



AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO
im. Generała Broni Karola Świerczewskiego

KATEDRA CYBERNETYKI

Na prawach rękopisu

plk dr Jerzy SKIBIŃSKI

**MODELOWANIE KOMPLEKSOWEGO
WIELOSZCZEBLOWEGO SYSTEMU INFORMACYJNEGO
Z ELEMENTAMI ALOKACJI ZASOBÓW MATERIALNYCH**
(szkic metodologiczny)



5/700



4243

WARSZAWA

GRUDZIEŃ

1970

A K A D E M I A S Z T A B U G E N E R A L N E G O
im. Generała Broni Karola Świerczewskiego

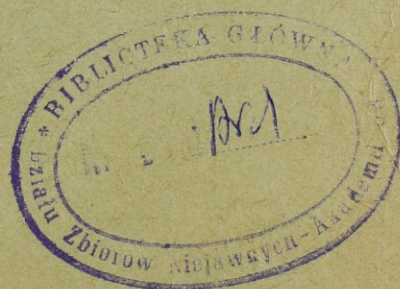
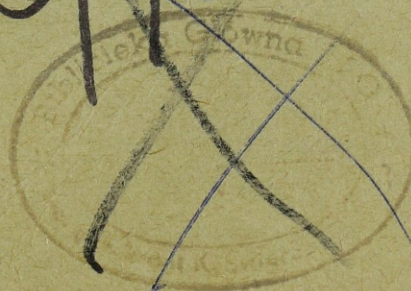
KATEDRA CYBERNETYKI

Na prawach rękopisu

plk dr Jerzy SKIBIŃSKI

**MODELOWANIE KOMPLEKSOWEGO
WIELOSZCZEBLOWEGO SYSTEMU INFORMACYJNEGO
Z ELEMENTAMI ALOKACJI ZASOBÓW MATERIALNYCH**
(szkic metodologiczny)

SK700



4243

W A R S Z A W A

G R U D Z I E Ń

1 9 7 0

AKADEMIA
SZTABU GENERALNEGO
im. gen. broni K. Świerczewskiego

KATEDRA CYBERNETYKI

Na prawach
rękopisu

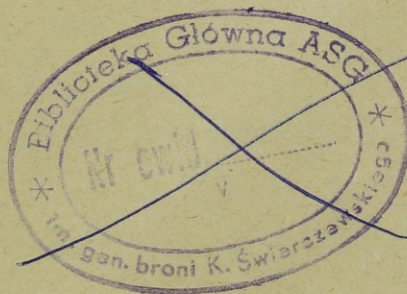
płk dr Jerzy SKIBIŃSKI

MODELOWANIE KOMPLEKSOWEGO WIELOSZCZEBLOWEGO
SYSTEMU INFORMACYJNEGO Z ELEMENTAMI ALOKACJI
ZASOBÓW MATERIALNYCH

/szkie metodologiczny/

XXVII. 7. 5;

S/700¹⁻



Warszawa

Grudzień

1970

SPIS ROZDZIAŁÓW

| | |
|---|-----|
| 0. WPROWADZENIE | 1 |
| 1. SFORMUŁOWANIE MODELU OGÓLNEGO | 4 |
| 2. PODSTAWOWE ZADANIA TEORII SYSTEMÓW Z HIERARCHICZNA STRUKTURA KIEROWANIA | 12 |
| 3. OPTYMALIZACJA ALOKACJI ZASOBÓW W UJECIU HEURYSTYCZNYM | 18 |
| 0. Wprowadzenie | 18 |
| 1. Sformułowanie problemu | 21 |
| 2. Uzupełniające pojęcia podstawowe | 22 |
| 3. Proces tworzenia dendrytu stanów | 23 |
| 4. Kryterium optymalności | 28 |
| 5. Wyznaczanie optymalnej sekwencji węzłów i łuków w dendrycie stanów kompleksu | 29 |
| 6. Wyznaczanie najkrótszej ścieżki w dendrycie stanów dopuszczalnych | 31 |
| 7. Kryteria wyznyczenia stanu dominującego | 34 |
| 8. Przykład | 35 |
| 9. Uwagi końcowe | 48 |
| Dodatek do rozdz. 7 | 50 |
| Załączniki | 54 |
| 4. HEURYSTYCZNA METODA OPTYMALIZACJI SEKWENCJI WYKONYWANIA OPERACJI | 58 |
| 5. OCENA EFEKTYWNOŚCI I PRZEPLYWU INFORMACJI | 65 |
| 0. Wprowadzenie | 65 |
| 1. Oznaczenia | 68 |
| 1. Warunki elastyczności układu | 71 |
| 1.1. Założenia podstawowe | 71 |
| 1.2. Sformułowanie problemu | 73 |
| 1.3. Ocena strat informacji w układzie o grafie pełnym | 78 |
| 1.4. Ocena strat informacji w układzie o grafie niepełnym | 81 |
| 2. Efektywność względna struktur optymalnych | 86 |
| 2.1. Pojęcie efektywności względnej | 86 |
| 2.2. Metoda optymalizacji struktury układu | 87 |
| 2.3. Algorytm optymalizacji struktury układu | 94 |
| 3. Efektywność eksploatacyjna struktury | 101 |
| 3.1. Przykład | 106 |
| Literatura | 117 |

| | |
|---|-----|
| 6. PROBLEM OCENY JAKOŚCI UKŁADU /w ujęciu statycznym/ | 118 |
| 0. Wprowadzenie | 118 |
| 1. Założenia podstawowe | 120 |
| 2. Model deterministyczny oceny układu | 123 |
| 3. Model stochastyczny oceny jakości układu | 125 |
| 4. Przykład | 127 |
| LITERATURA | 136 |

O. W P R O W A D Z E N I E

W niniejszym rozdziale podejmiemy analizę wieloszczeblowych struktur systemów w których występują tylko procesy informacyjne. Jako podstawową przyjmujemy strukturę typu sztabowego ze sterowaniem scentralizowanym i jednorodnym źródłem informacji pierwotnych. Zakładamy, że system posiada dendrytową strukturę obiegu informacji (łączości), którą można formalizować przy pomocy metody przedstawionej w rozdz. 3.

Proponujemy metodę formułowania modeli tej klasy systemów, umożliwiającą badanie ich efektywności na drodze prób statystycznych, a ponadto, przejście do syntezy w celu ustalenia optymalnej dla danej struktury liczby szczebli.

Aby ułatwić śledzenie wyvodu ogólnego i interpretację wyników posłużymy się strukturą sztabu (np. Z T), jako kompleksem układów tworzących pewną strukturę hierarchiczną, przeznaczoną do przetwarzania informacji operacyjnej w procesie decyzyjnym.

Przez wspomnianą wyżej jednorodność źródeł informacji (operacyjnych) pierwotnych będziemy rozumieli ustalony zbiór danych (z przeszłości) uzyskiwanych na podstawie zsumowanej dokumentacji (np. typu meldunków, sprawozdań itp.) od skończonej liczby znanych (np. etatowych, faktycznych itp.) nadawców znajdujących się na najniższym szczeblu. Mogą to być np. dane z rozpoznania przeciwnika i terenu, dane o stanach wojsk własnych itp.

System informacyjny posiada wieloszczeblową strukturę hierarchiczną układów funkcjonalnie współzależnych. Skrajnie uproszczony schemat struktury przedstawia rys. 1.

Zakładamy, że powyższa struktura hierarchiczna powinna w procesie dowodzenia zapewniać możliwie wysoką operatywność, rozumianą tu jako sprawność techniczną w zakresie obiegu i przetwarzania informacji sytuacyjnych i decyzyjnych. Pomijamy tu wpływy stanów obsad personalnych, obsługujących poszczególne układy oraz ich kwalifikacje zawodowe na liczbę szczebli badanej struktury. ~~██████████~~

O. W P R O W A D Z E N I E

W niniejszym rozdziale podejmiemy analizę wieloszczeblowych struktur systemów w których występują tylko procesy informacyjne. Jako podstawową przyjmujemy strukturę typu sztabowego ze sterowaniem scentralizowanym i jednorodnym źródłem informacji pierwotnych. Zakładamy, że system posiada dendrytową strukturę obiegu informacji (łączności), którą można formalizować przy pomocy metody przedstawionej w rozdz. 3.

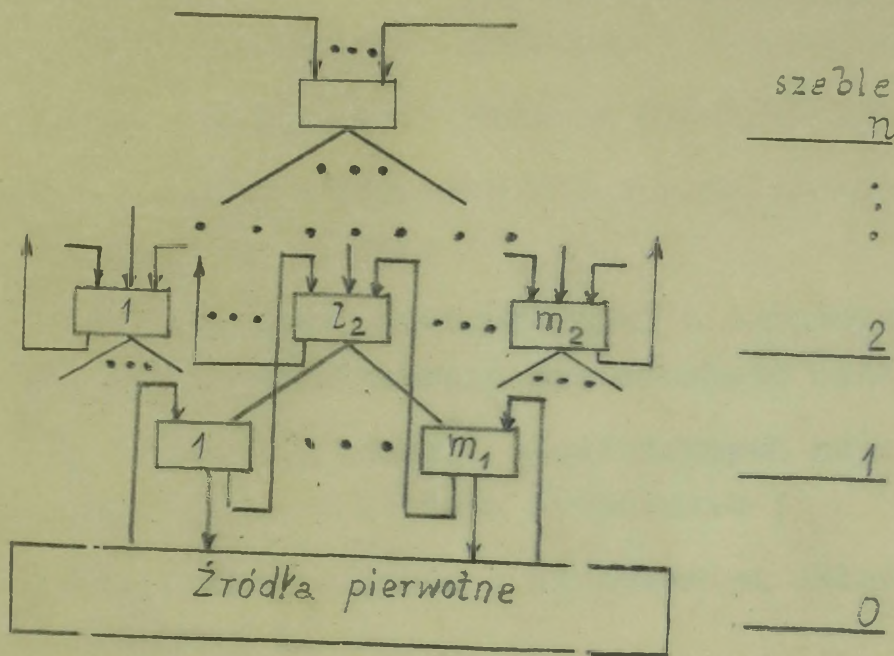
Proponujemy metodę formułowania modeli tej klasy systemów, umożliwiającą badanie ich efektywności na drodze prób statystycznych, a ponadto, przejście do syntezy w celu ustalenia optymalnej dla danej struktury liczby szczebli.

Aby ułatwić śledzenie wyvodu ogólnego i interpretację wyników posłużymy się strukturą sztabu (np. Z T), jako kompleksem układów tworzących pewną strukturę hierarchiczną, przeznaczoną do przetwarzania informacji operacyjnej w procesie decyzyjnym.

Przez wspomnianą wyżej jednorodność źródeł informacji (operacyjnych) pierwotnych będziemy rozumieli ustalony zbiór danych (z przeszłości) uzyskiwanych na podstawie zunifikowanej dokumentacji (np. typu meldunków, sprawozdań itp.) od skończonej liczby znanych (np. etatowych, faktycznych itp.) nadawców znajdujących się na najniższym szczeblu. Mogą to być np. dane z rozpoznania przeciwnika i terenu, dane o stanach wojsk własnych itp.

System informacyjny posiada wieloszczeblową strukturę hierarchiczną układów funkcjonalnie współzależnych. Skrajnie uproszczony schemat struktury przedstawia rys. 1.

Zakładamy, że powyższa struktura hierarchiczna powinna w procesie dowodzenia zapewniać możliwie wysoką operatywność, rozumianą tu jako sprawność techniczną w zakresie obiegu i przetwarzania informacji sytuacyjnych i decyzyjnych. Pomijamy tu wpływy stanów obsad personalnych, obsługujących poszczególne układy oraz ich kwalifikacje zawodowe na liczbę szczebli badanej struktury. ~~██████████~~



Właściwości techniczne systemu informacyjnego każdej struktury

hierarchicznej kompleksu, przeznaczonego do działania w warunkach bojowych, powinny określać pewne charakterystyki, przy czym do najważniejszych z nich, które zamierzamy uwzględnić w modelu, zaliczamy:

- działanie systemu informacyjnego (z punktu widzenia decyzji jednostkowych) odbywa się w relacji :

czas dowodzenia \leq czas krytyczny - czas działania ;

- realizacja bieżących zadań odbywa się w warunkach maksymalnie dostępnego (minimalnie niezbędnego) czasu na powzięcie decyzji jednostkowej ^{x/} ;

- kanały łączności zapewniające obieg informacji sytuacyjnej (do góry) i decyzyjnej (w dół) działają w warunkach zakłóceń mierzalnych;

- klasyfikację napływających informacji sytuacyjnych oraz ich przetwarzania dokonuje się na EMC o dużych pamięciach zewnętrznych i szybkich do nich dostęпах w czasie realnym.

Oczywiście, nie są to wszystkie postulaty jakie powinien spełniać technicznie sprawny system informacyjny, lecz przyjmujemy, że model struktury będzie dostatecznie odwzorowywał rzeczywistość, jeśli wystąpią w nim powyższe charakterystyki.

x/ Postulat ten wiąże się z kwalifikacją kadry, lecz przyjmujemy, że zawsze można ustalić pewne maksymalne terminy, których (zgodnie z postulatem poprzednim) nie wolno przekroczyć.

O Z N A C Z E N I A

- π - krotność uogólnienia informacji elementarnych ;
- K_i - wartość funkcji celu zadania wykonywanego przez układ ;
- T_i - czas działania (dowodzenia) układu, niezbędny dla wykonania postawionego zadania ;
- z_i - ilość informacji elementarnych niezbędnych przy podjęciu decyzji dla osiągnięcia zamierzonego celu ;
- $v_i = \frac{z_i}{T_i}$ ilość informacji elementarnych napływających do układu w ciągu jednostki czasu dowodzenia ;
- c_i - koszty stałe związane z utrzymaniem układu w pełnej sprawności technicznej ;
- $s_i = \frac{K_i}{z_i}$ koszt (wartość) jednej informacji elementarnej z punktu widzenia funkcji celu ;
- C_i - ogólny koszt działania i-tego układu w ciągu jednostki czasu dowodzenia ;
- n - numer najwyższego szczebla w hierarchii ;
 $j=0,1,2,\dots,n$ - numer dowolnego szczebla ;
- m - liczba układów w zespole ;
 $i=1,2,\dots,m$ - numer dowolnego układu w zespole ;
- λ_i - intensywność strumienia zgłoszeń do i-tego układu ;
- μ_i - intensywność strumienia obsługi przez i-ty układ ;
- L - intensywność ogólna zgłoszeń informacji elementarnych ze szczebla zerowego ;
- α - współczynnik zależności kosztów stałych od intensywności strumienia obsługi ;

1. S F O R M U Ł O W A N I E M O D E L U O G Ó L N E G O

Wychodząc z przeznaczenia i charakteru działalności poszczególnych układów w ramach kompleksu (rys.1), przyjmiemy (co w wielu przypadkach potwierdza praktyka dowodzenia), że w racjonalnie zorganizowanym procesie decyzyjnym układy można (lub należy) traktować jako "kanały obsługi" "zgłoszeń" płynących do wykonawców od "klientów" znajdujących się na najniższym, z e r o w y m szczeblu w danej hierarchii. Inaczej mówiąc, poszczególne zgłoszenia informacji, płynące ze szczebla zerowego (jako źródła informacji), powinny być ^{przy}jęte przez kanały na szczeblach wyższych (począwszy od pierwszego), gdzie informacje te zostaną odpowiednio zaklasyfikowane i skierowane do pamięci, a następnie przetworzone, tj. wykorzystane w procesie podejmowania decyzji na odpowiednim szczeblu.

Według powyższego schematu można wyróżnić każdy pion funkcjonalny, a w nim sprzężenia informacyjne dotyczące wykonywanych zadań.^{x/}

Zauważmy również, że w przyjętym systemie informacyjnym nie wyklucza się przesyłania informacji (np. szczególnie ważnych) z pominięciem jednego lub więcej szczebli pośrednich.

Informacje (zgłoszenia) wpływają do układów (kanałów obsługi) w chwilach przypadkowych (losowych). Czas obsługi jest również wielkością przypadkową (losową), przy czym przyjmujemy, że znana jest funkcja (gęstości) rozkładu tych wielkości. Na obsługę mogą składać się ^w kolejności następujące czynności: zapisanie lub narysowanie odebranej informacji, wstępna analiza, klasyfikacja, przetworzenie (w ramach pewnego ich zbioru) i przesłanie do pamięci zewnętrznej lub przełożonego itp.

x/ Na przykład, patrol rozpoznawczy w składzie kilku żołnierzy (szczebel zerowy) prowadzi obserwację pewnego zgrupowania przeciwnika. Informacje od każdego z nich płyną do dowódcy patrolu (szczebel pierwszy), który co pewien czas wiadomości te uogólnia, aby przekazać swemu dowódcy kompanii (szczebel drugi) oraz wydaje żołnierzom patrolu nowe rozkazy dotyczące korelacji obserwacji. Dowódca kompanii rozpoznawczej, zbiera informacje od dowódców patroli, uogólnia je i przekazuje szefowi rozpoznania pułku itd. aż do szczebla najwyższego.

Z praktyki zarządzania (dowodzenia) wiadomo, że nigdy (lub prawie nigdy) nie przesyła się do szczebla wyższego każdej informacji oddzielnie, lecz zbiera się je w "paczki" (po uprzednim przetworzeniu przesyła np. w postaci meldunków, sprawozdań itp. W ten sposób zmniejsza się intensywność obiegu informacji. Jeśli przyjmiemy, że w określonym przedziale czasu między nadawcą i odbiorcą przebiega informacja uogólniona, zestawiona z π informacji elementarnych ^{x/}, to tym samym oznacza to, że każdą informację elementarną przesyła się z prawdopodobieństwem $1/\pi$ lub też, że przesyła się każdą π -tą informację elementarną.

Jak można zauważyć, ogólną koncepcję budowy modelu sprowadzamy do zastosowania powszechnie znanej teorii masowej obsługi (teorii kolejek), rozwijanej w zasadzie dla potrzeb związanych z optymalizacją jednoszczebelowych procesów obsługi zgłoszeń, w kierunku przystosowania do optymalizacji systemów informacyjnych o strukturach wieloszczebelowych sterowanych centralnie ^{xx/}.

W celu ułatwienia (i uproszczenia) badań analitycznych nad interesującym nas modelem hierarchicznej struktury systemu informacyjnego, przyjmiemy, że każdy układ działa niezależnie, realizując zgłoszenia tworzące stały ciąg Poissona (ciąg prostszy). Zgłoszenia wpływające do układu są ^w naszym ujęciu informacjami, które powstały na niższym szczeblu (w stosunku do odbiorcy) w wyniku odpowiedniego rozczłonkowania informacji przeznaczonej do przekazania zależnie od potrzeb poszczególnych przełożonych, którzy w procesie podejmowania decyzji na szczeblu centralnym sprawują określone funkcje (np. etatowe).

Pod względem jakości działania (z punktu widzenia sprawności technicznej) kompleks (układów) powinien spełniać przynajmniej wspomniane wyżej postulaty wysuwane w stosunku do operatywności dowodzenia. Od strony formalnej ocenę jakości rozpatrywanego kompleksu przeprowadzimy metodą przedstwywioną w rozdz. 6 lecz ponadto dostosowaną do specyfiki systemów informacyjnych. Zastosowana metoda oceny według kryterium normalnego lub kryterium ^{inwersyjnego} nie uwzględnia jednak zmian efektywności układu zachodzących w czasie, ani ich

^{x/} Pojęcie informacja elementarna rozumiemy tu w sensie nadanym w pracy [76].

^{xx/} Próbę zastosowania teorii masowej obsługi do optymalizacji systemów informacyjnych o strukturze jednoszczebelowej podjęto w pracy [77].

wpływu na efektywność w przypadku hierarchicznej struktury kompleksu. Dlatego też, poniżej rozwiniemy tę metodę w kierunku pozwalającym wykorzystać jej dość dogodne cechy (addytywności funkcjonalów) do oceny jakości sprawności technicznej wieloszczeblowych systemów informacyjnych, działających przy różnych (zmiennych) intensywnościach obciążeń kanałów obsługi (układów).

Ocenę rozpatrywanego kompleksu podejmiemy przy następujących dodatkowych założeniach :

1. Efektywność działania każdego układu będziemy oceniali względem średnich nakładów na przetwarzanie i obieg informacji w ciągu jednostki czasu.

2. Każdy układ na dowolnym szczeblu hierarchii (oprócz szczebla zerowego), zgodnie ze swym przeznaczeniem funkcjonalnym, jest jednocześnie odbiorcą informacji (w celu jej przetworzenia) i nadawcą - - decydentem w stosunku do podległych mu funkcjonalnie układów niższych szczebli. Przyjmujemy, że bezpośrednio po odbiorze każdej informacji następuje decyzja, przy czym potwierdzenie odbioru informacji traktuje się również jako decyzję.

3. Każdy układ, wchodzący w skład kompleksu, realizuje zadania zgodnie ze swym przeznaczeniem w systemie informacyjnym, przy czym ocenę wykonania każdego z postawionych zadań podejmuje się na podstawie zadanej dla każdego zadania funkcji celu. Aby układ nie powodował strat (deficytu) wartość funkcji celu nie może przekraczać, a co najwyżej powinna być równa kosztom (nakładom) na informacje niezbędne dla wykonania postawionego zadania. Ponieważ każde przedsięwzięcie informacyjne musi być wykonane w czasie wyznaczonym dla "czasu dowodzenia" (postulat 1), zatem koszty (nakłady) informacji równe wartości informacji [76], niezbędnych dla podjęcia decyzji, rozłożą się w przedziale czasu równym czasowi dowodzenia. Przyjmiemy, że rozkład ten jest równomierny, tzw. wartości informacji elementarnych [76] w poszczególnych jednostkach czasu dowodzenia będą jednakowe.

4. Dla każdego układu na dowolnym szczeblu hierarchii (oprócz szczebla zerowego) zawsze można wyznaczyć :

K_i - ogólną wartość funkcji celu wynikającą z wykonywanego zadania ;

T_i - ilość jednostek czasu równą czasowi dowodzenia niezbędną dla wykonania danego zadania ;

z_i - ogólna liczba informacji elementarnych, niezbędnych do przetworzenia przez i -ty układ w czasie dowodzenia T_i , aby podjęta decyzja zapewniała osiągnięcie zamierzonej wartości K_i funkcji celu.

c_i - koszty stałe związane z utrzymaniem układu (zespołu ludzi łącznie z aparaturą) w pełnej sprawności do wykonania zadań w ciągu jednostki czasu dowodzenia.

Zatem, ogólny koszt działania układu w ciągu jednostki czasu dowodzenia wyniesie :

$$C_i = s_i \cdot v_i + c_i, \quad (1)$$

gdzie

$$s_i = \frac{K_i}{Z_i}, \quad v_i = \frac{Z_i}{T_i}.$$

Powyższy funkcjonal dotyczy przypadku działania kompleksu (układów) w warunkach pełnej sprawności kanałów i urządzeń łączności oraz środków technicznych do przetwarzania informacji, łącznie z pamięcią systemu.

Powyższy sposób ujęcia obciążenia ma istotne znaczenie zwłaszcza dla systemów działających w warunkach stałego obciążenia zadaniami o różnych czasach dowodzenia i różnych funkcjach celu. Jeśli więc w kolejnych przedziałach czasu układ wykonuje różne zadania wtedy wielkości v_i , s_i uzyskuje się przez sumowanie odpowiednich wielkości, składających się na wykonywany zbiór zadań. Nakłady na działanie całego kompleksu są sumą nakładów na poszczególne układy.

Jeśli system informacyjny jest systemem regularnym, tzn. każdemu układowi przyporządkowane jest taka sama ilość układów niższego szczebla, wtedy (por. rys. 1) ogólny koszt działania kompleksu można wyznaczyć z zależności rekurencyjnej :

$$C(n) = m_{n-1} C(n-1) + C_n \quad (2)$$

gdzie m_{n-1} jest liczbą wszystkich układów, $C(n-1)$ - nakładami na działanie układów danego kompleksu, a C_n oznacza nakłady na działanie układu na najwyższym szczeblu. Oczywiście, przyjmujemy przy tem, że układy działają w sposób jednorodny, tzn. korzystają z aparatury tego samego typu.

Z (2) wynika, że

$$C(n) = \sum_{i=1}^n C_i \prod_{j=i}^n m_j \cdot \cdot \cdot \quad (3)$$

gdzie m_j jest liczbą układów j -tego szczebla przyporządkowanych do układu szczebla $j+1$.

W przypadkach analiz wstępnych, zwłaszcza, gdy brak pełnych danych o badanym kompleksie, można przyjąć na przykład, że strumienie zgłoszeń informacji do każdego układu tworzą stały ciąg Poissona. Jeśli ponadto przyjmiemy, że układy będą działały sprawnie (bez awarii), długości tworzących się kolejek zgłoszeń informacyjnych nie będą odgrywały roli, a czasy ich obsługi charakteryzują zadane rozkłady, gdy wreszcie każde zgłoszenie można przesłać do odpowiedniego szczebla wyższego z jednakowym prawdopodobieństwem, wtedy tego rodzaju zadania można rozwiązywać korzystając z własności liniowych sieci stochastycznych [78]. W związku z tym średnia liczba zgłoszeń wpływających do i -tego układu (kanału obsługi) w ciągu jednostki czasu wyniesie :

$$v_i = \frac{\rho_i}{1 - \rho_i}, \quad \rho_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i} \cdot \cdot \cdot \quad (4)$$

gdzie λ_i jest intensywnością strumienia zgłoszeń informacji do i -tego układu, a μ_i - intensywnością obsługi zgłoszeń.

W przypadku regularnego kompleksu (rys.1) w którym zakłada się istnienie stałego ciągu Poissona zgłoszeń do każdego układu, przy zadanej intensywności ogólnej L zgłoszeń informacji elementarnych, napływających z wszystkich źródeł pierwotnych (szczebla zerowego), intensywność zgłoszeń do dowolnego obiektu na j -tym szczeblu hierarchii wyniesie :

$$\lambda_i = L \cdot \frac{1}{\prod_{j=1}^{i-1} \pi_j \prod_{j=1}^n m_j} \cdot \cdot \cdot \quad (5)$$

gdzie π_j oznacza krotność podziału strumienia zgłoszeń wychodzących z dowolnego układu na j -tym szczeblu. Inaczej mówiąc dowolne zgłoszenie obsłużone na j -tym szczeblu przechodzi na szczebel $j+1$ z prawdopodobieństwem $1/\pi_j$.

Uwzględniając ogólną intensywność zgłoszeń ze szczebla zero-
wego, intensywności strumieni zgłoszeń do poszczególnych układów,
możliwości ich obsługi oraz koszty informacji i koszty stałe (por.
(3), (4), (5)), ogólny koszt działania kompleksu w ciągu jednostki
czasu wyniesie :

$$C(n) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{L s_i}{\mu_i \prod_{j=1}^{i-1} \pi_j \prod_{j=i}^n m_j - L} + c_i \right] \prod_{j=1}^n m_j \dots (6)$$

lub uwzględniając (5) :

$$C(n) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{s_i \lambda_i}{\mu_i} - \frac{1}{L} + c_i \right) \prod_{j=1}^n m_j \dots (6')$$

Wyrażenie (6) pozwala wyznaczyć optymalną strukturę komplek-
su, jeśli tylko istnieją podstawy ustalające liczbę szczebli w hie-
rarchii oraz charakterystyki każdego z nich tj. s_i, c_i, μ_i, π_i .
Zagadnienie optymalizacji sprowadzi się do obliczenia takich liczb
 $\hat{m}_i (i=\overline{1, n-1}) \hat{m}_n \equiv 1$, dla których ogólny koszt działania kompleksu,
tj. $C(n)$ osiągnie wartość minimalną. Przyjmując, że $m_i (i=\overline{1, n-1})$
zmienia wartości w sposób ciągły, wyprowadzimy pochodne cząstkowe
względem $C(n)$ i przyrównamy je do zera. Czyli

$$\frac{\partial C(n)}{\partial m_i} = 0 \quad (i=\overline{1, n-1}) \dots (7)$$

Stąd, w wyniku drobnych przekształceń otrzymamy układ
równań względem optymalnych wartości \hat{m}_i :

$$\frac{s_i L^2}{\mu_i \prod_{j=1}^{i-1} \pi_j \prod_{j=i}^n m_j - L} = c_i \quad (i=\overline{1, n-1}) \dots (8)$$

Rozwiązaniem będzie zależność rekurencyjna

$$\hat{m}_i = \frac{L}{\mu_i \prod_{j=1}^{i-1} \pi_j \prod_{j=i+1}^n \hat{m}_j} \left(1 + \sqrt{\frac{s_i}{c_i}} \right), \dots (9)$$

przy pomocy której można obliczać kolejne wartości \hat{m}_i , poczynając od \hat{m}_{n-1} do \hat{m}_1 . Ponieważ \hat{m}_i (numer szczebla) musi być liczbą całkowitą, otrzymaną wartość należy odpowiednio zaokrąglić, przy czym na podstawie (6) lub (6') ustala się jednoznaczność poszukiwanego wyniku.

W praktyce projektowania systemów informacyjnych mogą występować przypadki, że koszty stałe (nakłady) na działanie każdego z układów będą zmieniały się proporcjonalnie do intensywności przetwarzania (obsługi) informacji; niech zmienność tę wyznacza współczynnik $\pi_i = c_i / \mu_i$. W związku z tym, korzystając z powyższej metodyki można obliczyć optymalną intensywność obsługi i-tego układu:

$$\hat{m}_i = \frac{L}{\prod_{j=1}^{i-1} \pi_j \prod_{j=i}^n m_j} + \sqrt{\frac{L}{\prod_{j=1}^{i-1} \pi_j \prod_{j=i}^n m_j} \frac{s_i}{\pi_i}} \quad (i=\overline{1, n}) \quad (10)$$

Zauważmy, że proponowaną metodykę można stosować również w stosunku do systemów nieregularnych, tzn. takich w których ilości układów bezpośrednio podległych układowi wyższego szczebla jest różna (a nie jednakowa jak w systemach regularnych). W tym przypadku optymalna intensywność obsługi przez i-ty układ wyniesie:

$$\hat{m}_i = \lambda_i + \sqrt{\lambda_i \frac{s_i}{\pi_i}} \quad (11)$$

x

x

x

Przy pomocy proponowanej metody można rozwiązywać pewne rodzaje zadań związanych z optymalizacją szeregu elementów składających się na strukturę (organizacyjną) systemów informacyjnych. Wyróżnimy główne grupy tych zadań.

1. Dla zadanej ogólnej intensywności strumieni informacji pierwotnych (L), płynących ze szczebla zerowego do układów pierwszego szczebla oraz przyjętych intensywnościach przetwarzania informacji przez każdy z nich i kosztach związanych z ich działaniem można wyznaczyć niezbędne ilości układów na każdym szczeblu ustalonej a priori hierarchii. Kryterium oceny struktury sprowadzamy do minimalnych kosztów ogólnej eksploatacji systemu.

2. Przyjmując jako znane: ogólną intensywność strumieni informacyjnych ze szczebla zerowego oraz maksymalnie dopuszczalne intensywności przetwarzania informacji przez różne typy układów w znanych ilościach, można wyznaczyć niezbędną ilość szczebli organizacyjnych, zapewniających minimalny koszt przetwarzania informacji łącznie z kosztem eksploatacji systemu jako całości (kompleksu).

3. Dla znanych potrzeb w zakresie przetwarzania informacji (napływających ze szczebla zerowego) w zadanym czasie dowodzenia, można wykonać szereg wariantów struktury systemu informacyjnego dla ustalonych rodzajów działalności na poszczególnych szczeblach, wynikających z ich funkcjonalnego podporządkowania i roli w procesie podejmowania decyzji na szczeblu centralnym.

Trzecia spośród wymienionych grup zadań może być użyteczna w przypadkach syntezy systemów informacyjnych, gdy proces przetwarzania informacji powinien przebiegać zgodnie z ustalonym (technologicznie uzasadnionym) schematem faz kolejnych uogólnień, odpowiadających potrzebom w zakresie podejmowania decyzji na poszczególnych szczeblach.

2. PODSTAWOWE ZADANIA TEORII W S Z HIERARCHICZNA STRUKTURA KIEROWANIA

Pierwsza grupa zadań obejmuje te wszystkie, których rozwiązanie należy sprowadzić do wyznaczenia planów optymalnych (suboptymalnych) dla zamierzonego działania (zorganizowanego - w sensie prakseologicznym). W zasadzie, będą to zadania rozwiązywane metodami badań operacyjnych. Poszukiwania na tej drodze metod optymalizacji hierarchicznych struktur organizacji (w ujęciu atrybutowym), odpowiadających wymaganiom teorii regulacji w układzie "człowiek - automat", nie doprowadziły jeszcze do wyników praktycznie użytecznych dla potrzeb wojska. Zadania dotyczące wyznaczenia optymalnej liczby szczebli w hierarchii są tylko częścią ogólniejszego zagadnienia optymalizacji struktury W.S., które, jak się wydaje, podejmuje się rozwiązywać przez poszukiwanie optymalnego rozkładu korekcyjnych sygnałów sterujących ^{x/} .

Większość zadań w których podejmuje się wiązania optymalizacji planów działania z algorytmiczną dynamiką optymalizacji sterowania systemem dotyczy procesów technologicznych typu produkcyjnego w zakładach przemysłowych (hutnictwo, chemia nieorganiczna, energetyka itp.), a literatura przedmiotu, jakkolwiek częściowo dotyka szeregu aspektów problemu, jest już dość obszerna, lecz nieliczne są próby uogólnień, np. [6] , [7] , [8] , [9] , [10] , [11] , [12] .

Druga grupa zadań jest w zasadzie przedmiotem teorii regulacji, rozwijanej w obszarze cybernetyki technicznej z punktu widzenia potrzeb w zakresie automatycznego sterowania procesami technologicznymi (o charakterze przetwórczym, obróbczym, transportowym, telekomunikacyjnym itp.). Zadania te, najogólniej, można sprowadzić do wyznaczenia efektywności pracy obiektów, tj. ich zdolności produkcyjnych, jakości uzyskiwanych produktów, niezbędnych nakładów materiałowych i energii, niezawodności i bezpieczeństwa itp. Najczęściej, w zadaniach tej grupy będą wymagały badań warunków ^w niezmienniczości globalnego (kompleksowego) kryterium optymalności w stosunku do zakłóceń działających na podsystemy.

x/ Wspomina o tej drodze poszukiwania A.I.KUCHTIENKO [5] .

Literatura tej grupy zadań jest szczególnie bogata (sięga 1930r.), głównie w dziedzinie ogólnej teorii automatycznej regulacji i jej zastosowań dla analizy i syntezy różnych klas układów automatyki, wyróżniając np. adaptacyjne, ekstremalne, impulsowe, cyfrowe itp. [34], [13], [14], liniowe i nieliniowe, stacjonarne i niestacjonarne [15], [16], [17], [30], [43], [42], [18], [40], ciągłe i dyskretne wielowymiarowe [19], [32], [33]. Rozwinięcie podstaw teoretycznych systemów sterowania (w ujęciu cybernetyki technicznej) występuje w pracach matematycznych dotyczących teorii optymalnego sterowania [20], [21], [22], [23], [24].

Wypada przy tym zauważyć, że zadania należące do rozpatrywanej grupy, lecz występujące w obszarze W.S. (z natury swej systemów hierarchicznych, wielopoziomowych) są ściśle uzależnione od postępu w dziedzinie tworzenia podstaw teoretycznych dla analizy i syntezy W.S. Stan tych badań nie przekroczył jeszcze etapu wytyczania dróg ujęciom metodologicznym. Począwszy od pierwszych poważniejszych prób uogólnień zawartych m.in. w pracach [26], [25], [27], [28], [29], [31], poprzez dalszy ich rozwój w obszarze cybernetyki technicznej, np. [35], [36], [46], [37], doprowadziło wprawdzie do pewnych zastosowań praktycznych w dziedzinie optymalizacji struktur sterowania procesami przetwórczymi (głównie w WS przemysłowych, por. np. [14], [9], [41], [38], [39], lecz z reguły w ramach analizy struktur istniejących. Nieliczne są natomiast próby poszukiwania dróg optymalizacji struktur WS w powiązaniu o ogólną teorią organizacji (w ujęciu prakseologicznym) w obszarze cybernetyki ogólnej, np. [44], [47], [48], lecz ich wartość z punktu widzenia metodologii badań struktur organizacyjnych jest w obecnym okresie niewątpliwa.

Trzecia grupa zadań występujących w WS obejmuje te wszystkie, których istota tkwi w logicznej strukturze systemu jako całość działającej zgodnie z ustalonym celem (zbiorem celów). Jeśli zgodzimy się z ogólnym założeniem (cybernetyki) wyróżniającym dwie podstawowe współstruktury systemu, tj. "zasileniową" i "informacyjną", to traktując (doraźnie) każdą z nich niezależnie, zadania realizowane przez pierwszą ("zasileniową") znajdują się w pierwszej i drugiej grupie zadań, natomiast zadania struktury "informacyjnej" będą stanowiły grupę trzecią.

Logiczną strukturę WS. odwzorowuje (w sensie fizycznym) obieg i przetwarzanie informacji, odpowiadające funkcjonalnym zależnoś-

ciom między podsystemami, a ściślej - określające, z jednej strony, treści każdej z wyróżnionych funkcji kierowania ^{x/} - sterowania, a z drugiej - efektywność ekonomiczną systemu (w sensie prakseologicznym). Ten ostatni aspekt struktury najwyraźniej występuje w postaci, zachodzącego w systemie, procesu algorytmizacji operacji logicznych na informacjach związanych z dynamiką planowania i kierowania operatywnego.

Do zbioru głównych cech W.S. według A.J. LERNERA [28] należy dodać jeszcze jedną, tj. wielojęzykowość, wynikającą ze specyfiki technologii stosowanych na poszczególnych szczeblach, a nie-raz i w pionach funkcjonalnych. Zjawisko to, istniejące obiektywnie, i pogłębiające trudności algorytmizacji kompleksowej, daje o sobie znać szczególnie ostro we wstępnych okresach analizy (lub syntezy) systemu, określając stopień złożoności zadań związanych z konstrukcją jego struktury logicznej spełniającej rolę automatu w procesach informacyjnych.

Problemy analizy i syntezy struktur języków optymalnych dla sterowania W.S. podejmuje matematyczna teoria automatów, często przy współudziale lingwistyki matematycznej. Prace w tej dziedzinie osiągnęły obecnie poziom pozwalający rozwiązywać zadania dotyczące automatów całkowicie określonych i automatów skończonych o strukturze stałej (por. np. [50], [51], [52], [53], [57]).

Jeśli jednak uwzględni się dwa fakty: 1. że złożona struktura procesów przebiegających w systemach wojskowych (z resztą nie tylko w systemach wojskowych) z natury swej powinna być modelowana probabilistycznie oraz 2. że EMC, jako narzędzi modelowania, nie można (ściśle rzecz biorąc) zaliczać do klasy automatów skończonych, gdyż nie zapewniają niezawodności pracy swych elementów, to z punktu widzenia potrzeb wojska staje się niezbędne rozwijanie teorii automatów stochastycznych, zwłaszcza o strukturze zmiennej. Automaty tej klasy zapewniają nieporównywalnie większe możliwości zastosowań praktycznych niż automaty skończone. Rozwijane od niespełna 5 lat prace w dziedzinie teorii automatów stochastycznych cechuje poważny potencjał twórczy, sprzyjający rozwojowi badań nad optymalizacją wieloszczeblowych struktur informacyjnych związanych z procesem sterowania W.S. (por. m.in. prace [54], [55], [56]).

x/ Np. pięć funkcji wymienionych przez H.Fayola por. [45].

Do czwartej grupy zadań w obszarze W.S. zaliczymy wszelkie, a przede wszystkim bezpośrednio związane z praktyczną stroną projektowania i eksploatacji systemów automatycznego przetwarzania informacji (SAPI) i systemów automatycznego przetwarzania danych (SAPD)^x/. W tej grupie zadań występować będą przedsięwzięcia prowadzące do ustaleń :

1. organizacji i technologii systemów przetwarzania informacji, zapewniającej osiągnięcie zamierzonej wydajności i sprawności eksploatacyjnej jednostki lub kompleksu (jednostek) stosujących określone technologie dla osiągnięcia zamierzonych celów ;

2. niezawodności systemów i podsystemów przetwarzania informacji oraz metod ich oceny, uwzględniających czynniki składające się na efektywność ekonomiczną, bezpieczeństwo pracy itp.

3. jakości i ilości parków maszyn analitycznych oraz reżimów i metod ich eksploatacji.

4. zastosowań elektromicznych maszyn cyfrowych do przetwarzania informacji (danych) o przebiegu procesów technologicznie ustalonych.

Bardzo obszerna literatura (zwłaszcza na Zachodzie), dotycząca całokształtu metodologicznej strony rozwiązywania tej grupy zadań, skupia się niemal wyłącznie na usprawnieniu systemów informacyjnych właściwych procesom produkcyjnym w wielu gałęziach gospodarki (przemysł, handel, transport, łączność itp.) ; por. [60], [61], [62], na szczeblu przedsiębiorstw, zakładów przemysłowych, instytucji itp. W Polsce, prace o podobnym charakterze lecz uwzględniające specyfikę rozliczeń w gospodarce socjalistycznej, są jeszcze na etapie poszukiwania rozwiązań dla problemów cząstkowych. Wspomina o tym M.Greniewski w pracy [59]. Poważniejszy rozmach prób praktycznych i ich uogólnień można zaobserwować po Konferencji Naukowej

x/ Przyjmujemy tu konwencję terminologiczną, narzucającą się raczej intuicyjnie niż teoretycznie, aby pojęcie informacja przypisywać ~~szerszy~~ szerszy zasięg treściowy niż pojęciu dane. Pierwsze z nich występowało by w tych dziedzinach (funkcjach) procesów kierowania, które można sprowadzać do koncepcyjnej strony organizacji przygotowywania działania (technologii), a w rezultacie znajduje swój konkretny wyraz w procesach decyzyjnych. Pojęcie drugie - dane - dotyczyłoby tylko procesów sprawozdawczych o przebiegu działań (por. m.in. [66]).

poświęconej Automatyzacji i Mechanizacji Przetwarzania Informacji Gospodarczej (AMPIG - 66) - por [67]. Prace [68],[69] , [70] , [71] , można traktować jako przykładowe w tej dziedzinie.

Ostatnie doświadczenia, uzyskane podczas prac wdrożeniowych przy projektowaniu technologii automatycznego przetwarzania informacji (API), w oparciu o EMC wyposażone w pamięci masowe w wyrywkowym doświadczeniu, wskazują, że istnieje szereg podstawowych problemów, których rozwiązanie rzutuje na organizację procesu przetwarzania danych. Sugestie, wyrażone w pracach [63], [66], [72], [73], wskazują na swoisty od niedawna kompleks zagadnień oczekujących na opracowanie w ciągu najbliższych dziesięci lat, a przede wszystkim :

- różne metody graficznego przedstawiania informacji ;
- organizacja bazy danych wspólnych ;
- zapewnienie dostępu do tej bazy ;
- wyszukiwanie informacji dla indywidualnego użytkownika oraz
- symulacja, optymalizowanie i generowanie informacji niezbędnych w procesie bieżącego przetwarzania.

Oczywiście, u podstaw poszukiwanej koncepcji rozwiązań muszą tkwić rozstrzygnięcia ustalające charakter związków metod zarządzania^{x/} z modelem SPD/I . Pewne sugestie w tej dziedzinie przedstawiono w pracach [64], [65].

Piąta grupa zadań , wysuwających się ostatnio coraz wyraźniej na samodzielne miejsce w ogólnej teorii WS obejmuje te wszystkie, które wymagają rozstrzygnięć w obszarze tworzącej się ~~wraz~~ "nauki o systemach liczących" (nazwa robocza). Według [74], przedmiotem tej nauki "jest ustalanie funkcjonalnych parametrów układów cyfrowych, niezbędnych do realizowania określonej makro - struktury logicznej czy funkcjonalnej systemu cyfrowego, ... badanie elementów wspólnych dla algorytmów numerycznych i ustalanie ~~dla~~ takich wymagań funkcjonalnych dla systemu liczącego, aby te właśnie najbardziej podstawowe elementy mogły być zrealizowane optymalnie".

x/ Mamy tu na uwadze głównie trzy rodzaje metod zarządzania : najstarszą - według odchyłek (wyjątków) od wielkości zaplanowanych, realizowaną z reguły przy pomocy maszyn analitycznych oraz nowsze - według celów (wybranych problemów) lub według czynności węzłowych, stanowiących o największych korzyściach.

Jakkolwiek istnieje pewna współzależność między zadaniami rozwiązywanymi przez naukę o systemach liczących, a trzecią grupą zadań, to jednak nauka ta nie zajmuje się np. budową algorytmów numerycznych (nie zastępuje bowiem analizy numerycznej), ani np. konstruowaniem układów cyfrowych, lecz szeroko pojętymi podstawami metodologii w dziedzinie organizacji, projektowania i eksploatacji SAPI, oczywiście, w oparciu o syntezę dorobku wielu gałęzi nauki i techniki.

Celem ogólnym nauki o systemach liczących jest wykrywanie prawidłowości i ustalanie praw rządzących działaniem SAPI oraz tworzenie metod budowy ich struktur optymalnych. W tym świetle nauka ta, nie zaliczając się do gałęzi matematyki, a tym bardziej - elektroniki, staje się jednak katalizatorem powstawania nowej gałęzi matematyki, nazywanej czasem w trybie roboczym "matematyką informacyjną" ^{x/} lub też "informatyką".

Reasumując, zadania omawianej (piątej) grupy można przedstawić według przedmiotów szeregu gałęzi uznanych jako samodzielne, a mianowicie :

1. Teoria (analizy) systemów obejmująca m.in. metody (matematyczne) optymalizacji struktur hierarchicznych.
2. Teoria struktur systemów API , obejmująca ich funkcjonalne właściwości działania w czasie realnym oraz struktury pamięci o wyrywkowym do niej dostępie.
3. Teoria języków programowania (formalnych, specjalnych i dynamicznych) i ich translacji z uwzględnieniem syntezy struktur pamięci maszyn liczących.
4. Kompleksowe (scentralizowane i zdecentralizowane) systemy API tworzone dla terytorialnie rozmieszczonych i zmieniających się w czasie systemów wielofunkcyjnych.
5. Metodyka projektowania ośrodków obliczeniowych.
6. Teoria komunikacji, w tym również poprzez konwersję człowieka z systemem API .

Oczywiście, zestawienie to ma charakter jaknajbardziej ogólny i w żadnym wypadku nie pretenduje do ujęcia wyczerpującego.

x/ Bardziej szczegółową charakterystykę "matematyki informacyjnej" zawiera Przypis 1, (por. też [75]).

3. OPTIMALIZACJA ALOKACJI ZASOBÓW W UJECIU HEURYSTYCZNYM

0. WPROWADZENIE

W ciągu ubiegłych kilku lat podjęto szereg interesujących prób stworzenia możliwie uniwersalnej, a przy tym jednocześnie dostatecznie dogodnej do zastosowań praktycznych, metody planowania i kontroli realizacji zbioru przedsięwzięć współzależnych, składających się na określony kompleks /system/ przeznaczony do osiągnięcia zamierzonego celu generalnego lub skończonej liczby różnych celów, współzależnych. Inaczej mówiąc, każde przedsięwzięcie doprowadza do stworzenia określonego obiektu przeznaczonego do działania w ramach kompleksu i spełniającego właściwy mu cel cząstkowy /przy współdziałaniu z innymi obiektami/, oczywiście, po osiągnięciu gotowości przewidzianej dla całego kompleksu. Jedno z podstawowych założeń poszukiwanej metody planowania i kontroli realizacji kompleksu sprowadza się zwykle do postulatu, by uwzględniała przynajmniej większość, jeśli nie wszystkie wybrane czynniki, składające się na efektywność ekonomiczną procesu doprowadzającego do uzyskania przez kompleks zamierzonego stopnia gotowości do działań.

Na tym tle powstaje często szereg istotnych zagadnień, wymagających nie tylko uprzednich rozstrzygnięć teoretycznych /np. w sensie ustalenia struktury matematycznego modelu kompleksu i opracowania algorytmu dla jego rozwiązania/, lecz ponadto zweryfikowania ich z punktu widzenia praktycznej użyteczności w procesie planowania i bieżącego kierowania realizacją planów przedsięwzięć cząstkowych, przeznaczonych do spełniania różnych celów, wymagających stosowania odmiennych technologii itp. Powszechnie wiadomo, że metody planowania oparte na założeniach Metod Analizy Sieciowej /MAS/, np. klasy CPM - lub PERT - Time - Cost, pomimo ich wielu niewątpliwych walorów, nie doprowadzają do jednoznacznych rozwiązań, jeśli uprzednio nie uwzględni się w modelu dodatkowych ograniczeń, nie tylko o charakterze formalnym /w sensie określonych zasad budowy sieci - grafu/ lecz ponad-

to, jeśli nie wprowadzi się ograniczeń wynikających z warunków narzuconych przez technologię poszczególnych czynności, składających się na wykonanie wszystkich przedsięwzięć danego kompleksu. Ponieważ problem zarządzania poprzez wydatkowanie zasobów materialnych^{x/} jest dla kierownictwa problemem centralnym, od rozwiązania którego zależy sprawność organizacyjna i efektywność ekonomiczna realizowanego procesu, zatem uzasadnionymi są wysuwane w tym względzie postulaty, aby proponowana metoda planowania umożliwiała nie tylko bieżące optymalizowanie struktury przyjętego systemu zarządzania /w sensie spełniania jednocześnie przynajmniej pięciu podstawowych funkcji, tj. organizowania, planowania, decydowania, koordynacji i kontroli/, lecz ponadto by stwarzała przesłanki do prognozowania przebiegu procesu w szeregu wariantach zależnych od przyjętych /a priori/ kryteriów oceny efektywności ekonomicznej.

Oczywiście, zagadnienie to staje się tym bardziej złożone, jeśli kompleks ma charakter inwestycji, w której każdy obiekt, z chwilą uruchomienia powinien realizować również określone zadania niezależne od ogólnego zadania w ramach kompleksu. Ponieważ działalność każdego z uruchomionych obiektów będzie z reguły uzależniona od odpowiedniego zewnętrznego systemu kooperacji /dostawy surowców, półfabrykatów, energii itp./ oraz od miejsca w ogólniejszej hierarchii ważności /wartości/ realizowanych efektów końcowych, należy rozstrzygnąć dodatkowe zagadnienie, a mianowicie ustalić kolejność gotowości obiektów w ramach przyjętego okresu czasu przeznaczanego na uzyskanie gotowości całego kompleksu. Rozwiązanie tego zagadnienia, np. w postaci podziału na właściwe etapy, wymaga nie tylko uwzględnienia

- - - - -

x/ Pojęciem zasoby obejmujemy wszelkie środki materialne, energetyczne, finansowe itp. niezbędne do wykonania zamierzonego przedsięwzięcia /kompleksu przedsięwzięć/, m.in. siłę roboczą wszelkich specjalności, parki maszynowe wraz z obsługą techniczną, surowce i prefabrykaty, powierzchnie magazynowe, fronty pracy itp.

szeregu różnych kryteriów dla oceny wartości efektu końcowego każdego obiektu, lecz i dla oceny maksymalnych wielkości zasobów, a przy tym jeszcze korzystnych, które opłaca się zaangażować, aby doprowadzić kompleks obiektów do pożądanego stanu gotowości.

Powyższe podejście do poszukiwania optymalnej alokacji zasobów można sprowadzić do ustalenia metody wyznaczania zbiorów możliwych stanów kompleksu w kolejnych jednostkach czasu realizacji planu. Ustalone sekwencje współzależnych czynności, składające się na sieć przedsięwzięcia - kompleksu, umożliwiając nie tylko uporządkowanie stanów kompleksu /z punktu widzenia intensywności zużywania zasobów w kolejnych jednostkach czasu/, lecz co więcej - w rezultacie - pozwalają wyznaczyć ogólny zbiór sekwencji obejmujący wszelkie możliwe, dopuszczalne stany kompleksu, jakie mogą wystąpić w toku realizacji planu. Przyporządkowując każdemu stanowi kompleksu odpowiedni punkt w przestrzeni metrycznej i traktując go jako węzeł, można z kolei wyznaczyć dendryt stanów dopuszczalnych, w którym łuki będą odwzorowywały dopuszczalne sekwencje zmian stanów kompleksu w toku jego realizacji. Innymi słowy, dendryt będzie wyrażał zbiór dopuszczalnych wariantów realizacji planu.

Na tej drodze staje się możliwe nie tylko wyznaczenie wariantu optymalnego /np. wg kryterium najkrótszej drogi/, lecz i dokonywanie bieżących prognoz co do możliwych zmian w procesie realizacji z uwzględnieniem kryteriów jakości wykonania poszczególnych czynności. Można bowiem wykazać, że istnieje równowaga między zagadnieniem wyznaczenia najkrótszej drogi w dendrycie stanów kompleksu, a zagadnieniem minimalizacji wartości wyznaczonych na podstawie kryteriów jakości czynności, jeśli tylko kryteria te spełniają warunek addytywności, a ponadto pozwalają wyznaczać wartości minimaksymalne.

1. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Rozpatrujemy przedsięwzięcie, którego strukturę wydatkowania zasobów można przedstawić w postaci zadanej /a priori/ sieci typu CPM, tj. zbioru współzależnych czynności $c_{ij} \in C$.

Wprowadźmy oznaczenia następujących pojęć:

- t_{ij} - czas niezbędny dla wykonania czynności c_{ij} ;
w toku realizacji nie przewiduje się przerw wynikających z nierównomierności dostaw zasobów, natomiast ewentualne przerwy, wynikające z norm technologicznych, wlicza się do czasu wykonania danej czynności;
- s - ilość rodzajów zasobów / $\tau = 1, 2, \dots, s$ /;
- q_{ij}^{τ} - intensywność zużycia τ -tego rodzaju zasobu dla wykonania czynności c_{ij} / $\tau = 1, 2, \dots, s$ /;
- termin końcowy wykonania kompleksu czynności $c_{ij} \in C$, obliczony metodą ścieżki krytycznej lub zadany jako dyrektywny;
- t_i^w - najwcześniejszy termin rozpoczęcia czynności c_{ij} ;
- t_j^p - najpóźniejszy termin zakończenia czynności c_{ij} ;
- $\{T_{ij}\}$ - wektor, którego składowe T_{ij} są terminami rozpoczęcia wszystkich czynności, przy których nie zostanie naruszony technologiczny ciąg ich wykonania, a ogólny termin wykonania kompleksu nie będzie dłuższy niż λ .

Wektor $\{T_{ij}\}$ nazwiemy planem dopuszczalnym.

Każdemu planowi dopuszczalnemu $\{T_{ij}\}$ i każdemu rodzajowi zasobów τ odpowiada pewna funkcja czasu /ilość zasobów zaangażowanych w chwili τ /, czyli

$$Q^{(\tau)}(\tau) = \sum q_{ij}^{(\tau)}, \quad (\tau = 1, 2, \dots, \infty), \dots \quad /1/$$

gdzie sumowanie przeprowadza się względem $c_{ij} \in C$, takich że $T_{ij} \leq \tau < T_{ij} + t_{ij}$.

Dla dokonywania oceny jakości $Q^{(\tau)}(\tau)$ wprowadza się funkcjonal

$$F [Q^{(\tau)}(\tau, \{T_{ij}\})]. \dots \dots \dots \quad /2/$$

Plan, dla którego /2/ przyjmuje wartość minimalną nazywamy planem optymalnym.

Rozpatrzona zostanie minimalizacja addytywnych i minimummaksymalnych kryteriów jakości. Zagadnienie to będzie rozwinięte szczegółowiej w rozdz. 6-9.

2. UZUPEŁNIAJĄCE POJĘCIA PODSTAWOWE

Określimy pojęcie stan $P_{ij}^{r/}$ czynności c_{ij} w danej chwili r :

1. Jeśli do chwili r nie została wykonana ani jedna czynność poprzednia $c_{ki} \in C$, to $P_{ij}^{r/} = -\infty$

2. Jeśli wszystkie poprzednie czynności zostały wykonane, to

$$\boxed{P_{ij}^{r/} = 0.}$$

3. Jeśli od początku wykonywania c_{ij} minęło w jednostek czasu, $w < t_{ij}$, to

$$\boxed{P_{ij}^{r/} = w}$$

4. Jeśli od początku wykonywania c_{ij} minęło $w \geq t_{ij}$ jednostek czasu, to

$$\boxed{P_{ij}^{r/} = +\infty}$$

Podzielimy okres λ wykonania kompleksu C na szereg równych przedziałów /równych jednostce czasu/.

Rozpatrzmy stany $P_{ij}^{/r/}$ / $r = 0, 1, \dots, \lambda$ / na granicach przedziałów.

Stanem kompleksu w danej chwili r nazwiemy wektor $P^{/r/}$, którego składowymi są stany $P_{ij}^{/r/}$ wszystkich czynności $c_{ij} \in C$ wykonywanych w danej chwili.

W e z ł a m i dendrytu są dopuszczalne /nie doprowadzające do wydłużenia terminu λ / stany kompleksu.

Ł u k i dendrytu odpowiadają możliwym przejściom z jednego stanu do innego.

Wszystkie drogi łączące stan początkowy ze stanem końcowym wzajemnie jednoznacznie odpowiadają wszystkim planom dopuszczalnym $\{T_{ij}\}$.

/Określenie stanu początkowego i końcowego podano w rozdz.4/. Zagadnienie sprowadza się do wyznaczenia w dendrycie drogi odpowiadającej planowi optymalnemu $\{T_{ij}^{/opt/}\}$.

3. PROCES TWORZENIA DENDRYTU STANÓW

a/ Etap wstępny

→ Numerację sieci dokonamy tak, aby dla dowolnej operacji był spełniony warunek: $i < j^x$.

→ Jeśli termin dyrektywny λ pokrywa się z terminem wyznaczonym przez ścieżkę/drogę/ krytyczną - wyznaczamy tę ostatnia.

x/ Por. np. płk dr J. Skibiński: Model alokacji zasobów, Wyd. ASG. Sygn. S/656, str. 11.

- Dla każdej czynności c_{ij} wyznaczamy terminy
 - t_i^w - najwcześniejszy jej rozpoczęcia,
 - t_j^p - najpóźniejszy jej zakończenia.
- Zestawić tablicę 1, w której umieścić czynności zgodnie z numeracją sieci w miarę wzrostu zdarzeń i oraz j.
- Na poziomej osi czasu wyznaczyć jednostki czasu $r = 0, 1, 2, \dots, \lambda$. Na powyższą oś zrzutować zdarzenia w sieci.

Stany czynności P_{ij} , składających się na stan kompleksu $P^{/r/}$ należy zapisywać wg kolejności czynności zawartych w tablicy 1.

Treść etapu wstępnego podano na przykładzie /rys. 1/.

b/ Etap podstawowy

Nad punktem $r = 0$ znajduje się początkowy stan kompleksu

$$P^{/0/} = \left. \begin{matrix} 0 \dots 0 - \infty \dots - \infty \end{matrix} \right\}$$

przy czym 0 odpowiada czynnościom, dla których $t_0^w = 0$, a $-\infty$ - czynnościom, które w danej chwili nie mogą się rozpocząć, gdyż nie zostały zrealizowane czynności poprzednie.

Stan początkowy należy połączyć łukami ze wszystkimi stanami kompleksu w następnej chwili.

W procesie ustalania stanów kompleksu w poszczególnych jednostkach czasu $r = 0, 1, 2, \dots, \lambda$, może wystąpić jeden z sześciu następujących przypadków.

Przypadek 1.

W chwili $r-1$ czynność c_{ij} nie rozpocznie się, tj. jej stan wyniesie

$$P_{ij}^{/r-1/} = -\infty, \dots \dots \dots /3/$$

przy czym w chwili r czynności c_{ij} nie można rozpocząć, jeśli czynność poprzednia $c_{ki} \in C$ $/k < i/$ nie zostanie w chwili r zakończona, czyli

$$P_{ki}^{/r-1/} < t_{ki} - 1 \dots \dots \dots /4/$$

Zatem, w chwili r , stan czynności c_{ij} wyniesie

$$P_{ij}^{/r/} = -\infty \dots \dots \dots /5/$$

/por. rozdz. 2 punkt 1/.

Przypadek 2.

W chwili $r+1$ czynność c_{ij} nie rozpocznie się, tj. jej stan wyniesie

$$P_{ij}^{/r-1/} = -\infty, \dots \dots \dots /6/$$

lecz w chwili r można ją rozpocząć, jeśli czynność poprzednia c_{ki} została w chwili r zakończona lub zakończy się; czyli dla wszystkich $c_{ki} \in C$ stan w chwili $r-1$ wyniesie

$$P_{ki}^{/r-1/} \geq t_{ki} - 1, \dots \dots \dots /7/$$

a wtedy stan czynności c_{ij} w chwili r będzie

$$P_{ij}^{/r/} = 0. \dots \dots \dots /8/$$

/por. rozdz. 2 punkt 2/.

Przypadek 3

W chwili $r-1$ można rozpocząć czynność c_{ij} , a wtedy jej stan wyniesie:

$$P_{ij}^{/r-1/} = 0 \dots \dots \dots /9/$$

oraz z kolei w chwili r stan czynności będzie równy jedno - ści, tj.

$$P_{ij}^{/r/} = 1 \dots \dots \dots /10/$$

W chwili $r-1$ można też czynności c_{ij} nie rozpoczynać, jeśli

$$r - 1 < t_j^P - t_{ij}, \dots \dots \dots /11/$$

a wtedy stan czynności w chwili r wyniesie

$$P_{ij}^{/r/} = 0. \dots \dots \dots /12/$$

Przypadek 4

W chwili $r-1$ można rozpocząć czynność c_{ij} , a wtedy jej stan

$$P_{ij}^{/r-1/} = 0 \dots \dots \dots, /13/$$

z którego to stanu w chwili r czynność przejdzie do stanu

$$P_{ij}^{/r/} = 1, \dots \dots \dots /14/$$

a ponadto w chwili $r-1$ czynność c_{ij} należy koniecznie rozpocząć, jeśli spełniony jest warunek

$$r - 1 = t_j^P - t_{ij}, \dots \dots \dots /15/$$

gdyż w przeciwnym razie $P_{ij}^{/r/}$ będzie stanem niedopuszczalnym.

Przypadek 5

W chwili $r-1$ czynność c_{ij} jest realizowana i w chwili r nie zostanie zakończona; czyli, jeśli

$$0 < P_{ij}^{r-1} < t_{ij} - 1 \dots \dots \dots /16/$$

to

$$P_{ij}^{r/} = P_{ij}^{r-1/} + 1 \dots \dots \dots /17/$$

Przypadek 6

W chwili r czynność c_{ij} zostanie lub została zakończona; czyli, jeśli

$$P_{ij}^{r-1/} \geq t_{ij} - 1 \dots \dots \dots /18/$$

to końcowy stan realizacji oznaczymy

$$P_{ij}^{r/} = +\infty \dots \dots \dots /19/$$

Zestawiając powyższe przypadki, można je zapisać następująco:

1. $P_{ki}^{r-1} < t_{ki} - 1 \longrightarrow P_{ij}^{r-1} = -\infty \quad P_{ij}^r = -\infty$
2. $P_{ki}^{r-1} \geq t_{ki} - 1 \longrightarrow P_{ij}^{r-1} = -\infty \quad P_{ij}^r = 0$
3. $r-1 < t_j^P - t_{ij} \longrightarrow P_{ij}^{r-1} = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \longrightarrow P_{ij}^r = 0 \\ \longrightarrow P_{ij}^r = 1 \end{array} \right\}$
4. $r-1 = t_j^P - t_{ij} \longrightarrow P_{ij}^{r-1} = 0 \quad \longrightarrow P_{ij}^r = 1$
5. $0 < P_{ij}^{r-1} < t_{ij} - 1 \longrightarrow P_{ij}^r = P_{ij}^{r-1} + 1$
6. $P_{ij}^{r-1} \geq t_{ij} - 1 \longrightarrow P_{ij}^r = +\infty$

Uwagi uzupełniające

1. Jeśli w chwili r-1 wystąpi tylko jeden z powyższych przypadków, to w chwili r stan czynności c_{ij} przyjmie tylko jedną wartość.

2. Jeśli w chwili $r-1$ czynność c_{ij} znajduje się w sytuacji określonej przez przypadek 3, to w chwili r wystąpią dwa stany:

$$P_{ij}^{/r/} = 0, \quad P_{ij}^{/r/} = 1.$$

Stąd jeśli jakikolwiek stan kompleksu $P^{/r-1/}$ zawiera w chwili $r-1$ k stanów $P_{ij}^{/r-1/}$ czynności w sytuacji wg przypadku 3, to w chwili r stan $P^{/r-1/}$ przejdzie do stanu, który można zapisać w postaci zbioru uporządkowanego k liczb binarnych /zer i jedynek/ dodając do każdej z nich stany operacji określone na podstawie pozostałych przypadków.

3. Dwa stany kompleksu $(P^{/r/})$ i $(P^{/r/})'$ nazwiemy tożsamościowymi, jeśli dla wszystkich $c_{ij} \in C$:

$$(P_{ij}^{/r/}) = (P_{ij}^{/r/})' \dots \dots \dots /20/$$

W związku z tym, tworząc dendryt stanów kompleksu, wszystkie węzły odpowiadające stanom tożsamościowym /w rozpatrywanej jednostce czasu/ zastępuje się jednym węzłem, do którego skierowuje się wszystkie łuki odpowiadające właściwemu zbiorowi stanów tożsamościowych.

4. Stan $P^\lambda = \{ + \infty + \infty \dots + \infty \}$ oznacza stan końcowy kompleksu, tj. odpowiada zrealizowaniu wszystkich jego czynności.

4. KRYTERIUM OPTYMALNOŚCI

Praktycznie rzecz biorąc, każdą sieć - model planu realizacji kompleksu - zawsze można przedstawić w dwojakiej postaci: jedna wersja planu dotyczy współzależności między poszczególnymi czynnościami, natomiast druga - odwzorowuje

współzależności między ruchem /wydatkowaniem/poszczególnych rodzajów zasobów^{x/}. Wydaje się, że w większości przypadków można również sformułować funkcjonal dla oceny jakości sieci /lub harmonogramu/ dotyczącej zaangażowania niezbędnych rodzajów zasobów w poszczególnych przedziałach czasu $[\tau - 1, \tau]$ w toku realizacji planu w okresie $[0, \lambda]$. Niech $f[Q^{(\tau)}]$ będzie funkcjonalem oceny jakości zużycia τ -tego rodzaju zasobu.

Dla uproszczenia modelu przyjmiemy liniową zależność ilości angażowanych zasobów od czasu. W związku z tym, kryterium oceny zużycia τ -tego rodzaju zasobu przyjmie postać funkcjonala /por. /2//:

$$F[Q^{(\tau)}(\tau, \{T_{ij}\})] = \sum_{\tau=1}^{\lambda} f_{\tau} [Q^{(\tau)}(\tau, \{T_{ij}\})] = \min. \dots /21/$$

który odpowiada kryterium w postaci funkcjonala minimaksymalizującego wartość:

$$F[Q^{(\tau)}(\tau, \{T_{ij}\})] \max_{\tau} f_{\tau} [Q^{(\tau)}(\tau, \{T_{ij}\})] \dots /22/$$

5. WYZNACZANIE OPTYMALNEJ SEKWENCJI WEZŁÓW I ŁUKÓW W DENDRYCIE STANÓW KOMPLEKSU

Zgodnie z /9/ i /10/ oraz /13/ i /14/ wszelkie dopuszczalne przejście kompleksu ze stanu w chwili $\tau - 1$ do stanu w chwili r obrazuje łuk, który dla czynności c_{ij} realizowanej w przedziale czasu $[r-1, r]$ spełnia warunek

x/ Zagadnienie dwoistości sieci rozpatrują bardziej szczegółowo W.N. BURKOW i in. w książce: "Sietiewyje modeli i zadaczi uprawlenija", "Sowietskoje Radio", Moskwa, 1967 rozdz. 1.

$$P_{ij}^{/r/} - P_{ij}^{/r-1/} = 1, \dots \dots \dots /23/$$

lub

$$t_{ij} = P_{ij}^{/r-1/} - 1 \dots \dots \dots /24/$$

Zatem, każdy łuk /oznaczymy go symbolem n/ w dendrycie stanów określa jednoznacznie zbiór czynności $c_{ij} \in n$ realizowanych przy przejściu ze stanu $P^{/r-1/}$ do stanu $P^{/r/}$.

Wprowadźmy funkcję określającą ilość zasobów i odpowiadającą czynnościom wyrażonym przez łuk n:

$$Q^{(\tau)}(n) = \sum_{c_{ij} \in n} q_{ij}^{\tau}, \quad \tau = 1, 2, \dots, 9, \dots \dots \dots /25/$$

gdzie $q_{ij}^{(\tau)}$ oznacza intensywność zużycia τ -tego rodzaju zasobu w czynności c_{ij} .

Niech $f_r(Q^{(\tau)}(n))$ oznacza długość łuku n, a ponadto przyjmiemy kryterium oceny jakości wykorzystania zasobów wyrażone przez wzór /21/. Łatwo zauważyć, że kryterium /21/ wyraża sumę kryteriów cząstkowych f_{τ} dla każdego przedziału czasu. Minimalizacja ogólnego kryterium /21/ jest więc równoważna wyborowi optymalnej ścieżki, prowadzącej przez dendryt, poczynając od stanu początkowego w chwili $r = 0$ do stanu końcowego w chwili $r = \lambda$. Inaczej mówiąc węzły początkowy i końcowy łączy skończony zbiór ścieżek, z których każda jest sekwencją łuków poprzez węzły odpowiadające różnym stanom kompleksu w danej chwili. Z kolei, każdy stan kompleksu /w danej chwili/ zależy od ilości możliwych kombinacji w stopniu zaangażowania zasobów przy wykonywaniu w danej chwili wszystkich czynności zgodnie z planem sieciowym.

W ten sposób dochodzimy do zestawienia skończonego zbioru planów dopuszczalnych realizacji kompleksu, z których każdy jest odwzorowany przez właściwą mu ścieżkę /stanów dopuszczalnych/ o odpowiadającej jej długości, a problem wyboru ścieżki optymalnej sprowadza się do minimalizacji funkcji kryterium /21/.

Rozwiązanie tak sformułowanego zadania można często sprowadzić do zastosowania jednego z szeregu znanych algorytmów poszukiwania "najkrótszej drogi" przez sieć^{x/}. Wiadomo jednak, że korzystanie z algorytmu ogólnego wymaga znacznego nakładu prac obliczeniowych. W przypadku rozpatrywanej sieci - dendrytu - stanów dopuszczalnych zauważmy, że można ją traktować jako tzw. graf skierowany, a ponadto - graf bez cykli. Takie podejście pozwala zastosować prostszy algorytm wyznaczania najkrótszej ścieżki, tworząc go w oparciu o odwrotną interpretacji zasady wyznaczania tzw. ścieżki krytycznej w sieci budowanej wg metody CPM /PERT/.

6. WYZNACZANIE NAJKRÓTSZEJ ŚCIEŻKI W DENDRYCIE STANÓW DOPUSZCZALNYCH

Zgodnie z poprzednimi rozważaniami, przejście kompleksu od stanu początkowego $P_0^{/o/}$ do dowolnego stanu $P_j^{/r/}$ wyraża wartość kryterium /które oznaczymy symbolem $F_{P_j^{/r/}}$ lub

x/ Niektóre algorytmy opisano w pracach: C. BERGE: Theorie des Graphes et ses Applications, tłum. ros.: Teorija grafow i jeje primienienije, Moskwa 1962, oraz L.R.FORD Jr., D.R. FULKERSON: Flows in Networks, tłum. ros.: Potoki w sietjach, "Mir", Moskwa, 1966.

krócej $F_j /$, odpowiadające minimalizacji wyrażenia /22/, tj. równoważne wyznaczeniu minimaksymalnej ścieżki z ogólnego zbioru m ścieżek dopuszczalnych dla danego z -tego rodzaju zasobu. Jeśli symbolem f_{ij} oznaczmy długość łuku prowadzącego od stanu P_i do P_j , to ścieżka minimaksymalna powinna spełniać warunek:

$$\max_{n_{ij} \in m} f_{ij} (Q^{(z)}(n)) \rightarrow \min_m, \dots \quad /26/$$

gdzie f_{ij} jest długością łuku od stanu o numerze i do j , przy czym utrzymuje się nadal w mocy zasadę numeracji $i < j$.

Proponowany proces poszukiwania najkrótszej ścieżki w dendrycie stanów kompleksu oprzemy na pewnym podejściu w ramach programowania dynamicznego, a polegającym na obliczeniu wartości kryterium $F_j = F/P_j/$ z zależności rekurencyjnych:

$$\left. \begin{aligned} F_0 &= 0, \\ F_1 &= f_{01}, \\ &\dots \\ &\dots \\ F_j &= \min_i \max [F_i, f_{ij}], \\ &\dots \\ &\dots \\ F_{z-1} &= f_{z-1,z}, \\ F_z &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \quad /27/$$

gdzie z jest ostatnim i najwyższym numerem stanu w dendrycie. Wypada przy tym również zauważyć, aby dla danego den-

drytu zastosować ustaloną zasadę numeracji stanów, na przykład, przydzielając poszczególnym numery w kolejności wzrastającej /por. wykres dendrytu w przytoczonym przykładzie /, poczynając od zera, a kończąc na $z = \max$, dla którego F_z przyjmie wartość minimalną spośród maksymalnych.

Wychodząc z pojęcia "stany tożsamościowe" /20/, można z kolei wyznaczyć dla każdego wężła P_i wielkość F_i , tj. korzystając z zależności rekurencyjnych:

$$\left. \begin{array}{l} F'_z = F_z, \\ F'_{z-1} = \max [F_z, f_{z-1,z}] \\ \dots \\ \dots \\ F'_i = \min_j \max [F_j, f_{ij}], \\ \dots \end{array} \right\} \dots \dots \dots /28/$$

Na tej podstawie można wyprowadzić, że na ścieżce minimaksymalnej znajdują się:

a/ wężły, dla których spełnia się zależność:

$$F_i, F'_i \leq F_z,$$

b/ łuki, jeśli

$$F_i, F'_j, f_{ij} \leq F_z .$$

Zauważmy przy tym, że w oparciu o powyższe warunki /tj. a/ i b// można w przypadku ogólnym wyznaczyć więcej niż jedną ścieżkę minimaksymalną, tj. spełniającą przyjętą zasadę optymalności. Oczywiście, zbiór tych ścieżek można traktować jako podzbiór lub podgraf ogólnego grafu rozwiązań dopuszczalnych.

7. KRYTERIA WYZNACZANIA STANU DOMINUJACEGO

Rozpatrując pełny zbiór planów dopuszczalnych realizacji zamierzonego przedsięwzięcia /kompleksu czynności /, wyrażony w postaci zbioru ścieżek łączących odpowiednie stany kompleksu w każdej z kolejnych chwil/por.rys.2/można stwierdzić, że istnieją pewne stany, które nie wpływają na przebieg ścieżki czy ścieżek optymalnych, a jeśli nawet na tych ścieżkach się znajdują, to również można je oceniać, jako "nie lepsze" od innych stanów w danej chwili. Gdyby więc zrezygnować z włączania ich do ogólnej sieci stanów, można tę ostatnią znacznie uprościć bez szkody dla przebiegu ścieżek optymalnych.

W związku z tym, wysuwa się zagadnienie wyznaczenia "dominacji" między stanami, tj. ustalania "wyższości użytkowej" jednego stanu względem innego dowolnego stanu kompleksu w danej chwili. Ponieważ zagadnienie dominacji rozpatrujemy z punktu widzenia wykorzystania zasobów, zatem bez szkody dla ogólności rozważań można przyjąć, że kryterium cząstkowe $f_r [Q^{(r)}]$ jest funkcją niemalejącą wielkości -tego rodzaju zasobu $Q^{(r)}$ w danej chwili r .

Aby określić różnicę stanowiącą o fakcie istnienia dominacji jednego stanu nad drugim, przyjmiemy, że konieczne i wystarczające będzie spełnienie przez dwa porównywalne stany tj. $P_1^{r/}$ i $P_2^{r/}$, następujących 3 wariantów:

1. Stan P_1 dominuje nad stanem P_2 jeśli

$$F (P_1^{r/}) \leq F (P_2^{r/}) ; \dots \dots \dots /29/$$

2. gdy dla wszystkich czynności /kompleksu/ $c_{ij} \in C$ zachodzi zależność:

$$\left. \begin{array}{l} (P_{ij}^{/r/})_1 \cdot (P_{ij}^{/r/})_2 < 0, \\ \text{przy czym} \\ (P_{ij}^{/r/})_1 \geq (P_{ij}^{/r/})_2 \end{array} \right\} \dots \dots \dots /30/$$

3. jeśli nie zachodzi warunek 2, wtedy dla wszystkich $c_{ij} \in C$ powinno

$$\left. \begin{array}{l} (P_{ij}^{/r/})_1 = -\infty, 0, +\infty, \\ \text{przy czym} \\ (P_{ij}^{/r/})_1 \geq (P_{ij}^{/r/})_2 \end{array} \right\} \dots \dots \dots /31/$$

Innymi słowy, sens fizyczny dominacji stanu $P_1^{/r/}$ w jakim znajduje się kompleks w przedziale czasu $/0, r/$ w stosunku do innego dopuszczalnego stanu $P_2^{/r/}$, w jakim mógłby się znaleźć, sprowadza się do możliwości szybszego zakończenia w zamierzonym terminie a ponadto, kryterium jakości wykorzystania zasobów w stanie $P_1^{/r/}$ przyjmie co najwyżej wartość równą wartości w stanie $P_2^{/r/}$.

Uzasadnienie powyższych kryteriów wymaga przeprowadzenia odpowiedniego wywodu. Załączamy go w "Dodatku" do niniejszego opracowania.

8. PRZYKŁAD

Powyższy model rozpatrzemy na przykładzie sieci przedsiębiorstwa przedstawionego na rys. 1. Numery czynności tworzące sieć zostały uporządkowane wg zasady $i < j$. Treść poszczególnych czynności zawiera tablica 1. Liczby bez nawia-

[sów /przy strzałkach/ oznaczają czas t_{ij} przeznaczony na wykonanie czynności /i,j/. Liczby w nawiasach [] oznaczają intensywności q_{ij}^l zużycia l -tego rodzaju zasobu przy realizacji /i,j/-tej czynności. Dla uproszczenia obliczeń przyjmiemy, że interesuje nas ocena planu przedsięwzięcia z punktu widzenia zużycia jednego /tj. l -tego/ rodzaju zasobu, ze zbioru w ilości s rodzajów, a przy tym takiego, który występuje jako niezbędny we wszystkich czynnościach danego przedsięwzięcia i od prawidłowości jego wykorzystania zależy w znacznej mierze zrealizowanie przedsięwzięcia w zamierzonym czasie. Np. w danym przykładzie takim zasobem może być niewykwalifikowana siła robocza, bez której nie można by wykonać żadnej czynności w czasie unormowanym.

Niech najkrótszy czas wykonania przedsięwzięcia/rys.1/ odpowiada terminowi najkrótszemu, wynikającemu z obliczenia sieci, tj. $\lambda = 15$ dni /jako jednostek czasu/. Jako kryterium optymalności alokacji przyjętego rodzaju zasobu przyjmujemy na podstawie /21/ i /22/ wyrażenie:

$$\max_{\tau \in [0, \lambda]} Q(\tau, \{T_{ij}\}) \rightarrow \min \dots \dots \dots /32/$$

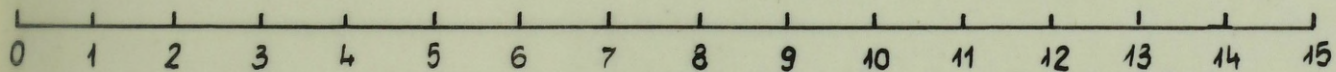
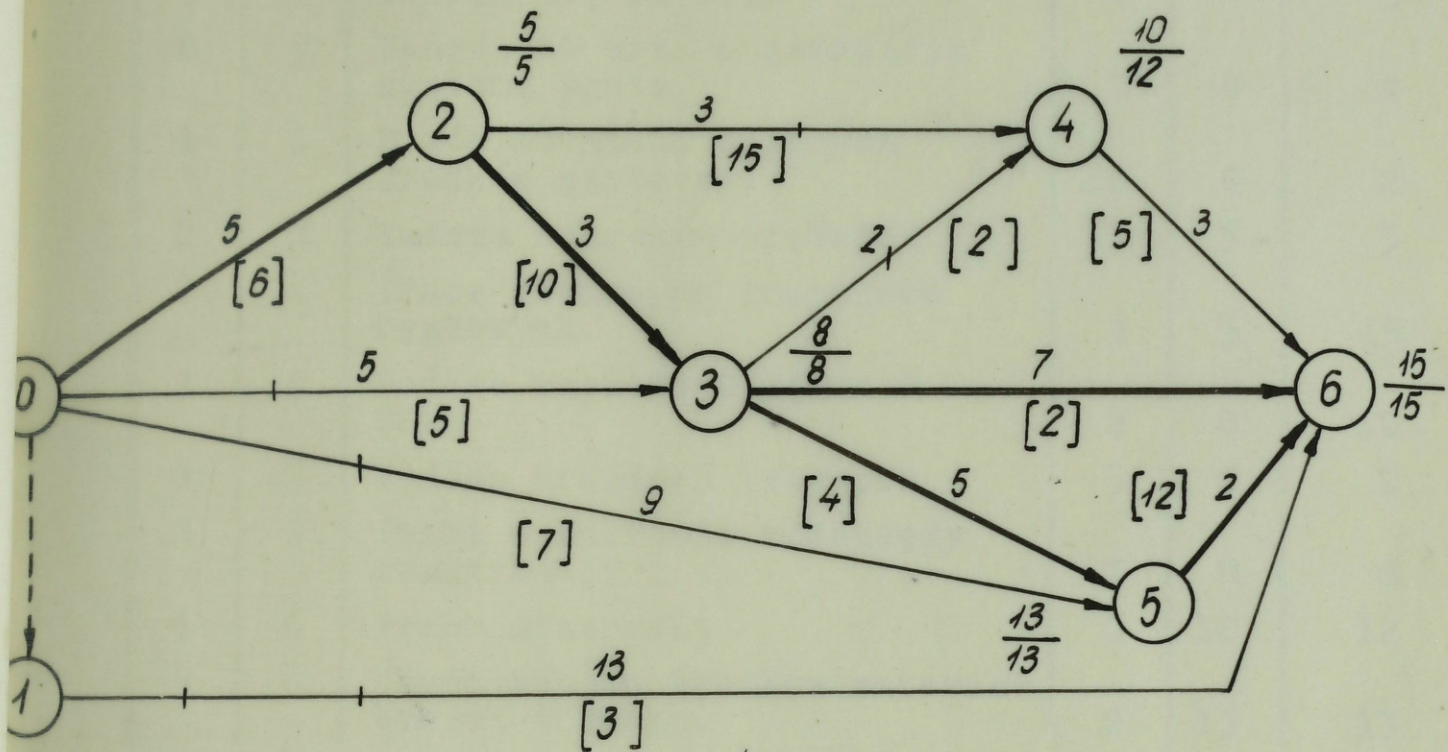
doprowadzające do minimalizacji maksymalne nakłady danego zasobu przy spełnieniu warunku:

$$f_r [Q(\tau, \{T_{ij}\})] = Q(\tau, \{T_{ij}\}) \dots \dots \dots /33/$$

Proces rozwiązania powyższego przykładu można rozłożyć na następujące kolejne etapy.

Etap wstępny obejmuje obliczenie sieci, tj. uzyskanie dla każdego zdarzenia terminu najwcześniejszego t_i^w i

najpóźniejszego t_i^p , wyznaczenie ścieżki /lub ścieżek/ krytycznych oraz obliczenie dla każdej czynności różnicy $t_j^p - t_{ij}$ /por. tablica 1/.



Rys. 1.

TABLICA 1.

| Operacje | | Treść operacji | t_{ij} | t_i^w | $t_j^p - t_{ij}$ |
|----------|---|---|----------|---------|------------------|
| i | j | | | | |
| 0 | 1 | Czynność pozorna | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 2 | Prace ziemne w głównym rejonie obrony | 5 | 0 | 0 |
| 0 | 3 | Budowa SD, WŁ itp. | 5 | 0 | 3 |
| 0 | 5 | Budowa SO art. Organizacja systemu ognia | 9 | 0 | 4 |
| 1 | 6 | Dowóz amunicji i innych środków zaopatrz. | 13 | 0 | 2 |
| 2 | 3 | Budowa schronów ciężkich | 3 | 5 | 5 |
| 2 | 4 | Prace ziemne na pozycjach ryglowych | 3 | 5 | 9 |
| 3 | 4 | Budowa rubieży AOP panc i OZap | 2 | 8 | 10 |
| 3 | 5 | Budowa urządzeń tyłowych | 5 | 8 | 8 |
| 3 | 6 | Praca w zakresie rozbudowy komunikacji | 7 | 8 | 8 |
| 4 | 6 | Prace minerskie | 3 | 10 | 12 |
| 5 | 6 | Dowóz innych środków materiałowych i techn. | 2 | 13 | 13 |

Etap pierwszy dotyczy określenia dla każdej chwili $r = 0, 1, 2, \dots, \lambda$ / $\lambda = 15$ / podzbioru przejść ze stanów w chwili $r-1$, w jakich może znaleźć się realizowane przedsięwzięcie, do stanów w chwili r . Podstawą oceny możliwości przejścia każdej czynności /odpowiadającej w planie sieciowym okresowi / $r-1, r$ // od stanu w chwili $r-1$ do stanu w chwili r , jest zestawienie sześciu przypadków podstawowych /wyrażenia od /3/ do /19// z których należy wybrać jeden odpowiadający jednoznacznie rozpatrywanej czynności.

W tym celu czasem wygodnie jest posłużyć się tablicą pomocniczą, w której każdemu przejściu / $r-1, r$ / należy przyporządkować odpowiednie numery stanów $k^{/r-1/}$ i $k^{/r/}$ dla wła-

ściwych podzbiorów czynności $c_{ij} \in C$, tj. tych, które mogą lub powinny być realizowane w okresie $/r-1, r/$, a tym samym przyjmą - stan czynności $P_{ij}^{/r/}$. Zestawienie przejść systemu do kolejnych stanów przedstawiono w tablicach pomocniczych - załącznik nr 1. Zestawienie to posłuży z kolei do opracowania zagregowanej listy zmian stanów systemu /tablica 2/, w której wystąpią numery stanów $P_k^{/r/}$ i odpowiadająca każdemu z nich sytuacja wszystkich czynności $c_{ij} \in C$, z punktu widzenia zaangażowania w nich rozpatrywanego zasobu, tj. wielkość $Q^{(r)}(\tau)$.

Etap drugi sprowadza się do ustalenia zbioru rozwiązań dopuszczalnych. Graficzną interpretację przejść do poszczególnych stanów przedstawiono na rys. 2. Korzystając z tablic pomocniczych /"Zestawienie przejść systemu do kolejnych stanów" - zał. nr 1 można ustalić kolejne drogi, prowadząc od stanu 0 /początkowego/ do stanu nr 692 /końcowego/, odpowiadające zbiorowi rozwiązań dopuszczalnych. Wprowadzając z kolei regułę dominacji /dla stanów systemu/, graf zmian stanów systemu /rys. 2/ można przekształcić w dendryt stanów uporządkowanych. W tym celu dla każdego stanu obliczamy wg /29/, /30/, /31/ właściwe kryterium, przyjmując, że w chwili $r=0$ jego wartość będzie równa zeru. Łatwo sprawdzić, że w chwili $r=1$ stany od nr 1 do nr 8 nie spełniają warunków /29/, /30/, /31/, a tym samym nie można wśród nich wyróżnić stanów dominujących. Z kolei, w chwili $r=2$ można wyróżnić stan nr 35 jako dominujący w stosunku do stanów nr 16, 20, 26, 30 i 34. W chwili $r=3$ stan nr 84 dominuje nad stanami nr 42, 43, 46, 47, od 51 do 53, 57, 59,

61, 62, od 65 do 68, 70, 71, od 74 do 77, od 79 do 83. 7

Postępując analogicznie dla kolejnych chwil, dochodzimy do:

$r = 12$, gdzie stan nr 676 dominuje w stosunku do stanów nr 668, 669, 670, 671;

$r = 13$, gdzie stan nr 685 dominuje nad nr 683, 684 i stan nr 687 - nad nr 686, 683;

$r = 14$, gdzie stan nr 690 dominuje nad nr 688, a stan 691 nad 689.

Wyznaczenie ścieżki stanów optymalnych sprowadza się do połączenia stanów dominujących począwszy od stanu nr 0 do nr 692. Graf - dendryt przejść do stanów dominujących przedstawia rys. 3, na którym linią pogrubioną zaznaczono ścieżkę optymalną.

ZAGREGOWANA LISTA ZMIAN STANÓW SYSTEMU

TABLICA 2

| r | P_k | $Q^{(1)}$ | $Q^{(2)}$ | P_{02} | P_{03} | P_{05} | P_{16} | P_{23} | P_{24} | P_{34} | P_{35} | P_{36} | P_{46} | P_{56} |
|---|-------|-----------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 6 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 2 | 9 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 3 | 13 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 4 | 16 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 5 | 11 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 6 | 14 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 7 | 18 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 8 | 21 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 9 | 6 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 10 | 9 | 2 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 11 | 13 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 12 | 16 | 2 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 13 | 11 | 2 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 14 | 14 | 2 | 2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 15 | 18 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 16 | 21 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 17 | 9 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 18 | 16 | 2 | 2 | 0 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

| r | P_k | $Q(\tau)$ | P_{02} | P_{03} | P_{05} | P_{16} | P_{23} | P_{24} | P_{34} | P_{35} | P_{36} | P_{46} | P_{56} |
|---|-------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 2 | 19 | 14 | 2 | 1 | 0 | 2 | 8 | - | - | - | - | - | - |
| | 20 | 21 | 2 | 1 | 1 | 2 | 8 | - | - | - | - | - | - |
| | 21 | 16 | 2 | 0 | 2 | 1 | 8 | - | - | - | - | - | - |
| | 22 | 13 | 2 | 0 | 2 | 0 | 8 | - | - | - | - | - | - |
| | 23 | 18 | 2 | 1 | 2 | 0 | 8 | - | - | - | - | - | - |
| | 24 | 21 | 2 | 1 | 2 | 1 | 8 | - | - | - | - | - | - |
| | 25 | 16 | 2 | 0 | 2 | 2 | 8 | - | - | - | - | - | - |
| | 26 | 21 | 2 | 1 | 2 | 2 | 8 | - | - | - | - | - | - |
| | 27 | 11 | 2 | 2 | 0 | 0 | 8 | - | - | - | - | - | - |
| | 28 | 14 | 2 | 2 | 0 | 1 | 8 | - | - | - | - | - | - |
| | 29 | 18 | 2 | 2 | 1 | 1 | 8 | - | - | - | - | - | - |
| | 30 | 21 | 2 | 2 | 1 | 2 | 8 | - | - | - | - | - | - |
| | 31 | 14 | 2 | 2 | 0 | 2 | 8 | - | - | - | - | - | - |
| | 32 | 21 | 2 | 2 | 1 | 2 | 8 | - | - | - | - | - | - |
| | 33 | 18 | 2 | 2 | 2 | 0 | 8 | - | - | - | - | - | - |
| | 34 | 21 | 2 | 2 | 2 | 1 | 8 | - | - | - | - | - | - |
| | 35 | 21 | 2 | 2 | 2 | 2 | 8 | - | - | - | - | - | - |
| 3 | 36 | 9 | 3 | 0 | 0 | 1 | 8 | - | - | - | - | - | - |
| | 37 | 9 | 3 | 0 | 0 | 2 | 8 | - | - | - | - | - | - |
| | 38 | 16 | 3 | 0 | 1 | 1 | 8 | - | - | - | - | - | - |
| | 39 | 16 | 3 | 0 | 1 | 2 | 8 | - | - | - | - | - | - |
| | 40 | 14 | 3 | 1 | 0 | 1 | 8 | - | - | - | - | - | - |

| r | P _k /r | Q ⁽ⁿ⁾ (r) | P ₀₂ /r | P ₀₃ /r | P ₀₅ /r | P ₁₆ /r | P ₂₃ /r | P ₂₄ /r | P ₃₄ /r | P ₃₅ /r | P ₃₆ /r | P ₄₆ /r | P ₅₆ /r |
|---|-------------------|----------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| | 41 | 14 | 3 | 1 | 0 | 2 | ∞ | | | | | | |
| | 42 | 21 | 3 | 1 | 1 | 1 | ∞ | | | | | | |
| | 43 | 21 | 3 | 1 | 1 | 2 | ∞ | | | | | | |
| | 44 | 16 | 3 | 0 | 2 | 1 | ∞ | | | | | | |
| | 45 | 16 | 3 | 0 | 2 | 2 | ∞ | | | | | | |
| | 46 | 21 | 3 | 1 | 2 | 1 | ∞ | | | | | | |
| | 47 | 21 | 3 | 1 | 2 | 2 | ∞ | | | | | | |
| | 48 | 14 | 3 | 2 | 0 | 1 | ∞ | | | | | | |
| | 49 | 14 | 3 | 2 | 0 | 2 | ∞ | | | | | | |
| | 50 | 21 | 3 | 2 | 1 | 1 | ∞ | | | | | | |
| | 51 | 21 | 3 | 2 | 1 | 2 | ∞ | | | | | | |
| | 52 | 21 | 3 | 2 | 2 | 1 | ∞ | | | | | | ∞ |
| | 53 | 21 | 3 | 2 | 2 | 2 | ∞ | | | | | | ∞ |
| | 54 | 9 | 3 | 0 | 0 | 3 | ∞ | | | | | | ∞ |
| | 55 | 16 | 3 | 0 | 1 | 3 | ∞ | | | | | | ∞ |
| | 56 | 14 | 3 | 1 | 0 | 3 | ∞ | | | | | | ∞ |
| | 57 | 21 | 3 | 1 | 1 | 3 | ∞ | | | | | | ∞ |
| | 58 | 16 | 3 | 0 | 2 | 3 | ∞ | | | | | | ∞ |
| | 59 | 21 | 3 | 1 | 2 | 3 | ∞ | | | | | | ∞ |
| | 60 | 14 | 3 | 2 | 0 | 3 | ∞ | | | | | | ∞ |
| | 61 | 21 | 3 | 2 | 1 | 3 | ∞ | | | | | | ∞ |
| | 62 | 21 | 3 | 2 | 2 | 3 | ∞ | | | | | | ∞ |
| | 63 | 16 | 3 | 0 | 3 | 1 | ∞ | | | | | | ∞ |

3

| r | P/r/ k | Q ⁽¹⁾ (L) | P/r/ P02 | P/r/ P03 | P/r/ P05 | P/r/ P16 | P/r/ P23 | P/r/ P24 | P/r/ P34 | P/r/ P35 | P/r/ P36 | P/r/ P46 | P/r/ P56 |
|---|-----------|-------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | 64 | 16 | 3 | 0 | 3 | 2 | ∞ | | | | | | |
| | 65 | 21 | 3 | 1 | 3 | 1 | ∞ | | | | | | |
| | 66 | 21 | 3 | 1 | 3 | 2 | ∞ | | | | | | |
| | 67 | 21 | 3 | 2 | 3 | 1 | ∞ | | | | | | |
| | 68 | 21 | 3 | 2 | 3 | 2 | ∞ | | | | | | |
| | 69 | 16 | 3 | 0 | 3 | 3 | ∞ | | | | | | |
| | 70 | 21 | 3 | 1 | 3 | 3 | ∞ | | | | | | |
| | 71 | 21 | 3 | 2 | 3 | 3 | ∞ | | | | | | |
| | 72 | 14 | 3 | 3 | 0 | 1 | ∞ | | | | | | |
| | 73 | 14 | 3 | 3 | 0 | 2 | ∞ | | | | | | |
| | 74 | 21 | 3 | 3 | 1 | 1 | ∞ | | | | | | |
| | 75 | 21 | 3 | 3 | 2 | 2 | ∞ | | | | | | |
| | 76 | 21 | 3 | 3 | 1 | 2 | ∞ | | | | | | |
| | 77 | 21 | 3 | 3 | 2 | 1 | ∞ | | | | | | |
| | 78 | 14 | 3 | 3 | 0 | 3 | ∞ | | | | | | |
| | 79 | 21 | 3 | 3 | 1 | 3 | ∞ | | | | | | |
| | 80 | 21 | 3 | 3 | 2 | 3 | ∞ | | | | | | ∞ |
| | 81 | 21 | 3 | 3 | 3 | 1 | ∞ | | | | | | ∞ |
| | 82 | 21 | 3 | 3 | 3 | 2 | ∞ | | | | | | ∞ |
| | 83 | 21 | 3 | 2 | 3 | 3 | ∞ | | | | | | ∞ |
| | 84 | 21 | 3 | 3 | 3 | 3 | ∞ | | | | | | ∞ |

3

| r | P/r/ k | Q ⁽¹⁾ (r) | P/r/ 02 | P/r/ 03 | P/r/ 05 | P/r/ 16 | P/r/ 23 | P/r/ 24 | P/r/ 34 | P/r/ 35 | P/r/ 36 | P/r/ 46 | P/r/ 56 |
|----|-----------|-------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . |
| 12 | 664 | 21 | + | + | 8 | 10 | + | + | + | 4 | 4 | 0 | |
| | 665 | 21 | + | + | 8 | 10 | + | + | + | 4 | 4 | 1 | |
| | 666 | 21 | + | + | 8 | 11 | + | + | + | 4 | 4 | 0 | |
| | 667 | 21 | + | + | 8 | 11 | + | + | + | 4 | 4 | 1 | |
| | 668 | 14 | + | + | + | 10 | + | + | + | 4 | 4 | 0 | |
| | 669 | 14 | + | + | + | 10 | + | + | + | 4 | 4 | 1 | |
| | 670 | 14 | + | + | + | 11 | + | + | + | 4 | 4 | 0 | |
| | 671 | 14 | + | + | + | 11 | + | + | + | 4 | 4 | 1 | |
| | 672 | 21 | + | + | 8 | 10 | + | + | + | 4 | 4 | 2 | |
| | 673 | 21 | + | + | 8 | 11 | + | + | + | 4 | 4 | 2 | |
| | 674 | 14 | + | + | + | 10 | + | + | + | 4 | 4 | 2 | |
| | 675 | 14 | + | + | + | 11 | + | + | + | 4 | 4 | 2 | |
| | 676 | 14 | + | + | + | 12 | + | + | + | 4 | 4 | 0 | |
| | 677 | 14 | + | + | + | 12 | + | + | + | 4 | 4 | 1 | |
| | 678 | 14 | + | + | + | 12 | + | + | + | 4 | 4 | 2 | |
| 13 | 679 | 22 | + | + | + | 11 | + | + | + | + | 5 | 1 | 0 |
| | 680 | 22 | + | + | + | 11 | + | + | + | + | 5 | 2 | 0 |
| | 681 | 22 | + | + | + | 12 | + | + | + | + | 5 | 1 | 0 |
| | 682 | 22 | + | + | + | 12 | + | + | + | + | 5 | 2 | 0 |

| r | P_k | $Q^{(1)}(\tau)$ | $P/r/02$ | $P/r/03$ | $P/r/05$ | $P/r/16$ | $P/r/23$ | $P/r/24$ | $P/r/34$ | $P/r/35$ | $P/r/36$ | $P/r/46$ | $P/r/56$ |
|----|-------|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 13 | 683 | 17 | + ∞ | + ∞ | + ∞ | 11 | + ∞ | + ∞ | + ∞ | + ∞ | 5 | + ∞ | 0 |
| | 684 | 17 | + ∞ | + ∞ | + ∞ | 12 | + ∞ | + ∞ | + ∞ | + ∞ | 5 | + ∞ | 0 |
| | 685 | 19 | + ∞ | + ∞ | + ∞ | ∞ | + ∞ | + ∞ | + ∞ | + ∞ | 5 | 1 | 0 |
| | 686 | 19 | + ∞ | + ∞ | + ∞ | ∞ | + ∞ | + ∞ | + ∞ | + ∞ | 5 | 2 | 0 |
| | 687 | 17 | + ∞ | + ∞ | + ∞ | ∞ | + ∞ | + ∞ | + ∞ | + ∞ | 5 | + ∞ | 0 |
| 14 | 688 | 22 | + ∞ | + ∞ | + ∞ | 12 | + ∞ | + ∞ | + ∞ | + ∞ | 6 | 2 | 1 |
| | 689 | 17 | + ∞ | + ∞ | + ∞ | 12 | + ∞ | + ∞ | + ∞ | + ∞ | 6 | + ∞ | 1 |
| | 690 | 19 | + ∞ | + ∞ | + ∞ | ∞ | + ∞ | + ∞ | + ∞ | + ∞ | 6 | 2 | 1 |
| | 691 | 14 | + ∞ | + ∞ | + ∞ | ∞ | + ∞ | + ∞ | + ∞ | + ∞ | 6 | + ∞ | 1 |
| 15 | 692 | | + ∞ | + ∞ | + ∞ | ∞ | + ∞ | + ∞ | + ∞ | + ∞ | + ∞ | + ∞ | ∞ |

ROZWIĄZANIE OPTYMALNE

TABLICA 3

| r | P_k | $Q(\tau)$ | P_{02} | P_{03} | P_{05} | P_{16} | P_{23} | P_{24} | P_{34} | P_{35} | P_{36} | P_{46} | P_{56} |
|----|-------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | q_{ij} | 6 | 5 | 7 | 3 | 10 | 15 | 2 | 4 | 2 | 5 | 12 |
| 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | |
| 1 | 8 | 21 | 1 | 1 | 1 | 1 | - | - | - | - | - | - | - |
| 2 | 35 | 21 | 2 | 2 | 2 | 2 | - | - | - | - | - | - | - |
| 3 | 84 | 21 | 3 | 3 | 3 | 3 | - | - | - | - | - | - | - |
| 4 | 145 | 21 | 4 | 4 | 4 | 4 | - | - | - | - | - | - | - |
| 5 | 205 | 20 | + | + | 5 | 5 | 0 | - | - | - | - | - | - |
| 6 | 325 | 20 | + | + | 6 | 6 | 1 | - | - | - | - | - | - |
| 7 | 414 | 20 | + | + | 7 | 7 | 2 | - | - | - | - | - | - |
| 8 | 459 | 18 | + | + | 8 | 8 | + | - | - | - | - | - | - |
| 9 | 523 | 26 | + | + | + | 9 | + | 0 | 1 | 0 | 1 | - | - |
| 10 | 595 | 24 | + | + | + | 10 | + | 1 | + | 2 | 2 | - | - |
| 11 | 659 | 24 | + | + | + | 11 | + | 2 | + | 3 | 3 | - | - |
| 12 | 676 | 14 | + | + | + | 12 | + | + | + | 4 | 4 | 0 | - |
| 13 | 685 | 19 | + | + | + | + | + | + | + | + | 5 | 1 | 0 |
| 14 | 690 | 19 | + | + | + | + | + | + | + | + | 6 | 2 | 1 |
| 15 | 692 | 0 | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + |

Rozwiązanie optymalne zawiera tablica nr 3, zestawiona dla stanów dominujących na podstawie tablicy nr 2. Graficzną postać rozwiązania optymalnego przedstawia rys. 4.

9. UWAGI KOŃCOWE

Przedstawione podejście do zagadnienia alokacji zasobów daje szereg niewątpliwych korzyści, wynikających z możliwości wyróżnienia równoległe szeregu wariantów rozwiązań suboptymalnych, uporządkowanych według wzrastających różnic między dolną i górną granicą intensywności angażowanych zasobów. Dysponowanie takimi zbiorami wariantów ma istotne znaczenie dla kierownictwa w procesie realizacji planu, stwarza bowiem przesłanki dla prognozy stopnia osiągnięcia zamierzonego celu przy założonej intensywności zużycia zasobów. Z drugiej strony, wyróżnianie stanów optymalnych i kolejnych suboptymalnych wariantów planu jest w istocie swej bardzo pracochłonne, a związane z tym zadania wyboru rozwiązania optymalnego mają charakter kombinatoryczny.

Wypada zauważyć, że ogólna liczba stanów dopuszczalnych i liczba możliwych przejść z jednego stanu do innych stanów, zależy nie tylko od stopnia złożoności sieci /planu przedsięwzięcia/ i ilości rodzajów zaangażowanych zasobów, lecz również od wielkości przyjętej jednostki czasu. W przypadkach rozpatrywania sieci składających się z kilkunastu czynności /przy stosunku ilości czynności do ilości zdarzeń od 1,4 do 1,6/ liczba stanów dopuszczalnych może wynosić od kilkunastu do kilkudziesięciu tysięcy, to-

też nawet zastosowanie EMC może okazać się mało ekonomiczne jeśli zastosować algorytm doprowadzający do uzyskania wyników ścisłych. W związku z tym, wydaje się, że stosunkowo bardziej opłacalną metodę obliczeń daje programowanie heurystyczne. W szczególności, może być korzystne stosowanie heurystycznych metod wyznaczania funkcjonalnych współzależności, a m.in. tzw. metody scalania, metody doboru /selekcji/ itp. przy wykorzystaniu łańcuchowej metody Monte Carlo lub metody optymalizacji sekwencji wykrywania operacji, [] , [] , [] , [] , [] .

Przewiduje się jednak, że zarówno zaproponowaną metodę jak i połączenie jej z wymienionymi metodami heurystycznymi można bardziej usprawnić w przypadkach rozwiązywania konkretnych zadań.

DODATEK

do rozdz. 7: "Kryteria wyznaczania stanu dominującego"

Uzasadnienie wprowadzonych kryteriów /29/, /30/, /31/ można wyrazić poprzez następujące

T w i e r d z e n i e. Niech w dendrycie stanów dopuszczalnych /kompleksu/ ścieżka optymalna przechodzi przez stan $P_2^{/r/}$, przy czym wiadomo, że stan $P_1^{/r/}$ dominuje nad stanem $P_2^{/r/}$; wtedy - stan $P_1^{/r/}$ znajduje się na ścieżce stanów optymalnych.

D o w ó d. Niech w chwili r stan $P_1^{/r/}$ dominuje nad stanem $P_2^{/r/}$, czyli:

$$P_1^{/r/} > P_2^{/r/},$$

natomiast w następnym kroku wyznaczania stanów kompleksu, tj. w przedziale $/r, r+1/$ wystąpi następujący zbiór stanów

$$\left\{ P_1^{/r+1/} \right\}, \left\{ P_2^{/r+1/} \right\}.$$

Wprowadźmy następujące twierdzenie pomocnicze, tj.

L e m a t: Jeśli stan $P_1^{o/r/}$ dominuje nad stanem $P_2^{/r/}$, czyli, stosując zapis:

$$P_1^{/r/} \succ P_2^{/r/},$$

to dla dowolnego stanu $P_2^{/r+1/}$ zawsze można wyznaczyć stan $P_1^{/r+1/}$, taki że

$$P_1^{/r+1/} \succ P_2^{/r+1/}$$

Dowód l e m a t u: Zagadnienie sprowadza się do wyznaczenia stanu $P_1^{/r+1/}$, który spełniając warunki /29/, /30/, /31/ zachowa dominację w stosunku do dowolnego stanu dopusz-

czalnego $P_2^{/r+1/}$. W tym celu wystarczy znaleźć stan

$(P_{ij}^{/r+1/})_1$ dla dowolnej czynności $c_{ij} \in C$.

Na podstawie zestawienia sześciu możliwych przypadków ustalania stanów kompleksu /por. rozdz. 3/ stan $(P_{ij}^{/r+1/})_1$ przyjmie wartość:

$$(P_{ij}^{/r+1/})_1 = \begin{cases} -\infty, & \text{jeśli } (P_{ij}^{/r+1/})_1 \text{ spełnia warunki /3/} \\ & \text{i /4/ w przypadku 1;} \\ 0, & \text{jeśli } (P_{ij}^{/r+1/})_1 \text{ spełnia warunki /6/,} \\ & \text{/7/ i /8/ w przypadku 2, lub warun-} \\ & \text{ki /9/, /11/ i /10/ w przypadku 3,} \\ & \text{jeśli } (P_{ij}^{/r+1/})_2 = 0; \\ 1, & \text{jeśli } (P_{ij}^{/r+1/})_1 = 1; \quad /32/ \\ (P_{ij}^{/r+1/})_1 + 1, & \text{jeśli } (P_{ij}^{/r+1/}) \text{ spełnia wa-} \\ & \text{runki /16/ i /17/ przypadku 5;} \\ + & \text{, jeśli } (P_{ij}^{/r+1/}) \text{ spełnia warunki /18/} \\ & \text{i /19/ przypadku 6.} \end{cases}$$

W związku z powyższym, gdyby ponadto uwzględnić warunki /29/, /30/ i /31/ można stwierdzić, że stan $(P_{ij}^{/r+1/})_1$ jest stanem dopuszczalnym, oraz można też łatwo uzasadnić, że jeśli podczas przechodzenia kompleksu od stanu $P_1^{/r/}$ do stanu $P_1^{/r+1/}$ nie wykonuje się żadnej czynności $c_{ij} \in C$, to nie wykonuje się też tej czynności przy przechodzeniu od stanu $P_2^{/r/}$ do stanu $P_2^{/r+1/}$.

Zrozumiałe jest również, że podczas przechodzenia od stanu $P_1^{/r/}$ do $P_1^{/r+1/}$ ilość $Q^{(l)}$ wykorzystywanych wszystkich rodzajów zasobów $l = 1, 2, \dots$, w przedziale czas

$/r, r+1/$ nie będzie większa niż przy przechodzeniu od stanu $P_2^{/r/}$ do $P_2^{/r+1/}$. Ponieważ przyjęto /w rozdz. 6/, że kryterium cząstkowe $f_r [Q^{(r)}]$ jest funkcją niemalejącą, to przy $P_1^{/r/} \rightarrow P_1^{/r+1/}$ jej wartość nie będzie mniejsza niż przy $P_2^{/r/} \rightarrow P_2^{/r+1/}$.

Jeśli więc uwzględnimy warunek /29/, określający dominację stanu P_1 nad stanem P_2 , czyli:

$$F(P_1^{/r/}) \leq F(P_2^{/r/})$$

to dowód powyższego lematu można uznać za wystarczający, gdyż

$$P_1^{/r+1/} \succ P_2^{/r+1/} .$$

Rozwijając z kolei dowód twierdzenia przyjmijmy, że ścieżka optymalna przechodzi w kolejnych chwilach czasu /od 0 do λ / przez stany P_2 , czyli

$$P_2^{/0/}, P_2^{/1/}, P_2^{/2/}, \dots, P_2^{/(\lambda-1)/}, P_2^{/(\lambda)/} \dots \quad /33/$$

Korzystając z zależności /31/ można przejść do sformułowania ciągu stanów P_1 w chwilach $/r+1/$, czyli

$$P_1^{/r/}, P_1^{/r+1/}, P_1^{/r+2/}, \dots, P_1^{/(\lambda)/}, \dots \quad /34/$$

a przy tym takie, aby dla dowolnej chwili v zachodziła zależność $P_1^{(v)} > P_2^{(v)}$. Zrozumiałe, że taki ciąg doprowadzi do stanu końcowego $P_1^{(\lambda)}$, tożsamego ze stanem $P_2^{(\lambda)}$, a stąd, $P_1^{(\lambda)} \succ P_2^{(\lambda)}$. Oznacza ono, że wartość kryterium zużycia zasobów w stanie $P_1^{(\lambda)}$ nie powinna osiągnąć wyższej wartości niż w stanie $P_2^{(\lambda)}$.

Ponieważ, zgodnie z założeniem, ciąg stanów /34/ jest optymalnym, stąd też istnieje ciąg stanów

$$P^{/0/}, P_1^{/1/}, P_1^{/2/}, \dots, P_1^{(\lambda-1)}, P^{(\lambda)},$$

który należy uznać jako optymalny, odpowiadający optymalnej ścieżce w dendrycie stanów dopuszczalnych.

4. HEURYSTYCZNA METODA OPTIMALIZACJI
SEKWENCJI WYKONYWANIA OPERACJI.

=====

Niech będzie n detali i m maszyn /obrabiarek/ do ich obróbki.
Dla każdego detalu ustalono porządek obróbki na wszystkich
maszynach, przy czym jest on jednakowy dla wszystkich detali.
Znane są: - czasy obróbki każdego detalu na wszystkich maszynach.

Zagadnienie: - Znaleźć dla wszystkich maszyn taką kolejność
obróbki detali, aby ogólny czas, niezbędny do
wykonania wszystkich prac był najkrótszy.

n - liczba detali /ponumerowanych/,
 m - liczba maszyn.

Założenia: wszystkie technologiczne marszruty mają jednakową
długość m

Dana jest Q - macierz zbioru marszrut wszystkich detali /j.t.
macierz prostokątna w której występuje n -
jednakowych wierszy/.

Zapis macierzy /w postaci wektora wierszowego/

$$Q = \parallel q_1, q_2, \dots, q_m \parallel ,$$

gdzie q_i ($i = 1, 2, \dots, m$) jest numerem maszyny na której w i -tej
kolejności obrabia się każdy detal.

Oznaczmy przez P - macierz określająca zbiór wszystkich planów
dla każdej maszyny
/czyli sekwencja detali obrabianych na każdej
maszynie/

W rozpatrywanym zadaniu macierz P jest prostokątna o
 m jednakowych wierszach,

czyli : $P = \parallel p_1, p_2, \dots, p_n \parallel$

gdzie p_j ($j = 1, 2, \dots, n$) numer detalu obrabianego na każdej
maszynie w j -tej kolejności.

r_{qp} ($q = 1, 2, \dots, m$) - czas obróbki detalu p na
($p = 1, 2, \dots, n$) maszynie q

- Każdej technologicznej marszucie odpowiada sekwencja

$\{r_{qp}\}$ oraz

macierz $R = \|r_{qp}\|$ odpowiada macierzy Q

t_{mn} - czas niezbędny do wykonania wszystkich prac /czyli
czas realizacji planu P /

- t_{mn} jest funkcją względem P, Q, R przy czym Q i R
są parametrami oraz P jest argumentem:

$$t_{mn} = f /P, Q, R/.$$

Zatem, zagadnienie sprowadza się do wyznaczenia wektora P , dla
którego funkcja

$$t_{mn} = f(P, Q, R) = \min$$

przy zadanej macierzy R i zadany wektorze Q .

Najbardziej rozpowszechnione metody rozwiązywania zadań optymaliza-
cji sekwencji wykonanie operacji - por. [1]

Metody proponowane w pracy [1] pozwalają uzyskać właściwe
algorytmy, lecz wadą ich /przy rozwiązywaniu zadań praktycznych
zwłaszcza w dużych wymiarach/ jest mała efektywność.

Ostatnio coraz częściej stosuje się metody heurystyczne pozwalają-
ce uzyskać szybko wyniki bliskie optymalnym.

M. in często stosuje się metody sortowania /porządkowania/ infor-
macji liczbowej [2 - 3] do rozwiązywania zadań dotyczących
optymalnej sekwencji wykonywania operacji.

Proponowany niżej algorytm dotyczy tej grupy metod, które są
oparte na wykorzystaniu zależności między optymalizacją sekwencji
operacji i sortowaniem informacji.

A L G O R Y T M

Niech będzie wybrana pewna sekwencja obróbki detali (plan P) ogólna dla wszystkich maszyn.

Wtedy chwila t_{ij} zakończenia obróbki na i -tej maszynie detali obrabianych w j -tej kolejności wyznaczy zależność rekurencyjną:

$$t_{ij} = \max \{ t_{i-1,j} ; t_{i,j-1} \} + \tau_{ij} \quad (1)$$

$$(i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n; t_{0j} = t_{0i} = 0),$$

gdzie τ_{ij} - czas obróbki na i -tej maszynie detali obrabianych w j -tej kolejności.

Ogólny czas obróbki wszystkich detali,

czyli f. celu: $t_{mn} = \max \{ t_{m-1,n} ; t_{m,n-1} \} + \tau_{mn} \quad (2)$

Funkcja celu (2) jest określona na zbiorze kombinacji $\{P\}$, składającym się z $n!$ elementów, którymi są różne sekwencje dochodzenia detali do maszyn.

Na zbiorze kombinacji $\{P\}$ wprowadzimy z kolei zbiór operatorów

$$f_1^1, f_2^1, \dots, f_n^1; f_1^2, f_2^2, \dots, f_n^2, \dots, f_1^n, f_2^n, \dots, f_n^n.$$

Operator f_i^j ($i, j = 1, 2, \dots, n$) realizuje w dowolnej kombinacji transpozycje elementów p_i i p_j .

Krokiem poszukiwania rozwiązania będziemy nazywali jedną

transpozycje elementów dowolnego planu przy pomocy operatora f_i^j z sekwencyjnym określeniem funkcji celu

$$t_{mn}.$$

Niech $P_1^1 = \| p_1, p_2, \dots, p_n \|$ będzie dowolną kombinacją wyjściową.

Zastosowanie operatora f_i^1 ($i = 1, 2, \dots, n$) do P_1^1

doprowadza do transpozycji elementów p_1 i p_i w P_1^1 :

$$P_1^1 = f_i^1 (P_1^1) = \| p_i, p_2, p_3, \dots, p_{i-1}, p_1, p_{i+1}, \dots, p_n \|$$

Dostosowując kolejno operatory $f_1^1, f_2^1, \dots, f_n^1$ do P_1^1 i obliczając dla każdej z optymalnych n kombinacji wartość funkcji celu

$t_{mn} (P_i^1)$, można wyznaczyć:

$$t_{mn} (P_{i_1}^1) = \min_i t_{mn} (P_i^1),$$

gdzie i_1 - jest numerem kroku, prowadzącego do kombinacji o najmniejszej wartości funkcji celu ze zbioru kombinacji $\{P_i^1\}$.

Kombinację $P_{i_1}^1 = P_1^2$ przyjmuje się za wyjściową do drugiej iteracji; w przypadku otrzymania kilku kombinacji, z których każdej odpowiada $\min t_{mn} (P_i^1)$, jako wyjściową przyjmuje się ostatnią z nich.

Kolejne dostosowywanie operatorów $f_1^2, f_2^2, \dots, f_n^2$ do wektora P_1^2 , transponujących elementy p_2^1 i p_i ($i=1,2,\dots,n$), doprowadza do sekwencji $P_1^2, P_2^2, \dots, P_n^2$, a posiadając je można znaleźć

$$t_{mn} (P_{i_2}^2) = \min_i t (P_i^2),$$

gdzie i_2 jest numerem kroku w drugiej iteracji, doprowadzającego do kombinacji przyjmowanej za wyjściową do trzeciej iteracji.

Powyższą procedurę prowadzi się aż do spełnienia warunku

$$P_{k_d}^d = P_k^{d+\beta}, \quad (3)$$

gdzie k_d jest numerem kroku w d -ej iteracji, któremu odpowiada kombinacja $P_{k_d}^d$, powtarzająca się w $(d+\beta)$ -ej iteracji na k_d -tym kroku.

W przypadku, gdy wystąpi

$$t_{mn} (P_{k_d}^d) = \min_{\{P\}} t_{mn}, \quad (4)$$

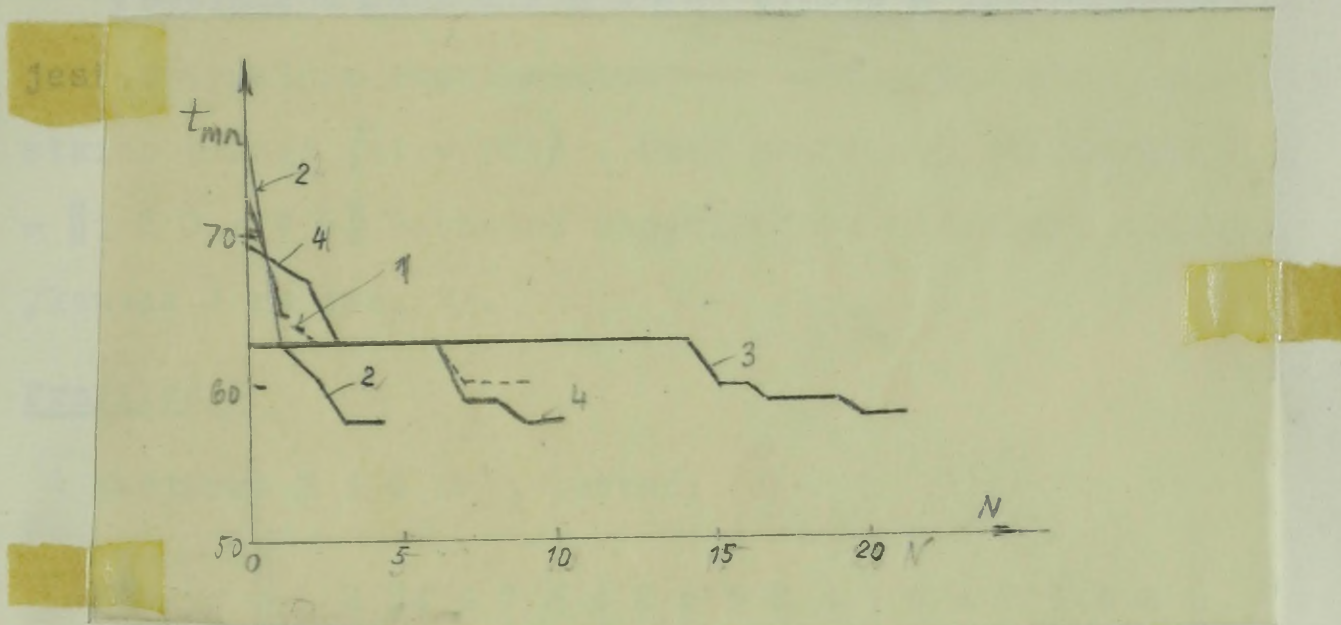
to oznacza ścisłe rozwiązanie zadania /otrzymano plan optymalny/. Niespełnienie warunku (4) przy spełnieniu warunku (3) odpowiada /oznacza, że nastąpiło zapętlenie/ zapętlению przy trafianiu w "lokalne minimum" tj. otrzymano taką kombinację, dla której sekwencyjne /kolejne/ zastosowanie n^2 operatorów $f_1^1, f_2^1, \dots, f_n^1$ nie prowadzi do poprawienia planu.

Ponieważ wartość $\min_{\{P\}} t_{mn}$ nie jest związana i nie zapewnia się spełnienia (4), celowym jest stosować algorytm do kilku kombinacji wyjściowych. Zaprzestanie obliczeń dla spełnienia warunku (3)

np. przez ustaloną liczbę skoków M , daje możliwość otrzymania planów bliskich optymalnym.

Rozwiązanie na EMC zadań optymalizacji sekwencji wykonania operacji.

Własności powyższego algorytmu zilustrowano na przykładach.



rys. 1

Przykład 1 Macierze R i Q mają postać.

$$R = \begin{pmatrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 8 & 3 & 5 & 6 & 3 & 7 \\ 2 & 4 & 7 & 3 & 2 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 8 & 8 & 7 & 4 & 2 \\ 4 & 9 & 3 & 8 & 8 & 4 & 4 \\ 5 & 9 & 2 & 9 & 2 & 8 & 7 \\ 6 & 2 & 6 & 7 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad Q = \parallel 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \parallel .$$

Na rys.1 pokazano wykresy otrzymane z czterech kombinacji wyjściowych /na osi odciętych odłożono liczbę iteracji N /.

Zbieżność procesu silnie zależy od warunków początkowych zadania. Kombinacje początkowe i końcowe oraz odpowiadające im czasy zakończenia wszystkich prac zawiera tablica :

| Nr | P_1^1 | $t_{66}(P_1^1)$ | $P_{K_d}^d$ | $t_{66}(P_{K_d}^d)$ |
|----|-------------|-----------------|-------------|---------------------|
| 1 | 1 2 3 4 5 6 | 72 | 5 3 1 4 2 6 | 60 |
| 2 | 2 4 3 5 6 1 | 76 | 5 3 1 2 6 4 | 58 |
| 3 | 5 1 3 2 4 6 | 63 | 5 3 1 2 6 4 | 58 |
| 4 | 5 1 4 6 3 2 | 70 | 5 3 1 2 6 4 | 58 |

Kombinacje || 5 3 1 2 6 4 || otrzymana w trzech przypadkach, jest optymalnym rozwiązaniem, co potwierdza pełny przegląd wszystkich planów ($n! = 720$). Przy kombinacji wyjściowej $P_1^1 = || 1 2 3 4 5 6 ||$ zachodzi zapętlenie w "lokalnym minimum" /łamana 1 na rys. 1/.

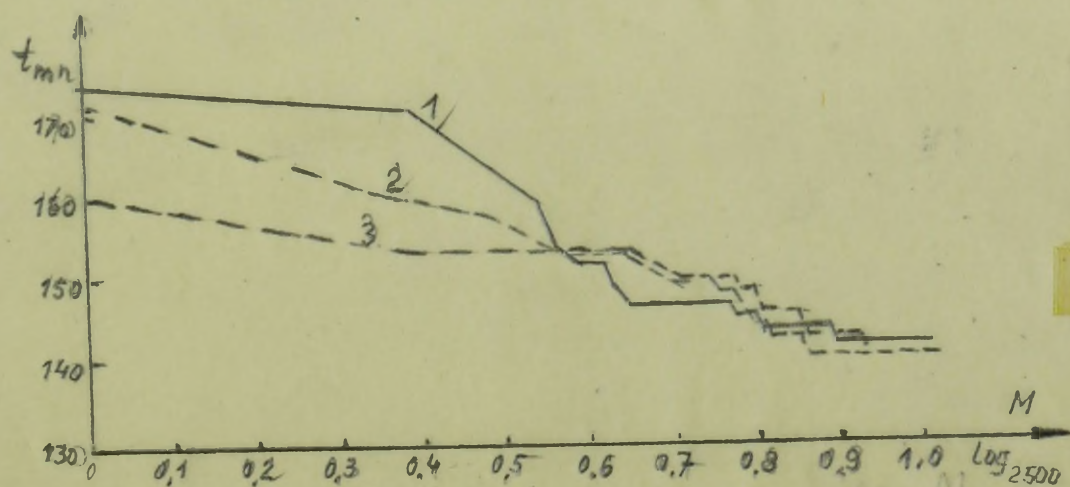
Przykład 2

Macierze R i Q mają postać:

R =

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 54 | 4 | 7 | 8 | 4 | 2 | 6 | 5 | 2 | 4 | 1 | 6 | 4 | 7 | 5 | 8 | 4 |
| 1 | 5 | 61 | 4 | 6 | 5 | 2 | 7 | 5 | 4 | 4 | 0 | 2 | 4 | 5 | 3 | 2 | 6 | 5 |
| 1 | 4 | 85 | 2 | 2 | 8 | 5 | 4 | 1 | 7 | 9 | 1 | 5 | 5 | 3 | 1 | 4 | 8 | 3 |
| 4 | 3 | 46 | 7 | 5 | 7 | 8 | 2 | 9 | 3 | 2 | 2 | 7 | 1 | 1 | 4 | 1 | 5 | 5 |
| 3 | 1 | 45 | 3 | 4 | 9 | 9 | 5 | 4 | 9 | 4 | 2 | 8 | 2 | 8 | 7 | 2 | 7 | 7 |
| 5 | 9 | 27 | 6 | 1 | 5 | 9 | 4 | 4 | 1 | 5 | 3 | 6 | 4 | 7 | 0 | 7 | 4 | 9 |
| 5 | 5 | 59 | 5 | 4 | 3 | 4 | 5 | 7 | 4 | 2 | 1 | 2 | 5 | 0 | 4 | 5 | 2 | 2 |
| 7 | 4 | 62 | 2 | 7 | 5 | 7 | 8 | 6 | 7 | 1 | 4 | 1 | 6 | 1 | 1 | 3 | 5 | 4 |
| 6 | 7 | 76 | 4 | 5 | 1 | 5 | 4 | 5 | 3 | 4 | 2 | 4 | 2 | 4 | 5 | 2 | 9 | 5 |
| 4 | 0 | 52 | 1 | 5 | 5 | 8 | 3 | 1 | 2 | 2 | 8 | 8 | 9 | 6 | 6 | 3 | 5 | 8 |

$Q = || 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ||$.



Rys. 2.

Na rys. 2 przedstawiono wykresy zbieżności rozwiązania dla różnych kombinacji początkowych /na osi odciętych odłożono logarytm przy podstawie 2500 numeru kroku M/. Wykres 1 odpowiada kombinacji początkowej.

$$P_1^1 = \parallel 1, 2, 3, \dots, 19, 20 \parallel, t_{10,20} = 173$$

i kombinacji końcowej

$$P_1^{125} = \parallel 1 \ 14 \ 4 \ 20 \ 9 \ 8 \ 12 \ 6 \ 13 \ 5 \ 19 \ 16 \\ 15 \ 7 \ 3 \ 10 \ 11 \ 18 \ 17 \ 2 \parallel, t = 141.$$

Wykresy 2 i 3 otrzymane przy kombinacjach początkowych

$$P_1^1 = \parallel 3 \ 12 \ 19 \ 4 \ 20 \ 8 \ 10 \ 9 \ 18 \ 17 \ 14 \ 6 \ 2 \ 5 \ 11 \ 13 \\ 15 \ 1 \ 16 \ 7 \parallel, t_{10,20} = 171$$

$$P_1^1 = \parallel 12 \ 9 \ 1 \ 2 \ 20 \ 13 \ 17 \ 10 \ 5 \ 18 \ 8 \ 14 \ 6 \ 16 \ 7 \ 11 \\ 3 \ 15 \ 4 \ 19 \parallel, t_{10,20} = 160,$$

wybrano losowo ze zbioru $\{P\}$.

Kombinacje końcowe odpowiadające wykresom 2 i 3 oraz czasy zakończenia wszystkich prac zapisuje się w postaci

$$P_1^{125} = \parallel 1 \ 14 \ 2 \ 13 \ 20 \ 17 \ 9 \ 15 \ 4 \ 8 \ 19 \ 3 \ 16 \ 6 \ 10 \\ 7 \ 5 \ 12 \ 11 \ 18 \parallel, t_{10,20} = 140,$$

$$P_1^{125} = \parallel 1 \ 14 \ 9 \ 18 \ 8 \ 15 \ 12 \ 20 \ 19 \ 17 \ 13 \ 3 \ 6 \ 2 \ 4 \ 16 \\ 10 \ 7 \ 11 \ 5 \parallel, t_{10,20} = 139.$$

5. OCENA EFEKTYWNOŚCI PRZEPLYWU INFORMACJI

0 . W P R O W A D Z E N I E

Poszukiwanie metod oceny efektywności przepływu informacji w sieciach łączności oraz optymalizacji struktur sieci oddawna absorbuje wysiłek wielu pracujących w różnych dziedzinach : teorii informacji (m.in. teorii przesyłania i odbioru sygnałów wraz z teorią kodów), teorii Wielkich Systemów, teorii niezawodności, teorii układów automatycznej regulacji itp. Dotychczasowy stan badań w tych dziedzinach oraz kierunki i zakres ich dalszego rozwoju charakteryzuje praca zbiorowa [7] , zainspirowana przez Ak Nauk ZSRR , a dotycząca cybernetyki technicznej oraz problemów sterowania i informacji. Wydaje się nie ulegać wątpliwości, że badania w zakresie oceny efektywności sieci łączności oraz związane z nimi metody optymalizacji struktury sieci, mimo niewątpliwych osiągnięć, znajdują się właściwie dopiero na początku drogi tworzenia optymalnych Wielkich Systemów Łączności . System łączności Sił Zbrojnych jest również Wielkim Systemem, a jednocześnie podsystemem Wielkiego Systemu Łączności Kraju, to też nie jest obojętne jaką stosuje się metodologię zarówno dla badań efektywności istniejących wojskowych systemów łączności wszelkich rodzajów i na wszelkich szczeblach jak również dla tworzenia metod syntezy sieci optymalnych.

Jeśli przyjąć, że pojęcie efektywności sprowadzimy do stosunku uzyskanych lub postulowanych wyników do nakładów wydatkowanych lub przewidywanych dla ich osiągnięcia, wtedy wskaźniki efektywności sieci należy formułować na dwóch płaszczyznach:

- 1 . funkcjonalnego przeznaczenia sieci łączności, jako systemu obiegu informacji (łącznie z nadawaniem i odbiorem) przy najmniejszych jej stratach, w warunkach wykorzystania maksymalnej przepustowości kanałów, przy przyjętych wskaźnikach niezawodności urządzeń ;
- 2 . eksploatacyjnej opłacalności sieci, uwzględniającej : koszt jednostki informacji dostarczonej adresatowi we właściwym czasie, stan nakładów wydatkowanych dla stworzenia sieci o określonych parametrach, nakłady bieżące na

eksploatację przy założonej intensywności przepływu informacji i przewidywanych awariach w węzłach i kanałach łączności.

Stąd, wydaje się niezgędne, aby dla każdego z obu powyższych ujęć sformułować właściwe kryterium efektywności sieci i w końcowym etapie syntezy dokonać porównań wyników, uzyskanych przy zastosowaniu każdego z nich, w celu ustalenia rozwiązania optymalnego. Taką właśnie drogę postępowania przyjęto w niniejszej pracy.

Nie ulega wątpliwości, że sieć obiegu informacji jest pochodną struktury organizacyjnej każdego układu działającego, przy czym spełnia w nim jedno z najważniejszych, jeśli nie najważniejsze zadanie. Dość często bywa, że efektywność układu działającego, zwłaszcza przeznaczonego do wykonywania zadań bojowych, zależy od stopnia elastyczności struktury sieci łączności, tj. możliwości dostosowywanie jej do wahań, zachodzących w części zasileniowej układu, w warunkach zmieniających się celów i zadań (prognozowanych lub przypadkowych). Stąd też, w miarę wzrostu tempa dynamiki walki, problem programowanego sterowania elastycznością struktury sieci łączności nabiera szczególnego znaczenia.

Prace nad formułowaniem metod oceny elastyczności sieci można podejmować w jednym z dwóch kierunków :

- analizy, gdy poddaje się badaniom konkretne układy, np. w celu ich poprawienia ;
- syntezy, gdy badania dotyczą układów abstrakcyjnych, a uogólnienia i wnioski służą do projektowania zupełnie nowych układów o konkretnym przeznaczeniu.

W zadaniach analizy układów występują często niepokonalne trudności o charakterze metodologicznym, głównie z powodu niemożliwości wielokrotnego weryfikowania wyników czastkowych (np. metodą symulacji procesów), uzyskiwanych bieżąco dla każdego z badanych podukładów oraz wielokrotnego weryfikowania układu jako całości. Stąd też, zazwyczaj, zadania analizy ogranicza się do badania układów o stosunkowo prostej strukturze liniowej o parametrach zdeterminowanych, a ponadto w wielu przypadkach korzysta się z zależności otrzymanych na drodze syntezy układów o podobnej strukturze i przeznaczeniu.

W niniejszym opracowaniu przyjęto metodę syntezy, jako bardziej skuteczną dla przeniesienia uogólnień na układy konkretne.

Wysuwamy trzy zagadnienia :

1. sformułowanie podstawowych zależności określających efektywność układu ;
2. rozwiązanie zadania syntezy optymalnej efektywności względnej układu oraz
3. sformułowanie algorytmu dla tworzenia struktur optymalnych.

Rozważania dotyczą sieci w zasadzie o charakterze jednorodnym, tzn. w których występują kanały łączności jednego rodzaju, a ponadto układ łączności rozpatruje się, dla przyjętego okresu czasu, statycznie. Takie ujęcie zagadnienia dyktuje stan aktualnej wiedzy o możliwościach optymalizacji struktur ([7] - por. rozdz.: „Strukturnyj sintez sistem swjazi”, a ponadto [3], [8]) .

W pracy starano się uzyskać możliwie prostą i użyteczną dla praktyki projektowania i eksploatacji sieci metodę optymalizacji struktury zarówno od strony funkcjonalnej jak i eksploatacyjnej. Ponadto dążono, aby metoda była na tyle elastyczna, by mogła stanowić wkład do dalszych rozwinięć w kierunku optymalizacji sieci różnorodnych z elementami dynamiki w procesie sterowania ich eksploatacją.

0.1. OZNACZENIA

- $n+1$ ilość węzłów w sieci ;
- $j \neq i=0,1,\dots,n+1$ numer dowolnego węzła w sieci ;
- w minimalna ilość kanałów wychodzących z jednego
 $w=1,2,\dots,z$ węzła ;
- S_i średnie straty informacji powstałe przy przechodze-
niu sygnału przez i -ty węzeł ; waga i -tego węzła ;
- L_i odległość (trasa) węzła i od węzła 0 ;
- L_j odległość (trasa) węzła j od węzła 0 ;
- h punkt przecięcia się trasy L_i z trasą L_j ;
- 0 numer węzła głównego ;
- $K(t, t+\Delta t)$ wielkość średnia strat informacji w całym układzie
w okresie $(t, t+\Delta t)$;
- $P_n(k_1, \dots, k_r)$ prawdopodobieństwo zdarzenia, że spośród n węzłów
węzły o numerach (k_1, \dots, k_r) zostały w okresie
 $(t, t+\Delta t)$ odcięte od węzła 0 ;
- p_{kl} prawdopodobieństwo tego, że w okresie $(t, t+\Delta t)$ ka-
nał między węzłami k i l jest uszkodzony ;
- λ intensywność uszkodzeń danego urządzenia ;
- τ średni czas usuwania uszkodzenia ;
- ρ_{kl} prawdopodobieństwo, że w momencie t kanał (k, l)
znajduje się w stanie uszkodzonym ;
- \hat{P}_n prawdopodobieństwo zdarzenia, że n węzłów zostało
odciętych od węzła 0 ;
- ψ_j funkcja stanu układu przy odcięciu j -tego węzła od
węzła 0 ;
- $K(t)$ intensywność chwilowa strat informacji ;
- Q_i prawdopodobieństwo awarii kanałów łączących węzeł
 i z węzłem 0 ;
- Q_{js} prawdopodobieństwo tego, że s -ty węzeł na j -tym
kierunku został odcięty od punktu 0 ;

- σ_i łączne straty informacji z powodu awarii i-tego węzła;
- μ_i intensywności chwilowe ciągów sygnałów nadawanych przez i-ty węzeł ;
- $\Gamma(t)$ intensywność chwilowa potoku sygnałów straconych w całym układzie ;
- z ilość sygnałów straconych w czasie $(t, t + \Delta t)$;
- $\Gamma(u)$ intensywność chwilowa potoku sygnałów straconych na u kierunkach (zbiegających się w węzle 0) ;
- $V_z(t, \Delta t)$ prawdopodobieństwo straty sygnałów dokładnie w ilości z w czasie $(t, t + \Delta t)$;
- c_j ilość węzłów na j-tym kierunku ;
- c_n średnia ilość węzłów odciętych od węzła 0 ;
- \hat{n} ilość węzłów w konkretnej sieci ;
- ε dokładność względna ;
- r_k wybrana odległość węzła pustego k od węzła 0 ;
- α_{kj} odległość węzła pustego k od węzła 0 przez węzeł j znajdującego się w zbiorze ustalonym ;
- β_{kj} najkrótsza odległość węzła pustego k od węzła j (najbliższego względem k) i znajdującego się w podzbiorze ustalonym ;
- ζ_j - koszt przepływu sygnałów w czasie $(t, t + \Delta t)$ przez węzeł j ;
- N - liczba obiektów struktury układu (węzeł lub kanał) ;
- $l=1,2,\dots,N$ - dowolny numer obiektu ;
- w_l - ilość urządzeń technicznych znajdujących się w l -tym obiekcie ;
- $v=1,\dots,w$ - dowolny numer urządzenia technicznego ;
- φ_v - funkcja stanu l -tego obiektu, gdy v -te urządzenie dozna awarii ;
- S_v - średnie straty informacji powstałe z powodu awarii v -tego urządzenia ;

- ζ_1 - koszt jednostkowy eksploatacji urządzeń obiektu 1 ;
- G - ogólny koszt eksploatacji całego układu w czasie $(t, t + \Delta t)$;
- ρ_1 - prawdopodobieństwo awarii elementu 1 w czasie $(t, t + \Delta t)$;
- \tilde{K} - średnie straty informacji odpowiadające rozkładowi zadanemu (lub optymalnemu) ;

1. WARUNKI ELASTYCZNOŚCI UKŁADU

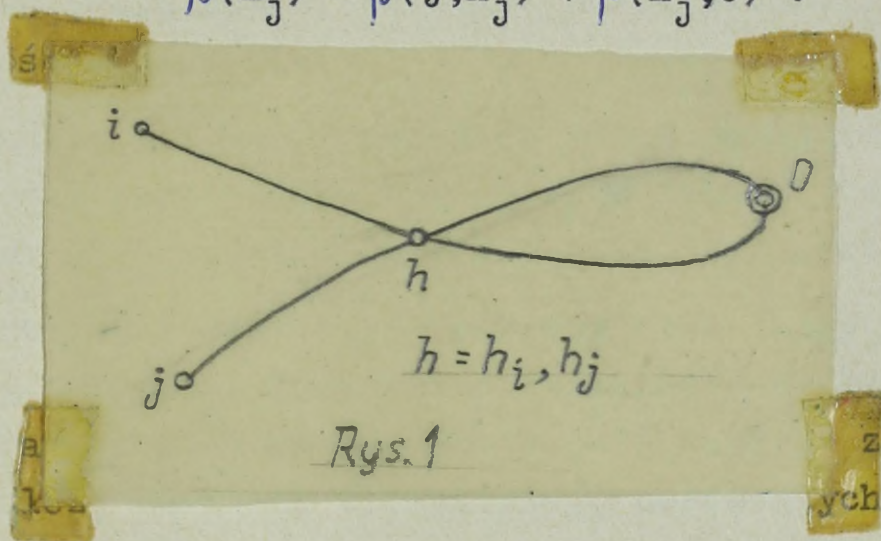
1.1. ZAŁOŻENIA PODSTAWOWE

- 1.1.1. Model sieci tworzy graf pełny lub niepełny, przy czym każdy z nich jest grafem zamkniętym.
- 1.1.2. Każdy węzeł spełnia rolę nadawcy informacji wyposażonego w urządzenia do przekształcenia informacji w sygnał.
- 1.1.3. Każdy węzeł spełnia rolę odbiorcy informacji wyposażonego w urządzenia techniczne do przekształcenia sygnału w informację.
- 1.1.4. Każdy łuk jest kanałem teletransmisyjnym dwukierunkowym składającym się z w linii ($w=1,2,\dots,z$) przesyłania sygnałów. Kanał teletransmisyjny, dalej nazywany kanałem, tworzy zbiór sygnałów o charakterze dyskretnym, podlegających zakłóceniom.
- 1.1.5. Zespół łuków i węzłów (1.1.1.) (1.1.4.) grafu tworzy strukturę sieci.
- 1.1.6. Informacja przesyłana z węzła - nadawcy (1.1.2.) dociera tylko do jednego określonego węzła - odbiorcy (1.1.3.) .
- 1.1.7. Przesłanie informacji z dowolnego węzła - nadawcy do dowolnego węzła - odbiorcy może odbywać się wzdłuż dowolnej trasy, z tym jednak, aby przez każdy pośredni węzeł tej trasy sygnał przechodził skończoną ilość razy.
- 1.1.8. Przechodzenie informacji przez każdy węzeł pośredni do węzła O wywołuje straty informacji (S), których ilość jest wprost proporcjonalna do czasu przebiegu wszystkich sygnałów tej informacji przez dany węzeł pośredni.

1.1.9. Jeśli z dwóch dowolnych węzłów i oraz j , nie tworzących prostej z trzecim węzłem 0 , poprowadzić do węzła 0 najkrótsze trasy L_i oraz L_j i trasy te przetną się w punkcie h , to odcinki obu tras łączących punkt h z punktem 0 nazywamy cyklem grafu, krócej - cyklem: $(h_i, 0; h_j, 0)$ (rys.1):

$$\beta(L_i) = \beta(i, h_i) + \beta(h_i, 0),$$

$$\beta(L_j) = \beta(j, h_j) + \beta(h_j, 0).$$



1.1.10. Węzeł nie powiązany łukami z innymi węzłami danej sieci będziemy nazywali węzłem pustym^{x/}

1.1.11. Podzbiorem ustalonym węzłów będziemy nazywali podzbiór spełniający dwa warunki: 1. w podzbiorze występuje węzeł 0 (węzeł główny); 2. wszystkie węzły są połączone bezpośrednio tworząc strukturę bez cykli (1.1.9.).

1.1.12. Odległością węzła pustego od podzbioru ustalonego węzłów będziemy nazywali najkrótszą spośród odległości od węzła pustego do każdego z węzłów tego podzbioru.

1.1.13. Każdy węzeł i kanał może posiadać właściwy sobie stopień ważności, wynikający z założeń organizacyjnych i zadań danego układu działającego

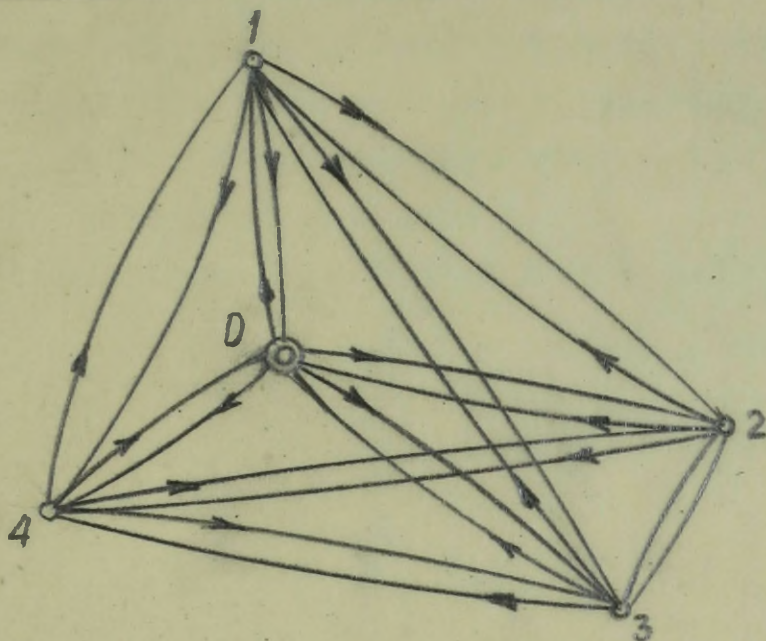
^{x/} P.K.Prim [3] stosuje termin "punkt izolowany", jednak w świetle teorii grafów proponujemy naszym zdaniem bardziej odpowiadający treści grafu pustego - "węzeł pusty".

- 1.1.14. Z każdego węzła mogą być przesyłane informacje o różnych stopniach ważności. Ilość stopni ważności jest skończona.
- 1.1.15. Ilość informacji i terminy ich przesyłania są zmiennymi losowymi o znanych choć w przybliżeniu rozkładach prawdopodobieństw.
- 1.1.16. Znajdujące się w węzłach aparatury do przekształcania informacji w sygnały i sygnałów w informacje posiadają różne, właściwe sobie parametry niezawodności działania.
- 1.1.17. Kanały (1.1.4.) posiadają różne parametry niezawodności przesyłania sygnałów, odpowiadające właściwym im odpornościom na zakłócenia lub uszkodzenia.
- 1.1.18. Przypadki uszkodzeń aparatur oraz czasy ich napraw są zmiennymi losowymi o rozkładzie wykładniczym prawdopodobieństw. Uszkodzenie każdego z nich nie zależy od stanu technicznego pozostałych.
- 1.1.19. Jako kryterium efektywności działania układu przyjmuje się :
- 1.1.19.1. Średnie straty informacji (1.1.7.) poniesione w toku eksploatacji układu w ciągu określonej jednostki czasu
- 1.1.19.2. Prawdopodobieństwo wzrostu strat informacji w ciągu najbliższego okresu ponad przyjętą normę.

1.2. S F O R M U Ł O W A N I E P R O B L E M U

Wysunięte we wprowadzeniu (rozd. 0) pierwsze zagadnienie, dotyczące sformułowania podstawowych zależności określających efektywność układu, rozpatrzmy na przykładzie modelu sieci (1.1.1.); dla której przyjmiemy (w celu początkowego uproszczenia rozważań), że każdy węzeł układu jest bezwzględnie niezawodny, natomiast mogą wystąpić przypadki wyłączenia jednego, dowolnego łuku (kanału łączności). Łatwo stwierdzić, że w warunkach rozpatrywania struktury sieci opartej na grafie pełnym (1.1.1.), to ostatnie założenie nie pozbawia żąd-

nego węzła łączności z pozostałymi. Na rys. 2 przedstawiono skrajnie uproszczony model sieci (graf), składający się z 5 węzłów i $5(5-1)=20$ łuków.



Rys. 2

Niech z dowolnego węzła (np. $i=2$) będzie przekazywana informacja do węzła 0. Wtedy, oprócz połączenia bezpośredniego $(2,0)$, istnieje jeszcze 12 możliwych tras^{x/} przesłania tej informacji, a mianowicie :

$$\begin{aligned} & (2,3,0), (2,4,0), (2,1,0), \\ & (2,3,4,0), (2,4,1,0), (2,4,3,0), (2,1,4,0), \\ & (2,3,4,1,0), (2,1,3,4,0), (2,4,3,1,0), \\ & (2,1,4,3,0), (2,4,1,3,0). \end{aligned}$$

Srednie straty informacji, poniesione przy przejściu sygnałów przez j -ty węzeł pośredni (1.1.7) w czasie $(t, t+\Delta t)$, oznaczmy symbolem $S_j(t)\Delta t$ ($j=0,1,\dots,n+1$).

Zamierzamy wyznaczyć wielkość średnią strat informacji poniesionych w całym układzie w okresie $(t, t+\Delta t)$, czyli $K(t, t+\Delta t)$ oraz średnią wielkość strat informacji przypadającą na jednostkę czasu, tj. $K(t)$.

^{x/}Oczywista, przy założeniu dodatkowym, że informacja będzie przechodziła przez każdy węzeł pośredni tylko 1 raz. Ogólny wzór na ilość możliwych kombinacji będzie

$$\frac{n!}{2} + 1.$$

Przyjmijmy, że w okresie $(t, t+\Delta t)$ powstały awarie w pewnych kanałach łączności (np. uszkodzenia linii telefonicznych) w wyniku czego, szereg węzłów o numerach k_1, \dots, \dots, k_r ($k_1 < k_2 < \dots < k_r$) zostało odciętych od węzła 0 (który będziemy traktowali jako główny w tym układzie). Prawdopodobieństwo wystąpienia tego zdarzenia oznaczmy symbolem $P_n(k_1, \dots, k_r)$. Węzeł 0 posiada więc w tym okresie połączenie tylko z pozostałymi węzłami.

Zatem, wielkość średnich strat informacji wyniesie :

$$K(t, t+\Delta t) = \sum_{r=1}^n \sum_{k_1, k_2, \dots, k_r=1}^n P_n(k_1, \dots, k_r) \sum_{j=1}^r S_{kj}(t) \Delta t, \quad \dots \quad (1.1)$$

$$(k_1 < k_2 < \dots < k_r) .$$

Ponieważ między węzłami k_1, \dots, k_r oraz między nimi i pozostałymi szereg kanałów jest uszkodzonych, oznaczmy symbolem p_{kl} prawdopodobieństwo brak łączności w okresie $(t, t+\Delta t)$ między k -tym i l -tym węzłem. Stąd, $r=1, 2, \dots, n$ oraz l_i łącznie obejmują wszystkie pozostałe numery węzłów $k_{r+1}, k_{r+2}, \dots, k_n$ ($l_1 < l_2 < \dots < l_m$). Prawdopodobieństwo odcięcia węzłów k_1, \dots, k_r od węzła 0 można wyrazić w postaci następującej zależności rekurencyjnej :

$$P_n(k_1, \dots, k_r) = 1 - \left[\sum_{m=1}^{n-r} \sum_{l_1, \dots, l_m} P_{n-r}(l_1, \dots, l_m) \right] \times$$

$$\times \left[\prod_{i=1}^r \prod_{s=r+1}^{n+1} p_{k_s l_j} \right] \quad \dots \quad (1.2.)$$

Można przyjąć, że intensywność awarii λ w kanałach występuje jako proces jednorodny, a czasy ich usuwania τ podlegają rozkładowi wykładniczemu, to zgodnie z teorią masowej obsługi [1], [2], [9], pracę układu scharakteryzuje wyrażenie :

$$1 - p(t, t+\Delta t) = (1 - \lambda\tau)(1 - \lambda\Delta t) \quad \dots \quad (1.3.)$$

Ponadto, można wyznaczyć prawdopodobieństwo, że w momencie t kanał (k, l) znajduje się w stanie awarii, czyli :

$$\rho_{kl} = \lambda_{kl} \cdot \tau_{kl} \cdot \dots \cdot \dots \quad (1.4)$$

Jeśli z kolei prawdopodobieństwo p_{kl} zastąpimy przez ρ_{kl} , tym samym prawdopodobieństwo P_n zmienimy na \hat{P}_n .

Podstawiając wyrażenie (1.3) do (1.2) a następnie do (1.1) oraz uwzględniając (1.4), dla wielkości :

$$K(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{K(t, t + \Delta t)}{\Delta t}$$

otrzymamy wzór na intensywność chwilową strat informacji w układzie o dowolnej strukturze :

$$K(t) = \sum_{r=1}^n \sum_{k_1, \dots, k_r} \hat{P}_n(k_1, \dots, k_r) \sum_{j=1}^r S_{kj}(t) \dots (1.5)$$

$$(k_1 < k_2 < \dots < k_r)$$

Obliczenie intensywności chwilowej strat informacji poniesionych przez układ o strukturze konkretnej (co posiada szczególne znaczenie w przypadkach analizy układu) można przeprowadzić stosując pojęcie funkcji stanu układu $\psi_j(k_1, \dots, k_r)$ gdy j -ty węzeł zostanie pozbawiony łączności z węzłem 0. Nadajmy tej funkcji wartości :

$\psi_j = 1$ gdy w aktualnym stanie układu j -ty węzeł zostanie pozbawiony łączności z węzłem 0 oraz

$\psi_j = 0$ gdy łączność z węzłem 0 istnieje.

Jeśli przez w oznaczymy minimalną ilość kanałów wychodzących z jednego węzła (w danej, konkretnej strukturze), oraz kanały te ponumerujemy liczbami $1, 2, \dots, M$, wprowadzając pojęcie prawdopodobieństwa Q_j odcięcia kanałów łączących j -ty węzeł z węzłem 0, można obliczyć intensywność chwilową strat informacji z wzoru:

$$K(t) = \sum_{j=1}^n S_j(t) Q_j \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (1.6)$$

oraz

$$Q_j = \sum_{r=v}^M \left\{ k_1, \dots, k_r = 1 \left[\prod_{s=1}^r \rho_{k_s} \prod_{s=r+1}^M (1 - \rho_{k_s}) \right] \varphi_j(k_1, \dots, \dots, k_r) \right\} \cdot \cdot \cdot \quad (1.7)$$

$(k_1 < k_2 < \dots < k_r)$

Powyższe wyrażenie (1.7) można stosować również w przypadku syntezy układu, uwzględniając ponadto możliwość awarii urządzeń technicznych w węzłach [(1.1.2), (1.1.3)]. Wystarczy tylko przez M rozumieć wszystkie urządzenia, tj. kanały między węzłami oraz węzły wyposażone w urządzenia nadawczo - odbiorcze.

W praktyce mogą również wystąpić przypadki, że poszczególne urządzenie techniczne węzłów i kanałów łączności wykazują stosunkowo wysoką niezawodność, a więc gdy $\rho_k \ll 1$. Wtedy wzory (1.6) i (1.7) znacznie uproszczą się, a mianowicie:

$$K(t) = \sum_{k_1, \dots, k_m=1}^M \left[\prod_{k=1}^m \rho_{k_s} \sum_{j=1}^M \varphi_j(k_1, \dots, k_m) S_j(t) \right] \dots (1.8)$$

Jeśli ponadto w strukturze nie występują cykle (1.1.9), wtedy wyrażenie (1.8) upraszcza się jeszcze bardziej :

$$K(t) = \sum_{k=1}^M \rho_k \sigma_k \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (1.9)$$

przy czym

$$\sigma_k = \sum_{j=1}^n \varphi_j(k) S_j(t)$$

oznacza łączne straty informacji wywołane przez awarię k-tego urządzenia.

1.3. OCENA STRAT INFORMACJI
W UKŁADZIE O GRAFIE
PEŁNYM

Rozpatrując zagadnienie strat sygnałów w układzie, wyjdziemy z realnych naogół założeń (choć w nieco uproszczonej postaci), a mianowicie, że

1. znane są intensywności chwilowe ciągów sygnałów nadawanych przez poszczególne węzły ; oznaczymy je przez $\mu_i(t)$
2. wszystkie sygnały posiadają jednakowy stopień ważności.
3. sygnały nadawane przez każdy węzeł tworzą niestacjonarny proces Poissona ;
4. każdy ciąg sygnałów straconych posiada również własności procesu Poissona [9], [10]

W ten sposób można przejść od stosowania kryterium średnich strat informacji (występujących we wzorach (1.5) i (1.6.)) do kryterium średniej ilości sygnałów straconych. Jeśli więc, w tym sensie, przyjąć wielkości $S_j(t)$ jako równoważne $\mu_j(t)$ (założenie 1.3.1), to intensywność chwilową potoku sygnałów straconych w całym układzie, czyli $\Gamma(t)$, można obliczyć z wzorów (1.5) i (1.6). Zatem, na podstawie założeń uzupełniających (1.3.3) i (1.3.4), prawdopodobieństwo straty sygnałów dokładnie w ilości z w czasie $(t, t + \Delta t)$, wyniesie :

$$V_z(t, \Delta t) = \frac{\left[\int_t^{t+\Delta t} \Gamma(u) du \right]^z}{z!} e^{-\int_t^{t+\Delta t} \Gamma(u) du} \dots (1.10)$$

lub przyjmując :

$$D(t, \Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} \Gamma(u) du$$

otrzymamy :

$$V_z(t, \Delta t) = \frac{[D(t, \Delta t)]^z}{z!} e^{-D(t, \Delta t)} \dots (1.11)$$

W pewnych przypadkach gdy $S_j(t) = S(t)$, wartość średnią strat informacji $S_j(t)$ można obliczyć dla średniej ilości węzłów odciętych od węzła 0. Oznaczmy tę ilość węzłów symbolem c_n . Wtedy $S_j(t) = S(t)$. Jeśli ponadto i konsekwentnie $\varrho_k = \varrho$, to zgodnie z zależnością (1.6)

$$c_n = \sum_{s=v}^M \varrho^s (1-\varrho)^{M-s} \sigma_s, \dots \dots (1.12)$$

przy czym

$$s = \sum_{k_1, \dots, k_s=1}^M \sum_{j=1}^n \varphi_j(k_1, \dots, k_s), \dots \dots (1.13)$$

$(k_1 < k_2 < \dots < k_s)$.

Przechodząc do uogólnienia dla struktury opartej na grafie pełnym (rys.2), otrzymamy :

$$\hat{P}_n(k_1, \dots, k_r) = \hat{P}_n(l_1, \dots, l_r) = P_n(r) \dots \dots (1.14)$$

oraz

$$c_n = \sum_{r=1}^n C_n^r P_n(r) \cdot r \dots \dots (1.15)$$

przy czym zależność rekurencyjna (1.2) przyjmie postać :

$$P_n(r) = \varrho^{r(n-r+1)} \left[1 - \sum_{v=1}^{n-r} C_{n-s}^v P_{n-s}(v) \right] \dots \dots (1.16)$$

Powyższe rozważania można rozwinąć na przypadek struktury bardzo złożonej, a w szczególności pod względem wzrostu średniej liczby węzłów odciętych od węzła 0, w warunkach sieci składających się z bardzo dużej liczby węzłów ($n \rightarrow \infty$).

Rozpatrując (1.15) można udowodnić, że

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| c_n - 2n \varrho^n \right| = 0$$

Ponieważ zawsze będzie spełniony warunek : $n > \hat{n}$ (gdzie \hat{n} - ilość węzłów w konkretnej sieci), a ponadto, gdy przy założonej dokładności względnej ε , liczba \hat{n} czyni zadość warunkowi :

$$\varepsilon = 2(\hat{n} - 1)\varrho^{\hat{n}-2} \quad (1.17)$$

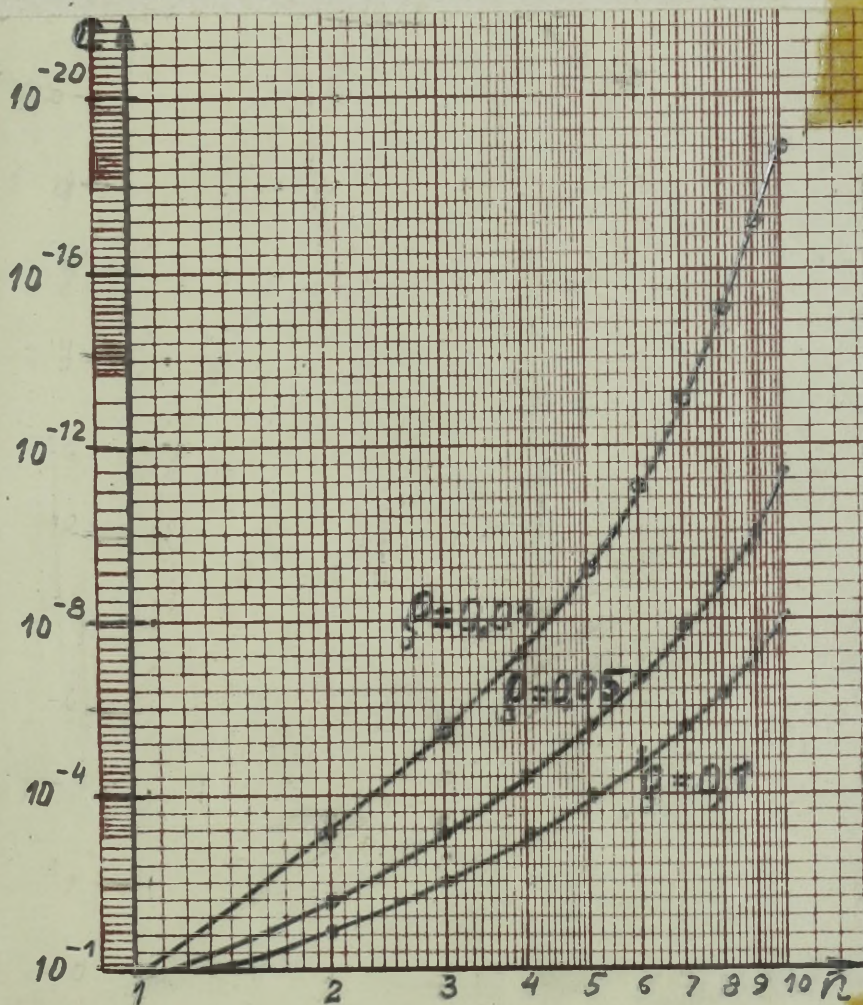
wtedy

$$\varepsilon > \left| \frac{c_n}{2n \varrho^n} - 1 \right|,$$

a stąd

$$c_n = 2n \varrho^n \quad (1.18)$$

Na rys. 3 przedstawiono zależność między wielkościami c i \hat{n} , przy czym przyjęto dla $\varrho = 0,01$, $0,05$ i $0,1$ oraz dokładność względną obliczeń $\varepsilon = 0,01$. Z warunku (1.17) wynika, że przy $\varrho = 0,05, n = 4$. Wydaje się, że wzór



Rys. 3

(1.18) można uznać jako dostatecznie wyraźnie odzwierciadlający rozpatrywane zagadnienie. Jeśli bowiem przyjąć, że w praktyce sieci łączności, składające się z 4 węzłów, występują niezwykle rzadko, a dokładność obliczeń 0,01 można uznać jako zadawalającą to wzór (1.18) daje dostatecznie dokładną charakterystykę zależ-

ności między H i \hat{n} . Krzywe wskazują, że średnie ilości węzłów, które straciły łączność z węzłem O , zmniejszą się w miarę wzrostu n (w przybliżeniu $1/g$ -krotnie przy wzroście n o 1 węzeł), gdy tymczasem w przypadkach struktur, nie posiadających możliwości przesyłania informacji drogami określonymi, straty informacji wzrastają w miarę zwiększania się liczby węzłów. Zjawisko to jest całkowicie zrozumiałe, gdyż w pierwszym przypadku (sieć o grafie pełnym) ilość kanałów rośnie w miarę wzrostu liczby węzłów: sygnały do węzła O mogą być nadawane z dowolnego węzła przy wzrastającej ilości kombinacji kanałów; natomiast w przypadku drugim ilość kombinacji rośnie bardzo powoli.

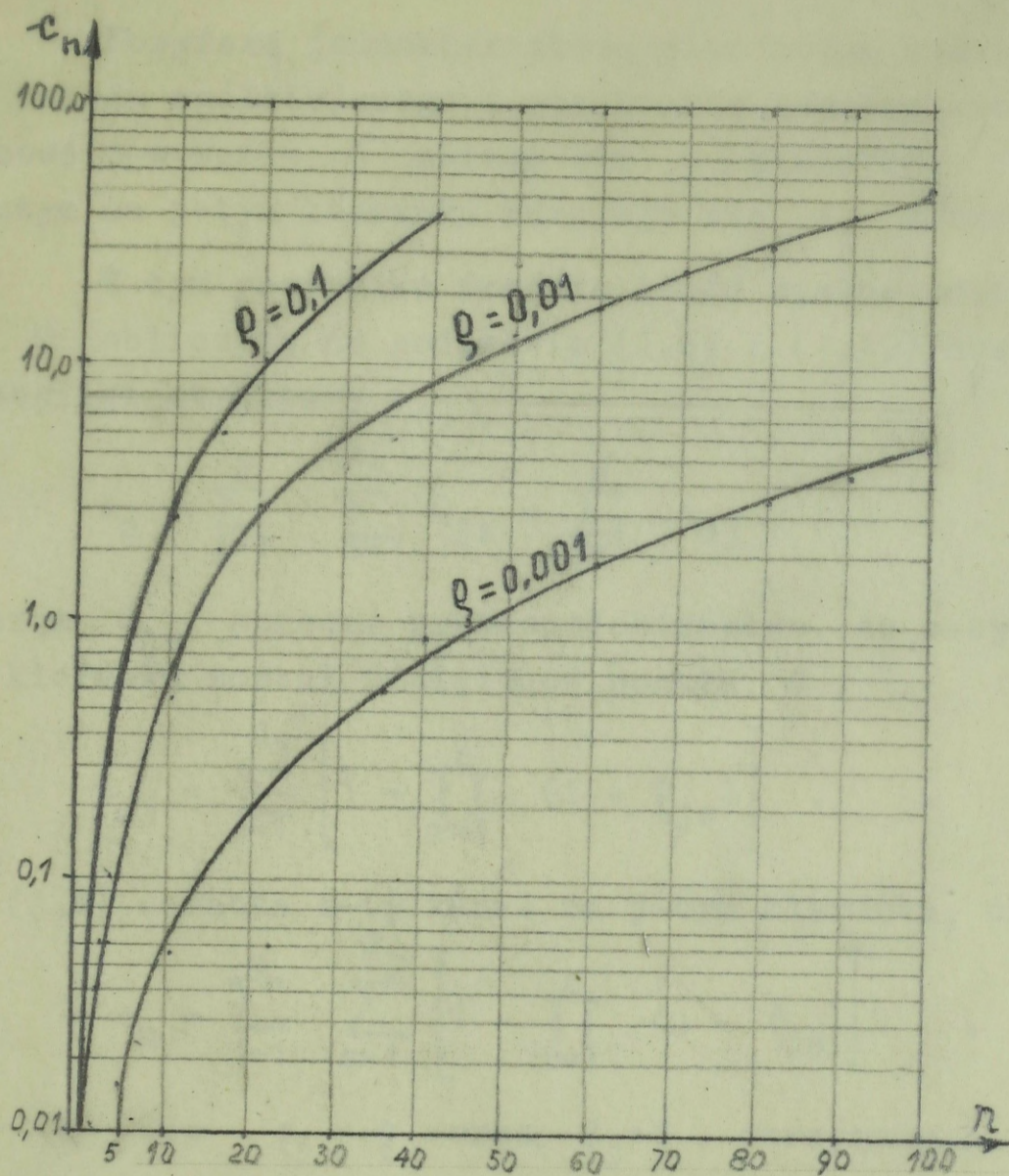
Z drugiej strony wiadomo, że układ w postaci pełnego grafu, jakkolwiek w pełni niezawodny, jest niesłychanie kosztowny, graniczący nawet z marnotrawstwem wydatkowanych środków. Powstaje więc problem optymalizacji struktur przy zastosowaniu mniej skrajnych kryteriów oceny. Zagadnienie to zostanie rozpatrzone w rozdziale 3.

Wzór (1.18) pozwala również wyznaczyć dolną granicę strat informacji (sygnałów) dla wszelkich możliwych struktur sieci łączności.

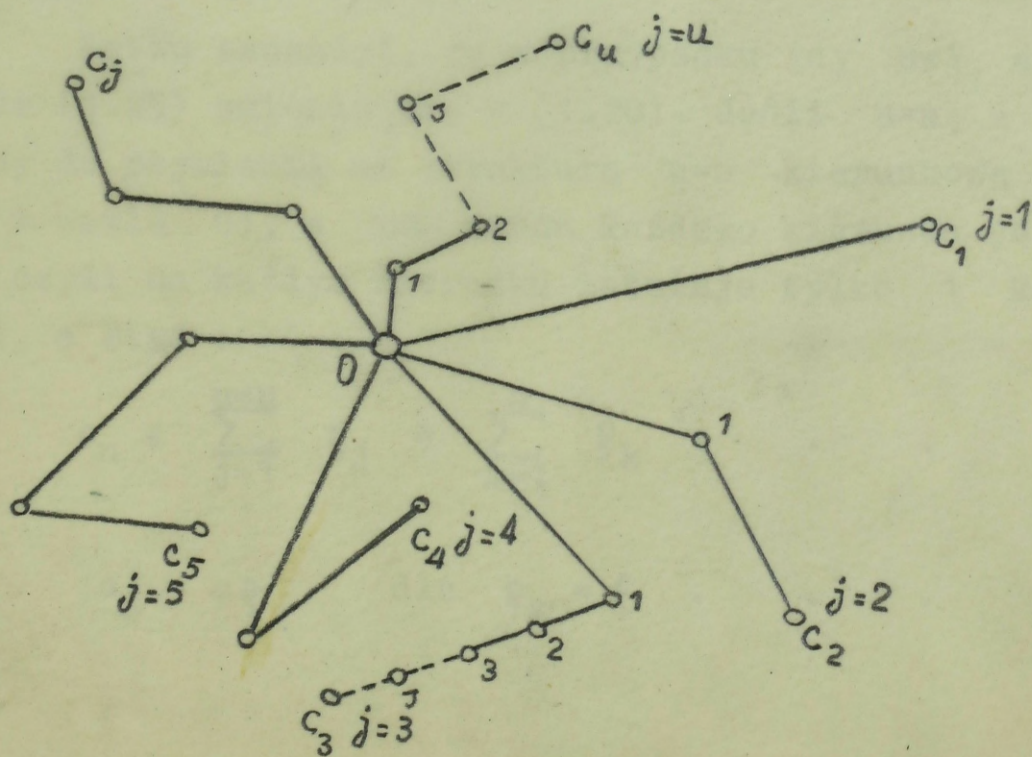
1.4. OCENA STRAT INFORMACJI W UKŁADZIE O GRAFIE NIEPEŁNYM

Zależności (1.5), (1.6), (1.8) i (1.9), wyprowadzone dla grafu pełnego, można stosować również do wyznaczania średnich strat informacji w sieciach o strukturach kierunkowych. Najpierw rozpatrzmy układ jednokierunkowy łączności, tj. gdy od węzła O (nadal traktowanego jako główny), istnieje tylko jeden ciąg kanałów łączących kolejne węzły w ilości n (rys. 4).

Prawdopodobieństwo, że s -ty węzeł został odcięty od węzła O (znając prawdopodobieństwa odcięcia od węzła O każdego z r -tych węzłów poprzednich, tj. q_r) obliczymy na podstawie wzoru (1.7):



Rys. 5.



Rys. 6

Powyższą jednokierunkową sieć można traktować jako część układu ogólniejszego o strukturze scentralizowanej, dośrodkowej : w węźle 0 zbiega się u kierunków ($j=1,2,\dots,u$), przy czym na j -tym kierunku znajduje się d_j węzłów .

W tym przypadku średnią ilość węzłów odciętych od węzła 0 obliczymy na podstawie (1.6) i (1.12) dostosowując do specyfiki struktury :

$$c_n = \sum_{j=1}^u \sum_{s=1}^{d_j} Q_{js} = \sum_{j=1}^u c_{dj} , \quad \dots \quad (1.22)$$

przy czym Q_{js} oznacza prawdopodobieństwo, że s -ty węzeł na j -tym kierunku został odcięty od punktu 0 .

$$c_{dj} = \sum_{s=1}^{d_j} \left[1 - \prod_{r=1}^s (1 - \rho_{js}) \right] \cdot \dots \quad (1.23)$$

gdzie (j,s) oznacza s -ty kanał na j -tym kierunku, oraz

$$c_n = \sum_{j=1}^u \sum_{s=1}^{d_j} \left[1 - \prod_{r=1}^s (1 - \rho_{js}) \right] \cdot \dots \quad (1.24)$$

Gdy $\rho_j = \rho$ oraz $d_j = d$, otrzymamy :

$$c_n = u \sum_{s=1}^d \left[1 - (1 - \rho)^s \right] = u \left[d + 1 - \frac{1 - (1 - \rho)^{d+1}}{\rho} \right] \cdot \dots \quad (1.25)$$

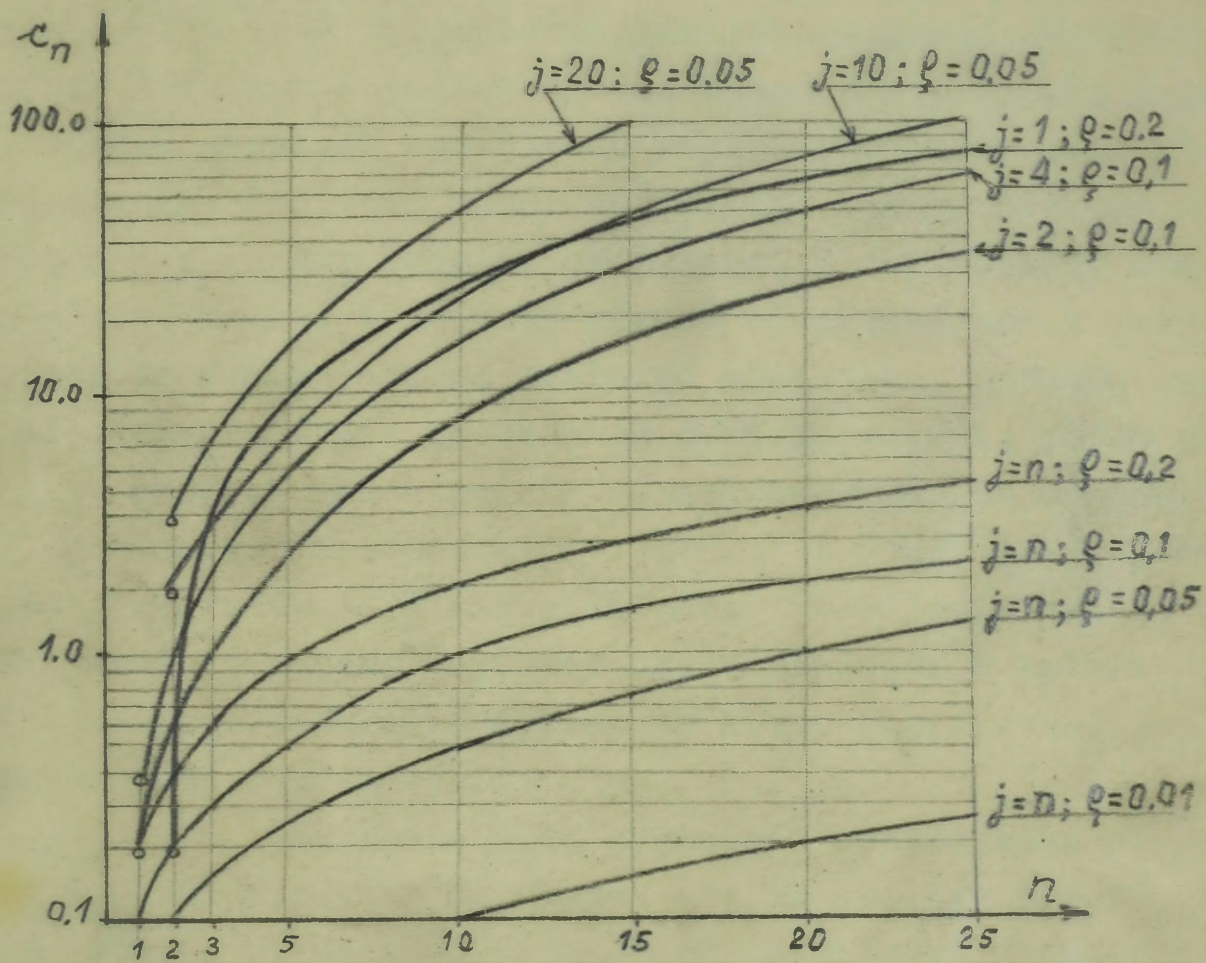
Łatwo zauważyć, że w przypadku gdy $u=1$, a $d=n$, wzór (1.25) zmienia się w (1.20). Jeśli $u=n$, a $d=1$ mamy do czynienia ze strukturą $u=n$ kierunkową (scentralizowaną w węźle 0), a na końcu każdego kierunku jest tylko 1 węzeł, czyli na każdym kierunku istnieje tylko 1 kanał łączności, a stąd :

$$c_n = \sum_{j=1}^{u=n} \rho_j = \sum_{k=1}^n \rho_k \cdot \dots \quad (1.26)$$

lub

$$c_n = n\rho \quad \text{dla} \quad \rho_k = \rho \cdot \dots \quad (1.27)$$

Zależności funkcji c_n od ilości n dla struktur scentralizowanych, typu przedstawionego na rys. 6 i opisanego wzorami od (1.22) do (1.25), wyrażono graficznie na rys. 7.



Rys. 7

Ponadto, na tymże rysunku przedstawiono również zależności c_n od n dla przypadku struktury opisanego wzorami (1.26) i (1.27).

2. EFEKTYWNOŚĆ WZGLĘDNA STRUKTUR OPTYMALNYCH

2.1. Pojęcie efektywności względnej.

Powyższe rozważania oraz wynikające z nich zależności umożliwiają dokonanie oceny efektywności względnej każdej, dowolnie wybranej struktury, a tym samym porównywanie różnych wariantów, w celu wybrania najkorzystniejszego. Wprowadzone pojęcie efektywności jest zgodne z ogólnie przyjętą jego treścią tj. wyraża stosunek wyników do nakładów poniesionych dla ich osiągnięcia. Ponieważ wybór kryterium, według którego należy wyznaczyć parametry modelu, stanowiące o charakterze nakładów i wyników, zależy w głównej mierze od aktualnych i przyszłych potrzeb oraz celu jaki ma spełniać modelowany proces, czy obiekt, (a więc wyraża wiele przesłanek subiektywnych), zatem praktycznie i w naszych rozważaniach ograniczamy się do wyboru kryteriów podanych w rozdz. 1 (1.1.19.1) i (1.1.19.2), które traktujemy jako główne. W miarę dalszego rozwijania metody oceny efektywności, podamy kryteria uzupełniające. Z tytułu ograniczości zasięgu działania wybranych kryteriów, wprowadzamy pojęcie efektywności względnej.

Jak można było zauważyć, wprowadzona metoda analizy i oceny struktur sprowadza się do analizy i oceny kilku podstawowych elementów, "cegiełek", z których można budować wszelkie sieci przepływu informacji, a tym samym oceniać je. Należy jednak zauważyć, że było by wygodniej dokonywać bezpośrednio syntezy struktur dla określonych celów, aniżeli "dopasowywać" elementy do struktury przyjętej a priori i w ten sposób dochodzić do rozwiązania optymalnego, tj. drogą "przeróbek" pierwotnego planu. Istotną trudność na tej drodze powoduje z reguły bardzo duża ilość możliwych wariantów sieci (np. dla klasy struktur typu dendrytowego ilość wariantów wynosi 4^{n-1}). Wspominaliśmy już o wysoce nieekonomicznej klasie struktur opartych na grafie pełnym. Zagadnienie sprowadza się więc do stworzenia takiej klasy struktur, które można optymalizować w toku syntezy układu.

2.2. METODA OPTIMALIZACJI STRUKTURY UKŁADU

Przyjmijmy, że każdy z n węzłów powinien posiadać bezpośredni kanał z punktem O (jako głównym), przy czym wzajemne rozmieszczenie węzłów w terenie jest niezależne. Organizatorzy łączności dążą, aby projektowane trasy kanałów w tej strukturze były również niezależne oraz zapewniały możliwie wysoką niezawodność przesyłania sygnałów. Inaczej mówiąc, zagadnienie sprowadza się do zapewnienia minimalnego prawdopodobieństwa powstania awarii kanału łączącego węzeł i z węzłem O , czyli - minimalizacji wielkości Q_j . Zakładając, że z każdego węzła dochodzi do węzła O tylko jeden kanał po ściśle określonej trasie, a ponadto, że techniczne wyposażenie węzła do przekształcania informacji w sygnały (i odwrotnie) składa się z szeregu urządzeń o różnych wskaźnikach niezawodności, wtedy prawdopodobieństwo, że w tak rozumianym układzie powstanie awaria, wyniesie

$$Q_j = 1 - \prod_k (1 - p_k) \quad . \quad . \quad . \quad (2.1)$$

gdzie k oznacza wszystkie urządzenia techniczne na trasie do węzła O . Funkcja (2.1) jest symetrycznie rosnąca, a tego rodzaju funkcje osiągają minimum wzdłuż najkrótszej drogi [3], czyli takiej na której $\sum_k p_k$ osiąga wartość najmniejszą.

Metodę tworzenia struktur możliwie najbardziej niezawodnych, a mieszczących się w klasie przedstawionej na początku tego rozdziału, oprzemy na pewnych zasadach optymalizowania przy kryterium najkrótszej drogi łączącej każdy węzeł sieci z węzłem O ,^{x/} a więc minimalizując funkcję K , średnich strat informacji w całym układzie.

^{x/} C.Berge w książce [4] przytacza algorytm Forda, przy pomocy którego można tworzyć strukturę sieci przy kryterium najkrótszej trasy, łączącej każdy węzeł sieci z węzłem O .

Stwierdzamy, że struktury tej klasy, optymalne pod względem powyższego kryterium, nie posiadają cykli. Dowód dla tego stwierdzenia oprzemy na definicji pojęcia cykl, przytoczonej w punkcie 1.1.9. (rys.1).

1. Jeśli $\beta(h_j, 0) \neq \beta(h_i, 0)$; niech $\beta(h_i, 0) < \beta(h_j, 0)$.

Stąd, długość $(j, h_j; h_i, 0)$ wyniesie :

$$\beta(j, h_j; h_i, 0) = \beta(j, h_j) + \beta(h_i, 0)$$

Czyli :

$$\beta(j, h_j) + \beta(h_i, 0) < \beta(\gamma_j)$$

co przeczy założeniu (1.1.9), że L_i jest najkrótszą trasą z punktu j do 0 .

2. Jeśli $\beta(h_j, 0) = \beta(h_i, 0)$, tj. gdy niezawodność obu tras jest jednakowa, wtedy dla każdej z nich, tj. $\beta(i, h_i)$, $\beta(j, h_j)$ wystarczy pozostawić tylko jedną, doprowadzającą z punktu h do 0 .

A zatem stwierdzenie nasze zostało udowodnione.

Proponowana metoda tworzenia optymalnej struktury układu sprowadza się do zrealizowania wieloetapowego procesu, w którym, w każdym z kolejnych etapów, do pierwotnego elementarnego podzbioru ustalonego węzłów (1.1.11) dołącza się pewien węzeł pusty k (1.1.10) z przyporządkowaną mu wielkością γ_k , określającą wybraną jego odległość od węzła 0 . Oczywiście, dla węzła 0 wielkość $\gamma_0 = 0$.

Przed przystąpieniem do przedstawienia metody rozważymy jeszcze pokrótce zagadnienie odległości α_{kj} węzła pustego k od węzła j , znajdującego się w podzbiorze ustalonym. Można przyjąć, że w toku projektowania położenia węzłów, wielkości γ_k zostaną określone.

Uwzględniając założenie 1.1.12., określające minimalną odległość węzła pustego od podzbioru ustalonego wprowadzimy następujące oznaczenia :

β_{kj} - najkrótsza odległość węzła pustego k do węzła j , (tj. najbliższego względem k) i znajdującego się w podzbiorze ustalonym.

α_{kj} - najkrótsza odległość wężła pustego k do wężła 0 bezpośrednio przez wężel j (najbliższy), znajdujący się w zbiorze ustalonym ;

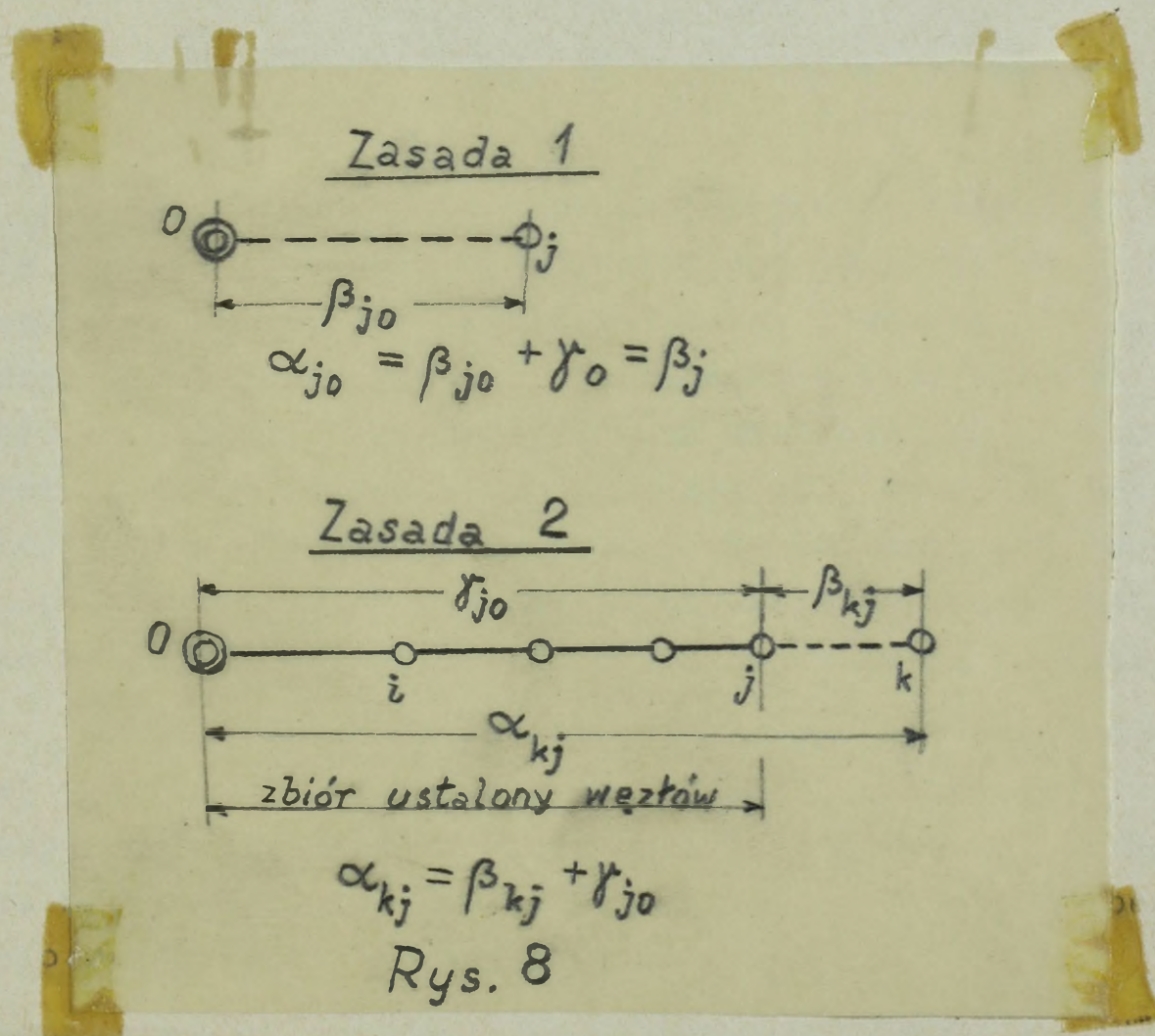
Otrzymamy więc odległość od wężła k do wężła 0 .

$$\alpha_{kj} = \beta_{kj} + \gamma_{jo} \quad . \quad . \quad . \quad (2.2.)$$

Ogólne zasady budowy struktury układu, w którym każdy wężel będzie znajdował się w najkrótszej odległości od wężła 0 , można sprowadzić do następujących.

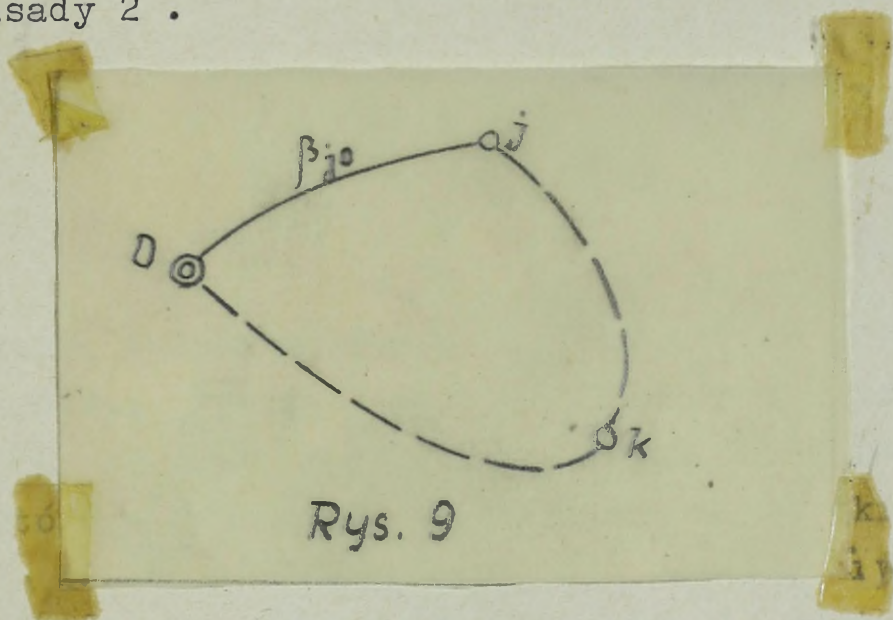
1. Rozpoczącie procesu : wężel 0 połączyć z najbliższym wężlem pustym j .
2. Do powstałego w ten sposób elementarnego (wyjściowego) zbioru ustalonego dołączyć następny wężel pusty k najbliższy względem 0 lub j .
3. Postępowanie według zasady 2 kontynuować, aż do wyczerpania wszystkich wężłów pustych.

Powyższe zasady przedstawiono na rys. 8.



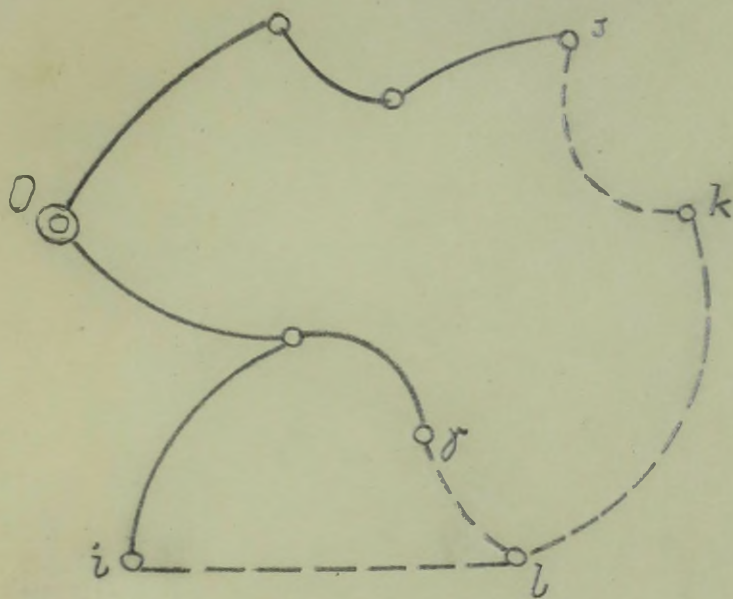
Zasada 1 dotyczy stwierdzenia, że jeśli j -ty węzeł pusty znajduje się najbliżej węzła 0 , to najkrótszą do niego odległość wyznaczy łuk (trasa) $(0,j)$.

Dowód: wszelka inna trasa będzie składała się przynajmniej z dwóch części: z trasy od węzła j pewnego punktu k oraz od węzła k do 0 (rys.9). Ponieważ węzeł j znajduje się najbliżej węzła 0 , to $\beta_{j0} \leq \beta_{ok}$, a w ten sposób kanał $(j,k,0)$ będzie o wiele dłuższy od $(0,j)$. Traktując zasadę 1 jako przypadek szczególny, wykażemy słuszność zasady 2.



Niech po x krokach postępowania ($x(mx)=n$) według zasady 2 zostanie stworzony podzbiór ustalony węzłów, w którym każdy z w węzłów będzie połączony z węzłem 0 najkrótszym kanałem. Ponadto, niech każdemu s -temu węzłowi w tym podziorze zostanie przyporządkowana wielkość γ_s , stanowiąca najkrótszą drogę do węzła s do węzła 0 . Stosując metodę indukcji można udowodnić, że w $w+1$ kroku otrzymamy ponownie podzbiór ustalony w którym, dołączony kolejny węzeł pusty, będzie znajdował się względem 0 na najkrótszej trasie.

Dowód. Niech l będzie węzłem pustym, położonym najbliżej podzioru ustalonego o s węzłach, a łuk (l,j) najkrótszy, ponadto α_{lj} oznacza odległość od węzła l do podzioru ustalonego, lub odległość od węzła l do 0 bezpośrednio przez węzeł j (rys.10).



Rys. 10

Zatem, należy wykazać, że trasa z węzła l przez j jest najkrótsza. Wszelki inny kanał powinien przechodzić przez różny od j węzeł podzbioru s lub przez pewien węzeł pusty k , którego odległość do podzbioru α_{ks} określa najkrótszą trasę do 0 . Według definicji odległości węzła pustego do podzbioru $\alpha_{lj} \leq \alpha_{li}$, a ponieważ l jest węzłem położonym najbliżej podzbioru, to $\alpha_{lj} \leq \alpha_{ks}$, co oznacza, że trasa od l przez k jest znacznie dłuższa. W ten sposób wyczerpaliśmy wszelkie możliwe kanały, a więc stwierdzenie słuszności zasady 2 zostało przeprowadzone.

Rozważmy niektóre możliwości rozwinięć proponowanej metody.

Optymalizacja struktury układu przy kryterium najkrótszych kanałów między węzłami (jako zapewniających największą niezawodność układu) wydaje się jednak zbyt ograniczona w swej treści. W układzie występują bowiem elementy (węzły, kanały, pomocnicze urządzenia techniczne itp.) o różnej ważności, zależnie od roli i zadań jakie spełnia dany układ w strukturze układu wyższego rzędu. Jeśli więc ograniczymy się, dla uproszczenia rozważań, tylko do dwóch elementów podstawowych układu, tj. węzła i kanału, to może się okazać, że w ramach wykonywanego zadania przez układ, poszczególne kanały

i węzły wykonują szereg zadań cząstkowych o różnej ważności. Nic więc nie stoi na przeszkodzie, aby planujący strukturę układu przyporządkował węzłom i kanałom odpowiednie stopnie ważności, tzw. wagi, których wielkości zależały by od roli i spełnianych zadań w określonym okresie założenie (1.1.13). Oczywiście, wagi te mogą zmieniać się w czasie. Subiektywizm w ocenie ważności elementów i wielkości wag nie stanowi tu istotnych przeszkód dla ich wprowadzenia do obliczeń, gdyż wyrażają jedynie formę prognozy warunków w jakich układ będzie działał. Wielkości wag można również oprzeć na wynikach badań podstawowych lub doświadczeniach dotyczących :

- intensywności przepływu sygnałów przez poszczególne elementy układu ;
- prawdopodobieństw przewidywanych strat sygnałów w poszczególnych elementach ;
- kosztów nabycia i eksploatacji poszczególnych elementów itp.

Wprowadzenie wag zmieni nieco postać wzorów służących do obliczeń struktury układu. Obecnie, przyjmą one postać :

dla zasady 1 :

$$\alpha_{jo} = \beta_{jo} \cdot \mu_{jo} \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (2.3.)$$

dla zasady 2 :

$$\alpha_{kj} = \beta_{kj} \cdot \mu_{kj} + \alpha_{jo} \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (2.4)$$

symbol μ_{kj} oznacza sumę wag : k-tego węzła i kanału k,j .

W przypadkach pewnych zastosowań praktycznych, może być również celowe i korzystne wprowadzenie pojęcia "kosztu" przejścia informacji przez węzeł, np. w postaci wielkości charakteryzującej odwrotność jego przepustowości lub przewidywanych opóźnień przejścia informacji przez węzeł, a wynikających z przekroczenia limitowanej intensywności przepływu sygnałów. W tych przypadkach można np. ogólne miana wielkości β_{jo} (2.3), β_{kj} (2.4) przekształcić w "koszt" przepływu (np. mnożąc przez "koszt" jednostkowy równy μ) i do wyniku dodać "koszt" ξ przejścia przez węzeł. Otrzymamy wtedy :

$$\alpha_{jo} = \beta_{jo} \cdot \mu_{jo} + \zeta_j \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2.5)$$

$$\alpha_{kj} = \beta_{kj} \cdot \mu_{kj} + \gamma_{jo} + \zeta_k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2.6)$$

Niewątpliwie interesujące wyniki może dać również porównanie grafu struktury tworzonej na podstawie wyłącznie najkrótszych kanałów przepływu sygnałów z grafem tegoż układu lecz budowanym wyłącznie w oparciu o wielkości wyg poszczególnych jego elementów i kosztów przepływu sygnałów oraz - grafem stworzonym przy uwzględnieniu najkrótszych kanałów wyłącznie z wagami elementów (bez kosztów) itp.

W dotychczasowych rozważaniach uwzględnialiśmy, że intensywność sygnałów w poszczególnych elementach układu jest w obu kierunkach jednakowa (założenie 1.1.4). Wydaje się jednak inreresującym zagadnienie wpływu na strukturę układu różnych intensywności. Może ono mieć sens praktyczny ; np. w pewnych okresach walki intensywność sygnałów w kierunku do podwładnych może być większa niż od podwładnych do przełożonych, natomiast w innych okresach - odwrotnie. Taki stan zmiennej intensywności sygnałów będzie rzutował na kształt optymalnej struktury układu. Kształt ten będzie ponadto zmieniał się zależnie od wahań wielkości wag, przyporządkowywanych elementów układu.

Niektóre z tych zagadnień zostaną rozpatrzone bardziej szczegółowo w rozdz. 3 . Z kolei przedstawimy algorytm obliczania optymalnej struktury układu oraz próbę jego zastosowania na przykładzie fikcyjnej sieci łączności z uwzględnieniem :

1. jednakowych intensywności potoku sygnałów w obie strony przy kryteriach :
 - najkrótszych kanałów między węzłami i jednakowej ważności wszystkich elementów układu ;
 - najkrótszych kanałów i różnych wagach elementów układu.
 - wyłącznie różnych wag elementów układu.
2. różnych intensywności potoku sygnałów w obie strony przy kryteriach jak poprzednio.

2.3. ALGORYTM OPTYMALIZACJI STRUKTURY UKŁADU

2.3.1. Algorytm podstawowy :

dotyczy optymalizacji danej struktury układu, przy założeniach:

- kanały i węzły działają dwukierunkowo ;
- intensywność chwilowa sygnałów w obie strony jest jednakowa;
- kanały, węzły i sygnały posiadają jednakowe stopnie ważności;
- pełna niezawodność wszystkich urządzeń technicznych na węzłach.

Kryterium optymalizacji : maksymalna niezawodność przesyłania sygnałów przez zastosowanie najkrótszych kanałów.

A. Czynność wstępna : korzystając ze szkicu sieci (grafu), w którym zostało wykazane położenie węzłów, ich numeracja (począwszy od węzła 0 , jako głównego) oraz niezbędne połączenie przy pomocy kanałów (łuków grafu), opracować macierz $[\beta_{kj}]$ odległości między węzłami struktury układu. W przypadku braku kanału między węzłami przyjąć $\beta_{kj} = \infty$.

B. Realizacja zasad optymalizacji struktury.

Krok 1 . W kolumnie 0 wybrać element najmniejszy ($\beta_{0j} = \min$), określić numer dotyczącej go kolumny i wprowadzić do pamięci po numerze 0 .

Krok 2 . Do każdego elementu j w kolumnie wybranej w kroku 1 (z wyjątkiem β_{0j} i β_{jj}) dodać wartość $\beta_{0j} = \min$. Spośród elementów w kolumnach 0 oraz j wybrać węzeł k dla którego β_{ko} lub β_{kj} będzie najmniejsze, który wprowadzić do pamięci podzbioru ustalonego $(0, j ; j, k)$.

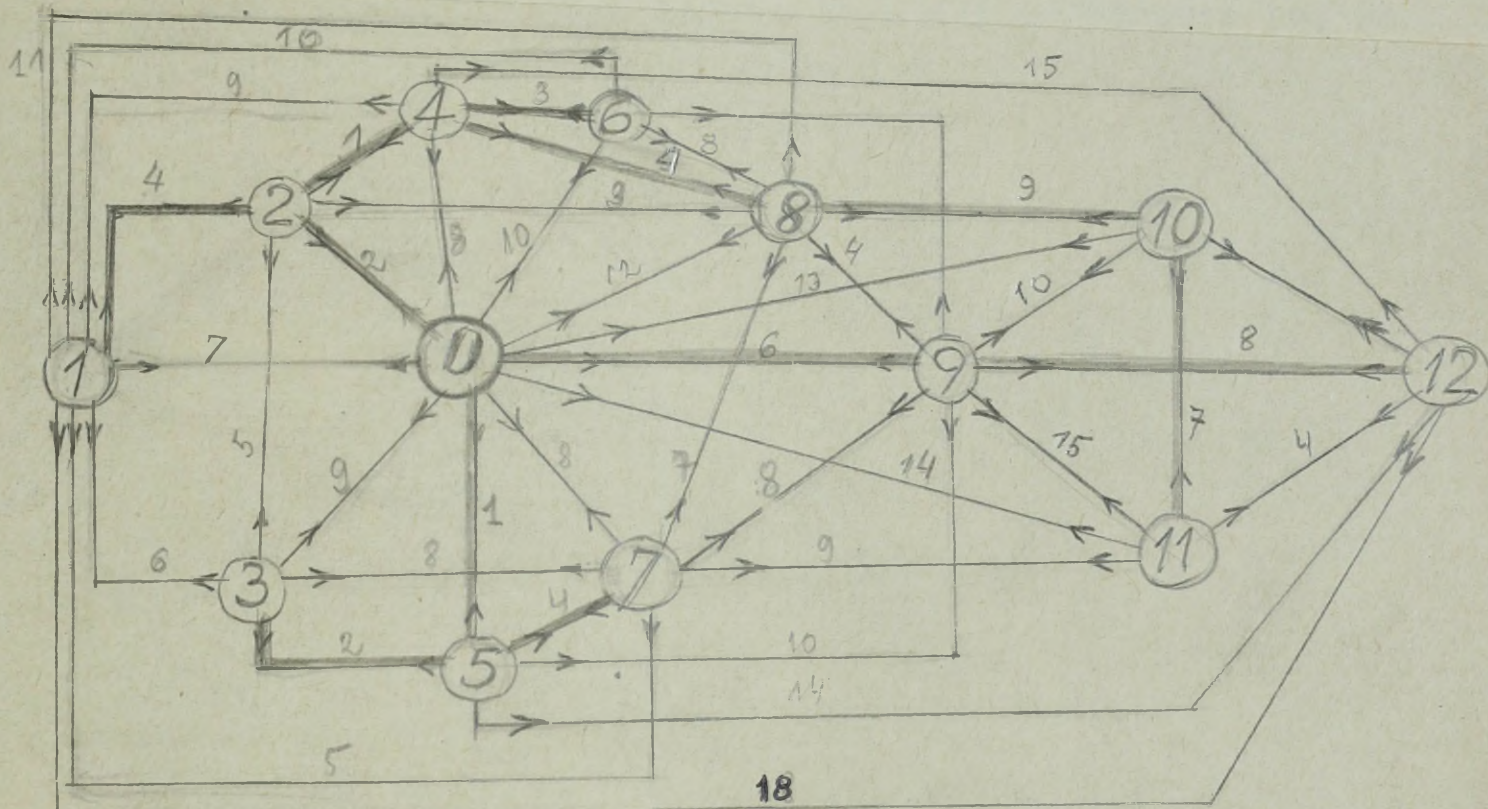
Krok 2 powtarzać x razy, przy czym $x(\max) = n$, aż do wyczerpania wszystkich węzłów pustych.

W przypadku jeśli w s -tym kroku wystąpiły

$\beta_{jk} = \beta_{rs} = \dots = \beta_{lm} = \min$ wprowadzić do podzbioru wszystkie.

2.3.2. Przykład zastosowania algorytmu podstawowego (2.3.1).

Projektowana sieć łączności przedstawia graf zamknięty, niepełny, składający się z 13 węzłów i 42 kanałów (rys. 11). Macierz $[\beta_{kj}]$ odległości między węzłami przedstawia tabela 1, przy czym w celu uproszczenia rachunku - wprowadzono wielkości $\beta_{kj}/10^2$.



Rys. 11

Tabela 1.

| k/j | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0 | 0 | 7 | 2 | 9 | 8 | 1 | 10 | 8 | 12 | 6 | 13 | 14 | . |
| 1 | 7 | 0 | 4 | 6 | 9 | ∞ | 10 | 5 | 11 | ∞ | ∞ | ∞ | 18 |
| 2 | 2 | 4 | 0 | 5 | 1 | ∞ | ∞ | ∞ | 9 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| 3 | 9 | 6 | 5 | 0 | ∞ | 2 | ∞ | 8 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| 4 | 8 | 9 | 1 | ∞ | 0 | ∞ | 3 | ∞ | 4 | ∞ | ∞ | ∞ | 15 |
| 5 | 1 | ∞ | ∞ | 2 | ∞ | 0 | ∞ | 4 | ∞ | 10 | ∞ | ∞ | 14 |
| 6 | 10 | 10 | ∞ | ∞ | 3 | ∞ | 0 | ∞ | 8 | 9 | ∞ | ∞ | ∞ |
| 7 | 8 | 5 | ∞ | 8 | ∞ | 4 | ∞ | 0 | 7 | 8 | ∞ | 9 | ∞ |
| 8 | 12 | 11 | 9 | ∞ | 5 | ∞ | 8 | 7 | 0 | 9 | 6 | ∞ | ∞ |
| 9 | 6 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 10 | 9 | 8 | 9 | 0 | 10 | 15 | 8 |
| 10 | 13 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 10 | 0 | 7 | 15 |
| 11 | 14 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 9 | ∞ | 15 | 7 | 0 | 4 |
| 12 | ∞ | 18 | ∞ | ∞ | 15 | 14 | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 15 | 4 | 0 |

Dalsze rozważania przeprowadza się na tabeli pomocniczej (tabela 2) .

Krok I . Zaczynając tworzenie podzbioru ustalonego od węzła 0 (traktowanego jako węzeł główny) w kolumnie 0 (tabela 2) wybrać najmniejszy element macierzy i odnotować węzeł (wiersz) do którego element ten również należy. W naszym przykładzie najmniejszym elementem będzie $\beta_{50} = 1$. Oznacza to, że wyjściowym podzbiorem ustalonym będzie graf (0,5) do którego w następnym kroku należy dołączyć kolejny najbliższy węzeł.

Wyłączyć element $\beta_{50} = 1$ z dalszych rozważań, np. przez wpisanie go w kółku, a w prawym dolnym rogu tejże kratki wpisać numer kroku (por. tabela 2, kratka (5,0) . Wyłączymy również z dalszych poszukiwań kratkę (0,5) .

Uwaga : aby (korzystając z macierzy) nie popełniać pomyłek przy ustalaniu tras przepływu, można przyjąć, że numery w kolumnie dodatkowej oznaczają węzły puste (k), natomiast numery w wierszu dodatkowym (j) - węzły w podzbiórze ustalonym ; z węzła k prowadzi do węzła 0 trasa najkrótsza przez najbliższy mu węzeł j .

Krok II . Ponieważ najbliższy względem węzła 5 węzeł k , znajdujący się poza podzbiorem wydzielonym (0,5), będzie znajdował się od węzła 0 ponadto o wielkość $\beta_{05} = 1$, zatem do wszystkich elementów kolumny 5 , z wyjątkiem elementów ustalonych tj. 0 i 5 , dodać $\beta_{05} = 1$. (Por. kolumna 5 , tabela 2) .

Wybrać węzeł leżący najbliżej węzła 0 lub 5 . W tym celu w kolumnie 0 wybrać element najmniejszy (z wyjątkiem (0,0)), podobnie - w kolumnie 5 (z wyjątkiem 0,5 i 5,5) jako należące do podzbioru, a następnie spośród obu wybrać mniejszy i odnotować dotyczące go numery kolumny i wiersza. W naszym przypadku mamy :

w kolumnie 0 : najmniejsza wartość $\beta_{20} = 2$ i dotyczy wiersza 2 (węzła nr.2) ;

w kolumnie 5 : najmniejsza wartość $\beta_{35} = 2$ i dotyczy wiersza 3 (węzła nr.3) .

Ponieważ oddalenie obu węzłów pustych od podzbioru jest jednakowe, zatem wprowadzamy je do niego, otrzymując w ten sposób w drugim kroku graf $(2,0; 0,5; 5,3)$.

Na rys. 12 przedstawiono graf rozwiązania zaznaczając najkrótsze odległości między węzłami oraz numery kroków włączenia do podzbioru ustalonego.

Krok III . podobnie jak w kroku II , należy do wszystkich elementów kolumny 2 (z wyjątkiem 2,2 i ustalonego 2,0) dodać

$$\beta_{20} = 2, \text{ podobnie w kolumnie 3 dodać } \beta_{53} = 2 \text{ do elementów } \beta_{31}, \beta_{32}, \beta_{37} .$$

W kolumnach węzłów podzbioru ustalonego, tj. 0,2,3,5, wybieramy ^{następne} elementy najmniejsze,

Otrzymamy :

w kolumnie 0 $\beta_{0,1} = 7$

w kolumnie 2 $\beta_{4,2} = 1$

w kolumnie 3 $\beta_{1,3} = 6$

w kolumnie 5 $\beta_{7,5} = 4$

W tym przypadku wybieramy węzeł 4 , gdyż $\beta_{4,2} = 1$ i powiększamy o niego podzbiór ustalony.

Krok IV . Ponieważ odległości od 0 węzłów pustych, najbliższych węzłom 0,5 i 3 nie zmieniły się, odległość $\beta_{4,2} = 1$ dodajemy tylko do elementów kolumny 4, tj.:

$$\beta_{1,4}, \beta_{6,4}, \beta_{8,4}, \beta_{12,4} .$$

Podobnie jak w krokach II i III , wyznaczamy w każdej z kolumn 3,5,0,2,4 ^{element} najmniejszy (z wyjątkiem węzłów ustalonych). Otrzymamy :

| wiersz | 3 | 5 | 0 | 2 | 4 |
|---------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| β | $\beta_{2,3} = 5$ | $\beta_{7,5} = 4$ | $\beta_{0,1} = 5$ | $\beta_{1,2} = 4$ | $\beta_{6,4} = 3$ |

Wybieramy : $\beta_{6,4} = 3$. Węzeł 6 wprowadzamy do podzbioru ustalonego w 4-tym kroku.

Krok V . Do elementów węzłów pustych w kolumnie 6 tj.

$\beta_{1,6}$, $\beta_{8,6}$, i $\beta_{9,6}$ dodajemy $\beta_{4,6} = 3$ i w otrzymanym kolejnym podzbiornie ustalonym węzłów w grafie (0,2; 0,5; 5,3; 2,4; 4,6) należy określić węzły puste najbliższe nich położone i spośród nich wybrać najbliższy. Wyniki poszukiwań zawiera poniższa tabela.

| kolumna | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| β | $\beta_{0,1}=5$ | $\beta_{2,1}=4$ | $\beta_{2,3}=5$ | $\beta_{8,4}=4$ | $\beta_{7,5}=4$ | $\beta_{8,6}=8$ |

Wybieramy : $\beta_{2,1} = 4$, $\beta_{8,4} = 4$, $\beta_{7,5} = 4$, powiększając podzbiór ustalony o węzły 1 , 7 i 8 .

Krok VI . Postępując zgodnie z ustalonymi zasadami, otrzymamy kolejne wyniki w celu wybrania najbliższego węzła pustego.

| kolumna | 0 | 1 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---------|-----------------|------------------------|------------------------|-----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|
| β | $\beta_{0,9}=6$ | $\beta_{12,1}=$ =22 | $\beta_{12,1}=$ =15 | $\beta_{9,5}=$ =10 | $\beta_{9,6}=$ =9 | $\beta_{9,7}=$ =8 | $\beta_{10,8}=$ =6 |

Jak można zauważyć węzły 2, i 3 nie posiadają już w pobliżu węzłów pustych. Spośród zestawionych, wybieramy $\beta_{0,9} = 6$ i $\beta_{10,8} = 6$.

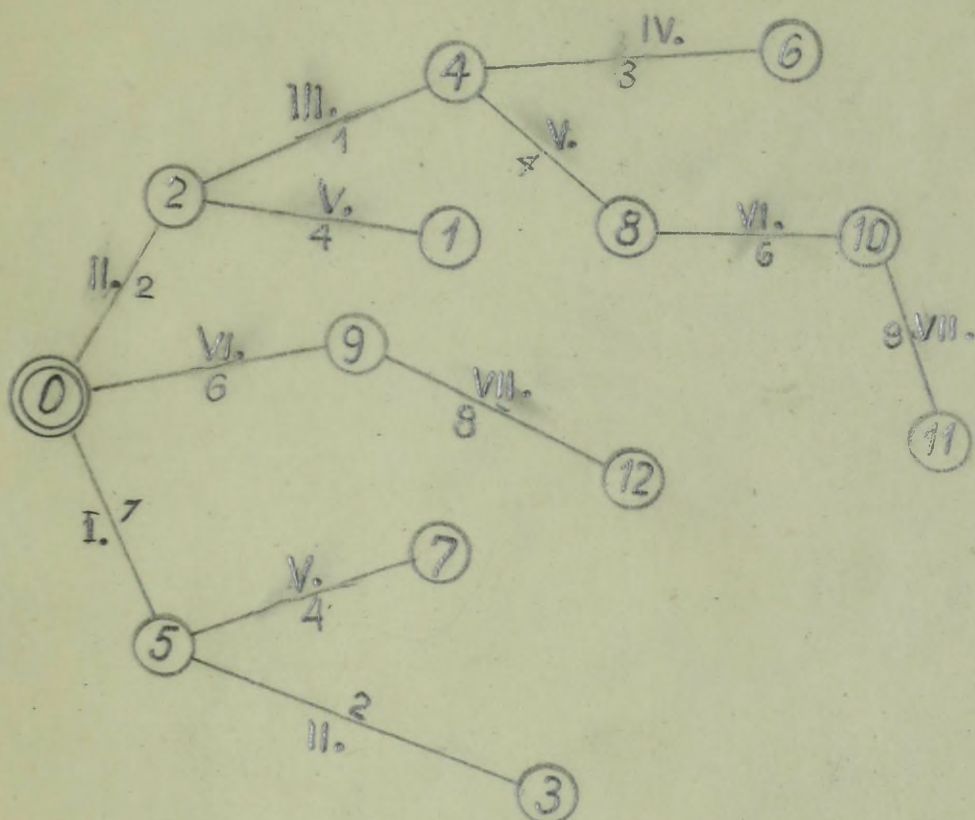
Krok VII . Zestawienie odległości węzłów pustych do podzbiornu :

| kolumna | 0 | 1 | 4 | 5 | 7 | 9 | 10 |
|---------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| β | $\beta_{0,11}=$ =14 | $\beta_{12,1}=$ =18 | $\beta_{12,4}=$ =15 | $\beta_{12,5}=$ =14 | $\beta_{11,7}=$ =9 | $\beta_{12,9}=$ =8 | $\beta_{11,10}=$ =8 |

Należy wybrać $\beta_{12,9} = 8$ i $\beta_{11,10} = 8$, co tym samym wyczerpuje wszystkie węzły puste i kończy poszukiwania najkrótszych tras z punktu 0 do wszystkich węzłów. Na rys.11 trasy te wskazano linią pogrubioną.

TABLICA 2.

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | |
|----|----------|---------|----------|----------|----------|---------|---------|--------|---------|----------|----------|----|----------|----|
| 0 | 0 | 7 | 2 II. | 9 | 8 | 1 I | 10 | 8 | 12 | 6 VI | 13 | 14 | | |
| 7 | | 0 | 4 V. | 6 | 9 | | 10 | 5 | 11 | | | | 18 | |
| 2 | 2 II. | 4 V. | 0 | 5 | 1 III | | | | 9 | | | | | |
| 9 | 9 | 6 | 5 | 5 0 | | 2 II | | 8 | | | | | | |
| 8 | 8 | 9 | 1 III | | 0 | | 3 IV | | 4 V | | | | 15 | |
| 1 | 1 I. | | | 2 II. | | 0 | | 4 V | | 10 | | | 14 | |
| 10 | 10 | | | | 3 IV | | 0 | | 8 | 9 | | | | |
| 7 | 8 | 5 | | 8 | | 4 V | | 0 | 7 | 8 | | 9 | | |
| 3 | 12 | 11 | 9 | | 4 V | | 8 | 7 | 0 | 9 | 6 VI | | | |
| 9 | 6 VI | | | | | 10 | 9 | 8 | 9 | 0 | 10 | 15 | 8 VII | |
| 0 | 13 | | | | | | | | 6 VI | 10 | 10 | 0 | 8 VII | 15 |
| 1 | 14 | | | | | | | 9 | | 15 | 8 VII | 0 | 4 | |
| 2 | | 18 | | | 15 | 14 | | | | 8 VII | 15 | 4 | | 0 |



Rys. 12

2.3.3. Wnioski .

Proponowana metoda badania efektywności struktury systemów informacyjnych przypomina poszukiwanie "najkrótszej drogi" przepływu w sieciach. W istocie bowiem sprawność urządzeń technicznych, realizujących proces obiegu i przetwarzania informacji, będzie zwykle oceniana na podstawie kryterium ustalającego określone dla nich normy niezawodności, a te znajdują się w prostej zależności od długości tras (czasu) przepływu sygnałów (informacji). Wprowadzie kryterium sprawności technicznej procesu przetwarzania danych (informacji) w systemie formułuje się na podstawie postulowanych norm taktyczno - operacyjnych i potrzeb powstających w toku podejmowania decyzji, to jednak i w tej dziedzinie wybrana technika elektronicznego przetwarzania danych powinna być podporządkowana założonej szybkości działania systemu wynikającej z norm czasu dowodzenia. Oczywiście, istotną rolę odgrywa tu pojemność pamięci zewnętrznej oraz technika wyrywkowego (możliwie szybkiego) do niej dostępu.

Przedstawiony model oparto na założeniu o obustronnie jednakowej przepustowości kanałów i węzłów łączności. Założenie to nie osłabia jednak możliwości zastosowania modelu w przypadku obustronnie różnych przepustowości. Wystarczy bowiem dwukrotne przeliczenie modelu, tj. raz w "kierunku" od węzła zerowego do węzłów końcowych, a następnie, również od węzła zerowego do węzłów końcowych, lecz uwzględniając tylko przeciwne zwroty przepływu sygnałów.

Zauważmy również, że proponowany model może służyć jako pomocnicze narzędzie optymalizacji przepływów informacyjnych dla systemów o zadanych strukturach wielopoziomowych (hierarchicznych). Ścisłej - mamy tu na uwadze połączenie powyższej metodyki oceny ciągów przepływów informacji z metodą wyznaczania niezbędnej liczby układów ich przetwarzania na każdym poziomie danej struktury (por. rozdz. 3), aby z kolei stworzyć przesłanki do optymalnego sterowania procesami przepływu i przetwarzania informacji.

3. EFEKTYWNOŚĆ EKSPLOATACYJNA STRUKTUR OPTYMALNYCH

W poprzednich rozdziałach dążyliśmy do optymalizacji struktury układu od jego strony funkcjonalnej. Obecnie rozpatrzymy zagadnienie optymalizacji struktury układu od strony pewnych czynników, stanowiących o jego wartości eksploatacyjnej. Wiadomo, że obie te strony powinny wzajemnie się uzupełniać.

Podobnie jak w poprzednio, wyjdziemy z warunku zapewnienia układowi możliwie wysokiej niezawodności, a więc z postulatu minimalizacji funkcji strat informacji $K(t)$ w całym układzie. Ponadto wprowadzimy warunek dodatkowy, tj. aby minimum funkcji strat występowało przy określonych kosztach eksploatacji poszczególnych urządzeń technicznych, znajdujących się w węzłach i kanałach łączności. W ten sposób uzupełnimy, wprowadzone poprzednio, kryterium efektywności układu o pewne dodatkowe elementy nakładów, przyczym ilość i jakość tych elementów, zawarta w pojęciu "koszt", może być zawsze dobierana zależnie od potrzeb, zakresu i dokładności projektu układu.

Rozważania będą dotyczyły struktur nie posiadających cykli. Ze względu na techniczno - eksploatacyjny aspekt działania systemu zastosujemy ujęcie teorii masowej obsługi, występujące w rozdz. 1.2.

Wychodząc z zależności (1.9), przyjmiemy dodatkowo, że przez pojęcie obiekt struktury układu będziemy rozumieli wszelki węzeł lub kanał, których w układzie będzie N ($l=1,2,\dots,N$); prawdopodobieństwo awarii elementu l w czasie $(t, t+\Delta t)$ oznaczmy ρ_1 , wtedy według (1.9) średnie straty w całym układzie wyniosą :

$$K(t) = \sum_{l=1}^N \rho_1 \cdot \sigma_1, \dots \dots \dots (3.1)$$

przy czym

$$\sigma_1 = \sum_{v=1}^W \psi_v(t) S_v(t) \dots \dots \dots (3.2)$$

Wzór (3.2) określa straty wywołane przez awarię l tego obiektu, składającego się z w_1 środków, z których każdy określa właściwemu funkcja ψ_v stanu l -tego obiektu, gdy v -te urządzenie dozna awarii). S_v - średnie straty informacji powstałe z powodu awarii v -tego urządzenia.

Aby pojęciu "koszt eksploatacji" nadać sens możliwie szeroki i pozwalający na dość elastyczną interpretację nakładów, niezbędnych dla funkcjonowania układu, zgodnie z założeniami planu, wymienione pojęcie "środki" (v_1) można również rozumieć jako wszelkie nakłady materialne, różnych rodzajów i w różnych ilościach, niezbędne do prawidłowego funkcjonowania l -tego obiektu ; praktycznie przyjmują one postać macierzy $[v_{kl}]$. Łatwo zauważyć, że w ten sposób dochodzimy do problemu alokacji zasobów (nakładów, zapasów itp.).

W związku z tym, zagadnienie efektywności eksploatacyjnej można rozpatrywać jako występujące w jednej z dwóch grup zadań :

Pierwszą grupę zadań sformułujemy następująco : zaopatrzyć każdy obiekt w taką ilość środków (v_1), aby średnie straty w czasie $(t, t+\Delta t)$ były jaknajmniejsze, czyli :

$$K(t) = \sum_{l=1}^N \sigma_1 \cdot \rho_1^{v_1}, \dots \dots \dots (3.3.)$$

przy uwzględnieniu warunku nieprzekraczalności ogólnych kosztów eksploatacji całego układu, a mianowicie :

$$\sum_{j=1}^N v_1 \zeta_1 \leq G, \dots \dots \dots (3.4)$$

gdzie ζ_1 jest kosztem jednostkowym eksploatacji środków (urządzeń) obiektu 1. Podobnie jak w przypadku w_1 , koszty jednostkowe również tworzą macierz $[\zeta_1]$.

Druga grupa zadań może przybrać następującą postać ogólną: nie przekraczając przyjętej wartości niezawodności układu, (3.3), czyli:

$$\sum_{l=1}^N G_l \rho_l^{(v_1)} \leq K(t) \quad \dots \quad (3.5)$$

na eksploatację układu przeznaczyć nakłady

$$\sum_{j=1}^N v_1 \cdot \zeta_1 = G = \min. \quad \dots \quad (3.6)$$

W celu rozwiązania powyższych zadań zastosujemy metodę czynników nieoznaczonych Lagrange'a. Funkcja Lagrange'a przyjmie w tym przypadku postać ogólną:

$$L = K + \lambda G \quad \dots \quad (3.7)$$

Ze względu na założenie, że strumień sygnałów traconych ma charakter procesu Poissona, wartość można napisać

$$\eta_1 = \exp \left[\left(- \frac{\ln \rho_1}{\zeta_1} \right) v_1 \zeta_1 \right] \quad \dots \quad (3.8)$$

zatem

$$K = \sum_{l=1}^N G_l \exp \left[\left(- \frac{\ln \rho_1}{\zeta_1} \right) v_1 \zeta_1 \right] \quad \dots \quad (3.9)$$

Podstawiając do (3.7) wyrażenia (3.9) i (3.6), otrzymamy:

$$L = \sum_{l=1}^N G_l \exp \left[\left(- \frac{\ln \rho_1}{\zeta_1} \right) v_1 \zeta_1 \right] + \lambda \sum_{l=1}^N v_1 \cdot \zeta_1 \quad \dots \quad (3.10)$$

Jeśli pochodne cząstkowe funkcji (3.10) względem $v_1 \zeta_1$ przyrównamy do zera, czyli

$$\frac{\partial L}{\partial (v_1 \zeta_1)} = - \frac{\ln \rho_1}{\zeta_1} G_l \exp \left[\left(- \frac{\ln \rho_1}{\zeta_1} \right) v_1 \zeta_1 \right] + \lambda = 0, \dots \quad (3.11)$$

to otrzymamy warunek konieczny, któremu powinny odpowiadać punkty podejrzane o optimum dla obu grup zadań.

Wprowadzając dodatkowe oznaczenia :

$$\varphi_1 = - \frac{\ln \beta_1}{\zeta_1} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (3.12)$$

oraz (3.8), tj. :

$$\eta_1 = \exp \left[\left(- \frac{\ln \beta_1}{\zeta_1} \right) v_1 \zeta_1 \right]$$

można warunek (3.11) przedstawić w postaci :

$$\varphi_1 \sigma_1 \eta_1 = \varphi_N \sigma_N \eta_N \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (3.13)$$

Przyjmując dla (3.4) równość, czyli

$$\sum_{l=1}^N v_l \cdot \zeta_l = G \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (3.14)$$

oraz uwzględniając (3.12), (3.8) i (3.13) znajdziemy dla pierwszej grupy zadań :

$$- \ln \eta_N = \sum_{l=1}^N \frac{1}{\varphi_l} \ln \frac{\varphi_N \sigma_N}{\varphi_l \sigma_l} + \frac{G}{\sum_{l=1}^N \frac{1}{\varphi_l}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (3.15)$$

a stąd, otrzymamy

$$\begin{aligned} v_1 = & \frac{1}{|\ln \beta_1|} \left[\ln \sigma_1 \left| \frac{\ln \beta_1}{\zeta_1} \right| + \right. \\ & \left. + \frac{G}{\left| \sum_{l=1}^N \frac{\zeta_l}{\ln \beta_l} \right|} - \frac{1}{\sum_{l=1}^N \frac{\zeta_l}{\ln \beta_l}} \times \right. \\ & \left. \times \sum_{l=1}^N \frac{\zeta_l}{\ln \beta_l} \ln \sigma_l \left| \frac{\ln \beta_l}{\zeta_l} \right| \right] \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (3.16) \end{aligned}$$

Wyrażenie (3.16) określa więc ilość środków, jakie należy przeznaczyć dla l-tego obiektu w danym układzie, aby zapewnić mu działanie zgodnie z przyjętym wskaźnikiem niezawodności przy minimalnych kosztach. Wynika z niego, że nakłady na utrzymanie zapasów środ-

ków dla 1-tego obiektu powinny być tym większe, im niższa jest jego niezawodność i koszt eksploatacji oraz im większe przewiduje się straty łączne (σ_1).

Przy takiej alokacji zapasów na poszczególne obiekty układu można spodziewać się, że poniesione straty wyniosą :

$$\tilde{K} = \left| \sum_{l=1}^N \frac{1}{\varphi_l} \right| \exp \left\{ \frac{1}{\left| \sum_{l=1}^N \frac{1}{\varphi_l} \right|} \left[-G - \sum_{l=1}^N \frac{1}{\varphi_l} \ln \sigma_l / \varphi_l \right] \right\} \dots (3.17)$$

Stosując zależność (3.13) wyznaczmy dla drugiej grupy zadań :

$$\eta_N = \frac{K}{\varphi_N \sigma_N \sum_{l=1}^N \frac{1}{\varphi_l}} \dots \dots \dots (3.18)$$

Stąd, wyprowadzimy zależność określającą optymalną ilość środków dla 1-tego obiektu :

$$\tilde{v}_1 = \frac{1}{\ln \rho_1} \left\{ \frac{K}{\ln \sigma_1} \left[\frac{1}{\sum_{l=1}^N \frac{1}{\varphi_l}} \cdot \frac{1}{\varphi_1} \right] \dots \dots \dots (3.19) \right.$$

Jeśli wyrażenie w nawiasie kwadratowym (3.19) oznaczmy przez

$$h_1 = \frac{1}{\sum_{l=1}^N \frac{1}{\varphi_l}} \cdot \frac{1}{\varphi_1} \dots \dots \dots (3.20)$$

wtedy

$$\tilde{v}_1 = \frac{1}{\ln \rho_1} \left(\frac{K h_1}{\ln \sigma_1} \right) \dots \dots \dots (3.21)$$

$$l = 1, 2, \dots, N.$$

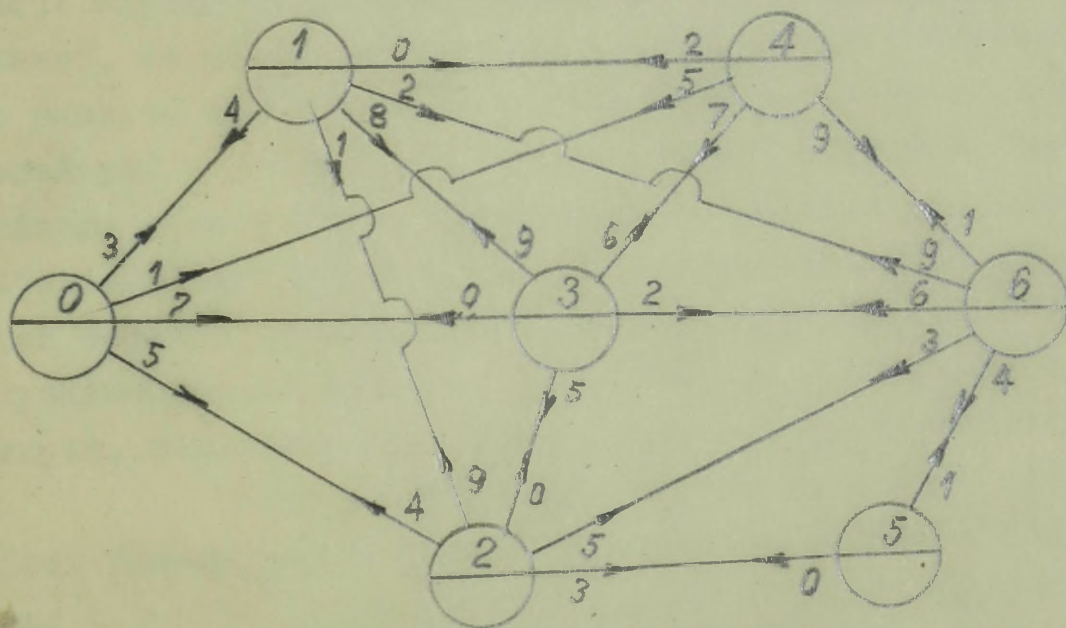
oraz

$$\tilde{G} = \sum_{l=1}^N \frac{1}{\varphi_l} \cdot \ln \frac{K h_l}{\sigma_l} \dots \dots \dots (3.22)$$

Jak można zauważyć, wzrost wydatkowanych nakładów powoduje obniżenie średnich strat, przy czym spadek ten ma charakter wykładniczy. Efektywność nakładów na eksploatację układu charakteryzuje zależność (3.12). Wynika z niej, zwłaszcza dla przypadków gdy nakłady G są stałe, że wzrost efektywności zależy od wzrostu wartości parametru c_1 (3.12), łączącego niezawodność układu z kosztem jego eksploatacji.

3.1. PRZYKŁAD

Rozważania zawarte w tym rozdziale zilustrujemy na przykładzie układu (rys.13), dla którego obliczymy efektywność eksploatacji cyjną oraz alokację optymalnych zasobów, niezbędnych dla jego funkcjonowania z przyjętą niezawodnością.



Rys. 13.

Sieć tworzą kanały (łącza) o różnych przepustowościach sygnałów w każdą stronę. Zakładamy, że intensywności chwilowe μ_{lk} ciągu sygnałów nadawanych z węzła l do węzła k i odwrotnie (μ_{kl}) nie przekraczają przepustowości kanałów. Macierz intensywności kanałów zawiera tablica 3.

TABLICA 3.

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 3 | 5 | 7 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 4 | 0 | 1 | 8 | 0 | 0 | 2 |
| 2 | 4 | 9 | 0 | 7 | 0 | 3 | 5 |
| 3 | 0 | 9 | 5 | 0 | 6 | 0 | 2 |
| 4 | 5 | 2 | | 7 | 0 | 0 | 9 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 6 | 0 | 9 | 3 | 6 | 1 | 4 | 0 |

Przyjmijmy z kolei, że przedstawiona sieć łączności (rys.13) odwzorowuje faktyczny stan jej rozbudowy i wymaga sprawdzenia pod względem optymalnego jej wykorzystania w oparciu o kryterium maksymalnej przepustowości kanałów. Innymi słowy, zagadnienie sprowadzi się do wyodrębnienia grafu zapewniającego maksymalne przepustowości kanałów niezbędnych z punktu widzenia sprawności obiegu informacji między poszczególnymi węzłami. W rezultacie może się bowiem okazać, że pewne kanały (łącza) stają się zbyteczne i z ekonomicznego punktu widzenia korzystnie jest je wyłączyć z pracy w danym (np. doraźnym) systemie informacyjnym. W ten sposób, uzyskuje się nie tylko możliwość elastycznego reagowania na bieżące sytuacje, którym powinien odpowiadać projektowany system informacyjny, lecz uwzględniamy również aspekty efektywności ekonomicznej (m.in. w postaci oszczędności uzyskiwanych na budowie, eksploatacji i ochronie łączy niezaznaczonych, zamrożeniu środków technicznych, transportu itp.)

Próbie rozwiązania powyższego zagadnienia optymalizacji sieci podejmiemy w oparciu o algorytm Forda - Fulkersona, zmodyfikowany z punktu widzenia uproszczenia procesu obliczeniowego lecz bez szkody dla ścisłości wyników.

Uwzględniając duplexowy charakter działania kanałów łączności, poszukujemy rozwiązań optymalnych dla każdego z dwóch ogólnych kierunków obiegu informacji :

pierwszy kierunek : z punktu 0 (uznanego jako nadawca) do punktu 6 (odbiorca - informacji) ;

drugi kierunek : z punktu 6 (jako nadawca) do punktu 0 (odbiorca informacji).

ALGORYTM (dla pierwszego kierunku).

Krok 0. Do pamięci EMC wprowadzić dane zawarte w tablicy 3.

Krok 1. Wybrać dowolną trasę prowadzącą z punktu 0 do punktu 6.

Nie^{chy} będzie to trasa 0,1,2,3,4,6.

Krok 2. Elementy macierzy (tabl.3), dotyczące kierunku (0,6), oznaczyć symbolem "minus" (-), natomiast odpowiadające kierunkowi (6,0) - symbolem "plus" (+).

Krok 3. Ze zbioru wartości oznaczonych symbolem "minus" wybrać element najmniejszy. Na przykład

$$s_1 = \min(c_{01}^-, c_{12}^-, c_{23}^-, c_{34}^-, c_{46}^-) = \\ = \min(3, 1, 7, 6, 9) = 1 .$$

Krok 4. Wartość $s_1=1$ odjąć od elementów macierzy oznaczonych symbolem "minus" i dodać do elementów macierzy oznaczonych symbolem "plus".

W ten sposób dochodzimy do wyników pierwszej iteracji. Zawiera je tablica 4.

TABLICA 4.

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|----|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 2 | 5 | 7 | 1 | | |
| 1 | 5 | 0 | 0 | 8 | 0 | | 2 |
| 2 | 4 | 10 | 0 | 6 | | 3 | 5 |
| 3 | 0 | 9 | 6 | 0 | 5 | | 2 |
| 4 | 5 | 2 | | 8 | 0 | | 8 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 6 | | 9 | 3 | 6 | 2 | 4 | 0 |

Z kolei przechodzimy do drugiej iteracji, tj. wracając do kroku 1 wybieramy z tablicy 4 kolejną dowolną trasę dla której przeprowadzamy analogiczną procedurę obliczeniową. Po wykonaniu pewnej ilości iteracji dochodzi się do sytuacji w której nie można wybrać trasy z dodatnimi elementami macierzy.

W danym przykładzie wyniki ostatniej iteracji podano w tablicy 5.

TABLICA 5.

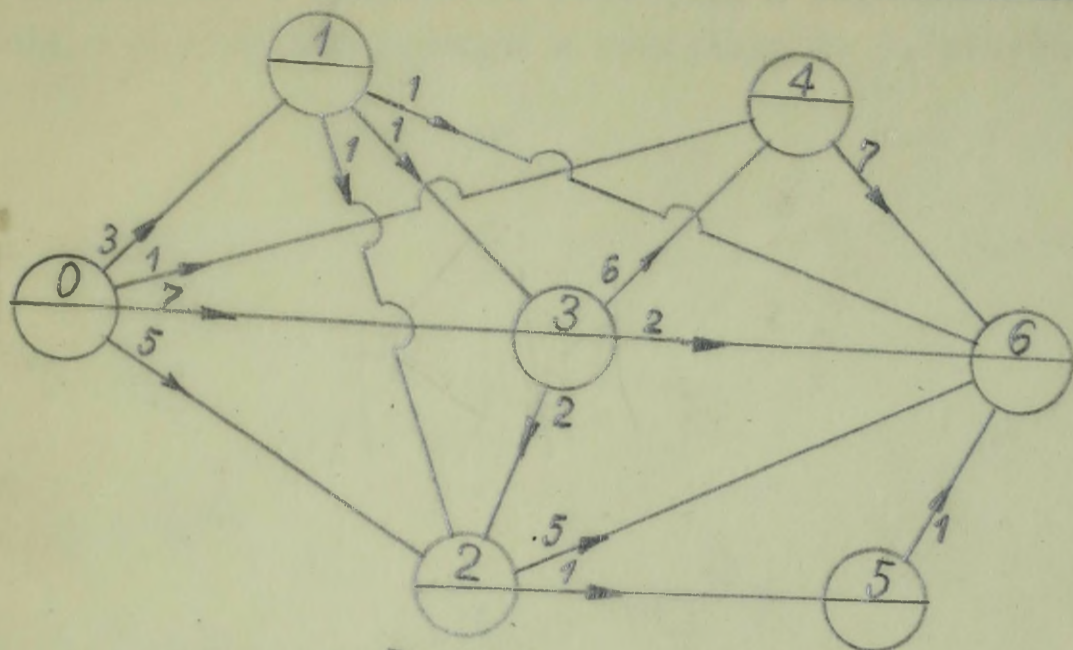
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|----|---|----|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| 1 | 7 | 0 | 0 | 7 | 0 | 2 | 1 |
| 2 | 9 | 10 | 0 | 7 | | 2 | 0 |
| 3 | 7 | 12 | 3 | 0 | 0 | | 0 |
| 4 | 6 | 2 | | 13 | 0 | | 2 |
| 5 | | | 1 | | | 0 | 0 |
| 6 | | 10 | 8 | 8 | 8 | 5 | 0 |

Aby uzyskać właściwe rozwiązanie należy ponadto wykonać Krok 5 : odjąć od elementów macierzy wyjściowej (tabl.3) elementy macierzy otrzymane z ostatniej iteracji. Do rozwiązania należy wprowadzić tylko wartości nieujemne.

Rozwiązanie przyjmie postać macierzy zawartej w tablicy 6 (powyżej przekątnej) i rys. 14.

TABLICA 6.

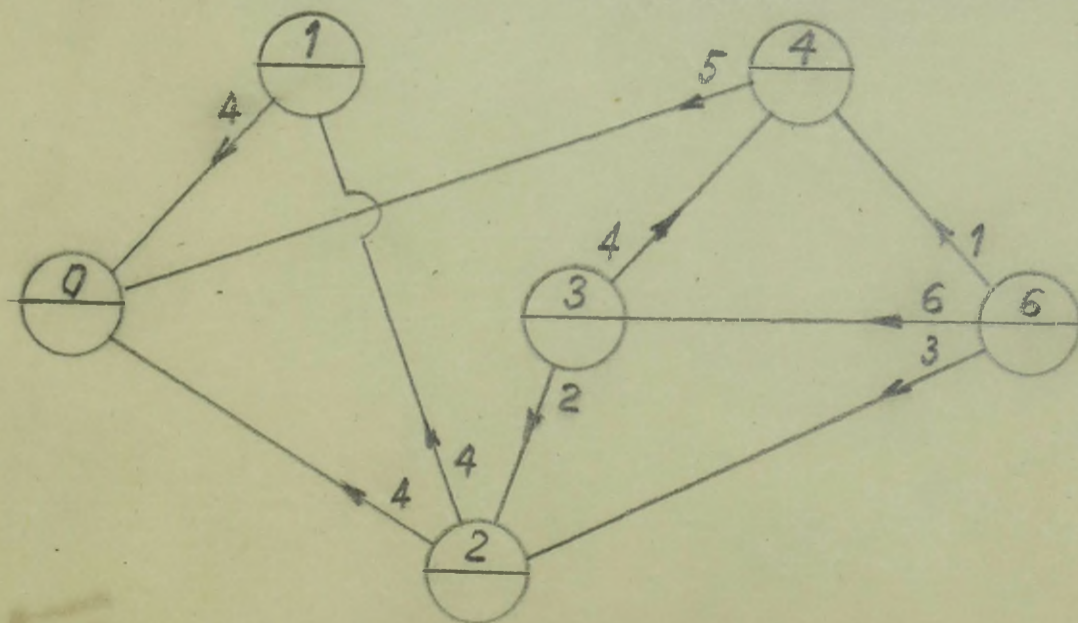
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 3 | 5 | 7 | 1 | | |
| 1 | 4 | 0 | 1 | 1 | | | 1 |
| 2 | 4 | 4 | 0 | | | 1 | 5 |
| 3 | | | 2 | 0 | 4 | | 2 |
| 4 | 5 | | | | 0 | | 7 |
| 5 | | | | | | 0 | 1 |
| 6 | | | 3 | 6 | 1 | | 0 |



Rys. 14

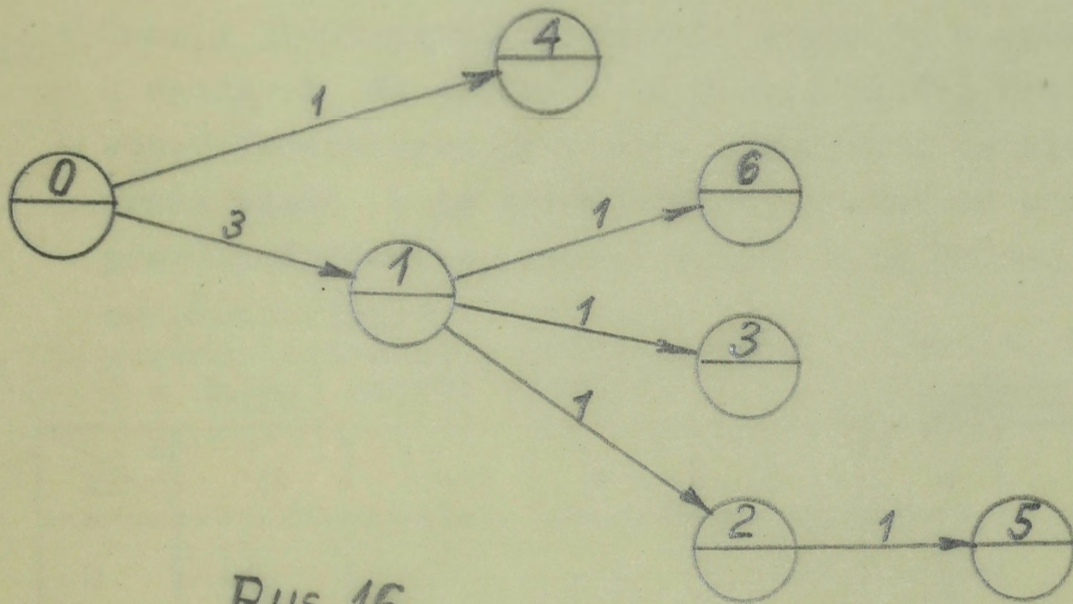
Rozwiązanie dla drugiego kierunku, tj. (6,0) uzyskuje się przy pomocy tego samego algorytmu z tym tylko, że w kroku pierwszym (każdej iteracji) wybiera się trasy od punktu 6 do punktu 0 korzystając (w zasadzie) z elementów macierzy występujących poniżej jej przekątnej (tabl.5).

Rozwiązanie optymalne w postaci sieci przedstawione na rys. 15 i tablicy 6 (poniżej przekątnej).

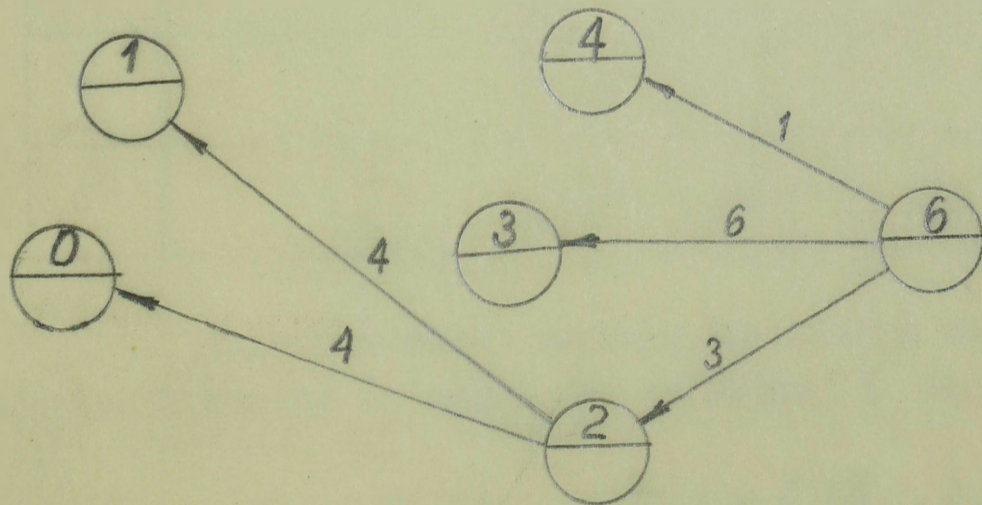


Rys. 15

Odwzorowanie powyższych rozwiązań w postaci grafów sporządzonych zgodnie z algorytmem podanym w rozdziale 2. 3, przedstawiono na rys. 16 i 17.



Rys. 16



Rys. 17

Powyższe rozwiązanie przyjmiemy jako podstawowe dla rozpatrzenia zagadnienia efektywności eksploatacyjnej struktur optymalnych. W tym celu, z kolei zastosujemy dla każdego z tych rozwiązań algorytm przedstawiamy w rozdz. 2. 3, przy pomocy którego uzyskamy ponadto rozwiązanie optymalne przepływu sygnałów według kryterium najkrótszej odległości między węzłami.

Dane uzupełniające zawiera tablica 7, a mianowicie:

- ζ_{kl} - koszty jednostkowe przesłania sygnałów w czasie $(t, t + \Delta t)$ z węzła k do węzła l (w górnej części kratki);
- ξ_k - koszt jednostkowy przejścia sygnałów w czasie $(t, t + \Delta t)$ przez węzeł k (w górnej części krutek na przekątnej);
- ρ_k - prawdopodobieństwo awarii węzła k (w dolnej części krutek na przekątnej);
- ρ_{kl} - prawdopodobieństwo awarii kanału od węzła k do węzła l (w dolnej części kratki).

TABLICA 7

| $kl \backslash k$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-------------------|------------------|-----------------|------------------|-----------------|------------------|-----------------|------------------|
| 0 | $\frac{15}{0,8}$ | $\frac{4}{0,7}$ | $\frac{2}{0,6}$ | $\frac{9}{0,9}$ | $\frac{14}{0,4}$ | | |
| 1 | $\frac{8}{0,7}$ | $\frac{3}{0,6}$ | $\frac{10}{0,8}$ | $\frac{6}{0,5}$ | | | $\frac{12}{0,4}$ |
| 2 | $\frac{4}{0,6}$ | $\frac{8}{0,9}$ | $\frac{5}{0,7}$ | | | $\frac{8}{0,4}$ | $\frac{10}{0,5}$ |
| 3 | | | $\frac{5}{0,6}$ | $\frac{8}{0,5}$ | $\frac{3}{0,3}$ | | $\frac{9}{0,8}$ |
| 4 | $\frac{8}{0,7}$ | | | | $\frac{11}{0,9}$ | | $\frac{7}{0,6}$ |
| 5 | | | | | | $\frac{6}{0,6}$ | $\frac{8}{0,4}$ |
| 6 | | | $\frac{8}{0,5}$ | $\frac{6}{0,7}$ | $\frac{5}{0,6}$ | | $\frac{11}{0,7}$ |

Niech właściwą empiryczną relację dla oceny kosztów eksploatacji kanału od węzła k do węzła l będzie

$$G_{kl} = \rho_{kl} (\zeta_{kl} \cdot \mu_{kl}) + \rho_k (\xi_k \cdot \mu_{kl})$$

Korzystając z powyższego otrzymamy niezbędne dane wyjściowe do oceny efektywności eksploatacyjnej rozpatrywanego systemu (rys. 13).

Zawiera je tablica 8.

TABLICA 8.

| 0 | | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | |
|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|
| ρ_{kl} | G_{kl} | ρ_{kl} | G_{kl} | ρ_{kl} | G_{kl} | ρ_{kl} | G_{kl} | ρ_{kl} | G_{kl} | ρ_{kl} | G_{kl} | ρ_{kl} | G_{kl} |
| 0,7 | 44,4 | | | | | | | | | | | | |
| 0,6 | 66,0 | | | | | | | | | | | | |
| 0,9 | 140,7 | | | | | | | | | | | | |
| 0,4 | 17,6 | | | | | | | | | | | | |
| | | 0,7 | 9,8 | | | | | | | | | | |
| | | 0,8 | 4,8 | | | | | | | | | | |
| | | 0,5 | 6,6 | | | | | | | | | | |
| | | 0,4 | 29,6 | | | | | | | | | | |
| | | | | 0,6 | 23,6 | | | | | | | | |
| | | | | 0,9 | 42,8 | | | | | | | | |
| | | | | 0,4 | 17,2 | | | | | | | | |
| | | | | 0,5 | 42,5 | | | | | | | | |
| | | | | | | 0,6 | 14,0 | | | | | | |
| | | | | | | 0,3 | 9,6 | | | | | | |
| | | | | | | 0,8 | 22,4 | | | | | | |
| | | | | | | | | 0,7 | 77,5 | | | | |
| | | | | | | | | 0,6 | 77,7 | | | | |
| | | | | | | | | | | 0,4 | 6,8 | | |
| | | | | | | | | | | | | 0,5 | 35,1 |
| | | | | | | | | | | | | 0,7 | 54,6 |
| | | | | | | | | | | | | 0,6 | 11,3 |
| 2,6 | 268,7 | 2,4 | 23,8 | 2,4 | 120,1 | 1,7 | 46,0 | 1,3 | 155,2 | 0,4 | 6,8 | 1,8 | 101,0 |

Z tablicy 8 wynika, że średnie straty informacji wyniosą :

$$K = \sum_{k=0}^6 K_1 = 2,6 + 2,4 + 2,4 + 1,7 + 1,3 + 0,4 + 1,8 = 12,6 ,$$

a minimalne nakłady na stworzenie danej sieci łączności (rys.13) :

$$G = \sum_{k=0}^6 G_k = 727,5 .$$

Przyjmijmy, że powyższe straty informacji oceniono jako zbyt wysokie i postanowiono zmniejszyć je do wielkości $K=3,0$, oczywiście, kosztem wzrostu nakładów G . Zdecydowano przy tym, aby zmniejszenie strat informacji było proporcjonalne do strat występujących w projekcie początkowym (tablica 8). W związku z tym postulowany nowy rozkład strat w poszczególnych węzłach wyniesie :

$$\tilde{K}_0 = 0,62 ,$$

$$\tilde{K}_4 = 0,31 ,$$

$$\tilde{K}_1 = 0,57 ,$$

$$\tilde{K}_5 = 0,09 ,$$

$$\tilde{K}_2 = 0,57 ,$$

$$\tilde{K}_6 = 0,43 .$$

$$\tilde{K}_3 = 0,41 .$$

Obliczenia pomocnicze zawiera tablica 9 .

TABLICA 9.

| k l | $\log p_{kl}$ | $\zeta / \log p_{kl}$ | $\sum \zeta / \log p_{kl}$ | n_l |
|-----|-----------------|-----------------------|----------------------------|-------|
| 01 | $\log 0,7=0,15$ | 296,0 | 3439,3 | 0,086 |
| 02 | " 0,6=0,22 | 300,0 | | 0,087 |
| 03 | " 0,9=0,05 | 2814,0 | | 0,817 |
| 04 | " 0,4=0,60 | 29,3 | | 0,01 |
| 10 | $\log 0,7=0,15$ | 197,3 | 322,3 | 0,613 |
| 12 | " 0,8=0,10 | 98,0 | | 0,304 |
| 13 | " 0,5=0,30 | 16,0 | | 0,050 |
| 16 | " 0,4=0,60 | 11,0 | | 0,033 |
| 20 | $\log 0,6=0,22$ | 107,3 | 1133,7 | 0,095 |
| 21 | " 0,9=0,05 | 856,0 | | 0,755 |
| 25 | " 0,4=0,60 | 28,7 | | 0,025 |
| 26 | " 0,5=0,30 | 141,7 | | 0,125 |
| 32 | $\log 0,6=0,22$ | 63,2 | 303,7 | 0,209 |
| 34 | " 0,3=0,52 | 16,5 | | 0,056 |
| 36 | " 0,8=0,10 | 224,0 | | 0,735 |
| 41 | $\log 0,7=0,15$ | 516,7 | 869,9 | 0,593 |
| 46 | " 0,6=0,22 | 353,2 | | 0,407 |
| 56 | $\log 0,4=0,60$ | 11,3 | 11,3 | 1,0 |
| 62 | $\log 0,5=0,30$ | 117,0 | 532,4 | 0,220 |
| 63 | " 0,7=0,15 | 364,0 | | 0,685 |
| 64 | " 0,6=0,22 | 51,4 | | 0,095 |

Korzystając z wzoru (3.22) z kolei obliczymy wielkość niezbędnych nakładów na eksploatację sieci. Obliczenie pomocnicze zawiera tablica 10.

TABLICA 10.

| kl | $\frac{1}{\lg \rho_{kl}}$ | $\tilde{\rho}_{kl}$ | \tilde{K}_k | $n_1 \cdot \tilde{\rho}_{kl}$ | $\lg(n_1 \tilde{\rho}_{kl})$ | \tilde{v}_{kl} | G_k |
|----|---------------------------|---------------------|---------------|-------------------------------|------------------------------|------------------|-------|
| 01 | -6,67 | 0,167 | | 0,0144 | -1,842 | 12,30 | |
| 02 | -4,56 | 0,143 | 0,62 | 0,0124 | -1,907 | 8,68 | 39,41 |
| 03 | -20,00 | 0,215 | | 0,1757 | -0,755 | 15,10 | |
| 04 | -1,67 | 0,095 | | 0,0010 | -2,000 | 3,33 | |
| 10 | -6,67 | 0,160 | | 6,0985 | -1,007 | 6,67 | |
| 12 | -10,00 | 0,190 | 0,57 | 0,0578 | -1,238 | 12,38 | 30,61 |
| 13 | -3,33 | 0,120 | | 0,0060 | -2,222 | 7,42 | |
| 16 | -1,67 | 0,1000 | | 0,0033 | -2,482 | 4,14 | |
| 20 | -4,56 | 0,136 | | 0,0129 | -1,889 | 8,60 | |
| 21 | -20,00 | 0,214 | 0,57 | 0,1620 | -0,791 | 15,80 | 34,82 |
| 25 | -1,67 | 0,100 | | 0,0025 | -2,602 | 4,34 | |
| 26 | -3,33 | 0,120 | | 0,0150 | -1,824 | 6,08 | |
| 32 | -4,56 | 0,145 | | 0,0304 | -1,517 | 6,90 | |
| 34 | -1,92 | 0,073 | 0,41 | 0,0041 | -2,387 | 4,60 | 20,01 |
| 36 | -10,00 | 0,192 | | 0,1410 | -0,851 | 8,51 | |
| 41 | -6,67 | 0,167 | 0,31 | 0,0099 | -2,440 | 16,29 | 26,51 |
| 46 | -4,56 | 0,143 | | 0,0056 | -2,252 | 10,22 | |
| 56 | -1,67 | 0,090 | 0,09 | 0,09 | -1,046 | 1,74 | 1,74 |
| 62 | -3,33 | 0,120 | | 0,0364 | -1,439 | 4,89 | |
| 63 | -5,67 | 0,167 | 0,43 | 0,1140 | -0,943 | 6,29 | 19,58 |
| 64 | -4,56 | 0,143 | | 0,0136 | -1,867 | 8,40 | |

Razem 3,00

Sumując koszty eksploatacji poszczególnych kanałów otrzymamy

$$\bar{G} = \sum_{k=0}^N \sum_{l=1}^N \zeta_k \cdot \tilde{v}_{kl} = 7817,7 .$$

Powyższa liczba jednostek obliczeniowych jest więc niemal 11-krotnie większa niż w przypadku projektu pierwotnego (727,5 jedn.). Z drugiej strony uzyskano 4,2 krotnie zmniejszenie średnich strat informacji w całym systemie (tj. od pierwotnej wartości $K=12,6$ do $K=3$).

L I T E R A T U R A

1. A.Ja. CHINCZYN : Roboty po matematycznej teorii massowego obsłużiwania. Gosud. Izdat. Fiz.- Mat.Lit. Moskwa 1963.
2. T.L. SAATI : Elementy teorii massowego obsłużiwania i jeje przyłożenija. Pier. z angl. "Sowietskoje Radio", 1965.
3. P.K. PRIM : Kratczajsza swjazywajuszczaja siet i niekatoryje obobszczenija. "Kiberneticeskij Sbornik" nr 2, 1961.
4. C. BERGE : Teorija grafow i jeje primienienija. Gosud.Izdat. Inostr.Lit., Moskwa, 1962.
5. L.R. FORD, Dr. FULKERSON : Potoki w sietjach. Izdat. "MIR", Moskwa, 1966.
6. G.B. DANTZIG : Liniejnoje programmirowanje. Jego primienienija i obobszczenija. Pier. s angl. "Progress", Moskwa, 1966.
7. Tiechniceskaja kibienetika, Problemy uprawlenia i informaczi. Woprosy sowietskoj nauki. Ak.Nauk SSSR. Izdat. "Nauka", Moskwa 1966.
8. I.A. USZAKOW : Ocenka efektiwnosti słożnych sistiem. Sb. Nadiożnost radioelektronnoj aparatury. Izd. "Sowietskoje Radio", 1960.
9. D.R. COX, W.L. SMITH : Teorija ocze~~rediej~~rediej. Pier. z angl. Izdat. "Mir", Moskwa 1966.
10. L.S. GODDARD : Metody matematyczne w badaniach operacyjnych. Tłum. z ang. PWN, 1966.

O. W P R O W A D Z E N I E

Analizę, a następnie ocenę skuteczności działania wszelkiego systemu (obiektu zorganizowanego dla osiągnięcia zamierzonego celu) podejmuje się na podstawie charakterystyk jego podsystemów, wyróżnionych z punktu widzenia określonych cech stanowiących o istocie działania systemu. Inaczej mówiąc, mamy na uwadze jedynie cechy użyteczne systemu (podsystemów), a przy tym tylko takie, których odpowiednie "natężenie" w toku działania przyczynia się do osiągnięcia zamierzonego celu, i można je wyrazić w postaci ilościowej - numerycznej (wielkościowej lub wartościowej). Charakterystykę ilościową tych cech przeprowadza się z reguły na podstawie właściwie sformułowanego kryterium oceny "natężenia" każdej cechy występującej w realizowanym procesie.

Zauważmy jednak, że wszelki układ działa w warunkach istnienia "wielorakości ^{celów} ~~z~~ przypisywanych mu przez organizatora; z reguły bowiem człowiek - operator chciałby w procesie sterowania układem osiągnąć szereg celów o wielorakim charakterze funkcjonalnym, przy czym każdy z nich przynajmniej w stopniu zamierzonym.

Jeśli przyjmiemy, że ocenę stopnia osiągnięcia każdego celu można podjąć na podstawie tylko i tylko jednego kryterium (uznanego za najważniejsze), to i w tym przypadku dochodzimy do zagadnienia wielorakości kryteriów oceny ilościowej działalności układu, a tym samym do wieloznacznej, a inaczej - wielowartościowej oceny jego działalności.

W tym świetle, jako podstawę oceny działania (efektywności) systemu zastosujemy prakseologiczną zasadę (regułę) "racjonalnego gospodarowania"; w szczególności najczęściej będziemy korzystali z tego wariantu tej zasady, który orzeka o uzyskiwaniu jaknajwiększych korzyści przy danych nakładach (sił, środków, energii itp.).

Przyjmujemy, że każdy obiekt [element q_i ($i=1,2,\dots,v$) zbioru Q] zawiera k cech ($k=1,2,\dots,r$) określających jego stronę jakościową, mamy na myśli jedynie tzw. ce-

x/Problem "wielorakość celów" układu rozpatruje się w rozdz.

ch y u ż y t e c z n e , tzn. takie właściwości obiektu, które według naszego mniemania (wynikającego z nagromadzenia odpowiednich doświadczeń w dostatecznie długim okresie w przeszłości) sprzyjają lub powinny sprzyjać wykonaniu przez obiekt tych zadań, które decydują o jego roli i miejscu w ramach systemu.

Mówiąc o j a k o ś c i o w e j s t r o n i e obiektu, określonej przez wspomniany zbiór cech użytecznych, mamy na myśli pojęcie "j a k o ś ć" w sensie nadanym przez J.Locke'a [58], przy czym tylko w postaci jakości pierwotnej^x danej rzeczy, a nie - wtórnej. W ten sposób unikniemy wieloznaczności występującej często przy stosowaniu tego pojęcia, rozumiejąc przez nie: właściwość, rodzaj, gatunek, a ponadto cechy rzeczy odróżniające je od innej rzeczy lub cechę istotną ze względu na strukturę wewnętrzną rzeczy i jej związki z otoczeniem.

Powyższe ujęcie jakości (w sensie J.Locke'a) ma również m.in. tę korzystną dla nas własność, że pozwala (a nawet ułatwia) formułować podstawy dla charakterystyk i l o ś c i o w y c h każdej z wybranych cech użytecznych.

Najogólniej, a ponadto intuicyjnie - charakterystyką ilościową cechy użytecznej obejmujemy ocenę jej "natężenia" jakie wystąpi w procesie realizowanym przez obiekt. Ograniczymy się przy tym (i chwilowo) do popularnego znaczenia słowa natężenie, jako ilości przepływu masy w ciągu jednostki czasu wyrażonej w postaci wielkości skalarnej.

x/ Według J.Locke'a, jakości pierwotne danej rzeczy wyrażają jej masę, rozciągłość, kształt, ruch itp., a jakość wtórna, nazywana przez niego również jakością zmysłową, np. barwa, dźwięk, zapach itp., uzależniał od pierwotnych i właściwości organów zmysłowych poznającego podmiotu. Jakości pierwotne wyrażają więc obiektywny charakter rzeczy, natomiast jakości wtórne - subiektywny gdyż są zdolnościami rzeczy do oddziaływania na zmysły i wywoływania w nich określonych wrażeń, przy czym wrażenia te są obrazami jakości wtórnych tych rzeczy.

1. ZAŁOŻENIA PODSTAWOWE

Przedmiotem rozważań jest względnie odosobniony zbiór skończony $Q=(q_1, \dots, q_v)$ układów działających, współzależnych, z których każdy realizuje właściwy sobie cel cząstkowy. Suma celów cząstkowych tworzy cel generalny zbioru Q , nazywanego dalej kompleksem.

Przyjmuje się, że zależnie od charakteru celu cząstkowego, każdy układ q_i ($i=1, \dots, v$) posiada właściwości dokonywania prospektywnej lub retrospektywnej względnie (łącznie) pro-retrospektywnej oceny skutków oddziaływania na określone pozostałe układy (w ramach kompleksu) oraz na otoczenie.

1. Realizacja celu generalnego przez kompleks wymaga by charakteryzował ^{go} zbiór skończony cech użytecznych $R=(r_1, \dots, r_n)$, z których każda r_k ($k=1, \dots, n$) występuje z właściwym (ustalonym) "natężeniem", ilościowo mierzalnym.

2. Każdy element $q_i \in Q (=q_1, \dots, q_v)$ charakteryzuje właściwy mu zbiór skończony w_i cech użytecznych $w_i \in R (=r_1, \dots, r_n)$, ($i=1, \dots, v$) o właściwych natężeniach, niezbędnych dla realizowanego celu cząstkowego. Zbiór w_i jest podzbiorem niepustym zbioru R , co zapisujemy w postaci :

$$w_i \subset R, (i=1, \dots, v) .$$

3. W procesie doprowadzającym do osiągnięcia przez kompleks celu generalnego przyjmujemy jako niezmiennie : liczbę cech $r_k \in R (=r_1, \dots, r_n)$ kompleksu i liczbę cech układu $w_i \in R (=r_1, \dots, \dots, r_n)$, natomiast zmieniają się natężenia cech.

Charakter zmienności natężenia każdej cechy układu q_i , tj. $r_k \in w_i$ ($i=1, \dots, v$) zależy od zadania spełnionego przez układ (w ramach kompleksu), a ponadto od :

- czasu przeznaczanego na osiągnięcie celu generalnego (intensywności działania) ;
- wpływu podstawowych zakłóceń na układ ;
- wskaźnika sprawności układu ;
- wielkości sterującej dla danego układu.

Zakładamy ponadto, że funkcjonalną zależność od czasu wartości zakłóceń, wskaźnika sprawności i wielkości sterującej ma charakter stochastyczny i zawsze można ustalić dla każdego z nich rozkłady prawdopodobieństwa, a ściślej - funkcje gęstości prawdopodobieństwa.

4. Jako podstawę oceny wartości użytecznej układu q_i przyjmujemy jakość osiąganych przez niego celów cząstkowych. Zakładamy przy tym, że ocena ilościowa osiąganych celów mieści się w ocenie jakościowej, jako ogólniejszej.

Ponieważ, zgodnie z (2), osiągnięcie przez układ zamierzonego celu zależy od natężenia każdej z właściwych mu cech użytecznych, zatem ocenę wartości użytecznej układu należy podejmować z punktu widzenia każdej jego cechy $r_k \in w_i$. Stąd też, ocenę wartości użytecznej kompleksu będziemy podejmowali z punktu widzenia każdej jego cechy użytecznej $r_k \in R(=r_1, \dots, r_n)$.

5. Przyjmujemy, że zawsze można sformułować analityczne kryterium oceny wartości użytecznej układu (kompleksu) ^{x/}. W szczególności można ustalić kryteria empiryczne, pozwalające wyróżniać w kompleksie układy na podstawie właściwych im cech użytecznych. Biorąc pod uwagę, że każda z cech układu współprzyczynia się do osiągnięcia celu jego działania, ocenę jakości układu należy podejmować w oparciu o kryterium odpowiadające istocie każdej z jego cech.

6. Wyróżniamy dwa podstawowe rodzaje kryteriów oceny jakości układu pod względem r_k -tej cechy, które w trybie roboczym nazwiemy :

- kryterium normalne,
- kryterium inwersyjne.

6.1. Kryterium normalne oceny jakości układu $q_i \in Q$ pod względem r -tej cechy wyrazimy w postaci takiej liczby $c^{(k)}$ rzeczywistej nieujemnej, która w zadanym przedziale czasu charakteryzuje ilościowy stan natężenia r_k -tej cechy w przynajmniej jednym elemencie $q_i \in Q$, przy czym spełnia nierówność

$$c_i^{(k)} \geq c_j^{(k)}, \quad i \neq j, \quad j=1, \dots, v.$$

Inaczej mówiąc, istnieje przynajmniej jeden taki układ $q_i \in Q$, który w zadanym przedziale czasu posiada cechę r_k o najwyższym natężeniu.

x/ Charakterystykę metod syntezy kryteriów jakości podejmiemy w rozdz.

6.2. Kryterium inwersyjne oceny jakości układu $q_w \in Q$ pod względem r_k -tej cechy wyrazimy w postaci takiej liczby $c^{(k)}$ rzeczywistej nieujemnej, która w zadanym przedziale czasu charakteryzuje ilościowy stan natężenia r_k -tej cechy w przynajmniej jednym elemencie $q_i \in Q$ - przy czym spełnia nierówność

$$c_i^{(k)} \leq c_j^{(k)}, \quad i \neq j, \quad j=1, \dots, v.$$

Inaczej mówiąc, istnieje przynajmniej jeden taki układ $q_i \in Q$, który w zadanym przedziale czasu posiada cechę r_k o najniższym natężeniu.

6.3. Pojęcia kryterium normalne i kryterium inwersyjne wprowadzono w celu podkreślenia względności ocen jakości układu według każdej z cech w nim zawartych.

7. Stąd też, jako kryterium oceny natężenia r_k -tej cechy w układzie q_i , można przyjąć porównanie w stosunku do pewnego natężenia wzorcowego r_k -tej cechy

$$\tilde{c}_i^{(k)} = \frac{c_i^{(k)}}{c_{\omega}^{(k)}} h_k + (1-h_k) \frac{c_{\omega}^{(k)}}{c_i^{(k)}},$$

gdzie h_k jest zmienną dwuwartościową

$$h_k = \begin{cases} 1 & \text{dla } c^{(k)} \text{ normalnego,} \\ 0 & \text{dla } c^{(k)} \text{ inwersyjnego,} \end{cases}$$

a $c_{\omega}^{(k)}$ wyraża charakterystykę wzorcową natężenia r_k -tej cechy. Przyjmujemy, że $\tilde{c}_i^{(k)} = 1$.

8. Układem wzorcowym pod względem r_k -tej cechy (w zadanym kompleksie) nazwiemy układ, który w procesie realizowanym przez kompleks wykazuje najlepszą charakterystykę ilościową tej cechy.

Wyróżnienie układu wzorcowego można uzyskać dwoma sposobami :

1. przyjmując jako "wzorzec" układ $q_i \in Q$ wykazujący najlepszą charakterystykę ilościową danej cechy ;
2. ustalając poziom odniesienia dla "wzorca" na podstawie zbiorów danych (statystycznych) uzyskanych w toku doświadczeń nad badaniami zmienności natężenia danej cechy.

Zagadnienie oceny jakości kompleksu można rozpatrywać z punktu widzenia podyktowanych potrzebami analizy kompleksu istniejącego lub syntezy kompleksu tworzonego. W obu tych przypadkach istnieją jednak pewne wspólne rysy postępowania metodycznego. Wykorzystujemy je najczęściej wtedy, gdy pewną część badanego kompleksu należy poddać analizie (np. w celu wykrycia źródeł zbyt niskiej wydajności), natomiast dla pozostałej opracować syntezę (np. w celu wymiany na bardziej nowoczesną).

W dalszej części rozdziału zajmiemy się tym właśnie podejściem uogólnionym, bowiem w praktyce usprawnień systemów działających mamy najczęściej do czynienia z problemami z zakresu metodycznych ustaleń łącznej oceny jakości kompleksu.

2. MODEL DETERMINISTYCZNY OCENY UKŁADU

Niech będzie zadany zbiór $\{\tilde{C}_i^{(k)}\}$ względnych charakterystyk ilościowych wszystkich układów $q_i \in Q$ ($i=1, \dots, v$) z punktu widzenia wszystkich cech ($k=1, \dots, n$) w nich występujących. Przyjmujemy, że znane są wskaźniki efektywności układów, uwzględniające niezbędne natężenie właściwych im cech (w zadanym przedziale czasu). Powyższy wskaźnik efektywności q_i -tego układu oznaczmy symbolem \tilde{S}_i .

Ponieważ ocenę jakości działania kompleksu przeprowadzamy z punktu widzenia jakości (w tym również ilości) osiągnięcia celu generalnego, przeto jako podstawę tej oceny przyjmujemy zadaną ~~in pr~~ (*a priori*) funkcję celu. Zrozumieliśmy jest, że ogólna postać tej funkcji musi zawierać czynnik $\tilde{C}_i^{(k)}$. Zatem

$$\tilde{S}_i = \tilde{F}(\tilde{C}_i^{(k)}), \quad \dots \quad (1)$$

gdzie $\tilde{F}(\tilde{C}_i^{(k)})$ oznacza funkcję celu oceny q_i -tego układu, a jej wartość liczbowa dotyczy określonej sytuacji, ustalonej praktycznie w danym przedziale czasu. Funkcja ta pozwala wyróżnić q_i -ty obiekt spośród ich zbioru tworzącego kompleks.

Praktycznie rzecz biorąc, sformułowanie funkcji celu oceny jakościowej wymaga choćby częściowego uporządkowania wskaźników efektywności układów z uwzględnieniem wszystkich zawartych w nich cech. Uporządkowanie to może przyjąć postać hierarchicznie uzasadnionego

ciągu malejącego lub rosnącego wartości wskaźników efektywności, a mianowicie

$$\tilde{s}_{y_1} \geq \tilde{s}_{y_2} \geq \dots \geq \tilde{s}_{y_v} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (2)$$

lub

$$\tilde{s}_{y_1} \leq \tilde{s}_{y_2} \leq \dots \leq \tilde{s}_{y_v} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (3)$$

Zauważmy, że wartość \tilde{s}_i można rozpatrywać jako pewien parametr punktu i w przestrzeni n -wymiarowej w której określają go współrzędne $(\tilde{c}_i^{(1)}, \tilde{c}_i^{(2)}, \dots, \tilde{c}_i^{(n)})$. Z kolei funkcję celu $\tilde{F}(\{\tilde{c}_i^{(k)}\})$ można traktować jako hiperpowierzchnię na której znajduje się punkt i . Jeśli jednak przyjąć, że w toku zamierzonego procesu wartości charakterystyk jakościowych będą zmieniały się nieznacznie, bądź w granicach dopuszczalnych, funkcję celu można wyrazić w postaci równania hiperpłaszczyzny $\tilde{F}(\{\tilde{c}_i^{(k)}\})$ stycznej do hiperpowierzchni $\tilde{F}(\{\tilde{c}_i^{(k)}\})$ w punkcie o współrzędnych $(\tilde{c}_\omega^{(1)}, \tilde{c}_\omega^{(2)}, \dots, \tilde{c}_\omega^{(n)})$, pod warunkiem, że funkcja celu jest w tym punkcie różniczkowalna i w obszarze zmian charakterystyk układu nie posiada przerw ciągłości.

Rozkładając funkcję $\tilde{F}(\{\tilde{c}_i^{(k)}\})$ w szereg Taylora i odrzucając wyrazy z pochodnymi drugiego i wyższych stopni, otrzymamy:

$$\tilde{F}(\{\tilde{c}_i^{(k)}\}) = \tilde{F}(\{\tilde{c}_\omega^{(k)}\}) + \sum_{k=1}^n \tilde{F}'_{\tilde{c}^{(k)}}(\{\tilde{c}_\omega^{(k)}\}) \cdot (\tilde{c}_i^{(k)} - \tilde{c}_\omega^{(k)}),$$

lub

$$\begin{aligned} \tilde{F}(\{\tilde{c}_i^{(k)}\}) &= \sum_{k=1}^n \tilde{F}'_{\tilde{c}^{(k)}}(\{\tilde{c}_\omega^{(k)}\}) \tilde{c}_i^{(k)} + \\ &+ \tilde{F}(\{\tilde{c}_\omega^{(k)}\}) - \sum_{k=1}^n \tilde{F}'_{\tilde{c}^{(k)}}(\{\tilde{c}_i^{(k)}\}) \tilde{c}_\omega^{(k)} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (4) \end{aligned}$$

Ponieważ w powyższym wyrażeniu pierwszy wyraz określa wartość funkcji celu oceny q_i -tego układu, natomiast różnica między drugim i trzecim pewną wielkość H stałą, czyli

$$\tilde{F}(\{\tilde{c}_i^{(k)}\}) = \sum_{k=1}^n \tilde{F}'_{\tilde{c}^{(k)}}(\{\tilde{c}_\omega^{(k)}\}) \tilde{c}_i^{(k)} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (5)$$

$$H = \tilde{F}(\{\tilde{c}_\omega^{(k)}\}) - \sum_{k=1}^n \tilde{F}'_{\tilde{c}^{(k)}}(\{\tilde{c}_i^{(k)}\}) \tilde{c}_\omega^{(k)} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (6)$$

zatem, wskaźnik efektywności układu pod względem natężenia wszystkich cech w nim występujących można wyrazić w przybliżeniu w postaci

$$\tilde{S}_i = F(\{\tilde{C}_i^{(k)}\}) + H, \quad (7)$$

natomiast, pomijając wielkość stałą :

$$\check{S}_i = \tilde{S}_i - H \quad (8)$$

Jeśli z kolei wprowadzimy oznaczenie

$$\check{\zeta}^{(k)} = \tilde{F}'_{\tilde{C}_i^{(k)}}(\{\tilde{C}_i^{(k)}\})$$

to uwzględniając zależności (5) i (7) wyrażenie (8) przyjmie postać:

$$\check{S}_i = \sum_{k=1}^m \check{\zeta}^{(k)} \tilde{C}_i^{(k)} \quad (9)$$

Jest to, oczywiście, funkcja celu oceny układu. Dla dalszych rozważań wyróżnimy ją zapisując symbolicznie :

$$V(\{\tilde{C}_i^{(k)}\}) = \sum_{(k)} \check{\zeta}^{(k)} \tilde{C}_i^{(k)} \quad (10)$$

Niech ciągi (2) i (3) dla wskaźników efektywności \check{S}_{γ_i} tworzą zbiory częściowo uporządkowane, które oznaczymy odpowiednio :

$$\begin{aligned} A(Q) \sim \check{S}_{\gamma_1} &\geq \check{S}_{\gamma_2} \geq \dots \geq \check{S}_{\gamma_v}, \\ B(Q) \sim \check{S}_{\gamma_1} &\leq \check{S}_{\gamma_2} \leq \dots \leq \check{S}_{\gamma_v}, \end{aligned} \quad (11)$$

a ponadto niech spełniają się warunki :

$$\tilde{C}_i^{(k)} > 0, \quad \tilde{C}_i^{(k)} \neq \infty.$$

Funkcja $V(\{\tilde{C}_i^{(k)}\})$ przyjmie więc odpowiednią postać zależnie od znaku przy $\check{\zeta}^{(k)}$ oraz jeśli $\tilde{C}_i^{(k)} = 0$ przy $h_k = 0$ (por zał.7). W związku z tym, można wyróżnić następujące przypadki :

1. $A(Q) = B(Q)$ jeśli $\check{\zeta}^{(k)} > 0, \check{S}_i > 0$;
2. $B(Q) = A(Q)$ jeśli $\check{\zeta}^{(k)} < 0, \check{S}_i < 0$;
3. $A(Q) = B(Q)$ jeśli $\check{\zeta}^{(k)} \geq 0, \check{S}_i \geq 0$.

Wypada tu zauważyć charakterystyczne zależności, występujące między ciągami $A(Q)$ i $B(Q)$, zwłaszcza w przypadkach 1 i 2, gdy współczynnikom $\xi^{(k)}$ przypisze się rolę wag porządkujących wartości wskaźników efektywności układów zbioru Q według k -tej cechy jakości. Ciągi te można bowiem przekształcić jeden w drugi dzieląc obie strony funkcji celu przez liczbę ujemną.

Metodykę oceny jakości układu na podstawie funkcji celu, odpowiadającej przypadkowi 1, można przedstawić następująco.

Wprowadzając $\xi_{\max}^{(k)}$ - największy współczynnik uwzględniający wartościową ocenę (jakości) k -tej cechy, można wyznaczyć wskaźnik efektywności i -tego układu w postaci:

$$S_i = \frac{\xi^{(k)}}{\xi_{\max}^{(k)}} \cdot \tilde{S}_i \quad (12)$$

Z poprzednich rozważań wiadomo, że współczynnik $\xi^{(k)}$, uwzględniający wartościowość układu wynosi:

$$\xi^{(k)} = \frac{\xi^{(k)}}{\xi_{\max}^{(k)}} \quad (13)$$

Zatem, równanie (9) funkcji celu oceny jakości przyjmie postać:

$$S_1 = \sum_{k=1}^n \xi^{(k)} \tilde{c}_i^{(k)} \quad (14)$$

3. MODEL STOCHASTYCZNY OCENY JAKOŚCI UKŁADU

Stochastyczny charakter ocen jakości układu określa się praktycznie zazwyczaj na podstawie wyznaczonego w toku doświadczeń (prób statystycznych) zbioru Ξ współczynników $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$, których wartości mogą mieścić się w różnej wielkości przedziałach. Oczywiście, wielkości przedziałów świadczą o stopniu wiarygodności uzyskiwanych informacji. Proponujemy następującą metodykę stochastycznej oceny jakości obiektów.

Niech współczynnik $\xi^{(k)}$, uwzględniający wartościowość k -tej cechy przybiera wartości w przedziale $a_k \leq \xi^{(k)} \leq b_k$, przy czym niech $\varphi(\xi^{(k)})$ będzie funkcją gęstości rozkładu wartości $\xi^{(k)}$ w tym przedziale. Przyjmijemy, że ρ_k oznacza dyskretność zmian wartości $\xi^{(k)}$ w zadanym przedziale $[a_k, b_k]$, a w_k jest liczbą ustalonych wartości:

$$\xi_{\nu_k}^{(k)} = a_k + (\nu_k - 1)\rho_k \quad ; \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (15)$$

$$w_k = \frac{b_k - a_k}{\rho_k} + 1 \quad , \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (16)$$

gdzie $\nu = 1, 2, \dots, w_k - 1$.

Oczywiście, liczba różnych zbiorów Ξ_G wynosi $W = \prod_{k=1}^n w_k$. Niech $\tilde{\Xi}$ będzie zbiorem współczynników wartości k-tej cechy, istniejącym obiektywnie w konkretnej sytuacji układu, w procesie realizacji celu cząstkowego. Załóżmy, że zbiór Ξ_G współczynników faktycznie zebranych i mierzonych przy pomocy aktualnie dyspozycyjnej techniki, pokrywa się ze zbiorem $\tilde{\Xi}$ jeśli dla każdej k-tej cechy spełniona jest zależność :

$$\xi_{\nu_k}^{(k)} - \frac{\rho_k}{2} \leq \tilde{\xi}^{(k)} < \xi_{\nu_k}^{(k)} + \frac{\rho_k}{2} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (17)$$

Prawdopodobieństwo tego, że wartość współczynnika $\tilde{\xi}^{(k)}$ pokrywa się z wartością współczynnika $\xi_{\nu_k}^{(k)}$ można traktować jako prawdopodobieństwo tego, że wartość $\tilde{\xi}^{(k)}$ wystąpi w przedziale

$$\left[\xi_{\nu_k}^{(k)} - \frac{\rho_k}{2} , \quad \xi_{\nu_k}^{(k)} + \frac{\rho_k}{2} \right] ,$$

co zapiszemy w postaci :

$$P(\xi_{\nu_k}^{(k)}) = \int_{\xi_{\nu_k}^{(k)} - \frac{\rho_k}{2}}^{\xi_{\nu_k}^{(k)} + \frac{\rho_k}{2}} \varphi_k(\xi^{(k)}) d\xi^{(k)} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (18)$$

Prawdopodobieństwo tego, że zbiór $\tilde{\Xi}$ pokrywa się (w tym samym sensie) ze zbiorem Ξ_G można określić z wyrażenia :

$$P(\Xi_G) = \prod_{k=1}^n P(\xi_{\nu_k}^{(k)}) \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (19)$$

Można też uznać, że kryterium efektywności \bar{S}_i układu przyjmie postać wartości oczekiwanej jego wskaźnika efektywności w stosunku do wszystkich sytuacji w ilości Σ , występujących w procesie realizacji celu

$$\bar{S}_i = \sum_{G=1}^{\Sigma} S_i^{(G)} P(\Xi_G) \quad , \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (20)$$

gdzie $S_i^{(\sigma)}$ jest wskaźnikiem efektywności S_i i-tego układu w sytuacji o numerze σ . Jeśli z kolei symbolem $S_{\max}^{(\sigma)}$ oznaczymy największą wartość wskaźnika efektywności wszystkich układów kompleksu w sytuacji z numerem σ , to w stosunku do wszystkich sytuacji w ilości Σ , globalna wartość wskaźnika efektywności kompleksu wyniesie:

$$\bar{S}_{\max} = \sum_{\sigma=1}^{\Sigma} S_{\max}^{(\sigma)} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (21)$$

Stąd, prawdopodobieństwo tego, że w najlepszym przypadku i-ty układ odpowiada sytuacji określonej zbiorem \underline{I}_i , wyniesie:

$$P_i = \frac{\bar{S}_i}{\bar{S}_{\max}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (22)$$

4. P R Z Y K Ł A D

Zaproponowana metoda oceny jakości zostanie zilustrowana na przykładzie zbioru J.W. (oddziałów) z punktu widzenia ich sprawności w walce ogniowej w systemie oppane w warunkach konieczności przedniego podejścia do zadanej rubieży obrony. Przyjęto, że w przewidywanej walce najistotniejszą rolę odgrywają następujące cechy broni ppanc znajdującej się w oddziałach:

1. ilość sztuk każdego rodzaju broni;
2. nominalna, jednostkowa intensywność strzałów skutecznych;
3. potencjalna skuteczność działania ogniowego oppane oddziału.

Kozpatrywany kompleks jest zbiorem składającym się z pięciu oddziałów przy czym w każdym z nich znajdują się cztery rodzaje broni ppanc w różnych ilościach ^{x/}. Wzorem jest etatowa ilość broni każdego rodzaju. Zestawienie ilości broni według wzorca oraz w poszczególnych oddziałach zawiera tablica 1.

^{x/} Wszelkie dane liczbowe występujące w danym przykładzie mają jedynie na celu zilustrowanie metody, a nie ocenę wybranych oddziałów.

TABLICA 1.

| Rodzaje broni $l=1, \dots, r$ | NAZWA | Ilości broni w/g wzorca | Ilości broni w oddziałach | | | | |
|-------------------------------------|-------|----------------------------------|---------------------------|-------|-------|-------|-------|
| | | | s_1 | s_2 | s_3 | s_4 | s_5 |
| 1 | T-54 | 45 | 40 | 38 | 30 | 41 | 43 |
| 2 | a.85 | 6 | 2 | 4 | 6 | 3 | 2 |
| 3 | PPK | 15 | 10 | 12 | 14 | 8 | 6 |
| 4 | rgpp | 120 | 80 | 100 | 120 | 112 | 72 |

Wartości liczbowe pozostałych grup parametrów (tj. od 2 do 4) poszczególnych rodzajów broni podano w tablicy 2. Przyjęto, że charakterystyki broni każdego rodzaju są we wszystkich oddziałach jednakowe, tj. nie uwzględnia się stopnia zużycia broni, ani poziomu wyszkolenia obsługi.

TABLICA 2.

| Rodzaje broni $l=1, \dots, r$ | Skutecz- ność zasięg ($k=2$) | Szybko- strzelność ($k=3$) |
|-------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|
| 1 | 1500 | 6 |
| 2 | 1200 | 10 |
| 3 | od 500 do 2000 | 2 |
| 4 | 100 | 4 |

Przeliczanie wartości parametrów każdej cechy według odpowiednich jednostek umownych należy dokonywać każdorazowo w zależności od warunków walki, sytuacji bojowej itp. na podstawie uprzednio opracowanego algorytmu, a ściślej, zbioru algorytmów i programów dla konkretnych EMC. W danym przypadku zastosowano pewne wzory empiryczne. Oczywisty jest też ich charakter dyskusyjny, lecz nie przeszkadza on ilustracji samej metody oceny jakości. Aby uzyskać zależności bardziej odpowiadające oczekiwany sytuacjom należy skorzystać z metod badań operacyjnych, a m.in. teorii efektywności bojowej, teorii gier itp.

to uwzględniając odpowiednie dane o szybkostrzelności broni (tablica 2) potencjalne ilości celnych strzałów oddanych w ciągu 1 minuty przez 1 sztukę broni przedstawi tablica 4 (w/g wzoru $a = \mu \cdot p$).

TABLICA 4.

| | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |
|----------|-------------|--------------|---------------|---------------|----------------|
| | 0 - -100 | 100- -500 | 500- -1000 | 1000 -1500 | 1500- -2000 |
| T-54 | 4,8 | 4,2 | 3,0 | 1,8 | - |
| a.85 | 4,0 | 8,0 | 6,0 | - | 7 |
| PPK | - | - | 1,6 | 1,4 | 1,0 |
| rg·ppanc | 2,8 | - | - | - | - |

Jeśli jako podstawowy rodzaj broni przyjmiemy T-54, dla którego ilości celnych strzałów w ciągu jednostki czasu (minuty) będą miernikiem w stosunku do pozostałych rodzajów broni to odpowiednie ilości ϑ_1 ($l=1,2,\dots,r$) jednostek umownych w poszczególnych sytuacjach przedstawi tablica 5.

TABLICA 5.

| Sytuacje | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |
|--------------|------------|--------------|---------------|---------------|---------------|
| Rodzaj broni | 0- -100 | 100- -500 | 500- -1000 | 1000 -1500 | 1500- 2000 |
| T-54 | 1 | 1 | 1 | 1 | - |
| a.85 | 1,87 | 1,9 | 2 | - | - |
| PPK | - | - | 0,53 | 0,78 | 1,0 |
| rg ppanc | 0,58 | - | - | - | - |

Ilości jednostek kalkulacyjnych broni ppanc wszystkich rodzajów w poszczególnych oddziałach i w każdej z kolejnych sytuacji obliczymy z wzoru :

$$K_i = \sum_{l=1}^r \vartheta_l \cdot s_{li} \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \quad (24)$$

$$i = 1, \dots, v,$$

korzystając przy tym z danych zawartych w tablicach (1) i (5). Wyniki obliczeń podaje tablica 6.

TABLICA 6.

| Sytu- acja | Miernik dla rodzajów broni | Wzo- rzec | Oddziały porównywane | | | | |
|---------------|-------------------------------------|--------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|
| | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1. | $v_1=1$ | 45,0 | 40,0 | 38,0 | 30,0 | 41,0 | 43,0 |
| | $v_2=1,87$ | 11,22 | 3,74 | 7,48 | 11,22 | 5,61 | 3,74 |
| | $v_4=0,58$ | 17,40 | 11,60 | 14,50 | 17,40 | 16,24 | 10,44 |
| | $\sum_{i=1}^r v_i \cdot s_{1i}$ | 73,62 | 55,34 | 59,98 | 58,62 | 62,85 | 57,18 |
| 2. | $v_1=1$ | 45,00 | 40,00 | 38,0 | 30,0 | 41,0 | 43,0 |
| | $v_2=1,9$ | 11,40 | 3,80 | 7,6 | 11,4 | 5,7 | 3,8 |
| | $\sum_{i=1}^r v_i \cdot s_{1i}$ | 56,40 | 43,80 | 45,60 | 41,40 | 46,70 | 46,80 |
| | $v_1=1$ | 45,00 | 40,00 | 38,0 | 30,0 | 41,0 | 43,0 |
| 3. | $v_2=2$ | 12,00 | 4,00 | 8,0 | 12,0 | 6,0 | 4,0 |
| | $v_3=0,53$ | 7,95 | 5,30 | 6,36 | 7,42 | 4,24 | 3,18 |
| | $\sum_{i=1}^r v_i \cdot s_{1i}$ | 64,95 | 49,30 | 52,36 | 49,42 | 51,24 | 50,18 |
| | $v_1=1$ | 45,00 | 40,0 | 38,0 | 30,0 | 41,0 | 43,0 |
| 4. | $v_3=0,78$ | 11,70 | 7,80 | 9,36 | 10,92 | 6,24 | 4,68 |
| | $\sum_{i=1}^r v_i \cdot s_{1i}$ | 56,70 | 47,80 | 47,36 | 40,92 | 47,24 | 47,68 |
| | $v_3=1$ | 15,0 | 10,0 | 12,0 | 14,0 | 8,0 | 6,0 |
| 5. | $\sum_{i=1}^r v_i \cdot s_{1i}$ | 15,0 | 10,0 | 12,0 | 14,0 | 8,0 | 6,0 |

Sumując otrzymane wielkości K_i względem wszystkich sytuacji, otrzymamy następujące ilości jednostek umownych nominalnej intensywności jednostkowej strzelów skutecznych :

| | | |
|------------------------|-----|--------|
| oddział wzorcowy | | 275,67 |
| oddziały porównywane : | | |
| oddział | 1 | 206,24 |
| - " - | 2 → | 217,30 |
| - " - | 3 | 204,36 |
| - " - | 4 | 216,03 |
| - " - | 5 | 207,84 |

2. Ocenę jakości oddziału według cechy (2), tj. potencjalnej skuteczności działania ogniowego w każdej sytuacji, podejmiemy na podstawie faktycznego stanu broni (tablica 1), ilości posiadanej amunicji oraz przy założeniu, że rozkłady strzałów z każdego rodzaju broni są we wszystkich sytuacjach jednostajne. Przyjmiemy, że tablica 7 zawiera aktualne dane o średnich ilościach amunicji przypadającej na każdą sztukę broni odpowiedniego rodzaju w poszczególnych oddziałach. Ilości te oznaczymy symbolem m_{il} .

TABLICA 7.

| Oddziały rodz. broni | Wzorzec | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-------------------------|---------|----|-----|-----|-----|----|
| r-54 | 100 | 60 | 45 | 90 | 80 | 70 |
| a.85 | 80 | 30 | 60 | 50 | 40 | 70 |
| PPK | 20 | 10 | 15 | 12 | 14 | 7 |
| rg ppanc | 120 | 80 | 100 | 120 | 112 | 72 |

Z kolei przyjmujemy, że tempo natarcia broni pancernej przeciwnika jest jednakowe we wszystkich sytuacjach i wynosi :
 w pierwszej sytuacji (100 m) - 2 minuty
 w drugiej - " - (400 m) - 6 "-
 w trzeciej, czwartej i piątej sytuacji - po 8 minut każda. Razem, przewidujemy, że w ciągu $T=32$ minuty natarcia czołgów powinien ulec załamaniu.

Potencjalną ilość celnych strzałów jaką może wykonać 1-ty oddział w toku poszczególnych sytuacji ($\alpha=1,2,\dots,5$) obliczymy z wzoru :

$$G_{il\alpha} = \sum_{l=1}^r \frac{m_{il} \cdot t_{\alpha}}{T} \cdot P_{il} \cdot s_{il} \cdot \dots \cdot \dots \quad (25)$$

gdzie t_{α} jest ilością jednostek czasu trwania sytuacji α . Korzystając z tablic 3 i 7 oraz założeń dodatkowych o czasach trwania sytuacji, uzyska się wyniki zawarte w tablicy 8.

TABLICA 8

| Sytu- acje | Rodzaje broni | Wzorzec | Oddziały porównywane | | | | |
|---------------|------------------|---------|----------------------|-------|-------|-------|-------|
| | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 1 | 225,0 | 120,0 | 85,5 | 135,0 | 164,0 | 150,5 |
| | 2 | 27,0 | 3,4 | 27,0 | 16,9 | 6,8 | 6,1 |
| | 4 | 84,0 | 56,0 | 70,0 | 84,0 | 78,4 | 50,4 |
| | G_{i1} | 336,0 | 179,4 | 182,5 | 235,9 | 249,2 | 207,0 |
| 2 | 1 | 590,6 | 315,0 | 223,0 | 354,0 | 430,0 | 400,2 |
| | 2 | 72,0 | 90,0 | 36,0 | 45,0 | 18,0 | 21,0 |
| | G_{i2} | 662,6 | 405,0 | 259,0 | 399,0 | 448,0 | 421,2 |
| 3 | 1 | 562,0 | 300,0 | 214,0 | 210,5 | 410,0 | 376,0 |
| | 2 | 72,0 | 90,0 | 36,0 | 45,0 | 18,0 | 21,0 |
| | 3 | 60,0 | 20,0 | 36,0 | 33,6 | 22,4 | 8,4 |
| | G_{i3} | 694,5 | 410,0 | 286,0 | 291,1 | 450,4 | 405,4 |
| 4 | 1 | 338,0 | 160,0 | 128,0 | 202,5 | 246,5 | 225,0 |
| | 3 | 52,5 | 17,5 | 37,5 | 29,4 | 19,6 | 7,4 |
| | G_{i4} | 390,5 | 177,5 | 159,5 | 231,9 | 266,1 | 232,4 |
| 5 | 3 | 37,5 | 12,5 | 22,5 | 21,0 | 14,0 | 5,3 |
| | G_{i5} | 37,5 | 12,5 | 22,5 | 21,0 | 14,0 | 5,3 |

Sumując wielkości $G_{i\alpha}$ otrzymane dla poszczególnych oddziałów w kolejnych sytuacjach, wyznaczymy odpowiednie ogólne potencjalne skuteczności działania ogniowego, tj.

$$G_i = \sum_{\alpha=1} G_{i\alpha} \dots \dots \dots (26)$$

które zawiera kolumna 2 tablicy 9.

TABLICA 9.

| Oddziały wzorcowy | 2121,1 | 66,3 |
|---------------------------|--------|------|
| Oddziały porównywane: | | |
| Oddział 1 | 1184,4 | 37,0 |
| - " - 2 | 909,5 | 28,4 |
| - " - 3 | 1178,9 | 36,8 |
| - " - 4 \longrightarrow | 1427,7 | 44,6 |
| - " - 5 | 1274,1 | 39,8 |

Stąd, średnie potencjalne natężenie strzałów skutecznych oddziału :

$$H_i = \frac{G_i}{T} \dots \dots \dots (27)$$

zawiera kolumna 3 (tabl.9).

Funkcja celu (oceny jakości) i-tego oddziału przyjmie postać (por. 14) :

$$F(\tilde{Q}_i, \tilde{K}_i, \tilde{H}_i) = \xi^{(1)} \cdot \tilde{Q}_i + \xi^{(2)} \cdot \tilde{K}_i + \xi^{(3)} \cdot \tilde{H}_i \dots (28)$$

przy zachowaniu kryterium normalnego oceny k-tej cechy, tj. :

$$\tilde{Q}_i = \frac{Q_\omega}{Q_i}, \quad \tilde{K}_i = \frac{K_\omega}{K_i}, \quad \tilde{H}_i = \frac{H_\omega}{H_i} \dots (29)$$

oraz ustalonych współczynnikach wagowych dla poszczególnych cech :

$$\xi^{(1)} = 1, \quad \xi^{(2)} = 0,9, \quad \xi^{(3)} = 0,7 \dots (30)$$

Ocena jakości w stosunku do oddziału wzorcowego, dla którego funkcja celu

$$F(Q_\omega, K_\omega, H_\omega) = \sum_{k=1}^n \xi^{(k)} \cdot C_\omega^{(k)} = 2,6$$

będzie polegało na ustaleniu różnic (odchyień) i uporządkowaniu ich w kolejności wzrastającej. Oddział, który uzyska najmniejszą różnicę potraktujemy jako posiadający najwyższą ocenę jakości.

Wyniki obliczeń w/g (28), (29) i (30) zawiera tablica 10.

TABLICA 10.

| Cechy | Kolejność jakości oddziałów | | | | |
|----------|-----------------------------|------|------|------|------|
| | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 |
| Q_i | 1,11 | 1,05 | 1,13 | 1,18 | 1,5 |
| K_i | 1,06 | 1,21 | 1,21 | 1,02 | 1,21 |
| H_i | 1,02 | 1,17 | 1,26 | 1,69 | 1,26 |
| Σ | 3,19 | 3,43 | 3,59 | 3,89 | 3,97 |

W przypadku zastosowania kryterium inwersyjnego, tj. gdy wyrażenia (29) zmienia się w

$$\tilde{Q}_i = \frac{Q_i}{Q_{\omega}} , \quad \tilde{K}_i = \frac{K_i}{K_{\omega}} , \quad \tilde{H}_i = \frac{H_i}{H_{\omega}} (31)$$

wyniki obliczeń w/g (28), (29) i (31) potwierdzą kolejność ocen uzyskaną przy kryterium normalnym (tabl. 10). Przedstawiono je w tablicy 11.

TABLICA 11.

| Cechy | Kolejność jakości oddziałów | | | | |
|----------|-----------------------------|------|------|------|------|
| | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 |
| Q_i | 0,91 | 0,96 | 0,89 | 0,84 | 0,67 |
| K_i | 0,71 | 0,68 | 0,68 | 0,71 | 0,49 |
| H_i | 0,47 | 0,42 | 0,39 | 0,30 | 0,39 |
| Σ | 2,09 | 2,06 | 1,96 | 1,85 | 1,55 |

W tym przypadku porządkowanie wyników obliczeń zaczyna się od oceny najwyższej, którą traktuje się jako najbliższą wzorca.

LITERATURA

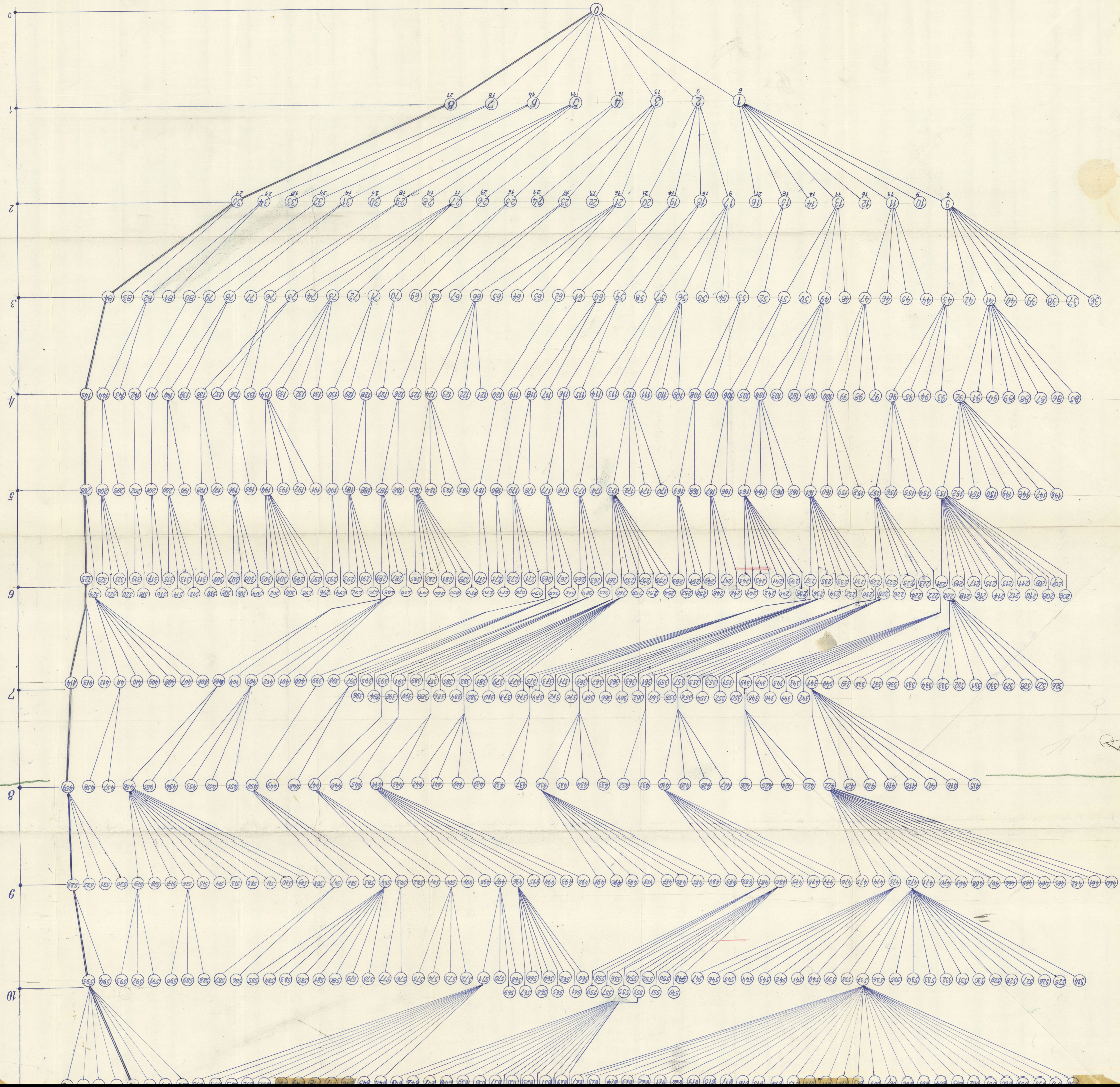
1. MESAROVIC M.D., PEARSON I.D., TAKAHARA J.A.
A Multilevel Structure for a Class of Optimization Problems.
Preprints of IACC., N.Y., 1965.
2. MARSZAK T.: Centralizacja i decentralizacja w ekonomicznych systemach. Zbiór prac: "Elektronnoje modelirovanije i massinnoje upravljenje". "Mir", M. 1959.
3. PIERWOZWANSKAJA T.N., PIERWOZWANSKIJ A.A.: Raspredielenije centralizirovannyh resursow miezdu mnogim predprijetkami. "Ekonomika i matematicheskie metody" nr 5/1966.
4. PIERWOZWANSKAJA T.N., PIERWOZWANSKIJ A.A.: Algoritm poiska optimalnogo raspredielenija centralizirovannyh resursow. "Tiechnicheskaja Kibernetika", nr 5/1966.
5. KUCHTIENKO A.I.: O teorii szozonyh sistem s jerarchicheskoj strukturoj upravljenja. Sbornik "Szoznyje Sistiemy Upravljenja". ANUSSR, Kijew, 1966. s. 6 - 20.
6. STARR M.K.: Production Management. Systems and Synthesis. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.J. ss. 398.
7. KRIPICZINIKOW W.M. i in.: Kompleksnaja awtomatizacja proizwodstwa s primienieniem wycislitelnyh maszin. "Maszynostrojenije". Moskwa, 1967. ss. 211.
8. DUBOWIKOW B.A.: Osnovy naucznoj organizacii upravljenja kaczestwom. "Ekonomika", Moskwa, 1966. ss. 319.
9. KOZŁOWA O. in.: Primienienie elektronnowycislitelnyh maszin w upravljenje proizwodstwom. "Mysl", Moskwa, 1966, ss. 556.
10. HALL A.D.: Podstawy techniki systemow. Ogólne zasady projektowania. PWN, Warszawa 1968 ss. 611.
11. ROMANOW W.A.: Awtomatizacja tipowych proizwodstwiennyh processow. "Energija", Moskwa, 1964, ss. 288.
12. AWTOBATICZESKIJE i teleinformacjonnyje sistiemy. "Nauka", Moskwa 1965, ss. 300.
13. BROWN G.S., CAMPBELL D.P.: Zasady serwomechanizmow. Dynamika zamknitych układow sterowania. PWN, Warszawa, 1957, ss. 400.
14. HARRIOTT P.: Proces Control. Mc Graw-Hill Book Comp. N.Y. 1964 Tłum. ros. Regulirowanie proizwodstwiennyh processow. "Energija" Moskwa 1967, ss. 480.
15. MICHAJŁOW F.A. i in.: Dynamika niestacjonarnych liniejnyh sistem. "Nauka", Moskwa, 1967, ss. 368.
16. SMOLNIKOW L.P.: Sintez kwazioptimalnyh sistem awtomaticheskogo upravljenja. "Energija", Moskwa 1967 ss. 168.
17. ANALIZA I SYNTEZA UKŁADOW regulacji impulsowej i cyfrowej. PAN, Warszawa, 1962 ss. 207.
18. EKSPERYMENTALNE I ADAPTACYJNE układy sterowania. PAN, Warszawa 1963 ss. 207.
19. KATKOWNIK W. Ja., POLUEKTOW R.A.: Mnogomiernyje diskretnyje sistiemy upravljenja. "Nauka", Moskwa 1966, ss. 416.
20. PONTRIAGIN L.S. i in.: Matematicheskaja teorija optimalnyh processow. Fizmatgiz., Moskwa 1961.

21. LEITMANN G.: An Introductorów to Optimal Control. Tłum. ros. Wwiedienije w teoriju optimalnogo uprawlenija. "Nauka", Moskwa 1968, ss. 192.
22. OPTIMALNE SISTEMY awtomatycznego uprawlenija. "Nauka", Moskwa 1967 ss. 220.
23. BUTKOWSKIJ A.G.: Teorija optimalnogo uprawlenija sistemami s raspredielennymi parametrami. "Nauka", Moskwa 1965 ss. 474.
24. BOLTJANSKIJ W.G.: Matematyczieskije mietody optimalnogo uprawlenija. "Nauka", Moskwa 1969 ss. 408.
25. BUSLENKO N.P.: K teorii słożonych sistem. "Tiechniczieskaja Kibiernetika" nr 5/1963.
26. GUD G. Ch., MAKOL P.E.: Sistemotiechnika. "Sow. Radio", Moskwa, 1962.
27. LERNER A. Ja.: Uprawlenije w bolszich sistemach; rodz. 6 w ks. "Tiechniczieskaja Kibiernetika. Probljemy uprawlenija i informaczi. "Nauka", Moskwa 1966.
28. LERNER A.J.: Zadania teorii sterowania Wielkimi Systemami; rozz. 2 w ks. "Problemy sterowania Wielkimi Systemami". PAN, Warszawa 1964 s. 22-34.
29. SISTIEMA "Człowiek i Automat". "Nauka", Moskwa 1965 ss. 254.
30. EMELJANOW S.W.: Sistiemy awtomatycznego uprawlenija z pieremiennoj strukturoj. "Nauka", Moskwa 1967, ss. 355.
31. BELLMAN R.: Adaptacyjne procesy sterowania. PAN, Warszawa, 1965 ss. 334.
32. BARANCZUK E.I.: Wzaimnoswjazannyje i mnogokonturnyje regulirujennyje sistiemy. "Energja ", Leningrad 1968 ss. 267.
33. KAZAMAROW A.A. i in.: Dinamika dwumiernych sistem awtomatycznego regulirowanija. "Nauka", 1967 ss. 307.
34. BIESIEKIERSKIJ W.A., POPOW E.L.: Teorija sistem awtomatycznego regulirowanija. "Nauka", 1966 ss. 992.
35. IWACHNIENKO A.G.: Kibierneticzieskije sistiemy s kombinirowannym uprawleniem. "Tiechnika" 1965 ss. 512.
36. GRUBOW W.I. i in.: Promyszlennaja kibiernetika. "Naucznaia Dumka", Kijew 1966, ss. 447.
37. FELDBAUM A.A.: Osnowy teorii optimalnych awtomatycznych sistem. "Nauka", Moskwa, 1966, ss. 623.
38. DŻAPARIDZE K.G. i in.: Matematyczieskaja model kaczestwiennogo analiza. Sb. "Kibierneticzieskije modeli". "Metzniereba", Tbilisi 1965 s. 5-22.
39. DŻAPARIDZE K.G. i in.: Ob optimizaczi kaczestwiennogo analiza. Sb. "Kibierneticzieskije modeli", Metzniereba, Tbilisia 1965 s. 23-33.
40. RAJBMAN N.S., CZADIEJEW W.M.: Adaptiwnyje modeli w sistemach uprawlenija. "Sowietskoje Radio", Moskwa 1966 ss. 156.
41. RIO del Bernard: Awtomatizaczi dispetczerskiego uprawlenija, "Naukowa Dumka", Kijew, 1965 ss. 181.
42. WORONOW A.A.: Osnowy teorii awtomatycznego uprawlenija. "Energja", Moskwa 1966, ss. 372.
43. HLYPALO E.I.: Nieliniejnije sistiemy awtomatycznego regulirowanija. "Energja", Leningrad, 1967, ss. 452.

44. GOŚCIŃSKI J.: Elementy cybernetyki w zarządzaniu. PWN, Warszawa 1968 ss. 232.
45. FAYOL H.: Administracja przemysłowa ogólna. Poznań 1947.
46. IWACHNIENKO A.G.: Cybernetyka techniczna. PWN, Warszawa 1962.
47. GRENIEWSKI M.: Cybernetyka zarządzania, CODKK, Warszawa 1964.
48. HELLWIG Z.: Przyczynek do teorii organizacji. "Przegląd Statystyczny" nr 1/1963.
49. ТИЕCHNICЗИЕСКАЈА КИБИЕРNETИКА. Проблемы управления и информации. "Наука" Москва 1966 ss. 104.
50. АWTOMATY. Sb. pod red. C. Shannona i D. Mac Carty. Izdat. Inostr. Lit. Moskwa, 1956.
51. RABIN M.O., SCOTT D.: Koniecznyje awtomaty i zadaczi ich razreszenjia. "Kibernetičeskij Sbornik" nr 4/1962. Izdat. I.L.
52. GŁUSZKOW W.M.: Abstraktuaja teorija awtomatow. "Usp. Mat. Nauk" 1962. XVII. wyp. 5.
53. GILL A.: Wwiedienije w teoriju koniecznych awtomatow. "Наука" Moskwa 1966.
54. RABIN M.O.: Wierojatnostnyje awtomaty. "Kibernetičeskij Sbornik" nr 9/1964, "Mir".
55. PAZ A.: Some aspects of Probabilitic Automata. "Information and Control", February 1966 v. 9, nr 1.
56. AGASANDJAN G.A.: Awtomaty s pieremiennoj strukturoj. "Dokłady AN SSSR", 1967. t. 174 nr 3.
57. АИZЕРMАН M.A., GUSIEW L.A. i in.: Logika. Awtomaty. Algoritmy. "Fizmatgiz", Moskwa 1963.
58. LOCKE J.: Rozważania dotyczące rozumu ludzkiego, t.1-2. Warszawa 1956.
59. GRENIEWSKI M.: Robot kierownictwa. Automatyczne przetwarzanie danych, PWN, Warszawa 1967.
60. HEIN L.W.: An Introduction to Electronic Data Processing for Bussiness. Princeton 1961, Van Nostrand.
61. LADEN H.N., GILDERSLEEVE T.R.: Systems Designe for Computer Application. Wiley, New York 1963.
62. SYSTEMS ANALISIS and Designe. London, 1965 I.C.T.
63. ŁUKASZEWICZ R.: Maszyny cyfrowe w systemach informacyjno-deocyjnych. "Maszyny Matematyczne" nr 7/1968, str. 4-7.
64. SKIBIŃSKI J.: Problemy planowania systemu APD w zarządzaniu gospodarką wojskową. "Wojskowy Przegląd Ekonomiczny" nr 2 1966.
65. SKIBIŃSKI J.: Zarys zautomatyzowanego systemu zarządzania zasobami w warunkach wielorakości celów. "Wojskowy Przegląd Ekonomiczny" nr 1/1969 str. 12-33.
66. TARGOWSKI Andrzej: System informacyjny kierownictwa. "Maszyny Matematyczne" nr 4/1969 str. 7-13.
67. Automatyzacja i Mechanizacja Przetwarzania Informacji Gospodarczej /AMPIG-66/. Konferencja Naukowa w Zakopanem 25-26 XI. 1966 zorganizowana przez Towarzystwo Naukowe Organizacji i Kierownictwa. Sekcja Mechanizacji i Aztomatyzacji Prac Administracyjnych.

68. GACKOWSKI Zb.: Metodyka opracowania projektu ogólnego SEPD. "Organizacja. Samorząd. Zarządzanie", nr 5/1965.
69. GACKOWSKI Zb.: Podstawy organizacji EPD. Materiały metodyczne CODKK. Warszawa 1966.
70. GACKOWSKI Zb.: Założenia i projekt wstępny mechanizacji i automatyzacji przetwarzania danych. "Organizacja. Samorząd. Zarządzanie", nr 1,2 i 4/1966.
71. TARGOWSKI A.: Projektowanie systemów elektrycznego przetwarzania danych. Materiały Szkol. na kursie EPD organizowanym w Instytucie Planowania przy Komisji Planowania przy Radzie Ministrów, IV-V, 1966.
72. CHAJTMAN S.: Niektóre zgadnienia zastosowania maszyn matematycznych do przetwarzania danych o przebiegu produkcji w przedsiębiorstwie. "Maszyny Matematyczne", nr 4/1969, str. 1-6.
73. PRAWDZIC D.: Struktura systemów informacyjnych i ich automatyzacja. "Maszyny Matematyczne", nr 3/1969 str. 1-6.
74. TURSKI Wł.: Kilka uwag w sprawie zasadniczej. Badania naukowe i kształcenie w zakresie systemów liczących. "Maszyny Matematyczne", nr 5/1969, str. 5-7.
75. MAZURKIEWICZ A.: Matematyka w przetwarzaniu informacji. "Maszyny Matematyczne" nr 5/1969 str. 1-3.
76. SKIBIŃSKI J.: Znamiona modelu wartości informacji operacyjnej w procesie dowodzenia. "Zbiór Prac ASG" poświęcony XX-leciu ASG, listopad 1967.
77. BRONSZTEJN O.I., RYKOW W.W.: Ob optimalnych disciplinach obsłużiwania w uprawljajuszczich sistiemach. "Nauka", Moskwa, 1967.
78. KOFFMAN A.: "Massowoje obsłużiwanije. Tiebrja i priłożienija. "Mir", Moskwa 1965.
79. FORD L.R., FULKERSON D.R.: Flows in Networks. Tłum. ros: Potoki w sieciach. "Mir", Moskwa, 1966 ss. 276.
80. WORONOWA L.I., KREMIENTULO J.W.: Nowyj mietod opredielenija charakteristik słożonych dinamiczeskich sistiem; rodz. z pracy zbior.: "Słożonyje sistiemy uprawlenija" Kijew 1966 s. 82
81. FIDRICH I.: Odin is algoritmow modelirowanija słożonych sistiem "Tiechniczieskaja Kibiernetika" nr 4/1968 s. 12.
82. USZAKOW I.A.: Ocenka nadzieźnosti funkcionirowanija hierarchiczeskoj sistiemy s nierawnscennymi ispołnitielnymi elementami. "Tiechniczieskaja Kibiernetika" nr 5/1967, s. 117.
83. WOŁKOW W.M., KURILIN B.I.; K projektirowaniju słożonych sistem. "Tiechniczieskaja Kibiernetika", nr 4/1968, s. 25.
84. TROICKIJ W.A.: O sintezie optymalnych sistiem. "Awtomatika i Tielemechanika", nr 1/1968, s. 5.
85. PASZKOWSKI St.: Dwupoziomowe sterowanie wielkiego systemu. Wojsk. Ak. Techniczna, nr 8 /180/, 1967.
86. LI. R.: Optimalnyje ocenki, opredielenije charakteristik i uprawlenija. "Nauka", 1956.

2+A



737

