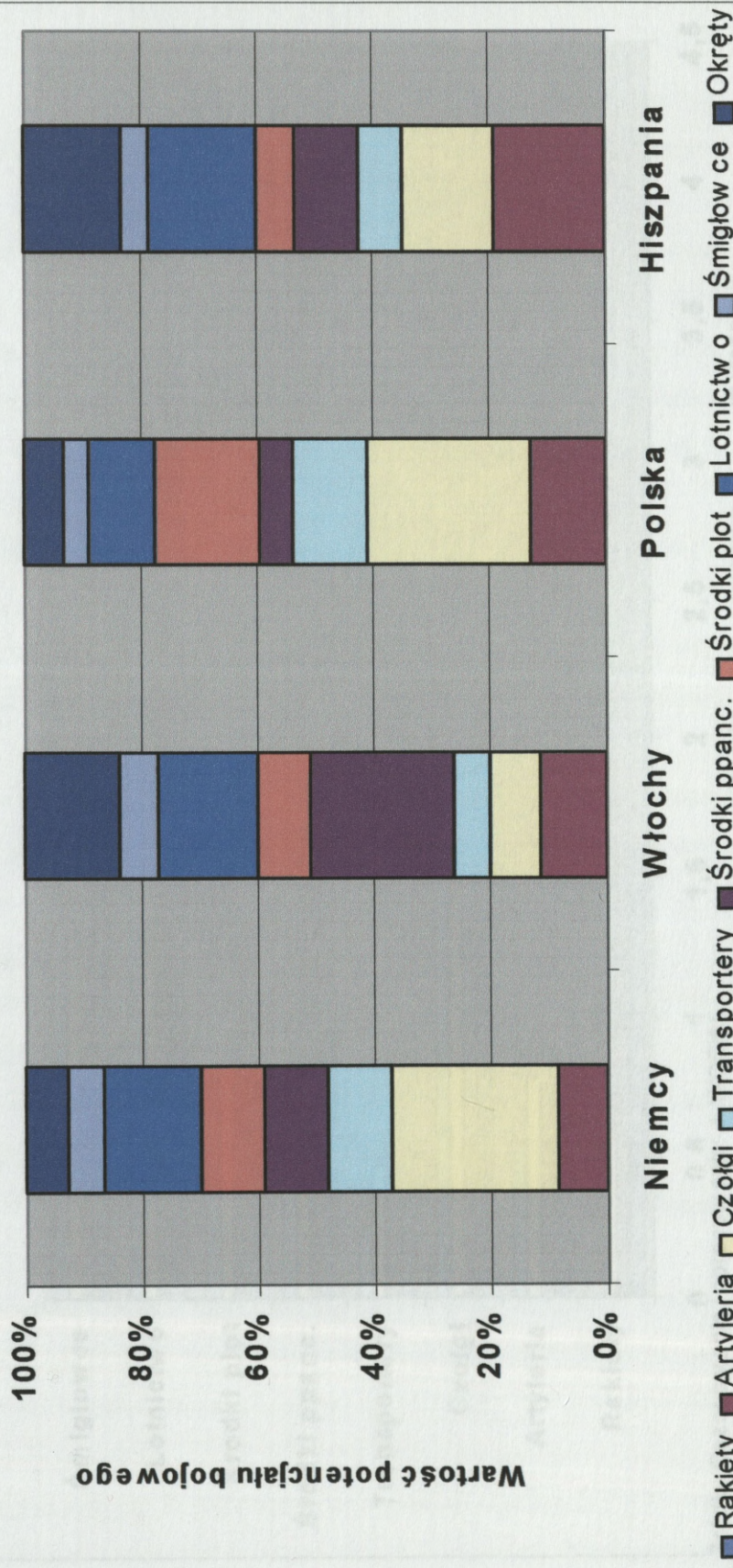
## Rys.2. POTENCJAŁ BOJOWY SZ I RSZ WYBRANYCH PAŃSTW NATO w 2001r



Źródło: Oszacowanie i opracowanie: J. WOCIAŁ

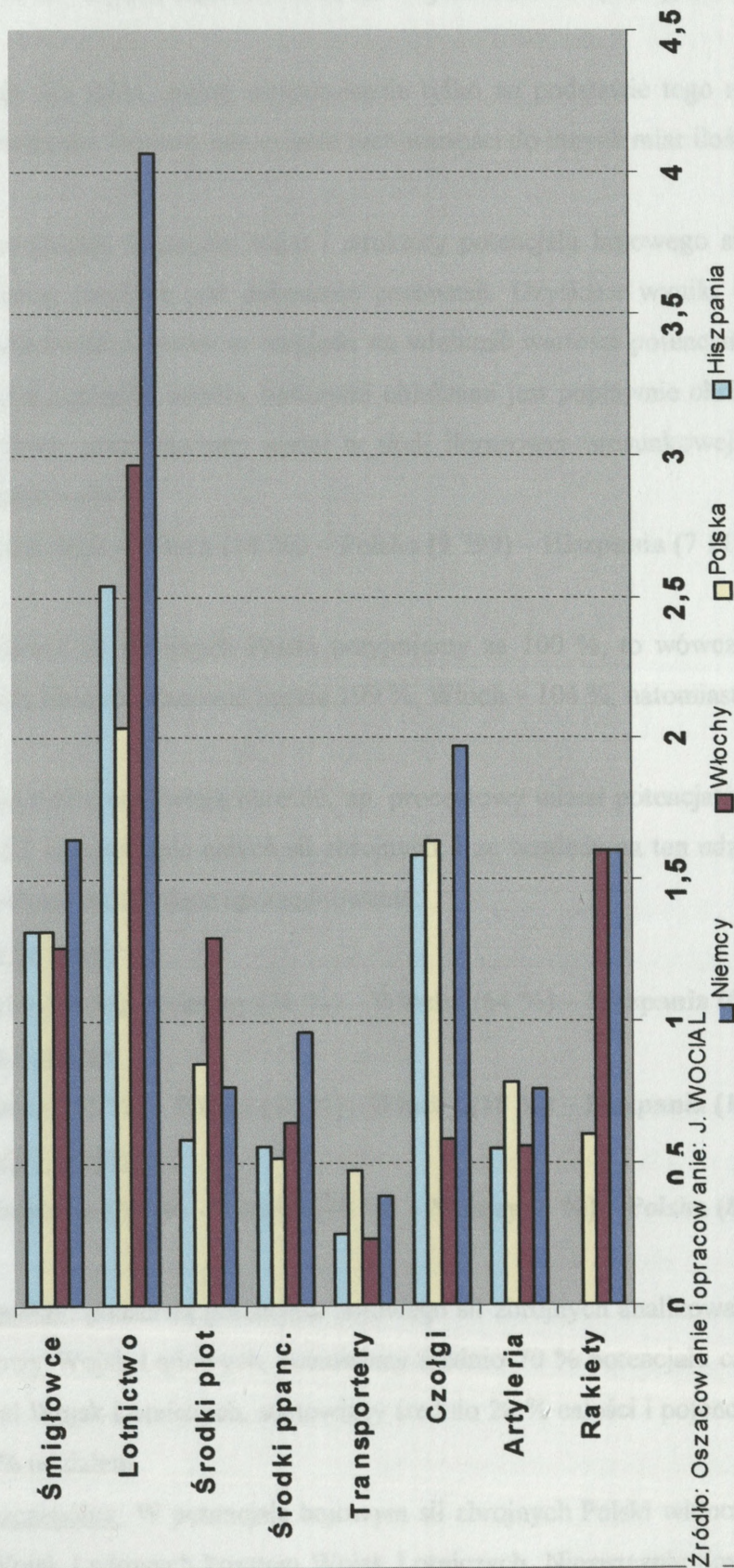
Rys.3

### Struktura potencjału bojowego SZ wybranych państw w 2001r



Źródło: Oszacowanie i opracowanie: J. WOCIAŁ

Rys.4. Wartości JWW grup sprzętu w SZ wybranych państw w 2001r



Źródło: Oszacowanie i opracowanie: J. WOCIAŁ

W procentowym ujęciu: na 100 % potencjału bojowego sił zbrojnych Polski w 2001 roku, 74 % przypada na Wojska Lądowe, 18 % na Wojska Lotnicze (i OP), a na Marynarkę Wojenną – 8 %.

Podobnie jak dla stanu, żadne wnioskowanie tylko na podstawie tego rozkładu nie może być przeprowadzone. Dopiero odniesienie tych wartości do innych miar ilościowych ma sens.

Po przeprowadzonej diagnozie stanu i struktury potencjału bojowego sił zbrojnych analizowanych państw, możliwe jest dokonanie porównań. Uzyskane wyniki umożliwiają uporządkować analizowane państwa ze względu na wielkość wartości potencjału bojowego sił zbrojnych. Relacja porządku między badanymi obiektami jest poprawnie określona, albowiem potencjał bojowy przedstawiony został w skali ilorazowej /stosunkowej/. Uzyskano następujące uporządkowanie:

**Niemcy (19 463) – Włoch (10 203 – Polska (9 799) – Hiszpania (7 119)**

Jeżeli potencjał bojowy sił zbrojnych Polski przyjmiemy za 100 %, to wówczas Potencjał bojowy sił zbrojnych Niemiec stanowić będzie 199 %, Włoch – 104 %, natomiast Hiszpanii – 73 %.

Uzyskane wyniki umożliwiają określić, np. procentowy udział potencjałów bojowych poszczególnych RSZ w potencjale całych sił zbrojnych, i ze względu na ten udział uporządkować je. I tak uzyskano następujące uporządkowanie:

- Wojska Lądowe:

**Polska (74 %) – Niemcy (70 %) – Włochy (64 %) – Hiszpania (62 %)**

- Wojska Lotnicze:

**Niemcy (22 %) – Polska (18 %) – Włochy (18 %) – Hiszpania (18 %)**

- Marynarka Wojenna:

**Hiszpania (20 %) - Włochy (18 %) – Niemcy (8 %) – Polska (8 %)**

Wniosek ogólny: podstawą potencjału bojowego sił zbrojnych analizowanych państw jest potencjał bojowy Wojsk Lądowych, stanowiący średnio 70 % potencjału całościowego. Następnie potencjał Wojsk Lotniczych, stanowiący średnio 20 % całości i potencjał Marynarki Wojennej z 10 % udziałem.

Wniosek szczególny: W potencjale bojowym sił zbrojnych Polski widoczny jest nadmiar potencjału Wojsk Lądowych kosztem Wojsk Lotniczych. Nieznacznie dowartościować należy Marynarkę Wojenną.

Analizę porównawczą struktury potencjału bojowego SZ lub RSZ przeprowadzać można także w rozkładzie na podstawowe grupy sprzętu i uzbrojenia wojskowego. Niezbędne dane zebrane zostały w tabeli 1, są one wynikami badań empirycznych. Na rys. 3 przedstawiona została wizualizacja diagnozy stanu potencjału bojowego w rozkładzie na grupy: rakiety, artylerię, czołgi, transportery, środki przeciwpancerne, środki przeciwlotnicze, lotnictwo, śmigłowce i okręty.

Tabela 1. Struktura potencjału bojowego sił zbrojnych wybranych państw w 2001 roku

Lp	Grupa sprzętu	Polska	Niemcy	Hiszpania	Włochy
1	Rakiety	19	42	-	10
2	Artyleria	1218	1600	1352	1179
3	Czołgi	2795	5545	1109	859
4	Transportery	1250	2216	565	613
5	Środki ppanc	571	2104	776	2520
6	Środki plot	1755	2118	458	934
7	Lotnictwo	1135	3267	1345	1747
8	Śmigłowce	406	1208	333	682
9	Okręty	650	1364	1181	1660

Dla pokazania wartości średniego jednostkowego wskaźnika /p.1.4./ jako zmiennej jakościowej występującej w zoperacjonalizowanej postaci PB SZ przedstawiony został rys.4. Dane, na których podstawie skonstruowany został wykres są wynikami uzyskanymi w procesie badawczym i dotyczą analizowanych państw w 2001 roku, przedstawione zostały w tabeli 2.

Wartości średniego jednostkowego wskaźnika jakości sprzętu i uzbrojenia wojskowego uwidacznia poziom techniczno – technologicznego (wartość bojową) statystycznego sprzętu w danej grupie. Jeżeli odniesiony zostanie do ilości tego sprzętu, to wówczas stosować można np. metodę indeksów (znaną ze statystyki). Badania takie pozwalają określać dynamikę zmian potencjału bojowego w aspekcie jakościowo – ilościowym. Uzyskujemy wtedy informacje ilościowe określające ze względu na jaki aspekt (ilościowy czy jakościowy) następuje zmiany (spadek, wzrost) agregatu zbiorczego – potencjału bojowego w analizie w szeregu czasowym. Natomiast analiza w szeregu rozdzielczym pozwala określić ilościowe związki przewagi ilościowej albo jakościowej w danym momencie / okresie czasu.

Tabela 2. Wartości JWW statystycznego środka w grupach sprzętu bojowego SZ wybranych państw w 2001 roku

Lp	Grupa sprzętu	Polska	Niemcy	Hiszpania	Włochy
1	Rakiety	0,600	1,600	-	1,600
2	Artyleria	0,782	0,756	0,548	0,558
3	Czołgi	1,640	1,970	1,589	0,586
4	Transportery	0,473	0,382	0,254	0,237
5	Środki ppanc	0,516	0,959	0,557	0,643
6	Środki plot	0,853	0,770	0,586	1,297
7	Lotnictwo	2,038	4,068	2,537	2,961
8	Śmigłowce	1,315	1,646	1,322	1,258
9	Okrety	7,927	8,857	9,299	9,486

## 2 Metody prognozowania rozwoju potencjału bojowego

### 2.1 Pojęcie i znaczenie prognozy

Zanim przystąpimy do formułowania metod ilościowego przewidywania<sup>26</sup> (prognozowania) rozwoju potencjału bojowego sił zbrojnych, przedstawimy kilka definicji pojęcia prognozy, pochodzących od autorytetów w dziedzinie modelowania ekonometrycznego.

Prognoza to „*teoretyczne albo empiryczne umotywowana odpowiedź w sprawie przyszłego stanu obiektywnej rzeczywistości*” [16, s. 26]

Hellwig [17 s.148] używa pojęcia „prognoza statystyczna” rozumiane jako „... *każdy sąd, którego prawdziwość jest zdarzeniem losowym, przy czym prawdopodobieństwo tego zdarzenia jest znane wystarczająco duże dla celów praktycznych*”.

Krzysztofiak [20 s. 116] w statystycznym i ekonometrycznym wnioskowaniu wprowadza pojęcie predykcji jako „...*proces wnioskowania w przyszłość na podstawie znajomości dotychczasowego przebiegu badanych zjawisk ekonomicznych*” Zakłada on charakterystykę zjawisk gospodarczych za pomocą hipotetycznie założonych, zbudowanych, oszacowanych, zweryfikowanych i ostatecznie przyjętych do celów predykcji rozwiązań, które najczęściej mają postać modeli.

Pawłowski [27, s. 167] w ekonometrycznym wnioskowaniu w przyszłość: „*Wnioskowanie w przyszłość na podstawie modelu ekonometrycznego będziemy nazywali predykcją, natomiast konkretny wynik otrzymamy w drodze zastosowania wnioskowania nazywać będziemy prognozą*”.

Bartosiewicz [1, s. 177] z kolei definiuje *prognozę statystyczną* jako „*sąd, którego prawdziwość jest zdarzeniem losowym, przy czym prawdopodobieństwo tego zdarzenia jest znane i wystarczająco duże do celów praktycznych*”.

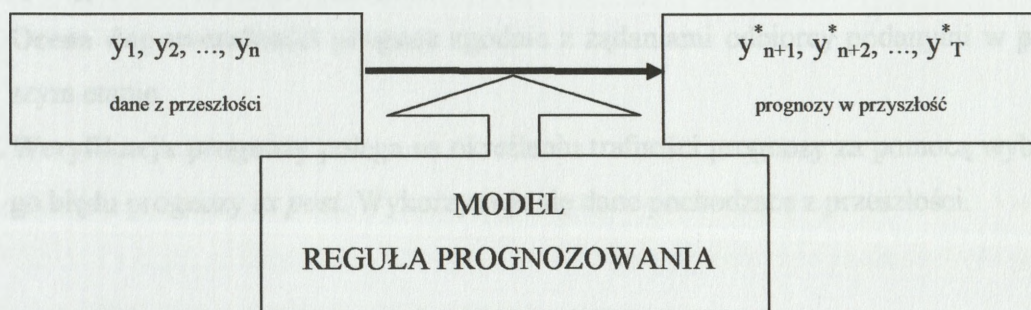
Wspólną cechą powyższych określeń jest mówienie o wnioskowaniu w przyszłość jako prawdopodobnym stanie zjawisk w prognozowanym okresie czasu.

---

<sup>26</sup> Przewidywanie – to „wnioskowanie o zdarzeniach nieznanych na podstawie zdarzeń znanych” – M. Cieślak [3, rozdz. 1.2]

Nie będziemy tu przeprowadzać klasyfikacji prognoz dokonywanych ze względu na różne kryteria, które znaleźć można w powszechnie dostępnej literaturze [4], [5], [15], [17], [23], [24], [27], [28], [47]. Z podstawowych metod<sup>27</sup> prognozowania<sup>28</sup> interesować nas będzie metoda analizy i prognozowania szeregów czasowych.

Cechą charakterystyczną tej metody jest wykorzystanie danych mówiących o dotychczasowym kształtowaniu się zmiennych prognozowanych. Dane te mają postać szeregów czasowych. Na zmienną prognozowaną wpływają czas lub przeszłe wartości tej zmiennej. Schemat takiej metody przedstawia rys.5.



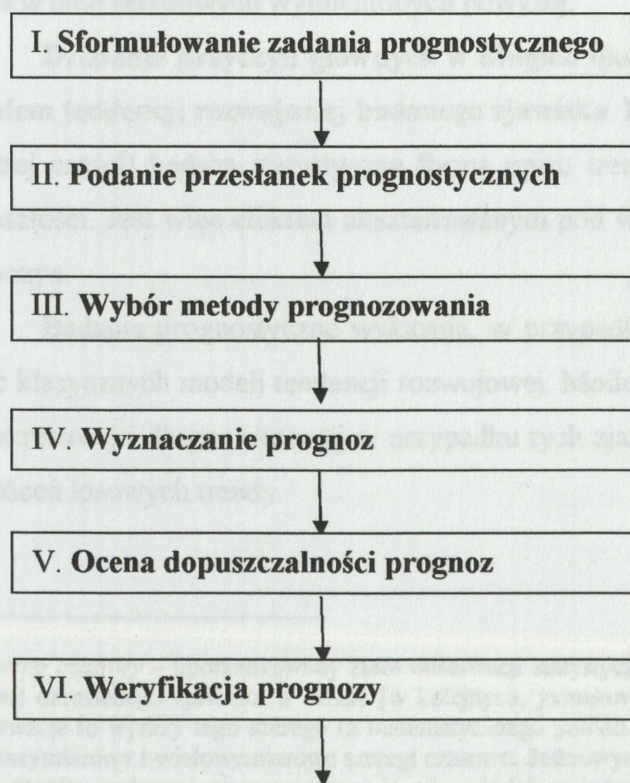
Rys. 5. Ogólny schemat metody prognozowania w oparciu o szeregi czasowe

Wyznaczanie prognoz wymaga przejścia kilku etapów, które mogą być różne w zależności od postawionych zadań predykcji. Niemniej, ich znajomość ułatwia i usprawnia organizację procesu przewidywania. Autorzy pracy [3] wyróżniają sześć etapów prognozowania, których schemat przedstawia rys. 6.

<sup>27</sup> Metody prognozowania można podzielić na **subiektywne** i **sformalizowane**. Pierwsze z nich opierają się na intuicji i doświadczeniu prognozującego, którego postępowania w tym zakresie nie można opisać za pomocą prostych reguł. Dostępne informacje są wówczas używane i przetwarzane w sposób woluntarystyczny, wynikający z indywidualnych upodobań i przyzwyczajzeń. Metody sformalizowane wykorzystują najczęściej dwa rodzaje modeli: **szeregów czasowych** lub **ekonometryczne**. Te pierwsze próbują opisać badane zjawisko za pomocą pewnej funkcji trendu, z uwzględnieniem sezonowości, cykliczności oraz stochastycznego charakteru procesu, ale bez wnikania w mechanizmy, które go kształtują. Metody oparte na modelach ekonometrycznych biorą pod uwagę całą wiedzę o związkach zachodzących pomiędzy poszczególnymi zmiennymi i z tego powodu nazywane są metodami opartymi na *modelach przyczynowo – skutkowych* (*causa forecasting models / methods*). [31, s. 190]. W sprawie innych metod prognozowania patrz M. Cieślak (red), *Nieklasyczne metody prognozowania*, PWN, 1983

<sup>28</sup> Wyróżnia się jeszcze metody prognozowania przyczynowo – skutkowe, przez analogię i metody heurystyczne.

- I. **Sformułowanie zadania prognostycznego** polega na określeniu obiektu, zjawiska, zmiennych prognozowanych, celu prognozy, horyzontu prognozy oraz warunków jej dopuszczalności..
- II. **Podanie przesłanek prognostycznych** polega na określeniu realiów prognozowanego zjawiska, czynników kształtujących zjawisko, zbioru danych potrzebnych do opracowania prognozy oraz zebranie tych danych.
- III. **Wybór metody prognozowania** polega na wybraniu na podstawie przesłanek prognostycznych odpowiedniego modelu prognozowania.
- IV. **Wyznaczenie prognozy** zgodnie ze schematem wybranym w poprzednim etapie metod. Na przykład dla konstrukcji prognoz za pomocą modelu ekonometrycznego należy najpierw zbudować ten model.
- V. **Ocena dopuszczalności prognoz** zgodnie z żądaniami odbiorcy podanymi w pierwszym etapie.
- VI. **Weryfikacja prognozy** polega na określeniu trafności prognozy za pomocą wybranego błędu prognozy *ex post*. Wykorzystuje się dane pochodzące z przeszłości.



Rys.6. Etapy konstrukcji prognoz

## 2.2 Prognozowanie w oparciu o szeregi czasowe

Wśród danych statystycznych reprezentowanych przez szeregi czasowe<sup>29</sup> wyróżnia się dwie, podstawowe grupy składowych:

1. **składowe systematyczne.** Ich występowanie jest efektem oddziaływań stałych zestawów czynników na zmienną prognozowaną. Do tej grupy zalicza się:
  - **składową rozwojową** (zwaną inaczej trendem) - a,
  - **stałą poziom zmiennej prognozowanej** - b,
  - **składową periodyczną**, która może wystąpić pod postacią wahań cyklicznych c lub wahań sezonowych - d
2. **składową losową** (przypadkową)-e.

Każde zjawisko rozpatrywane z wykorzystaniem reprezentującego go szeregu czasowego momentów lub okresów czasu jest wypadkową działania przyczyn głównych i ubocznych. Wynikiem tego, analizowane przez nas szeregi czasowe charakteryzują się występowaniem w nich składowych wymienionych powyżej.

**Działanie przyczyn głównych w długich okresach czasów przejawia się występowaniem tendencji rozwojowej badanego zjawiska.** Funkcja trendu (o której będzie mowa w dalszej części) będąca statystyczną formą opisu trendu, modeluje prawidłowości właściwe przeszłości. Jest więc efektem ukształtowanym pod wpływem szczególnie silnych i trwałych przyczyn.

Badania prognostyczne wykazują, w przypadku występowania trendu, dużą przydatność klasycznych modeli tendencji rozwojowej. Modele te stanowią podstawę predykcji średniookresowej i długookresowej w przypadku tych zjawisk, które wykazują trwałe i wolne od zakłóceń losowych trendy.

---

<sup>29</sup> Szereg czasowy – uporządkowany zbiór obserwacji statystycznych charakteryzujących zmiany wartości (poziomu) określonego zjawiska w czasie [w kolejnych, jednakowo odległych momentach czasu]. Poszczególne obserwacje to wyrazy tego szeregu (z matematycznego punktu widzenia jest to ciąg liczbowy). Rozróżnia się jednowymiarowy i wielowymiarowe szeregi czasowe. **Jednowymiarowy szereg czasowy** to ciąg zaobserwowanych stanów zmiennej prognozowanej  $Y$  odpowiadający jednej ceście statystycznej, uporządkowany według wartości zmiennej  $t$  ( $t=1, \dots, n$ ). **Wielowymiarowy szereg czasowy** reprezentuje szeregi czasowe wielu zmiennych  $Y_1, \dots, Y_M$ . Mogą one opisywać zachowanie się  $M$  cech jednego obiektu albo jedną cechę  $M$  obiektów.

Jeżeli interesuje nas wartość jednej cechy w wielu obiektach, wtedy dane przedstawiamy w postaci **jednowymiarowego szeregu przekrojowego** (rozdzielczego). Jeśli rozpatrywać chcemy  $M$  cech w  $K$  obiektach to wykorzystujemy **wielowymiarowy szereg przekrojowy**.

Przydatność omawianych modeli jest szczególnie widoczna w odniesieniu do wielkości makroekonomicznych (np. dochód narodowy, zatrudnienie itp.).

Występowanie zjawisk, w których rozwoju występuje stały cykl zmian, powtarzających się bardziej lub mniej regularnie z miesiąca na miesiąc, z kwartału na kwartał, powoduje, że w szeregu czasowym pojawia się składowa sezonowa. Są to po prostu powtarzające się w czasie wahania wartości obserwowanej zmiennej wokół tendencji rozwojowej lub wokół stałego poziomu tej zmiennej. Przyczyną występowania sezonowości może być nierównomierność mająca miejsce np. w działalności produkcyjnej gałęzi przemysłów przetwarzających surowce rolnicze, których dostawy zależą od pór roku.

Zjawisko sezonowości może się również pojawiać w przypadku sezonowego charakteru popytu na określone dobra i usługi, takie jak na przykład budownictwo mieszkaniowe. Istnienie kolejnej składowej periodycznej - cyklicznej, wiąże się zazwyczaj w ekonomii z występowaniem tzw. cykli koniunkturalnych gospodarki. Składowa ta charakteryzuje się długookresowym, rytmicznym wahaniami wokół trendu lub stałego poziomu zmiennej prognozowanej.

W rzeczywistych szeregach czasowych zazwyczaj występuje jednocześnie tylko kilka rodzajów składowych.

### 2.2.1 Modele szeregów czasowych

Na organizację procesu prognostycznego składają się dwa podstawowe etapy:

- **przetwarzania informacji o przeszłości oraz**
- **przejęcia od tych informacji do prognozy.**

W przypadku szeregów czasowych pierwszy z wymienionych etapów wiąże się z **konstrukcją modelu formalnego**; drugi zaś etap dotyczy **wyboru reguły prognozowania**, którą w naszym przypadku bywa zazwyczaj reguła podstawowa lub reguła podstawowa z poprawką.

Dla potrzeb naszych rozważań przedstawimy ogólną postać formalnego modelu szeregu czasowego. Przyjmujemy, że modelem formalnym szeregu czasowego będzie funkcja  $F$ : której argumentami są zarówno przeszłe wartości zmiennej prognozowanej  $Y$  jak i zmienna czasowa  $t$ . Prognozę  $y_t^*$  zmiennej  $Y$  możemy więc przedstawić ogólnie za pomocą funkcji  $F$  i jej argumentów jako:

$$Y_t^* = F(t, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}, y_{t-1}^*, y_{t-2}^*, \dots, y_{t-p}^*, \xi_t)$$

gdzie znaczenie występujących oznaczeń jest następujące:

- $t$  – zmienna czasowa;
- $p$  – wielkość opóźnienia brana pod uwagę do wyznaczania prognozy;
- $y_{t-i}$  – znane, zaobserwowane w przeszłej chwili  $t-i$ , wartości zmiennej  $Y$ ,  $i \in \{1, \dots, p\}$ ;
- $y_{t-i}^*$  – prognozy zmiennej  $Y$  dla chwili  $t-i$ ,  $i \in \{1, \dots, p\}$ ;
- $\xi_t$  – składnik losowy.

Konstruowany model może mieć różną postać, zależną od tego, czy przeprowadza się dekompozycję szeregu na składowe oraz jakie przyjmuje się założenia dotyczące wpływu tych składowych na prognozowaną zmienną  $Y$ . W związku z tym wyróżnia się trzy rodzaje modeli:

- modele addytywne,
- modele multiplikatywne,
- modele mieszane.

### 2.2.1.1 Model addytywny

Model addytywny zakłada, że wartości  $y_t$  zmiennej  $Y$  są sumą wykrytych składowych szeregu czasowego. Postać formalna tego modelu jest następująca:

$$y_t = f(t) + g(t) + b(t) + \xi_t$$

gdzie:

- $f(t)$  – funkcja trendu charakteryzująca tendencję rozwojową prognozowanego zjawiska;
- $g(t)$  – funkcja reprezentująca wahania sezonowe;
- $b(t)$  – funkcja odpowiadająca wahaniom cyklicznym;
- $\xi_t$  – zmienna losowa reprezentująca składową przypadkową;

W modelu tym zakłada się, że poszczególne składowe są od siebie niezależne.

Zestaw przykładowych rodzajów funkcji mogących reprezentować poszczególne składowe modelu jest następujący:

- **funkcja trendu  $f(t)$  jako wielomian  $p$ -tego stopnia:**

$$f(t) = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i t^i$$

Dla  $p = 1$ , funkcja  $f(t)$  jest wielomianem pierwszego stopnia. Charakteryzuje ją wtedy stały przyrost równy  $a_1$  jednostek przy początkowym poziomie równym  $a_0$ ;

- **wahania sezonowe jako funkcja  $g(t)$  postaci:**

$$g(t) = \begin{cases} a_1 & \text{dla } t = 1, 5, 9, \dots \\ a_2 & \text{dla } t = 2, 6, 10, \dots \\ a_3 & \text{dla } t = 3, 7, 11, \dots \\ a_4 & \text{dla } t = 4, 8, 12, \dots \end{cases}$$

gdzie  $a_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) oznacza wzrost/spadek prognozowanej zmiennej w  $i$ -tym kwartale każdego roku ( $t$  oznacza kolejny numer kwartału);

- **wahania cykliczne w postaci funkcji  $b(t)$ :**

$$b(t) = a_1 \sin(b_1 \pi t) + a_2 \cos(b_2 \pi t).$$

- **wahania przypadkowe jako zmienna losowa  $\xi_t$  reprezentująca błąd przypadkowy.** Bardzo często zakłada się, że  $\xi_t$  ma rozkład normalny  $N(0, \sigma_t)$ . Wykorzystanie tego rozkładu jako modelu błędów przypadkowych wynika z następujących faktów:

- rozkład normalny jest modelem dla losowych błędów pomiarów. Jeśli błąd pomiaru nieznannej wielkości jest sumą wielu małych, losowych błędów zarówno dodatnich jak i ujemnych, to suma ta ma rozkład z mniejszą lub większą dokładnością, zawsze bliski rozkładowi normalnemu;
- rozkład normalny stanowi dobre przybliżenie dla innych rozkładów;

- każda liniowa kombinacja niezależnych zmiennych losowych o rozkładach normalnych jest zmienną losową o rozkładzie normalnym.

### 2.2.1.2 Model multiplikatywny

W modelu multiplikatywnym zakłada się, że zmienna prognozowana jest iloczynem składowych szeregu czasowego. Ogólna postać tego modelu jest następująca:

$$y(t) = f(t) \cdot g(t) \cdot b(t) \cdot \xi_t$$

gdzie znaczenie poszczególnych wielkości jest takie samo jak w przypadku modelu addytywnego.

Model multiplikatywny jest często spotykanym modelem szeregów czasowych, gdzie funkcja trendu  $f(t)$  wyrażana jest w jednostkach zmiennej prognozowanej, pozostałe zaś funkcje określają względne odchylenie od tendencji rozwojowej.

Najczęściej jednak spotyka się kombinację dwóch, wyżej omówionych modeli w następujących przykładowych postaciach (**modele mieszane**):

$$y_t = f(t) + g(t) + b(t) \cdot \xi_t$$

$$y_t = f(t) \cdot g(t) \cdot \xi_t + b(t)$$

$$y_t = f(t) \cdot b(t) + g(t) \cdot \xi_t$$

$$y_t = f(t) \cdot b(t) \cdot \xi_t + g(t)$$

### 2.2.2 Charakterystyki szeregów czasowych

W analizie ekonomicznej, szerokie zastosowanie mają podstawowe wskaźniki charakteryzujące zmiany wartości poszczególnych wyrazów szeregu czasowego jak i zmiany średniego poziomu zjawiska reprezentowane przez te szeregi. Wyróżnia się dwie, podstawowe grupy wskaźników:

- wskaźniki dynamiki;
- wskaźniki średnie.

### 2.2.2.1 Wskaźniki dynamiki

Jednym z ważniejszych zadań analizy szeregów czasowych jest określenie zmian zachodzących w poziomie danego zjawiska oraz określenie kierunków, tempa i intensywności tych zmian. W tym celu stosuje się miary, które zostaną omówione poniżej.

- **Przyrost absolutny  $\Delta y$**  charakteryzuje wielkość wzrostu (spadku) poziomu zjawiska w czasie:

$$\Delta y = y_t - y_{t-p}$$

- **Współczynnik wzrostu (indeks)  $K_w$**  wskazuje, ile razy poziom zjawiska charakteryzowanego przez szereg czasowy jest większy od tzw. poziomu podstawowego:

$$K_w = \frac{y_t}{y_{t-p}}$$

Jeżeli poziom podstawowy zjawiska dotyczy okresu bezpośrednio poprzedzającego chwilę  $t$ , wtedy współczynnik wzrostu nazywany jest **indeksem łańcuchowym**, którego ciąg wartości dla kolejnych chwil ma postać:

$$\frac{y_2}{y_1}, \frac{y_3}{y_2}, \frac{y_4}{y_3}, \dots$$

Natomiast, gdy poziom podstawowy dotyczy jednej i tej samej chwili  $\tau$ , wtedy występuje **indeks jednopodstawowy**, którego ciąg wartości dla kolejnych chwil jest postaci:

$$\frac{y_1}{y_\tau}, \frac{y_2}{y_\tau}, \frac{y_3}{y_\tau}, \frac{y_4}{y_\tau}, \dots$$

- **Współczynnik przyrostu  $K_p$**  wyraża absolutne zmiany współczynnika wzrostu:

$$K_p = K_w - 1 = \frac{y_t - y_{t-p}}{y_{t-p}}$$

Współczynnik  $K_p$  określa, o ile procent poziomowi podstawowemu  $y_{t-p}$  nastąpiła zmiana wartości zmiennej  $Y$  w chwili  $t$ .

Podobnie jak w przypadku współczynnika wzrostu również współczynniki przyrostu mogą tworzyć ciąg łańcuchowy:

$$\frac{y_2 - y_1}{y_1}, \frac{y_3 - y_2}{y_2}, \frac{y_4 - y_3}{y_3}, \dots$$

oraz ciąg jednopodstawowy:

$$\frac{y_1 - y_r}{y_r}, \frac{y_2 - y_r}{y_r}, \frac{y_3 - y_r}{y_r}, \frac{y_4 - y_r}{y_r}, \dots$$

### 2.2.2.2 Wielkości średnie szeregu czasowego

Średnie szeregu czasowego stanowią uogólniające charakterystyki rozwoju zjawiska w badanym okresie. Najczęściej spotyka się **wielkości średnie** opisane poniżej.

- **Średnia ruchoma** (średnia krocząca) wskazuje, jaki jest przeciętny poziom zjawiska charakterystyczny dla badanego okresu. Wielkość ta jest zazwyczaj ustalana dla szeregów przedstawiających zjawiska, których przeciętny poziom jest ustabilizowany w badanym okresie. Średnią ruchomą oblicza się najczęściej, jako średnią arytmetyczną z  $p$  ostatnich elementów szeregu:

$$\bar{y}_t(p) = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^{p-1} y_{t-i}$$

gdzie  $p$  oznacza długość badanego okresu.

Cechą średniej arytmetycznej jest to, że wszystkie obserwacje określonego szeregu mają jednakową wagę, co można interpretować jako takie samo prawdopodobieństwo ich wystąpienia.

- **Średni przyrost absolutny** wyraża przeciętne tempo rozwoju zjawiska w jednostce czasu w badanym okresie:

$$\Delta \bar{y}_t(p) = \frac{y_t - y_{t-p}}{p}$$

▪ **Średnie tempo wzrostu** określa średnie tempo zmian poziomu badanego zjawiska w danym okresie. W tym celu używa się zazwyczaj średniej geometrycznej postaci:

$$\overline{T}_w = \sqrt[p]{\frac{y_t}{y_{t-1}} \cdot \frac{y_{t-1}}{y_{t-2}} \cdot \dots \cdot \frac{y_{t-p+1}}{y_{t-p}}} = \sqrt[p]{\frac{y_t}{y_{t-p}}}$$

W praktyce, średnie tempo wzrostu obliczane według powyższego wzoru może mieć zastosowanie tylko w przypadku mniej lub bardziej równomiernych zmian zjawiska w czasie. Jeżeli poziom badanego zjawiska zwiększa się w pewnym okresie, w następnym zaś maleje, to posługiwanie się pojęciem średniego tempa wzrostu nie ma sensu. Wynika to z faktu, że średnie tempo wzrostu obliczane według przedstawionego wyżej wzoru ma bardzo istotną wadę. Polega ona na tym, że do obliczeń wykorzystuje się jedynie pierwszą i ostatnią wartość zmiennej Y w badanym okresie. Nie uwzględnia się natomiast przebiegu zjawiska w międzyczasie. W przypadku silnych wahań, zastosowanie tej średniej może doprowadzić do poważnych błędów.

### 2.2.3 Proste metody prognozowania

Proste metody prognozowania stanowią liczną grupę metod o prostej konstrukcji. Przyjmuje się w nich założenie o braku występowania takich zmian, które mogłyby wpływać na dotychczasowy sposób oddziaływania czynników na zmienną prognozowaną.

Metody tej grupy pozwalają na budowę krótkookresowych prognoz (najczęściej na jeden okres w przyszłości). Stosuje się je w przypadku niewielkich wahań przypadkowych. Celowo wyodrębniono tę grupę metod predykcji ze względu na ich prostotę oraz możliwość porównywania prognoz otrzymanych z ich wykorzystaniem z prognozami budowanymi za pomocą innych, bardziej złożonych metod.

Niektóre z metod prostych przedstawione zostały poniżej:

#### Metoda 1

Prognoza otrzymana na chwilę t równa jest zaobserwowanej realizacji zmiennej prognozowanej Y w chwili t-1

$$y_t^* = y_{t-1}$$

Metoda ta jest oparta na modelu błędzenia przypadkowego<sup>30</sup> z czasem dyskretnym opisującym zachowanie się zmiennej  $Y$

$$Y_t = Y_{t-1} + \xi_t$$

gdzie:  $\xi_t$  jest zmienną losową o rozkładzie normalnym z zerową wartością oczekiwaną i odchyleniem standardowym  $\sigma(\xi_t \sim N(0, \sigma))$ .

Wykorzystując w przypadku takiego procesu nieobciążoną regułę prognozowania otrzymujemy:

$$y_t^* = E_{t-1}\{Y_t\} = E_{t-1}\{Y_{t-1} + \xi_t\} = E_{t-1}\{Y_{t-1}\}$$

gdzie dla przeszłego momentu  $t-1$ ,  $E_{t-1}\{Y_{t-1}\} = y_{t-1}$ .

Symbol  $E_{t-1}\{\}$  oznacza warunkową wartość oczekiwaną pod warunkiem znajomości informacji do momentu  $t-1$  włącznie.

W przypadku szeregów czasowych charakteryzujących się występowaniem punktów zwrotnych Metoda 1 nie nadaje się do predykcji.

## Metoda 2

W przypadku szeregów czasowych charakteryzujących się występowaniem tendencji rozwojowej, prognozę zmiennej  $Y$  na moment  $t$  można wyznaczać według następującej reguły:

$$y_t^* = y_{t-1} + (y_{t-1} - y_{t-2})$$

Metoda ta odzwierciedla stosowanie reguły podstawowej z poprawką<sup>31</sup>. Wielkość uwzględnianej poprawki jest zdeterminowana różnicą między zaobserwowanymi realizacjami zmiennej  $Y$  w dwóch chwilach bezpośrednio poprzedzających moment  $t$ .

<sup>30</sup> Proces błędzenia przypadkowego jest najczęściej spotykanym, niestacjonarnym procesem stochastycznym, polegającym na tym, że wielkości opisane za jego pomocą mogą dryfować w górę lub w dół, wyłącznie w rezultacie tzw. losowych skoków. Proces taki przyjmuje postać:  $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$ , gdzie  $\varepsilon_t$  jest ciągiem niezależnych, ciągłych zmiennych losowych o zerowej wartości oczekiwanej.

<sup>31</sup> Reguła podstawowa z poprawką stosowana jest w sytuacjach, gdy obserwuje się odchylenia ostatnich danych empirycznych ode modelu, które utrzymywać się mogą w przyszłości.

### Metoda 3

Jeśli zmienna prognozowana wykazuje tendencję do wzrostu lub spadku, to do konstrukcji prognozy można wykorzystać następującą zależność:

$$y_t^* = (1+c) \cdot y_{t-1}$$

gdzie  $c$  jest współczynnikiem przyrostu.

Jeżeli więc potencjał bojowy sił zbrojnych średnio rośnie na przykład o 5% rocznie, to prognozę na kolejny rok obliczamy ze wzoru:

$$y_t^* = (1+0,05) \cdot y_{t-1}$$

### Metoda 4

W wielu praktycznie spotykanych sytuacjach, prognozowane zjawisko posiada tendencję do zmian o nie zmieniającą się w czasie wartość  $c$ . W takim przypadku stanowi to podstawę konstrukcji prognozy, którą otrzymujemy w następujący sposób:

$$y_t^* = y_{t-1} + c$$

### Metoda 5

Opisana wcześniej Metoda 2 modyfikuje wartość zmiennej prognozowanej w chwili  $t-1$  o ostatni przyrost bezwzględny. Jedno z uogólnień tej metody uwzględnia bardziej rozbudowane modyfikacje:

$$y_t^* = y_{t-1} + \frac{1}{t-2} \sum_{i=1}^{t-2} (y_{i+1} - y_i)$$

Oznacza to, że dla obliczenia prognozy, poziom zaobserwowanej wartości zmiennej w momencie  $t-1$  modyfikuje się o średni przyrost wartości tej zmiennej w dostępnym materiale statystycznym. Zauważmy, że Metoda 5 jest szczególnym przypadkiem Metody 4. W omawianej metodzie za wielkość  $c$  przyjmuje się średni, bezwzględny wzrost wielkości  $Y$  jaki miał miejsce w przeszłości

### Metoda 6

Wiele zjawisk charakteryzuje sezonowość zmian ich wartości. Dla zmiennych je opisujących wiąże się to z występowaniem w szeregach czasowych składowej sezonowości. Dla takich przypadków również istnieją metody naiwne. Jedną z nich, będącą „sezonową” odmianą Metody 1, ma następującą postać:

$$y_t^* = y_{t-\tau}$$

gdzie  $\tau$  przyjmuje wartości, które zależą od rodzaju sezonowości zjawiska. I tak na przykład dla sezonowych wahań miesięcznych  $\tau=12$ , zaś dla kwartalnych  $\tau=4$

### Metoda 7

Innym sposobem uwzględniania wahań sezonowych jest predykcja zmiennej  $Y$  na moment  $t$  w oparciu o wartość tej zmiennej w chwili poprzedniej zweryfikowanej odpowiednim wskaźnikiem sezonowości:

$$y_t^* = y_{t-1} \frac{C_t}{C_{t-1}}$$

gdzie:  $c_t$  i  $c_{t-1}$  są tzw. wskaźnikami sezonowości odpowiednio dla momentów  $t$  i  $t-1$

Wykorzystywane w tej metodzie wskaźniki sezonowości określają amplitudę wahań, to znaczy różnicę między rzeczywistymi wartościami zmiennej prognozowanej a odpowiadającymi im wartościami teoretycznymi uzyskanymi na przykład z modelu tendencji rozwojowej.

Cechą charakterystyczną omówionych powyżej prostych metod jest ich nieskomplikowany charakter. Jakość prognoz uzyskanych tymi metodami można określać tylko za pomocą mierników jakości *ex post*<sup>32</sup>.

<sup>32</sup> Takich jak: bezwzględny błąd prognozy *ex post*, względny błąd prognozy *ex post*, średni względny błąd prognozy *ex post*, średni kwadratowy błąd prognozy *ex post*, itp.

## 2.3 Predykcja na podstawie klasycznych modeli tendencji rozwojowej

**Prognozowanie (predykcja) ekonometryczna to wnioskowanie o przyszłych wartościach zmiennej endogenicznej na podstawie modelu wyjaśniającego kształtowanie się tej zmiennej.** W różnych dziedzinach przedmiotowych różne zjawiska są wypadkową działania przyczyn głównych i ubocznych (w dziedzinie ekonomicznej szczególnie). **W długim okresie czasu, przyczyny główne ujawniają się pod postacią tendencji rozwojowej.** Formalnie wiąże się to z istnieniem tak zwanej **funkcji trendu**<sup>33</sup> w szeregu czasowym opisującym zachowanie się danego zjawiska w czasie. Funkcja trendu opisuje te prawidłowości, które dotyczą przeszłości i które są wynikiem wpływu silnych i trwałych czynników działających dotychczas (ale nie wyjaśnia *dlaczego* badana wielkość ulegała zmianom).

Praktyka prognostyczna wskazuje na to, że klasyczne modele tendencji rozwojowej odgrywają dużą rolę w przypadku predykcji średnio- (do 5 lat) i długoterminowej (okres 5-10 lat). Dotyczy to w szczególności tych zjawisk, które wykazują trwałe i wolne od istotnych zakłóceń losowych trendy. Do takich zjawisk w naukach wojskowych należy potencjał bojowy sił zbrojnych, w naukach ekonomicznych, takie wielkości, jak dochód narodowy, wielkość zatrudnienia, inflacja itp.

W przeważającej większości praktycznie spotykanych przypadków wykorzystuje się funkcje trendu, które są albo **liniowe** ze względu na swoje parametry, albo są do takiej postaci sprowadzalne (te ostatnie są często nazywane niewłaściwymi modelami nieliniowymi [133])<sup>34</sup>. W takich sytuacjach nie ma problemów z oszacowaniem wartości ich nieznanymi parametrów. Również możliwym jest obliczanie mierników *ex ante* błędów prognoz uzyskiwanych za ich pomocą. Jednak spotykane są również funkcje, które nie są sprowadzalne do postaci liniowej ze względu na swoje parametry (np. funkcja logistyczna, przesunięta funkcja wykładnicza, funkcja produkcji CES [4, s. 135] o stałej elastyczności substytucji będąca uogólnieniem funkcji produkcji Cobba-Douglasa [4, s. 147],[50, rozdz. 4.1.2] itp. Są one często nazywane właściwymi **modelami nieliniowymi** [4, rozdz. 7].

<sup>33</sup> Funkcję tendencji rozwojowej nazywa się trendem, która obrazuje proces zmiany badanej wielkości w czasie. Wyznaczenie trendu polega na znalezieniu funkcji (krzywej), możliwie dokładnie dopasowanej do tych wartości, które badana wielkość przyjmowała w minionych okresach czasu.

<sup>34</sup> Modelem liniowym względem parametrów  $a_0, a_1, \dots, a_k$  nazywamy model o postaci:

$$y = \sum_{j=1}^k b_j(x_1, \dots, x_m) \cdot a_j + a_0$$

gdzie:  $b_j: R^m \rightarrow R$  są dowolnymi funkcjami.

Zastosowanie klasycznych modeli tendencji rozwojowej omija niekiedy poważny problem występujący w przypadku modeli przyczynowo – skutkowych, doboru zmiennych objaśniających opisujących zachowanie się prognozowanego zjawiska. W omawianych modelach funkcję tę przejmuje parametr czasu.

**Technika tworzenia prognoz polega na prostej ekstrapolacji funkcji trendu.** Wymaga to jednak przyjęcia podstawowego założenia mówiącego o tym, że oszacowana na podstawie danych historycznych funkcja trendu będzie również aktualna w przyszłości, dla której wyznaczamy prognozę. W przypadku występowania czynników mogących spowodować zmianę charakteru dotychczasowego trendu, prosta ekstrapolacja zawodzi i prowadzi zazwyczaj do dużych błędów predykcji. W takich sytuacjach zastosowanie mogą znaleźć, modele adaptacyjne<sup>35</sup>.

W niniejszym podrozdziale przedmiotem analizy będą szeregi czasowe, w których występuje tendencja rozwojowa oraz wahania przypadkowe. Modelem szeregów tego typu może być proces określony równaniem:

$$y_t = f(t) + \xi_t$$

w przypadku addytywnego wpływu wahań przypadkowych  $\xi_t$  na funkcję trendu  $f(t)$  lub

$$y_t = f(t) \cdot \xi_t$$

w przypadku multiplikatywnego wpływu wahań przypadkowych na funkcję trendu.

## 2.4 Modele tendencji rozwojowej

**Metody prognozowania na podstawie klasycznych modeli tendencji rozwojowej bazują na znajomości postaci analitycznej funkcji  $f(t)$ .**

Istnieje kilka metod określania analitycznej postaci funkcji trendu ([28], rozdz.7.2). Jedną z nich jest metoda krzywych wzrostu. Jest ona najbardziej właściwa z punktu widzenia zasadności ekstrapolacji trendu na okres prognozowany. Polega na wyznaczeniu postaci analitycznej funkcji trendu na podstawie budowy równania różnicowego (lub różniczkowego) wyrażającego naszą wiedzę o mechanizmie rozwoju interesującej nas zmiennej. Konstrukcja

<sup>35</sup> Do podstawowych metod adaptacyjnych służących do prognozowania zalicza się: metody średniej ruchomej prostej i ważonej, metody wygładzania wykładniczego, metody trendu pelzającego ze stałym segmentem wygładzania.

funkcji opiera się na przesłankach teoretycznych odnoszących się do określonego mechanizmu, wynikającego z teorii. I tak na przykład z analizy wzrostu budżetu obronnego często wynika, że tempo wzrostu (współczynnik przyrostu) potencjału bojowego waha się wokół pewnej liczby  $a > 0$ . Oznacza to, że możemy zbudować następujące równanie różnicowe:

$$\frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} = a$$

które możemy przekształcić do postaci:

$$y_t = (1+a)y_{t-1}$$

Powyższe równanie jest liniowym, jednorodnym równaniem różnicowym rzędu pierwszego o stałych współczynnikach. Rozwiązaniem ogólnym jest funkcja wykładnicza określona wzorem<sup>36</sup>:

$$y_t = b(1+a)^t, \quad b > 0$$

gdzie  $b$  jest dowolną stałą.

Parametry tej funkcji szacujemy na podstawie danych statystycznych. Niestety metoda krzywych wzrostu jest rzadko spotykana ze względu na brak dostatecznej wiedzy na temat interesującego nas zjawiska albo ze względu na uzyskiwanie zbyt skomplikowanych funkcji trendu.

Czasami do wyznaczenia postaci funkcji można podejść czysto empirycznie poprzez analizę wyników obserwacji analizowanego zjawiska. W takich przypadkach przy ustalaniu klasy, do jakiej należy rozpatrywana funkcja trendu można wykorzystać analizę graficzną. Polega ona na przykład na rozpatrywaniu, jak układają się punkty odpowiadające poszczególnym elementom szeregu czasowego opisującego dane zjawisko w odpowiednim układzie współrzędnych prostokątnych. Najczęściej do analiz graficznych wykorzystuje się takie układy jak  $(t, \ln f(t))$ ,  $(\ln t, \ln f(t))$  i  $(\ln t, f(t))$ . Są one szczególnie przydatne dla funkcji trendu potęgowego, wykładniczego i logarytmicznego. Analizę graficzną można również stosować w przypadku trendów wielomianowych. Analiza ta pozwala podjąć decyzję o budowie trendów wielomianowych, które wstępnie bierzemy pod uwagę<sup>37</sup>.

<sup>36</sup> Można to pokazać dokonując kolejnych podstawień

$$y_t = (1+a) \cdot y_{t-1} = (1+a)^2 \cdot y_{t-2} = \dots = (1+a)^t \cdot y_1$$

<sup>37</sup> O metodach wyboru stopnia wielomiany można zapoznać się w [11]

Stosując do identyfikacji funkcji trendu analizę graficzną należy być bardzo ostrożnym. Jak się bowiem okazuje, bardzo często do danych empirycznych naniesionych na wykres może pasować wiele rodzajów funkcji. Wtedy wybieramy funkcję spośród pasujących ich zestawów i wyznaczamy oceny jej parametrów. Następnie badamy dopasowanie tej krzywej na przykład za pomocą odchylenia standardowego oraz średnich błędów ocen parametrów. Jeśli dopasowanie nie jest wystarczające, należy wybrać inną funkcję z tej klasy, która wcześniej została wybrana na podstawie analizy graficznej. Przedstawiony sposób określa metodę porównywania wybranego miernika zgodności danych empirycznych z modelem.

Kolejna metoda identyfikująca postać funkcji trendu stanowi odmianę krzywych wzrostu *ex post*. Polega ona na wyborze klasy możliwych do wykorzystania funkcji trendu na przykład za pomocą analizy graficznej. Następnie, dla tak określonej klasy funkcji (np. liniowych) budujemy odpowiadające im równanie różniczkowe lub różnicowe i sprawdzamy, czy zaobserwowane realizacje zmiennej prognozowanej  $Y$  nie przeczą dynamicznym własnościom funkcji wynikającym z tych równań.

Metodę tę zobrazujemy na następującym przykładzie. Mianowicie na podstawie analizy graficznej założymy, że określiliśmy klasę liniowych funkcji, które mogą być rozpatrywane jako trend. Dla tych funkcji przyrosty absolutne  $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$  zmiennej  $Y$  powinny być stałe. Aby to stwierdzić, analizujemy równanie określające zachowanie się tych przyrostów:

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \xi_t$$

Dla powyższego równania szacujemy parametry w oparciu o dane empiryczne. Następnie weryfikujemy prawdziwość hipotezy zerowej  $H_0$  mówiącej o tym, że parametr różni się od zera w sposób statystycznie istotny.

( $H_0: \alpha_1 = 0$ ) W tym celu możemy wykorzystać na przykład test istotności t-Studenta. Brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej wskazuje na istnienie liniowej funkcji trendu zmiennej  $Y$ , dla której posiadamy dane empiryczne. Liniowość tę można wykazać przyjmując w  $\alpha_1 = 0$ . Wtedy równanie to przyjmuje następującą postać:

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \xi_t \Rightarrow y_t = y_{t-1} + \alpha_0 + \xi_t$$

Dokonując dalej kolejnych podstawień za  $y_{t-1}$ ,  $y_{t-2}$  otrzymujemy:

$$y_t = y_{t-2} + 2 \cdot \alpha_0 + \xi_t + \xi_{t-1} = \dots = y_1 + t \cdot \alpha_0 + \sum_{i=1}^t \xi_i$$

Poniżej przedstawimy trzy charakterystyczne zestawy najczęściej wykorzystywanych funkcji trendu z podaniem zarówno sposobu ich identyfikacji graficznej jak i ich podstawowych własności dynamicznych [4, s. 129].

1. Zestaw pierwszy obejmuje **funkcję liniową** postaci:

$$f(t) = \alpha + \beta \cdot t$$

Jest ona związana z występowaniem stałego bezwzględnego przyrostu wartości zmiennej prognozowanej w jednostce czasu, czyli  $f(t) - f(t-1) = \beta$ .

2. Drugi zestaw dotyczy tych funkcji, które mogą opisywać zachowanie się zjawiska charakteryzującego się **coraz szybszym wzrostem do nieskończoności**. Jedną z nich jest **funkcja wykładnicza** ogólnej postaci:

$$f(t) = e^{\alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i t^i}$$

Jeśli  $p = 1$  (funkcja liniowa w wykładniku potęgi  $e$ ), wtedy taka funkcja charakteryzuje się stałym stosunkowym wzrostem wartości zmiennej prognozowanej, tzn.:

$$\frac{f(t)}{f(t-1)} = e^{\alpha_1}$$

Oznacza to wzrost zmiennej prognozowanej o  $(e^{\alpha_1} - 1) \cdot 100\%$  procent w jednostce czasu.

Natomiast, jeśli  $p = 2$  (funkcja kwadratowa w wykładniku potęgi  $e$ ), wtedy taką funkcję charakteryzuje stały stosunkowy przyrost, tzn.:

$$\frac{\frac{f(t)}{f(t-1)}}{\frac{f(t-1)}{f(t-2)}} = e^{2\alpha_2}$$

Inna postać **funkcji wykładniczej**, która również może posłużyć nam do opisu trendu jest następująca:

$$f(t) = \alpha \beta^t, \quad \beta > 1$$

Charakteryzuje się stałym stosunkowym wzrostem wartości, tzn.:

$$\frac{f(t)}{f(t-1)} = \beta$$

Omówione powyżej dwa rodzaje funkcji wykładniczych można łatwo zidentyfikować na podstawie analizy graficznej. Gdy dane empiryczne naniesione na układ współrzędnych  $(t, \ln f(t))$  będą układać się wokół prostej, wtedy do ich opisu można zastosować jedną z nich. Jeśli szereg czasowy przedstawiony w układzie współrzędnych  $(t, \ln f(t))$  ma charakter zbliżony do liniowego, wtedy do opisu trendu można wykorzystać **funkcję potęgową**:

$$f(t) = \alpha \cdot t^\beta, \quad \beta > 1$$

ponieważ dla tej funkcji  $\ln f(t) = \ln(\alpha) + \beta \cdot \ln(t)$ .

Parametr  $\beta$  nazywany jest elastycznością zmiennej prognozowanej względem czasu  $t$  i oznacza w przybliżeniu procentową zmianę zmiennej  $Y$  spowodowaną zmianą wartości  $t$  o 1 %,

$$\text{tzn.: } \frac{\partial f(t)}{\partial t} \cdot \frac{1}{f(t)} = \beta$$

W przypadku zjawisk ekonomicznych charakteryzujących się stałym tempem zmian przyrostu ( $f''(t)$ ) i liniowym charakterem zmian bezwzględnych przyrostów ( $f(t) - f(t-1)$ ), funkcja trendu jest kwadratowa (wielomian drugiego stopnia) następującej postaci:

$$f(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2, \quad \alpha_2 > 0$$

Czynnik  $\alpha_1$  wyraża początkowe tempo wzrostu, natomiast tempo zmian przyrostu zdeterminowane jest przez czynnik  $\alpha_2$  i wynosi:

$$f''(t) = 2\alpha_2$$

Oznacza to, że jeśli poziom zjawiska rośnie w sposób przyspieszony, to średnia wielkość tego przyspieszenia w badanym okresie równa jest  $2\alpha_2$  jednostek.

Bezwzględne przyrosty wyrażone są zależnością:

$$f(t) - f(t-1) = \alpha_1 - \alpha_2 + 2\alpha_2 t$$

3. W przypadku zjawiska, dla którego **tempo wzrostu jest coraz wolniejsze**, mamy do czynienia z trzecim zestawem funkcji. Jedną z nich jest **funkcja logarymiczna** postaci:

$$f(t) = \alpha + \beta \ln(t), \quad \beta > 0$$

Jej wykresem w układzie współrzędnych  $(\ln t, f(t))$  jest linia prosta.

2.5 Odmianą funkcji logarytmicznej jest **funkcja półlogarytmiczna** (semilogarytmiczna) postaci:

$$f(t) = \alpha + \beta \ln(t + \gamma), \quad \beta > 0, \quad t > -\gamma, \quad \alpha > 0$$

W zależności od wartości parametrów, funkcja ta ma różne punkty przecięcia z osiami układu współrzędnych.

Do trzeciego zestawu funkcji należy również omówiona wcześniej funkcja potęgowa, ale ze zmienionym przedziałem dopuszczalnych wartości parametru  $\beta$ :

$$f(t) = \alpha t^{\beta}$$

Pozostałe funkcje z omawianego zestawu to:

- **wielomian odwrotnościowy:**

$$f(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t^{-1} + \alpha_2 t^{-2}, \quad \alpha_2 < 0$$

- **funkcja kwadratowa:**

$$f(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2, \quad \alpha_2 < 0,$$

- **funkcja liniowo-odwrotnościowa:**

$$f(t) = \alpha + \frac{\beta}{t}, \quad \alpha > 0, \quad \beta < 0$$

- **funkcja ilorazowa:**

$$f(t) = \frac{\alpha t}{\beta + t}, \quad \alpha, \beta > 0$$

Prognozowanie na podstawie funkcji trzeciego zestawu o malejącym tempie wzrostu) jest zazwyczaj obarczone mniejszym ryzykiem niż z wykorzystaniem funkcji zestawu drugiego (rosnące tempo wzrostu). Wynika to z faktu, że funkcje trzeciego zestawu odpowiadają przypadkom stabilizowania się zjawiska w czasie, co znacznie ułatwia jego predykcję.

## 2.5 Prognozy punktowe

Budując prognozy za pomocą wyznaczonego modelu trendu w postaci konkretnej funkcji analitycznej należy przyjąć pewne założenia:

1. dla okresu prognozy, postać funkcji nie ulegnie zmianie, co oznacza, że wymaga się stabilności strukturalnych w czasie,
2. występuje stabilność rozkładu składnika losowego  $\xi_t$ .

Przyszłą wartość zmiennej  $Y$  uzyskuje się poprzez **ekstrapolację funkcji trendu**. Polega ona na podstawieniu do modelu, w miejsce zmiennej czasowej, numeru momentu  $\tau$ , na który prognozujemy,  $\tau > n$ , tzn.:

$$Y_\tau^* = f(\tau)$$

Dla funkcji liniowej, powyższy wzór przyjmuje wtedy postać:

$$Y_\tau^* = \hat{\alpha} \cdot \tau + \hat{\beta}$$

Tak skonstruowana prognoza ma **charakter punktowy**, gdyż uzyskanym wynikiem jest liczba. Aby ocenić jakość otrzymanej prognozy można wykorzystać pełny błąd prognozy *ex ante* postaci:

$$U'_\tau = Y_\tau - Y_\tau^*$$

Dla funkcji liniowej, błąd prognozy określony jest zależnością:

$$U'_\tau = Y_\tau - Y_\tau^* = (\beta - \hat{\beta}) + (\alpha - \hat{\alpha}) \cdot \tau + \xi_\tau$$

Wartość oczekiwana błędu  $U'_\tau$ , przy założeniu o nieobciążoności estymatorów parametru modelu i wynosi zero ponieważ<sup>38</sup>:

$$E\{U'_\tau\} = (\beta - E\{\hat{\beta}\}) + (\alpha - E\{\hat{\alpha}\}) \cdot \tau + E\{\xi_\tau\} = 0$$

---

<sup>38</sup> Przypomnienie: nieobciążoność estymatorów  $\hat{\alpha}$  i  $\hat{\beta}$  parametrów odpowiednio  $a$  i  $b$  oznacza, że  $E\{\hat{\alpha}\} = \alpha$  i

$$E\{\hat{\beta}\} = \beta.$$

Wariancja błędu  $U'_\tau$  której pierwiastek kwadratowy zwany jest błędem średnim predykcji wynosi:

$$V\{U'_\tau\} = V\{\hat{\beta}\} + V\{\hat{\alpha}\} \cdot \tau^2 + 2\tau \text{cov}(\hat{\beta}, \hat{\alpha}) + V\{\xi_\tau\}$$

Wariancję powyższego wzoru dla **liniowej funkcji trendu** oblicza się według zależności ([154], rozdz.3.3):

$$V(U'_\tau) = \sigma^2 + \left[ \frac{1}{n} + \frac{(\tau - \bar{t})^2}{\sum_{t=1}^n (t - \bar{t})^2} \right] \cdot \sigma^2 = v_\tau^2$$

gdzie

$\sigma^2$  - oznacza wariancję składnika losowego  $\xi_\tau$  w modelu,

$n$  - liczbę danych historycznych (liczność próby).

Pierwszy składnik wzoru wskazuje na to, że błąd prognozy wynika ze stochastycznego charakteru zmiennej  $Y$  (tzw. błąd losowy, którego nie można uniknąć). Natomiast drugi składnik odpowiada błędowi estymacji, który zależny jest od precyzji szacunku parametrów  $\alpha$  i  $\beta$ . Błąd ten można zmniejszyć na przykład poprzez zwiększenie liczebności próby.

Analizując tę zależność można zauważyć, że błąd średni predykcji:

- maleje, gdy rośnie liczebność próby ( $1/n$ );
- maleje, gdy rośnie wariancja zmiennej  $t$  w próbie ( $\sum_{t=1}^n (t - \bar{t})^2$ );
- rośnie, gdy rośnie rozpiętość pomiędzy momentem, na który prognozujemy a średnią arytmetyczną momentów historycznych ( $(\tau - \bar{t})^2$ );

W praktyce nie znamy wariancji  $\sigma^2$  składnika losowego  $\xi_\tau$  modelu. Dlatego też, aby można było oszacować błąd średni prognozy *ex ante*, wykorzystamy nieobciążony estymator  $s^2$  tej wariancji. Otrzymamy wtedy następujący estymator rozważanego przez nas błędu prognozy:

$$\hat{V}(U'_\tau) = s^2 + \left[ \frac{1}{n} + \frac{(\tau - \bar{t})^2}{\sum_{t=1}^n (t - \bar{t})^2} \right] \cdot s^{\Delta \wedge 2} = \hat{\nu}_\tau$$

Estymator  $s^2$  wariancji składnika losowego, oblicza się oczywiście z zależności:

$$s^2 = \frac{1}{n-k} \sum_{t=1}^n e_t^2$$

gdzie  $k$  równe jest ilości szacowanych parametrów modelu (w tym przypadku  $k=2$ ).

Wielkość  $\hat{V}\{U'_\tau$  (oznaczana również przez  $\hat{\nu}_\tau$ ) wyrażona wzorem jest otrzymanym na podstawie próby, nieobciążonym, zgodnym i asymptotycznie efektywnym estymatorem wariancji prognozy  $V\{U'_\tau\}$ .

W przypadku, gdy składnik losowy modelu ma rozkład normalny, wtedy błąd prognozy  $U'_\tau$  jest zmienną losową o normalnym rozkładzie  $N(0, \hat{\nu})$ .

**Błąd średni prognozy ex ante dla nieliniowych funkcji trendu** można obliczyć wykorzystując następujące zależności ([3], rozdz.2.4.3).

Mianowicie znając ocenę wariancji  $\hat{V}\{U'_\tau$  obliczoną ze wzoru dla modelu transponowanego do postaci liniowej, można wyznaczyć ocenę wariancji prognozy zmiennej pierwotnej według zależności:

$$\hat{\nu}_\tau = \hat{V}(U'_\tau) = \frac{\hat{V}(\tilde{U}'_\tau)}{\left( \frac{d\tilde{y}}{dy|_{y^*}} \right)^2}$$

gdzie:

\* J. Wodzis - Metody oceny modelu efektywności działalności - rozprawa doktorska, ACR, 1998

- $\frac{d\tilde{y}}{dy_{\tau}^*}$  – pochodna zmiennej transponowanej  $\tilde{Y}$  względem zmiennej pierwotnej  $Y$  w punkcie  $y_{\tau}^*$ ;
- $\hat{V}(\tilde{U}_{\tau})$  – błąd prognozy zmiennej transponowanej  $\tilde{Y}$  do postaci liniowej.

Dla oceny jakości prognoz bardzo często wykorzystuje się **względny błąd średni predykcji**, definiowany jako stosunek błędu średniego predykcji do poziomu prognozy:

$$\hat{\eta}_{\tau} = \frac{\sqrt{\hat{v}_{\tau}^2}}{y_{\tau}^*} = \frac{\hat{v}_{\tau}}{y_{\tau}^*}$$

Powyzszą miarę wykorzystuje się między innymi jako **kryterium dopuszczalności prognoz**. Mianowicie, jeżeli prawdziwa jest nierówność:

$$\eta_{\tau} \leq \delta, \quad \delta > 0$$

to obliczoną prognozę będziemy traktowali jako dopuszczalną.

Wielkość  $\delta$  nazywana jest w literaturze **rozsądna granicą błędu prognozy** i określa ona jest zazwyczaj przez osobę wykorzystującą prognozę.

## 2.6 Prezentacja wyników badawczych

Sama wartość /poziom/ potencjału bojowego i jego struktura, nawet odniesiona do innych systemów i / lub jego składników (p.1.6), nie jest wystarczającą miarą ocenową tego systemu. Istotnie ważna jest bowiem wiedza dotycząca zachowania się tych zmiennych w czasie - czyli określenie tzw. **dynamiki**. Pod pojęciem **dynamiki** zjawisk rozumiemy zmiany wartości /poziomu/ badanej cechy mierzalnej i / lub jej struktury zachodzące w czasie. Do badania tempa zmian w poziomie i strukturze interesującego zjawiska przydatne są narzędzia, którymi dysponuje ekonometria. Są to metody **tendencji rozwojowej**<sup>39</sup>.

<sup>39</sup> J. Wocial – Metody oceny modelu systemu sił zbrojnych – rozprawa doktorska, AON, 1998

Po dokonaniu diagnozy potencjału bojowego sił zbrojnych dla określonego zbioru państw w określonych punktach empirycznych (badanych latach) możliwe jest przeprowadzenie **analizy retrospektywnej**. Analiza tego typu umożliwia wypracowanie wniosków ocenowych dotyczących zmian /zachowania się/ wartości /poziomów/ badanych przedmiotów i / lub ich struktury - ogólnie zmiennych - w czasie przeszłym.

Jeżeli, posiadamy wiedzę dotyczącą zmian /zachowania się/ wartości /poziomów/ badanych przedmiotów i / lub ich struktury - ogólnie zmiennych z przeszłości, wówczas możliwe jest przeprowadzenie **analizy prospektywnej**. Analiza tego typu umożliwia wypracowanie wniosków ocenowych dotyczących prawdopodobnych zmian /zachowania się/ wartości /poziomów/ badanych przedmiotów i / lub ich struktury - ogólnie zmiennych /na podstawie przeszłości/ - w czasie przyszłym.

## **2.6.1 Analiza retrospektywna**

### **2.6.1.1 Ocena tendencji zmian potencjału bojowego sił zbrojnych Polski w latach 1996 - 2001**

Dotyczy oceny tendencji zmian **stanu i struktury** potencjału bojowego sił zbrojnych.

Ocena **tendencji zmian stanu potencjału bojowego sił zbrojnych** przeprowadzona została w oparciu o uzyskaną diagnozę stanu tego potencjału w latach 1996, 1997, 1998, 1999, 2000 i 2001. Jeżeli stan potencjału bojowego sił zbrojnych Polski z roku 2001 przyjmujemy za 100 %, wówczas zmiany tego potencjału w latach 1996 – 2000 można określić następująco:

**1996 (100 %) – 1997 (103 %) – 1998 (107 %) – 1999 (105) – 2000 (103) – 2001 (100 %)**

Wniosek ogólny: Stan potencjału bojowego sił zbrojnych Polski w latach 1996 – 2001 charakteryzował się niewielkimi fluktuacjami w środku przedziału badanych lat. W roku 1996 i 2001 jest porównywalny.

Ocena **tendencji zmian struktury potencjału bojowego sił zbrojnych** przeprowadzona została w oparciu o uzyskaną diagnozę stanu tego potencjału w latach 1996, 1997, 1998, 1999, 2000 i 2001. Jeżeli dla poszczególnych RSZ ich potencjał bojowy z roku 2001

przyjmijmy za 100 %, wówczas zmiany tego potencjału w latach 1996 – 2000 można określić następująco:

- Wojska Lądowe:

1996 (99 %) – 1997 (101 %) – 1998 (102 %) – 1999 (103) – 2000 (102) – 2001 (100 %)

- Wojska Lotnicze:

1996 (130 %) – 1997 (124 %) – 1998 (112 %) – 1999 (99) – 2000 (99) – 2001 (100 %)

- Marynarka Wojenna:

1996 (99 %) – 1997 (98 %) – 1998 (96 %) – 1999 (99) – 2000 (103) – 2001 (100 %)

Wniosek ogólny: Stan potencjału bojowego Wojsk Lądowych Polski w latach 1996 – 2001 charakteryzował się niewielkimi fluktuacjami w środku przedziału badanych lat. W roku 1996 i 2001 jest porównywalny, Wojsk Lotniczych – wykazywał istotny (30 %) i systematyczny spadek, natomiast Marynarka Wojenna, po początkowych zmianach spadkowych na koniec okresu badanego powróciła do stanu początkowego.

### 2.6.1.2 Ocena porównawcza tendencji zmian potencjału bojowego sił zbrojnych wybranych państw NATO w latach 1996 - 2001

Dane, na których podstawie można przeprowadzić analizę w tym aspekcie uzyskane zostały w procesie badań empirycznych. Ich wizualizację zaprezentowano na rys. 7 – 10, gdzie przedstawione zostały zmiany potencjału bojowego sił zbrojnych analizowanych państw w latach 1996 – 2001. Ocena porównawcza dotyczy zarówno **stanu**, jak i **struktury**.

Jeżeli, analizując zmiany stanu potencjału bojowego, przyjmijmy, że potencjał bojowy sił zbrojnych w 2001 roku dla każdego państwa wynosi 100%, to możemy określić procentowe zmiany tego potencjału w badanych latach. Uzyskujemy:

- Polska:

1996 (105) – 1997 (105) – 1998 (103) – 1999 (102) – 2000 (102) – 2001 (100 %)

- Niemcy:

1996 (129) – 1997 (108) – 1998 (108) – 1999 (103) – 2000 (103) – 2001 (100 %)

- Hiszpania:

1996 (100) – 1997 (103) – 1998 (107) – 1999 (105) – 2000 (103) – 2001 (100 %)

- Włochy:

1996 (119) – 1997 (118) – 1998 (110) – 1999 (110) – 2000 (109) – 2001 (100 %)

Wniosek ogólny: W badanym okresie lat 1996 – 2001 w analizowanych państwach nastąpił spadek potencjału bojowego sił zbrojnych. Początkowy okres badanych lat charakteryzował się większym spadkiem, ostatnie lata, to wyhamowywanie tego spadku. Największy spadek potencjału bojowego, co do wartości – nastąpił dla Niemiec, następnie Włoch i Polski, Hiszpania zachowała stan początkowy.

Należy także zauważyć, że w analizowanym okresie czasu, w zbiorze badanych państw, ich **uporządkowanie** ze względu na stan potencjału bojowego sił zbrojnych **nie uległo zmianie**, choć zmieniły się stosunki /odległości/ - jednak nieznacznie. Uporządkowanie stałe jest następujące: Niemcy, Włochy, Polska, Hiszpania.

Zmiany **strukturalne potencjału bojowego** określimy, jeżeli potencjał bojowy poszczególnych rodzajów sił zbrojnych w 2001 roku dla każdego państwa przyjmiemy za 100%, to możemy określić procentowe zmiany tego potencjału w badanych latach. Uzyskujemy:

1. Wojska Lądowe:

- Polska:

1996 (99) – 1997 (101) – 1998 (102) – 1999 (103) – 2000 (102) – 2001 (100 %)

- Niemcy:

1996 (108) – 1997 (109) – 1998 (109) – 1999 (104) – 2000 (104) – 2001 (100 %)

- Hiszpania:

1996 (102) – 1997 (105) – 1998 (110) – 1999 (106) – 2000 (102) – 2001 (100 %)

- Włochy:

1996 (123) – 1997 (127) – 1998 (118) – 1999 (118) – 2000 (112) – 2001 (100 %)

2. Wojska Lotnicze:

- Polska:

1996 (130) – 1997 (124) – 1998 (112) – 1999 (99) – 2000 (99) – 2001 (100 %)

- Niemcy:

1996 (200) – 1997 (101) – 1998 (101) – 1999 (101) – 2000 (101) – 2001 (100 %)

- Hiszpania:

1996 (87) – 1997 (91) – 1998 (95) – 1999 (95) – 2000 (100) – 2001 (100 %)

- Włochy:

1996 (137) – 1997 (109) – 1998 (106) – 1999 (107) – 2000 (105) – 2001 (100 %)

### 3. Marynarka Wojenna:

- Polska:  
1996 (99) – 1997 (98) – 1998 (96) – 1999 (99) – 2000 (103) – 2001 (100 %)
- Niemcy:  
1996 (129) – 1997 (108) – 1998 (108) – 1999 (103) – 2000 (103) – 2001 (100 %)
- Hiszpania:  
1996 (107) – 1997 (108) – 1998 (108) – 1999 (108) – 2000 (109) – 2001 (100 %)
- Włochy:  
1996 (85) – 1997 (95) – 1998 (87) – 1999 (86) – 2000 (102) – 2001 (100 %)

Wniosek ogólny: W badanym okresie lat 1996 – 2001 w analizowanych państwach w poszczególnych rodzajach sił zbrojnych zmiany potencjału bojowego następowały w obu kierunkach: wzrostu jak i spadku.

- W Wojskach Lądowych generalnie nastąpił spadek potencjału bojowego. We Włoszech o największej wartości.
- W Wojskach Lotniczych także nastąpił spadek potencjału bojowego, poza Hiszpanią, gdzie nastąpił jego wzrost (o 23 %). Największy spadek zanotowano dla Niemiec, następnie Włoch i Polski.
- W Marynarce Wojennej spadek potencjału nastąpił dla Niemiec i Włoch, natomiast dla Polski i Hiszpanii – wzrost.

Początkowy okres badanych lat charakteryzował się większym spadkiem, ostatnie lata, to wyhamowanie tego spadku.

## 2.6.2 Analiza prospektywna

### 2.6.2.1 Prognoza zmian potencjału bojowego sił zbrojnych wybranych państw NATO w latach 2002 - 2004

Prognozę zmian potencjału bojowego sił zbrojnych przeprowadzimy poprzez zastosowanie metody tendencji rozwojowej z zastosowaniem modelu liniowego.

Stosując metodę trendu rozwojowego z użyciem modelu liniowego uzyskano:

1. dla stanu potencjału bojowego:

- aproksymację stanu potencjału bojowego sił zbrojnych (punktów empirycznych) w latach 1996 – 2001, dla których przeprowadzono diagnozę,
- aproksymację stanu potencjału bojowego sił zbrojnych (punktów empirycznych) na lata 2002 - 2004, dla których przeprowadzono prognozę,

2. dla struktury potencjału bojowego:

- aproksymację stanów potencjału bojowego rodzajów sił zbrojnych (punktów empirycznych) w latach 1996 – 2001, dla których przeprowadzono diagnozę,
- aproksymację stanów potencjału bojowego rodzajów sił zbrojnych (punktów empirycznych) na lata 2002 - 2004, dla których przeprowadzono prognozę,

Powyższe wyniki opracowane zostały w postaci wykresów przedstawionych na rys.7 – 10 (z uzewnętrznieniem postaci analitycznej modelu liniowego) dla poszczególnych państw.

Wyniki przeprowadzonych badań analitycznych zebrane zostały w tabeli 3. Wynika z nich, że funkcja aproksymująca dane empiryczne – **potencjał bojowy sił zbrojnych** z lat 1996 - 2001 dla Polski jest typu **malejącego**. W funkcji liniowej tempo zmniejszania wartości potencjału bojowego dla Polski wynosi 103 jednostki umowne.

Tabela 3. Prognozowane wartości potencjału bojowego sił zbrojnych Polski w liniowym modelu tendencji rozwojowej

	POSTAĆ ANALITYCZNA MODELU	2002	2003	2004
SIŁY ZBROJNE	10 431 – 103t	9 813	9 710	9 607

Zródło: Opracowanie własne

Dopasowanie<sup>40</sup> modelu liniowego do danych empirycznych jakie uzyskano dla SZ Polski wynosi 94%. Upoważnia to do następującej interpretacji - dla SZ - w oparciu o wartości potencjału bojowego SZ w latach 1996 - 2001 w metodzie tendencji rozwojowej, w modelu

<sup>40</sup> Oznacza dokładność dopasowania funkcji aproksymacyjnej /tu liniowej – model liniowy/ do danych empirycznych. Ocenę tego dopasowania określić można różnymi miarami. Najbardziej oczywiste to obliczenie odchylenia wartości zaobserwowanych od teoretycznych. Stosuje się wtedy współczynnik zgodności /zbieżności/ modelu z wynikami obserwacji  $|\Phi^2|$  albo współczynnik korelacji  $|R^2|$  liniowej dwóch zmiennych z próby.

liniowym, z prawdopodobieństwem 0,94 twierdzimy, że wartości PR SZ w latach 2002 - 2004 będą następujące: 9 813, 9 710, 9 607. Można także formułować interpretację uzyskanych faktów następująco: *model liniowy zastosowany w metodzie tendencji rozwojowej, oparty o wartości PR SZ w latach 1996 - 2001 wyjaśnia w 94% zmiany jego wartości.*

### 2.6.2.2 Prognoza zmian struktury potencjału bojowego sił zbrojnych Polski na lata 2002 -2004

Wyniki badań analitycznych w tym aspekcie zebrane zostały w tabeli 4. Wynika z nich, że funkcje aproksymujące dane empiryczne – **potencjał bojowy rodzajów sił zbrojnych** z lat 1996 - 2001 dla Polski są typu **malejącego**. W funkcji liniowej tempo zmniejszenia wartości potencjału bojowego dla Wojsk Lądowych wynosi 10 jednostek umownych, dla Wojsk Lotniczych – 119, natomiast dla Marynarki Wojennej – 6 ju.

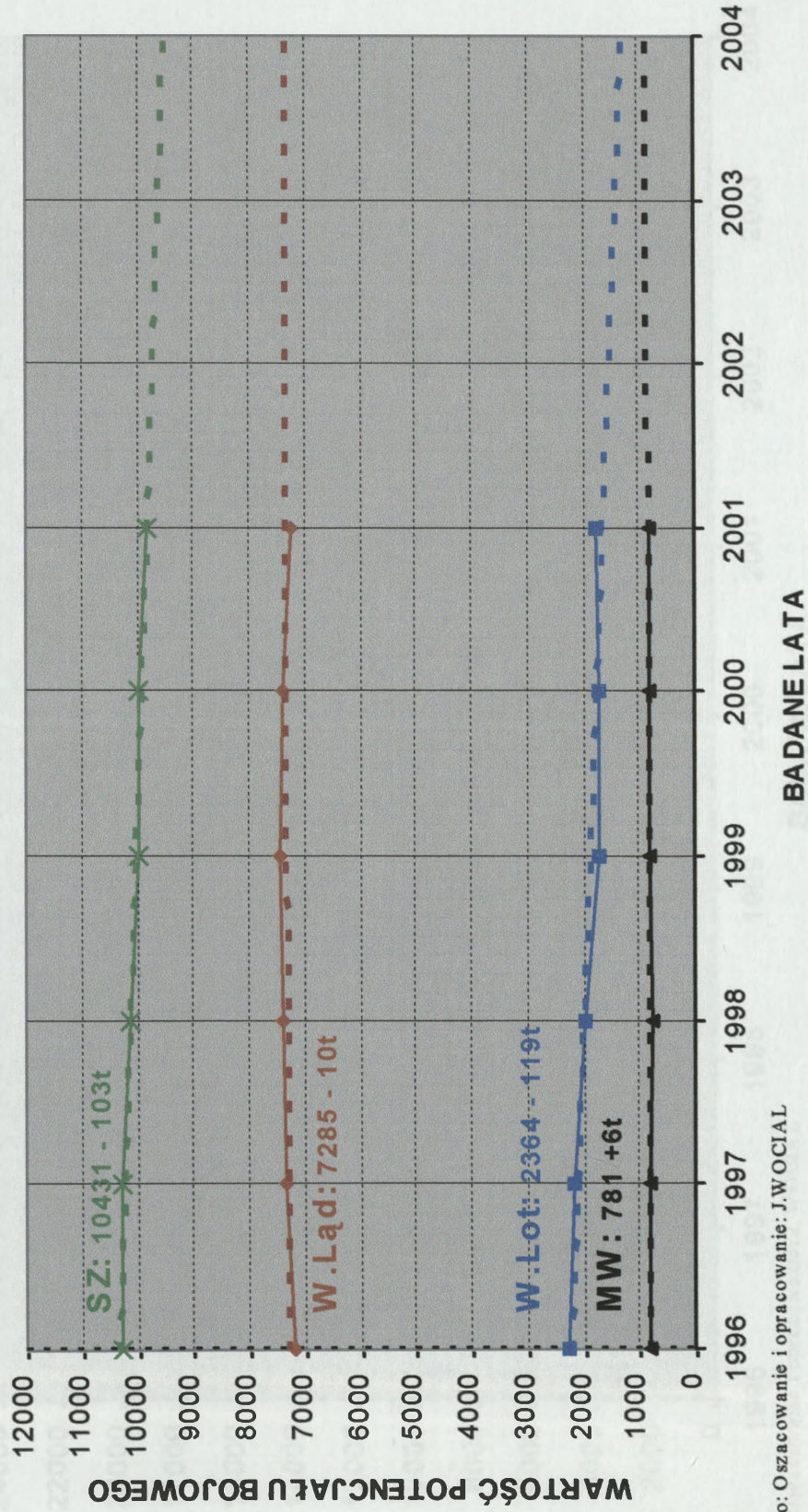
Tabela 4. Prognozowane wartości PR SZ i RSZ Polski w liniowym modelu tendencji rozwojowej

	POSTAĆ ANALITYCZNA MODELU	2002	2003	2004
SIŁY ZBROJNE	10 431 – 103t	9 813	9 710	9 607
W.LĄD	7 285 – 10t	7 348	7 359	7 369
WLOT	2 364 – 119t	1 650	1 531	1 412
MW	781 + 6t	817	823	829

Najlepsze dopasowanie modelu liniowego do danych empirycznych jakie uzyskano, wynosi 94% i następuje dla sił zbrojnych, dla Wojsk Lądowych – tylko 4%, ale w modelu kwadratowym – aż 98 %, w Wojskach Lotniczych –86 %, zaś w Marynarce Wojennej – 74 %. Są to bardzo dobre wskaźniki dopasowania, jakie akceptuje się w statystyce.

**TENDENCJA ZMIAN POTENCJAŁU BOJOWEGO SZ  
POLSKI NA LATA 2002 - 2004**

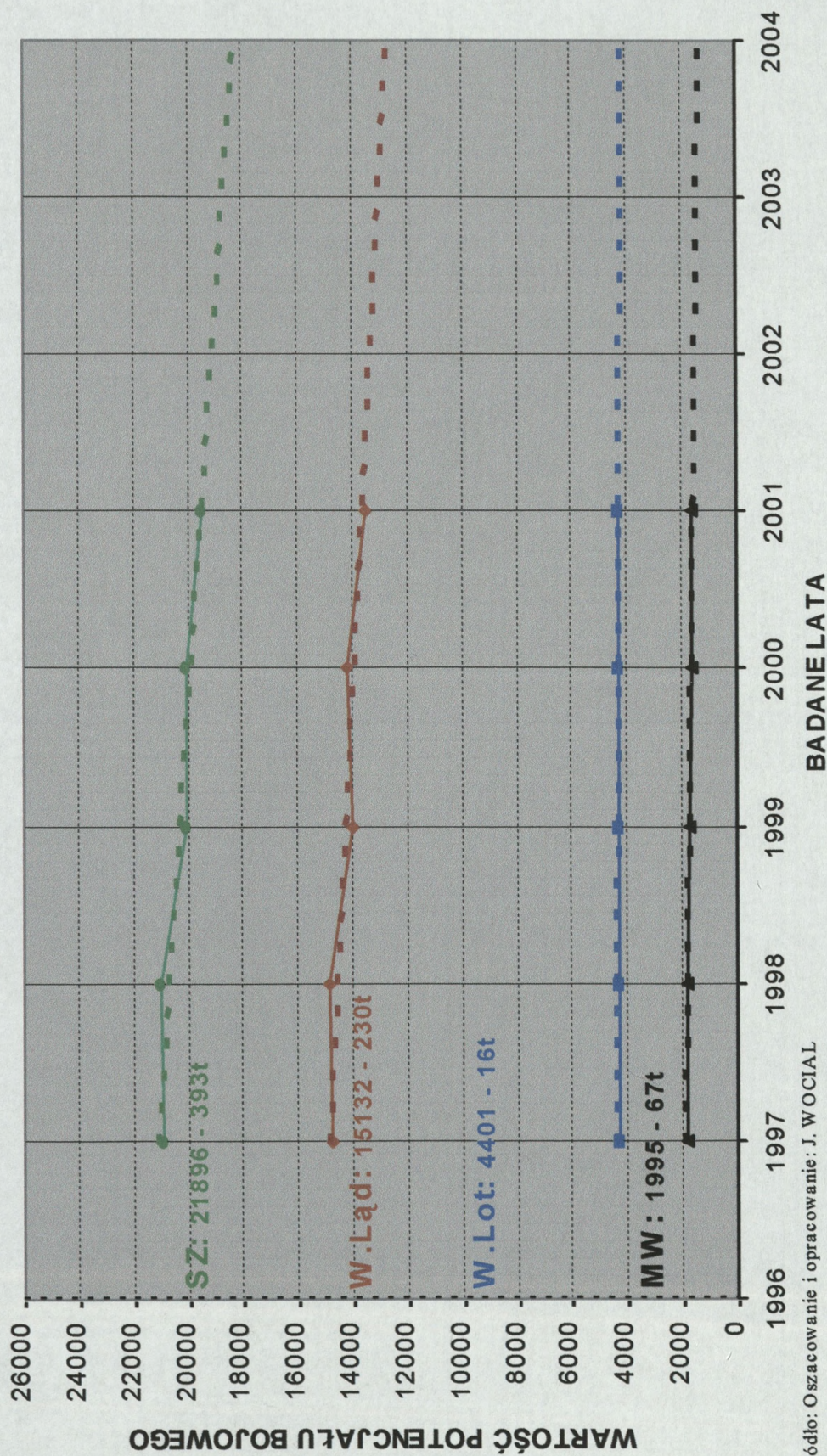
Rys.7.



Źródło: Oszacowanie i opracowanie: J.WOCIAL

# TENDENCJA ZMIAN POTENCJAŁU BOJOWEGO SZIRSZ NIEMIEC NA LATA 2002 - 2004

Rys.8.

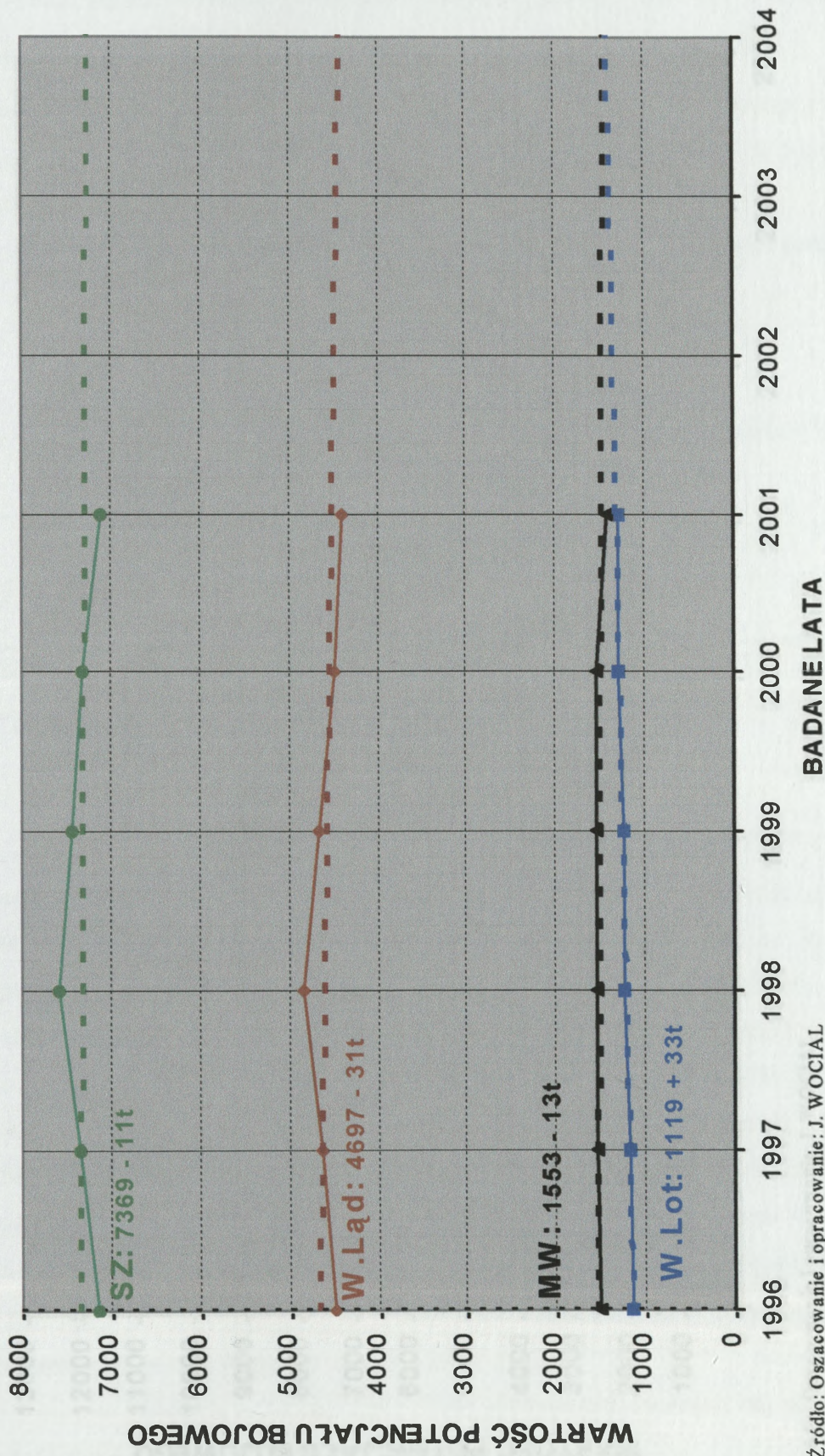


Źródło: Oszacowanie i opracowanie: J. WOCIAŁ

Rys.9.

# TENDENCJA ZMIAN POTENCJAŁU BOJOWEGO SZIRSZ

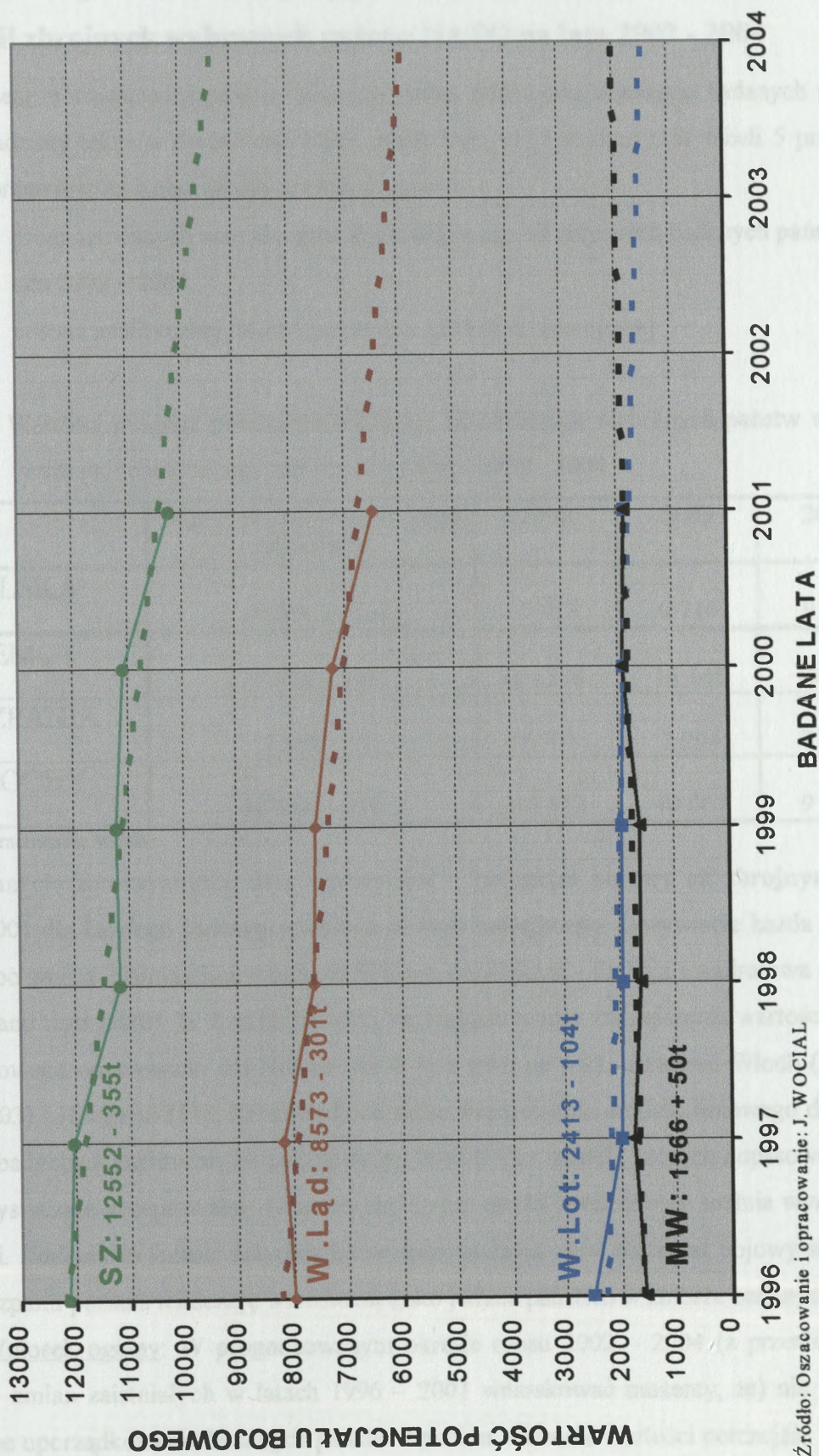
## HISZPANII NA LATA 2002 - 2004



Źródło: Oszacowanie i opracowanie: J. WOCIAŁ

# TENDENCJA ZMIAN POTENCJAŁU BOJOWEGO SZIRSZ WŁÓCH NA LATA 2002 - 2004

Rys.10.



Źródło: Oszacowanie i opracowanie: J. WOCIAŁ

### 2.6.2.3 Ocena porównawcza prognozowanych zmian potencjału bojowego sił zbrojnych wybranych państw NATO na lata 2002 - 2004

Ocenę porównawczą prognozowanych zmian potencjału bojowego badanych państw przeprowadzimy także w dwóch aspektach: stanu (rys. 11) i struktury. W tabeli 5 przedstawiono zebrane wyniki badań analitycznych w postaci:

- prognozowanych wartości potencjału bojowego sił zbrojnych badanych państw na lata 2002 – 2004,
- postaci analitycznej liniowego modelu tendencji rozwojowej.

Tabela 5. Wartości prognoz potencjału bojowego sił zbrojnych wybranych państw w liniowym modelu tendencji rozwojowej na lata 2002 - 2004

	POSTAĆ ANALITYCZNA MODELU	2002	2003	2004
POLSKA	10 431 – 103t	9 813	9 710	9 607
NIEMCY	21 896 – 393t	19 538	19 145	18 752
HISZPANIA	7 369 – 11t	7 301	7 294	7 283
WŁOCHY	12 552 – 355t	10 422	10 067	9 712

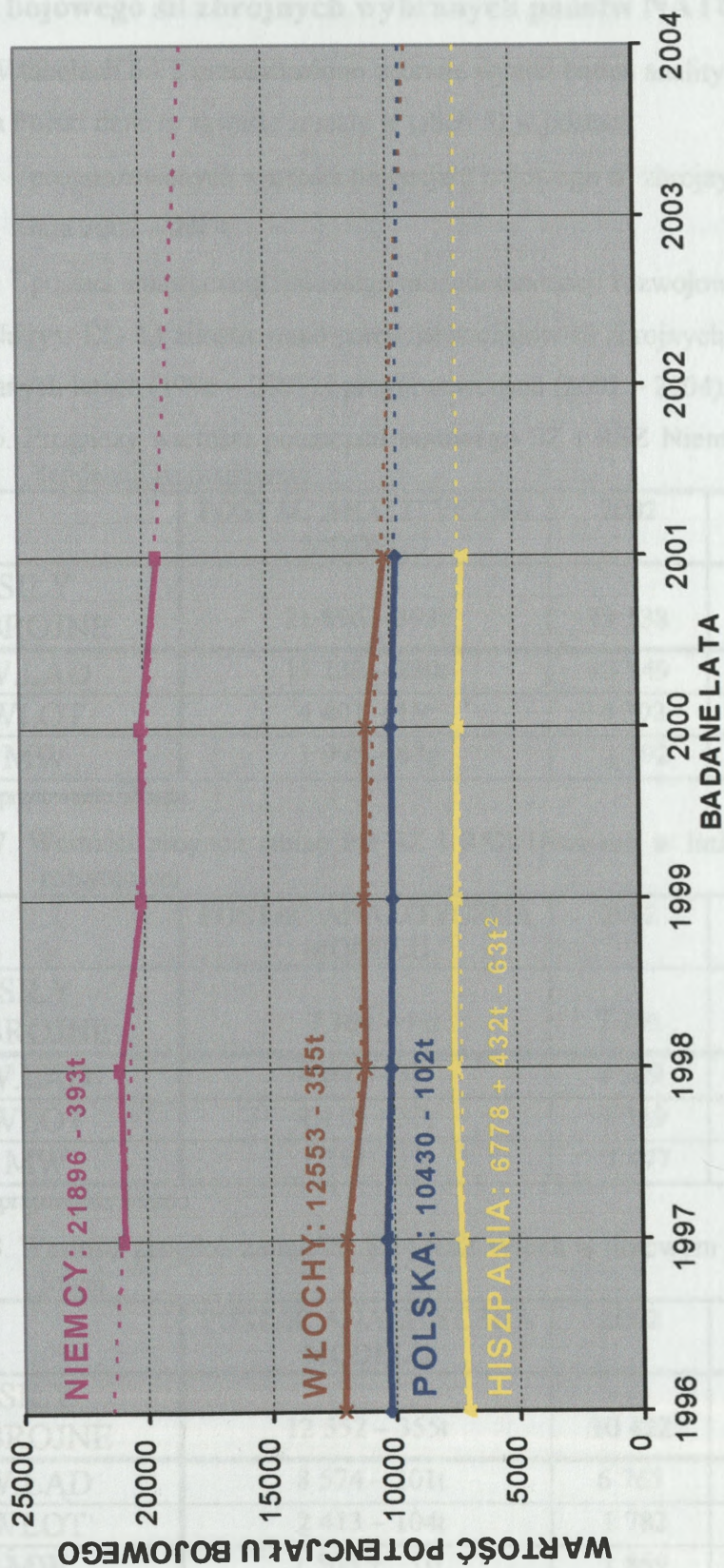
Zródło: Opracowanie własne

Funkcje aproksymujące dane empiryczne – **potencjał bojowy sił zbrojnych** z lat 1996 - 2001 dla każdego badanego państwa są typu **malejącego**. Oczywiście każda posiada inne tempo zmian. Najmniejsze - funkcja liniowa, największe - funkcja kwadratowa (nie wizualizowano tego faktu). W funkcji liniowej największe tempo zmniejszania wartości potencjału bojowego odnotowano dla Niemiec (393 ju z roku na rok), następnie Włoch (355 ju), Polski (103) i Hiszpanii (11). Ze względu na słabe dopasowanie modelu liniowego dla Hiszpanii, w badaniach analitycznych poszukiwano innych klas modeli, których dopasowanie byłoby statystycznie akceptowalne. Okazało się, że już model kwadratowy spełnia wymagania statystyki. Zmienia to jednak dotychczasowe spostrzeżenia, otóż potencjał bojowy sił zbrojnych Hiszpanii posiada tendencję wzrostową (jako jedyne państwo w zbiorze badanych).

Wniosek ogólny: W prognozowanym okresie czasu 2002 – 2004 (z przeniesieniem tendencji zmian zaistniałych w latach 1996 – 2001 wnioskować możemy, że) nie zostanie zmienione uporządkowanie badanych państw z punktu widzenia wartości potencjału bojowego sił zbrojnych.

**POTENCJAŁ SIŁ ZBROJNYCH WYBRANYCH PAŃSTW NATO  
W LATACH 1996 - 2001 I PROGNOZA NA LATA 2002 - 2004**

Rys.11.



Źródło: Oszacowanie i opracowanie: J.WOCIAŁ

## 2.6.2.4 Ocena porównawcza prognozowanych zmian struktury potencjału bojowego sił zbrojnych wybranych państw NATO na lata 2002-2004

W tabelach 6 - 8 przedstawiono zebrane wyniki badań analitycznych dla każdego państwa (dla Polski dane te zawarte zostały w tabeli 5) w postaci:

- prognozowanych wartości potencjału bojowego sił zbrojnych każdego państwa na lata 2002 – 2004,
- postaci analitycznej liniowego modelu tendencji rozwojowej.

Na rys. 12 - 13 zilustrowano potencjał rodzajów sił zbrojnych badanych państw w diagnozowanych latach (1996 – 2001) i prognozowanych (2002 – 2004).

Tabela 6. Prognozy wartości potencjału bojowego SZ i RSZ Niemiec w liniowym modelu tendencji rozwojowej

	POSTAĆ ANALITYCZNA MODELU	2002	2003	2004
SIŁY ZBROJNE	21 896 – 393t	19 538	19 145	18 752
W.LĄD	15 132 – 230t	13 749	13 518	13 288
WLOT	4 401 – 16t	4 302	4 285	4 269
MW	1 995 – 67t	1 592	1 525	1 458

Zródło: Opracowanie własne

Tabela 7. Wartości prognoz zmian PR SZ i RSZ Hiszpanii w liniowym modelu tendencji rozwojowej

	POSTAĆ ANALITYCZNA MODELU	2002	2003	2004
SIŁY ZBROJNE	7 369 – 11t	7 301	7 294	7 283
W.LĄD	4 697 – 32t	4 509	4 477	4 446
WLOT	1 119 + 33t	1 319	1 353	1 386
MW	1 553 – 13t	1 477	1 464	1 451

Zródło: Opracowanie własne

Tabela 8. Wartości prognoz zmian PR SZ i RSZ Włoch w liniowym modelu tendencji rozwojowej

	POSTAĆ ANALITYCZNA MODELU	2002	2003	2004
SIŁY ZBROJNE	12 552 – 355t	10 422	10 067	9 712
W.LĄD	8 574 – 301t	6 765	6 464	6 162
WLOT	2 413 – 104t	1 782	1 683	1 579
MW	1 566 + 51t	1 869	1 920	1 970

Zródło: Opracowanie własne

**Wniosek ogólny:** W prognozowanym okresie czasu 2002 – 2004 nie zostanie zmieni-  
niane uporządkowanie badanych państw z punktu widzenia wartości potencjału bojowego w  
każdym rodzaju sił zbrojnych.

Aby przedstawione wyniki badań analitycznych były wiarogodne (możliwa ich wery-  
fikacja i być może ewentualna korekta) przedstawione zostały w tabeli 9 współczynniki dopa-  
sowania funkcji aproksymacyjnych do danych empirycznych w różnych modelach (z przed-  
stawieniem postaci analitycznej modelu i współczynnika  $R^2$ ). Na podstawie bowiem tych wy-  
ników przeprowadzane było wnioskowanie ogólne i szczegółowe.

Tabela 9. Współczynniki dopasowania funkcji aproksymacyjnych do danych empirycznych;

	<b>POLSKA</b>	<b>NIEMCY</b>	<b>WŁOCHY</b>	<b>HISZPANIA</b>
<b>SIŁY ZBROJNE</b>	10430-102t $R^2=0,94$	21896-393t $R^2=0,87$	12553-355t $R^2=0,89$	7369-11t $R^2=0,01$ $W(2) \Rightarrow R^2=0,91^{(8)}$
<b>WOJSKA LĄDOWE</b>	7285-11t $R^2=0,04$ $W(2) \Rightarrow R^2=0,98^{(6)}$	15132-230t $R^2=0,75$	8574-301t $R^2=0,84$	4697-31t $R^2=0,14$ $W(2) \Rightarrow R^2=0,82^{(7)}$
<b>WOJSKA LOTNICZE</b>	2364-119t $R^2=0,86$	4401-16t $R^2=0,91$	2094-36t $R^2=0,82$	1119+33t $R^2=0,94$
<b>MARYNARKA WOJENNA</b>	781-6t $R^2=0,31$ $W(2) \Rightarrow R^2=0,37^{(4)}$ $W(3) \Rightarrow R^2=0,74^{(5)}$	1995-67t $R^2=0,89$	1566+50t $R^2=0,44$ $W(2) \Rightarrow R^2=0,49^{(4)}$ $W(4) \Rightarrow R^2=0,99^{(1)}$	1553-13t $R^2=0,24$ $W(2) \Rightarrow R^2=0,7^{(2)}$

Uwaga:  $W(n)$  oznacza funkcję aproksymacyjną  $n$  – tego stopnia;

(1)  $-25t^4+348t^3-1674t^2+3155t-201$

(2)  $-12t^2+71t+1441$

(4)  $799-7t+2t^2$

(5)  $883-113t+37t^2-3t^3$

(6)  $6974+244t-33t^2$

(7)  $4252-302t+48t^2$

(8)  $6778+432t-63t^2$

### 3 Prognozowanie na podstawie modeli ekonometrycznych

Jednym z głównych celów budowy *modeli ekonometrycznych*<sup>41</sup> jest ich wykorzystanie do prognozowania wartości zmiennych objaśnianych w okresie czasu poza próba statystyczna, na której podstawie były one objaśniane, poprzez zbudowany w tym celu odpowiedni model<sup>42</sup>. Budowa modeli ekonometrycznych jest przedmiotem zainteresowania ekonometrii, dlatego też nie będziemy zajmować się w sposób szczegółowy problemami budowy owych modeli, odsyłając Czytelnika do bogatej literatury na ten temat np. [3], [4], [10], [14], [15], [16], [17], [20], [23], [24], [27], [28]. Przedstawimy jedynie minimum wiedzy z teorii ekonometrii dotyczącej modeli ekonometrycznych niezbędnej z punktu widzenia prognozowania na podstawie tych modeli<sup>43</sup>.

Ogólnie model ekonometryczny przedstawia równanie<sup>44</sup>:

$$y = f(X, \xi)$$

gdzie:

- $y$  - wektor zmiennych objaśnianych (*endogenicznych*) [*regesant*];
- $X$  - macierz zmiennych objaśniających (*egzogenicznych*) [*regresor*];
- $\xi$  - wektor składników losowych<sup>45</sup>.

<sup>41</sup> Istnieje wiele definicji modelu ekonometrycznego, zarówno opisowych, jak i formalnych. Przyjmijmy, że *modelem ekonometrycznym* nazywamy ustaloną zależność stochastyczną wyróżnionego (lub wyróżnionych) zjawisk od zjawisk – czynników. Wynika z tego formalna definicja, że jest to *układ funkcji* (w szczególnym przypadku jednej) na ogół *wielu zmiennych* aproksymujących z pewną dokładnością opisywany oryginał. W skład modelu wchodzi zatem: zmienne, parametry i elementy losowe [1, s. 14], [4, s. 9]

<sup>42</sup> Jeżeli zmienne objaśniające w każdej funkcji modelu są przyczynami kształtowania się zmiennej objaśnianej, to model taki należy do klasy *modeli przyczynowo – skutkowych*. Często jednak buduje się modele tylko na zasadzie mocnej więzi między zmienną objaśnianą a zmiennymi objaśniającymi. Takie modele nazywają się *symptomatycznymi*. Wśród nich wyróżniamy *modele tendencji rozwojowej*, gdzie jedyną zmienną objaśniającą jest czas.

<sup>43</sup> W ekonometrii stosowanej najważniejsza jest operacyjność modeli i metod. Główne bowiem pytanie użytkownika modelu ekonometrycznego brzmi: „Czy model jest dostatecznie adekwatny do celu, dla którego został zbudowany?” Powstają przy tym problemy wyboru kryteriów adekwatności. Jest ich wiele. Najważniejsze to: minimalizacja sumy kwadratów reszt, minimalizacja błędu predykcji, stałość parametrów w czasie, brak autokorelacji i heteroscedastyczności.

<sup>44</sup> Jest to model *regresji liniowej*.

<sup>45</sup> Stopień wiedzy badacza o elemencie losowym modelu implikuje pewien sposób klasyfikacji modeli ekonometrycznych. Element ten jest zmienną losową, a jak wiadomo, znajomość rozkładu zmiennej losowej jest najpełniejszą o niej informacją. Jeżeli rozkład składnika losowego jest znany, to model kwalifikuje się do *klasy probabilistycznej*. Jeżeli nie znamy *a priori* rozkład może być statystycznie szacowany na podstawie próby, to mamy do czynienia z *modelem statystycznym*, i wreszcie przy znajomości jedynie przedziału wartości elementu losowego bez możliwości statystycznego oszacowania jego rozkładu – z *modelem strategicznym*. Te trzy typy modeli nazywa się łącznie *modelami stochastycznymi*. Jeżeli rezygnujemy w modelu z czynnika losowego, a więc

Liczba zmiennych objaśnianych, stanowiących charakterystyki zjawisk wyróżnionych, które chcemy poznać, jest równa liczbie równań modelu. Natomiast zmienne objaśniające wyrażają m.in. zjawiska wpływające na kształtowanie się zjawisk podlegających badaniu. W szczególności tą zmienną może być czas -mówimy wtedy o modelach tendencji rozwojowej [ , które rozpatrzone zostały w p.2]. Modele tendencji rozwojowej charakteryzują się pewną niepożądaną cechą. Mianowicie, gdy zmiana dotychczasowego regularnego zjawiska w czasie jest istotna, wówczas metoda prostej ekstrapolacji funkcji trendu (wykorzystywana do wyznaczania prognozy w tych modelach) zawodzi. Na ogół, prowadzi to do dużych błędów wnioskowania w przyszłość. W takich sytuacjach korzystanie z modeli ekonometrycznych (przyczynowo-skutkowych) umożliwia prognozowanie na średnie lub dłuższe okresy, a także pozwala ocenić siłę wpływu poszczególnych zmiennych objaśniających na zmienną prognozowaną, co może być wykorzystane do zmniejszania błędów prognoz.

Do podstawowych zalet prognozowania na podstawie modeli ekonometrycznych należą:

- stosunkowo prosta idea i interpretacja parametrów modelu;
- możliwość obliczeń błędów prognoz *ex ante*;
- możliwość otrzymywania prognoz wariantowych;
- możliwość uwzględniania w prognozowanym zjawisku istotnych związków przyczynowo-skutkowych;
- możliwość elastycznego doboru metod estymacji parametrów modelu w zależności od przyjętych założeń dotyczących struktury stochastycznej modelu

Warto również zwrócić uwagę, że w przypadku poszczególnych wariantów modeli ekonometrycznych powinno się uwzględniać dostępność zmiennych objaśniających zarówno dla okresu przeszłego jak i ich prognoz na przyszłość. Prognozy tych zmiennych mogą wynikać bezpośrednio z przyjętych planów lub mogą być tworzone jedną ze znanych metod.

**Modele ekonometryczne można klasyfikować według różnych kryteriów** Najważniejsze wydają się być trzy, biorące pod uwagę:

1. liczbę równań w modelu (liczbę składowych wektora  $y$ );
2. rolę czasu w równaniach modelu;
3. postać analityczną równań modelu.

---

uznajemy parametry modelu jako liczby w zwykłym sensie, to taki model nazywa się *modelem deterministycznym*.

Ze względu na pierwsze kryterium rozróżnia się modele **jedno i wielorównaniowe**. Ze względu na drugie kryterium wyróżniamy modele **dynamiczne i statyczne**. W pierwszych z nich jest uwzględniany czynnik czasu w postaci opóźnionej zmiennej objaśnianej i (lub) zmiennej czasowej, bądź jej funkcji. Natomiast w modelach statycznych czas nie wpływa w żaden sposób na relacje między badanymi zjawiskami.

Ze względu na postać analityczną równań modelu można wydzielić modele: **liniowe, nieliniowe sprowadzalne do liniowych** (tzw. niewłaściwe modele nieliniowe) oraz **nieliniowe niesprowadzalne do liniowych** (tzw. właściwe modele nieliniowe)<sup>46</sup>.

### 3.1 Etapy budowy modeli ekonometrycznych

W praktyce ekonometrycznej budowa modelu przebiega zazwyczaj w następujących etapach:

1. **specyfikacja zmiennych modelu;**
2. **wybór postaci modelu** (I faza prognozowania -diagnozowanie przeszłości);
3. **estymacja parametrów modelu;**
4. **weryfikacja modelu.**

W przypadku modeli wielorównaniowych szczególnego znaczenia nabiera problem tzw. identyfikowalności<sup>47</sup>, oznaczający możliwość estymacji parametrów modelu bez uwzględnienia informacji spoza próby.

Opracowany model powinien być izomorficzny z oryginałem (przedmiotem modelowanym). W sensie matematycznym – **kompletny**. Oznacza to, że gdybyśmy znali wartości **zakłóceń, zmiennych egzogenicznych oraz parametrów strukturalnych**, to wartości zmiennych

<sup>46</sup> Z ogólnej klasy modeli nieliniowych, pewne postacie nieliniowych równań stochastycznych modeli nieliniowych są częściej analizowane w teorii i stosowane w praktyce. Są to równania: nieliniowe względem zmiennych, nieliniowe względem parametrów i / lub zmiennych, ale dające się sprowadzić do postaci liniowej względem parametrów, nieliniowe względem parametrów i / lub zmiennych i nie dające się sprowadzić do postaci liniowej względem parametrów [24, s. 16-18]. Teoria estymacji, predykcji i testowania parametrów modeli nieliniowych jest jeszcze w powijakach. Są tylko pewne elementy asymptotycznej teorii estymacji i testowania w przypadku pewnej podklasy modeli [26, s. 24 i dalej]

<sup>47</sup> Ogólnie biorąc identyfikowalność modelu dotyczy relacji między modelem i modelowanym przedmiotem. Podstawą jest założenie o istnieniu w oryginale pewnych powiązań i parametrów, które opisujemy werbalnie, a sens których wynika z teorii działania modelowanego przedmiotu; siły bezpośredniego wpływu jednych zmiennych na inne. Powinniśmy upewnić się zatem, czy *wyspecyfikowane* w modelu relacje i parametry możemy jednoznacznie utożsamiać (identyfikować) z relacjami i parametrami *istniejącymi* (na mocy założeń) w modelowanym systemie. [9. s. 66 i dalej]

*endogenicznych* byłyby jednoznacznie zdeterminowane (wiąże się z tym zagadnienie rozwiązalności modelu).

**Identyfikowalność** modelu w aspekcie pragmatycznym oznacza, że gdybyśmy znali wartości *zakłóceń*, zmiennych *egzogenicznych* oraz zmiennych *endogenicznych*, to wartości *parametrów strukturalnych* byłyby jednoznacznie zdeterminowane.

### 3.1.1 Specyfikacja zmiennych do modelu

Problem **specyfikacji zmiennych do modelu** polega na **określeniu listy zmiennych objaśnianych (endogenicznych) i objaśniających (egzogenicznych), które powinny znaleźć się w modelu**. Zmienne objaśniane powinny być zdeterminowane celem prowadzonego badania z możliwością ilościowego wyrażenia badanych zjawisk. [1, rozdz.2], [4, s. 14 i dalej], [[22, s.169 i dalej]

Zbiór potencjalnych zmiennych objaśniających buduje się poprzez merytoryczną analizę badanych zjawisk, wybierając zmienne, które zdaniem badacza wyjaśniają kształtowanie się badanego zjawiska. Pomocne w tym celu są: teorie dziedziny przedmiotowej, wiedza ekspertów, wyniki dotychczasowych badań prowadzonych w podobnym celu w odniesieniu do innych obiektów. Naczelna zasada, jaka przyświeca problemowi wyboru zmiennych objaśniających do modelu polega na tym, że w modelu powinny znaleźć się zmienne **silnie skorelowane ze zmienną objaśnianą i jednocześnie stosunkowo słabo skorelowane między sobą**. Nieprzestrzeganie tej zasady, a zwłaszcza tolerowanie zjawiska współliniowości zmiennych objaśniających (zjawisko to występuje wtedy, gdy współczynniki korelacji między zmiennymi objaśniającymi są, co do bezwzględnej wartości, bliskie jedności), prowadzi do wielu niekorzystnych efektów modelowania ekonometrycznego. Do wyboru zmiennych objaśniających stosuje się zwykle **formalne metody matematyczno-statystyczne** [1, rozdz. 2] takie, jak: metoda pojemności integralnej informacji (tzw. metoda Hellwiga), metoda doboru zmiennych na podstawie błędu prognozy *ex ante*, metoda analizy grafu powiązań korelacyjnych pomiędzy zmiennymi objaśniającymi i inne.

Z racji ważności problemu doboru zmiennych objaśniających do modelu przedstawimy obecnie idee dwóch metod doboru:

- metodę Hellwiga [1, s.33 i dalej];
- metodę analizy grafu powiązań korelacyjnych między potencjalnymi zmiennymi objaśniającymi [1, s. 45].

W obu z tych metod zakłada się, że dysponujemy macierzą  $R = [r_{ij}]_{(1+M) \times (1+M)}$  współczynników korelacji pomiędzy zmienną objaśnianą oraz potencjalnymi zmiennymi objaśniającymi (pierwszy wiersz macierzy), jak i pomiędzy poszczególnymi parami zmiennych objaśniających, tzn.

$$R = \begin{bmatrix} r_{00} & r_{01} & \dots & r_{0M} \\ r_{10} & r_{11} & \dots & r_{1M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{M0} & r_{M1} & \dots & r_{MM} \end{bmatrix}$$

gdzie:

- $r_{ij}$  -współczynnik korelacji pomiędzy  $i$ -tą i  $j$ -tą zmienną (przy czym indeksem 0 oznaczana jest zmienna objaśniana),  $i = \overline{0M}$ ,  $j = \overline{0M}$ ;
- $M$  -liczba potencjalnych zmiennych objaśniających.

### 3.1.1.1 Metoda Hellwiga

Idea metody polega na tym, że spośród potencjalnych zmiennych objaśniających tworzy się wszystkie możliwe kombinacje tych zmiennych, a następnie bada się tzw. integralną pojemność informacji, jaką niesie za sobą zastosowanie każdej z możliwych kombinacji tych zmiennych<sup>48</sup>.

Niech  $M$  oznacza liczbę potencjalnych zmiennych objaśniających: **Procedurę wyboru zmiennych objaśniających do modelu możemy zapisać jak poniżej** [29, s. 158].

1. Tworzymy wszystkie możliwe kombinacje potencjalnych zmiennych objaśniających, które można utworzyć z  $M$  zmiennych. Ich liczba jest równa liczbie wszystkich możliwych podzbiorów zbioru  $M$ -elementowego, czyli  $N = 2^m - 1$ . Dla przykładu, jeżeli  $M = 2$ , to można utworzyć  $2^2 - 1 = 3$  kombinacje zmiennych:  $K_1 = \{X_1\}$ ,  $K_2 = \{X_2\}$ ,  $K_3 = \{X_1, X_2\}$ , gdzie  $K_n$  -  $n$ -ta kombinacja zmiennych,  $X_i$  -  $i$ -ta potencjalna zmienna objaśniająca.

2. Następnie dla każdej  $j$ -tej potencjalnej zmiennej objaśniającej, w każdej kombinacji  $n$ -tej ( $n = \overline{1, N}$ ) oblicza się indywidualną pojemność informacji  $b_{nj}$  tej zmiennej w tej kombinacji według wzoru:

<sup>48</sup> Opis procedury obliczeniowej metody znaleźć można w [1]

$$b_{nj} = \frac{r_{0j}^2}{\sum_{i \in I_n} |r_{ij}|}$$

gdzie:

- $I_n = \{i: X_i \in K_n\}$  - zbiór indeksów zmiennych wchodzących w skład  $n$ -tej kombinacji, tj. kombinacji  $K_n$ ;
- $b_{nj}$  - indywidualna pojemność  $j$ -tej zmiennej w  $n$ -tej kombinacji;
- $r_{0j}$  - współczynnik korelacji  $j$ -tej potencjalnej zmiennej objaśniającej ze zmienną endogeniczną (objaśnianą);
- $\sum_{i \in I_n} |r_{ij}|$  - suma bezwzględnych wartości współczynników korelacji  $j$ -tej potencjalnej zmiennej objaśniającej z pozostałymi, występującymi w danej kombinacji, tzn. w kombinacji  $K_n$

3. Kolejnym krokiem jest obliczenie integralnej pojemności potencjalny zmiennych objaśniających ( $H_n$ ) jako sumy pojemności indywidualnych w ramach każdej kombinacji, według wzoru:

$$H_n = \sum_{i \in I_n} b_{nj}, \quad n = \overline{1, N}$$

4. Jako zmienne objaśniające wybieramy zmienne należące do tej kombinacji  $n^*$ , której odpowiada największa wartość  $H_n$ , tzn.

$$H_{n^*} = \max_{n \in \{1, \dots, N\}} H_n$$

### 3.1.1.2 Metoda analizy grafu powiązań korelacyjnych

Metoda ta polega na budowie grafu powiązań korelacyjnych pomiędzy potencjalnymi zmiennymi objaśniającymi charakteryzującymi się statystycznie istotnymi wartościami współczynników korelacji pomiędzy sobą. Następnie poprzez odpowiednią analizę grafu, wybiera się te zmienne, które powinny być zmiennymi objaśniającymi.

Procedurę, według której przebiega wybór zmiennych objaśniających modelu można opisać jak poniżej.

1. Z macierzy  $R$  (4.2.1) poprzez wyłączenie pierwszego wiersza i pierwszej kolumny (związanych ze zmienną objaśnianą) tworzymy macierz  $R' = [r_{ij}]_{M \times M}$  -współczynników korelacji pomiędzy poszczególnymi parami zmiennych objaśniających.

2. Przeprowadzamy weryfikację istotności współczynników korelacji pomiędzy zmiennymi objaśniającymi, tzn. musimy sprawdzić hipotezę:

$$H_0 : r_{ij} = 0 \text{ dla } i \neq j$$

W tym celu obliczamy wartość krytyczną współczynnika korelacji  $r^*$  według wzoru:

$$r^* = \sqrt{\frac{t_{\alpha, v}^2}{n-2+t_{\alpha, v}^2}}$$

gdzie

- $n$  jest liczbą obserwacji, na podstawie których obliczono współczynniki korelacji,
- $t_{\alpha, v}$  jest wartością krytyczną rozkładu t-Studenta dla przyjętego poziomu istotności  $\alpha$  i  $v = n-2$  stopni swobody, odczytywaną z tablic statystycznych.

3. Tworzymy macierz  $R'' = [r_{ij}']_{M \times M}$  gdzie elementami tej macierzy są następujące liczby:

$$r_{ij}' = \begin{cases} 0 & \text{gdyn } |r_{ij}| \leq r^* \text{ dla } i \neq j \\ r_{ij} & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}$$

4. Na podstawie macierzy  $R''$  budujemy graf  $G$  powiązań pomiędzy zmiennymi. Wierzchołkami grafu są poszczególne zmienne, natomiast krawędzie łączące te pary wierzchołków (zmiennych), którym w macierzy  $R''$  odpowiadają niezerowe wartości. Formalnie możemy graf  $G$  zdefiniować następująco:

$$G = \langle W, U \rangle$$

gdzie:

- $W$  -zbiór wierzchołków grafu,  $W = \{1, \dots, M\}$
- $U$  -zbiór krawędzi grafu,  $U \subset W \times W : r_{ij}' \neq 0$

5. Następnie z każdej składowej spójności<sup>49</sup> grafu wybieramy te wierzchołki (zmienne), które mają największy stopień<sup>50</sup>. Jeżeli w składowej spójności znajduje się kilka wierz-

<sup>49</sup> Składowa spójności grafu  $G$  jest to taki maksymalny (ze względu na liczbę wierzchołków) podgraf grafu  $G$ , który jest grafem spójnym, tzn. między każdą parą wierzchołków w tym podgrafie istnieje marszruta (możliwość

chołków, które mają ten sam stopień, to wybieramy taki, że zmienna z nim związana jest naj- silniej skorelowana ze zmienną objaśnianą spośród wszystkich pozostałych wierzchołków o tym samym stopniu. Jeśli mimo to wartości współczynników korelacji są równe dla kilku zmiennych (wierzchołków) o tym samym stopniu, to wszystkie one wchodzą do zbioru zmiennych objaśniających.

### 3.1.2 Wybór postaci analitycznej modelu

W poprzednim punkcie przedstawiliśmy sposoby prowadzące do decyzji, które ze zmiennych kandydujących do roli objaśniających ostatecznie zostaną w tej roli „obsadzone”, zamieniając się w ten sposób z kandydatek w zmienne objaśniające. Efektem tych działań jest otrzymanie załączka struktury modelu w postaci:

$$Y = f(X) + \xi$$

gdzie:

$Y$  – zmienna objaśniana;

$X$  – wektor zmiennych objaśniających;

$\xi$  – składnik losowy.

Następny etap prac – to pełna konstrukcja modelu, tj. określenie jak, według jakich formalnych związków  $Y$  zależy od  $X$ , czyli należy w podanym wzorze nieokreślony symbol  $f$  zastąpić konkretną postacią analityczną.

Etap wyboru postaci analitycznej modelu jest bardzo istotną częścią procesu budowy modelu ekonometrycznego. Niestety nie jest to łatwy etap<sup>51</sup>. Problem wyboru postaci funkcyjnej modelu jest stosunkowo prosty tylko w przypadku modeli z jedną zmienną objaśniającą. Można wówczas nanieść na wykresie punkty, których współrzędne odpowiadają danym empirycznym: (zmienna objaśniająca, zmienna objaśniana) i na podstawie *analizy graficznej*

---

przejścia z jednego wierzchołka do drugiego w sposób bezpośredni lub pośredni (poprzez inne wierzchołki i gałęzie je łączące)). Przypominamy również, że podgraf grafu tworzymy w ten sposób, że wybieramy dowolne wierzchołki grafu  $G$  i wszystkie gałęzie, które między tymi wierzchołkami istniały w grafie  $G$ . W konsekwencji - maksymalny podgraf spójny jest to taki podgraf grafu  $G$ , że nie można już dodać żadnego innego wierzchołka do tego podgrafu, aby nowy podgraf, który w ten sposób by powstał był nadal grafem spójnym.

<sup>50</sup> Stopień wierzchołka grafu jest to liczba wszystkich gałęzi incydentalnych z tym wierzchołkiem, tzn. jest to suma łuków „wchodzących” do danego wierzchołka, łuków „wychodzących” z danego wierzchołka, krawędzi dochodzących do wierzchołka i pętli znajdujących się przy tym wierzchołku.

<sup>51</sup> Proponuje się stosować metody heurystyczne, analizy graficznej (oceny wzrokowej wykresów rozrzutu), itp.

zdecydować, która ze znanych postaci funkcji najlepiej przybliżałaby zachowanie się punktów na płaszczyźnie. W przypadku modeli wielorównaniowych oraz jednorównaniowych z wieloma zmiennymi objaśniającymi, zadanie to znacznie się komplikuje. Często bardzo pomocne na tym etapie są intuicja i doświadczenie budującego model. Nie mniej ważną rolę odgrywa znajomość badanego zjawiska pozwalająca ustalić, przynajmniej w przybliżony sposób, wpływ jednych zmiennych na inne. W praktyce wykorzystuje się wiele postaci analitycznych (funkcyjnych) zależności między zmiennymi. Do najczęściej stosowanych należą następujące funkcje: liniowa o jednej zmiennej, liniowa o wielu zmiennych, wykładnicza, potęgowa, Törnquista (I, II i III), wielomian  $n$ -tego stopnia<sup>52</sup>, logistyczna, logarytmiczna, logarytmiczno-liniowa i inne [22].

### 3.1.3 Estymacja parametrów modelu

Estymacja<sup>53</sup> parametrów modelu ekonometrycznego jest zadaniem niejednokrotnie trudnym<sup>54</sup>. Rodzaj zastosowanej estymacji zależy od charakteru modelu (statyczny czy dynamiczny, liniowy czy nieliniowy, jednorównaniowy czy wielorównaniowy).

W modelach jednorównaniowych statycznych i liniowych (lub nieliniowych, ale sprowadzalnych do liniowych względem parametrów) stosuje się **klasyczną metodę najmniejszych kwadratów** polegającą na takim doborze parametrów (współczynników) modelu, aby minimalizować sumę kwadratów reszt modelu, stanowiących różnicę między wartościami empirycznymi i wartościami wynikającymi z modelu (teoretycznymi)<sup>55, 56</sup>.

<sup>52</sup> Aproksymacja punktów empirycznych wielomianem  $n$ -tego stopnia sprowadza się do wyboru stopnia tego wielomianu. Należy zwrócić uwagę na to, że na mocy twierdzenia Weierstrassa wiemy, że wielomiany tworzą zbiór gęsty w zbiorze funkcji ciągłych na przedziale domkniętym. Zatem dowolną funkcję ciągłą na pewnym przedziale można aproksymować wielomianem  $n$ -tego stopnia z dowolnie pożądaną dokładnością.

<sup>53</sup> Estymacja statystyczna to problem oszacowania, na podstawie danych z próby, wartości zmiennych egzogenicznych i endogenicznych, parametrów strukturalnych w taki sposób, aby w określonym sensie zminimalizować (zaobserwowane) zakłócenia.

<sup>54</sup> Z praktycznego punktu widzenia – nie. Istnieje bowiem spora liczba programów i specjalistycznych pakietów programowych do obróbki statystycznej danych empirycznych (Stare Quattro Pro i Lotus 1-2-3, Statgraphics, MicroTSP, PC-GIVE, Statistica, Mathematica, itp., Excel)

<sup>55</sup> Opis werbalny, formalny, proceduralny (*podwójnej*) metody najmniejszych kwadratów znaleźć można w (prawie) każdej monografii z dziedziny ekonometrii. W celu uzyskania kompletnej analizy numerycznej tej metody polecamy monografię Studenta. Dryja, J. i J.. Jankowscy, *Przegląd metod i algorytmów numerycznych*, WNT, 1982, s. 141 – 153.

<sup>56</sup> W omawianym przypadku dobrze jest zwrócić uwagę na twierdzenie R. Frischa i F. V. Waugh: „Estymacja parametrów liniowego równania regresji metodą najmniejszych kwadratów na podstawie odchyleń od trendu liniowych daje takie same wyniki, jakie otrzymuje się po wprowadzeniu do równania zmiennej czasowej”. Wnioskiem wynikającym z tego twierdzenia jest to, że wprowadzenie zmiennej czasowej (lub jej funkcji) do modelu przyczynowo – skutkowego, jako zmiennej objaśniającej, eliminuje trend ze wszystkich występujących w nim zmiennych. [18, s. 14 i dalej]

W przypadku modeli dynamicznych (tzn. takich, w których w równaniach opisującym zmienną endogeniczną  $y_t$  występuje również ta zmienna opóźniona np. o jeden okres, tzn.  $y_{t-1}$ ) także stosuje się klasyczną metodę najmniejszych kwadratów. Jednak wymaga ona w tych modelach, aby składniki losowe były nieskorelowane, tzn., aby  $Cov(\xi_t, \xi_{t-1}) = 0$ , co znacznie utrudnia proces estymacji, pogarsza dokładność oraz wydłuża jego czas, gdyż należy badać istnienie autokorelacji składnika losowego (lub jej brak) za pomocą specjalnych testów statystycznych (np. testem Durbina-Watsona) [4, s. 54].

Jeszcze bardziej skomplikowany problem estymacji parametrów dotyczy modeli wielorównaniowych. Wybór metody postępowania (estymacji) zależy w tych modelach od charakteru tzw. identyfikowalności równań. Gdy równania są jednoznacznie identyfikowalne korzysta się np. z pośredniej metody najmniejszych kwadratów, gdy zaś równania są niejednoznacznie identyfikowalne, możliwe są dwa sposoby postępowania. Pierwszy z nich to estymacja poszczególnych równań modelu np. podwójną metodą najmniejszych kwadratów, a drugi to estymacja całego modelu np. potrójną metodą najmniejszych kwadratów.<sup>57</sup>

### 3.1.4 Weryfikacja modelu

Etap weryfikacji modelu ekonometrycznego jest jednym z końcowych stadiów jego budowy. Efekt uzyskany w dotychczasowym procesie budowy modelu ekonometrycznego może bowiem budzić wiele wątpliwości, co do jego poprawności. Tym bardziej, że jest on już gotowy do stosowania praktycznego. Należy zatem przeprowadzić możliwie wszechstronną jego weryfikację, aby choć w części przewyciężyć rodzące się wątpliwości. Procedura weryfikacji modelu polega na sprawdzeniu trzech jego właściwości:

1. Stopnia „przylegania” modelu do opisywanego przez niego oryginału;
2. Zestawu zmiennych objaśniających w aspekcie ich wpływu na zmienną objaśnianą;
3. Rozkładu składnika losowego (a właściwie rozkładu reszt) w celu zweryfikowania słuszności założeń, które leżały u podstaw wyboru metody estymacji parametrów.

### 3.2. Prognozowanie na podstawie modeli ekonometrycznych

Na etapie tym, wykorzystując metody statystyki matematycznej<sup>58</sup>, przeprowadza się następujące badania [24, s. 48], [4, s. 46 i dalej]:

- czy oszacowane parametry modelu są istotne statystycznie;

<sup>57</sup> Szerzej o problemach estymacji parametrów modeli ekonometrycznych można przeczytać np. w [25], [38], [48], [144].

<sup>58</sup> Zwłaszcza w teorii hipotez statystycznych określającej zasady postępowania i stosowne testy statystyczne.

- czy model dobrze opisuje badane zależności. Do oceny stopnia dopasowania modelu do danych empirycznych wykorzystuje się np. **współczynnik determinacji  $R^2$**  [4, s. 41], **współczynnik korelacji wielorakiej  $R$  pomiędzy zmienną endogeniczną i zmiennymi objaśniającymi** [4, s. 39], **współczynnik zmienności  $\varphi^2$** ;
- czy reszty modelu (czyli różnice między wartościami teoretycznymi, a wartościami rzeczywistymi) charakteryzują się losowością, symetrią i normalnością a w przypadku szeregów czasowych – czy nie występuje zjawisko autokorelacji reszt modelu. Do badania losowości reszt modelu wykorzystuje się jeden ze **statystycznych testów losowości** (np. test serii). Do zbadania, czy występuje autokorelacja składnika losowego wykorzystuje się np. test Durбина-Watsona [4, s. 54]. W celu zbadania symetrii składnika losowego testuje się hipotezę, że obserwacje odchylające się *in minus* (*in plus*) od wartości teoretycznych stanowią połowę (w sensie probabilistycznym) wszystkich obserwacji. Badanie normalności polega na stwierdzeniu, czy rozkład składnika losowego jest normalny (test Jarque-Bera, Shapiro-Wilka [4, s.60 i dalej], chi-kwadrat Pearsona, test  $\lambda$ -Kolmogorowa itp. [3, s. 178 i dalej], [24])

Ostatecznie za „dobry”, a więc nadający się do praktycznego wykorzystania, uznaje się taki model, w którym [14]:

- a) parametry strukturalne są statystycznie istotne;
- b) wybrane parametry struktury stochastycznej przyjmują wartości arbitralnie uznane za dopuszczalne (np.  $R^2 < R_0^2$ ,  $\varphi^2 < \varphi_0^2$ , gdzie  $R_0^2$  i  $\varphi_0^2$  są tzw. wartościami krytycznymi odpowiednio współczynnika determinacji i współczynnika zmienności);
- c) reszty modelu charakteryzują się pożądanymi własnościami.

### 3.2 Prognozowanie na podstawie modeli jednorównaniowych

Model ekonometryczny jednorównaniowy ogólnie można przedstawić w następującej formie:

$$y_t = f(x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{kt}, \xi_t), \quad t = \overline{1, n}$$

gdzie:

- $y_t$  – wartość zmiennej objaśnianej w chwili  $t$ ;
- $x_{it}$  – wartość  $i$ -tej zmiennej objaśniającej w chwili  $t$ ,  $i = \overline{1, K}$ ;
- $\xi_t$  – wartość składnika losowego w chwili  $t$ ;
- $n$  – liczba obserwacji.

Przedstawiona postać modelu dotyczy modelu statycznego (brak w nim zmiennej objaśnianej opóźnionej). Możemy mieć również do czynienia z modelem, w którym występują zmienne opóźnione. Wówczas modele te nazywane są autoregresyjnymi. Tak zapisany model jest ogólną postacią modelu regresji przy założeniu, że zmienne  $y_t, x_{it}$  są zmiennymi losowymi (dokładniej: realizacjami zmiennych losowych  $Y$  oraz  $X_i$ ). W praktyce, modele tego typu wykorzystuje się do prognozowania średniookresowego takich wielkości, jak: struktura produkcji i konsumpcji, koszty, zyski, wydajność pracy itp.

W dalszych rozważaniach dotyczących prognozowania zjawisk ekonomicznych z wykorzystaniem ekonometrycznych modeli jednorównaniowych, ograniczymy się do funkcji regresji liniowej lub logarytmiczno-liniowej.

Postać funkcji liniowej jest następująca:

$$y_t = \sum_{i=0}^K \alpha_i \cdot x_{it} + \xi_t, \quad t = \overline{1, n}$$

gdzie:

- $y_t$  – wartość zmiennej objaśnianej (endogenicznej) w chwili  $t$ ;
- $x_{it}$  – wartość  $i$ -tej zmiennej objaśniającej w chwili  $t$ , przy czym  $x_{0t} = 1$ ;
- $\alpha_i$  – parametry modelu,  $i = \overline{0, K}$ ;
- $n$  – liczba obserwacji.

Postać funkcji logarytmiczno-liniowej jest następująca:

$$\ln y_t = \sum_{i=0}^K \alpha_i \cdot \ln x_{it} + \xi_t, \quad t = \overline{1, n}$$

W klasycznej analizie regresji przyjmuje się pewne założenia, co do zmiennych występujących w modelu oraz ich charakteru. W przypadku, gdy prognozujemy na podstawie

modelu regresji, wówczas założenia te stanowią część tzw. **założeń prognostycznych**. Oto one [31, s. 27]:

### Założenie 1

Model w postaci  $f_t$  jest niezmienniczy ze względu na obserwacje, tzn.

$$f_1 = f_2 = \dots = f$$

Zakłada się tzw. stabilność strukturalną modelu. Oznacza ona, że postać modelu i wzajemne oddziaływania zmiennych są stałe aż do momentu okresu prognozowanego włącznie. Tym samym zakłada się, że związki między badanymi zmiennymi występujące w przeszłości będą takie same w przyszłości. Jest to bardzo silne założenie, często mało realistyczne. Jednak jego uchylenie prowadzi do modeli o zmiennych (w czasie) parametrach, modeli przełącznikowych i innych bardziej skomplikowanych konstrukcji formalnych.

### Założenie 2

Model regresji jest liniowy względem parametrów:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot x_{1t} + \alpha_2 \cdot x_{2t} + \dots + \alpha_k \cdot x_{kt} + \xi_t$$

Liniowa postać badanej funkcji pozwala na korzystanie z dość prostych metod estymacji. Należy podkreślić, że wymagamy, aby funkcja była liniowa względem parametrów, a nie względem zmiennych. Daje to bardzo duże możliwości stosowania funkcji nieliniowych, które przez proste przekształcenie (tzw. linearyzację<sup>59</sup>) można sprowadzić do postaci liniowej względem parametrów.

### Założenie 3 (warunek identyfikacji)

Zmienna objaśniająca jest nielosowa, jej wartości są ustalonymi liczbami rzeczywistymi. Założenie to pozwala wykorzystać w analizie reguł elementarnej statystyki, ponieważ rozkład zmiennej objaśnianej  $Y_t$  nie jest warunkowy względem  $X_{it}$ . Konsekwencją tego są następujące zależności:

$$E\{Y_t | X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{kt}\} = E\{Y_t\}$$

$$V\{Y_t | X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{kt}\} = V\{Y_t\}$$

<sup>59</sup> Przykłady funkcji nieliniowych sprowadzalnych do postaci liniowej względem parametrów – patrz [31, s.28]

Uchylenie założenia nie pociąga za sobą żadnych konsekwencji zarówno dla własności estymatorów, jak i wnioskowania statystycznego, pod warunkiem, że zmienna objaśniająca  $X_t$  i składniki losowe  $\xi_t$  są niezależne lub nieskorelowane o rozkładach normalnych.

#### Założenie 4

Składnik losowy  $\xi_t$  ma rozkład normalny  $N(0, \sigma)$ . Rodzaj tego rozkładu wynika z założenia, że wraz ze wzrostem wielkości próby wszystkie rozkłady statystyczne są zbieżne do rozkładu normalnego, a także dlatego, że odchylenie zmiennej losowej od jej wartości średniej uważa się za błąd podlegający "prawu błędów" wyrażonemu przez rozkład normalny.

Dodatkowo przyjmuje się, że

$$E\{\xi_t\} = 0, \quad t = \overline{1, n}$$

co oznacza, iż występujące zakłócenia, które reprezentuje składnik losowy  $\xi_t$  mają tendencję do wzajemnej redukcji. Uchylenie tego założenia powoduje, że estymatory uzyskane metodą najmniejszych kwadratów i estymatory pokrewne przestają być nieobciążone.

#### Założenie 5 (sferyczność składnika losowego)

a) brak autokorelacji składnika losowego, tzn.

$$\text{Cov}(\xi_t, \xi_\tau) = 0 \quad t \neq \tau$$

b) niezmienność (*inwariantność*) w czasie wariancji składnika losowego (tzw. *homoskedastyczność*), tzn.

$$V\{\xi_t\} = \sigma^2 \quad t = \overline{1, n}$$

#### Założenie 6

Informacje zawarte w próbie są jedynymi, na których podstawie dokonuje się estymacji parametrów modelu.

Powyższe założenia nazywa się w literaturze założeniami schematu **Gaussa-Markowa** i definiują one tzw. *standardowy model liniowy regresji*.

### 3.2.1 Estymacja parametrów modelu

Zajmiemy się obecnie problemem estymacji parametrów modelu (4.3.2). Parametry tego modelu estymuje się klasyczną metodą najmniejszych kwadratów. Funkcja kryterium dla tego modelu, którą należy zminimalizować, ma postać:

$$\Psi = \sum_{t=1}^n e_t^2 = \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2 = \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t) = \sum_{t=1}^n (y_t - a_0 - a_1 \cdot x_{1t} - a_2 \cdot x_{2t} - \dots - a_K \cdot x_{Kt})^2$$

gdzie:

- $e_t$  – reszta modelu,  $e_t = (y_t - \hat{y}_t)$
- $a_0, a_1, \dots, a_K$  – estymatory (oszacowania) parametrów odpowiednio  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_K$  modelu;
- $y_t$  – wartość rzeczywista (empiryczna) zmiennej endogenicznej w chwili  $t$ ;
- $\hat{y}_t$  – wartość teoretyczna (z modelu) zmiennej endogenicznej w chwili  $t$ .
- $x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{Kt}$  – wartości zmiennych egzogenicznych (objaśniających) w chwili  $t$ ;

tzn. minimalizujemy sumę kwadratów różnic pomiędzy wartościami empirycznymi ( $y_t$ ) a teoretycznymi ( $\hat{y}_t$ ).

W przypadku dużych modeli czasami wygodniej jest przedstawić funkcję kryterium w zapisie macierzowym. Ma ona wówczas postać:

$$\begin{aligned} \Psi &= e^T \cdot e = (y - X \cdot a)^T \cdot (y - X \cdot a) = \\ &= y^T \cdot y - a^T \cdot X^T \cdot y - y^T \cdot X \cdot a + a^T \cdot X^T \cdot X \cdot a = \\ &= y^T \cdot y - 2 \cdot a^T \cdot X^T \cdot y + a^T \cdot X^T \cdot X \cdot a \end{aligned}$$

gdzie:

$e$  – wektor reszt modelu

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}, \text{ przy czym } e^T \cdot e = \sum e_t^2;$$

Aby wyznaczyć wektor

$y$  – wektor empirycznych wartości zmiennych endogenicznych:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{bmatrix};$$

$X$  – macierz zaobserwowanych wartości zmiennych objaśniających:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & \dots & x_{k2} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 1 & x_{1n} & \dots & x_{kn} \end{bmatrix}$$

$a$  – wektor ocen parametrów modelu

$$a = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_k \end{bmatrix}$$

Należy zauważyć, że  $\hat{y} = X \cdot a$ , gdzie  $\hat{y}$  oznacza wektor teoretycznych wartości zmiennych endogenicznych, tzn.

$$\hat{y} = \begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \hat{y}_n \end{bmatrix}$$

Aby wyznaczyć wektor  $a$ , należy obliczyć pochodną funkcji względem wektora  $a$  i przyrównać ją do zera. Pochodna ta jest równa:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial a} = -2 \cdot X^T \cdot y + 2 \cdot X^T \cdot X \cdot a$$

co po przyrównaniu do zera daje:

$$-2 \cdot X^T \cdot y + 2 \cdot X^T \cdot X \cdot a = 0$$

gdzie  $0$  jest wektorem kolumnowym o  $K+1$  wierszach, którego składowymi są zera. Ostatecznie otrzymujemy:

$$X^T \cdot X \cdot a = X^T \cdot y$$

Po lewostronnym pomnożeniu lewej i prawej strony równania przez  $(X^T \cdot X)^{-1}$  otrzymujemy wzór na wektor  $a$  ocen parametrów:

$$a = (X^T \cdot X)^{-1} \cdot X^T \cdot y$$

gdzie:

$$X^T \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_{K1} & x_{K2} & \dots & x_{Kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{K1} \\ 1 & x_{12} & \dots & x_{K2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_{1n} & \dots & x_{Kn} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} n & \sum_{t=1}^n x_{1t} & \dots & \sum_{t=1}^n x_{Kt} \\ \sum_{t=1}^n x_{1t} & \sum_{t=1}^n x_{1t}^2 & \dots & \sum_{t=1}^n x_{1t} \cdot x_{Kt} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \sum_{t=1}^n x_{Kt} & \sum_{t=1}^n x_{Kt} \cdot x_{1t} & \dots & \sum_{t=1}^n x_{Kt}^2 \end{bmatrix}$$

oraz

Obliczając macierz odwrotną do macierzy  $X^T \cdot X$  otrzymujemy<sup>66</sup>

<sup>66</sup> Przy odwróceniu macierzy skorzystamy ze wzoru: jeśli  $A$  jest macierzą odwrotną do  $B$  o wymiarach  $2 \times 2$ :

$$X^T \cdot y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ x_{k1} & x_{k2} & \dots & x_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^n y_t \\ \sum_{t=1}^n x_{1t} \cdot y_t \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \sum_{t=1}^n x_{kt} \cdot y_t \end{bmatrix}$$

Należy zauważyć, że w przypadku najprostszego modelu regresji liniowej z jedną zmienną objaśniającą, tzn. dla modelu:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot x_{1t} + \zeta_t$$

otrzymujemy:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} \\ 1 & x_{12} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ 1 & x_{1n} \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{bmatrix}, \quad a = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

oraz

$$X^T \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_{11} & 1 & \dots & x_{1n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & x_{11} \\ 1 & x_{12} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ 1 & x_{1n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum_{t=1}^n x_{1t} \\ \sum_{t=1}^n x_{1t} & \sum_{t=1}^n x_{1t}^2 \end{bmatrix}$$

$$X^T \cdot y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^n y_t \\ \sum_{t=1}^n x_{1t} \cdot y_t \end{bmatrix}$$

Obliczając macierz odwrotną do macierzy  $X^T \cdot X$  otrzymujemy<sup>60</sup>:

<sup>60</sup> Przy odwracaniu macierzy skorzystamy ze znanego wzoru na macierz odwrotną m: o wymiarach  $2 \times 2$ :

$$(X^T \cdot X)^{-1} = \frac{1}{n \cdot \sum_{t=1}^n x_{1t}^2 - \left(\sum_{t=1}^n x_{1t}\right)^2} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^n x_{1t}^2 & -\sum_{t=1}^n x_{1t} \\ -\sum_{t=1}^n x_{1t} & n \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\sum_{t=1}^n x_{1t}^2}{n \cdot \sum_{t=1}^n x_{1t}^2 - \left(\sum_{t=1}^n x_{1t}\right)^2} & \frac{-\sum_{t=1}^n x_{1t}}{n \cdot \sum_{t=1}^n x_{1t}^2 - \left(\sum_{t=1}^n x_{1t}\right)^2} \\ \frac{-\sum_{t=1}^n x_{1t}}{n \cdot \sum_{t=1}^n x_{1t}^2 - \left(\sum_{t=1}^n x_{1t}\right)^2} & \frac{n}{n \cdot \sum_{t=1}^n x_{1t}^2 - \left(\sum_{t=1}^n x_{1t}\right)^2} \end{bmatrix}$$

Wobec tego wektor  $a$  ocen parametrów modelu (4.3.14) będzie miał postać:

$$a = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sum_{t=1}^n x_{1t}^2 \cdot \sum_{t=1}^n y_t - \sum_{t=1}^n x_{1t} \cdot \sum_{t=1}^n x_{1t} \cdot y_t}{n \cdot \sum_{t=1}^n x_{1t}^2 - \left(\sum_{t=1}^n x_{1t}\right)^2} \\ \frac{-\sum_{t=1}^n x_{1t} \cdot \sum_{t=1}^n y_t + n \cdot \sum_{t=1}^n x_{1t} \cdot y_t}{n \cdot \sum_{t=1}^n x_{1t}^2 - \left(\sum_{t=1}^n x_{1t}\right)^2} \end{bmatrix}$$

czyli otrzymujemy (po podzieleniu licznika i mianownika obu składowych wektora przez  $n$ ):

$$a_1 = \frac{\sum_{t=1}^n x_{1t} \cdot y_t - \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n x_{1t} \cdot \sum_{t=1}^n y_t}{\sum_{t=1}^n x_{1t}^2 - \frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{t=1}^n x_{1t}\right)^2}$$

oraz

$$a_0 = \frac{1}{n} \cdot \left( \sum_{t=1}^n y_t - a_1 \cdot \sum_{t=1}^n x_{1t} \right)$$

Otrzymaliśmy więc znane wzory na obliczanie parametrów prostego modelu regresji liniowej.

### 3.2.2 Weryfikacja parametrów modelu

Oszacowanie parametrów modelu jest tylko jednym z etapów budowy modelu ekonometrycznego. Kolejnym etapem jest oszacowanie parametrów struktury stochastycznej modelu (parametrów rozkładu składnika losowego), które pozwalają wnioskować o „dobroci” dopasowania modelu do posiadanych danych empirycznych. Część z tych parametrów została już zaprezentowana w punkcie dotyczącym mierników jakości modelu (np. wariancja  $s^2$  składnika resztowego modelu, odchylenie standardowe  $s$  składnika resztowego, współczynnik determinacji  $R^2$ ). Poznane tam oraz nowe mierniki jakości dopasowania modelu są podane poniżej.

#### 1. Wariancja $s^2$ składnika resztowego modelu:

$$s^2 = \frac{1}{n-K} \cdot \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2$$

gdzie  $n$  oznacza liczbę obserwacji a  $K$  - liczbę estymowanych parametrów modelu.

Wariancję  $s^2$  możemy również liczyć ze wzoru macierzowego:

$$s^2 = \frac{1}{n-K} \cdot (y^T \cdot y - y^T \cdot X \cdot a)$$

#### 2. Odchylenie standardowe $s$ składnika resztowego modelu:

$$s = \sqrt{s^2}$$

#### 3. Współczynnik determinacji $R^2$ :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2} = 1 - \frac{y^T \cdot y - y^T \cdot X \cdot a}{(y - \bar{y})^T \cdot (y - \bar{y})}, \quad R^2 \in [0,1]$$

Im  $R^2$  bliższe jedności, tym model jest lepiej dopasowany.

#### 4. Współczynnik zbieżności $\varphi^2$ :

$$\varphi^2 = 1 - R^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2} = \frac{y^T \cdot y - y^T \cdot X \cdot a}{(y - \bar{y})^T \cdot (y - \bar{y})}, \quad \varphi^2 \in [0,1]$$

Im  $\varphi^2$  bliższe zero, tym model jest lepiej dopasowany,  $R \in [0,1]$

#### 5. Współczynnik korelacji wielorakiej $R$ :

$$R = \sqrt{1 - \varphi^2} = \sqrt{R^2}$$

#### 6. Macierz wariancji – kowariancji estymatorów parametrów:

$$D^2(a) = s^2 \cdot (X^T \cdot X)^{-1}$$

Szczególne znaczenie mają elementy znajdujące się na głównej przekątnej tej macierzy. Określają one wariancje estymatorów parametrów. Pierwiastki z nich, to błędy średnie szacunku parametrów modelu. Poza główną przekątną znajdują się kowariancje estymatorów parametrów.

#### 7. Współczynnik wyrazistości $w$ (zmienności) reszt modelu:

$$w = \frac{s}{y} \cdot 100\%$$

określa średnią różnicę między wartością powyższych modelu, powyższych wartością empiryczną, powyższych więc określa zmiennosc tych różnic. Im współczynnik wyrazistości jest mniejszy, tym lepiej.

### 3.2.3 Pomiar dokładności prognoz

Większość w praktyce stosowanych syntetycznych miar dokładności prognoz zakłada *implicite*, że wartości wszystkich zmiennych, występujących w modelu, są znane dla okresu prognozy [39, s. 208 i dalej]<sup>61</sup>. Poszczególne miary różni w zasadzie tylko sposób, w jaki agregowane są błędy  $e_t$ . Każda z nich eksponuje jedną inną cechę wektora  $e_{(t)}$  i żadna nie zdobyła sobie tak dominującej pozycji, jak współczynnik determinacji  $R^2$  przy ocenie wyników estymacji.

<sup>61</sup> Porównaj także listę standardowych błędów predykcji w różnych pakietach programowych.

(1) Średni błąd (ang. average error, AE lub mean error, ME):

$$ME = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S (\hat{y}_s - y_s)$$

(2) Średni błąd procentowy (ang. average percentage error - APE, lub mean percentage error - MPE):

$$MPE = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \frac{(\hat{y}_s - y_s)}{y_s} 100$$

lub:

$$\overline{MPE} = \frac{\sum_{s=1}^S (\hat{y}_s - y_s)}{\sum_{s=1}^S y_s} 100$$

Ze względu na to, iż odmiennie niż dotychczas, błąd został zdefiniowany jako różnica między wartością prognozowaną a rzeczywistą, dodatnie wartości powyższych miar świadczą o przeszacowaniu badanej zmiennej w prognozie.

Oczywista wada powyższych miar jest to, iż błędy dodatnie są redukowane przez błędy ujemne. Cechy tej pozbawione są błędy absolutne.

(3) Średni absolutny błąd (ang. average absolute error - AAE lub mean absolute error - MAE):

$$MAE = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S |\hat{y}_s - y_s|$$

(4) Średni absolutny błąd procentowy (ang. average absolute percentage error - AAPE lub mean absolute percentage error - MAPE):

$$MAPE = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \left| \frac{\hat{y}_s - y_s}{y_s} \right| 100$$

lub:

$$\overline{MAPE} = \frac{\sum_{s=1}^S |\hat{y}_s - y_s|}{\sum_{s=1}^S y_s} \cdot 100$$

Porównanie błędu średniego ze średnim błędem absolutnym (a także odpowiednio błędów procentowych) dostarcza ważnej informacji o tym, czy wartości otrzymane w prognozie są systematycznie niższe lub wyższe od wartości zaobserwowanych, czy też są różnokierunkowe.

Błędy procentowe (MPE i MAPE) pozwalają porównywać ze sobą różne modele, jednak dają wadliwą informację w przypadku szeregów, których wartości są bliskie zera (np. deflatorów). Wówczas wykorzystuje się miary, zdefiniowane jako ilorazy średnich, tzn.  $\overline{MPE}$  i  $\overline{MAPE}$ .

Zazwyczaj, za szczególnie niepożądane uważa się występowanie błędów nietypowo dużych, na których obecność może wskazać analiza błędów średniokwadratowych.

(5) **Błąd średniokwadratowy** (ang. *mean square error - MSE*):

$$MSE = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S (\hat{y}_s - y_s)^2$$

Interpretację błędu średniokwadratowego ułatwia jego dekompozycja na trzy składowe:

$$MSE = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S (\hat{y}_s - y_s)^2 = (\bar{\hat{y}} - \bar{y})^2 + (\sigma_{\hat{y}} - \sigma_y)^2 + 2(1-r)\sigma_{\hat{y}}\sigma_y,$$

gdzie  $\bar{\hat{y}}$ ,  $\bar{y}$ ,  $\sigma_{\hat{y}}$  oraz  $\sigma_y$  oznaczają odpowiednio wartości średnie i odchylenia standardowe

zmiennych  $\hat{y}$  i  $y$  natomiast  $r$  – współczynnik korelacji pomiędzy nimi.

Definiując powyższe składniki jako udziały w MSE, mamy ostatecznie:

$$U^M = \frac{(\bar{\hat{y}} - \bar{y})^2}{MSE}$$

$$U^S = \frac{(\sigma_{\hat{y}} - \sigma_y)^2}{MSE}$$

$$U^C = \frac{2(1-r)\sigma_{\hat{y}}\sigma_y}{MSE}$$

gdzie zachodzi oczywiście:  $U^M + U^S + U^C = 1$ .

Współczynnik  $U^M$  mierzy odchylenie średniej wartości prognozowanej od średniej wartości empirycznej i jeśli różni się od zera, wskazuje na występowanie systematycznego błędu w prognozie (obciążenia). Wartości  $U^M$  powyżej 0,1 uważa się zwykle za powód do respecyfikacji równania.

Współczynnik  $U^S$  mierzy stopień odwzorowania przez model wariancji zmiennej objaśnianej. Duże wartości tego współczynnika są dowodem na to, że zmienność zmiennej prognozowanej jest niedostateczna lub nadmierna, w stosunku do zmienności empirycznej. To również może prowadzić do wniosku o konieczności respecyfikacji równania.

Współczynnik  $U^C$  jest miarą błędu niesystematycznego, pozostającego po wyeliminowaniu obciążenia i błędu wariancji:

$$U^C = 1 - U^M - U^S.$$

Nierealistyczne jest oczekiwanie, że wartości prognozowane będą dokładnie równe wartościom empirycznym. Idealny wszakże rozkład błędu ma miejsce gdy  $U^M = U^S = 0$ ,  $U^C = 1$ .

(6) **Procentowy błąd średniokwadratowy** (ang. *mean square percentage terror - MSPE*):

$$MSPE = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \left( \frac{\hat{y}_s - y_s}{y_s} \right)^2 100$$

lub:

$$\overline{MSPE} = \frac{\sum_{s=1}^S (\hat{y}_s - y_s)^2}{\sum_{s=1}^S y_s^2} 100$$

(7) **Pierwiastek błędu średniokwadratowego** (ang. *root mean square terror - RMSE*):

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{S} \sum_{s=1}^S (\hat{y}_s - y_s)^2}.$$

(8) **pierwiastek procentowy błędu średniokwadratowego** (ang. *root mean square percentage terror - RMSPE*):

$$RMSPE = \sqrt{\frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \left( \frac{\hat{y}_s - y_s}{y_s} \right)^2} \cdot 100$$

lub:

$$\overline{RMSPE} = \sqrt{\frac{\sum_{s=1}^S (\hat{y}_s - y_s)^2}{\sum_{s=1}^S y_s^2}} \cdot 100.$$

Istotne różnice pomiędzy MAE i RMSE (oraz odpowiednio MAPE i  $\overline{MAPE}$  i  $\overline{RMSPE}$ ,  $\overline{RMSPE}$ ) sygnalizują występowanie błędów o skrajnych wartościach.

(9) *Współczynnik rozbieżności I* (ang. *inequality coefficient*):

$$U1 = \frac{\sqrt{\frac{1}{S} \sum_{s=1}^S (\hat{y}_s - y_s)^2}}{\sqrt{\frac{1}{S} \sum_{s=1}^S y_s^2} + \sqrt{\frac{1}{S} \sum_{s=1}^S y_s^2}}$$

Licznik powyższego wzoru jest pierwiastkiem błędu średniokwadratowego (RMSE), mianownik zaś został dobrany w taki sposób, że  $U1 \in \langle 0,1 \rangle$ . Jeśli w prognozie równanie w sposób doskonały replikuje wartości empiryczne, tzn. dla każdego  $s: \hat{y}_s = y_s$ , to  $U1$  osiąga lewy kraniec przedziału; w przeciwnym przypadku  $U1 = 1$ . Niskie wartości  $U1$  wskazują zatem na dużą dokładność prognoz.

Niestety, mianownik powyższego wzoru nie posiada interpretacji. Miarą pozbawioną tej wady jest  $U2$ .

(10) *Współczynnik rozbieżności II*:

$$U2 = \frac{\sqrt{\frac{1}{S} \sum_{s=1}^S (\hat{y}_s - y_s)^2}}{\sqrt{\frac{1}{S} \sum_{s=1}^S y_s^2}}$$

W przypadku prognoz pokrywających się z wartościami empirycznymi  $U2$  równy jest zero. Niestety powyższy współczynnik rozbieżności nie jest ograniczony z góry i może przyjmować dowolnie dużą wartość, która świadczy wówczas o złej prognozie. Wartość 1 odpowiada prognozom, w których przyjmuje się zerową wartość prognozowaną, co w odnie-

sieniu do poziomów zwykle nie ma sensu. Dlatego zaproponowano, aby alternatywnie stosować współczynniki rozbieżności dla zmian (przyrostów) zmiennej prognozowanej.

(11) Współczynniki rozbieżności I II dla różnic:

$$U1_{\Delta} = \frac{\sqrt{\frac{1}{S} \sum_{s=1}^S (\Delta \hat{y}_s - \Delta y_s)^2}}{\sqrt{\frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \Delta \hat{y}_s^2} + \sqrt{\frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \Delta y_s^2}}$$

$$U2_{\Delta} = \frac{\sqrt{\frac{1}{S} \sum_{s=1}^S (\Delta \hat{y}_s - \Delta y_s)^2}}{\sqrt{\frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \Delta y_s^2}}$$

W przypadku prognoz status quo ( $\Delta \hat{y}_t = 0$ ) współczynnik  $U2_{\Delta} = 1$  natomiast  $U2_{\Delta} > 1$  świadczą o tym, że prognoza jest gorsza od takiej, w której zakłada się brak zmian. Jeżeli natomiast prognozowane zmiany byłyby systematycznie niedoszacowywane, tzn.:  $\Delta \hat{y}_t = k \Delta y_t$ , gdzie  $k \in (0,1)$ , wówczas  $U2_{\Delta} = 1 - k$ .

Współczynniki  $U1_{\Delta}$  i  $U2_{\Delta}$  mierzą zdolność modelu do prognozowania punktów zwrotnych. Za ich pomocą można także porównywać ze sobą wyniki prognoz pochodzących z modeli, w których wykorzystuje się dane o różnej częstotliwości (np. roczne i kwartalne). Zamiast różnic absolutnych można w powyższych wzorach zastosować różnice względne (tempa wzrostu).

Prognoza optymalna musi być nieobciążona i efektywna, z czego wynika, iż wartość oczekiwana błędu prognozy równa jest zeru, a sam błąd nie może być objaśniony przez żadną ze zmiennych zawartych w zbiorze informacji. Błąd prognozy i zmienna prognozowana są wówczas niezależne. Mamy zatem:

$$E(y_{T+s}) = E(\hat{y}_{T+s})$$

oraz:

$$D^2(y_{T+s}) = D^2(\hat{y}_{T+s}) + D^2(e_{T+s}),$$

$$\text{gdzie: } y_{T+s} = \hat{y}_{T+s} + e_{T+s}.$$

Z powyższego wzoru wynika, że w przypadku prognoz optymalnych wariancja predyktora musi być mniejsza od wariancji rzeczywistej zmiennej, trudno bowiem zakładać, iż

$D^2(e_{T+s}) = 0$ . Rozważaną prognozę można by zatem uznać za optymalną, jeśli na podstawie modelu:

$$y_{T+s} = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{y}_{T+s} + e_{T+s}$$

udałoby się poprawnie zweryfikować zespół hipotez:

$$H_0 : \alpha_0 = 0 \wedge \alpha_1 = 1$$

$$H_1 : \alpha_0 \neq 0 \vee \alpha_1 \neq 1.$$

Otrzymanie estymatorów zgodnych w przypadku zastosowania klasycznych metod estymacji jest jednak uwarunkowane nieskorelowaniem zmiennej  $\hat{y}_{T+s}$  i błędów  $e_{T+s}$ , co w praktyce jest spotykane bardzo rzadko. Ponadto testy wymagają, aby  $e_{T+s} : N(0, \sigma_e^2 I)$ , co również nie jest spełnione, najczęściej bowiem występuje autokorelacja błędów prognozy.

Wskaźnik efektywności rozważanej prognozy można zdefiniować jako relację wariancji jej błędu do wariancji błędu prognozy optymalnej. Kłopot polega jedynie na tym, iż ta ostatnia jest zwykle nieznaną.

Reasumując, można wskazać co najmniej cztery przyczyny komplikujące określenie optymalności – i szerzej – dokładności prognoz na podstawie porównania ich z szeregami prognozowanymi (rzeczywistymi).

*Po pierwsze*, własności wykorzystywanych predyktorów są odmienne od optymalnych. Wartość oczekiwana błędu prognozy nie równa się zeru i jest ona zwykle skorelowana z predyktorem, co powoduje niespełnienie obydwu relacji zdefiniowanych wzorami i (7.65).

*Po drugie*, stosowane, syntetyczne miary dokładności prognoz nie są niezmiennicze względem transformacji dokonywanych na porównywanych szeregach (szereg rzeczywisty i prognozowany). W efekcie otrzymywane wyniki zależą w znacznym stopniu od tego, czy ocena dokładności prognozy dotyczy poziomów, czy np. (względnych) przyrostów. W tym pierwszym przypadku z powodu zintegrowania większości makrokategorii, błędy prognozy okażą się zwykle nieduże, a miary dokładności dadzą podstawę do pozytywnej oceny predykcyjnych własności modelu. Wnioski mogą być diametralnie odmienne, jeśli będziemy badać zdolność do prognozowania zmian, porównując ze sobą (względne) przyrosty.

*Po trzecie*, nie tylko brak jest optymalnych prognoz, których wariancja mogłaby posłużyć do określenia jakości" rozważanych predyktorów, ale także ogólnie akceptowanych poglądów dotyczących osiągalnych granic dokładności prognoz. Jedynie w przypadku poziomów głównych makrokategorii, takich, jak np. dochód narodowy, nakłady inwestycyjne konsumpcja indywidualna oraz zbiorowa itd., uważa się, iż błąd nie powinien przekraczać

l%. Dla niższego szczebla agregacji, a zwłaszcza zmiennych finansowych, np. kursu walutowego, dopuszcza się błędy powyżej 20% lub w ogóle nie precyzuje się stopnia dokładności.

*Po czwarte*, część rozbieżności między prognozą (*ex ante*) a późniejszą realizacją ma swoje źródło w niemożliwych do przewidzenia zmianach polityki gospodarczej, klęskach żywiołowych, niepokojach społecznych (np. strajkach) itp. Wielu jednak prognostyków próbuje tymi wyłącznie przyczynami tłumaczyć nietrafność swoich przewidywań. Prawdą jest jednak, że wyodrębnienie *ex post* wpływu takich zdarzeń na przebieg procesów ekonomicznych nie jest możliwy i dlatego łatwo przypisać im rolę sprawczą.

Dodajmy, że najczęściej prognozowanie jest pewnym procesem, co oznacza, iż badacz po upływie określonego czasu, np. kwartału, półrocza lub roku ponawia prognozę. Powstają wówczas tzw. prognozy "kroczące", o ciągle wydłużającym się horyzoncie, ale obejmujące zwykle taką samą liczbę okresów (np. 5 lat). Biorąc pod uwagę, że wariancja prognozy rośnie wraz z oddaleniem od ostatniego okresu objętego próbą, powstaje pytanie, co powinno być przedmiotem porównań: pełna j prognoza czy też ciąg złożony z wielu prognoz, z których wybrano projekcję dotyczącą pierwszego (drugiego, ...) okresu?

Możliwości zwiększenia dokładności prognoz są w praktyce ograniczone. Jednocześnie zespoły prognozujące mają tendencję do poszukiwania "obiektywnych przyczyn" wyjaśniających duże błędy. Nie w pełni uczciwe postępowanie w tym zakresie można żartobliwie podsumować w postaci ośmiu poniższych "złotych zasad" prognostyka, których oczywiście nie należy stosować.

*Po pierwsze*, unikaj precyzji. Podawaj prognozy dla kategorii, które trudno zidentyfikować (np. o innej podstawie cen stałych) lub takich, które nie występują w innych prognozach albo oficjalnych dokumentach rządowych. Wystrzegaj się konkretnych terminów, używając określeń typu: "na przełomie roku", "w końcu dekady", "po spełnieniu wymienionych warunków" itd.

*Po drugie*, postaraj się udowodnić, że prognoza na skutek działania *vis major* przestała być aktualna, lecz zarówno narzędzie (tj. model), metoda, jak i sposób przygotowania samej prognozy (tj. kompetencje zespołu) były na najwyższym poziomie (np. "zmiana systemu podatkowego w ostatnim czasie nie mogła zostać uwzględniona ani w modelu, ani też w prognozie, co stało się obiektywną przyczyną błędów").

*Po trzecie*, wykaż, że to nieprzewidziane zmiany zmiennych egzogenicznych spowodowały powstanie błędów prognozy. Tutaj możliwości jest wiele: polityka rządu, anomalie pogodowe, nagłe kryzysy na rynkach finansowych, wzrosty cen surowców itd.

Po czwarte, spróbuj udowodnić, iż prognoza była trafna, ale spełniła ona rolę ostrzegawczą, wywołała odpowiednią reakcję ze strony np. rządu lub banku centralnego, na skutek czego faktyczny przebieg zdarzeń okazał się inny od przewidywanego.

Po piąte, podkreśl występowanie problemu złej jakości danych, co odbija się zarówno na jakości modelu, założeń przyjmowanych w prognozie, jak i wynikach samej prognozy. Niewyczerpane możliwości dają w tym zakresie procesy, które są trudno rejestrowane statystycznie, np. handel przygraniczny, bezrobocie itd. Cenny jest też zawsze argument "szarej strefy", "drugiej gospodarki", "nie rejestrowanego przepływu" itp. Można również uwypuklać ułomności niektórych kategorii, wynikające z ich zdefiniowania, np. "produkcja w przedsiębiorstwach zatrudniających powyżej 20 pracowników jest oczywiście obciążonym miernikiem rzeczywistych zmian, z czym związane są błędy prognozy".

Po szóste, zrób wszystko, aby wywód był niejasny, używając ekonometryczno – statystycznego żargonu, np. "fakt zintegrowania procesów nie został uwzględniony w prognozie, ale wprowadzenie dodatkowych korekt wynikających z obecnego trendu stochastycznego i uwzględnienie silnej sezonowości pozwoliłoby na znaczne zmniejszenie błędów" lub "jeśli zamiast korekt wyrazów wolnych dokonać na podstawie symulacji *ex post* kalibracji odpowiednich parametrów strukturalnych modelu i rezultaty wykorzystać w alternatywnym scenariuszu prognostycznym, wówczas błędy będą wielokrotnie mniejsze".

Po siódme, udowodnij, że co prawda dla części kategorii błędy są duże, ale przecież dla wielu innych prognoza jest trafna. Pomocne jest tutaj odwoływanie się do agregatów, jeśli ujemne i dodatnie błędy w składnikach kompensują się wzajemnie. Analogicznie można odpychać zarzuty, posługując się agregacją w czasie (np. "pomimo, iż nie udało się poprawnie odwzorować tendencji w poszczególnych kwartałach, to jednakże prognoza średniorocznego tempa była bardzo dobra").

Po ósme, stwierdź, że przecież wszyscy robią błędy i każda prognoza jest nimi obciążona, twoja zaś należy do grupy, bez wątpienia, pod wieloma względami najlepszych.

## 4 Zastosowanie modeli ekonometrycznych w badaniach potencjału bojowego

Wykorzystanie modeli ekonometrycznych w naukach wojskowych, szczególnie do prowadzenia analiz rozwoju potencjału bojowego sił zbrojnych jest możliwe i wydaje się być uzasadnione.

Z metod prostych, możliwych do bezpośredniego i łatwego zastosowania (dzięki mnogości narzędzi badawczych w postaci komputerowych pakietów statystycznych) zasadne jest rekomendowanie metody tendencji rozwojowej, której przykłady realizacji zostały przedstawione w p.2.6. Niemniej, aby prowadzić badania statystyczno – ekonometryczne, należy posiadać wystarczający materiał empiryczny w postaci danych pomiarowych. Opracowanie danych empirycznych dotyczących potencjału bojowego nie jest ani łatwe, ani szybkie. Wymaga systematycznych badań. Zawsze też wzbudza niedosyt, ze względu na słabości metodologiczne operacjonalizacji i kwantyfikacji tego pojęcia.

Po opracowaniu danych pomiarowych możemy prowadzić analizy tego typu w czterech kategoriach:

1. **Diagnoza** (ocena) wartości<sup>62</sup>  $x_0$  badanego przedmiotu  $X_0$  w ustalonej chwili (okresie) czasie  $t_0$ ;
2. **Analiza porównawcza** badanego przedmiotu  $X_0$  w zbiorze  $\{X_1, \dots, X_N\}$  innych przedmiotów w ustalonej chwili (okresie) czasie  $t_0$  - *analiza w szeregu rozdzielczym*;
3. **Dynamiczna analiza** rozwojowa badanego przedmiotu  $X_0$  w zbiorze  $\{t_1, \dots, t_T\}$  ustalonych chwil (okresów) czasu - *analiza w szeregu czasowym*;
4. **Dynamiczna analiza porównawcza** badanego przedmiotu  $X_0$  w zbiorze  $\{X_1, \dots, X_N\}$  innych przedmiotów w zbiorze  $\{t_1, \dots, t_T\}$  ustalonych chwil (okresów) czasu;

w aspekcie **retrospektywnym** i **prospektywnym**. Mają tu zastosowanie właśnie **metody tendencji rozwojowej** (na podstawie najlepiej dopasowanej funkcji aproksymującej dane empiryczne).

<sup>62</sup> W ogólności użyteczności, jeżeli pozyskana ocena jest względna, tj. odniesiona do podmiotu oceniającego, posiadającego określony system wartości i określone cele.

Nadto, jeżeli badany przedmiot opiszemy  $M$  – wymiarowym wektorem jego cech (atrybutów):  $\{C_1, \dots, C_M\}$ , wówczas mamy do czynienia z **metodami taksonomii** (klasyfikacji, dyskryminacji, itp.), ogólnie – z **wielowymiarową analizą porównawczą**.

W tym przypadku poszukiwać możemy (i określać ilościowo) związki i zależności pomiędzy wyróżnionymi cechami badanych przedmiotów w szeregach rozdzielczych i / lub czasowych w aspekcie **retrospektywnym** i **prospektywnym**. Mają tu zastosowanie właśnie **metody modelowania ekonometrycznego** (na podstawie najbardziej adekwatnego modelu (funkcji regresji) wiążącego zmienną endogeniczną ze zmiennymi egzogenicznymi).

#### 4.1 Podstawowe zagadnienia metodologiczne

Można zatem, postawić hipotezę, że w badanym przedmiocie - potencjale bojowym<sup>63</sup> zachodzą także pewne prawidłowości, które można wykryć, a więc można ustalić, w jaki sposób jedne wielkości zależą od innych wielkości i zależności takie wyrazić ilościowo.

Jednak natychmiast nasuwa się pytanie: kiedy mamy prawo twierdzić, że wykryliśmy „ilościową prawidłowość” lub że „wielkość  $y$  zależy od wielkości  $x_1, \dots, x_k$ ”. A przecież niejednokrotnie podejmując decyzję zakładamy, że pomiędzy badanymi wielkościami zachodzą pewne ilościowe zależności. I nie tylko, że bierzemy je pod uwagę, ale musimy je brać! Choć nie zastanawialiśmy się dotąd bliżej nad tym, skąd wiemy (lub przypuszczamy), że tego rodzaju zależności zachodzą. (Zakładamy, że wypowiedzi przełożonego nie stanowią wystarczającego uzasadnienia!/). Zadawanie tego rodzaju pytania nie jest potrzebne, jeżeli badane zależności mają charakter *techniczny* lub *definicyjny*.

Na przykład w ekonomii, posługiwanie się tą lub inną *funkcją produkcji* oznacza przyjęcie hipotezy, że w życiu gospodarczym zachodzi pewna „ilościowa prawidłowość”, a więc hipotezy wymagającej empirycznej weryfikacji. Ekonometrycy starają się wykrywać tego rodzaju ilościowe prawidłowości (zależności) nie mające charakteru technicznego lub definicyjnego.

Na tle mnogości tego rodzaju badań, bardzo potrzebnych dla zdobycia podstawy do podjęcia racjonalnej decyzji, przewidywania przyszłego przebiegu zjawisk i wpływania na te,

<sup>63</sup> Potencjał bojowy jest tylko konstruktem logicznym, nie posiadającym samodzielnego bytu, zatem nie istnieje sam w sobie. Jest funkcją (pochodną) wielu różnych czynników: znanych i nieznanymi, mierzalnych, i niemierzalnych, itp. Jest także zależny od czasu, a zatem dynamiczny, a nie statyczny, przy czym jaki charakter mają te zmienni i od czego zależą - nie wiadomo.

których bezpośrednio nie możemy wywoływać, bardzo istotne znaczenie ma pytanie: *kiedy możemy twierdzić, że między pewnymi wielkościami zachodzi zależność*. Jak się okazuje - odpowiedzieć na to pytanie, nie jest łatwo.

Gdy mówimy o zależności między pewnymi wielkościami nieodparcie nasuwa się na myśl pojęcie funkcji opisującej współzmiennosc tych wielkości, i to nie "byle jakiej" funkcji, ale funkcji ciągłej i dającej się wyrazić możliwie "prostym" równaniem<sup>64</sup>.

Jeżeli dostatecznie liczne wyniki obserwacji  $k+1$  wielkości  $y, x_1, \dots, x_k$  spełniają dokładnie równanie pewnej „prostej” ciągłej funkcji  $k$  zmiennych

$$y = f(x_1, \dots, x_k)$$

nie mamy wątpliwości, że wykryta została ilościowa prawidłowość (że między  $y$  a  $x_1, \dots, x_k$  zachodzi zależność). Rzecz jednak w tym, że w naukach wojskowych takich zależności nie spotykamy. Mówimy więc o zachodzeniu zależności między badanymi wielkościami w pewnym odmiennym, trudnym zresztą do sprecyzowania, znaczeniu. Uważamy, że wykryliśmy zależność, gdy do wyników obserwacji pewnych wielkości "dość dobrze pasuje" pewna funkcja ciągła, określona możliwie "prostym" równaniem<sup>65</sup>.

Ogólnie, zadajmy sobie przede wszystkim pytanie, dlaczego wyniki obserwacji pewnych wielkości badanej dziedziny przedmiotowej nie dają się z reguły opisać za pomocą pewnych "prostych" funkcji ciągłych. Jest to pytanie natury filozoficznej, na które trudno dać sprecyzowaną i uzasadnioną odpowiedź, ale wobec którego można zająć pewne stanowisko. Bardzo interesujące wyjaśnienie tego problemu przedstawił pierwszego. Czerwieński na gruncie ekonomii<sup>66</sup>.

Według pierwszego z nich (nazwijmy je *deterministycznym*) do wyników obserwacji wielkości ekonomicznych można by w zasadzie dopasować dokładnie pewne funkcje ciągłe - *ilościowe prawa ekonomiczne*. Takie prawa byłyby jednak skomplikowanymi funkcjami wielu zmiennych, i trudno je wykryć, brak nam bowiem wiedzy o tym, które wielkości na badaną wielkość wpływają, brak materiałów empirycznych i możliwości obliczeniowych. Zjawiska

<sup>64</sup> Funkcja z matematycznego punktu widzenia w sposób jednoznaczny przyporządkowuje każdemu układowi wartości zmiennych niezależnych pewną wartość zmiennej zależnej. Jakkolwiek byłyby obserwacje dwóch wielkości  $y$  i  $x$  to, jeżeli tylko tej samej zaobserwowanej wartości zmiennej  $x$  nie odpowiada więcej niż jedna zaobserwowana wartość  $y$ , to zawsze wtedy wskazać możemy taką funkcję  $f$ , że  $y = f(x)$  pasującą dokładnie do wyników obserwacji. W badanych zjawiskach wojskowych, ekonomicznych, itp. może być różnie, o dużych (przypadkowych albo systematycznych) wahaniami.

<sup>65</sup> Starając się opisać współzmiennosc badanych wielkości za pomocą „prostych” funkcji szukamy takich ciągłych funkcji, że stosunkowo łatwo jest badać metodami analizy matematycznej i dla których można wskazać możliwie nieskomplikowaną procedurę rachunkową, prowadzącą do dopasowania takiej funkcji do wyniku obserwacji.

<sup>66</sup> Patrz Z. Czerwieński, *Matematyka na usługach ekonomii*, PWN, 1984, s.413.

ekonomiczne są więc - w myśl tego stanowiska - zdeterminowane w nie mniejszym stopniu niż zjawiska fizyczne, ale wykrycie ilościowych praw rządzących tymi zjawiskami jest o wiele trudniejsze.

Według drugiego stanowiska - które nazwiemy *probabilistycznym* - poszukiwanie ciągłych funkcji, które dokładnie opisywałyby, jak zmieniają się jedne wielkości ekonomiczne przy zmianach zachodzących w innych wielkościach, jest skazane na niepowodzenie, nawet gdybyśmy brali pod uwagę bardzo wiele oddziałujących na siebie wielkości i dopuszczali funkcje o bardzo zawiłych postaciach. Można natomiast traktować pewne układy wielkości ekonomicznych jak dwu- lub więcej wymiarowe *zmiennie losowe* i badać je metodami opracowanymi przez rachunek prawdopodobieństwa i statystykę matematyczną. Między wielkościami ekonomicznymi zachodzą, co najwyżej *zależności stochastyczne*, co znaczy, że warunkowy rozkład prawdopodobieństwa jednej wielkości zmienia się wraz ze zmianą wartości drugiej wielkości lub pewnego układu innych wielkości. Z uwagi na losowy charakter wielkości badanych przez ekonomistę ilościowe prawa ekonomiczne dające się opisać ściśle za pomocą pewnych funkcji ciągłych w ogóle nie istnieją<sup>67</sup>.

Trzecie stanowisko jest pewnego rodzaju kompromisem między stanowiskiem czysto deterministycznym i czysto probabilistycznym. Kompromis ten polega na tym, że uznaje się, iż wielkościami ekonomicznymi rządzą pewne "prawa", które są one zakłócone przez działanie *składników losowych*. Zależność wielkości ekonomicznej  $y$  od wielkości  $X_1, \dots, X_k$  opisuje się ogólnie wzorem

$$y = f(x_1, \dots, x_k, \xi),$$

gdzie  $\xi$  oznacza tzw. *składnik losowy*. Gdyby składnik losowy był równy zeru, to między  $y$  a  $X_1, \dots, X_k$  zachodziłaby ścisła zależność

$$y = f_0(X_1, \dots, X_k) = f(X_1, \dots, X_k),$$

o której jednak nie stwierdzamy wskutek działania składnika losowego.

Nasuwa się pytanie, co to jest składnik losowy. Określa się go na ogół jako "łączny efekt oddziaływania na zmienną  $y$  wszystkich czynników, które nie zostały uwzględnione *explicite* jako zmienne objaśniające" (tzn. wpływ, jaki na  $y$  wywierają pewne wielkości różne od  $x_1, \dots, x_k$ ). Formalnie składnik  $\xi$  traktuje się jako zmienną losową o wartości średniej równej zeru i skończonej wariancji. Takie traktowanie składnika losowego pozwala na stosowa-

nie przy budowie równań opisujących zależności między wielkościami ekonomicznymi pojęć i twierdzeń rachunku prawdopodobieństwa statystyki matematycznej.

Przyjmując stanowisko ekonometryków w odniesieniu do problemów ekonomicznych, i akceptując ich (rozsadną) interpretację dotyczącą problemów modelu ekonometrycznego i wnioskowania na jego podstawie, możemy postąpić podobnie. Badane zjawiska z dziedziny wojskowej są bodaj jeszcze bardziej skomplikowane, nadto nie realizujące się, nie weryfikują się, albo przynajmniej nie skutkują w sposób obserwowalny! Skąd zatem, dane empiryczne?

## 4.2 Informacja statystyczna w badaniach potencjału bojowego

Można wyróżnić trzy kategorie (źródła) danych o badanym przedmiocie. Ogólnie mówiąc są to:

- **Kalkulacje, obliczeniowe;**
- **Oszacowania eksperckie;**
- **Wyniki symulacji.**

**Dane kalkulacyjne** uzyskujemy na podstawie obliczeń wykonanych na ściśle określonych wzorach, w których występujące zmienne przyjmują określone, skończone wartości. Mniej istotna jest tutaj poprawność formuły obliczeniowej. Jeżeli tylko przeświadczeni jesteśmy o tym, że wyrażenie właściwie opisuje zjawisko, albo występuje zgodność specjalistów z danej dziedziny w tym zakresie, wówczas nie mamy podstaw poddawać w wątpliwość jej słuszność. Chyba, że postawimy hipotezę będącą negacją powyższego i statystycznie (a więc w sensie określonego prawdopodobieństwa) zweryfikujemy ją pozytywnie.

Jeżeli badane zjawisko jest niemierzalne, albo nie poddawane było formalizacji analitycznej, wówczas jego oceny uzyskać możemy w procesie **badania eksperckiego**. Aby zagwarantować możliwie wysokie przeświadczenie o poprawności uzyskanych oszacowań zastosować można jedną z dwóch metod:

- Zwiększać możliwie licznosc zbioru ekspertów wypowiadających się w danym problemie;
- Wymagać rygorystycznie stosowania metod proceduralnych szacowania badanych wielkości przez ekspertów.

Metoda pierwsza jest oczywista i nie wymaga komentarza. Natomiast w klasie metod drugich wymienić można: metodę **porównywania parami**<sup>68</sup> (polegającą na wymuszeniu, aby ekspert wypowiedział się nie tylko co do tego, który z badanych dwóch obiektów w sensie przyjętego kryterium uznaje za lepszy (korzystniejszy), ale także o wskazanie wielkości przewyższania jednego nad drugim), **Metodę Electre**<sup>69</sup>, **metoda miary względnej** (*case measure of relative value*)<sup>70</sup>

**Wyniki eksperymentów symulacyjnych**<sup>71</sup> uzyskujemy z eksperymentów badawczych przeprowadzanych na systemie symulacyjnym. Jest to oczywiście seria, odpowiednio zaplanowanych i przeprowadzonych eksperymentów, w których wykryć i określić chcemy pewien hipotetyczny związek pomiędzy wyróżnionymi zmiennymi. Model symulacyjny powinien oczywiście być adekwatny do oryginału, a dane będące wynikiem eksperymentów powinny być poddać obróbce statystycznej (ekonometrycznej).

#### 4.3 Stosowanie opisowych modeli ekonometrycznych w badaniach potencjałowych

Przedstawimy obecnie pewną konceptualizację zastosowań modeli ekonometrycznych w analizach potencjałowych, będącą wynikiem analizy systemowej dziedziny przedmiotowej. Stwierdzamy, że wartość potencjału bojowego sił zbrojnych jest proporcjonalna do ilości i jakości sprzętu bojowego (**potencjału rażenia**) i stanu osobowego (**potencjału ludzkiego**).

Siły zbrojne jako system działają w określonym otoczeniu. Wyróżnić zatem można otoczenie wewnętrzne, charakteryzowane uwarunkowaniami wewnętrznymi i otoczenie zewewnętrzne, charakteryzowane uwarunkowaniami międzynarodowymi. Na potrzeby niniejszej pracy przyjęte zostało przedstawione na rys. 12 środowisko sił zbrojnych.

<sup>68</sup> Patrz: R. Wieleba, J. Wocial, *Model oceny potencjału bojowego sił zbrojnych NATYO. Wielokryterialna ocena potencjału bojowego sił zbrojnych państw NATO*, AON, 2002. Metodę tę autorzy opracowali w postaci skoryszty w Excelu. Kilka algorytmów, dwuwartościowego, trójwartościowego i wielowartościowego rozróżnienia pomiędzy badanymi obiektami znaleźć można w książce: St. Krawczyk, *Matematyczna analiza sytuacji decyzyjnych*, PWE, 1990, s.31. Metodę tę zastosował także prof. Saaty z USA w konstrukcji modelu ocenowego do rozwiązywania problemów decyzyjnych w warunkach pewności. Metoda nazywa się *ExpertChoice*.

<sup>69</sup> Patrz Sienkiewicz P., R. Wieleba, J. Wocial, *Wielowariantowa analiza decyzyjna w warunkach niepewności i ryzyka. Metoda wielokryterialnej oceny wariantów i wyboru wariantu optymalnego*. AON, 2002.

<sup>70</sup> patrz R. L. Ackoff, *Decyzje optymalne w badaniach stosowanych*, PWN, s. 123. Znaleźć tu można jeszcze inne metody.

<sup>71</sup> R. Wieleba, J. Wocial, *Symulacyjny model walki na szczeblu taktycznym. Użytkowanie symulacyjnych systemów walki*, AON, 2003.

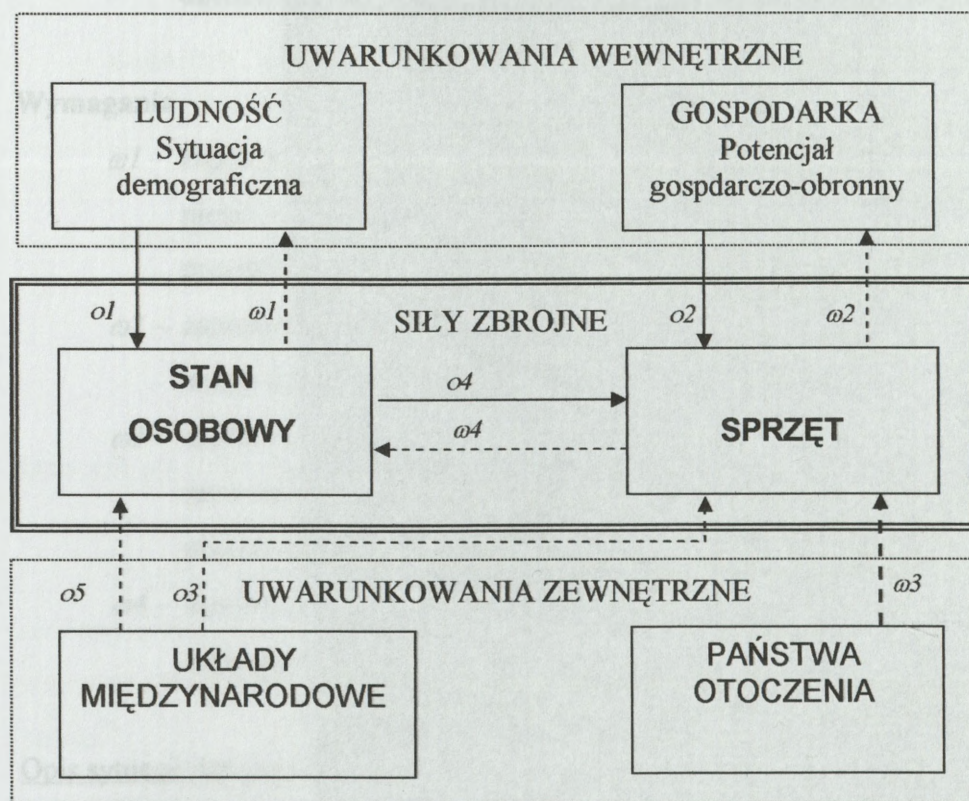
O aktualnej wartości potencjału obronnego sił zbrojnych decydują<sup>72</sup> z jednej strony – potrzeby stanowiące o wymaganiach, z drugiej możliwości, stanowiące o ograniczeniach.

O potrzebach decydują w głównej mierze:

- sytuacja międzynarodowa, możliwości sił zbrojnych potencjalnych przeciwników
- możliwości sił zbrojnych potencjalnych sojuszników.

Natomiast o możliwościach wystawienia i utrzymania określonych sił zbrojnych dysponujących wystarczającym potencjałem, decydują:

- aktualna i prognozowana sytuacja polityczna
- sytuacja społeczno-gospodarcza



Rys.12. Siły zbrojne i ich otoczenie

<sup>72</sup> R. Kulczyki, J. Gogolewski, J. Wocial, *Metoda określania wielkości sił zbrojnych na poziomie niezbędnie wystarczającym*, AON, 1993.

Ponizej przedstawiona jest krótka charakterystyka relacji typu „ograniczenia” i relacji typu „wymagania” (zgodnie z rys. 12):

#### **Ograniczenia:**

- o1* – ograniczenia możliwości zaspokajania potrzeb sił zbrojnych w zakresie stanu osobowego wynikają z sytuacji demograficznej państwa;
- o2* – ograniczenia ilościowo-jakościowe w zakresie techniki bojowej wynikają z wartości potencjału gospodarczo-obronnego państwa;
- o3* – ograniczenia ilościowe w zakresie techniki bojowej; wynikają z podpisanych lub jednostronnie narzuconych (np. embargo) układów międzynarodowych;
- o4* – ograniczenia w zakresie stanu osobowego niezbędnego do obsługi techniki bojowej;
- o5* – ograniczenia ilościowe stanu osobowego sił zbrojnych wynikające z umów międzynarodowych.

#### **Wymagania**

- w1* – zapotrzebowanie sił zbrojnych na stan osobowy wynika z konieczności zapewnienia odpowiedniej ilości ludzi do obsługi techniki bojowej i zabezpieczenia procesów realizowanych w siłach zbrojnych;
- w2* – zapotrzebowanie sił zbrojnych na technikę bojową (ilościowe i jakościowe) ze strony gospodarki narodowej;
- w3* – zapotrzebowanie sił zbrojnych na technikę bojową wynika z konieczności zrównoważenia możliwości rażenia sił zbrojnych potencjalnego (-nych) przeciwnika (-ów);
- w4* – szacowane zapotrzebowanie sił zbrojnych na stan osobowy niezbędny do zabezpieczenia działalności sił zbrojnych.

#### Opis sytuacji demograficznej w odniesieniu do sił zbrojnych

- Dane źródłowe;
- Liczba ludności;
- Liczba mężczyzn w wieku 13 – 32 lat;
- Budżet obronny
- Stan osobowy sił zbrojnych

Wskaźnikami obliczonymi na podstawie powyższych danych za pomocą modeli ekonometrycznych mogą być następujące wskaźniki, których „standardowy” związek ilościowy chcemy określić statystycznie:

- **wskaźnik militaryzacji społeczeństwa**, tzn. procentowy udział żołnierzy w społeczeństwie:

$$WM = \frac{L_z}{L} \cdot 100 (\%)$$

- **wskaźnik militaryzacji mężczyzn w wieku 13-32 lata:**

$$WM_m = \frac{L_z}{L_m} \cdot 100 (\%)$$

- **wskaźnik nakładów budżetowych na 1000 żołnierzy w roku:**

$$WB = \frac{B}{L_z} \cdot 1000 \text{ (mln \$ / rok)}$$

- **wskaźnik „obciążenia” stanu osobowego sił zbrojnych ich potencjałem rażenia**, (liczba jednostek potencjału rażenia / 1000 żołnierzy):

$$WO_{sz} = \frac{PR}{L_z} \cdot 10^3 \text{ (jedn. pot. raż.)}$$

- **wskaźnik „obciążenia” społeczeństwa potencjałem rażenia** (w jednostkach potencjału rażenia /  $10^5$  ludności):

$$WO_{sp} = \frac{PR}{L} \cdot 10^5 \text{ (jedn. pot. raż.)}$$

#### Opis sytuacji gospodarczej w odniesieniu do sił zbrojnych

Sytuacja ekonomiczna państwa oceniana będzie na podstawie wartości potencjału obronno-ekonomicznego<sup>73</sup>. Przez pojęcie potencjału obronno - ekonomicznego rozumie się zdolność sił ekonomicznych do wykonania maksymalnej produkcji wojennej w określonym czasie<sup>74</sup>.

Danymi podstawowymi (źródłowymi) są:

- potencjał rażenia sił zbrojnych (PR) (jedn. pot. rażenia),
- potencjał obronno-ekonomiczny,
  - o wg Fuch'a ( $PO_{EF}$ ) (jedn. potencjału)

<sup>73</sup> L. Urbański, M. Sułek, J. Płaczek – „Potencjał obronno-ekonomiczny i wydatki wojskowe”, AON 1992

<sup>74</sup> M. Sułek, *Podstawy potegonomii i potegometrii*, Wyd. Wyższa Szkoła Ekonomii i Administracji w Kielcach, 2001.

- wg Sułka ( $PO_{E_S}$ ) (jedn. pot.)
- budżet państwa ( $B_C$ ) (bn \$)

Wskaźnikami obliczonymi na podstawie powyższych danych za pomocą modeli ekonometrycznych mogą być następujące wskaźniki, których „standardowy” związek ilościowy chcemy określić statystycznie:

- **wskaźnik nakładów** gospodarki narodowej na potencjał bojowy:

- wg Fuchs'a:

$$WN_F = \frac{PO_{E_F}}{PR}$$

- wg Sułka

$$WN_S = \frac{PO_{E_S}}{PR}$$

- **wskaźnik militaryzacji ekonomicznej :**

$$WME = \frac{B_{MON}}{B_C}$$

Systematyczne badanie, choćby tylko powyżej przedstawionych związków w szeregach czasowych i rozdzielczych, powinno pozwolić oszacować relacje ilościowe pomiędzy tymi wielkościami i określić ilościowo, pewne zakresy prawidłowości ich wartości.

Aspekty związane bezpośrednio z walką zbrojną, jak i efektywnością zgrupowań wojsk w działaniach wojennych określane raczej powinno być w oparciu o modele symulacyjne i realizację na nich szeroko rozumianych eksperymentów symulacyjnych. Posiadając adekwatny system symulacyjny można zakładać występowanie różnorodnych związków pomiędzy wyróżnionymi zmiennymi i weryfikować je za pomocą stosownych modeli ekonometrycznych. W ten sposób prowadzenie badań na modelu może dostarczyć nam materiału statystycznego, który traktowany jako wyniki doświadczeń prowadzonych bezpośrednio na systemie, powinien być poddany „obróbce” za pomocą metod właściwych dla ekonometrii, a rekomendowanych w niniejszym opracowaniu.

## Zakończenie

W pracy przedstawione zostały podstawy prognozowania rozwoju potencjału bojowego sił zbrojnych w kwantytatywnym ujęciu. Rozważania dotyczyły teorii prognozowania w aspekcie metodologicznym i merytorycznym. Główne metody zostały poparte badaniami empirycznymi, z których wyniki zostały przedstawione.

W opracowaniu skoncentrowano uwagę na problemach wyrażenia potencjału bojowego sił zbrojnych w mierze ilościowej, a więc nad operacjonalizacją tego pojęcia. Omówiono uproszczenia dokonane w procesie modelowania ogólnoteoretycznego pojęcia *potencjał bojowy* do postaci skalarnej. Operacjonalizacja oparta została na przyjętym w naukach wojskowych pojęciu *jednostkowego wskaźnika jakości* jako ilościowej mierze potencjału bojowego pojedynczego systemu broni. I chociaż niedostatki i redukcjonizm takiego ujęcia są powszechnie znane, a adekwatność modelu nieokreślona, to jest powszechnie stosowany (np. w modelach symulacyjnych walki zbrojnej). Wynika to z prostej konieczności.

Następnie omówione zostały metody prognozowania ekonometrycznego: (1) w oparciu o szeregi czasowe i (2) przyczynowo – skutkowe na podstawie modeli jednorównaniowych. Prognozowanie w oparciu o szeregi czasowe dostarcza stosunkowo prostej metody tendencji rozwojowej. Nadto badany przedmiot pozbawiony jest wahań sezonowych, a cykle „koniunkturalne” obserwowane mogą być raczej w długim okresie czasu. Składowa losowa wyniku raczej z niedokładności danych źródłowych, których pozyskanie sprawia największy kłopot. W oparciu o modele jednorównaniowe wykrywać można związki pomiędzy badanymi zmiennymi i na tej podstawie wnioskować o rozwoju zmiennej objaśnianej na skutek założonych zmian zmiennych objaśniających.

Opracowanie, będące syntezą badań tak empirycznych, jak i apriorycznych, które autorzy przeprowadzili, powinno przyczynić się do powszechniejszego stosowania metod ilościowej oceny sił zbrojnych i ich potencjału bojowego. Siła metod ilościowych tkwi w tym, że wykrywane związki, zależności i tendencje określane są (w sposób potwierdzony statystycznie) na podstawie empirycznej, a nie tylko metodami indukcyjno – dedukcyjnymi.

## Bibliografia

1. Bartosiewicz St., *Ekonometria*, PWE, 1989
2. Ciastoń S – *Ekonomiczne aspekty obronności*, MON, Warszawa 1972
3. Cieślak M., *Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowania*, PWE, 1997
4. Dorosiewicz Sł. i in., *Ekonometria*, Wyd. AGH, 1998
5. Czerwieński Z., *Matematyka na usługach ekonomii*, PWN, 1984
6. Czerwieński Z., Guzik A., *Prognozowanie ekonometryczne*, PWE, 1980
7. Dupuy T., N. – *Liczby, prognozy i wojna. Cz.1. Ilościowo – jakościowa metoda oceny zdolności bojowej i prognoz wyników walki*. Instytut Badań Strategiczno – Obronnych ASG WP, Warszawa 1984 (tłumaczenie z angielskiego)
8. Ficoń K. – *Symulacyjne modelowanie potencjału bojowego okrętowych sił morskich państw nadbałtyckich w aspekcie prognozowania obronnego*, Zeszyty naukowe AMW nr 124 A, Gdynia 1995
9. Gajda J., *Wielorównaniowe modele ekonometryczne*, PWN, 1988
10. Gajda J., *Prognozowanie i symulacja*. Wyd. Absolwent, 1996
11. Gogolewski J., Wocial J. - *Metody określania jednostkowego wskaźnika jakości*, AON, Warszawa 1993
12. Gogolewski J., Ratajczak M., Wieleba R., Wocial J. – *Koncepcja modelu symulacyjnego systemu obronnego państwa*, praca n-b „Opcja”, Departament Systemu Obronnego MON, Warszawa 1993
13. Gogolewski J., Ratajczak M., Wieleba R., Wocial J. – *Strukturalny model systemu państwa i systemu obronnego państwa*, praca n-b „Opcja”, Departament Systemu Obronnego MON, Warszawa 1994
14. Goryl A. i in., *Wprowadzenie do ekonometrii w przykładach i zadaniach*, PWN, 1999
15. Grabiński T., Wydymus S., Zeliaś A. – *Metody taksonomii numerycznej w modelowaniu zjawisk społeczno – gospodarczych*, PWE, Warszawa 1990
16. Hausteijn H., *Prognozy gospodarcze. Zagadnienia podstawowe. Modele*. PWE, 1972
17. Hellwig Z. (red), *Zarys ekonometrii*, PWE, 1953
18. Hozer J., Zawadzki J., *Zmienna czasowa i jej rola w badaniach ekonometrycznych*, PWN, 1990
19. Kostrzyński R., Papiernik B. – *Ocena wskaźnika jakości sprzętu bojowego*. IV Szkoła Inżynierii Systemów, Kiekrz 1990
20. Krzysztofiak M., *Ekonometria*, PWE, 1978
21. Kulczycki R., Gogolewski J., Ratajczak M., Wieleba R., Wocial J. – *Model walki zbrojnej szczebla operacyjno - strategicznego „SKORPION”*, praca n-b „Sieć”, AON, Warszawa 1995
22. Kulczycki R., Gogolewski J., Ratajczak M., Wieleba R., Wocial J. – *Model walki zbrojnej szczebla strategicznego „MODEL WOJNY”*, praca n-b „Sieć-1”, AON, Warszawa 1997
23. Kukuła K., (red), *Wprowadzenie do ekonometrii w przykładach i zadaniach*, PWN, 1999
24. Manikowski A., Tarapata Z., *Prognozowanie i symulacja rozwoju przedsiębiorstw*, Wyższa Szkoła Ekonomiczna, W-wa, 2002
25. *Metodyka oceny jakościowej uzbrojenia i sprzętu bojowego państw NATO*, Sztab Generalny WP, wewn. 4/174/81, Warszawa 1981
26. Milo Wł., *Nieliniowe modele ekonometryczne*, PWN, 1990
27. Pawłowski Z., *Ekonometria*, PWN, 1969
28. Pawłowski Z., *Prognozy ekonometryczne*, PWN, 1973
29. Pluta W., *Wielowymiarowa analiza porównawcza w modelowaniu ekonometrycznym*, PWN, 1986

30. Ratajczak M., Wieleba R., Mrowiec T. – *Prognozowanie skutków decyzji podejmowanych w działaniach bojowych z zastosowaniem metody modelowania symulacyjnego*, rozprawa doktorska, AON, Warszawa 1991
31. Sadowski W., *Decyzje i prognozy*, PWE, 1981
32. Secomski K., *Prognostyka*, WP, 1971
33. Sienkiewicz P. – *Inżynieria systemów. Wybrane zastosowania wojskowe*, MON, Warszawa 1983.
34. Sienkiewicz P. – *Inżynieria systemów kierowania*. PWE, Warszawa 1988.
35. Sienkiewicz P. – *Analiza systemowa. Podstawy i zastosowania*, Bellona, Warszawa 1994.
36. Sienkiewicz P. – *Teoria efektywności systemów*, Ossolineum, Wrocław 1987.
37. Stanisław T., *Funkcje jednej zmiennej w badaniach ekonometrycznych*, PWN, 1993
38. *Uniwersalna metodyka oceny wartości bojowej uzbrojenia oraz potencjału bojowego związków taktycznych i operacyjnych sił zbrojnych*, MON, WSI, Szt. Gen. 1407/92. Warszawa 1993
39. Welfe A., *Ekonometria. Metody i ich zastosowanie*, PWE, 1998
40. Wielebna R., Wocial J., *Model oceny potencjału bojowego sił zbrojnych państw NATO*, AON, 2002
41. Wielebna R., Wocial J., *Symulacyjny model walki na szczeblu taktycznym. Użytkowanie symulacyjnych systemów walki*, AON, 2003
42. Wocial J., Flanek Cz. – *Modele ocenowe sił zbrojnych. Teoria i praktyka*, AON 1999.
43. Wocial J., Flanek Cz. – *System obronny państwa - modele, analizy, koncepcje oceny. Analiza modeli ocenowych*, AON 2000.
44. Wocial J., *Model oceny potencjału bojowego sił zbrojnych państw NATO. Rozwój potencjału bojowego sił zbrojnych państw NATO w latach 1996 - 2001*. AON 2001
45. /34/ *Współczynniki jakościowe uzbrojenia i sprzętu bojowego wojsk własnych i nieprzyjaciela*, Sztab Generalny WP, wewn. 11/13/84, Warszawa 1984
46. Zeigler B., *Teoria modelowania i symulacji*, PWN, 1984
47. Zeliaś A., *Teoria prognozy*, PWE, 1997

