



AKADEMIA OBRONY NARODOWEJ

NUMERYCZNA MAPA PRZESTRZENI RADIOLOKACYJNEJ

Projekt badawczy typu „grant” nr 0 T00A 021 16

PODSTAWY TEORETYCZNE WYKORZYSTANIA WSPÓŁRZĘDNYCH
GEODEZYJNYCH I KARTOGRAFICZNYCH W ODWZOROWANIU
PRZESTRZENI POWIETRZNEJ

Zadanie badawcze III

60994

Biblioteka Główna
Akademii Obrony Narodowej
S/4363



WARSAWA

2000

AKADEMIA OBRONY NARODOWEJ

WYDZIAŁ WOJSK LOTNICZYCH I OBRONY POWIETRZNEJ



**NUMERYCZNA MAPA PRZESTRZENI
RADIOLOKACYJNEJ**

Projekt badawczy typu "grant" nr 0 T00A 021 16

**PODSTAWY TEORETYCZNE WYKORZYSTANIA
WSPÓLRZĘDNYCH GEODEZYJNYCH
I KARTOGRAFICZNYCH W ODWZOROWANIU
PRZESTRZENI POWIETRZNEJ**

Zadanie badawcze III



Zespół badawczy:

prof. dr hab. inż. Stefan ANTCZAK - kierownik projektu

dr hab. inż. Czesław FLANEK

dr hab. inż. Franciszek MROCZKO

dr inż. Marian KOSELSKI

dr inż. Jerzy JANUSZEWICZ

dr inż. Mirosław CHRZANOWSKI

mgr inż. Jan KUCHARSKI

dr inż. Krzysztof KALIŃSKI

SPIS TREŚCI

strona

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH SKRÓTÓW I OZNACZEŃ	5
WSTĘP	7
1. UZASADNIENIE TAKTYCZNE STOSOWANIA JEDNOLITEGO UKŁADU WSPÓLRZĘDNYCH W RADIOLOKACJI	9
1.1. Przegląd układów współrzędnych wykorzystywanych obecnie dla potrzeb wojskowych	9
1.2. Różnorodność podsystemów przetwarzania informacji o sytuacji powietrznej w systemie OP	11
1.3. Układy współrzędnych lokalnych - źródłem błędów określania pozycji obiektu powietrznego	13
1.4. Działania manewrowe Wojsk Radiotechnicznych	18
1.5. Koncepcja funkcjonowania przyszłościowego systemu rozpoznania przestrzeni powietrznej	21
1.6. Sformułowanie wymagań na układ współrzędnych z punktu widzenia przyszłościowego systemu OP	24
2. WYBRANE UKŁADY WSPÓLRZĘDNYCH WYKORZYSTYWANE	
W GEODEZJI	27
2.1. Współrzędne geograficzne na powierzchni geoidy	27
2.2. Układy współrzędnych na kuli	30
2.2.1. Współrzędne prostokątne przestrzenne	30
2.2.2. Współrzędne geograficzne	31
2.2.3. Współrzędne azymutalne	32
2.3. Układy współrzędnych na elipsoidzie	34
2.3.1. Współrzędne geodezyjne B, L, H	34
2.3.2. Współrzędne ortokartezjańskie X, Y, Z	38
2.4. Współrzędne w odwzorowaniach powierzchni elipsoidy	40
2.4.1. Wiernokątne odwzorowanie elipsoidy na kulę	41
2.4.2. Wiernokątne odwzorowanie elipsoidy na płaszczyznę	44
2.4.3. Odwzorowanie stereograficzne	49
3. PROPONOWANY UKŁAD WSPÓLRZĘDNYCH GEOGRAFICZNYCH- PRZESTRZENNYCH	52
3.1. Budowa układu współrzędnych geograficznych-przestrzennych	52

3.2. Transformacja współrzędnych geograficznych-przestrzennych do układu ortokartezjańskiego i odwrotnie	57
3.3. Transformacja współrzędnych lokalnych do układu współrzędnych geograficznych-przestrzennych.....	58
3.4. Transformacja współrzędnych geograficznych do układu współrzędnych płaskich i odwrotnie	63
3.5. Transformacja współrzędnych geograficznych-przestrzennych do układu współrzędnych lokalnych radaru	67
WNIOSKI KOŃCOWE.....	69
LITERATURA.....	72
ZAŁĄCZNIKI	77
1. Rozwiązywanie zadania geodezyjnego wprost metodą L. Krügera.....	78
2. Rozwiązywanie zadania geodezyjnego wprost w przestrzeni trójwymiarowej..	85
3. Układy współrzędnych topocentrycznych.....	87
4. Współrzędne izometryczne na powierzchni elipsoidy.....	89

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH SKRÓTÓW I OZNACZEŃ

x, y, h – współrzędne prostokątne stosowane w systemach WACŁAW i CYBER

ξ, η, ζ – współrzędne prostokątne prostoliniowe topocentryczne

X, Y, Z – współrzędne ortokartezjańskie geocentryczne określone na elipsoidzie odniesienia

x, y, z – współrzędne ortokartezjańskie geocentryczne określone na kuli

B, L, H – współrzędne krzywoliniowe geodezyjne określone na elipsoidzie odniesienia

D, β, h – współrzędne biegunowe (pomiarowe) radaru

GPS – Global Position System (globalny system pozycyjny)

OVHR – Over Horizon Radar (radar pozahoryzontalny)

WLOP – Wojska Lotnicze i Obrony Powietrznej

WOPL – Wojska Obrony Przeciwlotniczej

WL – Wojska Lądowe

MW – Marynarka Wojenna

ODN – Ośrodek Dowodzenia i Naprowadzania

R_z – promień Ziemi

$$M = \frac{a(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 B)^3}}$$
 – promień krzywizny przekroju południkowego elipsoidy obrotowej

$$N = \frac{a}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 B)}}$$
 – promień krzywizny przekroju prostopadłego do południka w punkcie o szerokości geodezyjnej B

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$
 – kwadrat ekscentryczności liniowej elipsoidy obrotowej

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$$
 – pierwszy mimośród elipsoidy obrotowej spłaszczonej

$$e' = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}}$$
 – drugi mimośród elipsoidy obrotowej spłaszczonej

a – półoś równikowa elipsoidy obrotowej spłaszczonej (dla elipsoidy Krasowskiego

$$a = 6378245 \text{ m.})$$

b – półoś biegunowa elipsoidy obrotowej spłaszczonej (dla elipsoidy Krasowskiego

$$b = 6356863 \text{ m.})$$

α – kąt skręcenia układów współrzędnych prostokątnych lokalnych

φ, λ, W – współrzędne geograficzne na powierzchni geoidy

α, δ – współrzędne azymutalne punktu na kuli

q – szerokość izometryczna na elipsoidzie

D – odległość skośna, mierzona od anteny radaru do obiektu powietrznego

β – azymut obiektu powietrznego

ε – kąt wzniesienia (elewacji) obiektu powietrznego

WSTĘP

Doświadczenia wojen lokalnych, a szczególnie konfliktu na Bliskim Wschodzie dowodzą, że obrona powietrzna jest systemem, od sprawności którego zależy przebieg operacji obronnej, a także funkcjonowanie kraju oraz powodzenie wojsk lądowych. System obrony powietrznej powinien zapewnić dookólną obronę państwa oraz możliwość wielokrotnego oddziaływania na środki napadu powietrznego na dowolnym kierunku operacyjno – powietrznym. Powinien on posiadać dużą elastyczność i manewrowość, a także zapewniać możliwość szybkiej koncentracji wysiłku w wybranym miejscu i czasie w zależności od rozwoju sytuacji. Powinien on również gwarantować ciągłe oddziaływanie na środki napadu powietrznego przeciwnika na całą głębokość obrony, począwszy od rubieży dalekiego podejścia, poprzez granice państwa do obiektów położonych w głębi kraju.

W obecnie funkcjonującym systemie obrony powietrznej wymagania powyższe są trudne do spełnienia głównie ze względu na niespójność struktur dowodzenia oraz obiegu informacji o sytuacji powietrznej. Przeprowadzona ostatnio modernizacja systemu obrony powietrznej zintegrowała bowiem kilka niezależnie funkcjonujących podsystemów. Integracja ta doprowadziła do włączenia w jeden system odrębnych struktur bazujących na sprzęcie automatyzacji dowodzenia posiadającym różny format transmisji danych. Wyklucza to wzajemną kompatybilność tych struktur oraz uniemożliwia wykorzystanie środków walki według jednolitej strategii.

Wydaje się, że najkorzystniejszym i najbardziej perspektywicznym sposobem rozwiązania tego problemu byłoby zastosowanie w systemie obrony powietrznej jednolitego podsystemu zbioru, przetwarzania i obiegu informacji o sytuacji powietrznej. Podsystem ten z kolei powinien bazować na wykorzystaniu układu współrzędnych jednolitego dla wszystkich elementów systemu obrony powietrznej. Koncepcja taka wymaga jednak rozwiązania wielu problemów cząstkowych. Wyniki badań tych problemów przedstawiono w trzech rozdziałach niniejszego opracowania.

W pierwszym z nich przedstawiono przegląd podsystemów przetwarzania informacji o sytuacji powietrznej oraz stosowanych w nich układów współrzędnych ze wskazaniem na ich różnorodność i odrębność. W tym kontekście dokonano analizy potrzeb oraz korzyści wynikających z zastosowania jednolitego układu współrzędnych w systemie rozpoznania radiolokacyjnego. Wskazano tu również czynniki uzasadniające zastosowanie jednolitego układu współrzędnych.

W rozdziale drugim dokonano analizy podstawowych układów współrzędnych wykorzystywanych w geodezji z ukierunkowaniem na wykorzystanie ich w systemie rozpoznania radiolokacyjnego. W tym celu przedstawiono również metody odwzorowania powierzchni elipsoidy na inne powierzchnie. Odwzorowania te przedstawiono w kontekście ich zastosowania do przeliczania współrzędnych punktów geodezyjnych zobrazowanych na różnych płaszczyznach.

W trzecim rozdziale natomiast przedstawiono propozycję zastosowania w systemie radiolokacyjnym obrony powietrznej układu współrzędnych przestrzennych bazujących na układzie współrzędnych geograficznych i nazwano go układem współrzędnych geograficznych-przestrzennych. W rozdziale tym przedstawiono również metody transformacji współrzędnych geograficznych-przestrzennych do innych układów i odwrotnie z ukierunkowaniem na wykorzystanie tych metod w przyszłościowym systemie rozpoznania przestrzeni powietrznej.

Całość opracowania stanowi rozwiązanie problemu badawczego realizowanego w ramach projektu badawczego typu „grant” i zostanie wykorzystana w procesie tworzenia projektu wykonawczego, a następnie oprogramowania „Numerycznej mapy przestrzeni radiolokacyjnej”.

1. UZASADNIENIE TAKTYCZNE STOSOWANIA JEDNOLITEGO UKŁADU WSPÓŁRZĘDNYCH W RADIOLOKACJI

1.1. Przegląd układów współrzędnych wykorzystywanych obecnie dla potrzeb wojskowych

W literaturze przedmiotu badań można znaleźć wiele prac dotyczących konkretnych metod określania pozycji obiektów powietrznych w systemach radiolokacyjnych z wykorzystaniem uproszczonych modeli powierzchni Ziemi [12, 13, 14, 24, 45, 46] oraz opisu błędów określania tej pozycji [20, 28, 34, 43, 49, 54]. Jednak generalnie brak jest publikacji podających szczegóły algorytmów określania pozycji obiektu powietrznego wykorzystujących takie modele powierzchni Ziemi, które wprowadzają minimalne błędy określania tej pozycji w procesie przetwarzania danych w systemie radiolokacyjnym.

W systemach wojskowych stosuje się obecnie dwa rodzaje odwzorowań parametrów położenia obiektów powietrznych w systemach obrony powietrznej:

- odwzorowanie w lokalnych układach współrzędnych,
- odwzorowanie w globalnych układach współrzędnych.

Do lokalnych układów współrzędnych zalicza się układ współrzędnych prostokątnych (x, y, h) stosowany w systemach WACŁAW i CYBER oraz układ prostokątny topocentryczny (x, y, z) oznaczany również odpowiednio (ξ, η, ζ) [10] - patrz zał. 3. Podobny do układu (x, y, h) jest układ współrzędnych topograficznych-przestrzennych (x_A, y_A, h) stosowany w cywilnych systemach zachodnich [14], w których na płaszczyznę styczną w punkcie dyslokacji odbiorcy informacji za pomocą rzutu stereograficznego [10] przekazywane jest położenie obiektu ze źródła. Charakterystyczną cechą lokalnych układów współrzędnych jest to, że aby wyrazić położenie obiektu z układu nadawcy w układzie współrzędnych odbiorcy, należy dokonać transformacji (przekształcenia) współrzędnych obiektu do układu odbiorcy. Metody transformacji współrzędnych zależą od rodzaju przekształcenia oraz wyboru

początku obydwu układów współrzędnych, a te z kolei zależą od przyjętego modelu powierzchni Ziemi [9]. W pracy [60] przedstawiony jest sposób wyznaczania transformaty układów (x, y, h) dowiązanych do płaszczyzny (mapy). W układzie współrzędnych (x_A, y_A, h) opisanym w [14], jako model Ziemi przyjęto kulę, której promień jest funkcją początku układu współrzędnych geograficznych (φ_o, λ_o) . Należy zaznaczyć, że w literaturze [15] brak jest informacji w jaki sposób wyliczane są parametry stosowanej transformacji. Nieliczne zautomatyzowane systemy dowodzenia realizują transformację przestrzennych współrzędnych prostokątnych topocentrycznych dowiązanych do powierzchni elipsoidy odniesienia, np. PORI, WEKTOR. Sposoby wyznaczania parametrów stosowanej transformaty podane są w [60] oraz dokumentacji technicznej eksploatowanych obiektów technicznych. W rozprawie [19] rozpatrzono zagadnienie dokładności odwzorowania położenia obiektów powietrznych w przestrzennym układzie topocentrycznym, podając sposoby obliczania parametrów transformat stosowanych w tych układach oraz ich wpływ na błędy odwzorowania.

Współrzędne globalne kartezjańskie (X, Y, Z) [26] jak i krzywoliniowe geodezyjne (B, L, H) stosuje się do określania pozycji obiektów kosmicznych, (np. sztucznych satelitów Ziemi), raket dalekiego zasięgu, jak również w systemach nawigacji tradycyjnej, radionawigacji (np. LORAN, DECCA) [4], nawigacji satelitarnej GPS [35], nawigacji morskiej [16] i nawigacji lotniczej [59]. Określanie pozycji obiektu powietrznego we współrzędnych geodezyjnych stosuje się również w radarach pozahoryzontalnych (OVHR) [27], a także w systemach wczesnego ostrzegania AWACS (Airborne Warning and Control System) [7]. W dostępnej literaturze brak jest jakichkolwiek bliższych informacji o metodach określania i przetwarzania tych współrzędnych, skąpa literatura potwierdza jedynie fakt ich stosowania.

Brak jawnej publikacji dotyczącej przedmiotu badań oraz fakt stosowania współrzędnych geodezyjnych, np. w systemie AWACS i radarach OVHR, pozwala wnioskować, że ze względu na wagę problemu została ona utajniona.

W systemie DUNAJ oraz ASOC zastosowano protokół wymiany informacji bazujący na systemie ASTERIX [61]. W tym formacie współrzędne x , y położenia obiektu powietrznego odnoszone są do umownego układu współrzędnych kartezjańskich, w których oś OY skierowana jest na północ geograficzną, a oś OX na wschód. Środek układu współrzędnych znajduje się w ustalonym dla całego systemu punkcie i jest parametrem informacyjnym podawanym we współrzędnych geograficznych (za pomocą dyrektywy).

1.2. Różnorodność podsystemów przetwarzania informacji o sytuacji powietrznej w systemie OP

Na terytorium Rzeczypospolitej Polskiej funkcjonuje obecnie system obrony powietrznej, który był tworzony, rozbudowywany i modernizowany przez wiele lat. Modernizacja przeprowadzona w 1990r. przeniosła główną odpowiedzialność za realizację zadań obrony powietrznej na Wojska Lotnicze i Obrony Powietrznej. Obecnie system obrony powietrznej skupia siły i środki następujących jego elementów składowych:

- Wojsk Lotniczych i Obrony Powietrznej,
- jednostek obrony przeciwlotniczej Wojsk Lądowych i Marynarki Wojennej,
- ogniw ostrzegania i alarmowania wojsk i ludności o zagrożeniu uderzeniami z powietrza,
- cywilno – wojskowych organów kontroli ruchu lotniczego.

Z punktu widzenia obrony powietrznej w Siłach Zbrojnych RP funkcjonujący system dowodzenia OP nie zapewnia w pełni efektywnego kierowania wszystkimi siłami i środkami obrony powietrznej na obszarze Polski lub na zagrożonym kierunku. Działające systemy WLOP, WOPL WŁąd i WOPL MW nie są wzajemnie kompatybilne i uniemożliwiają wykorzystanie środków walki według jednolitej strategii. Każdy z wyżej wymienionych rodzajów wojsk posiada i w dalszym ciągu buduje zautomatyzowane systemy dowodzenia dla swoich potrzeb, bazując na

własnych podsystemach zbioru i przetwarzania informacji o sytuacji powietrznej, otrzymywanej z etatowych środków rozpoznania radiolokacyjnego.

W Wojskach Lotniczych i Obrony Powietrznej są to następujące podsystemy:

- radiolokacyjny podsystem taktyczny RPT-20 na szczeblu brt,
- radiolokacyjny podsystem taktyczny RPT-10 na szczeblu krt.

W OPL Wojsk Lądowych są to obiekty:

- DP-20 w centrach rozpoznawczo-informacyjnych,
- DP-10 na szczeblu radiolokacyjnego posterunku wykrywania.

W OPL Marynarki Wojennej są to następujące obiekty:

- ŁB-20 na szczeblu bojowego centrum informacyjnego SD flotylli obrony wybrzeża,
- ŁB-10 na szczeblu posterunku obserwacji wzrokowo-technicznej i łączności oraz na okrętowym stanowisku dowodzenia.

Każdy z trzech wyżej wymienionych systemów przetwarzania informacji o sytuacji powietrznej bazuje na innej strukturze technicznej i innych standardach transmisji danych. Dotychczasowe próby ich sprzężenia nie przyniosły zadowalających efektów z uwagi na różnorodność technik i właściwości funkcjonalnych poszczególnych obiektów. Jednoczesne istnienie trzech niezależnych systemów powoduje rozproszenie sił i środków rozpoznania radiolokacyjnego oraz uniemożliwia tworzenie na wyższych szczeblach dowodzenia spójnego obrazu o sytuacji powietrznej z jednolitą numeracją celów powietrznych. Utrudniona jest również realizacja współdziałania między poszczególnymi rodzajami wojsk z uwagi na niejednoznaczność informacji o sytuacji powietrznej.

Informacja o sytuacji powietrznej zbierana jest również w systemie kontroli ruchu lotniczego. Aktualnie informacja ta nie może być wykorzystywana w systemie obrony powietrznej.

Przesłanki powyższe oraz planowane, nowe struktury organizacyjne WLOP (dwa rejony OP, a w ramach których – cztery ODN) wymuszają konieczność budowy nowego systemu zbioru i przetwarzania informacji o sytuacji powietrznej ze znacznie

rozbudowaną (w stosunku do każdego z istniejących systemów) strukturą informacyjną, która uwzględni potrzeby radiolokacyjnego zabezpieczenia wszystkich środków obrony powietrznej znajdujących się w strefie odpowiedzialności ODN.

Wydaje się, że potrzeba wykorzystania wszystkich środków walki OP według jednolitej strategii wymaga, aby informacja o sytuacji powietrznej była zbierana, przetwarzana i przekazywana w jednolitym układzie współrzędnych, wspólnym dla wszystkich podsystemów radiolokacyjnych RP oraz dla wszystkich szczebli dowodzenia wojskami.

1.3. Układy współrzędnych lokalnych - źródłem błędów określania pozycji obiektu powietrznego

W obecnie funkcjonujących systemach przetwarzania informacji radiolokacyjnej stosowany jest układ współrzędnych prostokątnych (x, y, h) tworzony pośrednio z układu topocentrycznego (x, y, z) lub zgodnie z [5] (ξ, η, ζ) - patrz zał. 3, którego środek umieszczony jest w punkcie rozwinięcia radaru. Oś Ox tego układu jest skierowana na wschód, oś Oy - na północ geograficzną, a oś Oz pionowo w górę. Przeliczenie współrzędnych biegunowych (pomiarowych) radaru (D, β, h) , gdzie: β oznacza azymut obiektu powietrznego, D - odległość bezpośrednią do obiektu powietrznego, h - wysokość pionową, na współrzędne prostokątne (x_p, y_p, h) dokonywane jest za pomocą następujących zależności:

$$\begin{aligned}x_p &= D \sin \beta \\y_p &= D \cos \beta\end{aligned}\tag{1.1}$$

Następnie współrzędne prostokątne obiektu powietrznego (x_p, y_p, h) mogą być przeliczone na współrzędne topocentryczne (x, y, z) za pomocą zależności [5, 19, 33]:

$$\begin{aligned}
 z &= h - \frac{x_p^2 + y_p^2}{2R_z} + \frac{h^2}{2R_z} \\
 x &= x_p \sqrt{\frac{1 - z^2}{x_p^2 + y_p^2}} \\
 y &= y_p \sqrt{\frac{1 - z^2}{x_p^2 + y_p^2}}
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

gdzie:

$R_z = \sqrt{MN}$ – promień Ziemi traktowanej jako kula styczna do elipsoidy ziemskiej w punkcie (B, L) ,

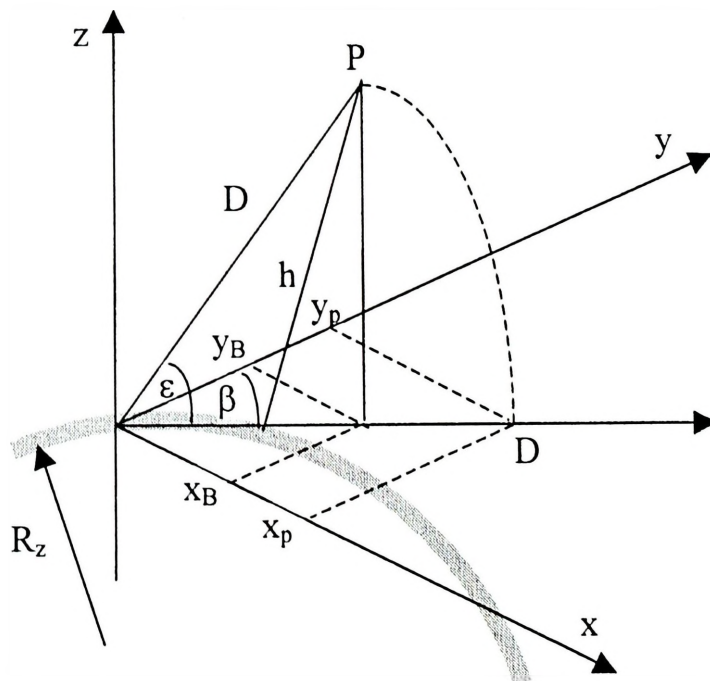
$M = \frac{a(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 B)^3}}$ – promień krzywizny przekroju południkowego elipsoidy obrotowej,

$N = \frac{a}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 B)}}$ – promień krzywizny przekroju prostopadłego do południka w punkcie o szerokości geodezyjnej B ,

$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$ – kwadrat ekscentryczności liniowej,

a, b – duża i mała półoś elipsoidy obrotowej.

Przekształcenia powyższe zilustrowano na rys.1.1.



Rys. 1.1. Układ współrzędnych topocentrycznych x, y, z

W dalszej kolejności współrzędne obiektu w układzie pierwotnym (x, y, h) jako tzw. współrzędne nadawcy (x_B, y_B, h) po skwantowaniu (waga najmniejszego bitu w zależności od miejsca znajdowania się obiektu powietrznego wynosi od 100 do 400 metrów) przesyłane są do szczebla nadrzędnego, gdzie następuje transformacja współrzędnych obiektu z układu pierwotnego do układu wtórnego, nazywanego układem odbiorcy informacji. Transformacja ta realizowana jest zgodnie z następującymi zależnościami:

$$\begin{aligned}x_A &= x_o + x_B \cos \alpha - y_B \sin \alpha \\y_A &= y_o + y_B \cos \alpha + x_B \sin \alpha\end{aligned}\quad (1.3)$$

gdzie:

x_A, y_A – współrzędne obiektu w układzie wtórnym,

x_B, y_B – współrzędne obiektu w układzie pierwotnym,

α – kąt skręcenia układu pierwotnego w stosunku do układu wtórnego.

Parametry transformacji (x_o, y_o, α) , wyliczane są z następujących zależności

[60]:

$$\begin{aligned}y_o &= (y_B^t - y_A^t) + (x_B^t - x_A^t) \sin \gamma_A \\x_o &= (x_B^t - x_A^t) - (y_B^t - y_A^t) \sin \gamma_A \\ \gamma_A &= (L_A - L_{sr}) \sin B_A \\ \gamma_B &= (L_B - L_{sr}) \sin B_B \\ L_{sr} &= 6N - 3 \\ \alpha &= \gamma_B - \gamma_A\end{aligned}\quad (1.4)$$

gdzie: N – numer pasa odwzorowania Gaussa-Krügera (szerokość pasa 6 stopni),

x_A^t, y_A^t – współrzędne topograficzne punktu odbioru,

x_B^t, y_B^t – współrzędne topograficzne punktu nadawania,

L_A, B_A – długość i szerokość geodezyjna punktu odbioru,

L_B, B_B – długość i szerokość geodezyjna punktu nadawania,

γ_A, γ_B – kąty zbieżności południków w punktach A i B .

Dla systemu ASM (awaryjny system mikroprocesorowy) opracowanego w PIT, metoda obliczania parametrów transformacji bazuje na współrzędnych topograficznych punktów nadawania i odbioru:

$$\begin{aligned} y_o &= y'_B - y'_A \\ x_o &= x'_B - x'_A \end{aligned} \quad (1.5)$$

W systemach zachodnich natomiast stosowana jest następująca metoda obliczania parametrów transformacji współrzędnych punktu nadawania (rys.1.2) [15]:

$$\begin{aligned} x_A &= B_x + K \overline{BP}_s \sin(\beta - \alpha) \\ y_A &= B_y + K \overline{BP}_s \cos(\beta - \alpha) \end{aligned} \quad (1.6)$$

gdzie:

B_x, B_y – współrzędne punktu nadawania w układzie wtórnym (odbioru),

$\overline{BP}_s = \sqrt{D^2 - h^2}$ – rzut stereograficzny odległości skośnej D ,

α – kąt skręcenia układu pierwotnego (nadawania) w stosunku do układu wtórnego (odbioru),

$K = 1 + \frac{B_x^2 + B_y^2}{4R_z}$ – współczynnik transformacji stereograficznej,

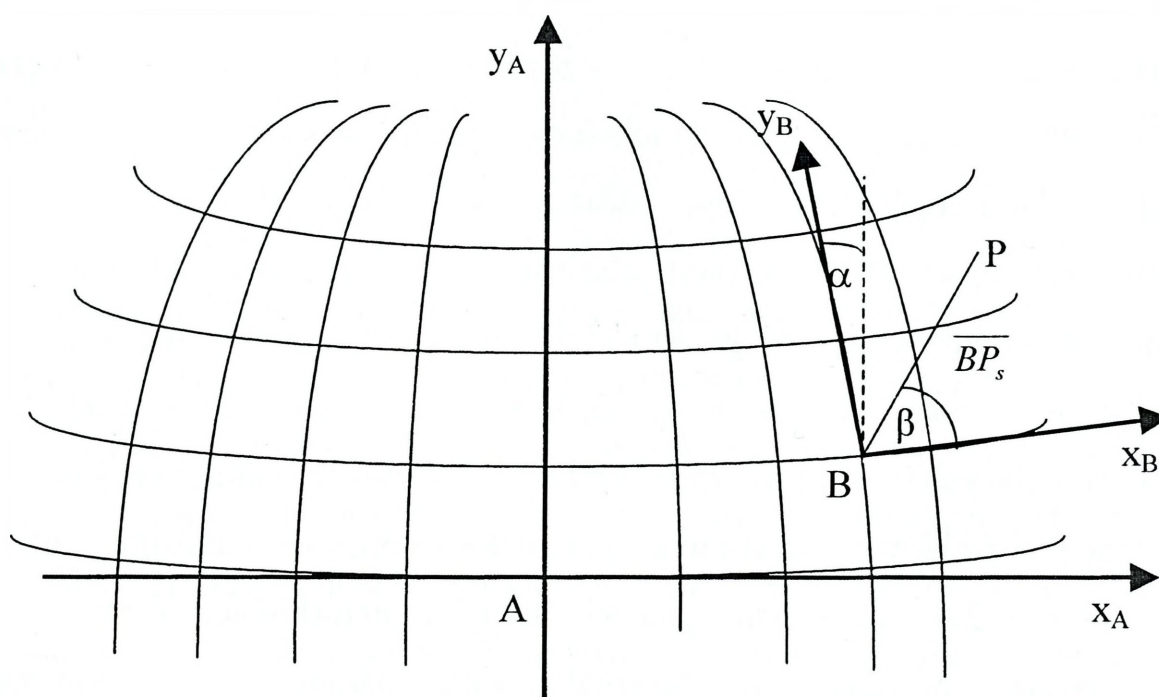
R_z – promień Ziemi,

β – azymut obiektu.

Analizując powyższe przekształcenia, które przeliczają współrzędne punktu położenia obiektu powietrznego (D, β, h) do układu odbiorcy (x_A, y_A, h) można dopatrzeć się następujących ich niedoskonałości:

- utworzony w systemach przetwarzania informacji układ współrzędnych topocentrycznych ulega, podczas tworzenia meldunku wysyłanego liniami transmisji, zniekształceniu poprzez zamianę współrzędnej h na współrzędną z ,
- informacja przesyłana w meldunku ulega zniekształceniu w wyniku procesu kwantyzacji ze zbyt małą dokładnością oraz wskutek opóźnienia,

- transformacja współrzędnych pomiarowych obiektu (x_A, y_A, h) do układu wtórnego (odbiorcy), w którym uwzględnia się przesunięcie (x_o, y_o) oraz obrót o kąt γ , jest transformacją układów na płaszczyźnie; przyjmując natomiast za kąt skęcenia układów pierwotnego i wtórnego różnicę zbieżności południków w układzie odbiorcy i nadawcy informacji γ , zakłada się milcząco, że oba te układy są odwzorowaniami kartograficznymi, co mija się z prawdą, gdyż faktycznie mamy do czynienia ze zniekształconym przestrzennym układem współrzędnych topocentrycznych.



Rys.1.2. Zasada transformacji współrzędnych w systemach zachodnich: A - punkt odbioru, B - punkt nadawania

Wymienione wyżej niedoskonałości transformacji układów współrzędnych są źródłem poważnych błędów systematycznych, które wpływają na zwiększenie bramek selekcyjnych w procesie przetwarzania informacji radiolokacyjnej. Błędy te w zależności od położenia obiektu w stosunku do położenia wykrywających go radarów, na etapie obróbki zbiorczej mogą wynosić 1÷3 km [33]. Logicznym przedsięwzięciem w tej sytuacji jest więc poszukiwanie metod minimalizacji błędów systematycznych oraz ich eliminacji.

Wykorzystując metody pomiarowe stosowane w geodezji [5, 9, 10, 52], można niektóre z przedstawionych powyżej błędów systematycznych zminimalizować, a inne wyeliminować. Niedoskonałości transformacji współrzędnych obiektu powietrznego od parametrów jego położenia (D, β, h) aż do współrzędnych prostokątnych w układzie odbiorcy (x_A, y_A, h) można skorygować poprzez dodatkowe przekazywanie linią transmisji współrzędnej z [19]. W tej sytuacji należy u odbiorcy zamiast transformacji wyrażonej wzorami (1.3) stosować transformację przestrzenną, transformując punkt (x_B, y_B, z_B) do układu geocentrycznego ortokartezjańskiego (X, Y, Z) , a następnie do układu topocentrycznego odbiorcy (x_A, y_A, z_A) [9]. Ten sam efekt można uzyskać kosztem mniejszej liczby przekształceń dokonując przesunięcia o (x_o, y_o, z_o) oraz obrotu o kąty Eulera [11] lokalnego układu topocentrycznego nadawcy do lokalnego układu topocentrycznego odbiorcy (x_A, y_A, z_A) . Proponowane wyżej postępowanie zmniejsza błędy lokacji obiektu, jednak ich nie eliminuje [19]. Postępowanie optymalizacyjne na parametrach transformacji powoduje dalszą ich minimalizację. Powyższe propozycje są niestety dość kosztowne do praktycznej realizacji w istniejących systemach przetwarzania informacji radiolokacyjnej, gdyż wymagają znacznej zmiany oprogramowania jak również protokołu transmisji, dlatego też korzystniej jest dokonać zmiany postaci funkcji transformującej (wzór 1.3), a następnie wykonać postępowanie optymalizacyjne parametrów proponowanej transformacji. Taką metodę zmniejszania błędów systematycznych w procesie przetwarzania informacji radiolokacyjnej zaproponowano w [19, 33]. Wydaje się jednak, że metoda ta nie rozwiązuje do końca problemu błędów transformacji współrzędnych, komplikując jednocześnie procedury przeliczeniowe. Proponuje się zatem kompleksowe rozwiązanie problemu poprzez wykorzystanie w procesie przetwarzania informacji radiolokacyjnej współrzędnych globalnych stosowanych w geodezji oraz niektórych zachodnich systemach rozpoznania przestrzeni powietrznej.

1.4. Działania manewrowe Wojsk Radiotechnicznych

Manewr jest jedną z główniejszych zasad sztuki operacyjnej opartą na maksymalnym wykorzystaniu ruchu wojsk własnych oraz dezorganizowaniu tego ruchu u przeciwnika. Manewrowanie na polu walki w celu stworzenia przewagi w decydującym miejscu i czasie, uchylenia się od starcia w niekorzystnych warunkach oraz zminimalizowania strat własnych może stać się czynnikiem decydującym o powodzeniu. Zasada ta była podstawą większości klasycznych operacji i bitew. Z pewnością odegra ona też istotną rolę w przyszłych działaniach bojowych¹.

Poglądy na temat znaczenia działań manewrowych w Wojskach Radiotechnicznych w przeszłości były różne. W dawnych Wojskach Obrony Powietrznej Kraju funkcjonował typowo stacjonarny system rozpoznania radiolokacyjnego, gdzie manewr był w zasadzie nieistotnym elementem działania, a w niektórych sytuacjach i warunkach wręcz niemożliwy do wykonania. Z kolei w Wojskach Lądowych istniała teoria, której podstawową zasadą prowadzenia działań zbrojnych było manewrowanie na polu walki. Specyfika prowadzenia rozpoznania radiolokacyjnego i charakter wykonywanych zadań wymagają, aby problem ten rozważać w dwóch aspektach. Po pierwsze, powiązanie ze stacjonarnym systemem łączności i z siecią stacjonarnych stanowisk dowodzenia obroną powietrzną oraz dysponowanie sprzętem o małych możliwościach manewrowych wręcz nakazuje stacjonarny charakter działań. Po drugie, wzrost precyzji i skuteczności rażenia środków napadu powietrznego oraz zmniejszenie stosunku sił do przestrzeni powoduje, że manewr nabiera coraz większego znaczenia w każdym rodzaju wojsk i sił zbrojnych.

Dzięki organizacyjnemu połączeniu podstawowych sił i środków rozpoznania przestrzeni powietrznej, funkcjonujących w różnych rodzajach sił zbrojnych i utworzeniu na tej bazie jednolitego systemu, stacjonarny charakter rozpoznania radiolokacyjnego nie wyklucza działań manewrowych. Dowodem tego może być

¹ Patrz Mroczko F.: Manewr – czynnik istotny dla oceny żywotności bojowej Sił Powietrznych. Przegląd WLiOP nr 12/98, s. 41 oraz Manewr w Wojskach Radiotechnicznych. Przegląd WL i WOPK nr 2/89, s. 8.

funkcjonowanie w systemie rozpoznania przestrzeni powietrznej batalionów manewrowych dysponujących zwiniętymi w garnizonach pododdziałami, które po osiągnięciu gotowości bojowej mogą realizować zadania na pozycjach bojowych. Przewidziane są one do użycia zarówno w pierwszym rzucie - na głównym kierunku zagrożenia, jak i w charakterze ruchomych odwodów, służących do odtwarzania systemu rozpoznania czy też jego wzmocnienia na zagrożonych kierunkach obrony. W aktualnie funkcjonującym systemie rozpoznania przestrzeni powietrznej SZ RP maksymalnie ogranicza się liczbę stacjonarnych posterunków radiolokacyjnych, a w przyszłości przewiduje się ich wykorzystanie tylko w czasie pokoju lub zagrożenia. W czasie wojny z trzech stacjonarnych (bazowych) posterunków wydzielane będą manewrowe środki i na ich bazie utworzona zostanie sieć posterunków wysuniętych, zapasowych, skrytych i pozornych, na których będzie głównie oparte rozpoznanie radiolokacyjne. Dąży się również do uzyskania manewrowości przez system dowodzenia obroną powietrzną. Na każdym szczeblu obok stacjonarnych stanowisk dowodzenia przewiduje się tworzenie ich ruchomych odpowiedników.

Stosując zasadę manewru w działaniach bojowych Wojsk Radiotechnicznych należy pamiętać, że jej skuteczność zależy głównie od prostoty wykonania oraz szybkości i skrytości tego przedsięwzięcia. Zbyt wolny ruch sił i środków tych wojsk, angażowanie w jego realizację dużego potencjału oraz ujawnienie tego zamiaru nie pozwoli osiągnąć założonych efektów manewru. Może to doprowadzić do zmarnotrawienia wysiłku, co w konsekwencji może oznaczać niewykonanie postawionych zadań.

Kierunki zmian strukturalnych w wojskach obrony powietrznej wyraźnie wskazują na wzrost znaczenia stosowania zasady manewru we współczesnych, a tym bardziej przyszłych działaniach bojowych Wojsk Radiotechnicznych. Coraz częściej można spotkać się z poglądem, iż *"...przyszłościowym priorytetem w obronie powietrznej staje się zwiększenie manewrowości pododdziałów ..."* [62]. Wobec takich poglądów, a więc w obliczu konieczności stosowania zasady manewru w działaniach bojowych Wojsk Radiotechnicznych istnieje bezsporna potrzeba doskonalenia podsystemu zbioru, przetwarzania i przekazywania informacji o sytuacji powietrznej.

Problem polega w tym przypadku nie tylko na zwiększaniu dokładności i wiarygodności tej informacji lecz przede wszystkim na możliwości szybkiego przekazania informacji o sytuacji powietrznej do nadrzędnego stanowiska dowodzenia przez pododdziały manewrowe.

Wydaje się, że najkorzystniejszym i najbardziej perspektywicznym sposobem rozwiązania tego problemu jest zastosowanie w systemie rozpoznania przestrzeni powietrznej układu współrzędnych jednolitego dla wszystkich elementów tego systemu. Zastosowanie takiego układu współrzędnych wymagałoby zmiany oprogramowania wszystkich elementów systemu rozpoznania przestrzeni powietrznej pracujących w lokalnych układach współrzędnych. Jednakże wprowadzenie takiego układu posiada wiele zalet, a jednocześnie jest wybitnie przyszłościowe. Opis proponowanego układu współrzędnych przedstawiono w rozdziale 3.

1.5. Koncepcja funkcjonowania przyszłościowego systemu rozpoznania przestrzeni powietrznej

Podstawą funkcjonowania przyszłościowego systemu rozpoznania przestrzeni powietrznej będą istniejące i perspektywiczne, zintegrowane w swym działaniu, siły i środki tego rozpoznania. Zasadniczym zadaniem tych sił będzie dostarczanie lub udostępnianie decydom OP standaryzowanej informacji o sytuacji powietrznej nad dowolnie wybranym obszarem kraju (interesującym decydotów danego szczebla dowodzenia) z wymaganą terminowością, wiarygodnością, ciągłością i dokładnością. Ponadto jednostki OP wszystkich rodzajów wojsk i sił zbrojnych RP będą dysponowały autonomicznymi środkami rozpoznania obiektów powietrznych, zapewniającymi głównie bezpośrednie kierowanie aktywnymi środkami walki OP.

Siły i środki systemu rozpoznania przestrzeni powietrznej będą rozmieszczone na ziemi, wodzie i w powietrzu [25]. Prawdopodobnie będzie istniała również możliwość korzystania przez siły zbrojne RP, a w tym i przez system rozpoznania przestrzeni powietrznej, z kosmicznych systemów rozpoznania i łączności

wykorzystywanych przez NATO. Do budowy tego systemu będą wykorzystane wszystkie rodzaje środków rozpoznania konstruowane w oparciu o współczesne i perspektywiczne technologie (np. radiolokacja pozahoryzontalna, monostatyczna, multistatyczna, rozpoznanie telewizyjne, termowizyjne, laserowe itp.). Wprowadzanie do wyposażenia systemu rozpoznania środków konstruowanych w oparciu o najnowsze technologie może być realizowane poprzez ich import lub produkcję w kraju. Naziemne elementy rozpoznania przestrzeni powietrznej rozmieszczone będą na całym obszarze RP, ze szczególnym uwzględnieniem rejonów przygranicznych, tworząc sieć posterunków rozpoznania. Samoloty wczesnego wykrywania i naprowadzania, wyposażone w środki rozpoznania przestrzeni powietrznej, będą rozmieszczone w strefach dyżurowania, w głębi obszaru powietrznego RP, na prawdopodobnych kierunkach zagrożenia uderzeniami środków napadu powietrznego. Okręty Marynarki Wojennej wyposażone w środki rozpoznania przestrzeni powietrznej będą rozmieszczone w pasie przybrzeżnym na prawdopodobnych kierunkach zagrożenia. Autonomiczne środki rozpoznania radiolokacyjnego jednostek OP wszystkich rodzajów wojsk i sił zbrojnych będą rozmieszczone w ugrupowaniach bojowych tych wojsk. Dodatkowo we wszystkich jednostkach OP będą organizowane i rozmieszczane w ich rejonach posterunki rozpoznania wzrokowego.

W okresie pokoju rozpoznanie działań sił powietrznych sąsiednich państw oraz obiektów w przestrzeni powietrznej RP będą prowadziły wydzielone (dyżurne) siły systemu rozpoznania przestrzeni powietrznej. Ponadto rozpoznanie obiektów powietrznych i kierowanie działalnością cywilnych statków powietrznych nad terytorium RP będą realizowały cywilne organa kontroli ruch lotniczego, ściśle współdziałając z siłami systemu rozpoznania przestrzeni powietrznej. Naziemne posterunki rozpoznania przestrzeni powietrznej będą tworzyły strefę rozpoznania radiolokacyjnego o wymaganych parametrach. Samoloty rozpoznania i naprowadzania oraz okręty dozoru radiolokacyjnego będą wykonywały działania szkoleniowe w wyznaczonych rejonach zgodnie z planem szkolenia, a informację o sytuacji powietrznej będą przekazywały do stanowisk dowodzenia dyżurnych sił rozpoznania przestrzeni powietrznej [25].

W okresie wojny rozpoznanie przestrzeni powietrznej będą prowadziły wszystkie siły i środki rozpoznawcze rozmieszczone na ziemi, morzu i w powietrzu. System rozpoznania przestrzeni powietrznej zostanie w pełni rozwinięty w czasie osiągania wyższych stanów gotowości bojowej. Wraz z narastaniem gotowości bojowej będzie zwiększana liczba środków rozpoznania poprzez organizowanie i rozwijanie dodatkowych posterunków radiolokacyjnych naziemnych, powietrznych i nawodnych oraz posterunków rozpoznania wzrokowego. Nawodne elementy rozpoznania radiolokacyjnego będą tworzyły ciągłą strefę rozpoznania, zapewniającą wykrywanie obiektów powietrznych od możliwie najmniejszych wysokości ich lotu. Brak przeszkód terenowych nad morzem umożliwia środkom napadu powietrznego lot na granicznie małych wysokościach. Stwarza to również dogodne warunki wykrywania tych środków przez nawodne elementy rozpoznania. Powietrzne elementy rozpoznania radiolokacyjnego będą tworzyły strefę rozpoznania, zapewniającą wykrywanie obiektów powietrznych w całym przedziale wysokości ich lotu, na dalekich podejściach do granic RP i prognozowanych kierunkach zagrożenia. Wymagało to będzie jednoczesnego dyżurowania w powietrzu, w wyznaczonych strefach lub po wyznaczonych trasach, 2-3 samolotów rozpoznania i naprowadzania, lecących na wysokości około 8-10 km [25]. Autonomiczne siły i środki rozpoznania przestrzeni powietrznej wszystkich rodzajów wojsk będą wykorzystywane do zabezpieczenia działań bojowych tych wojsk, a w sytuacjach ograniczonych możliwości systemu rozpoznania OP (obezwładnienia lub zniszczenia części sił i środków rozpoznania) zdobyte informacje o obiektach powietrznych przez te siły i środki będą także przekazywane do najbliższych pododdziałów rozpoznania OP. Rozpoznanie wzrokowe będzie stanowiło uzupełniający rodzaj rozpoznania w systemie OP. Każdy element systemu OP będzie organizował naziemny, nawodny lub powietrzny posterunek obserwacji wzrokowej, z których informacje o obiektach powietrznych przekazywane będą do najbliższych pododdziałów rozpoznania OP.

W celu zwiększenia żywotności ugrupowania bojowego systemu rozpoznania OP będzie organizowany, już w czasie pokoju, odwód sił rozpoznania radiolokacyjnego typu stacjonarnego i ruchomego. Odwód stacjonarny będą stanowić

etatowe siły rozpoznania radiolokacyjnego, które w stałej gotowości bojowej będą odbywać szkolenie na pozycjach zasadniczych posterunków rozpoznania lub w ich rejonach. W wyższych stanach gotowości bojowej siły te wykonają manewr na wyznaczone pozycje, tworząc skryte posterunki rozpoznania. Na posterunkach tych będą organizowane zapasowe stanowiska dowodzenia oddziałów i pododdziałów rozpoznania. Odwód ruchomy będzie organizowany w oparciu o siły wydzielone z naziemnych posterunków rozpoznania radiolokacyjnego. W okresie pokoju siły odwodu ruchomego będą znajdować się na pozycjach zasadniczych posterunków rozpoznania w stanie rozwiniętym i będą wykorzystywane w codziennej działalności szkoleniowej. W wyższych stanach gotowości bojowej siły te zostaną zwinięte i wykonają manewr w rejony wyczekiwania, skąd będą kierowane na wyznaczone pozycje, w celu odtworzenia zniszczonych w czasie działań bojowych elementów ugrupowania systemu rozpoznania OP.

Przedstawiona powyżej koncepcja przyszłościowego systemu rozpoznania przestrzeni powietrznej zbudowanego z posterunków naziemnych (stacjonarnych i mobilnych), nawodnych i powietrznych, a także istniejąca obecnie możliwość wykorzystania samolotów wczesnego wykrywania i naprowadzania AWACS w jednolitym systemie kontroli przestrzeni powietrznej NATO, narzuca niejako konieczność zastosowania w tym systemie jednolitego układu współrzędnych. Zastosowanie takiego układu we wszystkich elementach systemu rozpoznania przestrzeni powietrznej spowoduje, że elementy te staną się kompatybilne ze sobą. Umożliwi to swobodną wymianę informacji o sytuacji powietrznej między tymi elementami bez konieczności ciągłego przekazywania pozycji (współrzędnych) danego (ruchomego de facto) elementu w systemie oraz stosowania dodatkowych, skomplikowanych i drogich urządzeń do przeliczania tych współrzędnych.

1.6. Sformułowanie wymagań na układ współrzędnych z punktu widzenia przyszłościowego systemu OP

Cechą charakterystyczną wszystkich obecnie funkcjonujących w SZ RP zautomatyzowanych systemów dowodzenia jest to, że położenie obiektu powietrznego wyrażane jest w lokalnym układzie współrzędnych (x, y, h) . Konsekwencją tego dla odbiorcy informacji jest potrzeba znajomości miejsca lokalizacji źródła informacji we współrzędnych dowiązanych do powierzchni Ziemi (np. geodezyjnych, geograficznych lub topograficznych), aby można było obliczyć parametry transformacji niezbędne do wyrażenia położenia obiektu we własnym układzie współrzędnych (odbiorcy). Powyższe właściwości tak przyjętego układu współrzędnych powodują, że funkcjonujące zautomatyzowane systemy dowodzenia są połączone w układach autonomicznych "sztywnymi" łączami informacyjnymi w ramach hierarchicznego systemu danego rodzaju wojsk. Takie podejście jest zadowalające jeżeli źródła informacji radiolokacyjnej są mało ruchliwe (np. w OPL Wład i WLOP) lecz absolutnie niezadowalające dla radarów ruchomych (np. w MW i w lotniczych systemach pokładowych), ponieważ dla prawidłowego wyrażenia położenia obiektu powietrznego w układzie odbiorcy informację o nim należy wzbogacać informacją o chwilowym położeniu nosiciela radaru, z którego ta informacja pochodzi.

Z przedstawionej powyżej analizy wynika, że układy współrzędnych lokalnych nie powinny być stosowane do określania pozycji obiektów powietrznych w nowoczesnych systemach radiolokacyjnych. Proponuje się również odstąpić od tych układów współrzędnych również dla potrzeb tworzenia Numerycznej Mapy Przestrzeni Radiolokacyjnej oraz wybrać inny układ o następujących właściwościach:

- położenie obiektu powietrznego nie powinno być związane z lokalizacją radaru, który go wykrył lub zautomatyzowanego systemu dowodzenia, który wyznaczył jego położenie,

- położenie obiektu powietrznego powinno dać się wyrazić w dowolnym układzie współrzędnych lokalnych odbiorcy (np. aktywnych środków walki) z minimalnymi błędami, np. w układzie sferycznym dywizjonu raketowego,
- położenie obiektu powietrznego powinno dać się zobrazować z minimalnymi błędami na dowolnym odwzorowaniu kartograficznym mapy cyfrowej terenu wprowadzonej do wykorzystania w WP.

Powyższe własności spełniają globalne układy współrzędnych [9, 10] np. układ współrzędnych kartezjańskich (x, y, z) o początku układu umiejscowionym w środku przyjętej elipsoidy odniesienia i odpowiedniej orientacji osi lub układ współrzędnych geodezyjnych (B, L, H) . W literaturze przedmiotu tak krajowej jak i zagranicznej brak jest jakiegokolwiek wzmianki o zastosowaniu współrzędnych globalnych do przetwarzania informacji radiolokacyjnej w systemach automatyzacji dowodzenia obroną powietrzną. Ze względu na to, że współrzędne globalne posiadają właściwości interesujące z punktu widzenia przyszłościowych systemów radiolokacyjnych OP, w projekcie badawczym podjęto próbę aplikacji takiego układu współrzędnych do tworzenia odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej.

2. WYBRANE UKŁADY WSPÓLRZĘDNYCH WYKORZYSTYWANE W GEODEZJI

2.1. Współrzędne geograficzne na powierzchni geoidy

Ziemia, jako ciało fizyczne wytwarza zgodnie z prawem powszechnego ciężenia własne pole grawitacyjne. W każdym punkcie tego pola istnieje ściśle określone, co do wartości i kierunku, przyspieszenie siły ciężkości \vec{g} . Pod wpływem tego przyspieszenia swobodny punkt materialny P może poruszać się w kierunku środka masy Ziemi wzdłuż pewnej krzywej, przy czym w każdym punkcie tej krzywej styczna do niej ma kierunek zgodny z kierunkiem działania siły ciężkości. Linię krzywą mającą powyższą własność nazywamy linią siły ciężkości lub linią pionu. W każdym punkcie tej linii istnieje pewien potencjał grawitacyjny (ciężkości) W . Stałe wartości tego potencjału ($W = const$) tworzą pewną powierzchnię zamkniętą, którą nazywa się powierzchnią stałego potencjału ciężkości lub powierzchnią ekwipotencjalną, lub też powierzchnią poziomą. Dla każdej wartości potencjału W można wyznaczyć oddzielną powierzchnię ekwipotencjalną. Powierzchnię ekwipotencjalną zawierającą średni poziom mórz i oceanów nazywa się geoidą.

Położenie dowolnego punktu P na fizycznej powierzchni Ziemi można określić w zasadzie w stosunku do dowolnie przyjętego układu odniesienia. Najwygodniej będzie jednak przyjąć taki układ odniesienia, którego elementy są związane z fizycznymi właściwościami Ziemi. Tymi elementami mogą być: środek masy Ziemi, oś obrotu Ziemi oraz odpowiadająca punktowi P powierzchnia ekwipotencjalna. Z osią obrotu i środkiem masy Ziemi wiąże się pojęcie płaszczyzny równika. Płaszczyzna ta przechodzi przez środek masy Ziemi i jest prostopadła do osi obrotu Ziemi. Płaszczyzną południka dowolnego punktu P nazywa się taką płaszczyznę, która zawiera wektor przyspieszenia siły ciężkości w tym punkcie, jest prostopadła do płaszczyzny równika i równoległa do osi obrotu Ziemi.

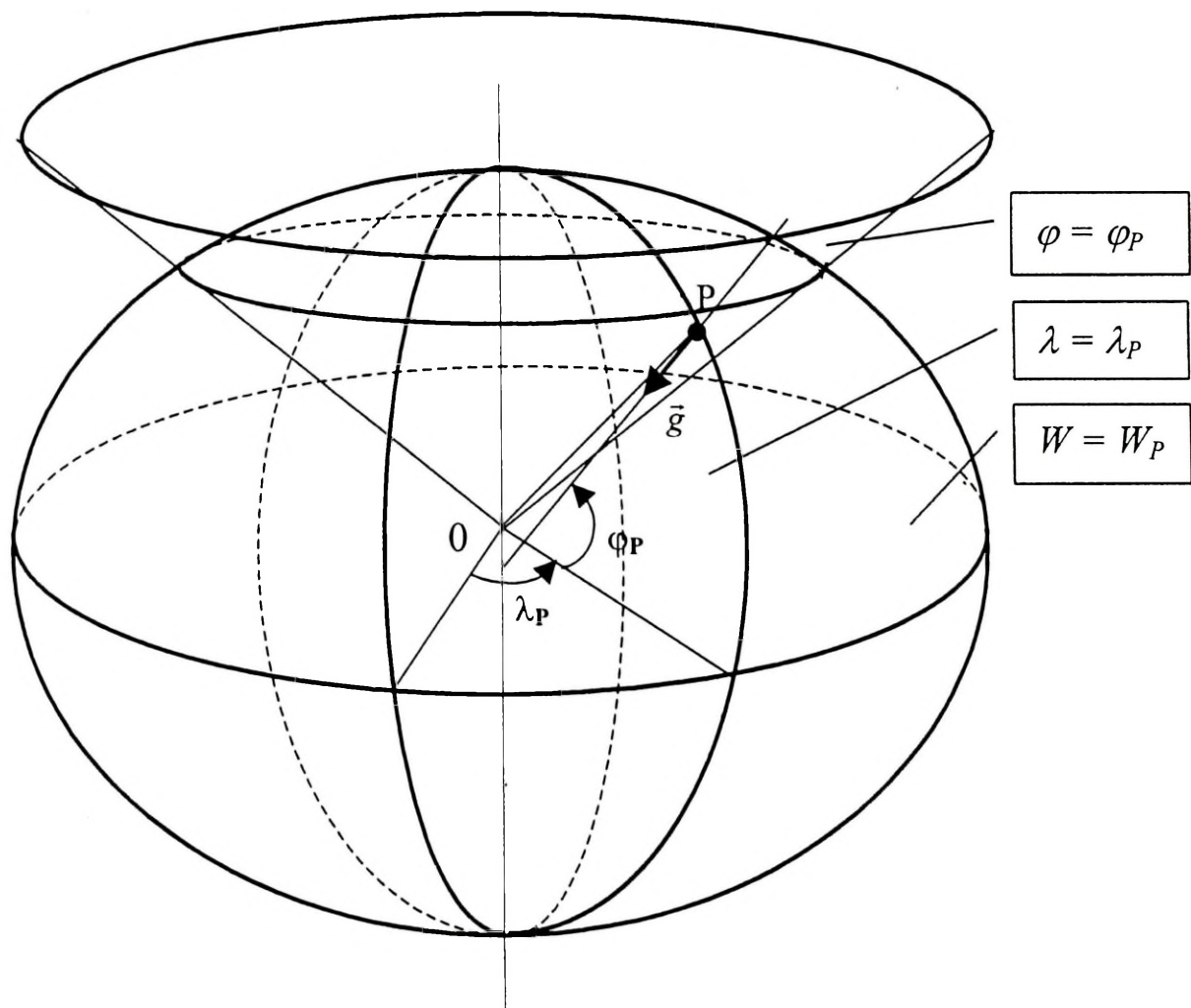
Wykorzystując powyżej zdefiniowane pojęcia można określić układ współrzędnych geograficznych φ, λ dowolnego punktu P na fizycznej powierzchni

Ziemi (rys.2.1). Dla dowolnego punktu w przestrzeni nad i pod powierzchnią Ziemi natomiast można określić współrzędne φ , λ , W interpretowane następująco:

φ_P – szerokość geograficzna punktu P jest kątem jaki tworzy kierunek linii pionu w punkcie P z płaszczyzną równika;

λ_P – długość geograficzna punktu P jest kątem dwuściennym, zawartym między płaszczyzną południka zerowego Greenwich i płaszczyzną południka miejscowego punktu P ;

W_P – powierzchnia ekwipotencjalna punktu P .



Rys.2.1. Współrzędne geograficzne φ , λ , W

Przyjmując oś obrotu Ziemi jako element układu odniesienia należy pamiętać, że położenie tej osi podlega okresowym wahaniom. Wynika stąd konieczność odróżnienia chwilowego położenia osi obrotu, występującego w momencie określania pozycji punktu P , od średniego położenia tej osi przyjętego w wyniku odpowiednich

porozumień międzynarodowych. Uwzględniając chwilowe lub średnie położenie osi obrotu Ziemi będziemy mieli odpowiednio chwilowe lub średnie wartości współrzędnych geograficznych. Otrzymane w momencie obserwacji chwilowe wartości współrzędnych można zredukować jeśli zachodzi taka potrzeba do wartości średnich wykorzystując wyniki badań Międzynarodowej Służby Ruchu Wirowego Ziemi (International Earth's Rotation Service).

Zgodnie z podaną wyżej definicją szerokości geograficznej, zbiór punktów w przestrzeni mających ustaloną wartość szerokości $\varphi = \varphi_P$ utworzy powierzchnię stożkową wokół osi obrotu Ziemi. Powstała powierzchnia charakteryzuje się tym, że w każdym jej punkcie wektor przyspieszenia siły ciężkości \bar{g} tworzy z płaszczyzną równika kąt φ_P (rys.2.1).

Podobnie dla ustalonych wartości $\lambda = \lambda_P$, zbiór punktów mających długość geograficzną równą λ_P utworzy taką powierzchnię, że we wszystkich jej punktach wektory \bar{g} leżą w płaszczyznach wzajemnie równoległych, a jednocześnie prostopadłych do płaszczyzny równika. Wzajemna równoległość płaszczyzn zapewnia stałą wartość długości geograficznej punktów tworzących tę powierzchnię.

Przecięcia powierzchni ekwipotencjalnej $W = W_P$ z powierzchniami $\varphi = \varphi_P$ i $\lambda = \lambda_P$ tworzą linie krzywe odpowiadające równoleżnikom i południkom geograficznym. Przecięcie powierzchni φ_P z powierzchnią λ_P tworzy tzw. linię izozenitalną, która w ogólnym przypadku nie pokrywa się z przebiegiem linii sił ciężkości, lecz wskazuje kierunek, wzdłuż którego szerokość i długość geograficzna nie ulega zmianie.

2.2. Układy współrzędnych na kuli

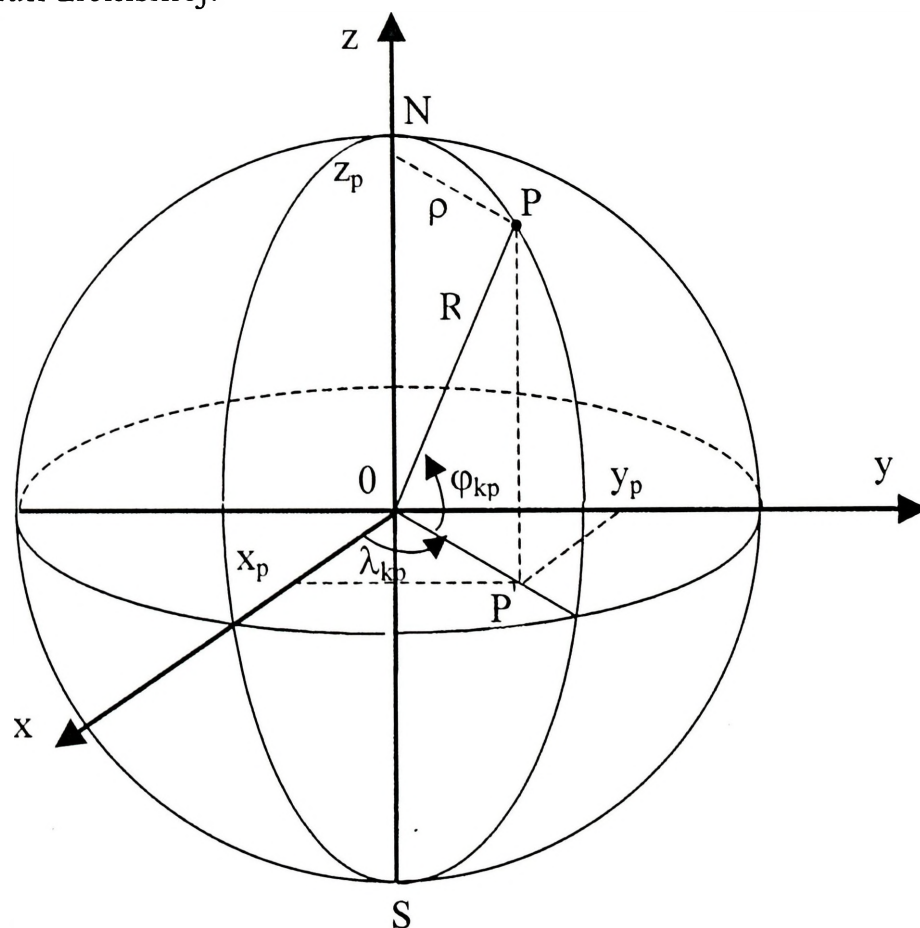
2.2.1. Współrzędne prostokątne przestrzenne

Przyjmijmy przestrzenny (trójwymiarowy) układ współrzędnych prostokątnych prostoliniowych x, y, z , o początku znajdującym się w środku kuli ziemskiej. Oś z pokryje się z osią obrotu Ziemi, oś x będzie przechodziła przez środek kuli ziemskiej oraz punkt przecięcia południka zerowego z równikiem, natomiast oś y leżała będzie w płaszczyźnie równika oraz obrócona będzie o 90° na wschód od osi x . Taki układ współrzędnych jest prawoskrętny, a skręt jest zgodny z obrotem Ziemi (rys.2.2). Położenie punktu P na powierzchni kuli ziemskiej o promieniu R będzie jednoznacznie wyznaczone przez współrzędne prostokątne prostoliniowe x, y, z spełniające równanie powierzchni kuli:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \quad (2.1)$$

gdzie:

R – promień kuli ziemskiej.



Rys. 2.2. Współrzędne geograficzne oraz prostokątne przestrzenne na kuli

Z równania 2.1 wynika, że aby wyznaczyć położenie dowolnego punktu na powierzchni kuli ziemskiej o danym promieniu R , wystarczy znać wartość dwóch współrzędnych x i y oraz znak trzeciej. Wówczas współrzędną z można obliczyć z równania powierzchni kuli (po przekształceniu):

$$z = \pm \sqrt{R^2 - (x^2 + y^2)} \quad (2.2)$$

2.2.2. Współrzędne geograficzne

Przyjmując kulę za matematyczną powierzchnię Ziemi (rys. 2.2), południkami będą półokręgi powstałe w wyniku przecięcia się z powierzchnią kuli ziemskiej płaszczyzn przechodzących przez jej oś NS , natomiast równoleżnikami będą okręgi kół powstałe w wyniku przecięcia się z powierzchnią kuli ziemskiej płaszczyzn prostopadłych do osi NS . Położenie dowolnego punktu P na kuli ziemskiej można jednoznacznie wyznaczyć podając odległość kątową φ_{kp} tego punktu od równika oraz kąt między południkiem danego punktu i południkiem zerowym (Greenwich) λ_{kp} . Pierwszą wielkość nazywa się szerokością geograficzną na kuli φ_{kp} , drugą zaś - długością geograficzną na kuli λ_{kp} . Szerokością geograficzną nazywa się więc kąt tworzony przez promień wodzący punktu P z płaszczyzną równika lub kąt tworzony przez normalną do kuli w punkcie P z płaszczyzną równika. Długość geograficzna jest podobnie interpretowana jak we współrzędnych geograficznych na powierzchni geoidy (patrz p.2.1).

Na podstawie rysunku 2.2 łatwo można wyprowadzić zależność między współrzędnymi geograficznymi a prostokątnymi danego punktu P . Z rysunku tego wynikają następujące zależności:

$$\begin{aligned} x_p &= OP' \cos \lambda_{kp} \\ y_p &= OP' \sin \lambda_{kp} \\ z_p &= OP' \operatorname{tg} \varphi_{kp} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Z rysunku 2.2 widać również, że odcinek OP' jest promieniem równoleżnika przechodzącego przez analizowany punkt P i można go wyznaczyć z zależności:

$$OP' = \rho = R \cos \varphi_{kp} \quad (2.4)$$

Uwzględniając powyższą zależność można ostatecznie określić zależności między współrzędnymi x, y, z a $\varphi_{kp}, \lambda_{kp}$:

$$\begin{aligned} x_p &= R \cos \varphi_{kp} \cos \lambda_{kp} \\ y_p &= R \cos \varphi_{kp} \sin \lambda_{kp} \\ z_p &= R \sin \varphi_{kp} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Stała wartość długości geograficznej $\lambda_{kp} = const$ wyznacza południk przechodzący przez punkt P , zaś stała wartość szerokości geograficznej $\varphi_{kp} = const$ wyznacza równoleżnik przechodzący przez punkt P . Południki i równoleżniki tworzą siatkę ortogonalną. W każdym punkcie więc południk i równoleżnik są wzajemnie do siebie prostopadłe.

2.2.3. Współrzędne azymutalne

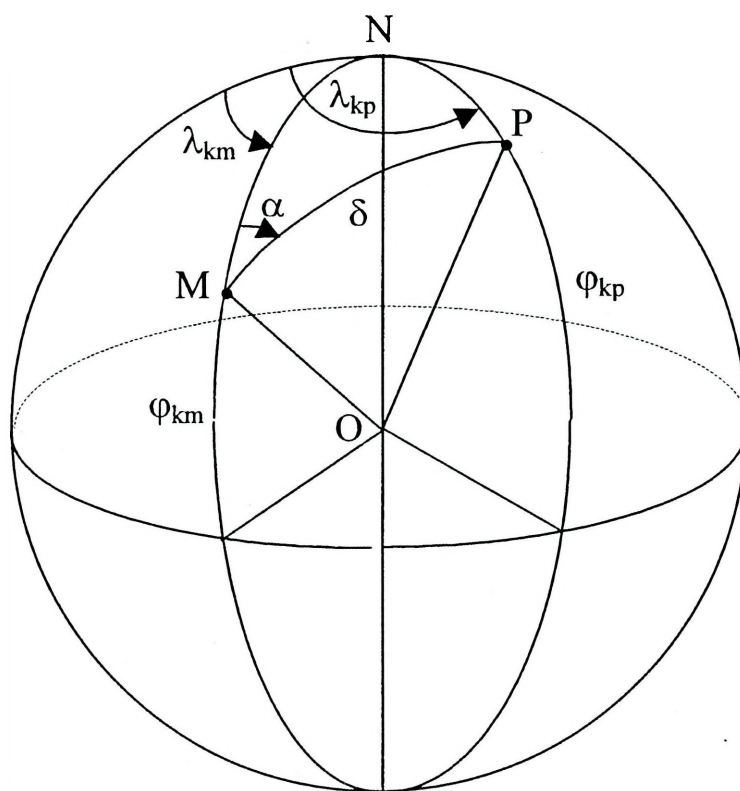
Obierzmy na kuli ziemskiej punkt M (rys. 2.3). Poprowadźmy następnie przez ten punkt południk NMS . Niech długość geograficzna tego punktu (liczona od południka zerowego) wynosi λ_{km} , zaś szerokość geograficzna φ_{km} . Dowolny punkt P na kuli ziemskiej będzie w sposób jednoznacznie określony za pomocą odległości sferycznej (kątowej) δ od punktu M (odcinek MP jest łukiem koła wielkiego¹) i kąta α

¹ Kołem wielkim nazywa się przekrój powierzchni kuli ziemskiej płaszczyzną przechodzącą przez środek tej kuli.

zwanego azymutem. Punkt M nazywa się niekiedy punktem początkowym lub głównym, a wielkości δ i α - współrzędnymi azymutalnymi.

Dysponując współrzędnymi geograficznymi punktu P (φ_{kp} , λ_{kp}) oraz współrzędnymi geograficznymi punktu głównego M (φ_{km} , λ_{km}) można obliczyć współrzędne azymutalne punktu P (α i δ). Rozwiązując w tym celu trójkąt sferyczny MPN otrzymamy [53]:

$$\begin{aligned} \cos \delta &= \sin \varphi_{km} \sin \varphi_{kp} + \cos \varphi_{kp} \cos \varphi_{km} \cos(\lambda_{kp} - \lambda_{km}) \\ \sin \alpha &= \frac{\sin(\lambda_{kp} - \lambda_{km}) \cos \varphi_{km}}{\sin \delta} \end{aligned} \quad (2.6)$$



Rys. 2.3. Współrzędne azymutalne punktu na kuli

W celu wyznaczenia współrzędnych geograficznych punktu P (φ_{kp} , λ_{kp}) można posłużyć się następującym układem równań:

$$\begin{aligned} \sin \varphi_{k_p} &= \cos \delta \sin \varphi_{k_m} + \sin \delta \cos \varphi_{k_m} \cos \alpha \\ \sin(\lambda_{k_p} - \lambda_{k_m}) &= \frac{\sin \alpha \sin \delta}{\cos \varphi_{k_p}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Miejszem geometrycznym punktów, które mają stały azymut α jest koło wielkie przechodzące przez punkt M . Miejszem geometrycznym punktów o stałej odległości sferycznej do punktu P jest koło małe² na kuli o środku w punkcie M , którego płaszczyzna jest prostopadła do promienia OM . Współrzędne azymutalne mają duże zastosowanie w kartografii. Wydaje się, że może mieć również duże zastosowanie w radiolokacji.

2.3. Układy współrzędnych na elipsoidzie

2.3.1. Współrzędne geodezyjne B, L, H

Fizyczna powierzchnia Ziemi, którą tworzą różne formy terenowe nie da się w ścisły matematyczny sposób opisać. Fakt ten zmusza geodetów do poszukiwania takiej bryły, która byłaby matematycznie wyznaczalną, a swym kształtem i wymiarami byłaby najbardziej zbliżoną do rzeczywistego globu ziemskiego.

Ogólnie przyjętym i powszechnie stosowanym modelem planety ziemskiej jest elipsoida obrotowa. Mówiąc o elipsoidzie jako modelu Ziemi należy zdawać sobie sprawę z faktu, że głównie jej rozmiary a nie kształt decydują o przyjęciu takiej, a nie innej elipsoidy. Ustalenie wymiarów elipsoidy najbardziej odpowiadającej Ziemi wymaga wykonania odpowiednich pomiarów na całej powierzchni Ziemi i właściwego ich opracowania. Problem ten, szczególnie dotyczący pomiarów nie był sprawą prostą, dlatego też w chwili obecnej istnieje wiele elipsoid opracowanych z wykorzystaniem materiałów obserwacyjnych obejmujących różne fragmenty

² Kołem małym nazywa się dowolny przekrój powierzchni kuli ziemskiej płaszczyzną nie przechodzącą przez środek tej kuli.

powierzchni Ziemi i wykonanych z różną dokładnością. Obecnie jednak obowiązują ustalenia z 1967r. Kongresu Międzynarodowej Unii Geodezyjno – Geograficznej, na której przyjęto, że:

- środek elipsoidy pokrywa się ze środkiem masy Ziemi,
- mała oś elipsoidy zostaje skierowana do średniego położenia bieguna będącego umownym międzynarodowym początkiem (Conventional International Origin – CIO),
- płaszczyzna południka początkowego elipsoidy pokrywa się z płaszczyzną południka zerowego przyjętego przez Międzynarodowe Biuro Czasu (Bureau International de l’Heure) w Paryżu.

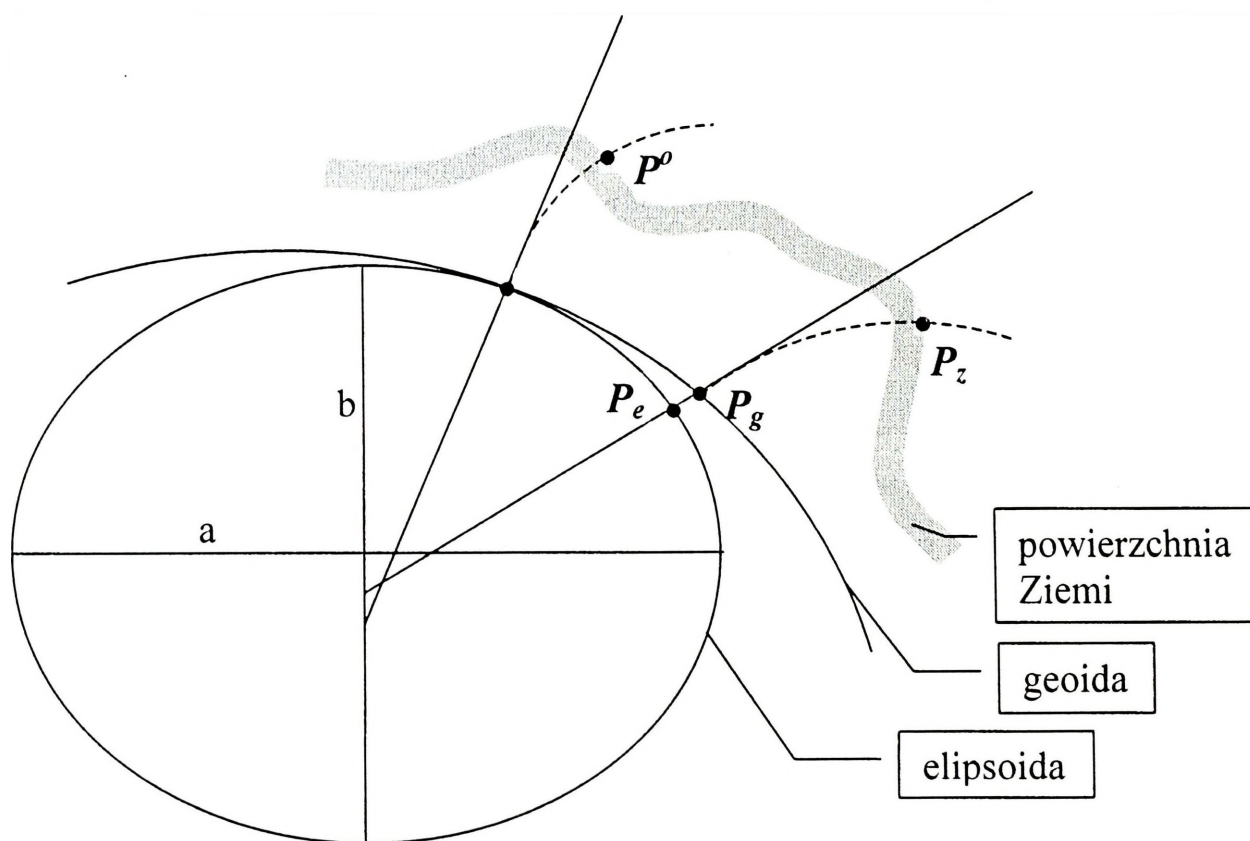
Ustalenia powyższe związane są z określaniem elipsoidy ziemskiej najbardziej odpowiadającej kształtowi i właściwościom geofizycznym całego globu ziemskiego. Dla potrzeb praktyki geodezyjnej związanej z określaniem położenia punktów na ograniczonym obszarze np. kraju, stosuje się elipsoidę odniesienia najbardziej odpowiadającą rozpatrywanemu obszarowi. Elipsoidę odniesienia lokalizuje się w bryle Ziemi w ten sposób, aby:

- mała półoś elipsy południkowej była równoległa do średniego położenia osi obrotu Ziemi, co w konsekwencji powoduje, że płaszczyzna równika Ziemi będzie równoległa do płaszczyzny równikowej elipsoidy,
- w wybranym punkcie P^0 fizycznej powierzchni Ziemi, zredukowanym na powierzchnię geoidy³, powierzchnia elipsoidy stykała się z powierzchnią tej geoidy w ten sposób, ażeby kierunek linii pionu w tym punkcie pokrywał się z normalną do elipsoidy (rys.2.4).

Spełnienie powyższych warunków powoduje, że współrzędne geograficzne dowolnego punktu $P(\varphi_p, \lambda_p)$ są równe współrzędnym geodezyjnym (rys. 2.5) tego punktu na przyjętej elipsoidzie odniesienia tzn. $B_p = \varphi_p, L_p = \lambda_p$.

³ Przez geoidę rozumie się umowną ekwiwalentną powierzchnię Ziemi pokrywającą się z powierzchnią wód oceanów w stanie zupełnego spokoju, tj. z wykluczeniem falowania, pływów oraz zmian ciśnienia atmosferycznego, przedłużona umownie pod lądami. Normalna w dowolnym punkcie do powierzchni geoidy pokrywa się z kierunkiem siły ciężkości Ziemi.

Dysponując elipsoidą odniesienia o ustalonych wielkościach dużej półosi a i spłaszczeniu α , przyłożonej do geoidy w punkcie P^0 , a także odpowiednio zorientowanej, można punktom fizycznej powierzchni Ziemi przyporządkować odpowiednie współrzędne na powierzchni elipsoidy. W tym celu należy zredukować punkty powierzchni Ziemi P_z wzdłuż linii pionu na powierzchnię geoidy (rys.2.4). Z położonych na geoidzie punktów P_g prowadzi się linie proste, normalne do powierzchni elipsoidy. Punkty przecięcia tych normalnych z powierzchnią elipsoidy P_e stanowią na tej powierzchni obraz zbioru punktów fizycznych Ziemi.

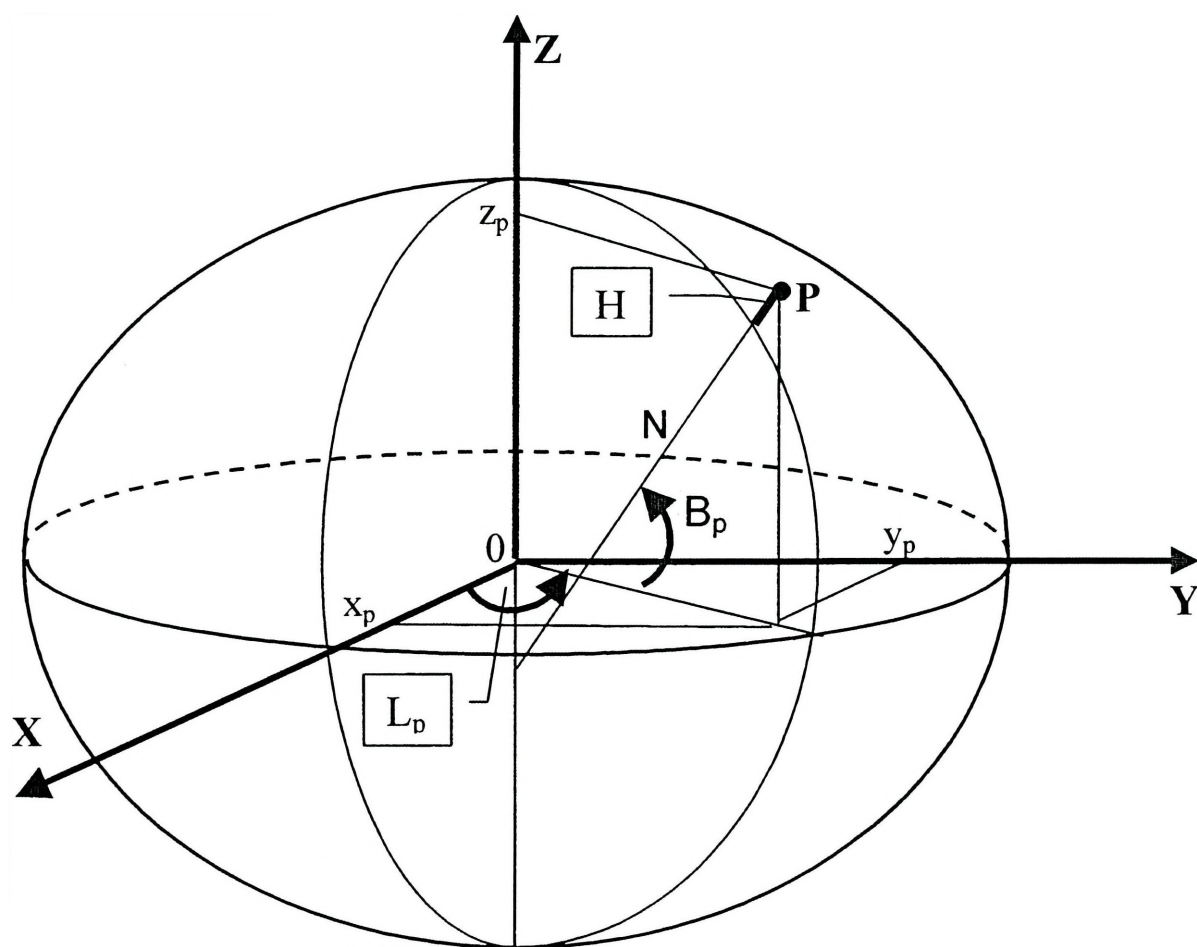


Rys. 2.4. Redukowanie punktów na elipsoidę odniesienia

Z geometrii elipsoidy wiadomo, że płaszczyzna zawierająca normalną do elipsoidy i będąca prostopadłą do płaszczyzny równikowej przechodzi przez oś obrotu elipsoidy i tworzy w przecięciu z jej powierzchnią elipsę południkową. Punktowni P_z reprezentowanemu na powierzchni elipsoidy przez punkt P_e przyporządkowuje się współrzędne geodezyjne B_p , L_p , które definiuje się następująco (rys.2.5):

B_p – szerokość geodezyjna punktu P jest kątem, jaki tworzy normalna do elipsoidy w punkcie P_e z płaszczyzną równikową elipsoidy;

L_p – długość geodezyjna punktu P jest kątem dwuściennym, zawartym między płaszczyzną południkową punktu zerowego Greenwich i płaszczyzną południkową punktu P_e .



Rys.2.5. Układy współrzędnych geodezyjnych B , L , H oraz ortokartezjańskich X , Y , Z określone na elipsoidzie odniesienia

Zbudowany na powierzchni przyjętej elipsoidy odniesienia układ współrzędnych geodezyjnych B , L , mimo powszechnej jego stosowalności, ma jednak istotną wadę wynikającą z faktu nie pokrywania się powierzchni elipsoidy z powierzchnią Ziemi. Punkty fizycznej powierzchni Ziemi tworzą przecież w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej pierwotny i niezmienny wewnętrznie zbiór

punktów, które w zależności od przyjętej elipsoidy odniesienia rzutuje się na jej powierzchnię. Wada dwuparametrowego układu współrzędnych B, L ujawnia się szczególnie ostro w przypadku poszukiwania wzajemnej zależności między współrzędnymi geodezyjnymi punktów określonymi na różnych elipsoidach odniesienia. W takiej sytuacji należy zawsze pamiętać, że punkty na elipsoidzie są tylko śladami rzutów fizycznych punktów Ziemi i nie można ich ze sobą geometrycznie identyfikować. Dopiero wprowadzenie trzeciego parametru H będącego odległością mierzoną wzdłuż normalnej do elipsoidy od punktu na powierzchni Ziemi do jego rzutu na elipsoidzie umożliwi właściwe identyfikowanie punktów w geodezyjnym układzie współrzędnych (rys. 2.5).

2.3.2. Współrzędne ortokartezjańskie⁴ X, Y, Z

Przyjmijmy prawoskrętny układ współrzędnych prostoliniowych ortokartezjańskich X, Y, Z o początku znajdującym się w środku elipsoidy obrotowej przyjętej jako matematyczna powierzchnia odniesienia Ziemi. Oś OZ tego układu pokrywa się z małą osią elipsy południkowej i jest zorientowana dodatnio w kierunku bieguna północnego. Oś OX leży w płaszczyźnie równika i przechodzi przez punkt elipsoidy o zerowych wartościach współrzędnych geodezyjnych $B = 0$ i $L = 0$. Oś OY leży również w płaszczyźnie równika lecz przechodzi przez punkt elipsoidy o współrzędnych $B = 0$ i $L = 90^\circ$ (rys.2.5). W tak określonym układzie współrzędnych ortokartezjańskich można opisać elipsoidę odniesienia następującym równaniem:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \quad (2.8)$$

Układ współrzędnych ortokartezjańskich X, Y, Z wykorzystywany jest do wielu przeliczeń w kartografii matematycznej oraz geodezji wyższej. W przypadku gdy dowolny punkt P położony jest na powierzchni elipsoidy odniesienia wówczas

⁴ Układ nazywa się ortokartezjańskim, gdy ma prostopadłe osie i jednakowe jednostki

współrzędne prostokątne tego punktu można określić przez jego współrzędne geodezyjne B, L następującymi wzorami [48,26]:

$$\begin{aligned}x &= \frac{a \cos B \cos L}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} \\y &= \frac{a \cos B \sin L}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} \\z &= \frac{a(1 - e^2) \sin B}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}\end{aligned} \quad (2.9)$$

gdzie:

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} \quad \text{– pierwszy mimośród elipsoidy obrotowej spłaszczonej,}$$

a – półoś równikowa elipsoidy obrotowej spłaszczonej (dla elipsoidy Krasowskiego $a = 6378245 \text{ m.}$),

b – półoś biegunowa elipsoidy obrotowej spłaszczonej (dla elipsoidy Krasowskiego $b = 6356863 \text{ m.}$).

W przypadku gdy punkt P położony jest nad powierzchnią elipsoidy odniesienia na wysokości H , do określenia jego współrzędnych prostokątnych można wykorzystać następujące wzory [5]:

$$\begin{aligned}x &= (N+H) \cos B \cos L \\y &= (N+H) \cos B \sin L \\z &= (N+H) \sin B - e^2 N \sin B\end{aligned} \quad (2.10)$$

gdzie:

$$N = \frac{a}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2 B)}} \quad \text{– promień krzywizny przekroju głównego (pierwszego wertykału) elipsoidy obrotowej.}$$

2.4. Współrzędne w odwzorowaniach⁵ powierzchni elipsoidy

Po zredukowaniu fizycznej powierzchni Ziemi na powierzchnię przyjętej elipsoidy odniesienia można na tej elipsoidzie realizować obliczenia elementów wzajemnego położenia punktów geodezyjnych. Można również powierzchnię elipsoidy ze zobrazoną na niej powierzchnią Ziemi odwzorować na inną powierzchnię lub płaszczyznę. Odwzorowania powierzchni elipsoidy stosuje się dla celów kartograficznych tzn. w celu sporządzania mapy poszczególnych fragmentów lub całej powierzchni Ziemi oraz dla celów geodezyjnych, związanych z uproszczeniem opracowań pomiarów wykonanych na fizycznej powierzchni Ziemi.

Problematyką odwzorowań dla celów kartograficznych zajmuje się szczegółowo kartografia matematyczna. Wykazuje ona, że elipsoida (podobnie jak kula) jest bryłą nie rozwijalną na płaszczyznę z zachowaniem długości wszystkich odpowiadających sobie w odwzorowaniu łuków. Przy dowolnym odwzorowaniu powierzchni elipsoidy na płaszczyznę, wzajemne położenia punktów ulegają zmianie, co pociąga za sobą nieuchronnie zmianę długości, kątów i pól powierzchni.

Podstawowym czynnikiem decydującym o stosowaniu dla celów geodezyjnych odwzorowań powierzchni elipsoidy na płaszczyznę jest prostota rachunku zadań geodezyjnych na płaszczyźnie w odróżnieniu od skomplikowanych wzorów związanych z powierzchnią elipsoidy. Biorąc jednak pod uwagę nieuchronność zniekształceń odwzorowawczych, można dla celów geodezyjnych odwzorować tylko niewielkie fragmenty Ziemi i stosować tylko takie odwzorowania, które dawałyby możliwie najmniejsze zniekształcenia odwzorowawcze.

Spośród znanych odwzorowań wykorzystuje się obecnie w geodezji odwzorowania wiernokątne. W tych odwzorowaniach kąty między dowolnymi liniami na powierzchni elipsoidy są równe kątom między obrazami tych linii na płaszczyźnie, a ponadto skala odwzorowania w dowolnym punkcie nie zależy od kierunku i jest

⁵ Odwzorowaniem w geodezji nazywa się wzajemnie jednoznaczność punktową między powierzchnią oryginału i powierzchnią obrazu.

wielkością stałą w tym punkcie. Brak zniekształceń kątowych nie stanowi zasadniczej przewagi odwzorowań wiernokątnych nad pozostałymi odwzorowaniami, bowiem linie geodezyjne na elipsoidzie odwzorowywane są na płaszczyźnie w postaci skomplikowanych krzywych. Pociąga to za sobą konieczność obliczania kątów między obrazami linii geodezyjnych i liniami prostymi łączącymi na płaszczyźnie obrazy punktów końcowych linii geodezyjnych. Najbardziej istotną przewagą odwzorowań wiernokątnych jest niezależność skali odwzorowania od kierunku w danym punkcie. Ta własność pozwala stosunkowo łatwo obliczyć zniekształcenia liniowe przy wykonywaniu różnych prac geodezyjnych.

W praktyce geodezyjnej oprócz odwzorowań powierzchni elipsoidy na płaszczyznę można spotkać się również z problematyką odwzorowań wiernokątnych powierzchni elipsoidy na kulę lub na powierzchnię innej elipsoidy. Wiąże się to między innymi z koniecznością przeliczania współrzędnych punktów geodezyjnych określonych na powierzchniach różnych elipsoid, różnych zarówno pod względem rozmiarów jak i punktów przyłożenia lub orientacji. Zasady odwzorowań wiernokątnych znajdują poza tym również szerokie zastosowanie przy przeliczaniu współrzędnych punktów geodezyjnych zobrazowanych na różnych płaszczyznach odwzorowania.

2.4.1. Wiernokątne odwzorowanie elipsoidy na kulę

Przyjmijmy, że dowolny punkt P na powierzchni elipsoidy może być określony przy pomocy jego współrzędnych geodezyjnych B, L , a na powierzchni kuli przez współrzędne geograficzne φ_k, λ_k . Proces odwzorowania powierzchni elipsoidy na powierzchnię kuli będzie polegał na znalezieniu dwóch ciągłych i jednoznacznie określonych funkcji:

$$\begin{aligned}\varphi_k &= F_1(B, L) \\ \lambda_k &= F_2(B, L)\end{aligned}\tag{2.11}$$

Wyberzmy na powierzchni elipsoidy, w środku odwzorowywanego obszaru, południk L_o jako południk początkowy. Niech ten południk odwzorowuje się na powierzchni kuli także w postaci południka, którego długość geograficzna λ_{ko} będzie równa zero. Wiernokątne odwzorowania elipsoidy na kulę mogą być wyrażone przy pomocy współrzędnych izometrycznych (patrz załącznik 4). Przedstawmy te współrzędne w postaci ogólnej funkcji analitycznej określającej wszystkie konforemne odwzorowania powierzchni elipsoidy obrotowej na powierzchnię kuli:

$$q_k + i\lambda_k = f(q + il) \quad (2.12)$$

Przyjmijmy jedną z wielu możliwych postaci funkcji analitycznych:

$$q_k + i\lambda_k = q + il \quad (2.13)$$

Zależności między współrzędnymi dowolnego punktu na elipsoidzie i na kuli będą następujące:

$$q_k = q \quad \lambda_k = l \quad (2.14)$$

gdzie:

- q_k – szerokość izometryczna na kuli,
- λ_k – długość geograficzna na kuli,
- q – szerokość izometryczna na elipsoidzie,
- l = długość geograficzna na elipsoidzie.

Szerokość izometryczną na elipsoidzie można wyrazić zależnością [5]:

$$q = \ln \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{B}{2} \right) - \frac{e}{2} \ln \frac{1 + e \sin B}{1 - e \sin B} \quad (2.15)$$

Szerokość izometryczną na kuli można wyrazić natomiast zależnością [48]:

$$q_k = \ln \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_k}{2} \right) \quad (2.16)$$

Podstawiając zależności 2.15 i 2.16 do równania 2.14 otrzymamy:

$$\ln \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_k}{2} \right) = \ln \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{B}{2} \right) - \frac{e}{2} \ln \frac{1 + e \sin B}{1 - e \sin B} \quad (2.17)$$

Otrzymana zależność 2.17 jest bardzo niewygodna do praktycznego wykorzystania. Rozwijając zatem prawą i lewą stronę powyższego równania w szereg Taylora oraz dokonując odpowiednich przekształceń otrzymamy ostatecznie zależność na współrzędną geograficzną φ_k na kuli [5]:

$$\varphi_k = B - k_2 \sin 2B + k_4 \sin 4B - k_6 \sin 6B + \dots \quad (2.18)$$

gdzie:

$$k_2 = \frac{1}{2}e^2 + \frac{5}{24}e^4 + \frac{3}{32}e^6 + \dots$$

$$k_4 = \frac{5}{48}e^4 + \frac{7}{80}e^6 + \dots$$

$$k_6 = \frac{13}{480}e^6 + \dots$$

Jeżeli w równaniu 2.18 szerokość geodezyjną B wyrazimy przez szerokość geograficzną φ_k , to otrzymamy wzory na przeliczenie odwrotne [5]:

$$B = \varphi_k + k'_2 \sin 2\varphi_k + k'_4 \sin 4\varphi_k + k'_6 \sin 6\varphi_k + \dots \quad (2.19)$$

gdzie:

$$k'_2 = \frac{1}{2}e^2 + \frac{5}{24}e^4 + \frac{1}{12}e^6 + \dots$$

$$k'_4 = \frac{7}{48}e^4 + \frac{29}{240}e^6 + \dots$$

$$k'_{66} = \frac{7}{120}e^6 + \dots$$

Wiernokątne odwzorowanie powierzchni elipsoidy na powierzchnię kuli pozwala zobrazować na kuli całą powierzchnię elipsoidy przy pomocy prostych wzorów; południki i równoleżniki elipsoidy odwzorowywane są na kuli także jako odpowiednie południki i równoleżniki.

2.4.2. Wiernokątne odwzorowanie elipsoidy na płaszczyznę

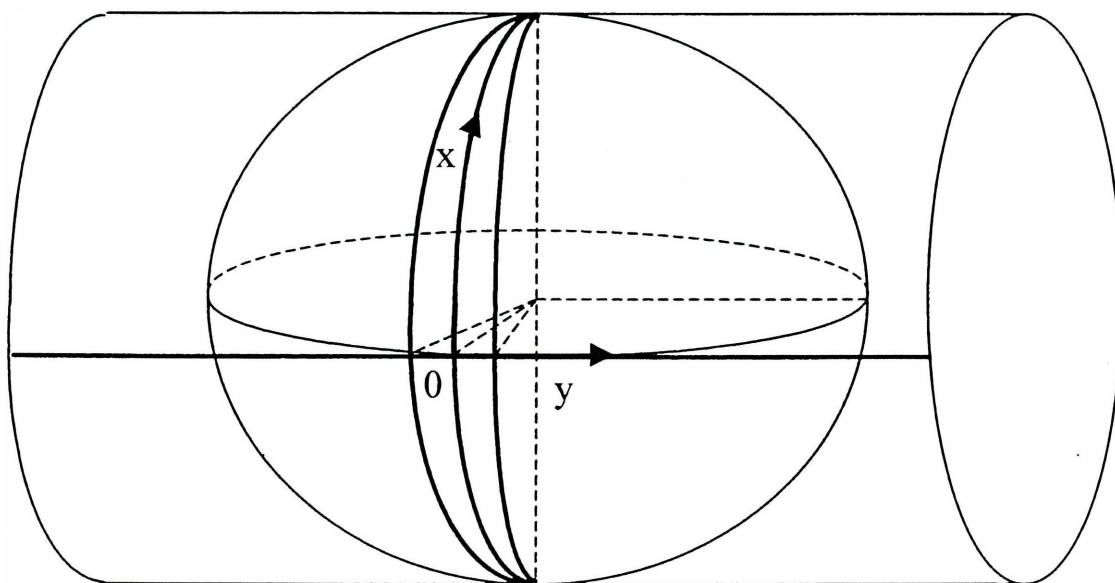
Aby odwzorować powierzchnię elipsoidy na płaszczyznę należy znaleźć takie dwie funkcje f_1 i f_2 wyrażające związki między współrzędnymi geodezyjnymi B, L elipsoidy i współrzędnymi prostokątnymi x, y płaszczyzny:

$$\begin{aligned}x &= f_1(B, L) \\y &= f_2(B, L)\end{aligned}\tag{2.20}$$

Odwzorowanie elipsoidy na płaszczyznę w wielu przypadkach dokonuje się drogą pośrednią przy pomocy innej bryły geometrycznej, której powierzchnia jest rozwijalna na płaszczyznę. Takimi bryłami mogą być stożek lub walec. Są to wówczas odwzorowania stożkowe lub walcowe. W odwzorowaniach tych najważniejszą sprawą jest znalezienie odpowiednich funkcji odwzorowawczych, których formuły uzależnione są od powierzchni obrazu (płaszczyzna, stożek, walec) wynikającej głównie z wielkości i kształtu odwzorowywanego obszaru powierzchni elipsoidy. Dla obszarów przypominających swym kształtem koło można stosować odwzorowania płaszczyznowe styczne lub sieczne. Punktem styczności lub środkiem koła sieczności będzie wtedy punkt leżący w środku odwzorowywanego obszaru. Jeżeli natomiast obszar ma kształt wydłużony, to wówczas można stosować odwzorowanie stożkowe normalne lub ukośne. Nie jest to jednak regułą, np. we Francji mimo jej kształtu stosuje się odwzorowanie stożkowe Lamberta z tym, że jest to odwzorowanie wielostożkowe dzielące terytorium Francji na trzy strefy równoleżnikowe.

Z odwzorowań walcowych najwygodniejszym i najpowszechniej stosowanym jest odwzorowanie poprzeczne Gaussa-Krügera. W odwzorowaniu tym można zobrazować całą powierzchnię elipsoidy dzieląc ją na oddzielne południkowe strefy odwzorowania. W praktyce stosuje się sześciostopniowe lub trzystopniowe szerokości stref odwzorowania. Odwzorowanie Gaussa-Krügera jest odwzorowaniem wiernokątnym, południk osiowy strefy ma stałą wartość skali odwzorowania, a zniekształcenia odwzorowawcze są symetryczne w stosunku do południka środkowego strefy.

W odwzorowaniu Gaussa-Krügera oś walca jest prostopadła do osi obrotu elipsoidy (patrz rys. 2.6). Z takiego wzajemnego położenia elipsoidy i walca wynika, że elipsoida styka się powierzchnią walca wzdłuż południka i stąd walec w przekroju ma kształt elipsy południkowej elipsoidy. Powierzchnię elipsoidy ziemskiej dzieli się na sektory południkowe symetrycznie względem południków styczności. Na powierzchnię walca odwzorowuje się oddzielnie poszczególne sektory nazywane również strefami odwzorowania. Powierzchnia walca, po jej rozwinięciu, staje się płaszczyzną odwzorowania danego sektora. Na tej płaszczyźnie buduje się układ współrzędnych prostokątnych płaskich x, y w ten sposób, że oś Ox pokrywa się z południkiem styczności, zaś oś Oy powstaje z przecięcia płaszczyzny równikowej elipsoidy z powierzchnią walca. Punktowi P_o na elipsoidzie o współrzędnych $B_o = 0^\circ$ i L_o (będąca długością geodezyjną południka styczności), odpowiada punkt P'_o w odwzorowaniu o współrzędnych $x_o = 0$ i $y_o = 0$. Dodatni kierunek osi Ox jest zwrócony na północ, a osi Oy - na wschód.



Rys. 2.6. Odwzorowanie Gaussa-Krügera

Dowolny punkt P na elipsoidzie o współrzędnych B, L i znajdujący się w rozpatrywanej strefie, odwzorowywany jest jako punkt P' , którego współrzędne x, y określane są następującymi zależnościami [5]:

$$\begin{aligned}
 x &= S + \frac{l^2}{2} N \sin B \cos B + \frac{l^4}{24} N \sin B \cos^3 B (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) + \\
 &\quad + \frac{l^6}{720} N \sin B \cos^5 B (61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 - 330\eta^2 t^2) \\
 y &= lN \cos B + \frac{l^3}{6} N \cos^3 B (1 - t^2 + \eta^2) + \\
 &\quad + \frac{l^5}{120} N \cos^5 B (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58\eta^2 t^2)
 \end{aligned}
 \tag{2.21}$$

gdzie:

B, L – współrzędne geodezyjne punktu P ,

L_o – długość geodezyjna południka styczności,

$l = L - L_o$,

$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}$ – promień krzywizny przekroju głównego (pierwszego wertykału) elipsoidy obrotowej,

$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$ – pierwszy mimośród elipsoidy obrotowej spłaszczonej,

$e' = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}}$ – drugi mimośród elipsoidy obrotowej spłaszczonej,

a – półoś równikowa elipsoidy obrotowej spłaszczonej (dla elipsoidy Krasowskiego $a = 6378245$ m.),

b – półoś biegunowa elipsoidy obrotowej spłaszczonej (dla elipsoidy Krasowskiego $b = 6356863$ m.),

$\eta = e' \cos^2 B$,

$t = \operatorname{tg} B$,

S – długość łuku południka dla szerokości B ; oblicza się ją za pomocą następującego wzoru:

$$S = a(1 - e^2) \left(W_1 B - \frac{W_2}{2} \sin 2B + \frac{W_3}{4} \sin 4B - \frac{W_4}{6} \sin 6B + \frac{W_5}{8} \sin 8B - \frac{W_6}{10} \sin 10B \right).
 \tag{2.22}$$

Występujące w wyrażeniu 2.22 współczynniki: $W_1, W_2, W_3, W_4, W_5, W_6$ można wyznaczyć jednorazowo dla rozpatrywanej elipsoidy z następujących wzorów [5]:

$$\begin{aligned}
W_1 &= 1 + \frac{3}{4}e^2 + \frac{45}{64}e^4 + \frac{175}{256}e^6 + \frac{11025}{16384}e^8 + \frac{43659}{65536}e^{10} + \dots \\
W_2 &= \frac{3}{4}e^2 + \frac{15}{16}e^4 + \frac{525}{512}e^6 + \frac{2205}{2048}e^8 + \frac{72765}{65536}e^{10} + \dots \\
W_3 &= \frac{15}{64}e^4 + \frac{105}{256}e^6 + \frac{2205}{4096}e^8 + \frac{10398}{16384}e^{10} + \dots \\
W_4 &= \frac{35}{512}e^6 + \frac{315}{2048}e^8 + \frac{31185}{131072}e^{10} + \dots \\
W_5 &= \frac{315}{16384}e^8 + \frac{3465}{65536}e^{10} + \dots \\
W_6 &= \frac{693}{131072}e^{10} + \dots
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Niekiedy zachodzi potrzeba rozwiązania zadania odwrotnego tj. obliczenia współrzędnych geodezyjnych B i L punktu P na podstawie danych współrzędnych prostokątnych gaussowskich x i y . Rozwiązania tego zadania można dokonać za pomocą następujących wzorów [48]:

$$\begin{aligned}
B &= B_1 - \frac{y^2 t_1}{2M_1 N_1} + \frac{y^4 t_1}{24M_1 N_1} (5 + 3t_1^2 + \eta_1^2 - 9\eta_1^2 t_1^2) + \frac{y^6 t_1}{720M_1 N_1} (61 + 90t_1^2 + 45t_1^4) \\
l &= \frac{y}{N_1 \cos B_1} - \frac{y^3}{6N_1^3 \cos B_1} (1 + 2t_1^2 + \eta_1^2) + \frac{y^5}{120N_1^5 \cos B_1} (5 + 28t_1^2 + 24t_1^4 + 6\eta_1^2 + 8\eta_1^2 t_1^2) \\
L &= L_0 + l
\end{aligned} \tag{2.24}$$

gdzie:

$$\eta_1 = e' \cos^2 B_1,$$

$$t_1 = \operatorname{tg} B_1,$$

$$M_1 = \frac{a(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 B_1)^3}} \quad - \text{promień krzywizny przekroju południkowego w}$$

punkcie środkowym o szerokości geodezyjnej B_1 rozpatrywanej części powierzchni elipsoidy obrotowej,

$$N_1 = \frac{a}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 B_1)}} \quad - \text{promień krzywizny przekroju prostopadłego do}$$

południka w punkcie o szerokości geodezyjnej B_1 ,

e, e', a, b – jak we wzorze 2.21,

B_1 – szerokość geodezyjna odpowiadająca długości łuku południka $S = x$ od równika do równoleżnika B_1 ; w literaturze przedmiotu [5, 8, 26, 48, 53] zaleca się korzystanie z tablic do wyznaczania tej wielkości; alternatywny sposób wyznaczania szerokości geodezyjnej B_1 przedstawiono poniżej.

Szerokość izometryczna q_1 , która wraz z długością geodezyjną L stanowi parę współrzędnych izometrycznych⁶ jest funkcją szerokości geodezyjnej B_1 . Dla wyrażenia szerokości geodezyjnej B_1 w zależności od współrzędnych płaskich x, y można wykorzystać tę okoliczność, że skoro szerokość izometryczna q_1 jest funkcją tylko szerokości geodezyjnej B_1 , to musi zachodzić zależność odwrotna:

$$q_1 = f(B_1) \quad \Rightarrow \quad B_1 = f(q_1) \quad (2.25)$$

Szerokość izometryczna q_1 jest z kolei funkcją długości łuku południka $S = x$, można ją wyznaczyć ze wzoru [53]:

$$q_1 = \frac{1}{2} \lg(1+x) - \frac{1}{2} \lg(1-x) + \frac{e}{2} \lg(1-ex) - \frac{e}{2} \lg(1+ex) \quad (2.26)$$

lub ze wzoru:

$$q_1 = \lg \sqrt{\frac{1+x}{1-x} \left(\frac{1-ex}{1+ex} \right)^e} \quad (2.27)$$

Związek między szerokością izometryczną q_1 a szerokością geodezyjną B_1 określa zależność [26]:

$$q_1 = \ln \frac{\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{B_1}{2} \right)}{\operatorname{tg} e \left(\frac{\pi}{4} + \frac{e \sin B_1}{2} \right)} \quad (2.28)$$

lub zależność [5]:

⁶ Opis współrzędnych izometrycznych przedstawiono w załączniku 4

$$q_1 = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sin B_1}{1 - \sin B_1} - \frac{e}{2} \ln \frac{1 + e \sin B_1}{1 - e \sin B_1} \quad (2.29)$$

Przedstawiony powyżej algorytm wyznaczania współrzędnych geodezyjnych B i L punktu P na podstawie danych współrzędnych prostokątnych gaussowskich x i y można również zrealizować, według sugestii autorów wielu opracowań na ten temat, przy pomocy tablic. Wartość B_1 należy wówczas odczytać dla argumentu długości łuku południka $S = x$, natomiast pozostałe wartości: M_1 , N_1 , t_1 , η_1 oraz $\cos B_1$ należy odczytać dla argumentu B_1 . Współrzędne geodezyjne otrzymuje się wówczas w radianach. Błąd obliczeń szerokości geodezyjnej B oraz długości $l = L - L_0$ jest mniejszy od $0,0001''$ dla różnicy długości $l < 3,5^\circ$ [53].

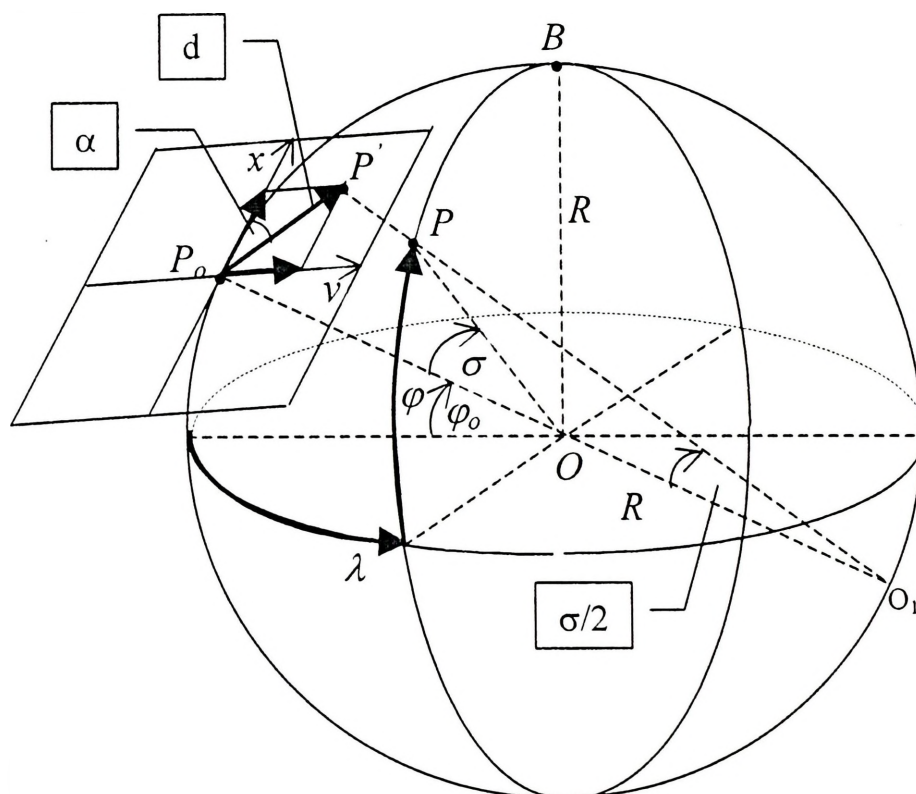
2.4.3. Odwzorowanie stereograficzne

Odwzorowanie elipsoidy na płaszczyznę można realizować bezpośrednio - przykładając płaszczyznę w określonym punkcie do powierzchni elipsoidy lub pośrednio - wykorzystując powierzchnię kuli [5].

Odwzorowanie pośrednie realizuje się w dwóch etapach. W pierwszym z nich dokonuje się odwzorowania elipsoidy na kulę, w drugim zaś - powierzchni kuli na płaszczyznę. Ta metoda odwzorowania ma tę przewagę nad odwzorowaniem bezpośrednim, że odwzorowanie kuli na płaszczyznę wyraża się prostymi formułami matematycznymi. Pierwszy etap tego odwzorowania, czyli wiernokątnego odwzorowania elipsoidy na kulę, dokonuje się według procedury przedstawionej w p. 2.4.1. Natomiast do wiernokątnego odwzorowania powierzchni kuli na płaszczyznę styczną do niej można używać odwzorowania stereograficznego.

Odwzorowanie stereograficzne jest więc przykładem odwzorowania powierzchni elipsoidy na płaszczyznę styczną do tej elipsoidy w wybranym punkcie P_0 . Odwzorowaniem stereograficznym nazywa się rzut perspektywiczny (środkowy) powierzchni kuli na płaszczyznę, przy czym środek perspektywy znajduje się na

powierzchni kuli w punkcie położonym najdalej od płaszczyzny rzutu (rys.2.7). Jeżeli zatem punkt P_o jest punktem styczności płaszczyzny do kuli, to linia prosta poprowadzona z tego punktu przez środek kuli O przetnie powierzchnię kuli w punkcie O_1 będący środkiem perspektywy.



Rys. 2.7. Odwzorowanie stereograficzne powierzchni kuli

Dowolny punkt P położony na powierzchni kuli rzutowany jest na płaszczyznę odwzorowania i jego obrazem jest punkt P' . Współrzędne punktu P' w utworzonym na płaszczyźnie odwzorowania prostokątnym układzie współrzędnych x, y (patrz rys. 2.7) można wyrazić za pomocą następujących zależności:

$$\begin{aligned} x &= d \cos \alpha \\ y &= d \sin \alpha \end{aligned} \quad (2.30)$$

Odległość d można wyznaczyć z trójkąta $P' P_o O_1$:

$$d = 2R \operatorname{tg} \frac{\sigma}{2} = 2R \frac{\sin \sigma}{1 + \cos \sigma} \quad (2.31)$$

Współrzędne punktu P' można zatem wyznaczyć z następujących zależności:

$$\begin{aligned}
 x &= 2R \frac{\sin \sigma \cos \sigma}{1 + \cos \sigma} \\
 y &= 2R \frac{\sin \sigma \sin \sigma}{1 + \cos \sigma}
 \end{aligned}
 \tag{2.32}$$

Z trójkąta sferycznego natomiast $P' B P$ (rys. 2.7) wynikają następujące zależności [5]:

$$\begin{aligned}
 \sin \sigma \sin \alpha &= \cos \varphi \sin \lambda \\
 \sin \sigma \cos \alpha &= \sin \varphi \cos \varphi_0 - \cos \varphi \sin \varphi_0 \cos \lambda \\
 \sin \sigma &= \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos \lambda
 \end{aligned}
 \tag{2.33}$$

Po uwzględnieniu zależności 2.33 we wzorach 2.32, współrzędne punktu P' w utworzonym na płaszczyźnie odwzorowania prostokątnym układzie współrzędnych x, y można ostatecznie wyznaczyć z następujących zależności:

$$\begin{aligned}
 x &= 2R \frac{\sin \varphi \cos \varphi_0 - \cos \varphi \sin \varphi_0 \cos \lambda}{1 + \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos \lambda} \\
 y &= 2R \frac{\cos \varphi \sin \lambda}{1 + \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos \lambda}
 \end{aligned}
 \tag{2.34}$$

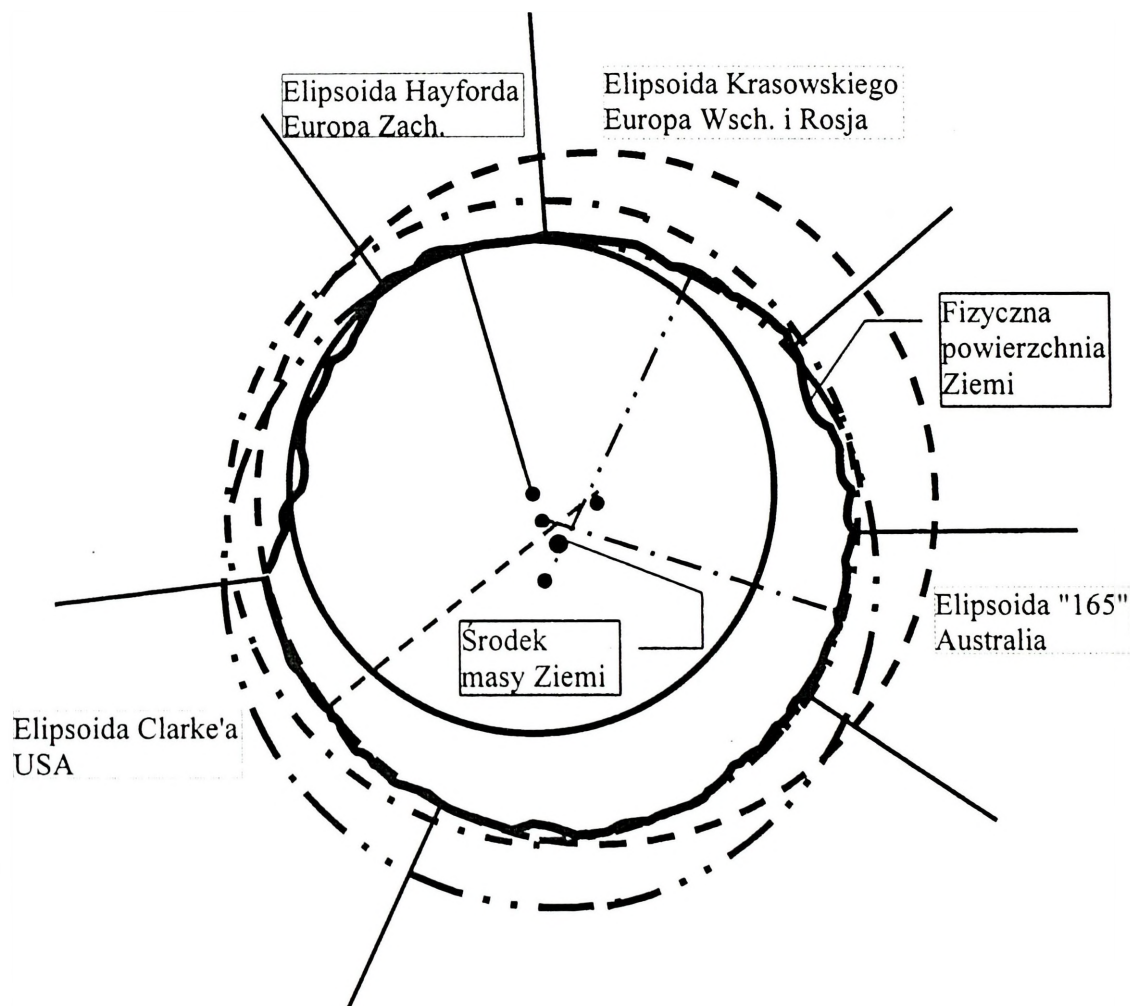
3. PROPONOWANY UKŁAD WSPÓLRZĘDNYCH GEOGRAFICZNYCH-PRZESTRZENNYCH

3.1. Budowa układu współrzędnych geograficznych-przestrzennych

Do określania położenia obiektów w przestrzeni powietrznej stosuje się odpowiednie układy współrzędnych przestrzennych (współrzędne prostokątne x, y, h lub współrzędne biegunowe D, β, ε). Położenie obiektów powietrznych określane jest przez każdy źródłowy element systemu radiolokacyjnego we własnym (lokalnym) układzie współrzędnych. Określone w ten sposób położenie obiektu powietrznego przesyłane jest następnie do elementu systemu radiolokacyjnego wyższego rzędu, który przelicza odebrane dane do własnego (również lokalnego) układu współrzędnych z uwzględnieniem przesunięcia początku układów współrzędnych oraz ich skręcenia wynikającego ze zbieżności południków. W badaniach symulacyjnych [33] wykazano, że stosowanie w systemie radiolokacyjnym lokalnych układów współrzędnych jest źródłem błędów systematycznych na etapie transformacji współrzędnych obiektu powietrznego z układu lokalnego niższego rzędu do układu lokalnego wyższego rzędu przetwarzania informacji radiolokacyjnej. Ponadto stosowanie wielu układów współrzędnych w jednym systemie radiolokacyjnym wydaje się niecelowe oraz stwarza dodatkowe problemy np. w procesie tworzenia numerycznej mapy przestrzeni radiolokacyjnej.

W celu przeprowadzenia właściwego (wiarygodnego) badania wzajemnych relacji pomiędzy elementami rozpatrywanej przestrzeni konieczne wydaje się zbudowanie odpowiedniego układu odniesienia, czyli jednolitego układu współrzędnych. Budowę układu współrzędnych rozpoczyna się od ustalenia dla wszystkich parametrów przestrzeni (kątown, odległości itp.) odpowiednich jednostek miary, których liczbowe wartości będą przypisywane każdemu punktowi tej przestrzeni. Następnie określa się początek układu oraz zakresy i kierunki zmienności wartości liczbowych parametrów, czyli osie układu. Na koniec ustala się przepis

też, do przyjętego układu współrzędnych φ , λ , h wprowadźmy ortokartezjański układ współrzędnych geocentrycznych X , Y , Z (rys. 2.5), który będzie drugim układem współrzędnych określającym położenie punktów nad powierzchnią Ziemi. Układ ten będzie miał początek w środku masy Ziemi. Oś OX będzie przechodziła przez punkt o współrzędnych geograficznych $\varphi = 0$, $\lambda = 0$, oś OY przez punkty $\varphi = 0$, $\lambda = 90^\circ$, zaś oś OZ będzie pokrywała się z osią obrotu Ziemi.



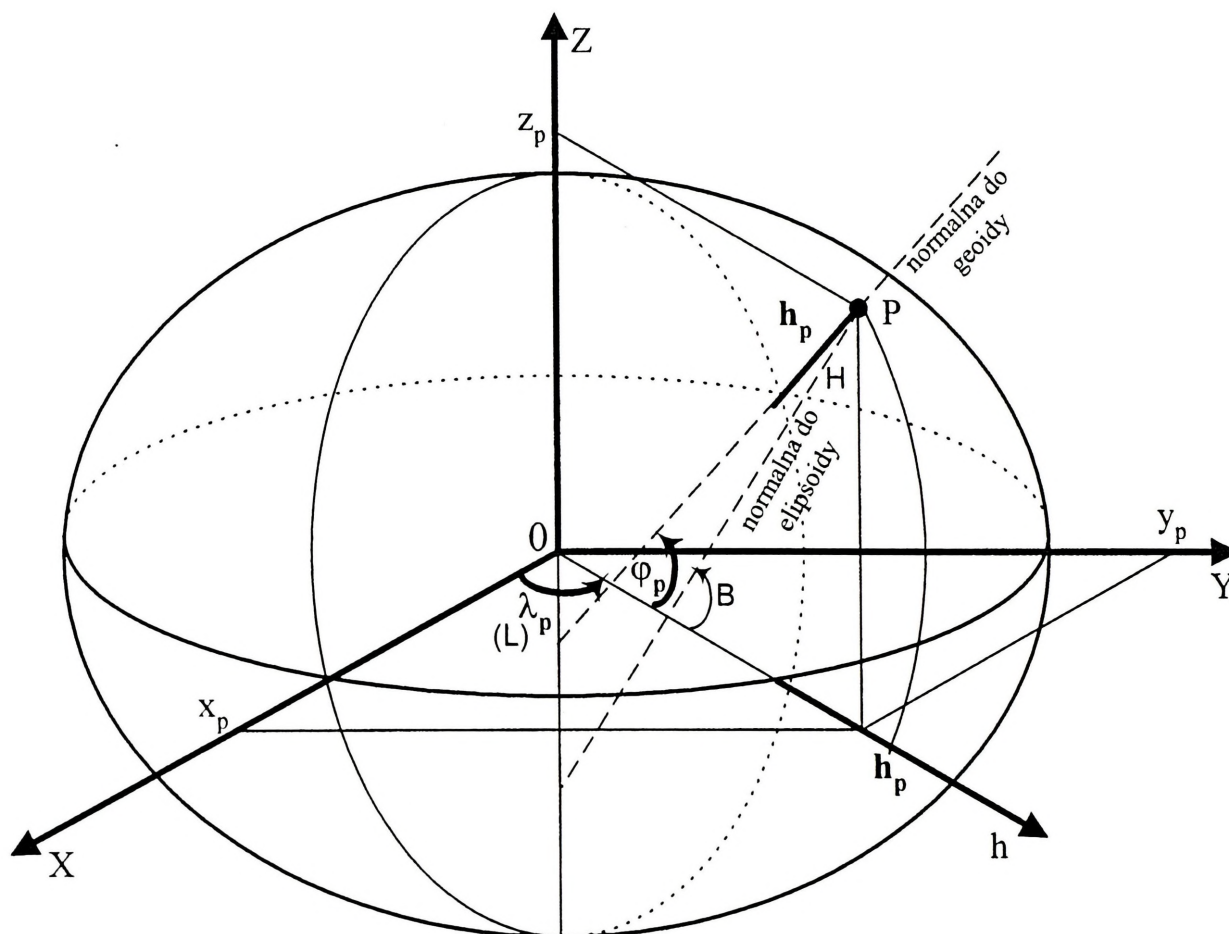
Rys. 3.2. Elipsoidy ziemskie przyjęte w geodezji jako powierzchnie odniesienia [26]

W praktyce geodezyjnej za powierzchnię Ziemi przyjmuje się powierzchnię geoidy ziemskiej, która odpowiada przedłużonej pod lądami powierzchni mórz i oceanów w stanie zupełnego spokoju (z wykluczeniem falowania, przyływów i odpływów oraz zmian ciśnienia atmosferycznego). Normalna w dowolnym punkcie tej powierzchni pokrywa się z kierunkiem siły ciężkości Ziemi (linią pionu). Linia pionu nad powierzchnią geoidy ulega jednak refrakcji (rys. 3.1). Krzywiznę linii pionu ρ

obliczono w przybliżeniu na $1.200.000$ km (według Helmerta) [26]. Obliczono również, że dla takiego promienia linii pionu oraz dla średniego promienia Ziemi równego 6.370 km i wysokości $h = 4$ km, odległość między punktami P_o i P' (rys.3.1) nie przekracza jednego centymetra. Dla tych samych promieni Ziemi i linii pionu oraz dla wysokości $h = 10$ km, różnica między wysokością punktu P liczoną wzdłuż linii pionu i wysokością geodezyjną $h_n - h$ (rys.3.1) jest mniejsza od $0,01$ mm, a $\varphi_n' - \varphi$ jest rzędu $0,0008'' \sin 2\varphi$ [26]. Wielkości te w porównaniu z wielkościami rozpatrywanymi na powierzchni geoidy są minimalne. Można zatem bez znaczącego błędu przyjąć, że $h_n = h$ i $\varphi_n' = \varphi$.

W geodezji jako matematyczną powierzchnię odniesienia Ziemi przyjmuje się powierzchnię elipsoidy obrotowej spłaszczonej. Elipsoida ta zwana elipsoidą odniesienia jest figurą wystarczająco wiernie zbliżoną do geoidy. Obliczenia geodezyjne na elipsoidzie odniesienia są jednak możliwe dopiero po spełnieniu pewnych warunków. W złożonej sieci trójkątów geodezyjnych wybiera się jeden punkt P_o odpowiednio usytuowany (np. w środku rozpatrywanego obszaru). Punkt ten stanowi miejsce przyłożenia elipsoidy do geoidy. W punkcie tym pokrywają się dwie proste: normalna elipsoidy i normalna geoidy (linia pionu). Obecnie w Polsce od 1956 roku obowiązuje wykorzystywanie do prac geodezyjnych i kartograficznych elipsoidy Krasowskiego opracowanej w 1940 roku z punktem przyłożenia w miejscowości Pułkowo. Powierzchnia tej elipsoidy wystarczająco mało odbiega od powierzchni geoidy na obszarze jej obowiązywania (rys. 3.2) [26]. Stąd też do dalszych prac związanych z tworzeniem numerycznej mapy przestrzeni radiolokacyjnej przyjmijmy elipsoidę Krasowskiego.

Zbudujmy zatem na tej elipsoidzie dwa układy współrzędnych tj. współrzędne geograficzne-przestrzenne φ, λ, h oraz współrzędne ortokartezjańskie X, Y, Z (rys.3.3) i przyjmijmy je do dalszych badań. Na rysunku 3.3 zaznaczono również współrzędne geodezyjne B, L, H oraz linie normalne do elipsoidy i geoidy. Jednakże zgodnie z przyjętymi powyżej uproszczeniami linie te (normalne do elipsoidy i geoidy) będą pokrywały się, zaś współrzędne geodezyjne B, L, H będą równe współrzędnym φ, λ, h .



Rys. 3.3. Układ współrzędnych geograficznych-przestrzennych (φ , λ , h) oraz ortokartezjańskich (X , Y , Z)

Wstępna analiza własności przedstawionych na rys.3.3 układów współrzędnych wskazuje na przydatność, w procesie tworzenia numerycznej mapy przestrzeni radiolokacyjnej oraz jej użytkowania, obydwu układów współrzędnych. Pierwszy z nich (φ , λ , h) jest wygodny np. do zobrazowania położenia obiektu na ekranie wskaźnika, a także do opisu toru lotu obiektu powietrznego po ortodromie na stałej wysokości. Tor ten można opisać odcinkiem przestrzennej elipsy. Drugi z przyjętych układów współrzędnych wygodny będzie natomiast np. do wyznaczania bezpośredniej odległości (w linii prostej) między dwoma dowolnie wybranymi punktami przestrzeni powietrznej. Tak więc na obecnym etapie badań proponuje się przyjęcie do dalszych analiz obydwu układów współrzędnych. Opracowania wymagają jednak procedury transformacji (przeliczania) współrzędnych tych układów.

3.2. Transformacja współrzędnych geograficznych-przestrzennych do układu ortokartezjańskiego i odwrotnie

Dowolny punkt P leżący na fizycznej powierzchni Ziemi lub nad jej powierzchnią i zredukowany na geoidę można jednoznacznie określić w stosunku do przyjętej elipsoidy odniesienia przy pomocy współrzędnych geograficznych-przestrzennych φ , λ , h zgodnie z ustaleniami zawartymi w rozdziale 3.1. Położenie tego samego punktu P można opisać w ortokartezjańskim układzie współrzędnych za pomocą następujących wzorów [5, 9, 26, 53]:

$$\begin{aligned}x &= (N + h)\cos\varphi\cos\lambda \\y &= (N + h)\cos\varphi\sin\lambda \\z &= [(1 - e^2)N + h]\sin\varphi\end{aligned}\quad (3.1)$$

gdzie:

$$N = \frac{a}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)}} - \text{promień krzywizny przekroju prostopadłego do południka}$$

w punkcie o szerokości geograficznej φ ,

e – pierwszy mimośród elipsoidy obrotowej spłaszczonej obliczany jak we wzorze 2.21.

W przypadku gdy znane są współrzędne ortokartezjańskie punktu P , jego współrzędne geograficzne-przestrzenne można wyznaczyć za pomocą następujących wzorów [10, 26]:

$$\begin{aligned}\lambda &= \arctg \frac{y}{x} \\ \varphi &= \arctg \frac{z + e^2 a \sin^3 \theta}{R_z - e^2 a \cos^3 \theta} \\ h &= \frac{R_z - N \cos \varphi}{\cos \varphi}\end{aligned}\quad (3.2)$$

gdzie:

$$R_z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{za}{R_z b}$$

$$\cos \theta = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta}$$

$$\sin \theta = \operatorname{tg} \theta \cos \theta$$

$$e' = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}}$$

Znając położenie dowolnego punktu P na powierzchni Ziemi lub nad jej powierzchnią w jednym z wyżej rozpatrywanych układów współrzędnych, za pomocą przedstawionego aparatu matematycznego można dokonać przeliczenia położenia tego punktu w drugim układzie współrzędnych.

3.3. Transformacja współrzędnych lokalnych do układu współrzędnych geograficznych-przestrzennych

Najpowszechniej stosowanym w radiolokacji układem współrzędnych jest układ biegunowy. Jego początek znajduje się w miejscu stania radaru. Położenie obiektu powietrznego w tym układzie współrzędnych określa się przy pomocy trzech współrzędnych. Są to:

- odległość skośna, mierzona od anteny radaru do obiektu powietrznego (D),
- azymut obiektu powietrznego czyli kąt, mierzony w płaszczyźnie poziomej, zawarty między kierunkiem na północ a rzutem na płaszczyznę poziomą prostej przechodzącej przez antenę radaru i obiekt powietrzny (β),
- kąt wzniesienia (elewacji) czyli kąt, mierzony w płaszczyźnie pionowej, zawarty między kierunkiem na obiekt powietrzny a jego rzutem na płaszczyznę poziomą (ε).

Współrzędne biegunowe (D , β , ε) określone są bezpośrednio przez radar, tzn. bez dodatkowych przekształceń. W praktyce radiolokacyjnej kąt elewacji często przelicza

się na wysokość lotu obiektu powietrznego (h). Przeliczenia tego można dokonać za pomocą następującej zależności:

$$h = D \sin \varepsilon \quad (3.3)$$

Dla dużych odległości D należy wprowadzić poprawkę wynikającą z krzywizny Ziemi:

$$h = h_a + D \sin \varepsilon + \frac{D^2}{2R_z} \quad (3.4)$$

gdzie:

h_a – wysokość zawieszenia anteny radaru,

R_z – promień Ziemi.

Przeliczenia współrzędnych lokalnych do współrzędnych geograficznych-przestrzennych można dokonać pośrednio poprzez ekwiwalentną kulę lub bezpośrednio na elipsoidzie.

Pierwszy sposób (poprzez ekwiwalentną kulę) polega na tym, że fragment elipsoidy odniesienia odpowiadający terytorium kraju zastępuje się ekwiwalentną kulą o takim przyłożeniu oraz promieniu R_k , aby zminimalizować błędy długości drogi geodezyjnej na elipsoidzie odniesienia oraz odpowiadającej mu długości łuku koła wielkiego na proponowanej kuli. W tym celu proponuje się dokonać przekształcenia konforemnego współrzędnych geograficznych na elipsoidzie (φ , λ) na współrzędne geograficzne na kuli (φ_k , λ_k) zgodnie ze wzorami przedstawionymi w punkcie 2.4 (zależność 2.18):

$$\begin{aligned} \varphi_k &= \varphi - k_2 \sin 2\varphi + k_4 \sin 4\varphi - k_6 \sin 6\varphi \\ \lambda_k &= \lambda \end{aligned} \quad (3.5)$$

gdzie:

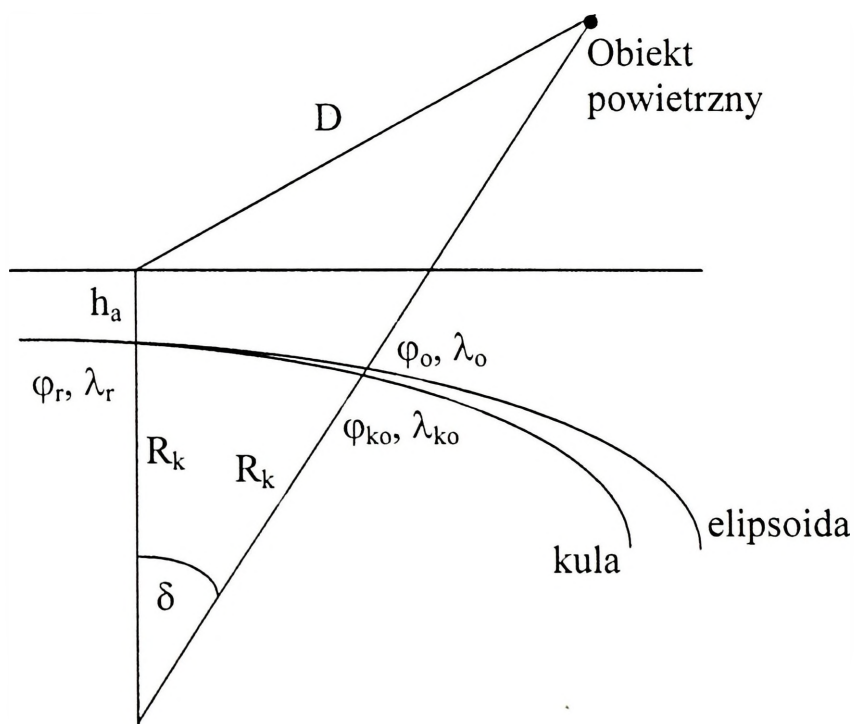
$$k_2 = \frac{e^2}{2} + \frac{5e^4}{24} + \frac{3e^6}{32}$$

$$k_4 = \frac{5e^4}{48} + \frac{7e^6}{80}$$

$$k_6 = \frac{13e^6}{480}$$

Następnie należy wyliczyć promień ekwiwalentnej kuli za pomocą wzoru [30]:

$$R_k = \frac{N \cos \varphi}{\cos \varphi_k} \quad (3.6)$$



Rys.3.4. Ilustracja do twierdzenia Carnota

Dla parametrów pomiarowych obiektu (D , β , ε) oraz pozycji radaru (φ_r , λ_r , h_a) można wyliczyć współrzędne geograficzne obiektu na elipsoidzie (φ_o , λ_o , h_o). W tym celu z twierdzenia Carnota należy obliczyć współrzędną azymutalną δ na kuli (patrz rys. 3.4) za pomocą następujących wzorów [33]:

$$\cos \delta = \frac{(R_k + h_a)^2 + (R_k + h)^2 + D^2}{2(R_k + h_a)(R_k + h)} \quad (3.7)$$

$$\delta = \arctg \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \delta}}{\cos \delta}$$

Znając współrzędne azymutalne obiektu β , δ można obliczyć współrzędne geograficzne obiektu na kuli $(\varphi_{ko}, \lambda_{ko})$ wykorzystując następujące wzory [5]:

$$\begin{aligned}\sin \varphi_{ko} &= \cos \delta \sin \varphi_{kr} + \sin \delta \cos \varphi_{kr} \cos \beta \\ \sin(\lambda_{ko} - \lambda_{kr}) &= \frac{\sin \beta \sin \delta}{\cos \varphi_{ko}}\end{aligned}\quad (3.8)$$

gdzie:

φ_{kr} , λ_{kr} – współrzędne geograficzne radaru na kuli obliczone za pomocą wzorów 3.5.

Współrzędne geograficzne obiektu na kuli $(\varphi_{ko}, \lambda_{ko})$ można również wyznaczyć wykorzystując następujące wzory [33]:

$$\begin{aligned}\varphi_{ko} &= ar \operatorname{ctg} \frac{\sin \varphi_{ko}}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi_{ko}}} \\ \lambda_{ko} &= ar \operatorname{ctg} \frac{\sin(\lambda_{ko} - \lambda_{kr})}{\sqrt{1 - \sin^2(\lambda_{ko} - \lambda_{kr})}} + \lambda_{kr}\end{aligned}\quad (3.9)$$

Na koniec należy dokonać przekształcenia współrzędnych geograficznych na kuli $(\varphi_{ko}, \lambda_{ko})$ na współrzędne geograficzne-przestrzenne na elipsoidzie (φ_o, λ_o) według następujących wzorów [9]:

$$\begin{aligned}\varphi_o &= \varphi_{ko} + k_2 \sin 2\varphi_{ko} + k_4 \sin 4\varphi_{ko} + k_6 \sin 6\varphi_{ko} \\ \lambda_o &= \lambda_{ko}\end{aligned}\quad (3.10)$$

gdzie:

$$\begin{aligned}k_2 &= \frac{e^2}{2} + \frac{5e^4}{24} + \frac{e^6}{12} \\ k_4 &= \frac{7e^4}{48} + \frac{29e^6}{240} \\ k_6 &= \frac{7e^6}{120}\end{aligned}$$

Pełne współrzędne geograficzne-przestrzenne obiektu zawierają oprócz (φ_o, λ_o) wysokość obiektu h_o nad powierzchnią elipsoidy. Współrzędna ta jest równa wysokości h określonej przez radar we współrzędnych lokalnych. W ten sposób tworzona jest trójka współrzędnych geograficznych-przestrzennych obiektu powietrznego $(\varphi_o, \lambda_o, h_o)$.

Druga metoda przeliczania współrzędnych lokalnych do współrzędnych geograficznych-przestrzennych polega na wykonaniu obliczeń bezpośrednio na elipsoidzie. Istotą proponowanej metody jest aproksymacja krzywizny elipsoidy odniesienia w punkcie lokalizacji radaru $(\varphi_r, \lambda_r, h_a)$ na kierunku azymutu β promieniem krzywizny R_β wyliczonym ze wzoru Eulera [9]:

$$\frac{1}{R_\beta} = \frac{\cos^2 \beta}{M} + \frac{\sin^2 \beta}{N} \quad (3.11)$$

gdzie:

$$M = \frac{a(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 \varphi_r)^3}} - \text{promień krzywizny południkowej w punkcie } (\varphi_r, \lambda_r),$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 \varphi_r)}} - \text{promień krzywizny przekroju prostopadłego do}$$

południka w punkcie o szerokości geograficznej (φ_r) ,

e – pierwszy mimośród elipsoidy obrotowej spłaszczonej obliczany jak we wzorze 3.1,

Następnie do wzoru 3.7 w miejsce R_k należy podstawić R_β i wyliczyć δ , a także obliczyć długość drogi S_β pomiędzy punktem położenia radaru a rzutem pionowym punktu położenia obiektu na elipsoidę według wzoru [33]:

$$S_\beta = R_\beta \delta \quad (3.12)$$

Korzystając następnie z procedury rozwiązywania zadania geodezyjnego wprost (patrz załącznik 1 i 2) należy obliczyć współrzędne φ_o , λ_o oraz h_o . Podstawiając do procedury:

$$A_1 = \beta, \quad B_1 = \varphi_r, \quad L_1 = \lambda_r, \quad S = S_\beta \quad (3.13)$$

W wyniku działania procedury otrzymuje się współrzędne geograficzne obiektu powietrznego na elipsoidzie:

$$\varphi_o = B_2, \quad \lambda_o = L_2 \quad (3.14)$$

Przyjmując pomierzoną przez radar h jako trzecia współrzędna otrzymuje się kompletne współrzędne geograficzne-przestrzenne obiektu powietrznego $(\varphi_o, \lambda_o, h_o)$.

Błędy popełnione z tytułu przyjęcia długości drogi geodezyjnej S_β obliczanej na kuli o promieniu R_β , a nie na powierzchni elipsoidy, są funkcją kąta δ i zmieniają się w zakresie od centymetrów do kilku decymetrów [33]. Ze względu jednak na wielkość tych błędów zaleca się stosowanie drugiej metody wyliczania współrzędnych geograficznych-przestrzennych obiektu powietrznego $(\varphi_o, \lambda_o, h_o)$ polegającej na wykonaniu obliczeń bezpośrednio na elipsoidzie odniesienia oraz wykorzystaniu do obliczeń procedury rozwiązywania zadania geodezyjnego wprost (załącznik 2).

3.4. Transformacja współrzędnych geograficznych do układu współrzędnych płaskich i odwrotnie

Transformacji współrzędnych geograficznych do układu współrzędnych płaskich można dokonać wykorzystując procedury odwzorowania Gaussa-Krügera lub odwzorowania stereograficznego. W punkcie 2.4.3 przedstawiono ideę odwzorowania stereograficznego, a także zależności (2.28) między współrzędnymi geograficznymi elipsoidy i współrzędnymi prostokątnymi odwzorowanej płaszczyzny. Zależności te są wystarczające dla dokonania transformacji współrzędnych geograficznych do układu współrzędnych płaskich. W punkcie 2.4.2 natomiast przedstawiono podstawy

teoretyczne transformacji współrzędnych geodezyjnych do współrzędnych płaskich oraz współrzędnych płaskich do współrzędnych geodezyjnych według odwzorowania Gaussa-Krügera. Zgodnie z przyjętym w punkcie 2.3.1 uproszczeniem, według którego współrzędne geograficzne są równe współrzędnym geodezyjnym na przyjętej elipsoidzie odniesienia (Krasowskiego), przedstawione wzory w punkcie 2.4.2, po podstawieniu współrzędnej φ w miejsce współrzędnej B oraz współrzędnej λ w miejsce współrzędnej L , mają również zastosowanie do przeliczania współrzędnych geograficznych na współrzędne płaskie i odwrotnie.

W literaturze przedmiotu dla potrzeb transformacji współrzędnych geograficznych do współrzędnych płaskich i odwrotnie oraz obliczania zbieżności południków (c) i skali liniowej (m) podawane są gotowe procedury obliczeniowe. Procedura przeliczania współrzędnych geograficznych do układu współrzędnych płaskich bazuje na następującym zestawie wzorów [53]:

$$\begin{aligned}
 l &= 10^{-4} (\lambda - \lambda_0)'' \\
 x &= B + A_2 l^2 + A_4 l^4 + A_6 l^6 + [N l^8 \dots] \\
 y &= B_1 l + B_3 l^3 + B_5 l^5 + [N l^7 \dots] \\
 c &= C_1 l + C_3 l^3 + C_5 l^5 + [l^7 \dots] \\
 m &= 1 + 10^{-8} D_2 l^2 + 10^{-8} D_4 l^4 + [l^6 \dots]
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

gdzie:

$$\begin{aligned}
 A_2 &= \frac{10^8}{2\rho^2} N \cos^2 \varphi t \\
 A_4 &= \frac{10^{16}}{24\rho^4} N \cos^4 \varphi t (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) \\
 A_6 &= \frac{10^{24}}{720\rho^6} N \cos \varphi t (61 - 58t^2 + t^4)
 \end{aligned}$$

$$B_1 = \frac{10^4}{\rho} N \cos \varphi$$

$$B_3 = \frac{10^{12}}{6\rho^3} N \cos^3 \varphi (1 - t^2 + \eta^2)$$

$$B_5 = \frac{10^{20}}{120\rho^5} N \cos^5 \varphi (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58t^2\eta^2)$$

$$C_1 = 10^4 \cos \varphi t = 10^4 \sin \varphi$$

$$C_3 = \frac{10^{12}}{3\rho^2} \cos^3 \varphi t (1 + 3\eta^2 + 2\eta^4)$$

$$C_5 = \frac{10^{20}}{15\rho^4} \cos^5 \varphi t (2 - t^2)$$

$$D_2 = \frac{10^{16}}{2\rho^2} \cos^2 \varphi (1 + \eta^2)$$

$$D_4 = \frac{10^{24}}{24\rho^4} \cos^4 \varphi (5 - 4t^2 + 14\eta^2 - 28t^2\eta^2)$$

N, t, η – jak we wzorze 2.21.

Wyniki obliczeń z powyższych wzorów, dla układów sześciostopniowych ($l \leq 3^\circ$) x i y , otrzymuje się w metrach z dokładnością 0,001 m, zbieżność południków otrzymuje się w sekundach stopniowych z dokładnością 0,001", zaś skalę liniową z dokładnością 10^{-8} .

Procedura przeliczania współrzędnych płaskich do układu współrzędnych geograficznych zawiera następujący zestaw wzorów [53]:

$$\begin{aligned} Y &= 10^{-5}y \\ \varphi &= \varphi_1 + A'_2 Y^2 + A'_4 Y^4 + A'_6 + [l^8 \dots] \\ \lambda &= \lambda_0 + B'_1 Y + B'_3 Y^3 + B'_5 Y^5 + [l^7 \dots] \\ c &= C'_1 Y + C'_3 Y^3 + C'_5 Y^5 + [l^7 \dots] \\ m &= 1 + 10^{-8} D'_2 Y^2 + 10^{-8} D'_4 Y^4 + [l^6 \dots] \end{aligned} \quad (3.16)$$

gdzie:

$$A_2' = \frac{10^{10} \rho''}{2N_1^2} t_1 (-1 - \eta_1^2)$$

$$A_4' = \frac{10^{20} \rho''}{24N_1^4} t_1 (5 + 3t_1^3 + 6\eta_1^2 - t_1^2 \eta_1^2 - 3\eta_1^4 - 9t_1^2 \eta_1^4)$$

$$A_6' = \frac{10^{30} \rho''}{720N_1^6} t_1 (-61 - 90t_1^2 - 45t_1^4)$$

$$B_1' = \frac{10^5 \rho''}{N_1 \cos \varphi_1}$$

$$B_1^3 = \frac{10^{15} \rho''}{6N_1^3 \cos \varphi_1} (-1 - 2t_1^2 - \eta_1^2)$$

$$B_5' = \frac{10^{25} \rho''}{120N_1^5 \cos \varphi_1} (5 + 28t_1^2 + 24t_1^4 + 6\eta_1^2 + 8t_1^2 \eta_1^2)$$

$$C_1' = \frac{10^5 \rho''}{N_1} t_1$$

$$C_3' = \frac{10^{15} \rho''}{3N_1^3} t_1 (-1 - t_1^2 + \eta_1^2 + 2\eta_1^4)$$

$$C_5' = \frac{10^{25} \rho''}{15N_1^5} t_1 (2 + 5t_1^2 + 3t_1^4)$$

$$D_2' = \frac{10^{18}}{2N_1^2} (1 + \eta_1^2)$$

$$D_4' = \frac{10^{28}}{24N_1^4} (1 + 6\eta_1^2)$$

N_l, t_l, η_l – jak we wzorze 2.24,

[] – wyrażenia w nawiasach kwadratowych oznaczają symbolicznie rząd wielkości opuszczanych.

Wyniki obliczeń z powyższych wzorów, dla układów sześciostopniowych ($l \leq 3$) φ i λ , otrzymuje się z dokładnością do 0,0001", zbieżność południków c z dokładnością 0,001", zaś skalę liniową m z dokładnością 10^{-8} .

3.5. Transformacja współrzędnych geograficznych-przestrzennych do układu współrzędnych lokalnych radaru

Dla potrzeb transformacji współrzędnych geograficznych-przestrzennych do układu współrzędnych lokalnych radaru przyjmijmy następujące założenia:

- pozycja lokacji radaru określona jest we współrzędnych geograficznych-przestrzennych jako $(\varphi_r, \lambda_r, h_r)$,
- położenie obiektu powietrznego określone jest również we współrzędnych geograficznych-przestrzennych jako $(\varphi_o, \lambda_o, h_o)$,
- współrzędne obiektu powietrznego określone zostały w ściśle określonym momencie czasu t_o .

Przyjmując powyższe założenia transformacji współrzędnych geograficznych-przestrzennych do układu współrzędnych lokalnych radaru można dokonać w trzech etapach. W pierwszym z nich należy dokonać transformacji współrzędnych geograficznych-przestrzennych do układu współrzędnych geocentrycznych ortokartezjańskich. W tym celu korzystając z zależności 3.1 należy przeliczyć współrzędne obiektu powietrznego $(\varphi_o, \lambda_o, h_o)$, do układu ortokartezjańskiego (x_o, y_o, z_o) .

W drugim etapie należy dokonać transformacji współrzędnych ortokartezjańskich obiektu powietrznego (x_o, y_o, z_o) do układu współrzędnych topocentrycznych (ξ, η, ζ) o początku $(\varphi_r, \lambda_r, h_r)$. Układ topocentryczny ma następującą orientację (patrz zał. 3): oś ζ przebiega wzdłuż przedłużenia normalnej do powierzchni elipsoidy w punkcie $(\varphi_r, \lambda_r, h_r)$, oś ξ leży w płaszczyźnie południka przechodzącego przez punkt $(\varphi_r, \lambda_r, h_r)$ i skierowana jest w stronę osi obrotu elipsoidy, natomiast oś η jest prostopadła do osi ξ , oraz ζ i skierowana jest w stronę narastającej długości geograficznej λ . Transformacji tej należy dokonać według następujących zależności [5]:

$$\begin{aligned}
 \xi_o &= (z_o + e^2 N_r \sin \varphi_r) \cos \varphi_r - (x_o \cos \lambda_r + y_o \sin \lambda_r) \sin \varphi_r \\
 \eta_o &= y_o \cos \lambda_r - x_o \sin \lambda_r \\
 \zeta_o &= (z_o + e^2 N_r \sin \varphi_r) \sin \varphi_r + (x_o \cos \lambda_r + y_o \sin \lambda_r) - (N_r + h_r)
 \end{aligned}
 \tag{3.17}$$

gdzie:

$$N_r = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_r}}$$

W etapie trzecim należy dokonać transformacji współrzędnych topocentrycznych obiektu powietrznego (ξ_o, η_o, ζ_o) do układu współrzędnych lokalnych radaru (D, β, ε) . Transformacji tej można dokonać według następujących zależności [33]:

$$\begin{aligned}
 D &= \sqrt{\xi_o^2 + \eta_o^2 + \zeta_o^2} \\
 \beta &= \arctg \frac{\eta_o}{\zeta_o} \\
 \varepsilon &= \arcsin \frac{\xi_o}{D} \quad \text{lub} \quad \varepsilon = \arctg \frac{\xi_o}{\sqrt{\eta_o^2 + \zeta_o^2}}
 \end{aligned}
 \tag{3.18}$$

Przedstawiona powyżej procedura transformacji współrzędnych geograficznych-przestrzennych do układu współrzędnych lokalnych radaru pozwala wyznaczyć parametry geometryczne obiektu powietrznego, co oznacza, że procedura ta nie uwzględnia zjawiska refrakcji atmosferycznej. Wstępna analiza problemu pozwala przypuszczać, że istnieje możliwość uwzględnienia tego zjawiska przy założeniu liniowych zmian gradientu współczynnika załamania atmosferycznego. Można to uwzględnić poprzez odpowiednie wyznaczenie parametrów elipsoidy odniesienia przy założeniu prostoliniowego rozchodzenia się fal elektromagnetycznych.

WNIOSKI KOŃCOWE

Koncepcja wykorzystania jednolitego układu współrzędnych w systemie radiolokacyjnym nie powstała w próżni. Powstała ona na zapotrzebowanie koncepcji przyszłościowego systemu rozpoznania przestrzeni powietrznej. Przewiduje się, że system ten będzie zbudowany z posterunków naziemnych (stacjonarnych i mobilnych), nawodnych i powietrznych. Będzie istniała również możliwość wykorzystania kosmicznych systemów rozpoznania i łączności oraz samolotów wczesnego wykrywania i naprowadzania AWACS w jednolitym systemie kontroli przestrzeni powietrznej NATO. Narzuca to niejako konieczność zastosowania w tym systemie jednolitego układu współrzędnych.

Potrzebę zastosowania jednolitego układu współrzędnych wymusza również realizacja zadań wynikających z operacyjnego podporządkowania przestrzeni powietrznej nad obszarem Polski - Dowódcy Sił Powietrznych Europy Centralnej (AIRCENT) i włączenia wydzielonych sił i środków systemu obrony powietrznej RP do zintegrowanego systemu obrony powietrznej NATO (NATINADS – NATO Integrated Air Defence System), a także zadań związanych z rozpoznaniem w wymiarze narodowym w tym także dotyczących informacyjnego zabezpieczenia dowodzenia i działań bojowych lotnictwa oraz naziemnych środków OP. Zadania te określone zostały w „Programie integracji z Organizacją Paktu Północno-atlantycznego i modernizacji Sił Zbrojnych RP na lata 1998 – 2012”. W programie tym przyjęto, że docelowa organizacja dowodzenia obroną powietrzną RP między innymi powinna:

- zapewnić optymalne wykorzystanie w ramach jednolitego systemu OP RP wszystkich sił i środków OP niezależnie od ich organizacyjnej podległości;
- zapewnić pełną interoperacyjność z systemem dowodzenia OP NATO.

Założenia docelowego systemu obrony powietrznej RP są związane z osiągnięciem docelowej struktury zbliżonej do perspektywicznego Systemu Dowodzenia i Kontroli Powietrznej ACCS (Air Command and Control System). Zadania postawione dla systemu radiolokacyjnego RP w tym zakresie nieco odbiegają od zadań

wykonywanych dotychczas. Potrzeby jednego z ważniejszych elementów obrony powietrznej NATO jakim jest System Rozpoznania i Kontroli Przestrzeni Powietrznej ASACS (Air Surveillance and Control System) spowodowały, że głównym zadaniem naszego systemu radiolokacyjnego realizowanym w ramach ASACS jest obok ciągłego rozpoznania przestrzeni powietrznej także „...tworzenie i dystrybucja rzeczywistego obrazu zidentyfikowanej sytuacji powietrznej...” RAP (Recognise Air Picture). Jest to nowe zadanie związane z funkcjonowaniem u naszych sojuszników odmiennych niż u nas zasad radiolokacyjnego zabezpieczenia dowodzenia jak i działań bojowych rodzajów wojsk, a także innych zasad zabezpieczenia pod względem informacyjnym dyżuru bojowego pełnionego w czasie pokoju, który w NATO jest określany jako misja „Air Policing”.

W badaniach [33] również wykazano potrzebę zastosowania jednolitego układu współrzędnych w podsystemie zbioru i przetwarzania informacji radiolokacyjnej systemu obrony powietrznej. Współrzędne obiektu powietrznego w tym układzie poddane procesowi obróbki wtórnej i zbiorczej, cechują się mniejszymi błędami w stosunku do błędów w układzie lokalnym (kartezjańskim). Jednolity układ współrzędnych jest przydatny również ze względu na przejrzystość procedur transformacji tych współrzędnych do innych układów stosowanych w Siłach Zbrojnych RP oraz NATO. Współrzędne te pozwalają także określić pozycję obiektu powietrznego na mapach cyfrowych w dowolnym odwzorowaniu kartograficznym. Procedury transformacji współrzędnych obiektu powietrznego do układu jednolitego oraz odwrotnie praktycznie minimalizują błędy informacji o sytuacji powietrznej. Niezależnie zatem od szczebla uogólniania, informacja ta posiada jedynie błędy wnoszone przez źródła informacji (radary).

Przedstawione powyżej uwarunkowania oraz własności jednolitego układu współrzędnych przemawiają za wykorzystaniem go w perspektywicznym systemie rozpoznania przestrzeni powietrznej. Zastosowanie takiego układu współrzędnych wymagałoby zmiany oprogramowania wszystkich elementów systemu rozpoznania przestrzeni powietrznej pracujących w lokalnych układach współrzędnych. Jednakże wprowadzenie takiego układu posiada wiele zalet, a jednocześnie jest wybitnie

przyszłościowe. Umożliwiłoby to swobodną wymianę informacji o sytuacji powietrznej między tymi elementami bez konieczności ciągłego przekazywania pozycji (współrzędnych) danego (ruchomego de facto) elementu w systemie oraz stosowania dodatkowych, skomplikowanych i drogich urządzeń do przeliczania tych współrzędnych.

LITERATURA

1. Air Defence Study for Poland. Part I. Surveillance. NATO Analytical Air Defence Cell. March 1999.
2. Antczak S., Mroczko F., Koselski M., Januszewicz J.: Formalizacja odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej. Materiały VII Konferencji Naukowej (część I) „Automatyzacja dowodzenia”. Jelenia Góra 12-15 maja 1999.
3. Antczak S., Mroczko F., Koselski M., Januszewicz J.: Wprowadzenie do problemów tworzenia numerycznej mapy przestrzeni radiolokacyjnej. Materiały X Konferencji Naukowej „Sterowanie i regulacja w radiolokacji i obiektach latających”. Jelenia Góra 9-11 czerwca 1999.
4. Belavin O. V.: Osnovy radionavigacii. Izdanie vtoroe pererabotannoe. "Sov. radio", Moskva 1977.
5. Biesaga Z.: Geodezja wyższa. Geodezyjne układy współrzędnych i ich transformacja. WAT, Warszawa 1992.
6. Biernacki F.: Podstawy teorii odwzorowań kartograficznych. PWN, Warszawa 1978.
7. Chamberlain R.M.: Operational requirements-an AEW controller viewpoint Airborne Early Warning System Concepts. Edit Artech House, Boston, London 1992.
8. Czarnecki K.: A concept of geoid determination from GPS-derived positions and ground gravity data. Reports of Geodesy nr 1. Politechnika Warszawska 1991.
9. Dyrda J.: Geodezja wyższa. Część I . Geometria elipsoidy. WAT. Warszawa 1987.
10. Dyrda J.: Geodezja wyższa. Część II . Metody rozwiązywania podstawowych zadań geodezyjnych na powierzchniach odniesienia (elipsoidzie, kuli, płaszczyźnie). WAT. Warszawa 1984.
11. Dyrda J.: Geodezja wyższa. Trygonometria sferyczna. WAT. Warszawa 1981.
12. Farina A.: Multistatic tracking and comparison with netted monostatic systems. International Conference "Radar-82", IEE Conference Publication nr 216. 18-20 October 1982.

13. Farina A., Hanle E.: Position accuracy in netted monostatic and bistatic radar. IEEE Transactions on AES (Aerospace Electronic Systems). Vol. 19. nr 4 July 1983.
14. Farina A., Studer F. A.: Radar and sensor netting: Present and future. Microwave Journal. Vol. 29. nr 1 January 1986.
15. Farina A., Studer F. A.: Radar data processing. Vol. 1 and 2. Research Studies Press Ltd., Letchworth 1985.
16. Felski A.: Zliczanie drogi we współrzędnych kartezjańskich. Materiały na VII Konferencję Naukowo-Techniczną nt. "Rola nawigacji w zabezpieczeniu działalności ludzkiej na morzu". Część II. AMW, Gdynia 1990.
17. Gajda J., Gajda S.: Metody transformacji współrzędnych prostokątnych przestrzennych w systemach radiolokacji. Materiały z Konferencji Naukowej. WOSR Jelenia Góra 1989.
18. Gajda J., Gajda S.: Transformacja układów współrzędnych prostokątnych przestrzennych dowiązanych do powierzchni kuli. Biuletyn WOSR nr 3(9), Jelenia Góra 1990.
19. Gajda J.: Wzajemnie jednoznaczne odwzorowanie przestrzeni wokółziemskiej w zautomatyzowanych systemach dowodzenia. Rozprawa doktorska. WAT, Warszawa 1991.
20. Gansin V. N.: Ellips ośibok i charakteristika točnosti. IVUZ Geodezija i aerofotosemka, nr 6, 1986.
21. Gaździcki J.: Systemy informacji przestrzennej. PPWK, Warszawa 1990.
22. GIS for environment: conference on geographical information systems in environmental studies: conference proceedings. GIS Laboratory. Institute of Geography. Jagiellonian University, Kraków, Poland 25-27 November 1993.
23. Graszka W.: GPS. Global Positioning System (Światowy System Nawigacyjny). Warszawa 1996.
24. Groginsky H. L.: Position estimation using only multiple simultaneous range measurements. IRE Transactions on ANE (Aeronautical and Navigational Electronics). Vol. 6. nr 3. September 1969.
25. Groszek Z.: Rozpoznanie w systemie obrony powietrznej Rzeczypospolitej Polskiej. Rozprawa habilitacyjna. AON, Warszawa 1995.
26. Hlibowicki R. i inni: Geodezja wyższa i astronomia geodezyjna. PWN, Warszawa - Wrocław 1981.

27. Ignatik R., Jarvis B. J.: On the importance of Earth geometry for over-the-horizon radar co-ordinate registration. International Conference on Radar. RADAR 95, Paris, France, May 3-6, 1994.
28. Isley C. T.: A procedure for directly calculating CEP in DF fixing. IEEE Trans. on AES. Vol.16, nr.6, November 1980.
29. Januszewicz J., Kocańda W., Koselski M., Mroczko F.: Conception of adapting GIS for radar system. Fourth International Conference on "Unconventional and electrical systems" UEES'99. St. Petersburg, Russia. June 21÷24, 1999.
30. Kistowski M., Iwańska M.: Systemy informacji geograficznej. Bogucki Wydawnictwo Naukowe, Poznań 1997.
31. Kopaliński W.: Słownik wyrazów obcych i zwrotów obcojęzycznych. PWN, Warszawa 1994.
32. Koselski M.: Podstawy teoretyczne odwzorowania przestrzeni radiolokacyjnej. Zadanie badawcze projektu badawczego typu „grant” nt. „Numeryczna mapa przestrzeni radiolokacyjnej”. WAT, Warszawa 1999.
33. Kowalski Z.: Zastosowanie metod geodezyjnych do redukcji błędów określania pozycji obiektu w systemie radiolokacyjnym. Rozprawa doktorska. WAT, Warszawa 1995.
34. Kukes I. S., Starik M. E.: Osnovy radiopelengacii. "Sov. radio", Moskva 1964.
35. Lamparski J.: System NAVSTAR GPS - budowa, wykorzystanie, możliwości. Wykład wygłoszony dla kadry Wydziału WLOP AON, Warszawa 15.03.1995.
36. Łyszkowicz S.: Word Geodetic System 1984. Geodeta - Magazyn geodezyjny nr 3(10)/1996.
37. Macioch A.: Układy współrzędnych polskich map topograficznych ich relacje i skutki praktyczne [w:] Polska kartografia map topograficznych. IX Szkoła Kartograficzna. Uniwersytet Warszawski, Warszawa 1994.
38. Mapa odstępów geoidy w Polsce od elipsoidy Krasowskiego. Instytut Geodezji i Kartografii, Warszawa 1960.
39. Mapa składowych względnego odchylenia pionu ξ , η . Instytut Geodezji i Kartografii, Warszawa 1960.
40. Mordarski Z.: Stacje radiolokacyjne Wojsk Radiotechnicznych Sił Powietrznych Rzeczypospolitej Polskiej. AON, Warszawa 1998.

41. Mroczko F.: Żywotność bojowa Sił Powietrznych i metoda jej oceny. Rozprawa habilitacyjna. WAT, Warszawa 1996.
42. Mroczko F., Kocańda W., Koselski M., Januszewicz J.: Conception of adapting GIS for radar system. Fourth International Conference on "Unconventional and electrical systems" UEES'99. St. Petersburg, Russia. June 21÷24, 1999.
43. Nicholson D. L.: Analytical derivation of CEP for elliptical error distributions. IEEE Trans. on VT (Vehicular Technology). Vol.23, nr.1, February 1974.
44. Nowa encyklopedia powszechna. Tom 1÷6. PWN, Warszawa 1996.
45. Paradowski L.: Uogólniona metoda estymacji miejsca położenia obiektów w przestrzeni trójwymiarowej dla wielopozycyjnych systemów radiotechnicznych. Cz. I. Postępy cybernetyki nr 1(10) 1987.
46. Paradowski L.: Uogólniona metoda estymacji miejsca położenia obiektów w przestrzeni trójwymiarowej dla wielopozycyjnych systemów radiotechnicznych. Cz. II. Postępy cybernetyki nr 3(10) 1987.
47. Przeworska-Rolewicz D.: Przestrzenie liniowe i operatory liniowe. WNT, Warszawa 1977.
48. Różycki J.: Kartografia Matematyczna. PWN, Warszawa 1978.
49. Skolnik M. I. (red.): Spravocnik po radiolokacii. Tom 4. "Sov. radio", Moskva 1978, (tłum. z j. ang.: Radar handbook. McGraw-Hill Book Company, New York 1970).
50. Stasiewicz H., Łaski W.: Topografia wojskowa. MON, Warszawa 1983.
51. System GPS NAVSTAR: budowa, możliwości i wykorzystanie. DWLiOP, Poznań 1997.
52. Szpunar W.: Geodezja wyższa i astronomia geodezyjna. PWN, Łódź - Warszawa 1964.
53. Szpunar W.: Podstawy geodezji wyższej. PPWK, Warszawa 1982.
54. Szumski Z.: Błąd położenia punktu w przestrzeni n-wymiarowej. Geodezja i Kartografia, t. XXVI, z. 3, 1977.
55. Śledziński J.: Geodezja satelitarna. PPWK, Warszawa 1978.
56. Urbański J.: Zrozumieć GIS: analiza informacji przestrzennej. PWN, Warszawa 1997.

57. Widacki W.: Wprowadzenie do systemów informacji przestrzennej. Text, Kraków 1997.
58. Wojskowe mapy topograficzne dostosowane do standardów NATO. Przewodnik. Szt. Gen. Warszawa 1996.
59. Worobliw W. G, Głuchow W. W., Kadysziew I. K.: Aviacionnye pribory, informacionno-izmeritelnyje sistemy i komplekсы. Izd."Transport", Moskwa,1992.
60. Wzorcowanie zautomatyzowanych systemów dowodzenia. Wyd. DWOPK, 972/84. Warszawa 1984.
61. Wymagania na wyjścia cyfrowe stacji radiolokacyjnych dla potrzeb systemów ASOC i DUNAJ w formacie ASTERIX. Warszawa 1997.
62. Zapart P.: GIS: komputerowe systemy informacji przestrzennej. Intersoftland, Warszawa 1994.

ZAŁĄCZNIKI

Rozwiązywanie zadania geodezyjnego wprost metodą L. Krügera¹

Oryginalną metodę wykorzystania szeregów potęgowych Legendre'a przedstawił w 1919 roku L. Krüger. Idea tej metody polega na sprowadzeniu rozwiązania do prostych obliczeń sferycznych, a następnie wprowadzeniu odpowiednich poprawek pozwalających przejść do rozwiązania zadania na elipsoidzie. Wzory do przejścia z obliczeń sferycznych do elipsoidalnych otrzymuje L. Krüger drogą rozwinięcia szeregów potęgowych Legendre'a raz dla przyjętej elipsoidy, a po raz wtóry dla kuli pomocniczej o promieniu N_1 (a więc elipsoidy o ekscentryczności $e^2 = 0$), a następnie utworzeniu różnicy obu rozwinięć. Metoda L. Krügera, charakteryzująca się stosunkowo dużym stopniem trudności obliczeń nie znalazła szerszego zastosowania w okresie stosowania takich technik obliczeń jak logarytmiczna oraz arytmometrów wspomaganych tablicami funkcji trygonometrycznych. Dopiero zastosowanie technik obliczeniowych z wykorzystaniem elektronicznych kalkulatorów i mikrokomputerów oraz komputerów cyfrowych usunęło wszystkie trudności utrudniające zastosowanie metody L. Krügera w tym również potrzebę stosowania tablic funkcji trygonometrycznych i spowodowało, że metodzie tej poświęca się więcej uwagi.

Metodę L. Krügera opartą o teorię szeregów potęgowych Legendre'a z modyfikacjami A. Schödlabauera (1979r.) wykorzystać można do ekonomicznego rozwiązywania geodezyjnego zadania wprost, a przy zastosowaniu gaussowskich wzorów średniej szerokości (A. Schödlabauer – 1980r.) również do rozwiązania odwrotnego zadania geodezyjnego. Dalsze prace takich autorów jak W. Welsch (1974r.), K. Hubeny (1959r.) oraz K. Krack (1980r.) w zakresie modyfikacji metody L. Krügera stworzyły możliwość zautomatyzowania obliczeń i uwzględnienia w

¹ Opracowano na podstawie [10].

rozwinięciach szeregów członów dowolnego rzędu. Pozwoliło to na zwiększenie zakresu stosowalności metody.

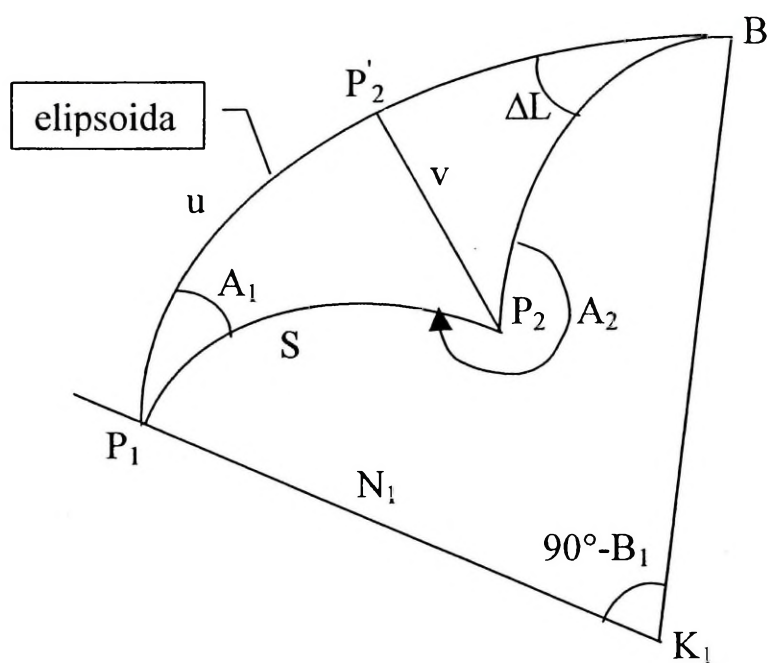
Omawiana metoda z uwagi na właściwości szeregów potęgowych rozwijanych według potęg S/N nie może być stosowana w okolicach podbiegunowych ani też na odległościach bliskich promieniowi Ziemi.

Sformułowanie i rozwiązanie zadania

Dla elipsoidy obrotowej słabo spłaszczonej o ekscentryczności e^2 dany jest punkt P_1 o znanych współrzędnych geodezyjnych B_1 i L_1 , długości linii geodezyjnej S przechodzącej przez ten punkt oraz azymucie wprost A_1 . Poszukiwanymi wielkościami są:

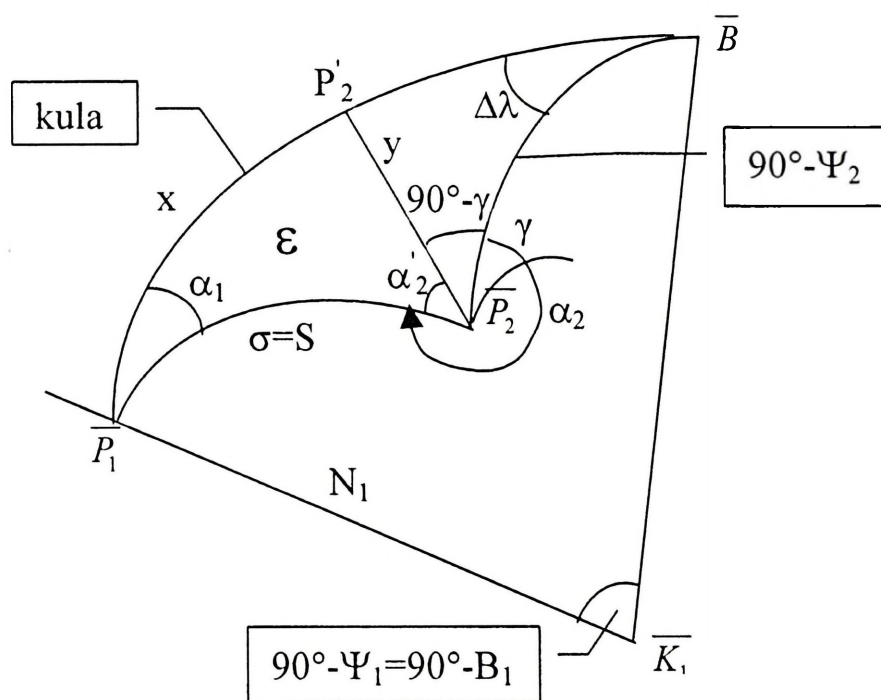
- współrzędne punktu P_2 , tzn. B_2 i L_2 ,
- azymut odwrotny A_2 .

Zgodnie z rysunkiem 1 na elipsoidzie znajduje się punkt P_1 o współrzędnych geodezyjnych B_1 i L_1 . Z punktu P_1 pod azymutem A_1 wychodzi łuk linii geodezyjnej S , łączący punkt początkowy P_1 z punktem końcowym P_2 o współrzędnych geodezyjnych B_2 i L_2 .



Rys. 1. Trójkąt sferyczny na elipsoidzie

Na kuli o promieniu N_1 oberzmy punkt \bar{P}_1 o współrzędnych $\Psi_1 = B_1$ i $\lambda_1 = L_1$, z którego pod azymutem $\alpha_1 = A_1$ wychodzi łuk linii geodezyjnej $\sigma = S$. Punktem końcowym łuku linii geodezyjnej jest punkt \bar{P}_2 o współrzędnych Ψ_2 i λ_2 . Różnicom szerokości geodezyjnej $\Delta B = (B_2 - B_1)$, długości $\Delta L = (L_2 - L_1)$ oraz azymutów $\Delta A = (A_2 \pm 180^\circ - A_1)$ na elipsoidzie odpowiadają różnice $\Delta\Psi = (\Psi_2 - \Psi_1)$, $\Delta\lambda = (\lambda_2 - \lambda_1)$ oraz $\Delta\alpha = (\alpha_2 \pm 180^\circ - \alpha_1)$ na kuli (rys. 2).



Rys. 2 Trójkąt sferyczny na kuli

Dla otrzymania poszukiwanych w zadaniu wprost wartości elipsoidalnych B_2 , L_2 i A_2 autor metody przenosi rozwiązanie na kulę pomocniczą, tzn. wyznacza odpowiadające poszukiwanym na elipsoidzie wartości sferyczne Ψ_2 , λ_2 i α_2 . W tym celu L. Krüger rozwiązuje trójkąt sferyczny $\bar{P}_1 \bar{B} \bar{P}_2$ (rys. 2). Rozwiązanie tego trójkąta sferycznego zaproponowane przez L. Krügera jest szczególnie dogodnie w rachunku logarytmicznym. Oczywiście dla rozwiązania trójkąta sferycznego $\bar{P}_1 \bar{B} \bar{P}_2$ wykorzystać można również ściśle wzory trygonometrii sferycznej bardziej dogodne do zaprogramowania.

Dla przejścia między otrzymanymi wartościami sferycznymi a wartościami na elipsoidzie L. Krüger wykorzystuje różnice rozwinięć szeregów potęgowych Legendre'a zastosowanych dla elipsoidy i kuli o promieniu N_1 . Otrzymane przez L. Krügera (1919), wzory dostosowane do $S < 120$ km mają następującą postać:

$$B_2 - \Psi_2 = e'^2 \Delta\Psi \cos^2(B_1 + \frac{3}{4} \Delta\Psi) - \frac{3e'^4}{4\rho} \cos^2 B_1 \cdot \sin 2B_1 \Delta\Psi^2 - \\ - \frac{e'^2}{6\rho^2} \cos^4 B_1 \Delta\Psi \Delta\lambda^2 + \frac{e'^2}{16^2} \cos 2B_1 \Delta\Psi^3 \quad (1)$$

$$L_2 - \lambda_2 = \frac{e'^2}{3\rho^2} \cos B_1 \Delta\Psi \Delta\lambda^2 \quad (2)$$

$$A_2 - \alpha_2 = \frac{e'^2}{2\rho} \cos^3 B_1 \Delta\Psi \Delta\lambda \quad (3)$$

Schödlbauer w 1980 r. [10], dla przejścia między wielkościami sferycznymi a poszukiwanymi wielkościami na elipsoidzie przy analogicznych jak L. Krüger założeniach w zakresie odległości i dokładności, podaje następującą postać wzorów:

$$B_2 - \Psi_2 = kb_1 \cdot u + kb_2 \cdot v^2 + kb_3 \cdot u^2 + kb_4 \cdot uv^2 + kb_5 \cdot u^3 \quad (4)$$

$$L_2 - \lambda_2 = kl_4 \cdot u^2 \cdot v \quad (5)$$

$$A_2 - \alpha_2 = ka_2 \cdot u \cdot v \quad (6)$$

gdzie:

$$u = S \cos A_1,$$

$$v = S \sin A_1$$

$$kb_1 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2}{N_1}$$

$$kb_2 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2 \cdot t_1}{2N_1^2}$$

$$kb_3 = \frac{3\rho(\eta_1^2 + \eta_1^4) \cdot t_1}{2N_1^2}$$

$$kb_4 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2 (-1 + 3t_1^2)}{3N_1^3}$$

$$kb_5 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2 (-1 + t_1^2)}{2N_1^3}$$

$$kl_4 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2}{3N_1^3} \cos B_1$$

$$ka_2 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2}{2N_1^2}$$

$$t_1 = \operatorname{tg} B_1,$$

$$\eta_1^2 = e'^2 \cdot \cos^2 B_1$$

W przedstawionych powyżej wzorach A. Schödlbauera (4 ÷ 6) przyjęto, zgodnie z założeniami L. Krügera, promień krzywizny przekroju normalnego $N = C(1+\eta^2)^{-1/2}$ podczas, gdy A. Schödlbauer w swojej pracy przyjmował gaussowski promień krzywizny $Q = C(1+\eta^2)^{-1}$.

Algorytm obliczeń zadania geodezyjnego wprost metodą Krügera

1. Obliczanie wartości pomocniczych:

$$u = S \cos A_1 \quad i \quad v = S \sin A_1$$

2. Obliczanie wielkości sferycznych Ψ_2 , λ_2 i α_2 :

$$\operatorname{tg} \Delta \lambda = \frac{\sin \alpha_1}{x};$$

$$x = (\operatorname{ctg} \sigma - \operatorname{tg} \Psi_1 \cos \alpha_1) \cos \Psi_1$$

$$\operatorname{tg} \Psi_2 = \frac{\operatorname{tg} \psi_1 \operatorname{ctg} \sigma + \cos \alpha_1}{\sin \alpha_1 \sin \Delta \lambda + x \cos \Delta \lambda}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\sin \Delta \lambda}{(\operatorname{tg} \Psi_2 \cos \Delta \lambda - \operatorname{tg} \Psi_1) \cos \Psi_2}$$

lub

$$\sin \Psi_2 = \sin \Psi_1 \cos \sigma - \cos \Psi_1 \sin \sigma \cos \alpha_1$$

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{\sin \sigma \sin \alpha_1}{\cos \Psi_1 \cos \sigma - \sin \Psi_1 \sin \sigma \cos \alpha_1}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\cos \Psi_1 \sin \alpha_1}{\cos \Psi_1 \cos \sigma \cos \alpha_1 - \sin \Psi_1 \sin \sigma}$$

3. Obliczanie współczynników z zależności:

$$kb_1 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2}{N_1}$$

$$kb_2 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2 t_1}{2N_1^2}$$

$$kb_3 = \frac{-3\rho \cdot (\eta_1^2 + \eta_1^4) \cdot t_1}{2N_1^2}$$

$$kb_4 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2 (-1 + 3t_1^2)}{3N_1^3}$$

$$kb_5 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2 (-1 + t_1^2)}{2N_1^3}$$

$$kl_4 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2}{3N_1^3 \cdot \cos B_1}$$

$$ka_2 = \frac{\rho \cdot \eta_1^2}{2N_1^2}$$

gdzie:

$$\eta_1^2 = e'^2 \cdot \cos^2 B_1$$

$$N_1 = c(1 + \eta_1^2)^{-1/2}$$

$$t_1 = \operatorname{tg} B_1$$

$$\rho = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} = a(1 - e^2 \sin^2 U)^{1/2} = b(1 - e^2 \cos^2 \Phi)^{1/2}$$

4. Obliczanie poszukiwanych wartości na elipsoidzie ze wzorów:

$$B_2 = \Psi_2 + kb_1 \cdot u + kb_2 \cdot v^2 + kb_3 \cdot u^2 + kb_4 \cdot u \cdot v^2 + kb_5 \cdot u^3$$

$$L_2 = \lambda_2 + kl_4 \cdot u^2 \cdot v$$

$$A_2 = \alpha_2 + ka_2 \cdot u \cdot v$$

Rozwiązywanie zadania geodezyjnego wprost w przestrzeni trójwymiarowej²

Analogicznie jak przy rozwiązywaniu geodezyjnego zadania na powierzchni elipsoidy (załącznik 1), a więc w przestrzeni dwuwymiarowej, sformułować można problem rozwiązania geodezyjnego zadania wprost w przestrzeni trójwymiarowej. Dane są więc geodezyjne współrzędne B_1, L_1, H_1 początkowego punktu P_1 oraz biegunowe topocentryczne współrzędne D_{12}, A_{12}, Z_{12} określone z punktu P_1 na P_2 (załącznik 3). Na podstawie tych danych należy określić geodezyjne współrzędne B_2, L_2, H_2 dla punktu P_2 . Tak sformułowane zadanie geodezyjne wprost w przestrzeni trójwymiarowej można rozwiązać w oparciu o poniżej podane wzory, według następującego algorytmu obliczeń.

1. Obliczanie prostokątnych współrzędnych topocentrycznych:

$$\xi_{12} = D_{12} \sin Z_{12} \cos A_{12}$$

$$\eta_{12} = D_{12} \sin Z_{12} \sin A_{12}$$

$$\zeta = D_{12} \cos Z_{12}$$

2. Obliczanie prostokątnych współrzędnych geocentrycznych w oparciu o następujące wzory (z założeniem, że $L_0 = 0$):

$$x_2 = (N_1 + H_1 + \zeta_{12}) \cos B_1 - \xi_{12} \sin B_1$$

$$y_2 = \eta_{12}$$

$$z_2 = (N_1 + H_1 + \zeta_{12}) \sin B_1 - \xi_{12} \cos B_1 - e^2 N_1 \sin B_2$$

gdzie:

$$N_1 = a(1 - e^2 \sin^2 B_1)^{-1/2}$$

² Opracowano na podstawie [10].

3. Obliczanie szerokości B_2 :

$$R = (x_2^2 + y_2^2)^{1/2}$$

$$t_0 = \frac{z_2}{R}, \quad p = \frac{ce^2}{R}, \quad k = (1+e^2),$$

$$t_{i+1} = t_0 + \frac{pt_i}{(k+t_i^2)^{1/2}}, \quad (i=0, 1, 2, \dots)$$

$$B_2 = \text{arctg}(t_{i+1}) - \text{dla ostatniej iteracji}$$

4. Obliczanie wysokości H_2 :

$$H_2 = \left(R - \frac{e}{(k+t_{i+1}^2)^{1/2}} \right) (1+t_{i+1}^2)^{1/2}$$

5. Obliczanie długości L_2 :

$$(L_2 - L_1) = l = \text{arctg}\left(\frac{y_2}{x_2}\right)$$

$$L_2 = L_1 + l$$

W obliczeniach należy uwzględnić nr ćwiartki współrzędnych x, y wg tablicy:

ćwiartka współrzędna	I	II	III	IV
y_2	+	+	-	-
x_2	+	-	-	+
$l =$	$ l $	$180^\circ - l $	$ l - 180^\circ$	$- l $

Dla elipsoidy Krasowskiego przyjmuje się następujące jej parametry:

$$a = 6378\,245,$$

$$e = 6399\,698,902$$

$$e^2 = 0.006\,693\,422,$$

$$ce^2 = 42\,835,88$$

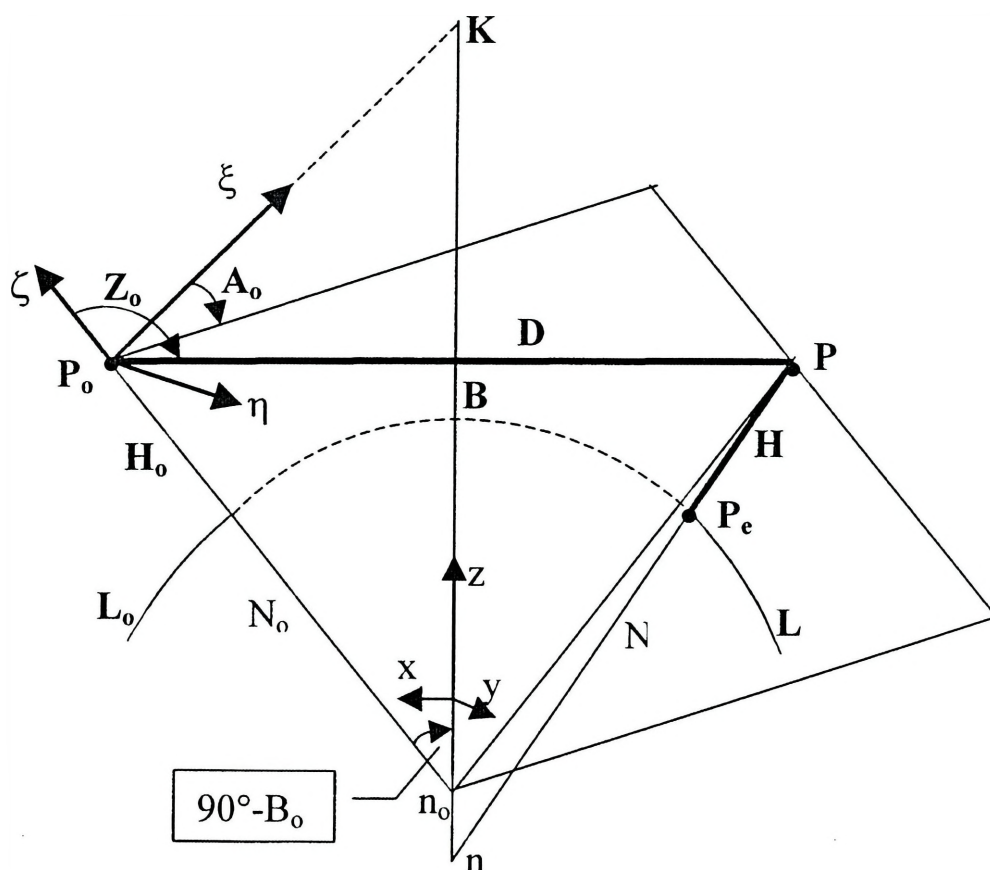
$$k = (1+e^2) = 1.006\,738\,525$$

Układy współrzędnych topocentrycznych³

W grupie układów współrzędnych topocentrycznych wyróżnia się układy współrzędnych topocentrycznych:

- prostokątnych (ξ, η, ζ);
- biegunowych (A_0, Z_0, D).

Początek układu współrzędnych w obydwu przypadkach znajduje się w określonym punkcie $P_0(B_0, L_0, H_0)$ położonym na powierzchni Ziemi.



Rys. 3. Układy współrzędnych topocentrycznych

W pierwszym z nich, układzie współrzędnych topocentrycznych prostokątnych (ξ, η, ζ), oś ζ przebiega wzdłuż przedłużenia normalnej do powierzchni elipsoidy w

³ Opracowano na podstawie [5].

punkcie P_0 , oś ξ leży w płaszczyźnie południka punktu P_0 – prostopadle do osi ζ i skierowana jest w stronę osi obrotu elipsoidy, natomiast oś η prostopadła jest do osi ξ oraz ζ i skierowana w stronę wzrostu długości geodezyjnej (rys. 3).

W drugim z układów topocentrycznych, układzie współrzędnych biegunowych, współrzędne definiuje się następująco:

A_0 – kąt między płaszczyzną południka punktu początkowego a płaszczyzną przechodzącą przez normalną w punkcie P_0 i dany punkt P ,

Z_0 – odległość zenitalna czyli kąt między osią ξ i kierunkiem z punktu P_0 na punkt P ,

D – odległość między punktami P_0 i P mierzona wzdłuż prostej.

Między dwoma przedstawionymi układami współrzędnych topocentrycznych zachodzą następujące zależności (rys. 3):

$$\begin{aligned}\xi &= D \sin Z_0 \cos A_0 \\ \eta &= D \sin Z_0 \sin A_0 \\ \zeta &= D \cos Z_0\end{aligned}\tag{7}$$

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} A_0 &= \frac{\eta}{\xi} \\ \operatorname{tg} Z_0 &= \zeta(\xi^2 + \eta^2)^{-1/2} = \zeta(\xi \cos A_0 + \eta \sin A_0)^{1/2} \\ D &= (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)^{1/2} = (\xi \cos A_0 + \eta \sin A_0) \sin Z_0 + \zeta \cos Z_0\end{aligned}\tag{8}$$

Współrzędne izometryczne na powierzchni elipsoidy

Podstawy teoretyczne, w postaci wyprowadzenia zależności na współrzędne izometryczne, przedstawione są w dostępnej literaturze przedmiotu [5, 9, 26, 53]. Autor przedstawia jedynie efekt końcowy wyprowadzenia czyli interpretację współrzędnych izometrycznych oraz zależności na wyznaczanie tych współrzędnych.

Układ współrzędnych izometrycznych, według wspomnianych wyżej pozycji literatury, stanowi parę współrzędnych q oraz l . Współrzędna q jest szerokością izometryczną na elipsoidzie, zaś współrzędna l długością izometryczną. Między współrzędnymi izometrycznymi a współrzędnymi geodezyjnymi istnieje ścisły związek. Związek ten daje się określić następującymi zależnościami [53]:

$$q = \int_0^B \frac{M}{N \cos B} dB = \int_0^B \frac{(1-e^2) \cos B}{(1-e^2 \sin^2 B) \cos^2 B} dB \quad (9)$$

$$l = L \quad (10)$$

gdzie:

$$M = \frac{a(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 B)^3}} \quad - \text{promień krzywizny przekroju południkowego w}$$

punkcie środkowym o szerokości geodezyjnej B rozpatrywanej części powierzchni elipsoidy obrotowej,

$$N = \frac{a}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 B)}} \quad - \text{promień krzywizny przekroju głównego (pierwszego}$$

wertykału) elipsoidy obrotowej,

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} \quad - \text{pierwszy mimośród elipsoidy obrotowej spłaszczonej,}$$

a – półoś równikowa elipsoidy obrotowej spłaszczonej (dla elipsoidy Krasowskiego $a = 6378245$ m.),

b – półoś biegunowa elipsoidy obrotowej spłaszczonej (dla elipsoidy Krasowskiego $b = 6356863$ m.),

B, L – współrzędne geodezyjne.

Po scałkowaniu zależności 9 otrzymuje się wyrażenie na szerokość izometryczną w funkcji szerokości geodezyjnej [5]:

$$q = \frac{1}{2} \left(\ln \frac{1 + \sin B}{1 - \sin B} - e \ln \frac{1 + e \sin B}{1 - e \sin B} \right) \quad (11)$$

Długość izometryczna l natomiast jest identyczna jak długość geodezyjna L .



91-

S/4363 *

Capt. 358
358