

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

**AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO**  
im. gen. broni K. Swierczewskiego

FAKULTET Nr 3

40

ppłk MAKOWSKI

**ROZRZUT**  
**PRZY STRZELANIU ARTYLERII PRZECIWLOTNICZEJ**



4282

1959



**AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO**  
**im. gen. broni K. Świerczewskiego**

---

**FAKULTET Nr 3**

40

**ppłk MAKOWSKI**

**ROZRZUT**  
**PRZY STRZELANIU ARTYLERII PRZECIWLOTNICZEJ**



4282

AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO  
im. gen. br. K. Swierczewskiego

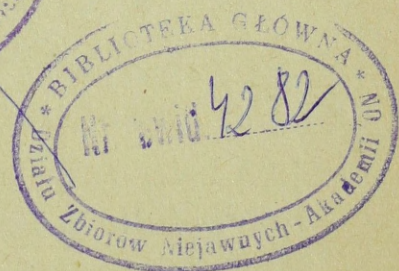
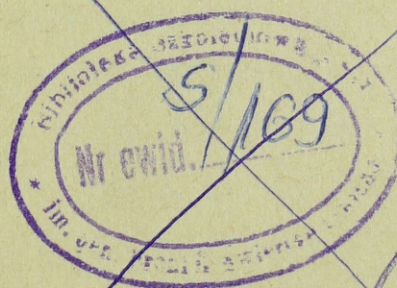
-----  
FAKULTET Nr 3

ZATWIERDZAM  
SZEF KATEDRY OPL

ppłk dypl. Jan SZAMOTULSKI

ppłk dypl. Stefan MAKOWSKI

ROZRZUT  
PRZY STRZELANIU ARTYLERII PRZECILOTNICZEJ



-----  
Rembertów

-----  
czerwiec

-----  
1959 r.

## I. ROZRZUT PRZY STRZELANIU UDERZENIOWYM

### § 1. Przyczyny rozrzutu

Jeśli oddamy szereg strzałów w jednych warunkach atmosferycznych, na jednakowych nastawach przyrządów celowniczych, jednakowymi pociskami, to pociski polecą po różnych torach, każdy pocisk zakreśli własny, przypadkowy tor. Zjawisko to nosi nazwę rozrzutu torów.

Rozrzut torów zależny jest od różnorodnych przyczyn powodujących, że niektóre pociski lecą wyżej, niektóre niżej inne uchylają się w prawo, lub w lewo. Jest oczywiste, że rozrzut torów powoduje rozrzut /rozmieszczenie/ punktów upadków na płaszczyźnie. Aby ustalić przyczyny powodujące rozrzut trzeba przeanalizować całą "drogę" pocisku, zaczynając od jego produkcji aż do punktu upadku przy strzelaniu. Podczas produkcji pocisków w fabryce nieuniknione są uchylenia w granicach tolerancji ciężaru, wymiarów i kształtu pocisków. W procesie elaboracji pocisku występują błędy w określaniu ciężarów ładunków, różnice właściwości fizyczno-chemicznych prochu.

W czasie przechowywania amunicji w składzie i na stanowiskach ogniowych możliwe są zmiany właściwości fizyczno-chemicznych prochu.

Przygotowanie działa do każdego strzału nie jest jednakowe; warunki ładowania, stan lufy i komory naboju dla wszystkich strzałów są różne. W czasie wystrzałów występuje niejednakowe wcieranie się pierścieni wiodących w gwinty lufy, różny wpływ sił tarcia, zmienność kątów podrzutu. Po wylocie pocisków z lufy na ich lot wpływają: zmiana warunków atmosferycznych w odstępach między strzałami, różne położenie środków ciężkości pocisków itp.

Już ten pobieżny przegląd świadczy o bardzo dużej ilości przyczyn wpływających na lot pocisku. Każda przyczyna posiada przypadkowy charakter i powoduje przypadkowe, elementarne uchylenie pocisku, przesunięcie toru i w ostatecznym rezultacie przesunięcie punktu upadku.

Wszystkie przyczyny rozrzutu terów można podzielić na trzy grupy, z których każda obejmuje określone czynniki wpływające na tor pocisku.

1. Przyczyny powodujące zmienność prędkości początkowych;
2. Przyczyny powodujące zmienność kątów rzutu i kierunku strzelania;
3. Przyczyny wpływające na lot pocisku po wylocie z lufy.

Do przyczyn powodujących zmienność prędkości początkowych należy zaliczyć:

- różnorodność ciężarów ładunków prochowych / ładunek o większym ciężarze nadaje pociskowi większą prędkość początkową/;
- różnorodność właściwości fizyczno-chemicznych prochu ładunków;
- różnice temperatur ładunków /im wyższa jest temperatura ładunku w momencie wystrzału tym większa będzie prędkość początkowa pocisku/;
- niejednakowe dosyłanie pocisków przy ładowaniu, co powoduje zmianę gęstości ładowania /gęstość ładowania jest to stosunek ciężaru pocisku do objętości <sup>komory</sup> nabo- jowej /;
- zużycie przewodu lufy;
- różnice ciężarów pocisków /im większy ciężar pocisku, tym mniejsza prędkość początkowa/;
- różnice w wymiarach i rozmieszczenie pierścieni wiodących na pociskach, co powoduje zmienność objętości komór nabo- jowych, a tym samym zmienność gęstości ładowania.

Przyczyny powodujące zmienność kątów rzutu i kierunku strzelania:

- różnice w nastawach przyrządów celowniczych spowodowane błędami przypadkowymi obsługi dział;
- naruszenie spoziomowania działa w płaszczyźnie strzelania i w kierunku prostopadłym do płaszczyzny strzelania;
- zmienność kątów podrzutu i przesunięć bocznych działa przy wystrzale;

= martwe luzy mechanizmów.

Do przyczyn wpływających na lot pocisku po wylocie z lufy zalicza się:

- zmienność warunków atmosferycznych;
- różnorodność wtórnego działania gazów;
- różnice ciężarów pocisków: im większy jest ciężar pocisku tym większe jest jego obciążenie poprzeczne, a tym samym mniejszy współczynnik balistyczny;
- różnice w kształtach pocisków, wpływające na przyspieszenie siły oporu powietrza;
- różnice w położeniu środka ciężkości pocisku wpływające na położenie pocisku w czasie lotu, co z kolei wpływa na siłę oporu powietrza.

W rzeczywistych warunkach strzelania przy każdym strzale w mniejszym lub większym stopniu działają wszystkie trzy grupy przyczyn.

Wyeliminowanie przyczyn powodujących rozrzut torów jest niemożliwe. Istnieją natomiast możliwości zmniejszenia rozrzutu przez ograniczenie tolerancji fabrycznych, ulepszenie właściwości balistycznych luf, amunicji, doskonalenie właściwości fizyczno - chemicznych ładunku. Wszystko to uwzględnia się przy konstruowaniu nowych typów dział, w wyniku rozrzut współczesnych armat przeciwlotniczych jest stosunkowo nieduży.

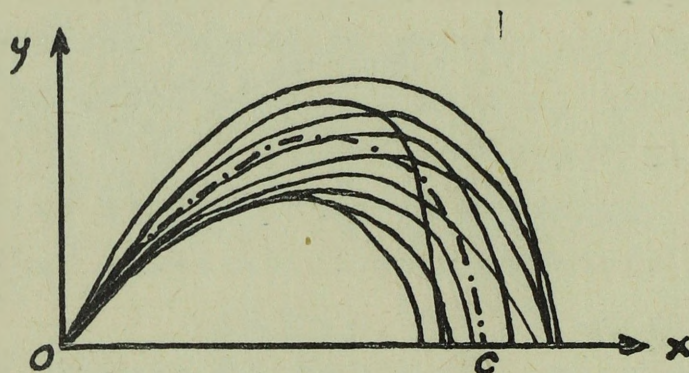
W trakcie eksploatacji działa należy stosować wszystkie środki zmierzające do tego, aby rozrzut nie przekraczał wartości tabelowych. W tym celu podczas przygotowania i prowadzenia strzelania trzeba:

- dobierać ładunki tej samej partii, zgodnie ze znakowaniem na łusce;
- przechowywać amunicję w warunkach zapewniających jednolite temperatury ładunków;
- jednakowo dosyłać pociski przy ładowaniu;
- właściwie pielęgnować przewody luf;
- dobierać pociski o jednakowych znakach wagowych;
- jednolicie i dokładnie celować;
- eliminować martwe luzy mechanizmów;
- starannie ustawiać działa, eliminując podskoki działa w czasie strzelania;

(= starannie przygotowywać amunicję do strzelania, )  
przestrzegać ustalonego reżimu ognia.

Zespół wszystkich przypadkowych torów, które można uzyskać przy strzelaniu z danego działka, danym rodzajem amunicji w określonych warunkach i na jednakowych nastawach przyrządów celowniczych nazywa się wiązką torów.

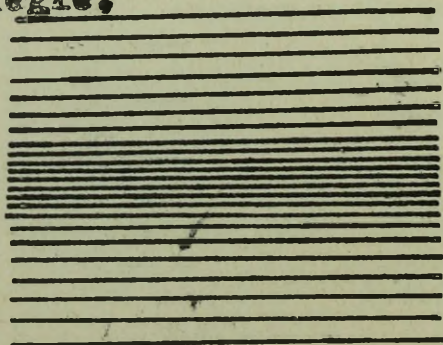
Wszystkie tory wiązki /rys. Nr 1/ posiadają wspólny początek w punkcie wylotu /punkt 0/, a następnie stopniowo się rozchodzą.



Rys. Nr 1

Osł geometryczna takiej wiązki nazywa się torem średnim, a punkt upadku odpowiadający temu torowi - środkiem rozrzutu pocisków. Innymi słowy - tor średni jest to tor, po którym poruszałby się pocisk, gdyby nie było rozrzutu. Wszystkie podstawowe dane zawarte w tabelach strzelniczych odnoszą się do toru średniego /tor 00 na rys.1/.

Różne tory w wiązce mogą przecinać się wzajemnie, przechodzić początkowo ponad torem średnim, a następnie niżej i odwrotnie. Na przykład przypadkowy tor odpowiadający większej prędkości początkowej i mniejszemu kątowi rzutu, najpierw przechodzi pod torem, następnie przecina tor średni i przechodzi nad nim. Ponieważ przeważnie rozpatruje się tylko niedużą w porównaniu z odległością strzelania odcinki wiązki toru, to praktycznie przyjmuje się, że na rozpatrywanym odcinku, wszystkie tory /rys.2/ są do siebie równoległe.

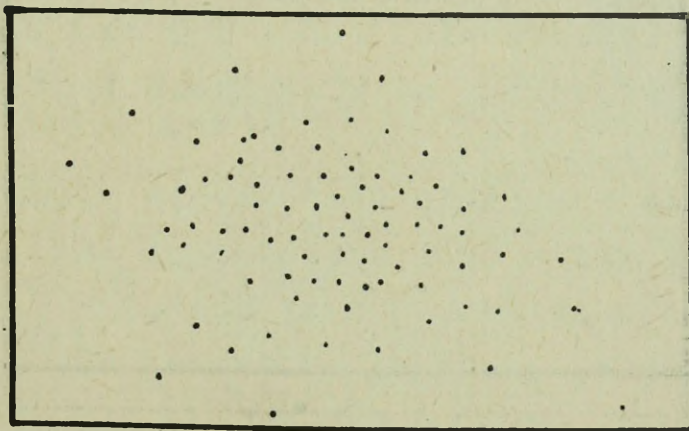


Rys. 2

Do pełnej charakterystyki rozrzutu konieczna jest znajomość rozmieszczenia torów we wiązce.

§ 2. Prawo rozrzutu przy strzelaniu uderzeniowym z jednego działła

Każdy tor wiązki torów odpowiada przypadkowej kombinacji zasadniczych czynników: prędkości początkowej, kąta rzutu itd., dlatego i sam tor jest torem przypadkowym. Jednak zespół torów przypadkowych tworzących wiązkę cechuje pewna prawidłowość określająca rozmieszczenie torów wewnątrz wiązki. Dla ustalenia tej prawidłowości przeważnie rozpatruje się przekrój wiązki torów pewną płaszczyzną przechodzącą przez dowolny punkt toru średniego. W zasadzie można rozpatrywać dowolną płaszczyznę przecinającą wiązkę torów, jednak praktycznie rozrzut bada się na jednej z trzech płaszczyzn: poziomej, pionowej i normalnej do toru średniego, lub do odległości rzeczywistej strzelania. W przecięciu się z każdą z tych płaszczyzn przypadkowy tor wiązki da przypadkowego punktu przecina się. Rozmieszczenie tych punktów na danej płaszczyźnie podlega określonemu prawu. Prawo to nazywa się prawem rozrzutu w danej płaszczyźnie.



Rys. 3

Rysunek Nr 3 przedstawia rozmieszczenie punktów przecięcia się torów wiązki z płaszczyzną pionową, otrzymane w wyniku strzelań doświadczalnych.

Jeśli rozmieszczenie przedstawione na rys. Nr 3 przeniesie się na płaszczyznę poziomą, to otrzyma się analogiczny obraz rozmieszczenia punktów upadku, z tą tylko różnicą że płaszczyzna na której rozmieszczają się punkty upadków będzie bardziej wydłużona.

Przypadkowe uchylenie punktu przecięcia się toru wiązki lub punktu upadku, od środka rozrzutu w dowolnym kierunku jest sumą elementarnych uchyleń spowodowanych poszczególnymi przyczynami rozrzutu. Przy czym każda z przyczyn rozrzutu torów może z jednakowym prawdopodobieństwem spowodować zarówno dodatnie jak i ujemne uchylenie elementarne. Uchylenia te można praktycznie uważać za niezależne. Jak wiadomo w teorii prawdopodobieństwa, uchylenia wypadkowe wzdłuż dowolnego kierunku podlegają prawu normalnemu. A ponieważ rozpatrujemy rozrzut na płaszczyźnie, to prawo będzie miało charakter eliptyczny.

W ten sposób doszliśmy do wniosku, że prawo rozrzutu przy strzelaniu uderzeniowym z jednego działa będzie prawem eliptycznym i w układzie współrzędnych, którego początek pokrywa się ze środkiem rozrzutu można je wyrazić następująco:

$$p(x, z) \cdot \Delta x \cdot \Delta z = \frac{e^{-\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2}}}{\pi \cdot a \cdot b} \cdot e^{-\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2}} \quad \Delta x \Delta z \quad /1/$$

Gdzie:  $x$  i  $z$  oznaczają przypadkowe uchylenia z danego punktu upadku od środka rozrzutu  $c$ ;

$a$  i  $b$  sprzężone półosie elipsy jednakowej, skierowane wzdłuż osi  $ox$  lub  $oz$  lub też główne półosie elipsy jednostkowej, jeśli osie  $ox$  i  $oz$  są do siebie prostopadłe. W tym ostatnim wypadku wielkość  $a$  i  $b$  są uchyleniami środkowymi na kierunkach tych osi.

Prawo rozrzutu posiada wszystkie właściwości prawa eliptycznego. Ważniejszymi z tych właściwości są:

- nierównomierność; poszczególne punkty upadków rozmieszczone są gęściej w części środkowej niż na skrajach;
- symetryczność; rozmieszczenie poszczególnych punktów wzdłuż dowolnego kierunku jest symetryczne względem środka rozrzutu;
- ograniczoność; największe uchylenia od środka są ograniczone;

Uchylenie punktu upadku pocisku od środka rozrzutu można rozpatrywać jako przypadkowy błąd - wektor.

Prawdopodobieństwo, że koniec błędu - wektora nie wyjdzie poza granice elipsy  $K / \mathcal{E}_K /$  oblicza się za pomocą znanego z teorii prawdopodobieństwa wzoru:

$$p(\mathcal{E}_K) = 1 - e^{-\rho^2 K^2}$$

Za pomocą tego wzoru można obliczyć prawdopodobieństwo uchylenia punktu upadku pocisku od środka rozrzutu, niewychodzącego poza granice elipsy o półosiach  $ka$  i  $kb$ . Przyjmując różne wartości  $K$  otrzymamy:

przy $K = 1$	$p(\mathcal{E}_1)$	= 0,20345	lub 20,3 %
przy $K = 2$	$p(\mathcal{E}_2)$	= 0,59748	lub 59,7 %
przy $K = 3$	$p(\mathcal{E}_3)$	= 0,87092	lub 87,1 %
przy $K = 4$	$p(\mathcal{E}_4)$	= 0,97374	lub 97,4 %
przy $K = 5$	$p(\mathcal{E}_5)$	= 0,99661	lub 99,7 %

Zatem praktycznie można przyjąć, że punkt upadku pocisku nie wyjdzie poza granice elipsy, której środkiem jest środek rozrzutu  $c$ , a półosie równe  $5a$  i  $5b$ , gdyż prawdopodobieństwo tego zdarzenia zbliżone jest do jedności /0,99661/. Elipsę tę nazywa się całkowitą elipsą rozrzutu pocisków.

Przy rozstrzygnięciu wielu zagadnień strzelania, gdy nie jest wymagana duża dokładność, za całkowitą elipsę rozrzutu przyjmuje się elipsę o głównych półosiach równych  $4a$  i  $4b$ . Elipsa dla której  $K=1$ , to jest główne półosie równe są  $a$  i  $b$  nazywa się elipsą jednostkową rozrzutu.

Aby bardziej poglądowo przedstawić rozmieszczenie prawdopodobieństwa na płaszczyźnie, zgodnie z prawem eliptycznym wykreśla się siatkę rozrzutu.

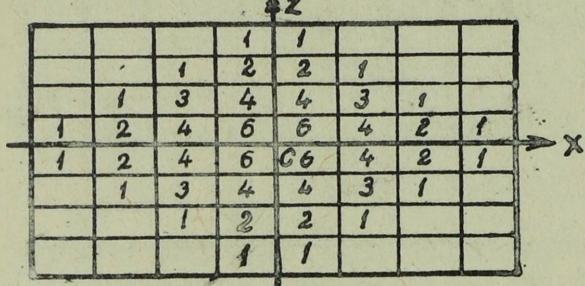
W tym celu na dwu wzajemnie prostopadłych osiach  $x$  i  $z$  odkłada się w wybranej podziałce odcinki, równe uchyleniom środkowym /półosiom elipsy jednostkowej/; przez punkty podziałki wykreśla się proste równoległe do osi  $x$  i  $z$ . W wyniku otrzymuje się 64 prostokąty, do których wpisuje się prawdopodobieństwo trafienia w %.

Prawdopodobieństwa te otrzymuje się jako iloczyn prawdopodobieństw odpowiadających pasom, których przecięcie się tworzy dany prostokąt, ponieważ trafienie w prostokąt jest zdarzeniem złożonym składającym się z jednoczesnego trafienia w oba pasy.

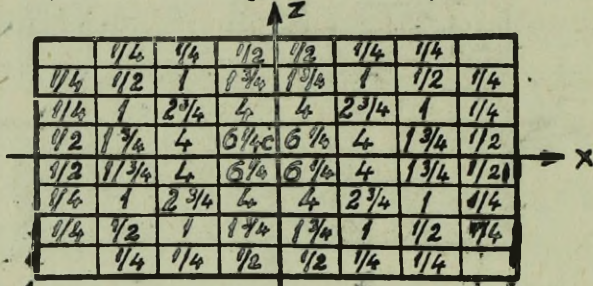
Prawdopodobieństwa trafienia w pasy określa się na podstawie znanej skali błędów lub oblicza ze wzoru.

$$P = \frac{1}{2} [ F(\beta_2) - F(\beta_1) ] \quad /2/$$

gdzie  $\beta_1$  i  $\beta_2$  - odległości skrajów pasa od środka rozrzutu wyrażone w uchyleniach środkowych. Siatki rozrzutu wykreśla się zaokrąglając wartość prawdopodobieństwa od 1 % /rys. Nr 4/ do 0,25 % / rys. Nr 5/.



Rys. Nr 4



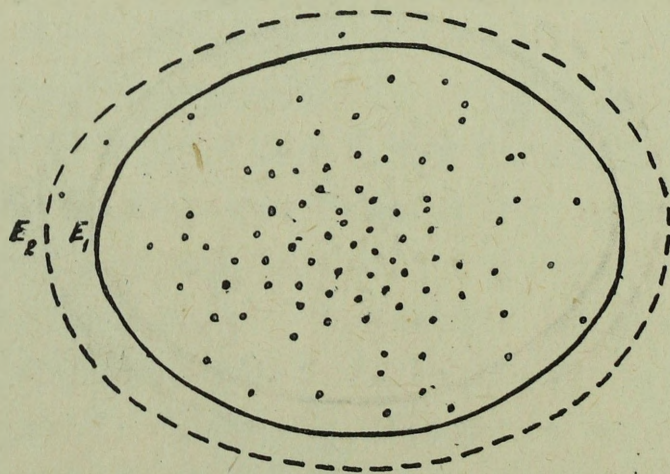
Rys. Nr 5

Mogą być również dokładniejsze siatki, gdzie zaokrągla się wartość prawdopodobieństwa do 0,1 % lub do 0,025 %, przy czym siatkę wykreśla się co 0,5 lub 0,1 uchylenia środkowego rozrzutu. Siatki te poglądowo wyrażają zasadnicze właściwości prawa rozrzutu: nierównomierność, symetryczność i ograniczoność.

Praktyczne strzalania w pełni potwierdzają teoretyczne wnioski dotyczące prawa rozrzutu.

Rys. Nr 6 przedstawia rozrzut punktów upadku w płaszczyźnie poziomej otrzymany doświadczalnie przy czym:

- elipsa jednostkowa powiększona czterokrotnie.



Rys. Nr 6.

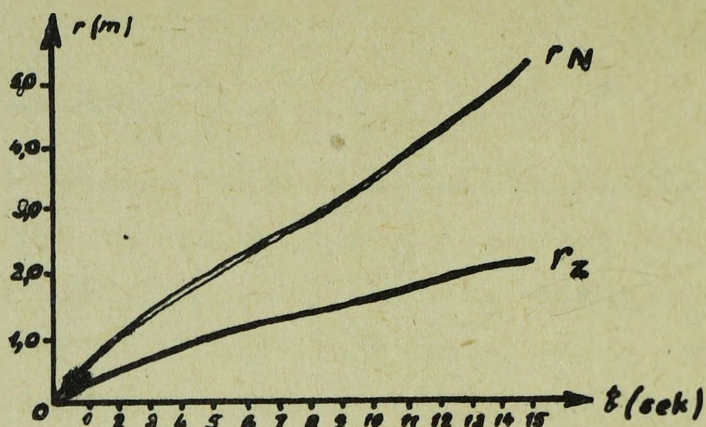
$f_a$  - elipsa jednostkowa powiększona pięciokrotnie.

3. Wielkości charakteryzujące rozrzut przy strzelaniu uderzeniowym z jednego działka.

Eliptyczne prawo rozrzutu wyraża elipsa jednostkowa w różnych płaszczyznach. Uprzednio wspomniano, że dla celów teoretycznych i praktycznych najważniejsze są przekroje wiązki torów następującymi płaszczyznami: prostopadłą do toru średniego, tj. tzw. płaszczyznę normalną, lub prostopadłą do odległości rzeczywistej strzelania /przy strzelaniu z dział przeciwlotniczych małego kalibru/; płaszczyznę pionową leżącą prostopadle względem kierunku strzelania; płaszczyznę poziomą przechodzącą przez dowolny punkt toru średniego. W każdej z tych płaszczyzn elipsę jednostkową rozrzutu wyznaczają uchylenia środkowe, będące głównymi półosiami tej elipsy.

Aby otrzymać w pełni określone dane odnośnie wielkości rozrzutu najlepiej jest przeciąć wiązkę torów płaszczyzną normalną. Przy takim przecięciu płaszczyzna na której rozmieszczone są wszystkie ślady przebiecia będzie najmniejsza i wymiary tej płaszczyzny dadzą wyobrażenie o wymiarach rozrzutu dla danego działka przy strzelaniu na określoną odległość. Rozrzut w płaszczyźnie normalnej, wzdłuż kierunku normalnej do toru średniego /normalnej do odległości rzeczywistej dla dział małokalibrowej artylerii przeciwlotniczej/ charakteryzuje uchylenie środkowe  $U_N / r_N$  dla dział mk / Drugą półosią elipsy jednostkowej w tej płaszczyźnie będzie uchylenie środkowe wrzesz  $U_s$  / w tabelach strzelniczych mk oznaczone symbolem  $r_z$  /.

Charakter zmiany wielkości  $r_N$  i  $r_z$  w zależności od czasu lotu pocisku dla wszystkich kątów podniesienia przedstawia rysunek Nr 7.



Rys. Nr 7

Przy czasach lotu pocisków do 15 sekund wielkość kąta podniesienia praktycznie nie wpływa na  $r_N$  i  $r_Z$

Z rysunku Nr 7 wynika, że ze wzrostem czasu lotu pocisku  $t$  zwiększają się uchylenia środkowe rozrzutu  $r_N$  i  $r_Z$ , przy czym  $r_N$  rośnie szybciej od  $r_Z$  i stale  $r_N > r_Z$ .

Uzasadnia się to tym, że ze wzrostem czasu lotu pocisku, tory wiązki stopniowo rozchodzą się i wymiary elipsy rozrzutu powstałej przez przecięcie wiązki płaszczyzną normalną do odległości rzeczywistej, stale wzrastają.

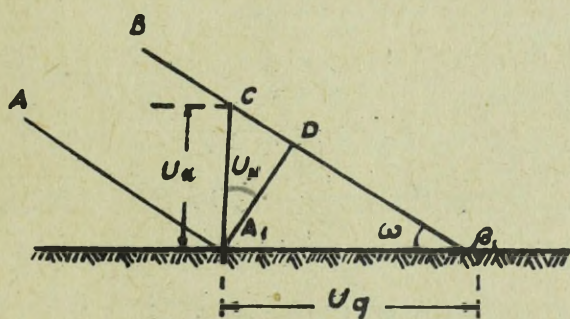
Współśród przyczyn powodujących rozrzut większy wpływ posiadają powodujące rozrzut w płaszczyźnie strzelania. Łatwo jest stwierdzić, że wzrost  $r_N$  i  $r_Z$  jest prawie wprost proporcjonalny do czasu lotu pocisków.

Uchylenia środkowe rozrzutu współczesnych armat przeciwlotniczych małego kalibru są stosunkowo nie duże;  $r_N$  dla 57 mm armaty przeciwlotniczej nie przekracza 5,3 m, a  $r_Z$  - 2,1 m.

Należy mieć na uwadze, że wielkości uchyżeń środkowych rozrzutu zawarte w Tabelach strzelniczych armat mk są aktualne dla wypadku strzelania pojedynczymi strzałami. Przy strzelaniu seriami na skutek szybkiego nagrzewania się lufy wielkości uchyżeń środkowych /a szczególnie  $r_Z$ / wydatnie zwiększają się.

Po przecięciu wiązki torów płaszczyzną pionową, prostopadłą do kierunku strzelania otrzymamy obraz rozrzutu wzdłuż kierunku pionowego i boczego. Rozrzut w kierunku pionowym charakteryzuje uchylenie, środkowe wznios / $U_w$ /, a rozrzut w kierunku bocznym - uchylenie środkowe wszerz / $U_s$ /.

Po przecięciu wiązki torów płaszczyzną poziomą przechodzącą przez działko otrzymamy obraz rozrzutu w głąb i w kierunku bocznym. Rozrzut w głąb charakteryzuje uchylenie środkowe w głąb  $U_g$ , a rozrzut w szerz -  $U_s$ . W ten sposób, elipsy rozrzutu w różnych płaszczyznach posiadają wspólną małą półoś  $U_s = R_z$  i różne duże półosie charakteryzujące rozrzut w płaszczyźnie strzelania i posiadające kierunki proste powstałych w wyniku przecięcia się płaszczyzny strzelania z tą płaszczyzną, w której rozpatruje się rozrzut. Ponieważ rozrzut w płaszczyźnie strzelania nie zależy od tego jaką płaszczyzną przetniemy wiązkę torów i powodują go te same przyczyny, przeto wielkości  $U_g$ ,  $U_w$  i  $U_N$  będą wzajemnie od siebie zależne. Znajdziemy te zależności.



Rys. Nr 8

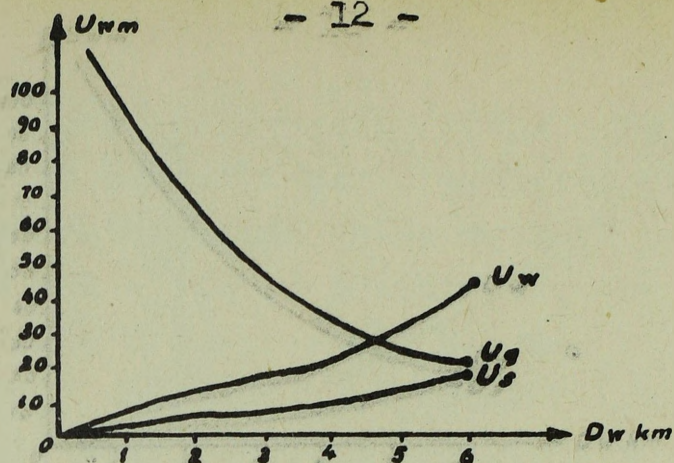
Rys. Nr 8 przedstawia dwa tory oddalone od siebie, o wielkość uchylenia środkowego wzdłuż normalnej to jest o wielkość  $A_1 D = U_N$ . Wielkość  $A_1 C$  będzie uchyleniem środkowym wwyż  $U_w$ , a  $A_1 B_1$  - uchyleniem środkowym w głąb  $U_g$ . Na niedużym odcinku poszczególne tory można rozpatrywać jako proste równoległe do siebie, stąd końce torów  $AA_1$  i  $BB_1$  będą równoległe.

Z rysunku Nr 8 wynika, że:

$$\left. \begin{aligned} U_w &= U_g \cdot \operatorname{tg} \omega \\ U_N &= U_g \cdot \sin \omega \\ U_N &= U_w \cdot \cos \omega \end{aligned} \right\} \quad /3/$$

gdzie  $\omega$  - kąt upadku

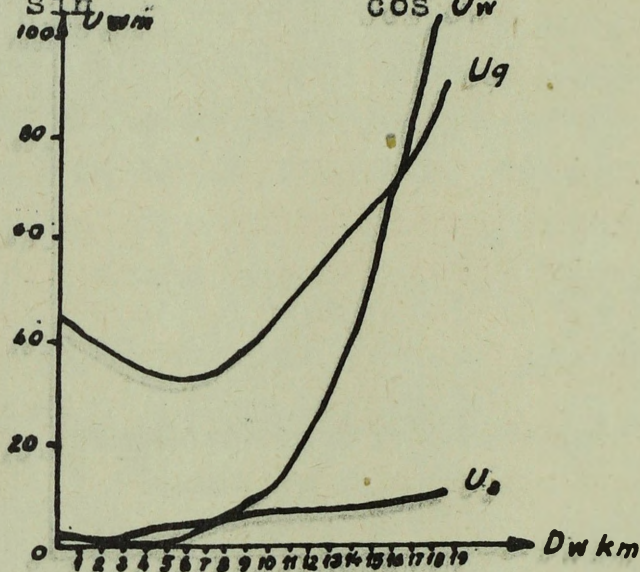
Rys. Nr 9 przedstawia charakter zmiany wielkości  $U_g$ ,  $U_w$  i  $U_N$  dla 57 mm armaty przeciwlotniczej S-60, a rys. Nr 10 dla 100 mm armaty przeciwlotniczej KS-19, w zależności od odległości strzelania.



Rys. Nr 9.

Przepiszemy równanie /3/ w następującej postaci.

$$U_g = \frac{U_N}{\sin \omega} \quad \text{i} \quad U_w = \frac{U_N}{\cos \omega}$$



Rys. Nr 10.

Ze wzrostem odległości kąt upadku zwiększa się; oznacza to, że zwiększa się  $\sin \omega$  i zmniejsza  $\cos \omega$ . Dlatego  $U_w$  zawsze zwiększa się ze wzrostem odległości, przy czym wzrost ten przebiega szybciej niż wzrost  $U_N$ . Jeżeli chodzi o  $U_g$ , to przy małych odległościach  $\sin \omega$  szybko rośnie, a  $U_N$  wzrasta wolno, dlatego  $U_g$  zmniejsza się. Przy dalszym powiększaniu się odległości  $U_N$  rośnie szybciej, a  $\sin \omega$  wolniej i  $U_g$  zaczyna wzrastać. (Przy  $D > 6 \text{ km}$ )

Liczbowe wartości kąta upadku i uchyień środkowych podane są w Tabelach Strzelniczych.

W Tabelach Strzelniczych do strzelań powietrznych artylerii przeciwlotniczej małego kalibru podane są uchylenia środkowe  $r_N$  skierowane wzdłuż normalnej od odległości rzeczywistej strzelania i  $r_Z$  - uchylenie środkowe w szereg.

W Tabelach Strzelniczych do strzelań powietrznych artylerii przeciwlotniczej średniego kalibru wogóle nie zamieszcza się uchyień środkowych, charakteryzujących rozrzut przy

strzelaniu uderzeniowym, gdyż sk prowadzi do celów powietrznych wyłącznie strzelanie rozpryskowe. W Tabelach Strzelniczych do strzelań naziemnych podaje się wielkości  $U_g$ ,  $U_w$  i  $U_s$ .  $U_N$  nie podaje się, lecz można je obliczyć na podstawie kąta upadku, który jest podany w tabelach. Należy mieć na uwadze, że wielkości uchyleń środkowych podane w Tabelach Strzelniczych odpowiadają strzelaniu z nienagrzanej lufy. Z doświadczeń wynika, że przy intensywnym strzelaniu /t.j. przy nagrzaniu się lufy do  $300 - 350^{\circ}\text{C}$ / uchylenia środkowe/ szczególnie uchyla się wrzecz/ powiększają się o  $50 - 60\%$ . Jednak prawidłowość ich zmiany w zależności od odległości strzelania pozostaje taka sama.

#### § 4. Rozrzut danej chwili.

Rozrzut torów i wielkości charakteryzujące ten rozrzut nie są stałe. Rozrzut może być różny przy strzelaniach wykonywanych w różnym czasie, a także zmienia się w czasie strzelania. Jeśli porównać dwa strzelania wykonywane w zupełnie jednakowych warunkach, jednak pociskami różnych partii, przy czym w drugim strzelaniu różnorodność znaków wagowych pocisków była większa niż w pierwszym, to się okazało że w drugim strzelaniu rozrzut był większy. To samo można powiedzieć o partiach ładunków itp.

Rozrzut może zmieniać się w czasie tego samego strzelania, jeśli strzelanie albo trwa długo, albo prowadzone jest z przerwami, albo w czasie strzelania zmieniają się warunki meteorologiczne i balistyczne.

Liczbowe wartości uchyleń środkowych podane w Tabelach Strzelniczych są wielkościami średnimi, odpowiadającymi pewnym, przeciętnym warunkom strzelania. W rzeczywistych warunkach strzelania rozrzut może znacznie różnić się od tabelarnego /może być dwa, trzy razy większy lub mniejszy od tabelarnego/.

Zjawisko to nazywa się rozrzutem danej chwili. Ponieważ nie można zawczasu uwzględnić wszystkich różnorodnych warunków strzelania, przeto rzeczywiste wielkości uchyleń środkowych rozrzutu nie będą znane w czasie strzelania.

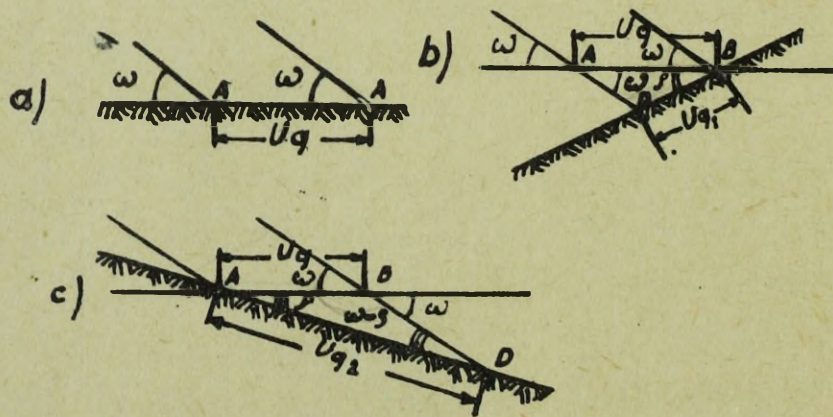
W niektórych warunkach można jedynie oczekiwać, że będzie większy lub mniejszy. Od tabelarnego. Rozrzut danej chwili rozrzut danej chwili uwzględnia się w ten sposób, że przy opracowywaniu zasad strzelania wszystkie obliczenia wykonuje się nie tylko dla przeciętnych warunków, lecz również dla lepszych i gorszych.

Odpowiednio do otrzymanych wyników, albo uogólnia się poszczególne zasady, albo podaje się dwie zasady - na dobre i złe warunki.

W czasie strzelań do celów naziemnych oprócz narzutów danej chwili należy brać pod uwagę nachylenie terenu w rejonie celu, ponieważ to również wpływa na wielkości uchyleń środkowych w głąb i w szerz.

§ 5. Wpływ nachylenia terenu na wielkości uchyleń środkowych w głąb i w szerz

Liczbowe wartości uchyleń środkowych  $U_g$  i  $U_s$  podane w Tabelach Strzelniczych obliczone w założeniu, że teren w rejonie upadków pocisków jest poziomy. Jeśli jednak teren jest nachylony, to liczbowe wartości tych uchyleń zmieniają się. Na rys. 11a teren jest poziomy, uchYLENIE ŚRODKOWA W GŁĄB  $U_g = AB$ . Jeśli jednak teren jest nachylony w kierunku strzelającego działła, to jak widać z 11b, uchYLENIE ŚRODKOWE W GŁĄB ZMNIĘJSZY SIĘ I BĘDZIE RÓWNE DB. Oznaczamy je przez  $U_{g1}$



Rys. Nr 11

Jeśli teren jest nachylony w kierunku przeciwnym do strzelającego działa, to jak widać z rys. 11c uchylenie środkowe w głąb zwiększy się i będzie równe DB. Oznaczamy je przez  $U_{g2}$ . Z trójkąta ABD /rys. 11b/ obliczamy:

$$\frac{U_g}{\sin(\omega + s)} = \frac{U_{g1}}{\sin \omega}$$

$$\text{stąd } U_{g1} = U_g \frac{\sin \omega}{\sin(\omega + s)} \quad /4/$$

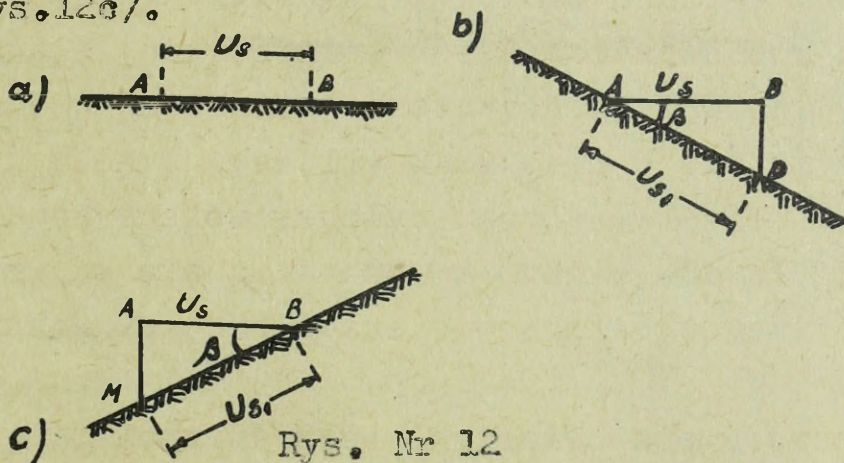
gdzie  $\omega$  - kąt upadku

$s$  - kąt spadku terenu

Z trójkąta ABD /rys. 11c/ obliczamy:  $\frac{U_g}{\sin(\omega - s)} = \frac{U_{g2}}{\sin \omega}$

$$U_{g2} = U_g \frac{\sin \omega}{\sin(\omega - s)} \quad /5/$$

Rozpatrzmy wpływ nachylenia terenu na wielkość  $U_s$ . Załóżmy że w wypadku, gdy teren w rejonie celu jest poziomy uchylenie środkowe wszczep równe jest AB. Jeśli jednak teren będzie nachylony w prawo /rys. 12b/ lub w lewo /rys. 12c/.



Rys. Nr 12

To uchylenie środkowe w szerz powiększy się i będzie równe AD lub MB. Oznaczmy je przez  $U_{s1}$ . Z trójkąta ABD lub ABM wynika że:

$$U_{s1} = \frac{U_s}{\cos \delta} \quad /6/$$

gdzie  $\delta$  - kąt spadku terenu.

Ze wzoru /6/ wynika, że wielkość uchylenia środkowego wszczep zależy tylko od kąta spadku terenu, natomiast kierunek spadku nie posiada żadnego wpływu na wielkość uchylenia.

Ponieważ cosinus małego kąta nieznacznie różni się od jedności, to praktycznie w średnio pofalowanym terenie  $\beta = 20 \div 30^\circ$  można przyjąć, że uchylenie środkowe wszczep nie zależy od spadu terenu.

Na przykład przy  $U_s = 2,4$  m i  $\beta = 8^\circ$

$$U_{s1} = \frac{2,4}{\cos 8^\circ} = 2,42 \text{ m}$$

przy  $\beta = 20^\circ$

$$U_{s1} = \frac{2,4}{\cos 20^\circ} = 2,5 \text{ m.}$$

### § 6. Sposoby określania uchyień środkowych rozrzutu przy strzelaniu uderzeniowym jednym działem.

Znane są dwa sposoby określenia uchyień  
środkowych rozrzutu torów.

1. obliczeniowo-doświadczalny.
2. doświadczalny /eksperymentalny/.

W niedalekiej przeszłości przy określeniu uchyień środkowych rozrzutu stosowano wyłącznie sposób eksperymentalny. Obecnie zasadniczym sposobem jest sposób obliczeniowo-doświadczalny. Poniechanie eksperymentalnego sposobu określenia uchyień środkowych uzasadnia się tym, że otrzymane doświadczalnie wielkości uchyień środkowych zmieniają się przy powtórnych strzelaniach w znacznych granicach tj. otrzymuje się rozrzut samych wielkości charakteryzujących rozrzut. Zasadniczą przyczyną tego jest fakt, że uchylenie środkowe rozrzutu ustala się na podstawie małej ilości obserwacji.

Istotę obliczeniowo-doświadczalnego sposobu rozrzutu, w odniesieniu do określenia uchyień środkowych rozrzutu przy strzelaniu do celów naziemnych. Jak wiadomo elementy toru określają trzy zasadnicze czynniki:

- $V_0$  - prędkość początkowa pocisku;
- $\theta_0$  - kąt rzutu;
- $c$  - współczynnik balistyczny.

Oprócz tych czynników posiadają jeszcze wpływ zmiany warunków balistycznych i meteorologicznych w czasie strzelania.

Jednak jeśli strzelanie jest krótkotrwałe można te warunki uważać za stałe, to jest niewpływające na rozrzut poszczególnych pocisków danej grupy strzałów. Zatem odległość upadku pocisków można uważać za funkcję trzech argumentów:  $V_0$ ,  $\theta_0$ , i  $c$  tj.

$$X = f(V_0, \theta_0, c)$$

Ponieważ czynniki  $V_0$ ,  $\theta_0$  i  $c$  są wielkościami przypadkowymi, podlegającymi prawu normalnemu, to uchylenie środkowe w głąb można rozpatrywać jako uchylenie środkowe funkcji tych wielkości przypadkowych.

$$U_g = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial V_0} r_{V_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial \theta_0} r_{\theta_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial c} r_c\right)^2} / 7 /$$

gdzie:  $r_{V_0}$ ,  $r_{\theta_0}$ ,  $r_c$  - uchylenie środkowe charakteryzujące rozrzut prędkości początkowej, kąta rzutu i współczynnika balistycznego ( $r_{V_0}$  i  $r_c$  - w ‰,  $r_{\theta_0}$  - w tysięcznych);

$\frac{\partial x}{\partial V_0}$ ,  $\frac{\partial x}{\partial \theta_0}$ ,  $\frac{\partial x}{\partial c}$  - zmiany odległości punktu upadku pocisku spowodowane zmianami odpowiednich argumentów o jedności /prędkości początkowej i współczynnika balistycznego o 1 ‰, kąta rzutu o 1 tysięczną/.

Uchylenie punktu upadku pocisku od płaszczyzny strzelania zależy od rozrzutu kątów celowania poziomego  $r_{\omega}$  i rozrzutu zboczenia  $r_{zb}$

Dlatego uchylenie środkowe, charakteryzujące rozrzut punktów upadków w szereg,  $U_s$  oblicza się ze wzoru:

$$U_s = \sqrt{(0,001 X r_{\omega})^2 + (X t_{\theta_0} r_{zb})^2} / 8 /$$

gdzie:  $X$  - odległość strzelania, dla której określa się uchylenie środkowe rozrzutu;

$r_{\omega}$  - uchylenie środkowe charakteryzujące rozrzut kątów celowania poziomego w tysięcznych.

$r_{zb}$  - uchylenia środkowe rozrzutu zboczenia radionach.

We wzorze /8/ pierwszy człon wyrażenia pod pierwiastkiem uwzględnia wpływ różnorodności poziomej składowej kąta rzutu na rozrzut pocisków wszerz /współczynnik 0,001X zamienia rozrzut kątowy w tysięcznych na rozrzut liniowy/. Drugi człon  $X \cdot \operatorname{tg} \theta_0 \cdot r_{zb}$  uwzględnia rozrzut torów spowodowany różnorodnością zbroczenia.

Jeśli  $r_{zb}$  przyjmować za przyspieszenie, to aby otrzymać wielkości liniowe przyspieszenia trzeba pomnożyć przez kwadrat czasu lotu pocisku.

Jednak zgodnie z teorią paraboliczną  $T^2$  jest proporcjonalny do  $Y$  /wysokość toru/ lub wielkości  $X \cdot \operatorname{tg} \theta_0$  występującej we wzorze /8/. Wartości współczynników poprawek  $\frac{\partial x}{\partial v_0}$  i  $\frac{\partial x}{\partial \theta_0}$  występujących we wzorze /7/ bierze się z podstawowej Tabeli Strzelniczej, to znaczy praktycznie, zamiast cząstkowych pochodnych wykorzystuje się jednostkowe poprawki  $\Delta X_{v_0}$  i  $\Delta X_{\theta_0}$ . W Tabelach Strzelniczych nie ma poprawki odległości na zmianę współczynnika balistycznego o jedność

$$\Delta X_c = \frac{\partial x}{\partial c}$$

resztą nie jest to specjalnie konieczne, gdyż w tabelach podane jest  $\Delta X_H$  - zmiana odległości punktu upadku pocisku spowodowana zmianą ciśnienia powietrza o 10 mm słupka rtęci między wielkościami  $\Delta X_c$  i  $\Delta X_H$  istnieje następująca zależność

$$\Delta X_c \left( \text{lub } \frac{\partial x}{\partial c} \right) = \frac{3}{4} \Delta X_H$$

Uchylenia środkowe  $r_{v_0}$ ,  $\theta_0$ ,  $r_c$  i  $r_{zb}$  określa się doświadczalnie i zamieszcza w Tabelach Strzelniczych.

Tak więc przy obliczeniowo-doświadczalnym sposobie określania charakterystyk rozrzutu, uchylenie środkowe charakteryzujące zmienność zasadniczych czynników wpływających na rozrzut pocisków określa się doświadczalnie. Sumarycznie uchylenia środkowe rozrzutu pocisków oblicza się za pomocą wzorów /7/ i /8/.

Brakiem tego sposobu jest to, że uwzględnia się nie wszystko, a tylko podstawowe czynniki wpływające na rozrzut, w wyniku uchylenia środkowego rozrzutu określa się tylko w przybliżeniu.

Przykład. Obliczyć uchylenie środkowe rozrzutu w głąb i wolez dla następujących warunków: 100 mm armata przeciwlotnicza granat odłamkowo-burzący OF-412 /ładunek pełny/; prędkość początkowa pocisku  $V_0 = 880$  m/sek. odległość strzelania  $X = 4000$  m.

Rozwiązanie:

1. Z tabel strzelniczych do strzelaił naziemnych 100 mm armaty przeciwlotniczej KS-19 wypisujemy:

a/ uchylenie środkowe:

$$r_{\theta} = r_{\theta_0} = 0,30 \text{ tys.}; r_{\omega} = 0,45 \text{ tys.}; r_{V_0} = 0,22 \% \\ r_c = 0,0065 = 0,65 \% \text{ i } r_{z_b} = 0,0005;$$

b/ wartości współczynników poprawek:

$$\Delta x_{V_0} = 68 \text{ m}, \Delta x_{\theta_0} = 94 \text{ m}, \Delta x_H = 16 \text{ m}$$

c/ wartości kąta rzutu

$$\theta_0 = 2^{\circ} 01'$$

2. Obliczony  $\Delta x_c$  na podstawie zależności

$$\frac{\Delta x}{c} = \Delta x_c = \frac{3}{4} \Delta x_H$$

Ponieważ  $\Delta x_H = 16$  m, to przy zmianie współczynnika balistycznego o 1 %

$$\Delta x_c = \frac{3}{4} \cdot 16 = 12 \text{ m.}$$

3. Obliczamy sumaryczne uchylenie środkowe

$$U_g = \sqrt{168 \cdot 0,22^2 + 194 \cdot 0,30^2 + 12 \cdot 0,65^2} = 32,8 \text{ m}$$

$$U_s = \sqrt{1,001 \cdot 4000 \cdot 0,45^2 + 14000 \cdot 0,0005 \cdot 0,0352^2} = 1,82 \text{ m}$$

W Tabelach Strzelniczych  $U_g = 33$  m,  $U_s = 1,9$  m a więc wielkości uchyień środkowych są identyczne.

§ 7. Rozrzut przy strzelaniu baterią.

Wartości uchyień środkowych podane w tabelach strzelniczych charakteryzują rozrzut jednego działka tak zwany rozrzut indywidualny. Przy strzelaniu baterią /plutem/ do wszystkich omówionych poprzednio przyczyn powodujących rozrzut, dochodzi jeszcze jedno, a mianowicie - różnostrzelność dział, polegająca na tym, że środki rozrzutu poszczególnych dział baterii /plutonu/ nie pokrywają się. Przy tych samych nastawach przyrządów celowniczych donośność każdego działka baterii /plutonu/ będzie inna. Uzasadnia się to różnymi właściwościami balistycznymi poszczególnych dział spowodowanymi głównie różnym stopniem zużycia luf.

Jeżeli różnostrzelność dział jest duża, to elipsy rozrzutu poszczególnych dział wzajemnie się nieza-  
zębiają.

W takim przypadku nie można mówić o jakimkolwiek prawie rozrzutu, bateryjnego, a trzeba osobno rozpatrywać rozrzut każdego działka i dla każdego działka oddzielnie oceniać wyniki strzelania. Całkowite wyeliminowanie różnostrzelności dział jest niemożliwe. W rzeczywistości, aby wyeliminować różnostrzelność trzeba po pierwsze dokładnie określić jej wielkość i po drugie mieć możliwość ją uwzględnić, to znaczy liniową wielkość różnostrzelności zamienić na odpowiednie nastawy przyrządów celowniczych. Można jednak zmniejszyć różnostrzelność przez porównanie dział baterii. Przeważnie wykorzystując strzelanie w terenie porównuje się donośność dział. Dla wszystkich dział w baterii wyznacza się tę samą nastawę celownika i każde działko oddaje kilka strzałów /na przykład 3-4/. Mierzy się odległości punktów upadków wszystkich strzałów i dla każdego działka określa się średnią odległość. Jedno z dział baterii przyjmuje się jako zasadnicze. Określa się różnicę donośności pozostałych dział w stosunku do działka zasadniczego i na tej podstawie wyznacza się poprawki celownika dla dział. Ponieważ poprawki te wyznacza się w całkowitych podziałkach celownika, prosto nie można całkowicie wyeliminować różnostrzelności. Zawsze powstanie pewna ostateczna różnostrzelność, której nie można uwzględnić, nawet wtedy, gdy wielkość jej jest dokładnie znana. W rzeczywistości nie będzie dokładnie znana. W rzeczywistości, wielkość różnostrzelności nie będzie dokładnie znana, ponieważ określa się ją na podstawie ograniczonej ilości obserwacji /3-4/.  
We wszystkich wypadkach spotkamy się z różnostrzelnością, która powoduje zwiększenie rozrzutu. Na skutek ostatecznej różnostrzelności elipsy rozrzutu poszczególnych dział przy strzelaniu baterii /plutonu/ chociaż nie pokrywają się wzajemnie, to jednak częściowo zazębiają się i w wyniku otrzymuje się rozrzut bateryjny, który będzie większy od rozrzutu działowego.

Ponieważ dla różnych dział ostateczna różnostrzelność  $\gamma$  może zawierać się w granicach  $\pm 0,5$  podziałki celownika, to przy badaniach teoretycznych można przyjąć, że dla każdego działu ostateczną różnostrzelność charakteryzuje prawo równego prawdopodobieństwa, przy czym zasadniczą charakterystyką tego prawa  $L = 0,5$  podziałki celownika. W takim wypadku przyjmując jednakowy rozrzut dla każdego działu baterii otrzymamy prawo rozrzutu bateryjnego jako wyniki kompozycji prawa rozrzutu działu zasadniczego /prawo normalne/ i praw równego prawdopodobieństwa, odpowiednie do ilości pozostałych działów baterii.

Przeważnie przyjmuje się, że rozrzut bateryjny w przypadku, gdy działu baterii są porównane jest większy od rozrzutu działowego o 10 - 15 %.

§ 8. Prawdopodobieństwo trafiania w pas o nieograniczonej długości przy znanym położeniu środka rozrzutu.

Założmy, że środek rozrzutu i kierunek strzelania położone są względem pasa o nieograniczonej długości, tak jak przedstawia rys. Nr 13. Należy określić prawdopodobieństwo trafiania w pas. Z rys. 13 wynika, że trafiają w pas te pociski, których uchylenia od kierunku NM będą nie mniejsze od  $\Delta_1$  i nie większe od  $\Delta_2$ . Z teorii prawdopodobieństwa wiadomo, że wielkość uchylenia spowodowanego ~~rozrzutem~~ eliptycznym oblicza się za pomocą wzoru:

$$B = \sqrt{a^2 \cdot \cos^2 \alpha + b^2 \cdot \sin^2 \alpha}$$

/9/

- gdzie : B - wielkość uchylenia środkowego wzdłuż kierunku prostopadłego do pasa;  
a - duża półoś jednostkowej elipsy rozrzutu;  
b - mała półoś jednostkowej elipsy rozrzutu;  
 $\alpha$  - kąt zawarty między dużą półosią elipsy i kierunkiem B.

Ponieważ przy strzelaniu uderzeniowym w elipsie rozrzutu  $a = U_g$  i  $b = U_s$  to wzór na obliczenie B przyjmie postać:

$$B = \sqrt{U_g^2 \cdot \cos^2 \alpha + U_s^2 \cdot \sin^2 \alpha}$$

/10/

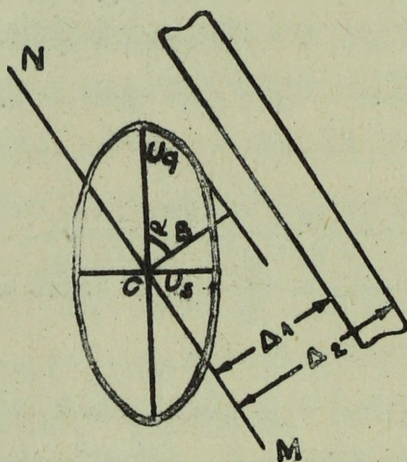
Z teorii prawdopodobieństwa również wiadomo, że przypadkowe uchylenia spowodowane <sup>nieświadomym</sup> błędem eliptycznym podlegają prawu normalnemu

$$\frac{f}{\beta\sqrt{\pi}} e^{-\frac{\Delta^2}{\beta^2}}$$

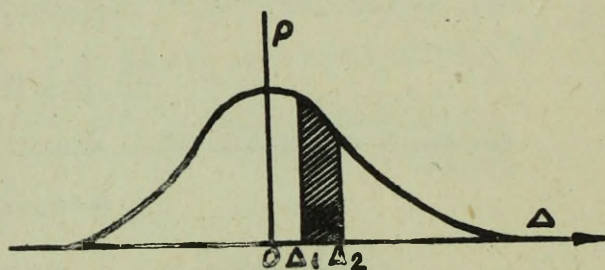
/11/

gdzie:  $\Delta$  - szczególne wartości uchyień leżących na kierunku B.

Rysunek 14 przedstawia normalne prawo rozrzutu pocisków na kierunku B.



Rys. Nr 13



Rys. Nr 14

Szukane prawdopodobieństwo trafienia w pas o nieograniczonej długości stanowi powierzchnię zakreskowaną na rys. 14. Zatem obliczenie prawdopodobieństwa sprowadza się do obliczenia zakreskowanej powierzchni. Przy praktycznych obliczeniach prawdopodobieństwa trafienia w pas o nieograniczonej długości wykorzystuje się tabele funkcji  $F(\beta)$  przy czym pamiętać, że  $F(-\beta) = -F(\beta)$ . Prawdopodobieństwo trafienia w pas o nieograniczonej długości oblicza się za pomocą wzoru:

$$p = \frac{1}{2} [F(\beta_2) - F(\beta_1)]$$

/12/

gdzie:  $-\beta_1 = \frac{\Delta_1}{\beta}$  i  $\beta_2 = \frac{\Delta_2}{\beta}$

Przykład:

Obliczyć prawdopodobieństwo trafienia w pas o nieograniczonej długości przy jednym strzale.

Szerokość pasa i jego położenie względem środka rozrzutu pocisków i kierunek strzelania podane są na rys. Nr 15.  $U_g = 15$  m;  $U_s = 2$  m. Ze wzoru /10/ obliczamy B.

$$B = \sqrt{15^2 + \cos^2 30^\circ + 2^2} \cdot \sin 30^\circ = 13 \text{ m.}$$

$$\Delta_1 = CA' = CA' \cdot \cos 30^\circ = 1,5 \cos 30^\circ = 1,3 \text{ m.}$$

$$\Delta_2 = \Delta_1 + 1,3 = 1,3 + 1,3 = 2,6 \text{ m.}$$

Prawdopodobieństwo trafienia w wymieniony pas oblicza się za pomocą wzoru /12/.

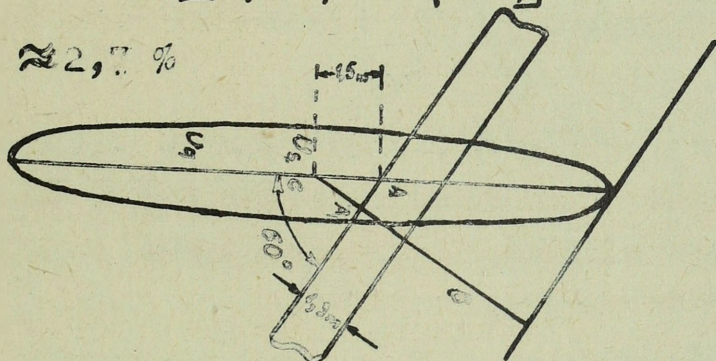
$$\beta_1 = \frac{1,3}{13} = 0,1; \beta_2 = \frac{2,6}{13} = 0,2$$

W tabelach odnajdujemy wartość  $F / 1 /$  i  $F / 2 /$ .

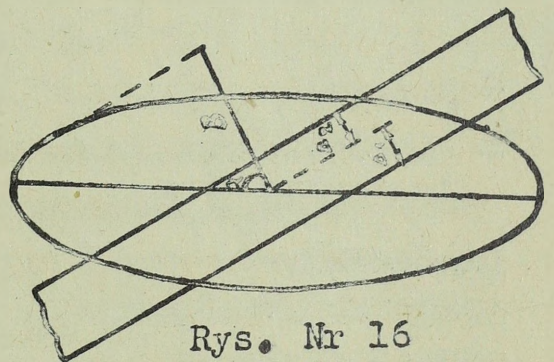
Stąd:

$$P = \frac{1}{2} [F(\beta_2) - F(\beta_1)] = \frac{1}{2} [0,01073 - 0,0538] = 0,0268$$

$\approx 2,7 \%$



Rys. Nr 15



Rys. Nr 16

Jeśli środek elipsy rozrzutu leży wewnątrz pasa, to  $\Delta_1$  i co za tym idzie,  $\beta_1$  będą ujemne, a wzór /12/ na obliczenie prawdopodobieństwa trafienia przyjmie postać:

$$P = \frac{1}{2} [F(\beta_2) + F(\beta_1)] \quad /13/$$

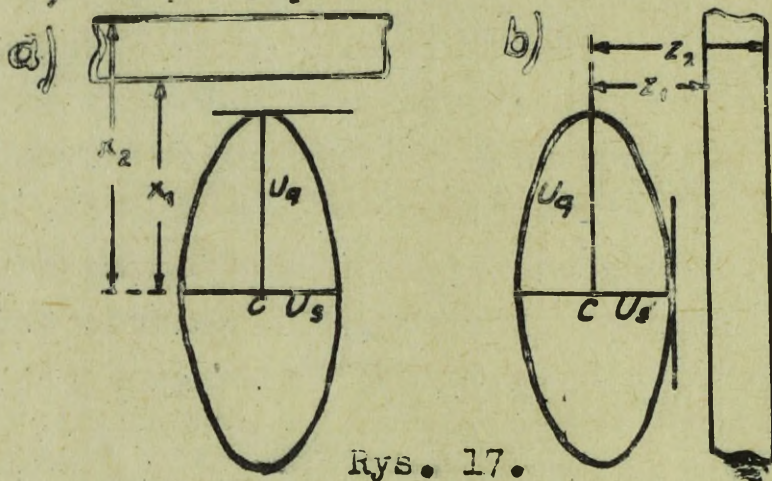
W tych wypadkach gdy tor średni przechodzi przez środek pasa /rys. 16/ tj.  $|\Delta_1| = \Delta$  gdzie  $\Delta$  połowa szerokości pasa, to prawdopodobieństwo trafienia w pas przy jednym strzale będzie równe.

$$P = F(\beta) \quad /14/$$

gdzie:  $\beta = \frac{\Delta}{B}$ ; połowa szerokości pasa wyrażona w nachyleniach środkowych B.

W szczególnych wypadkach, gdy kierunek pasa o nieograniczonej długości będzie pokonywał się z kierunkiem strzelania lub z kierunkiem do niego prostopadłym, prawdopodobieństwo trafienia w pas przy jednym strzale można obliczyć za pomocą wzorów /12/, /13/, /14/, mając na uwadze, że w przypadku, gdy pas leży prostopadle względem kierunku strzelania /rys. 17a/  $B = U_g$

$$i \beta_2 = \frac{x_2}{U_g}, \beta_1 = \frac{x_1}{U_g};$$



Rys. 17.

W przypadku, gdy kierunek strzelania pokonywa się z kierunkiem pasa. /Rys. 17b/  $B = U_g$

$$i \beta_2 = \frac{z_2}{U_g}, \beta_1 = \frac{z_1}{U_g}$$

Przykład:

Obliczyć prawdopodobieństwo trafienia w pas o nieograniczonej długości przy jednym strzale. Pas o szerokości 5 m. leży prostopadle względem kierunku strzelania; środek rozrzutu przechodzi o 10 m. przed pasem;  $U_g = 20$  m. Określamy oddalenie delatnego skrajnego pasa od środka rozrzutu

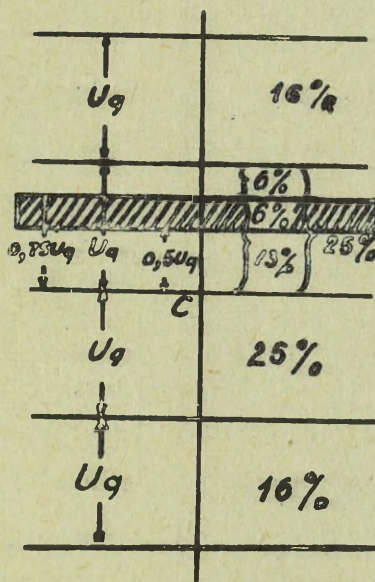
$$x_2 = 10 + 5 = 15 \text{ m.}$$

Szukane prawdopodobieństwo będzie równe:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} \left[ F \left( \frac{x_2}{U_g} \right) - F \left( \frac{x_1}{U_g} \right) \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[ F \left( \frac{15}{20} \right) - F \left( \frac{10}{20} \right) \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[ F(0,75) - F(0,50) \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[ 0,3870 - 0,2640 \right] = 0,0615 \end{aligned}$$

Prawdopodobieństwo trafienia w pas prostopadły do jednej z głównych płaszczyzn elipsy rozrzutu można określić w sposób przybliżony za pomocą skali rozrzutu. Sposób ten omówimy na przykładzie. Załóżmy, że pas leży w granicach  $0,5 U_g$  do  $0,75 U_g$  od środka rozmieszczenia punktów upadków.

Nanosząc pas na skalę rozrzutu /której część przedstawiona jest na rys. 18, określimy prawdopodobieństwo trafienia w pas równe 6%, ponieważ interesujący nas pas zajmuje połowę szerokości pasa, któremu odpowiada prawdopodobieństwo trafienia równe 12%.

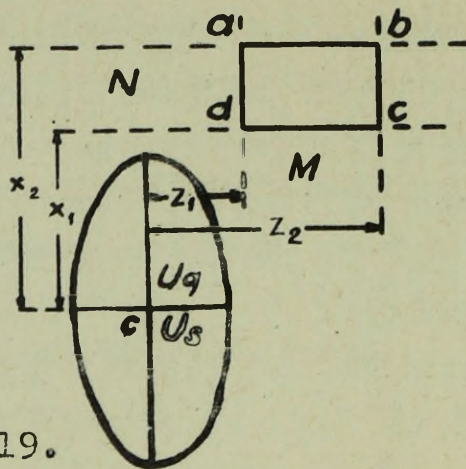


Rys. Nr 18

Porównując wynik z wynikiem otrzymanym uprzednio widzimy, że różnica jest nieznaczna i wynosi zaledwie 0,15%. Zatem w obliczeniach niewymagających dużych dokładności można posługiwać się skalą rozrzutu.

§ 8. Prawdopodobieństwo trafienia w prostokąt o bokach równoległych do głównych płaszczyzn elipsy rozrzutu

Założmy, że prostokąt  $a, b, c, d$  którego boki równoległe są do głównych płaszczyzn elipsy rozrzutu i środek rozrzutu położone są tak, jak przedstawia Rys. 19.



Rys. Nr 19.

Z rysunku widać, że trafią w prostokąt tylko te pociski których punkty upadku będą leżały na płaszczyźnie powstałej w wyniku przecięcia się pasów N i M innymi słowy, te pociski których punkty upadków będą leżały w pasie N i w pasie M.

Z tego wynika, że trafienie w prostokąt abcd jest zdarzeniem złożonym, składającym się z dwóch niezależnych zdarzeń prostych: trafienia w pas N i trafienia w pas M.

Z tego wynika, że trafienie w prostokąt abcd jest zdarzeniem złożonym, składającym się z dwóch niezależnych zadań prostych : trafienie w pas N i trafienia w pas M.

Jak wiadomo z teorii prawdopodobieństwa, prawdopodobieństwo takiego zdarzenia złożonego oblicza się stosując twierdzenie o iloczynie prawdopodobieństwa.

W związku z tym prawdopodobieństwo trafienia w prostokąt abcd przy jednym strzale obliczymy jako iloczyn prawdopodobieństwa trafienia przy jednym strzale w pas N i w pas M.

Prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale w pas N oblicza się za pomocą wzoru:

$$P_N = \left[ \frac{1}{2} \left[ F\left(\frac{x_2}{U_g}\right) - F\left(\frac{x_1}{U_g}\right) \right] \right]$$

Prawdopodobieństwo trafienia w pas M.

$$P_M = \frac{1}{2} \left[ F\left(\frac{z_2}{U_s}\right) - F\left(\frac{z_1}{U_s}\right) \right]$$

Prawdopodobieństwo trafienia w prostokąt abcd będzie równe iloczynowi prawdopodobieństw  $P_N$  i  $P_M$

$$P = P_N \cdot P_M$$

$$P = \frac{1}{4} \left[ F \left( \frac{X_2}{U_g} \right) - F \left( \frac{X_1}{U_g} \right) \right] \cdot \left[ F \left( \frac{Z_2}{U_s} \right) - F \left( \frac{Z_1}{U_s} \right) \right] \quad /15/$$

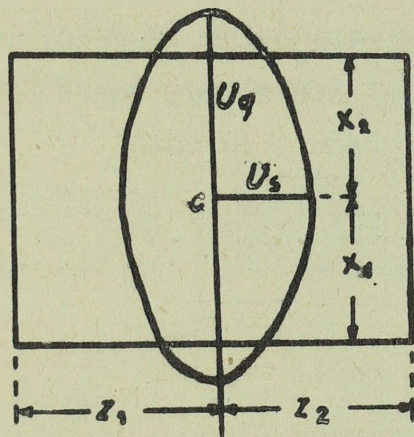
Jeśli ośrodek elipsy rozrzutu leży wewnątrz prostokąta to:

$$P = \frac{1}{4} \left[ F \left( \frac{X_2}{U_g} \right) + F \left( \frac{X_1}{U_g} \right) \right] \cdot \left[ F \left( \frac{Z_2}{U_s} \right) + F \left( \frac{Z_1}{U_s} \right) \right] \quad /16/$$

W szczególnym wypadku, gdy tor średni przechodzi przez środek prostokąta /rys.20/ prawdopodobieństwo trafienia będzie równe.

$$P = F \left( \frac{X}{U_g} \right) \cdot F \left( \frac{Z}{U_s} \right) \quad /17/$$

gdzie X - połowa boku prostokąta równoległego do  $U_g$   
Z - połowa boku prostokąta równoległego do  $U_s$



Rys. Nr 20

Przykład:

Obliczyć prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale w prostokąt o bokach równoległych do głównych półosi elipsy rozrzutu.

$$X_1 = 57 \text{ m}; X_2 = 76 \text{ m}, Z_1 = 25 \text{ m}; Z_2 = 40 \text{ m}.$$

Stosujemy wzór /15/.

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{4} \left[ F \left( \frac{76}{38} \right) - F \left( \frac{57}{38} \right) \right] \left[ F \left( \frac{40}{10} \right) - F \left( \frac{25}{10} \right) \right] = \\ &= \frac{1}{4} \left[ F(2) - F(1,5) \right] \cdot \left[ F(4) - F(2,5) \right] = \\ &= \frac{1}{4} (0,82266 - 0,68833) (0,99302 - 0,90825) = 0,00285 \\ &P = 0,30\% \end{aligned}$$

Wzór /15/ można wykorzystać również do określania prawdopodobieństwa trafienia przy jednym strzale w równoległobok /rys. 21/.



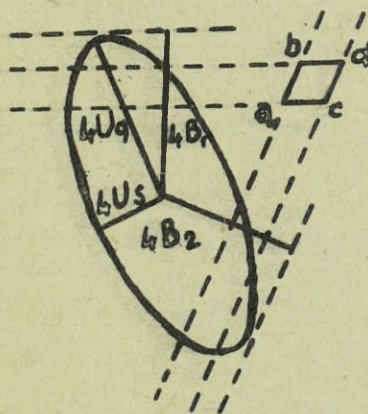
$$b = \sqrt{402,27} = 20 \text{ m.}$$

Obliczamy P

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{4} \left[ F \left( \frac{31}{11} \right) - F \left( \frac{30}{20} \right) - F \left( \frac{18}{20} \right) \right] = \\ &= \frac{1}{4} \left[ F(2,82) - F(1,73) \right] \left[ F(1,50) - F(0,90) \right] = \\ &= \frac{1}{4} \left[ 0,9428 - 0,7567 \right] \left[ 0,6883 - 0,4562 \right] = 0,0108; P \approx 1,1\% \end{aligned}$$

Należy podkreślić, że jeśli boki prostokątów lub równoległoboków nie będą równoległe do głównych lub sprzężonych półosi elipsy rozrzutu, to nie można posługiwać się wzorami /15/ i /18/.

Rys. 22 przedstawia całkowitą elipsę rozrzutu. Boki równoległoboku  $ab_0c_0$  nie są równoległe do sprzężonych półosi elipsy rozrzutu.



Rys. 22

Rozpatrując rys. 22 widzimy, że do obliczenia prawdopodobieństwa trafienia w pasy I i II tworzące równoległobok należałoby wykorzystać uchylenia  $B_1$  i  $B_2$  spowodowane błędem eliptycznym. Uchylenia te jak wiadomo z teorii prawdopodobieństwa nie można rozpatrywać jako niezależne od siebie / w elipsie rozrzutu niezależne są tylko główne i sprzężone półosi /. Dla przypadku uchyień zależnych nie możemy stosować twierdzenia o iloczynie prawdopodobieństw, tak jak robiliśmy to dla uchyień niezależnych przy wprowadzeniu wzoru /15/. W podobnych wypadkach, a także przy celach o dowolnych kształtach i wymiarach stosuje się mniej dokładny sposób obliczania prawdopodobieństwa

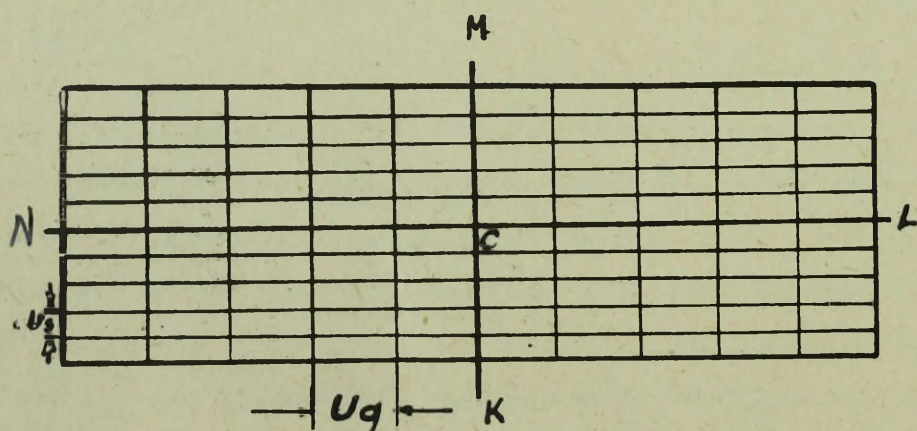
trafienia przy jednym strzale, polegającym na tym, że rzeczywisty cel zastępuje się prostokątem o tej samej wielkości co cel i bokach równoległych do głównych osi elipsy rozrzutu oraz za pomocą wzoru /15/ oblicza się prawdopodobieństwo trafienia w prostokąt. Oprócz omówionego wyżej przybliżonego sposobu obliczania prawdopodobieństwa trafienia przy jednym strzale w cel o dowolnych konturach, stosuje się sposób omówiony w 8 9.

§ 9. Prawdopodobieństwo trafienia  
w cel o dowolnych konturach

Przy obliczaniu prawdopodobieństwa trafienia w cel o dowolnych konturach można stosować sposób graficzny. Istota tego sposobu polega na tym, że znając wielkości  $U_g$  i  $U_s$ , a także wymiary celu i jego położenie względem środka rozrzutu wyznacza się dwie wzajemnie prostopadłe proste NL i MK. Jedną z nich przyjmuje się jako kierunek dużej półosi elipsy rozrzutu, a drugą - jako kierunek małej półosi /rys. 23/.

Punkt przecięcia się prostych przyjmuje się za środek elipsy.

Następnie równoległe do jednej z prostych, na przykład NL



Rys. 23

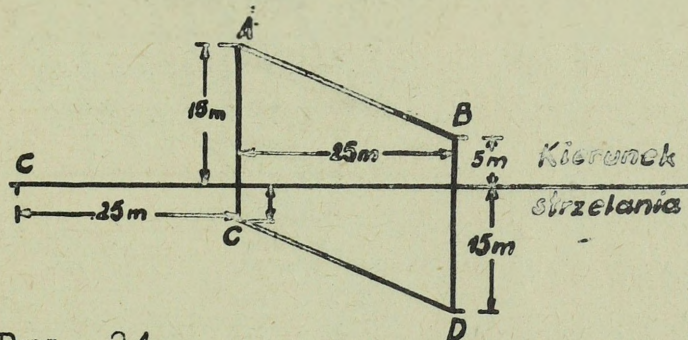
wykreśla się proste w odstępach równych wielkości  $U_s$  / w przyjętej skali rysunku/.

Równoległe do drugiej prostej, na przykład MK wykreśla się proste w odstępach równych UG.

W ten sposób otrzymuje się siatkę zawierającą szereg prostokątów. Prawdopodobieństwo trafienia w każdy prostokąt można obliczyć za pomocą wzorów /15/, /16/ i /17/. Następnie na podstawie znanych wymiarów celu i jego położenia względem środka rozrzutu nanosi się na siatkę kontur celu i sumuje prawdopodobieństwo trafienia w poszczególne prostokąty leżące wewnątrz konturów celu. Prawdopodobieństwa trafienia w części prostokątów przykrytych przez kontury celu określa się nanoko. Przy obliczeniach wymagających większej dokładności wykreśla się siatkę w odstępach co 0,5 lub 0,2 Ug i Us.

Przykład:

Obliczyć prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale w cel, którego wymiary i położenie względem środka rozrzutu przedstawione są na rys. 24.



Rys. 24.

Rysunek 25 przedstawia część siatki, na którą nałożono cel. Kontury celu obejmują całkowite kwadraty d, e, oraz część prostokątów b, c, k.

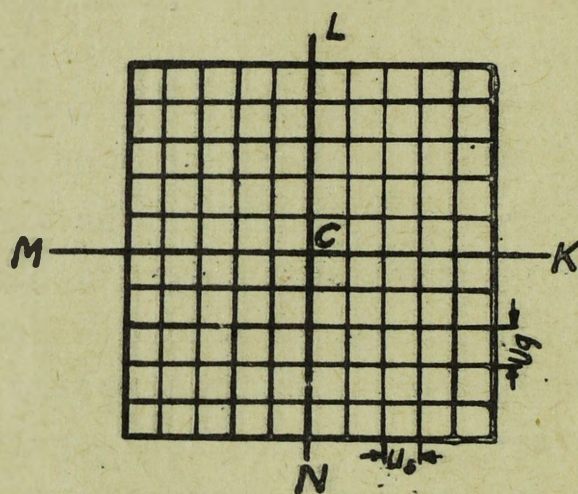
0,0045	A	a	0,0029
0,0168	b	b	0,0109
0,0403	c	c	0,0260
0,0625	d	d	0,0403
0,0625	e	e	0,0403
0,0403	f	f	0,0260
0,0168	k	k	0,0109
0,0045	l	l	0,0029

Rys. 25.

Sumując prawdopodobieństwo trafienia otrzymamy:

$$P = 0,0027 + 0,0195 + 0,0403 + 0,403 + 0,0195 + 0,0027 = 0,125.$$

Omawiany sposób posiada ten brak, że dla różnych wielkości  $U_g$  i  $U_s$  trzeba wykreślić różne siatki, przy czym otrzymuje się prostokąty bardzo wąskie i długie. Aby wyeliminować ten brak przyjmuje się wielkość  $U_g$  i  $U_s$  za jednostki pomiaru wzdłuż odpowiedniego kierunku i przy wykreślaniu siatki te jednostki odkłada się w pewnej skali tj. otrzymuje się na siatki prostokątów, a siatkę kwadratów /rys. 26/ Skale w metrach wzdłuż kierunku  $U_g$  i  $U_s$  równe. Otrzymana siatka pod względem wyglądu zewnętrznego odpowiada jakby kołowemu prawu rozrzutu  $/U_g = U_s/$ .



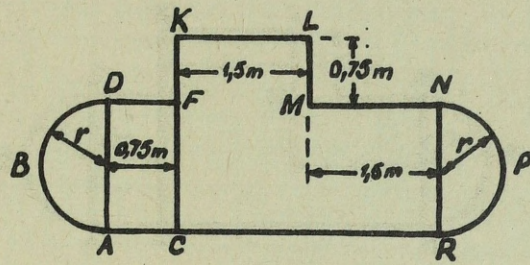
Rys. 26

Ponieważ skale /w metrach/ wzdłuż kierunku NL i MK są różne to wymiary celu trzeba nanieść na siatkę również w różnych skalach, to znaczy wymiary celu trzeba uprzednio wyrazić w uchyleniach środkowych wzdłuż odpowiednich kierunków.

Przeważnie dla praktycznych obliczeń prawdopodobieństwa trafienia sporządza się siatki z kwadratami o bokach odpowiadających 0,5 lub 0,2 uchylenia środkowego. Obliczenie prawdopodobieństwa trafienia przy jednym strzale w cel o dowolnych konturach, za pomocą siatki rozrzutu kołowego omówimy na przykładzie.

#### Przykład:

Obliczyć prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale w cel - pionową tarczę której wymiary i położenie względem środka rozrzutu przedstawione są na rys. 27.



Rys. 27.

$r = 0,75\text{ m}$ ;  $U_w = 3\text{ m}$ ;  $U_s = 1,5\text{ m}$ .

Określamy współrzędne punktów A; B, D, F, K, L, M, N, P i R względem punktu odpowiadającego środkowi rozrzutu.

Współrzędne punktów

Punkty	W metrach		W uchyleniach	
	wzdłuż kier. boczego	wzdłuż kier. wysokości	wzdłuż kier. boczego	wzdłuż kier. wysokości
A	-0,75	0,00	- 0,5	0,00
B	-1,50	0,75	- 1,0	0,25
D	-0,75	1,50	- 0,5	0,50
F	0,00	1,50	0,00	0,50
K	0,00	2,25	0,00	0,75
L	1,50	2,25	1,0	0,75
M	1,50	1,50	1,0	0,50
N	3,00	1,50	2,0	0,50
P	3,75	0,75	2,5	0,25
R	3,00	0,00	2,0	0,00
C	0,00	0,00	0,00	0,00

Mając współrzędne punktów наносimy je na siatkę, której część przedstawia rys. 28.

6	10	16	23	29	32	32	29	23	16	10	6	U <sub>w</sub> =3m			
10	18	29	40	50	56	56	50	40	29	18	10				
16	29	45	63	79	69	69	79	63	45	29	16				
23	40	63	89	111	124	124	111	69	63	40	23				
29	50	79	111	139	156 <sup>K</sup>	156	139	111	79	50	29				
32	56	89	124	156 <sup>D</sup>	174 <sup>F</sup>	174	156 <sup>H</sup>	124	89	56	32				
				A C				R							
U <sub>s</sub> =1,5m															

Rys. 28

Łącząc naniesione na siatkę punkty otrzymujemy kontur celu. Sumujemy liczby w kwadratach zawierających się w konturach celu, i obliczamy prawdopodobieństwo trafienia w cel. Suma liczb będzie równa  $174 + 174 + 156 + 124 + 89 + 122 + 78 + 70 + 44 = 1031$ .

Ponieważ liczby w kwadratach wyrażają prawdopodobieństwo w setnych procentu /0,01%/ to obliczone prawdopodobieństwo będzie równe:

$$p = 10,3 \%$$

#### § 10. Prawdopodobieństwo trafienia

w cele o małych wymiarach /przybliżony sposób porównania płaszczyzn/.

Przy rozpatrywaniu niedużych odcinków płaszczyzny na której rozmieszczają się punkty upadków pocisków, można założyć, że rozmieszczenie punktów upadków pocisków jest równomierne. Założenie to umożliwia określenie prawdopodobieństwa trafienia przy jednym strzale w cele o małych wymiarach, za pomocą jednego z omówionych niżej sposobów.

1. Załóżmy, że trzeba określić prawdopodobieństwo trafienia w różnościanek  $abcd$  /rys. 29/, którego powierzchnię oznaczymy przez  $S$ .

Wykreślając przez punkty  $a$  i  $b$  proste równoległe do kierunku  $U_s$  a przez punkty  $c$  i  $d$  - równoległe do kierunku  $U_g$ , otrzymamy prostokąt  $a'b'c'd'$ , którego powierzchnię oznaczymy przez  $S'$ . Prawdopodobieństwo trafienia w otrzymany prostokąt można obliczyć za pomocą wzoru /15/, jako prostokąt o bokach równoległych do głównych półosi elipsy rozrzutu.

Zakładając, że na powierzchni tego prostokąta rozmieszczenie punktów upadku jest równomierne, obliczymy prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale w równoległobok  $abcd$  za pomocą wzoru:

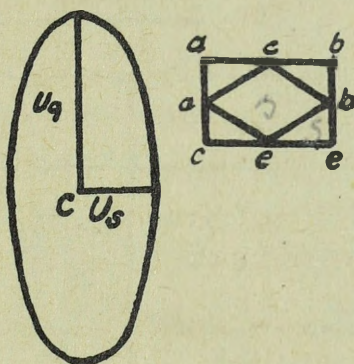
$$P = p \cdot \frac{S_{\text{celu}}}{S_{\text{prostok.}}} \quad /19/$$

gdzie:  $P$  - prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale w interesujący nas cel;

$p$  - prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale w prostokąt opisany na celu, prawdopodobieństwo to oblicza się za pomocą wzoru /15/;

$s$  - powierzchnia celu;

$S$  - powierzchnia prostokąta.

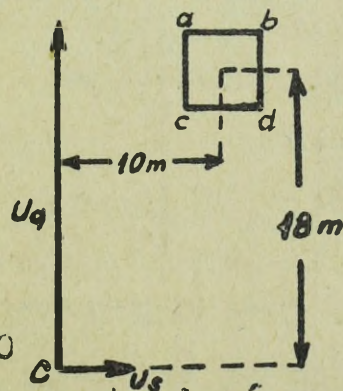


Rys. 29

Przykład:

Obliczyć prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale w okrągły okop, którego położenie względem środka rozrzutu przedstawia rys. 30, promień okopu  $2m$ ;  $U_g = 20$  m;  $U_s = 4$  m.

Dany cel zastępujemy kwadratem o bokach równoległych do



Rys. 30

głównych ośi elipsy rozrzutu i równych 4 m. Aby określić prawdopodobieństwo trafienia w kwadrat  $abcd$  obliczamy:

$$X_1 = 18 - 2 = 16 \text{ m.};$$

$$X_2 = 18 + 2 = 20 \text{ m.};$$

$$Z_1 = 10 - 2 = 8 \text{ m.};$$

$$Z_2 = 10 + 2 = 12 \text{ m.};$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{4} \left[ F\left(\frac{X_2}{U_g}\right) - F\left(\frac{X_1}{U_g}\right) \right] \left[ F\left(\frac{Z_2}{U_s}\right) - F\left(\frac{Z_1}{U_s}\right) \right] = \\ &= \frac{1}{4} \left[ F\left(\frac{20}{20}\right) - F\left(\frac{16}{20}\right) \right] \left[ F\left(\frac{12}{14}\right) - F\left(\frac{8}{14}\right) \right] = \\ &= \frac{1}{4} \left[ F(1) - F(0,8) \right] \left[ F(3) - F(2,0) \right] = \\ &= \frac{1}{4} (0,500 - 0,411) (0,957 - 0,823) = 0,003 \end{aligned}$$

powierzchnia okopa  $S = \pi r^2$

Powierzchnia kwadratu abel  $S = (2r)^2 = 4r^2$

Prawdopodobieństwo trafienia w okop przy jednym strzale obliczamy za pomocą wzoru /19/

$$p = P \cdot \frac{S}{S} = 0,003 \cdot \frac{\pi r^2}{4r^2} = 0,003 \cdot \frac{\pi}{4} = 0,0024$$

2. W tych wypadkach gdy środek rozrzutu pocisku leży w pobliżu celu o małych wymiarach i cel niewychodzi poza granice elipsy połowicznej, / której półosie równe są odpowiednio  $0,5 U_g$  i  $0,5 U_s$  / lub elipsy jednostkowej, obliczając prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale można posługiwać się metodą porównania powierzchni: powierzchni celu i powierzchni połowicznej /jednostkowej/ elipsy rozrzutu.

Powierzchnia połowicznej elipsy będzie równa:

$$S_{\frac{1}{2}e} = \frac{\pi \cdot U_g \cdot U_s}{4}$$

Powierzchnia jednostkowej elipsy będzie równa:

$$S_e = \pi \cdot U_g \cdot U_s$$

Z teorii prawdopodobieństwa wiadomo, że prawdopodobieństwo trafienia w elipsę  $k$ , podobną do jednostkowej, oblicza się ze wzoru:

$$P_k = 1 - e^{-\rho^2 k^2}$$

Dla elipsy połowicznej / $k = 0,5$ / otrzymamy:

$$P_{\frac{1}{2}e} = 1 - e^{-\frac{1}{4} \rho^2} = 0,055$$

Dla elipsy jednostkowej / $k = 1,0$ /

$$P_e = 1 - e^{-\rho^2} = 0,203$$

Prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale w dowolną powierzchnię jest niczym innym jak prawdopodobieństwem tego, że punkt upadku pocisku nie wyjdzie poza granice danej powierzchni.

Prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale w powierzchnię o małych wymiarach  $/s/$  leżącą wewnątrz połowicznej elipsy rozrzutu oblicza się ze wzoru:

$$p = P_{\frac{1}{2}\epsilon} \cdot \frac{s}{S_{\frac{1}{2}\epsilon}} = 0,055 \frac{4s}{\pi \cdot U_g \cdot U_s} \quad /20/$$

lub jeśli wymiary celu nie wchodzą poza granice elipsy jednostkowej rozrzutu:

$$p = P_{\epsilon} \cdot \frac{s}{S_{\epsilon}} = 0,203 \frac{s}{\pi \cdot U_g \cdot U_s} \quad /21/$$

3. W celu uproszczenia obliczeń prawdopodobieństwa trafienia przy jednym strzale w cele o małych wymiarach metodą porównania powierzchni wykorzystuje się wzory /20/ i /21/ z tym, że zamiast powierzchni elipsy jednostkowej i prawdopodobieństwa trafienia w tę elipsę uwzględnia się powierzchnię prostokąta jednostkowego i prawdopodobieństwo trafienia w ten prostokąt. Prostokąt jednostkowy jest to prostokąt opisany na elipsie jednostkowej przy czym boki prostokąta są równoległe do głównych pól elipsy rozrzutu.

Prawdopodobieństwo trafienia w prostokąt jednostkowy oblicza się wg tych samych zasad co prawdopodobieństwo trafienia w pasy tworzące prostokąt jednostkowy.

$$P_1 = P_2 = \frac{1}{2}$$

Stąd prawdopodobieństwo trafienia w prostokąt jednostkowy.

$$P_{\square} = P_1 \cdot P_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Powierzchnia prostokąta jednostkowego

$$S_{\square} = 2 U_g \cdot 2 U_s = 4 U_g \cdot U_s$$

W związku z tym prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale w cele których powierzchnie nie wychodzą poza granice prostokąta jednostkowego, będzie można obliczyć za pomocą wzoru:

$$p = P_{\square} \cdot \frac{s}{S_{\square}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{s}{4 U_g \cdot U_s} =$$

$$= \frac{1}{16} \cdot \frac{S}{U_g \cdot U_s} = 0,0625 \frac{S}{U_g \cdot U_s} \quad /22/$$

gdzie : p - prawdopodobieństwo trafienia w interesujący nas cel;

a - powierzchnia celu.

Przykład:

Obliczyć prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale w cel - kwadrat o boku 4 m, jeśli tor średni przechodzi przez środek celu, boki kwadratu są równoległe do głównych pól osi elipsy rozrzutu  $U_g = 22$  m i  $U_s = 5$  m. Z porównania wymiarów celu z wielkościami  $U_g$  i  $U_s$  wynika, że cel nie wychodzi poza granice elipsy jednostkowej i co za tym idzie, poza granice prostokąta jednostkowego. Prawdopodobieństwo trafienia można obliczyć stosując jeden z następujących sposobów.

a/ za pomocą wzoru /21/:

$$p = 0,203 \frac{S}{U_g \cdot U_s} = 0,203 \frac{4 \cdot 4}{3,14 \cdot 22 \cdot 5} = 0,0094;$$

$$p = 0,94 \%$$

b/ za pomocą wzoru /22/

$$P = 0,0625 \frac{4 \cdot 4}{22 \cdot 5} = 0,0091 ; P = 0,91 \%$$

c/ Za pomocą wzoru /17/ wykorzystując tabele funkcji

$F(\beta)$

$$P = F\left(\frac{4}{U_g}\right) \cdot F\left(\frac{4}{U_s}\right) = F\left(\frac{2}{22}\right) \cdot F\left(\frac{2}{5}\right) =$$

$$= F /0,091/ \cdot F (0,4) = 0,0104 ; P = 1,04 \%$$

Porównując wyniki dochodzimy do wniosku, że przybliżone sposoby /wzory 21 i 22/ dają wyniki nieco różne niż sposób dokładny za pomocą funkcji  $F(\beta)$ . Sposoby przybliżone stosuje się szeroko w obliczeniach orientacyjnych.

§ 11. Prawdopodobieństwo trafienia

w koło o promieniu r, w wypadku gdy środek koła pokrywa się ze środkiem rozrzutu elipsy.

Dane są półosie elipsy rozrzutu a i b oraz promień koła r. Koło może leżeć wewnątrz jednostkowej elipsy rozrzutu i może wychodzić poza jej granice.

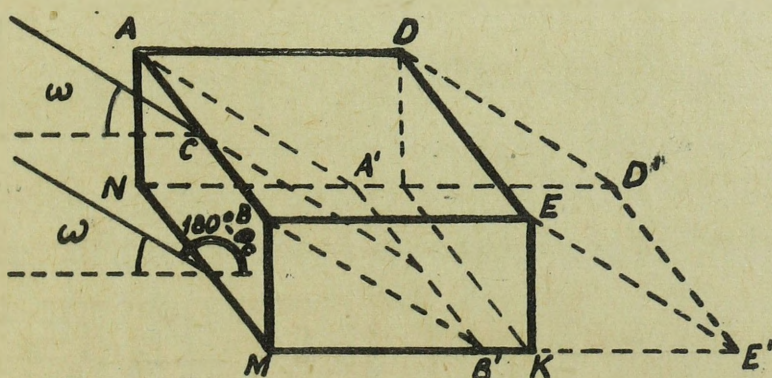
Promienia koła nie ogranicza się. W danym wypadku ogólny wzór na obliczenie prawdopodobieństwa trafienia jest bardzo skomplikowany i niedogodny do obliczeń praktycznych. Dlatego wynika konieczność sporządzania tabel. Takie tabele podane są w załączniku Nr 1, Wielkościami wejściowymi do tabel są równania:

$$e_1 = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \quad \text{i} \quad r_1 = \frac{r}{a} \quad /23/$$

§ 12. Prawdopodobieństwo trafienia w cele objętościowe /wykres cieniowy/.

Omówione wyżej sposoby obliczenia na prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale można stosować tylko do celów leżących w jednej płaszczyźnie, to jest posiadających dwa wymiary /długość i wysokość lub szerokość/. Oprócz tego w wielu wypadkach trzeba obliczać prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale w cele objętościowe posiadające trzy wymiary /długość, wysokość i szerokość/. rozpatrzmy najprostszy wypadek, gdy trzeba obliczyć prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale w cel o kształcie prostopadłościanu /rys.31/ w przypadku, gdy tor średni przechodzi przez punkt C równoległe do linii AB.

Obliczanie prawdopodobieństwa trafienia możnaby podzielić na dwie części. Najpierw wykorzystując wielkości  $U_w$  i  $U_s$  obliczyć prawdopodobieństwo trafienia w pionową część celu ABMN, a następnie wykorzystując  $U_g$  i  $U_s$  - w poziomą część celu ABED. Suma obliczonych oddzielnie prawdopodobieństw da szukane prawdopodobieństwa trafienia w cel przy jednym strzale. Jednak sposób taki byłby niedogodny.



Rys. 31.

Zamiast obliczania prawdopodobieństwa trafienia w powierzchnię ABMN i ABED można obliczyć prawdopodobieństwo trafienia w powierzchnię D/E' MN będącą ukośnym rzutem celu na poziom. Z tego wynika, że obliczenie prawdopodobieństwa trafienia przy jednym strzale w cel objętościowy sprowadza się do obliczenia prawdopodobieństwa trafienia w powierzchnię. Przy tym obliczenia znacznie się upraszcza, gdyż trzeba wykonać jedno obliczenie wykorzystując tylko dwie charakterystyki rozrzutu  $U_g$  i  $U_s$ . Przy rzutowaniu celu trzeba również rzutować na poziom punktu C. Na skutek tego, że ukośny rzut celu na poziom stanowi jakby cień celu powstały w wyniku oświetlenia celu promieniami biegnącymi wzdłuż kierunku toru średniego, nazywa się taki rzut "wykresem cieniowym".

Po otrzymaniu "wykresu cieniowego" prawdopodobieństwo trafienia oblicza się jednym ze sposobów omówionych w §§ 8-11.

### § 13. Prawdopodobieństwo

trafienia przy kilku strzałach, gdy oddziałują tylko rozrzuty.

Rozpatrzmy najpierw wypadek gdy prawdopodobieństwo od strzału <sup>do strzału</sup> nie zmienia się. Założmy, że oddano S strzałów. Prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale p, można obliczyć jednym ze sposobów omówionych w § 8-12.

Nas może interesować:

- a/ prawdopodobieństwo wszystkich trafień przy S strzałach;
- b/ prawdopodobieństwo m trafnych przy s strzałach;
- c/ prawdopodobieństwo chociażby jednego trafienia przy s strzałach;
- d/ prawdopodobieństwo nie mniej jak m trafnych przy s strzałach;

Jeśli prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale jest równe p, to prawdopodobieństwo chybienia będzie równe  $1-p$ .

Oczywiście prawdopodobieństwo wszystkich trafnych przy  $s$  strzałach obliczy się na podstawie twierdzenia o iloczynie prawdopodobieństw;

$$P_s = p^s \quad /24/$$

Z teorii prawdopodobieństwa wiadomo, że prawdopodobieństwom kombinacji zawierającej  $m$  trafień i  $n = s - m$  chybień, można obliczyć za pomocą wzoru dla  $n$ -tego człona dwumianu Newtona, tzn. prawdopodobieństwo  $m$  trafnych przy strzałach będzie równe:

$$P_{m,n} = \frac{s!}{m!n!} p^m (1-p)^n \quad /25/$$

Suma wszystkich członów dwumianu Newtona  $[p + (1-p)]^s$  za wyjątkiem ostatniego  $(1-p)^s$  równa jest prawdopodobieństwu <sup>choćby</sup> jednego trafienia przy  $s$  strzałach tj.

$$R_{1,s} = p^s + s \cdot p^{s-1}(1-p) + \frac{s!}{1 \cdot 2 \dots} p^{s-2} (1-p)^2 + \dots + \frac{s!}{m!n!} p^m (1-p)^n + \dots + s \cdot p (1-p)^{s-1}$$

lub widząc, że suma wszystkich członów dwumianu Newtona równa jest jedności prawdopodobieństwa chociażby jednego trafienia przy strzałach można obliczyć z zależności

$$R_{1,s} = 1 - (1-p)^s \quad /26/$$

Suma członów dwumianu Newtona, odpowiadających  $m, m+1, m+2, \dots, s-1$ ,  $s$  trafieniom równa jest prawdopodobieństwu nie mniej jak  $m$  trafień tj.

$$R_{m,s} = p^s + s p^{s-1}(1-p) + \dots + \frac{s!}{m!n!} p^m (1-p)^n \quad /27/$$

Obliczenia wykonane za pomocą wzoru /27/ są dość uciążliwe. W praktyce przeważnie wystarczy obliczyć prawdopodobieństwo chociażby dwóch, rzadziej trzech trafień. Niżej podane są proste wzory dla tych wypadków. Prawdopodobieństwo chociażby dwóch trafnych:

$$R_{II,s} = 1 - (1-p)^{s-1} [1 + p(s-1)] \quad /28/$$

Prawdopodobieństwo chociażby trzech trafnych:

$$R_{III,s} = 1 - (1-p)^{s-2} \left[ 1 + p(s-2) + p^2 \left( \frac{3}{2} s + \frac{s}{2} \right) \right] \quad /29/$$

Przykład:

Prawdopodobieństwo trafienia w cel przy jednym strzale  $p = 0,2$  Obliczyć dla pięciu strzałów.

- a/ prawdopodobieństwo wszystkich trafień;
- b/ prawdopodobieństwo dwóch trafień;
- c/ prawdopodobieństwo chociażby jednego trafienia;
- d/ prawdopodobieństwo nie mniej jak trzech trafień.

W założeniu, że prawdopodobieństwo trafienia od strzału do strzału nie zmienia się.

Prawdopodobieństwo wszystkich trafień wg wzoru /24/

$$P_5 = p^5 = 0,2^5 = 0,00032$$

Prawdopodobieństwo dwóch trafień wg wzoru /25/

$$P_{m,n} = \frac{s!}{m!n!} \cdot p^m (1-p)^n = \frac{5!}{2!3!} \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^3 = 0,2048$$

Prawdopodobieństwo chociażby jednego trafienia wg wzoru /26/.

$$R_{I,5} = 1 - (1-p)^5 = 1 - (1-0,2)^5 = 1 - 0,8^5 = 0,6723$$

Prawdopodobieństwo chociażby trzech trafnych wg wzoru /27/

$$R_{III,s} = p^5 + 5p^4(1-p) + 10p^3(1-p)^2 = \\ = 0,2^5 \cdot 5 + 0,2^4 \cdot 0,8 + 10 \cdot 0,2^3 \cdot 0,8^2 = 0,0579$$

W tych wypadkach, gdy prawdopodobieństwo trafienia zmienia się od strzału, <sup>do strzału</sup> prawdopodobieństwo chociażby jednego trafienia można obliczyć za pomocą wzoru:

$$R_{I,s} = 1 - (1-p_1)(1-p_2) \dots (1-p_s) = 1 - \prod_{i=1}^{i=s} (1-p_i) /30/$$

gdzie:  $p_1, p_2, \dots, p_s$  prawdopodobieństwo trafienia przy 1-szym 2-gim i kolejnych strzałach:  $/1-p_1/, /1-p_2/ \dots /1-p_s/$  prawdopodobieństwo chybienia przy pierwszym i drugim strzale oraz kolejnych.

Dla tego przypadku prawdopodobieństwo wszystkich trafień oblicza się za pomocą wzoru

$$P_s = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_s = \prod_{i=1}^{i=s} p_i \quad /31/$$

Jeśli chodzi o obliczenie prawdopodobieństwa w trafnych lub nie mniej jak w trafnych, to obliczenia takie są możliwe, jednak bardzo skomplikowane, szczególnie przy dużej ilości strzałów.

Przykład:

Strzelanie prowadzi się na trzech celownikach  $C_1, C_2, C_3$ . Prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale dla każdego z celowników odpowiednio wynosi  $p_1 = 0,2$ ;  $p_2 = 0,3$ ;  $p_3 = 0,4$ . Obliczyć prawdopodobieństwo wszystkich trafień i prawdopodobieństwo chociażby jednego trafienia jeśli na każdym celowniku oddaje się po jednym strzale. Prawdopodobieństwo wszystkich trzech trafień wg wzoru /31/

$$P_3 = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 = 0,2 \cdot 0,3 \cdot 0,4 = 0,024$$

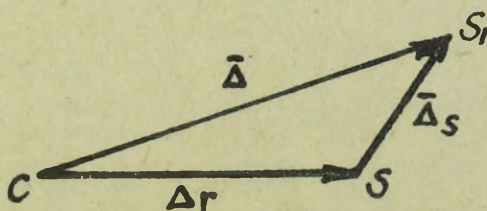
Prawdopodobieństwo chociażby jednego trafienia wg wzoru /30/

$$\begin{aligned} R_{1,3} &= 1 - (1-p_1)(1-p_2) \cdot (1-p_3) = 1 - (1-0,2) \cdot (1-0,3) \cdot (1-0,4) = \\ &= 1 - 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,6 = 0,664 \end{aligned}$$

#### § 14. Prawdopodobieństwo trafienia

przy jednym strzale w wypadku istnienia błędów w położeniu środka rozrzutu pocisków względem celu

Dotychczas rozpatrywaliśmy metody obliczania prawdopodobieństwa trafienia w warunkach, gdy położenie toru średniego względem celu było dokładnie znane. W rzeczywistości położenie toru średniego względem celu znane jest z pewnymi błędami. Zobaczymy jak w takim wypadku oblicza się prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale. Załóżmy, że cel znajduje się w punkcie C. /rys.32/.



Rys. 32

Nastawy do strzelania wyznaczono tak, żeby tor średni przeszedł przez punkt S, jednak na skutek błędów w wyznaczeniu nastaw do strzelania tor średni przejdzie przez pewien inny punkt. Załóżmy, że popełniono błąd przypadkowy  $\Delta_s$  i tor średni przechodzi przez punkt  $S_1$ . Zakładając, że środek rozrzutu znajduje się w punkcie S trafienia w cel, uzyska się tylko w tym wypadku, gdy uchylenie pocisku będzie równe  $\bar{\Delta}$ , a to nastąpi pod warunkiem, że w położeniu środka rozrzutu popełniono błąd  $\Delta_s$  i rzeczywiste uchylenie pocisku na skutek rozrzutu będzie równe  $\bar{\Delta}_r$  - tj. wówczas gdy  $\bar{\Delta} = \bar{\Delta}_s + \bar{\Delta}_r$ .

Prawo rozrzutu któremu podlegają uchylenia  $\Delta_r$  jest prawem eliptycznym; półosie jednostkowej elipsy rozrzutu równe są dla  $U_g$  i  $U_s$ . Błędy przypadkowe w położeniu środka rozrzutu  $\Delta_s$  również podlegają prawu eliptycznemu; oznaczmy główne półosie elipsy jednostkowej tego prawa przez a i b.

Uchylenie równe sumie geometrycznej wielkości przypadkowych  $\Delta_s$  i  $\Delta_r$  będzie także wielkością przypadkową. Prawo, któremu będą podlegały sumaryczne uchylenia przypadkowe uzyska się w wyniku kompozycji prawa rozrzutu i prawa błędów w położeniu środka rozrzutu. Ponieważ oba komponentowane prawa są eliptyczne, to i prawo sumaryczne będzie eliptyczne. Jeżeli główne półosie jednostkowej elipsy rozrzutu  $/U_g$  i  $U_s$  / i jednostkowej elipsy błędów w położeniu środka rozrzutu  $/a$  i  $b/$  posiadają jednakowe kierunki, to półosie sumarycznej elipsy jednostkowej oblicza się za pomocą wzorów:

$$U_{g \text{ sum}} = \sqrt{U_g^2 + a^2} \quad \text{i} \quad U_{s \text{ sum}} = \sqrt{U_s^2 + b^2} \quad /32/$$

Jeśli kierunki głównych półosi elipsy nie pokrywają się to wzorów /32/ nie można stosować. W takim przypadku trzeba obliczać sprzężone półosie jednostkowych elips komponentowanych praw, posiadające jednakowe kierunki.

Reasumując dochodzimy do wniosku, że przy istnieniu błędów w położeniu środka rozrzutu prawdopodobieństwo trafienia oblicza się tak samo, jak gdyby błędów nie było, z tym, że zamiast rzeczywistych charakterystyk rozrzutu  $U_g$  i  $U_s$  trzeba uwzględniać charakterystyki sumaryczne  $U_{g_{sum}}$  i  $U_{s_{sum}}$ . Po obliczeniu sumarycznych charakterystyk dalsze obliczanie wykonuje się stosując jeden ze sposobów omówionych w § 8-12. Omówiona zasada w teorii strzelania nosi nazwę prawa sumarycznego.

§ 15. Nadzieja matematyczna ilości trafień i średnie zużycie amunicji przy strzelaniu uderzeniowym.

Przy strzelaniu uderzeniowym, gdy rozpatruje się tylko trafienie całym pociskiem możliwe są tylko dwa wypadki : albo trafienie w cel /jedno trafienie/ prawdopodobieństwo tego wypadku oznaczamy przez  $p$ , albo chybienie /zero trafień/.

Prawdopodobieństwo tego wypadku będzie równe  $1-p$ . W ten sposób, zmienna wielkość  $X$  - ilość trafień przy jednym strzale może posiadać dwie szczególne wartości:  $x_1 = 1$  o prawdopodobieństwie  $p$ ,  $x_2 = 0$  o prawdopodobieństwie  $1-p$

Jak wiadomo z teorii prawdopodobieństwa, nadzieja matematyczna wielkości przypadkowej równa jest sumie par iloczynów poszczególnych wartości wielkości przypadkowej i odpowiadających im prawdopodobieństw tj.

|| NM

$$M(x) = \sum_{i=1}^{i=m} x_i \cdot p(x=x_i)$$

/33/

Jeśli oznaczymy nadzieję matematyczną ilości trafień przy jednym strzale przez  $a$ , to zgodnie z podaną wyżej definicją nadziei matematycznej otrzymamy:

$$a = x_1 \cdot p + x_2 (1-p) = 1 \cdot p + 0 \cdot (1-p) = p \quad /34/$$

co oznacza, że liczbowa wartość nadziei matematycznej

NM przy jednym strzale = p  
 NM przy kilku strzałach = sumo

ilości trafień przy jednym strzale, równa jest prawdopodobieństwu trafienia.

Nadzieję matematyczną ilości trafień przy kilku strzałach oblicza się na podstawie twierdzenia o sumie nadziei matematycznych.

Jeśli prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale zmienia się od strzału do strzału i dla każdego strzału będzie właściwa wartość nadziei matematycznej ilości trafień:  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_s$  to nadzieja matematyczna ilości trafień przy  $S$  strzałach  $A_s$  będzie równa:

$$A_s = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_s = \sum_{i=1}^s a_i \quad /35/$$

W tych przypadkach, gdy nadzieja matematyczna ilości trafień od strzału do strzału nie zmienia się /prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale od strzału do strzału nie zmienia, się/.

t.j.  $a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a$

wzór /35/ przyjmie postać

$$A_s = \sum_{i=1}^s a = S \cdot a \quad /36/$$

gdzie  $A_s$  nadzieja matematyczna ilości trafień przy  $s$  strzałach;

$a$  - nadzieja matematyczna ilości trafień przy jednym strzale;

$S$  - ilość strzałów.

Jeśli do wykonania zadania strzelania wymagane jest kilka na przykład  $m$  trafień, to nadzieja matematyczna ilości trafień przy  $s$  strzałach powinna być równa  $m$ , tj.

$$A_s = m$$

Oznaczając ilość pocisków niezbędnych do otrzymania  $m$  trafień przez  $N$ , otrzymamy, że  $A_s = m = N \cdot a$  stąd:

$$N = \frac{m}{a} \quad /37/$$

gdzie:  $N$  - średnia ilość pocisków niezbędnych do wykonania zadania / do uzyskania  $m$  trafień/;

$m$  - wymagana ilość trafień;

a - nadzieja matematyczna ilości trafień przy jednym strzale.

W szczególności średnie zużycie amunicji na jedno trafienie /  $m = 1$  /

$$N_1 = \frac{1}{a} \quad /38/$$

Jeśli nadzieja matematyczna ilości trafień zmienia się od strzału do strzału, to we wzorach /37/ i /38/ zamiast a trzeba brać  $a_{sr}$  - średnią nadzieję matematyczną ilość trafień przy jednym strzale, która równa jest

$$a_{sr} = \frac{\sum_{i=1}^{i=s} a_i}{S}$$

/39/

Jak wynika ze wzorów /37/ i /38/ średnie zużycie amunicji jest odwrotnie proporcjonalne do nadziei matematycznej ilości trafień przy jednym strzale.

Przykład 1.

Obliczyć średnią ilość amunicji niezbędną do otrzymania dwóch trafień, jeśli prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale  $p = 0,2$ .

Ponieważ przy jednym strzale nadzieja matematyczna ilości trafień równa jest prawdopodobieństwu trafienia, to

$$a = p = 0,2$$

Średnią ilość amunicji, niezbędną do otrzymania dwóch trafień obliczamy za pomocą wzoru /37/

$$N = \frac{m}{a} = \frac{2}{0,2} = 10 \text{ pocisków}$$

Przykład 2:

Obliczyć średnią ilość amunicji niezbędną do uzyskania trzech trafnych w cel - kwadrat o boku 3 m, jeśli tor średni przechodzi przez cel,  $U_g = 27 \text{ m}$ ;  $U_s = 4 \text{ m}$ .

Ponieważ nie wychodzi poza granice jednostkowego prostokąta to nadzieja matematyczna ilości trafień przy jednym strzale równa jest prawdopodobieństwu trafienia przy jednym strzale i można ją obliczyć ze wzoru:

$$a = p = \frac{1}{16} \cdot \frac{3c}{Ug \cdot Us} = \frac{3 \cdot 3}{16 \cdot 27 \cdot 4} = \frac{1}{192}$$

Srednie zużycie amunicji niezbędnej do uzyskania trzech trafień

$$N \frac{m}{a} = 3 : \frac{1}{192} = 576 \text{ pocisków}$$

Przykład 3:

Przy strzelaniu mającym na celu zburzenie umocnienia mogą prowadzić ogień dwa działa. Dla działa Nr 1 prawdopodobieństwo trafienia przy jednym strzale jest równe 0,1 ; dla działa Nr 2 - 0,2. Do wzburzenia umocnienia potrzebne są dwa trafienia. Obliczyć dla każdego działa średnie zużycie amunicji niezbędnej do wzburzenia umocnienia

$$a_1 = p_1 = 0,1$$

$$a_2 = p_2 = 0,2$$

$$N_1 = \frac{m}{a_1} = \frac{2}{0,1} = 20 \text{ pocisków;}$$

$$N_2 = \frac{m}{a_2} = \frac{2}{0,2} = 10 \text{ pocisków}$$

Jeśli strzelanie prowadzi się salwami /seriami / składającymi się z S strzałów i przerywa się po otrzymaniu niezbędnej ilości trafień /m/ to przy obliczaniu średniej niezbędnej ilości salw /serii/ lub średniej niezbędnej ilości pocisków należy brać za podstawę prawdopodobieństwo uzyskania nie mniej jak m trafień przy s strzałach -  $R_{m,s}$

W szczególnym wypadku, jeśli do zniszczenia celu wystarczy jedno trafienie, można rozumieć tak: w każdej salwie można uzyskać trafienie, prawdopodobieństwo tego jest równe  $R_{1,S}$  lub nie uzyskać trafienia, czego prawdopodobieństwo wynosi

$1 - R_{1,S}$ . Nadzieja matematyczna ilości trafionych celów będzie równa:

$$m = 1 \cdot R_{1,S} + 0 \cdot \frac{1-R_{1,S}}{1} = R_{1,S} \quad /40/$$

Ilość niezbędnych salw

$$\delta \text{ sr} = \frac{1}{m} = \frac{1}{R_{1,S}} \quad /41/$$

TA ponieważ w każdej salwie oddaje się s strzałów to niezbędną ilość pocisków

$$N_{sr} = \gamma \cdot s = \frac{S}{R_{I,S}} \quad /42/$$

## II. ROZRZUT PRZY STRZELANIU ROZPRYSKOWYM.

### § 16. Prawo rozrzutu przy strzelaniu rozpryskowym jednym działem i jego właściwości

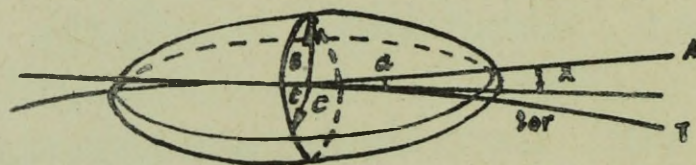
Przy strzelaniu rozpryskowym oprócz nadania ładnie określonego położenia w płaszczyźnie poziomej i pionowej nastawia się zapalnik, obliczony na otrzymanie rozprysku w określonym punkcie przestrzeni. Jednak, po oddaniu szeregu strzałów na jednakowych nastawach kąta podniesienia, azymutu i zapalnika stwierdzamy, że rozpryski nie nastąpiły w tym samym punkcie, a wypełniły pewną objętość w przestrzeni. Zjawisko to występujące przy strzelaniu rozpryskowym nazywa się rozrzutem rozprysków.

Przyczynami tego zjawiska są przede wszystkim wszystkie te przyczyny, które powodują rozrzut torów, gdyż każdy rozprysk następuje na oddzielnym torze. Przy strzelaniu rozpryskowym do tych przyczyn dochodzi jeszcze jedna - różnorodność czasów działania zapalników, która powoduje odchylenie w czasie lotu pocisków w wyniku czego rozpryski następują dalej lub bliżej. Różnorodność czasów działania zapalników spowodowana jest z kolei całym szeregiem przyczyn, takich jak: różnice prędkości początkowych pocisków, różnice warunków atmosferycznych, tolerancja fabryczna, przy produkcji zapalników itp. Z tego wynika, że rozrzut rozprysków jest wynikiem jednoczesnego działania następujących zasadniczych przyczyn:

1. przyczyn powodujących różnorodność prędkości początkowych
2. przyczyn powodujących różnorodność współczynników balistycznych.
3. Przyczyn powodujących różnorodność kątów rzutu;
4. Przyczyn powodujących różnorodność kątów celowania w płaszczyźnie poziomej.

5. Przyczyn powodujących różnorodność warunków lotu pocisku w powietrzu;
6. Przyczyn powodujących różnorodność czasu działania zapalników.

Wszystkie przyczyny powodujące rozrzut rozprysków są tego rodzaju, że każda z nich może spowodować tylko małe uchylenie. W tych warunkach zgodnie z twierdzeniem Lapunowa rozrzut wzdłuż dowolnego kierunku charakteryzuje prawo normalne, a ponieważ rozrzut rozprysków odbywa się w przestrzeni to będzie on podlegał prawu elipsoidalnemu. Prawo to może wyrażać jednostkową elipsoida, którą nazywa się elipsoidą rozprysków /rys. 33/.



Rys. 33

Półosi tej elips<sup>idy</sup> równa są uchyleniom środkowym wzdłuż odpowiednich kierunków. Środek tej elipsoidy nazywa się środkiem rozrzutu rozprysków /punkt C/.

Prawo elipsoidalne można analitycznie wyrazić następująco:

$$\varphi(x, y, z) = \frac{\rho^3}{\pi \sqrt{\pi abc}} e^{-\beta^2 \left( \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \right)}$$

/43/

gdzie:  $x, y, z$  - przypadkowe uchylenie poszczególnego rozprysku od środka rozrzutu wzdłuż osi  $Cx, Cy, Cz$

$a, b, c$  - uchylenia środkowe rozrzutu rozprysków wzdłuż tych samych kierunków.

Prawo elipsoidalne jako prawo normalne posiada następujące zasadnicze właściwości:

1. ograniczoność - największe uchylenie rozprysków od środka rozrzutu wzdłuż dowolnego kierunku praktycznie nie przekracza czterech uchyień środkowych;

2. nierównomierność - największe zagęszczenie rozprysków jest wokół środka rozrzutu, im dalej od środka rozrzutu gęstość rozprysków maleje;
3. Symetryczność - rozmieszczenie rozprysków wzdłuż dowolnego kierunku jest symetryczne względem środka rozrzutu rozprysków.

Rozrzut czasów działania zapalników charakteryzuje uchylenie środkowe  $r_t$ . Można je łatwo określić doświadczalnie oddając szereg strzałów na jednakowych nastawach kąta podniesienia, azymutu i zapalnika oraz mierząc czas lotu  $t_i$  każdego pocisku do momentu rozprysku. Jeśli oddano  $n$  strzałów, to zakładając, że rozrzut czasów podlega prawu normalnemu otrzymamy:

$$t_{sr} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} t_i}{n} \dots \dots \dots /44/$$

$$r_t = \sigma \sqrt{2} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (t_i - t_{sr})^2}{n-1}} \quad /45/$$

Znając  $r_t$  określimy błąd wektorowy  $\delta_t$  /uchylenie/ w położeniu rozprysku.

$$\delta_t = V \cdot r_t \quad /46/$$

gdzie:  $V$  - prędkość pocisku w momencie rozprysku  
/tabelarna prędkość odpowiadająca średniemu punktowi rozprysków/.

Błąd wektorowy  $\delta_t$  skierowany jest wzdłuż stycznej do toru średniego w środku rozprysków. Należy podkreślić; że elipsoidalne prawo rozrzutu rozprysków jest aktualne i w tym wypadku gdy nie ma rozrzutu czasów działania zapalników / $r_t = 0$ / lub jak się mówi: przy "idealnym zapalniku".

W takim wypadku danej nastawie zapalnika, przy danym kącie podniesienia odpowiada jednakowy czas lotu pocisku dla wszystkich strzałów. Rzecz w tym, że każdy rozprysk następuje na jednym z przypadkowych torów wiązki; Każdy tor odpowiada przypadkowej kombinacji zasadniczych czynników określających tor - prędkości początkowej, kąta rzutu, współczynnika balistycznego itp.

Dlatego na każdym torze prędkość pocisku zmienia się szybciej lub wolniej, zależnie od przypadkowych wartości wymienionych czynników, a przy różnych prędkościach i stałym czasie lotu rozprysk może nastąpić dalej lub bliżej.

Na skutek rozwarcia wiązki torów otrzymuje się różne uchylenia rozprysków w zwyż i w szerz.

Z tego wynika, że i przy "idealnych zapalnikach" występuje rozrzut rozprysków podlegających prawu elipsoidalnemu.

§ 17. Uchylenia środkowe rozrzutu  
przy strzale rozpryskowym jednym działem

Z analitycznego wyrażenia rozrzutu rozprysków określonego równaniem

$$\psi(x, y, z) = \frac{\rho^3}{\pi \sqrt{\pi abc}} e^{-\rho^2 \left( \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \right)}$$

wynika, że gęstość prawdopodobieństwa otrzymania rozprysku w danym punkcie zależy tylko od wartości  $a, b,$  i  $c$  będących głównymi półosiami jednostkowej elipsy rozprysków.

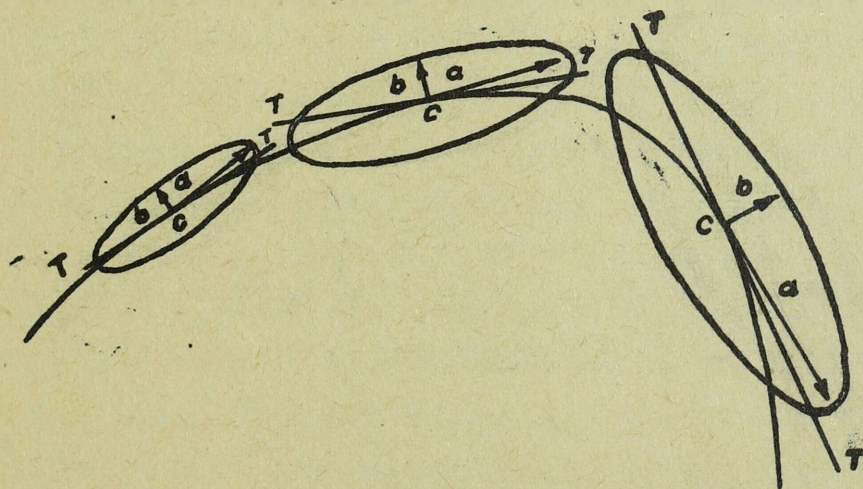
Dlatego półosie  $a, b$  i  $c$  przyjmuje się jako charakterystyki rozrzutu rozprysków przy strzale rozpryskowym jednym działem. Na skutek tego, że zjawisko rozrzutu rozprysków charakteryzuje symetria względem płaszczyzny strzala, jedna z głównych półosi elipsoidy jednostkowej rozrzutu /półoś  $c$ / zawsze tworzy kąt prosty z płaszczyzną strzelania, a dwie pozostałe półosie / $a$  i  $b$ / leżą w płaszczyźnie strzelania.

Ponieważ rozrzut czasu działania napalników wpływa tylko na rozrzut w płaszczyźnie strzelania i nie wpływa na rozrzut w szereg to boczna półka jednostkowej elipsy rozrzutu rozprysków równa jest uchyleniu środkowemu w szereg rozrzutu torów. Innymi słowy:

$$c = r_z / U_s$$

$$c = r_z (U_s)$$

Przyczyny powodujące rozrzut w szereg nie zależą od przyczyn powodujących rozrzut w płaszczyźnie strzelania i dlatego  $r_z / U_s$  jest niezależnym uchyleniem środkowym rozrzutu rozprysków. Przekrój jednostkowej elipsy płaszczyzną strzelania daje tzw. elipsę rozprysków w płaszczyźnie pionowej, lub krótko elipsę rozprysków. Główne półki tej elipsy  $a$  i  $b$  w pełni charakteryzują rozrzut rozprysków w płaszczyźnie strzelania. Jednak wykorzystanie tych półki jest niedogodne, ponieważ ich kierunki w różnych punktach toru nie są stałe /rys.34/



Rys. 34.

Z obliczeń i doświadczeń wynika, że wielkości półki elipsy rozprysków ze wzrostem czasu lotu /odległości/ zwiększają się, duża półka  $a$  nie posiada stałego kierunku, nie pokrywa się ze styczną do toru w danym punkcie, a tworzy z nią prawie stały kąt  $\lambda$  /rys. 33/.

Dogodniej jest wykorzystywać nie główne półosie elipsy rozrzutu rozprysków w płaszczyźnie strzelania, a uchylenia środkowe odkładane wzdłuż pewnych, stałych kierunków, które można ustalić za wozasu, niezależnie od położenia punktu średniego na torze i odległości strzelania.

Ustala się dwa kierunki: poziomy, wzdłuż odległości poziomej  $D_p$  / i pionowy / wzdłuż wysokości  $H$ /. A przy strzelaniu do celów powietrznych dodatkowo jeszcze dwa kierunki: wzdłuż rzeczywistej odległości  $D$  i wzdłuż normalnej  $N$  do odległości rzeczywistej.

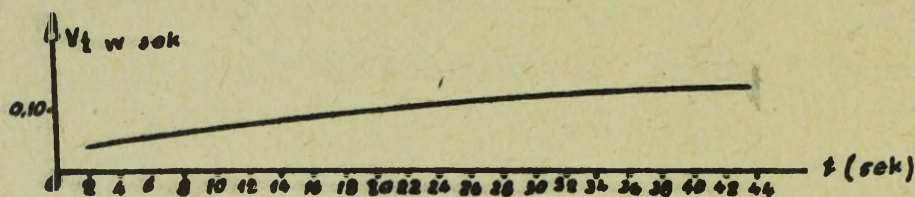
Zgodnie z tym oblicza się i zamieszcza w tabelach strzelniczych artylerii przeciwlotniczej uchylenia środkowe, charakteryzujące łącznie z  $r_z$  / $U_s$ / rozrzut rozprysków.

W Tabelach Strzelniczych do strzelań powietrznych artylerii przeciwlotniczej średniego kalibru zamieszcza się:

- $r_{Dp}$  - uchylenie środkowe rozrzutu rozprysków wzdłuż kierunku odległości poziomej;
- $r_H$  - uchylenie środkowe rozrzutu rozprysków wzdłuż kierunku wysokości;
- $r_z$  - uchylenie środkowe rozrzutu rozprysków w szerz;
- $r_D$  - uchylenie środkowe rozrzutu rozprysków wzdłuż kierunku odległości rzeczywistej;
- $r_N$  - uchylenie środkowe rozrzutu rozprysków wzdłuż kierunku normalnej do odległości rzeczywistej.

Oprócz tego w Tabelach zamieszcza się  $r_t$  - uchylenia środkowe czasu działania zapalnika.

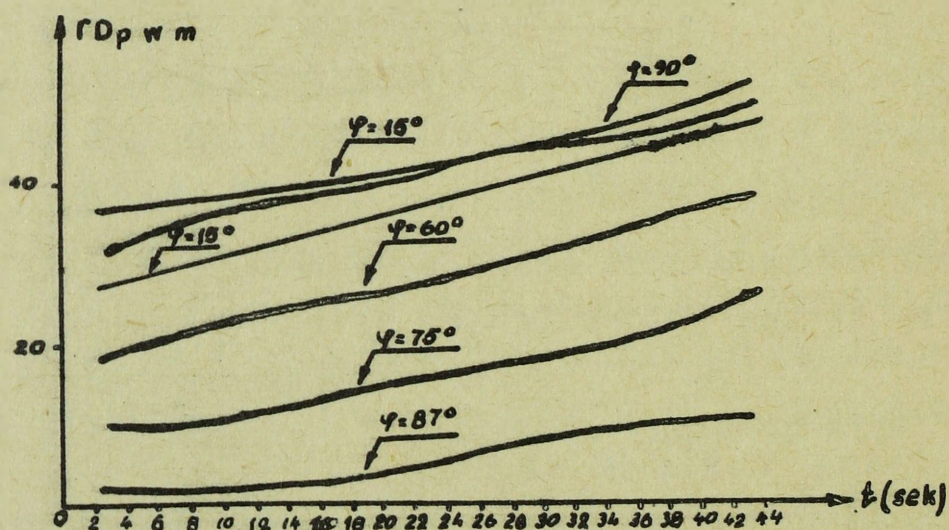




Rys. Nr 36

Z rysunków widać, że ze wzrostem czasu lotu pocisku wszystkie uchylenia powiększają się /wyjątek stanowi wielkość  $r_H$ , ale tylko przy małych czasach lotu pocisku/. Wielkości  $r_E$ ,  $r_t$  i  $r_D$  praktycznie nie zależą od kąta podniesienia.

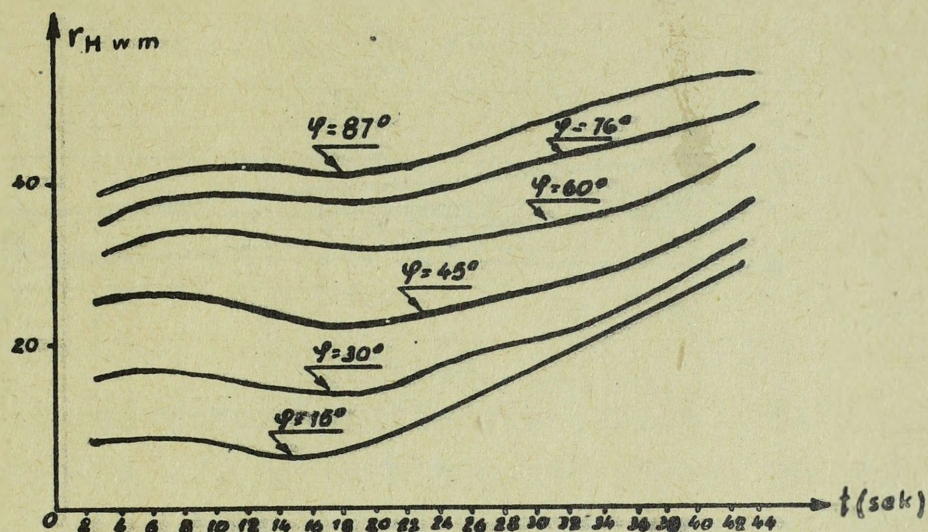
Wielkości  $r_{Dp}$ ,  $r_H$  i  $r_N$  w dużym stopniu zależne są od kąta podniesienia; przy tym, jeśli  $r_H$  ze wzrostem kąta podniesienia powiększa się, to  $r_{Dp}$  i  $r_N$  maleją.



Rs. Nr 37.

Należy zwrócić uwagę na to, że uchylenie  $r_D$  jest znacznie większe od  $r_N$ , szczególnie przy małych czasach lotu pocisku.

Z kierunkami głównych pól pocisków  $r_D$  i  $r_N$  nie pokrywa się.



Rys. Nr 38

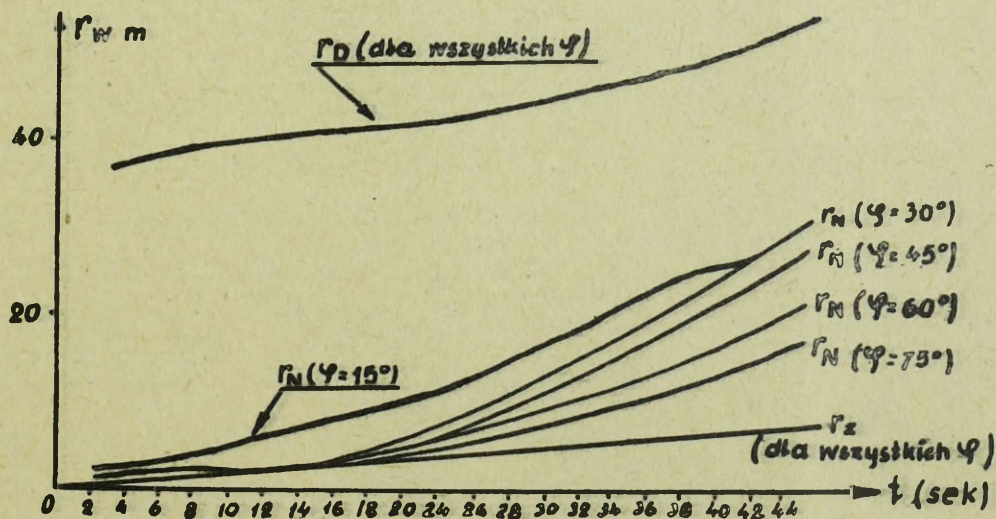
W tabelach strzelniczych do strzelań naziemnych artylerii przeciwlotniczej średniego kalibru zamieszcza się:

Ugr - uchylenie środkowa rozrzutu rozprysków w głąb;

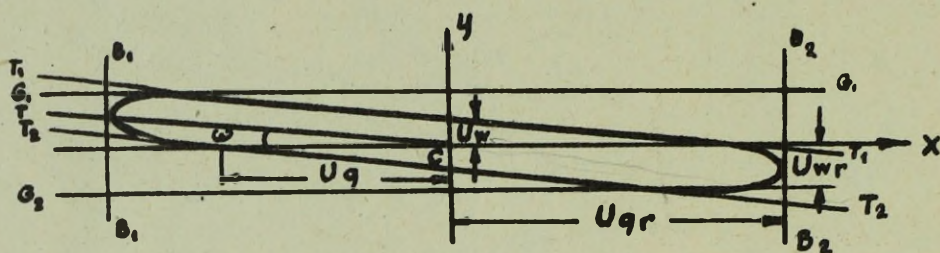
Uwr - Uchylenia środkowe rozrzutu rozprysków wzwyż;

Us - Uchylenie środkowe wszereż, które jest identyczne dla strzelania uderzeniowego i rozpryskowego.

Uchylenie środkowe Us jest półosią elipsoidy rozprysków; wielkości Ugr i Uwr - uchyleniami środkowymi, charakteryzującymi elipsę rozprysków w płaszczyźnie strzelania.



Rys. 39.

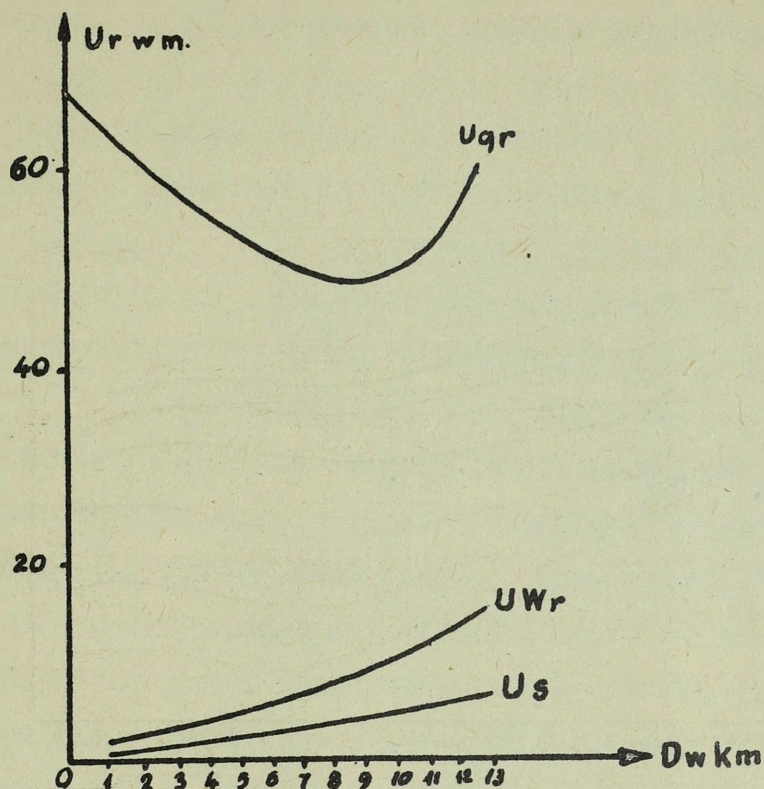


Rys. 40.

Rysunek 40 przedstawia elipsę rozprysków przy strzelaniu ze 100 mm armaty przeciwlotniczej na odległość  $D=6800$  m. Na rysunku wykazano uchylenia środkowe rozrzutu rozprysków  $U_{gr}$  i  $U_{wr}$ . Wielkość  $U_{gr}$  stanowi odległość między środkiem elipsy a pionowymi stycznymi do elipsy; wielkość  $U_{wr}$  jest równa odległości między środkiem elipsy, a poziomymi stycznymi.

Ponieważ kierunki nachyleń  $U_{gr}$  i  $U_{wr}$  są wzajemnie prostopadłe i nie pokrywają się z kierunkami głównych półosi elipsy rozprysków, to uchylenia  $U_{gr}$  i  $U_{wr}$  nie będą ani głównymi, ani sprzężonymi półosiami tej elipsy; są one tylko uchyleniami wzdłuż danych kierunków, a co za tym idzie wielkościami zależnymi. Aby porównać je z uchyleniami środkowymi rozrzutu torów w płaszczyźnie strzelania przedstawiono na tym samym rysunku  $U_g$  i  $U_w$ . Aby otrzymać wielkości  $U_g$  i  $U_w$  wykreślamy przez środek rozrzutu prostą  $TT$  określającą kierunek stycznej do toru w punkcie upadku i w związku z tym nachyloną względem poziomu pod kątem  $\omega$ .

Następnie wykreślamy styczne do elipsy  $T_1T_1$  i  $T_2T_2$  równoległe do  $TT$ ; styczne odcinają na osiach  $x$  i  $y$  odcinki równe odpowiednio  $U_g$  i  $U_w$ . Już z tego widać istotne różnice między  $U_{gr}$  i  $U_g$  oraz  $U_{wr}$  i  $U_w$ .



Rys. 41.

Charakter zmiany uchyleń środkowych rozrzutu rozprysków przy strzelaniu 100 mm granatem odłamkowym /0-415/, w zależności od odległości strzelania, widoczny jest na rys. 41. Z rysunku widać, że sposób zmiany  $U_{gr}$  i  $U_{Wr}$  jest taki sam, jak  $U_g$  i  $U_s$  w wypadku strzelania granatem odłamkowo - burzącym.

### § 18. Określenie uchyleń

#### środkowych rozrzutu przy strzelaniu rozpryskowym

Tak samo jak przy strzelaniu uderzeniowym istnieją dwa sposoby określania uchyleń środkowych: obliczeniowo-doświadczalny lub doświadczalnie-analityczny i doświadczalny /eksperymentalny/. Zasadniczym sposobem jest sposób doświadczalnie - analityczny.

Wymaga on mniejszych nakładów materiałów, a dokładność jego nie ustępuje praktycznie dokładności sposobu doświadczalnego; Przy tym sposobie nie określa się doświadczalnie rozrzutu punktów rozprysków, natomiast określa się rozrzut tych czynników, które wpływają na położenie punktów rozpryskowych, a mianowicie:

- $r_{v_0}$  - uchylenie środkowe rozrzutu prędkości początkowej;
- $r_{\theta_0}$  - uchylenie środkowe rozrzutu kątów rzutu;
- $r_{\rho_0}$  - uchylenie środkowe rozrzutu współczynnika balistycznego;

$r_t$  - uchylenie środkowe rozrzutu czasu działania zapalnika

$r_{zb}$  - uchylenie środkowe rozrzutu zboczenia; ✓

$r_{\omega}$  - uchylenie środkowe rozrzutu kąta celowania w płaszczyźnie poziomej. ✓

Uprzednio wspomniano, że rozrzut rozprysków w szereg spowodowany jest rozrzutem torów i dlatego wielkość  $r_z$  oblicza się tak samo jak  $U_s$  /wzór 8/.

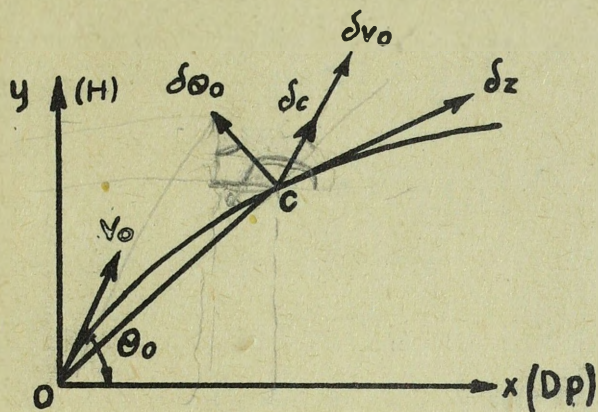
Obliczanie uchyień środkowych rozrzutu rozprysków w płaszczyźnie strzelania posiada określone osobliwości. Zasadnicze przyczyny powodujące rozrzut rozprysków w płaszczyźnie strzelania są następujące:

rozrzut prędkości początkowych, rozrzut kątów rzutu, rozrzut współczynników balistycznych pocisku, rozrzut czasów działania zapalnika. Każda z tych czterech przyczyn powoduje rozrzut rozprysków wzdłuż określonych kierunków względem punktu obliczeniowego będącego środkiem rozrzutu. Ponieważ uchylenia rozprysków wzdłuż tych kierunków podlegają normalnym prawom rozmieszczenia, to w wyniku ich kompozycji w płaszczyźnie strzelania występuje sumaryczne, normalne rozmieszczenie. Charakterystyką tego sumarycznego rozmieszczenia może być elipsa jednostkowa o półosiach  $a_0$  i  $b_0$  będące uchyleniami środkowymi.

Aby określić wielkości i kierunki głównych uchyień środkowych elipsy jednostkowej trzeba uchylenia środkowe rozrzutu spowodowane każdą z czterech wymienionych wyżej przyczyn zrzutować na osie prostokątnego układu współrzędnych.

Jako osie układu współrzędnych  $xOy$  wyznaczamy kierunek odległości poziomej i kierunek pionowy. W tym prostokątym układzie współrzędnych rozpatrzmy uchylenia środkowe i obliczamy ich rzuty na wybrane osie. Uchylenie środkowe rozrzutu prędkości początkowych  $\delta v_0$  skierowane jest wzdłuż prostej na której przesuwają się rozpryski przy zmianie prędkości początkowej /równoległe do linii rzutu/. Aby znaleźć rzuty tego uchylenia na osie układu najlepiej wykorzystać wielkości poprawek jednostkowych  $\Delta D_{p_{v_0}}$  /zmiana odległości poziomej spowodowana zmianą prędkości początkowej pocisku

/ i  $\Delta H_{v_0}$  / zmiana wysokości spowodowana zmianą prędkości początkowej pocisku / podane w tabelach poprawek.



Rys. 42

Oczywiście

$$\left. \begin{aligned} (\delta v_0) x &= \Delta D_{p_{v_0}} \cdot r_{v_0} \\ (\delta v_0) y &= \Delta H_{v_0} \cdot r_{v_0} \end{aligned} \right\}$$

/47/

Uchylenie środkowe  $\delta \theta_0$  rozrzutu kątów rzutu jest prostopadłą do wektora prędkości początkowej; w przybliżeniu

$$\delta \theta_0 = 0,001 D \cdot r \theta_0$$

/48/

Rzuty na osie układu współrzędnych będą równe

$$\left. \begin{aligned} (\delta \theta_0) x &= 0,001 D \cdot \sin \theta_0 \cdot r \theta_0 \\ (\delta \theta_0) y &= 0,001 D \cdot \cos \theta_0 \cdot r \theta_0 \end{aligned} \right\}$$

/48a/

Uchylenie środkowe  $\delta c$  spowodowane rozrzutem współczynników balistycznych jest skierowane tak samo jak  $\delta v_0$  tj. posiada kierunek wektora prędkości początkowej pocisku. W tabelach strzelniczych nie ma jednostkowych poprawek odległości poziomej i wysokości, odpowiadających zmianie współczynnika balistycznego, jednak te wielkości są nie potrzebne, ponieważ zmiana współczynnika balistycznego wpływa na lot pocisku tak samo jak zmiana przyziemnej gęstości powietrza.

Dlatego wzięwszy z tabel wielkości  $\Delta D_{pq}$  i  $\Delta H_q$  odpowiadające zmianie przyziemnej gęstości powietrza o 1 % możemy obliczyć rzuty  $\delta_c$  na osie układu.

$$(\delta_c)_x = \Delta D_{pq} \cdot r_c$$

$$(\delta_c)_y = \Delta H_q \cdot r_c$$

/49/

Uchylenie środkowe czasu działania zaplanika skierowane jest wzdłuż stycznej do toru.

$$\delta_z = V_r \cdot r_t$$

/50/

gdzie:  $V_r$  - prędkość pocisku w momencie rozprysku.  
Rzuty tego uchylenia na osie układu będą równe:

$$\left. \begin{aligned} (\delta_z)_x &= V_r \cdot \cos \theta_r \cdot r_t \\ (\delta_z)_y &= V_r \cdot \sin \theta_r \cdot r_t \end{aligned} \right\}$$

/50/

gdzie:  $\theta_r$  - kąt nachylenia stycznej do poziomu.  
W ten sposób mamy cztery uchylenia środkowe, których składowe określają wzory /47/, /48a/, /49/, i /50a/.  
Aby określić wielkości i kierunki półosi jednostkowej elipsy rozrzutu w płaszczyźnie strzelania / $a_0$ ,  $b_0$ ,  $\alpha_0$ / trzeba obliczyć sumę kwadratów składowych wszystkich uchyień na osiach współrzędnych  $o_x$  i  $o_y$  oraz sumę par iloczynów tych składowych.

$$\left. \begin{aligned} A &= (\delta_{v_0})_x^2 + (\delta_{\theta_0})_x^2 + (\delta_c)_x^2 + (\delta_z)_x^2 \\ C &= (\delta_{v_0})_y^2 + (\delta_{\theta_0})_y^2 + (\delta_c)_y^2 + (\delta_z)_y^2 \\ B &= (\delta_{v_0})_x \cdot (\delta_{v_0})_y + (\delta_{\theta_0})_x \cdot (\delta_{\theta_0})_y + (\delta_c)_x \cdot (\delta_c)_y + \\ &+ (\delta_z)_x \cdot (\delta_z)_y \end{aligned} \right\}$$

/51/



/52/

Przykład:

Obliczyć uchylenia środkowe rozrzutu rozprysków dla 100mm armaty przeciwlotniczej, granat 0-415, jeśli  $H=10000$  i  $D_p = 6000$  m.

Rozwiązanie:

1. Z tabel balistycznych wypisujemy:

$$V_r = 287 \text{ m/sek}; \Theta_r = 47,2^\circ; p = 9-43; t = 24,1 \text{ sek.}$$

$$D = 11662 \text{ m}; \mathcal{F} = 10-67; r_t = 0,1 \text{ sek.}$$

2. Z tabel poprawek wypisujemy:

$$\Delta D_{P_{V_0}} = 58 \text{ m}; \Delta H_{V_0} = 121 \text{ m}; \Delta D_{P_g} = 21 \text{ m}; \Delta H_g = 40 \text{ m};$$

3. Z tabel strzelniczych do strzelań naziemnych:

$$r_{V_0} = 0,22 \% ; r_{\Theta_0} = 0,30 \text{ tys.}; r_c = 0,65 \%$$

4. Obliczamy współczynniki A, C i B

$\delta_i$	$(\delta_i)x$	$(\delta_i)y$	$(\delta_i)x^2$	$(\delta_i)y^2$	$(\delta_i)x \cdot y$
$\delta_{V_0}$	$58 \cdot 0,22 = 12,76$	$121 \cdot 0,22 = 26,6$	162	707	339
$\delta_{\Theta_0}$	$11,662 \cdot 0,899 \cdot 0,3 = 3,14$	$11,662 \cdot 0,438 \cdot 0,3 = 1,53$	9,8	2,3	4,8
$\delta_c$	$21 \cdot 0,65 = 13,65$	$40 \cdot 0,65 = 26$	187	672	356
$\delta_z$	$287 \cdot 0,678 \cdot 0,1 = 19,5$	$287 \cdot 0,734 \cdot 0,1 = 21,0$	378	444	412

$$\Sigma \quad A = 736,8 \quad C = 1825,3 \quad B = 1111,8$$

5. Obliczamy parametry jednostkowej elipsy rozrzutu rozprysków w płaszczyźnie strzelania:

$$\operatorname{tg}^2 \alpha_0 = \frac{2 \cdot 1111,8}{736,8 - 1825,3} = \frac{2223,6}{1088,5} = 2,02;$$

$$2\alpha_{01} = 63^{\circ} 40'; 2\alpha_{02} = 116^{\circ} 20';$$

$\cos 2\alpha_0$  powinien być ujemny, ponieważ  $A-C < 0$ ;  
dlatego bierzemy  $\alpha_{02} = 58^{\circ} 10'$

$$a_0 = \sqrt{A+B \cdot \operatorname{tg} \alpha_{02}} = \sqrt{735,8 + 1111,8 \cdot 1,61} \approx 50 \text{ m,}$$

$$b_0 = \sqrt{C-B \cdot \operatorname{tg} \alpha_{02}} = \sqrt{1825,3 - 1111,8 \cdot 1,61} \text{ m.}$$

6. Obliczymy uchylenia środkowe rozprysku rozprysków  
w płaszczyźnie strzelania:

$$r_{Dp} = \sqrt{50^2 \cdot 0,527^2 + 6^2 \cdot 0,85^2} = 26,8 \text{ m;}$$

$$r_H = \sqrt{50^2 \cdot 0,85^2 + 6^2 \cdot 0,527^2} = 42,6 \text{ m;}$$

$$r_D = \sqrt{50^2 \cdot 0,999^2 + 6^2 \cdot 0,015^2} = 50 \text{ m;}$$

$$r_N = \sqrt{50^2 \cdot 0,015^2 + 6^2 \cdot 0,999^2} = 6,5 \text{ m}$$

Obliczone w ten sposób wielkości  $r_{Dp}$ ,  $r_H$ ,  $r_D$  i  $r_N$   
sprowadza się do niektórych punktów torów na strzelnicach  
doświadczalnych, a następnie zamieszcza w Tabelach  
Strzelniczych.

#### § 19. Wykreślanie elipsy rozprysków na podstawie Tabel Strzelniczych.

Jak wynika z rysunku 35 i 40 elipsę rozprysków  
wpisuje się w prostokąt o bokach  $2r_{Dp}$  i  $2r_H$  lub  $2r_D$  i  $2r_N$   
Uwr.

Jednak znajomość tych wielkości jest niewystarczająca  
do wykreślenia elipsy, ponieważ przy wpisywaniu elipsy  
w prostokąt możliwa jest niezliczona ilość rozwiązań.  
Na podstawie tabel strzelniczych do strzelań powietrz-  
nych można wyznaczyć jeszcze dwie pary stycznych do elipsy:  
jedną parę równoległą do odległości rzeczywistej na  
odległości  $r_N$  od środka elipsy i drugą parę -prosto-  
padłą do odległości rzeczywistej w oddaleniu równym  
 $r_D$ . Przecięcia tych stycznych tworzą ośmiokąt.  
Wpisywanie elipsy w ośmiokąt /nawet w sześciokąt/ posiada  
tylko jedno określone rozwiązanie. Omówimy szczegółowo  
sposób wykreślenia elipsy rozprysków przy pomocy  
Tabel Strzelniczych do strzelań powietrznych.

Przyjawszy pewien punkt wyznaczony przez jego wysokość  $H$  i odległość poziomą  $D_p$ , odnajdujemy w tabelach strzelniczych dla danego działła pocisku i zapalnika odpowiadający temu punktowi kąt podniesienia  $\gamma$  i czas lotu pocisku  $t$ , a także obliczamy kąt położenia  $p$  ze wzoru.

$$\operatorname{tg} p = \frac{H}{D_p}$$

Przez punkt  $C$  /rys. 35/, który przyjmujemy za środek elipsy, wykreślamy osie współrzędnych: poziomą  $CD_p$  i pionową  $CH$ .

Na osi  $CD_p$  w obydwie strony od punktu  $C$  odkładamy odcinki  $CA = CA' = r_{D_p}$ ; na osi  $CH$  odkładamy odcinki  $CB = CB' = r_H$ .

Przez punkty  $A$  i  $A'$  wykreślamy proste, równoległe do osi  $CH$ , a przez punkty  $B$  i  $B'$  - proste, równoległe do osi  $CD_p$ .

Te cztery proste  $H_1H_1$ ,  $H_2H_2$ ,  $Dp_1Dp_1$  i  $Dp_2Dp_2$  tworzą prostokąt. Pod kątem położenia  $p$  wykreślamy przez punkt  $C$  prostą  $MM$  określającą kierunek odległości rzeczywistej w danym punkcie.

Prostopadłe do tej prostej wykreślamy w punkcie  $C$  prostopadłą  $NN$ . Na prostej  $NN$  w obydwie strony od środka odkładamy odcinek  $CE = CE' = r_N$  i przez punkty  $E$  i  $E'$  wykreślamy proste  $M_1M_1$  i  $M_2M_2$ , równoległe do  $MM$ . Te ostatnie dwie proste w przecięciu z prostokątem dadzą sześciokąt, którego boki będą styczne do elipsy rozprysków.

W istocie sześciokąt ten jest wystarczający do wrysowania elipsy rozprysków. Pewne udokładnienie można uzyskać odkładając na kierunku odległości rzeczywistej w obie strony od punktu  $C$  odcinki  $CD = CD' = r_D$  i przez punkty  $D$  i  $D'$  wykreślając proste  $N_1N_1$  i  $N_2N_2$ , prostopadłe do odległości rzeczywistej. Te dwie proste w przecięciu z sześciokątem dadzą ośmiokąt, w który wpisuje się elipsę rozprysków.

Wykreślanie na podstawie tabel elipsy rozprysków dla przypadku strzelania do celów naziemnych komplikuje fakt, że w tabelach strzelniczych do celów naziemnych podane są tylko wielkości  $U_{gr}$  i  $U_{wr}$ .

Na podstawie tych wielkości można wykreślić tylko prostokąt, a to jest niewystarczające. Do otrzymania sześciokąta niezbędna jest jeszcze wielkość albo  $U_w$  albo  $U_g$  dla tego samego typu pocisku.

Można wykorzystać wielkości  $U_w$  lub  $U_g$  zamieszczone w tych samych tabelach dla przypadku strzelania granatem odłankowo - burzącym, jednak mniejsza to dokładność wykresu.

Oprócz omówionego wyżej, bardzo prostego przybliżonego sposobu wykreślenia elipsy rozprysków można stosować sposób kombinowany, analityczno-geometryczny. Sposób ten polega na wykorzystaniu równania jednostkowej elipsy rozrzutu rozprysków, które dla przypadku strzelania do celów powietrznych posiada następującą postać:

$$\frac{x^2}{r_{Dp}^2} + 2K \frac{xy}{r_{Dp} \cdot r_H} + \frac{y^2}{r_H^2} = 1 - K^2$$

/53/

gdzie:  $K$  - współczynnik korelacji, charakteryzujący związek między przypadkowymi wielkościami /uchyleniami rozprysku wzdłuż osi współrzędnych  $X$  i  $Y$ ;

dla przypadku strzelania do celów powietrznych

$K < 0$  i określa się z równania:

$$K = \frac{r_{Dp}^2 + r_H^2 \cdot \operatorname{tg}^2 p - r_D^2 \operatorname{sec}^2 p}{2r_{Dp} \cdot r_H \cdot \operatorname{tgp}}$$

/54/

$x$  i  $y$ : współrzędne rozprysku, który nastąpił w dowolnym punkcie na tworzącej elipsy.

Posługując się równaniem elipsy można zakładać różne wartości odciętej  $x$ , obliczać odpowiadające im rzędne  $y$  i na tej podstawie wyznaczyć jednostkową elipsę rozprysków.

Dla przypadku strzelania do celów naziemnych równanie jednostkowej elipsy rozprysków posiada następującą postać:

$$\frac{x^2}{U_{gr}^2} + 2K \frac{xy}{U_{gr} \cdot U_{wr}} + \frac{y^2}{U_{wp}^2} = 1 - K^2$$

/55/

gdzie współczynnik korelacji określa równanie:

$$K = \frac{U_{gr}^2 \operatorname{tg}^2 \omega + U_{wr}^2 - U_w^2}{2 U_{gr} \cdot U_{wr} \operatorname{tg} \omega}$$

/56/

Omówiony sposób wyznaczania elipsy rozprysków jest dokładniejszy jednak wymaga znacznej ilości czasu.

#### § 20. Określanie

##### sprzężonych półosi elipsy rozprysków.

Zamieszczone w tabelach strzelniczych uchylenia środkowe rozrzutu rozprysków w pełni charakteryzują elipsoidę jednostkową rozrzutu. Jedną z uchyłek środkowych a mianowicie:  $r_z / U_s$ , jest główną, a co za tym idzie, niezależną, półosią jednostkowej elipsoidy rozprysków.

Pozostałe wielkości  $r_{Dp}$ ,  $r_H$ ,  $r_N$ ,  $r_D$  - charakteryzująca rozrzut w płaszczyźnie strzelania, są uchyleniami zależnymi.

Przy ocenie skuteczności strzelania trzeba do ogólnego wykazu błędów obarczających strzelanie, dołączyć niezależne charakterystyki rozrzutu rozprysków. Dowolna para sprzężonych półosi elipsy rozprysków. W płaszczyźnie strzelania stanowi niezależne uchylenia środkowe, które łącznie z  $r_z$  w pełni charakteryzują rozrzut rozprysków w przestrzeni. Jako niezależne uchylenia środkowe rozrzutu rozprysków w płaszczyźnie strzelania najczęściej wykorzystuje się następującą parę sprzężonych półosi /rys. 44/: półoś  $a_1$ , leżąca na kierunku odległości poziomej  $D_p$  i półoś  $b_1$ , sprzężoną z półosią  $a_1$ .

Dla odnalezienia wymienionej pary sprzężonych półosi wykorzystuje się równanie elipsy rozprysków

$$\frac{x^2}{r_{Dp}^2} + 2K \frac{xy}{r_{Dp} r_H} + \frac{y^2}{r_H^2} = 1 - K^2$$

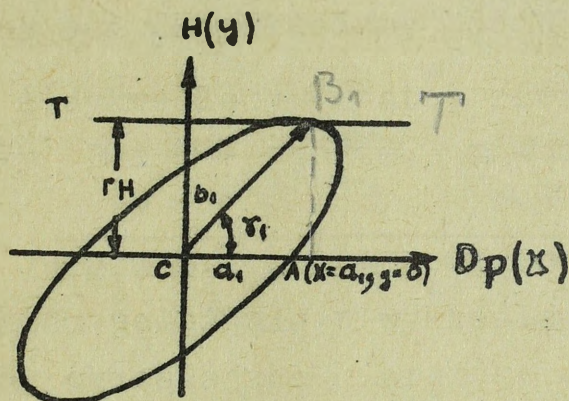
Koniec półosi  $a_1$  posiada współrzędne  $x = a_1$  i  $y = 0$ ; ponieważ punkt ten leży na elipsie, to jego współrzędne powinny spełniać równanie elipsy. Po podstawieniu ich do równania elipsy, otrzymamy:

$$\frac{a_1^2}{r_{Dp}^2} = 1 - K^2$$

stąd

$$a_1 = r_{Dp} \sqrt{1 - K^2}$$

/57/



Rys. 44.

Ponieważ półoś  $b_1$  jest sprzężona z półosią  $a_1$  to styczna do elipsy TT na końcu półosi  $b_1$  jest równoległa do  $a_1$ , tj. pozioma, zatem współrzędnymi punktu  $B_1$  będą  $x_1$

$$\text{i } y_1 = r_H$$

Podstawiając je do równania elipsy otrzymamy:

$$\frac{x_1^2}{r_{Dp}^2} + 2K \frac{x_1}{r_{Dp}} + 1 = 1 - K^2$$

lub:

$$\left(\frac{x_1}{r_{Dp}} + K\right)^2 = 0$$

stąd

$$x_1 = -K \cdot r_{Dp}$$

W takim wypadku:

$$b_1 = \sqrt{K^2 r_{Dp}^2 + r_H^2}$$

/58/

Kąt  $\delta_1$  zawarty między  $a_1$  i  $b_1$  obliczamy ze stanowiska

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{y_1}{x_1} = \frac{r_H}{-K r_{Dp}}$$

/59/

przy strzelaniu do celów powietrznych  $K < 0$ , dlatego  $\text{tg } \gamma_1 >$

Przykład:

Obliczyć sprzężone półosie elipsy rozprysków w płaszczyźnie strzelania  $a_1$  i  $b_1$  oraz kąt między nimi zawarty dla przypadku strzelania ze 100 mm armaty przeciwlotniczej KS-19 przy  $\varphi = 60^\circ$  i  $t = 28$  sek.

Rozwiązanie:

1. Na podstawie znanych  $\varphi$  i  $t$  wypisujemy z tabel strzelniczych:

a/ uszylenia środkowe rozrzutu  $r_{Dp} = 30$  m;  $r_H = 34$  m;  
 $r_D = 45$  m;

b/ współrzędne środka elipsy rozprysków:  
 $H = 10104$  m i  $Dp = 7606$  m.;

2. Obliczamy:

$$\text{tgp} = \frac{10104}{7606} = 1,36 ; p = 53^\circ 40' ; \text{secp} = 1,69$$

3. Obliczamy współczynnik korelacji:

$$k = \frac{30^2 + (34 \cdot 1,36)^2 - 45 \cdot 1,69/2}{2 \cdot 30 \cdot 34 \cdot 1,36} = 0,983$$

4. Obliczamy sprzężone półosie elipsy i kąt między nimi zawarty:

$$a_1 = 30 \sqrt{1 - 0,983^2} = 5,7 \text{ m,}$$

$$b_1 = \sqrt{0,983 \cdot 30^2 + 34^2} = 45 \text{ m.}$$

$$\text{tg } \gamma_1 = - \frac{34}{-0,983 \cdot 30} = 1,133 ; \gamma_1 = 48^\circ 34'$$

Wykonano w 50 egz.  
Egz. nr 1 - 50 egz. jawna.  
Druk. O.S. dn. 27.06.59r.  
Wyd. S.M. - ppłk.  
Nr ks. 450/WW.

TABELA

prawdopodobieństwa trafienia w koło o promieniu r jest środek koła  
pokrywa się ze środkiem elipsy o półosiach

$$a : b \left( r_1 = \frac{r}{a} \right) e_1 = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$$

$e_1$	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,82	0,84	0,86	0,88	0,90	0,93	0,94	0,96	0,98	1,00
0,1	0,0023	0,0023	0,0023	0,0024	0,0025	0,0026	0,0029	0,0032	0,0038	0,0040	0,0042	0,0045	0,0048	0,0052	0,0058	0,0066	0,0080	0,0113	0,0158
0,2	0,0091	0,0091	0,0092	0,0095	0,0099	0,0105	0,0113	0,0127	0,0150	0,0157	0,0166	0,0176	0,0189	0,0206	0,0228	0,0261	0,0315	0,0431	0,0673
0,3	0,0203	0,0204	0,0207	0,0212	0,0221	0,0234	0,0253	0,0283	0,0334	0,0350	0,0369	0,0392	0,0419	0,0455	0,0503	0,0572	0,0683	0,0906	0,1604
0,4	0,0357	0,0359	0,0365	0,0374	0,0388	0,0412	0,0444	0,0496	0,0586	0,0613	0,0645	0,0685	0,0733	0,0790	0,0869	0,0980	0,1154	0,154	0,2127
0,5	0,0553	0,0556	0,0564	0,0579	0,0602	0,0635	0,0686	0,0764	0,0893	0,0939	0,0983	0,1041	0,1110	0,1196	0,1309	0,1464	0,1695	0,2080	0,2641
0,6	0,0786	0,0790	0,0802	0,0823	0,0855	0,0902	0,0972	0,1080	0,1265	0,1318	0,1382	0,1456	0,1548	0,1661	0,1808	0,2000	0,2273	0,2681	0,3143
0,7	0,1055	0,1060	0,1075	0,1103	0,1144	0,1207	0,1298	0,1439	0,1676	0,1744	0,1824	0,1917	0,2031	0,2168	0,2340	0,2539	0,2862	0,3258	0,3632
0,8	0,1355	0,1361	0,1381	0,1415	0,1468	0,1546	0,1650	0,1835	0,2124	0,2206	0,2301	0,2412	0,2543	0,2701	0,2895	0,3137	0,3441	0,3800	0,4105
0,9	0,1683	0,1690	0,1714	0,1756	0,1820	0,1911	0,2022	0,2260	0,2599	0,2694	0,2802	0,2927	0,3074	0,3247	0,3454	0,3703	0,3997	0,4313	0,4562
1,0	0,2034	0,2044	0,2072	0,2121	0,2197	0,2307	0,2467	0,2707	0,3091	0,3196	0,3317	0,3453	0,3611	0,3794	0,4006	0,4250	0,4523	0,4789	0,5000
1,1	0,2406	0,2417	0,2449	0,2506	0,2593	0,2719	0,2880	0,3170	0,3593	0,3707	0,3833	0,3980	0,4144	0,4329	0,4539	0,4772	0,5016	0,5240	0,5419
1,2	0,2793	0,2805	0,2842	0,2906	0,3003	0,3143	0,3346	0,3641	0,4059	0,4175	0,4303	0,4449	0,4613	0,4796	0,5008	0,5242	0,5486	0,5700	0,5817
1,3	0,3192	0,3205	0,3245	0,3316	0,3424	0,3578	0,3798	0,4115	0,4552	0,4676	0,4811	0,5000	0,5162	0,5338	0,5527	0,5720	0,5904	0,6062	0,6194
1,4	0,3597	0,3612	0,3656	0,3733	0,3849	0,4016	0,4250	0,4585	0,5077	0,5200	0,5334	0,5480	0,5638	0,5802	0,5974	0,6144	0,6301	0,6437	0,6550
1,5	0,4006	0,4021	0,4068	0,4151	0,4276	0,4452	0,4699	0,5046	0,5547	0,5663	0,5794	0,5934	0,6081	0,6234	0,6388	0,6535	0,6670	0,6783	0,6883
1,6	0,4414	0,4430	0,4480	0,4568	0,4698	0,4883	0,5139	0,5439	0,5984	0,6103	0,6228	0,6358	0,6496	0,6634	0,6770	0,6896	0,7011	0,7112	0,7195
1,7	0,4819	0,4835	0,4888	0,4978	0,5114	0,5303	0,5566	0,5922	0,6463	0,6586	0,6713	0,6845	0,6979	0,7102	0,7216	0,7318	0,7415	0,7498	0,7565
1,8	0,5215	0,5232	0,5287	0,5380	0,5520	0,5714	0,5978	0,6332	0,6874	0,6999	0,7129	0,7263	0,7390	0,7508	0,7615	0,7711	0,7798	0,7875	0,7943
1,9	0,5601	0,5619	0,5674	0,5770	0,5918	0,6108	0,6370	0,6726	0,7268	0,7395	0,7525	0,7658	0,7782	0,7898	0,8005	0,8102	0,8189	0,8266	0,8334
2,0	0,5975	0,5993	0,6049	0,6145	0,6288	0,6483	0,6742	0,7077	0,7619	0,7747	0,7877	0,8008	0,8129	0,8241	0,8344	0,8437	0,8520	0,8593	0,8657
2,1	0,6333	0,6351	0,6408	0,6504	0,6645	0,6838	0,7091	0,7410	0,7952	0,8080	0,8209	0,8330	0,8441	0,8541	0,8634	0,8717	0,8790	0,8853	0,8907
2,2	0,6675	0,6693	0,6749	0,6844	0,6984	0,7172	0,7415	0,7718	0,8260	0,8388	0,8517	0,8638	0,8749	0,8849	0,8942	0,9025	0,9098	0,9161	0,9215
2,3	0,6998	0,7016	0,7071	0,7165	0,7301	0,7483	0,7716	0,7999	0,8541	0,8669	0,8798	0,8919	0,9029	0,9129	0,9212	0,9285	0,9348	0,9401	0,9455
2,4	0,7303	0,7320	0,7374	0,7465	0,7596	0,7771	0,7991	0,8254	0,8796	0,8924	0,9045	0,9166	0,9266	0,9359	0,9432	0,9495	0,9548	0,9591	0,9635
2,5	0,7587	0,7604	0,7656	0,7744	0,7870	0,8036	0,8243	0,8484	0,9026	0,9154	0,9275	0,9396	0,9496	0,9589	0,9662	0,9725	0,9778	0,9821	0,9865
2,6	0,7872	0,7888	0,7918	0,8002	0,8122	0,8279	0,8470	0,8689	0,9231	0,9359	0,9480	0,9591	0,9691	0,9784	0,9867	0,9930	0,9983	1,0026	1,0070
2,7	0,8096	0,8111	0,8159	0,8239	0,8352	0,8498	0,8675	0,8872	0,9414	0,9542	0,9663	0,9774	0,9874	0,9967	1,0030	1,0093	1,0146	1,0189	1,0233
2,8	0,8320	0,8334	0,8380	0,8455	0,8561	0,8697	0,8858	0,9034	0,9576	0,9704	0,9825	0,9936	1,0036	1,0129	1,0212	1,0285	1,0348	1,0401	1,0455
2,9	0,8524	0,8538	0,8580	0,8651	0,8750	0,8874	0,9020	0,9176	0,9718	0,9846	0,9967	1,0078	1,0178	1,0271	1,0354	1,0427	1,0490	1,0543	1,0597
3,0	0,8709	0,8722	0,8762	0,8828	0,8918	0,9022	0,9164	0,9300	0,9842	0,9970	1,0091	1,0202	1,0302	1,0395	1,0478	1,0551	1,0614	1,0667	1,0721
3,2	0,9026	0,9038	0,9072	0,9127	0,9203	0,9296	0,9399	0,9502	1,0044	1,0172	1,0293	1,0404	1,0504	1,0597	1,0680	1,0753	1,0816	1,0869	1,0923
3,4	0,9279	0,9288	0,9316	0,9362	0,9424	0,9497	0,9576	0,9662	1,0204	1,0332	1,0453	1,0564	1,0664	1,0757	1,0840	1,0913	1,0976	1,1029	1,1083
3,6	0,9476	0,9483	0,9506	0,9543	0,9597	0,9648	0,9707	0,9760	1,0302	1,0430	1,0551	1,0662	1,0762	1,0855	1,0938	1,1011	1,1074	1,1127	1,1181
3,8	0,9626	0,9632	0,9650	0,9678	0,9716	0,9758	0,9800	0,9838	1,0380	1,0508	1,0629	1,0740	1,0840	1,0933	1,1016	1,1089	1,1152	1,1205	1,1259
4,0	0,9737	0,9742	0,9756	0,9778	0,9806	0,9837	0,9867	0,9892	1,0434	1,0562	1,0683	1,0794	1,0894	1,0987	1,1070	1,1143	1,1206	1,1259	1,1313
4,2	0,9819	0,9823	0,9833	0,9850	0,9870	0,9892	0,9912	0,9929	1,0476	1,0604	1,0725	1,0836	1,0936	1,1029	1,1112	1,1185	1,1248	1,1301	1,1355
4,4	0,9878	0,9880	0,9888	0,9900	0,9914	0,9930	0,9944	0,9954	1,0518	1,0646	1,0767	1,0878	1,0978	1,1071	1,1154	1,1227	1,1290	1,1343	1,1397
4,6	0,9919	0,9921	0,9926	0,9935	0,9945	0,9955	0,9964	0,9971	1,0582	1,0710	1,0831	1,0942	1,1042	1,1135	1,1218	1,1291	1,1354	1,1407	1,1461
4,8	0,9947	0,9948	0,9952	0,9958	0,9965	0,9972	0,9978	0,9982	1,0646	1,0774	1,0895	1,1006	1,1106	1,1199	1,1282	1,1355	1,1418	1,1471	1,1525
5,0	0,9966	0,9947	0,9970	0,9974	0,9978	0,9983	0,9986	0,9989	1,0710	1,0838	1,0959	1,1070	1,1170	1,1263	1,1346	1,1419	1,1482	1,1535	1,1589

