



Grey Scale #13



DANES-PICTA.COM

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO WP

INSTYTUT BADAŃ STRATEGICZNO-OBRONNYCH

SYSTEM MODELOWANIA
WALKI ZBROJNEJ
"MODEL-1"

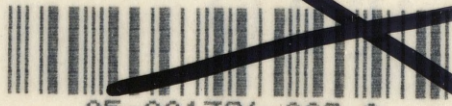
METODYKA OBLICZANIA
WSPÓLCZYNNIKÓW JAKOŚCI KIEROWANIA

2

61237



Biblioteka Główna
Akademii Obrony Narodowej
S/1091



05-001396-002-0



AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO WP

INSTYTUT BADAŃ STRATEGICZNO-OBRONNYCH

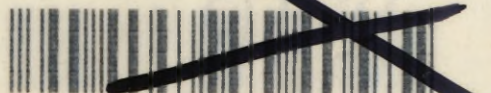
**SYSTEM MODELWANIA
WALKI ZBROJNEJ
"MODEL-1"**

**METODYKA OBLICZANIA
WSPÓLCZYNNIKÓW JAKOŚCI KIEROWANIA**

2

61237

Biblioteka Główna
Akademii Obrony Narodowej
S/1091



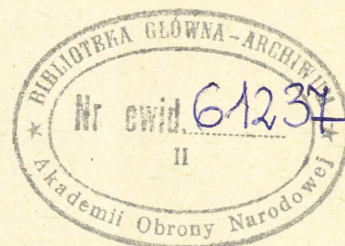
05-001396-002-0

WARSZAWA

1989

AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO WP

INSTYTUT BADAŃ STRATEGICZNO - OBRONNYCH



płk.dr inż. Jerzy WANAT

SYSTEM MODELOWANIA WALKI ZBROJNEJ

" MODEL - 1 "

METODYKA OBLICZANIA WSPÓŁCZYNNIKÓW
JAKOŚCI KIEROWANIA

~~X~~

~~5/1091~~



WARSZAWA

1989

SPIS TRESCI

Strona

WYKAZ OZNACZEN

1. Definicja pojęć podstawowych	1
2. Model systemu kierowania jako przedmiot oceny efektywności	2
3. Ogólne zasady formowania procesu kierowania	4
4. Postulaty formalnej teorii kierowania	4
5. Obliczanie strat stron walczących	8
6. Wprowadzenie do regresji liniowej	12
7. Charakterystyki próby dwóch zmiennych	13
A. Metoda regresji liniowej	17
B. Metoda procentowego udziału potencjału kierowania P_{KIER}	22
8. Wnioski	23
WYKAZ LITERATURY	24

WYKAZ OZNACZEŃ

L_{12}, L_{21}	- parametry regresji w populacji generalnej;
β_{10}, β_{20}	- parametry regresji w populacji generalnej;
β_{yx}	- współczynnik regresji y względem x w populacji;
E_w	- współczynnik efektywności walki;
I_k	- ilość posiadanego sprzętu bojowego kierowania;
K_{kl}	- wartość współczynnika wpływu czynnika ludzkiego modułu kierowania na efektywność walki zbrojnej;
P_{kw}	- potencjał wyjściowy kierowania;
P_{bb}	- potencjał bojowy kierowania;
P_{RAZ}	- potencjał rażenia;
P_{KIER}	- potencjał kierowania;
RK	- relacje kierowania;
r_{xy}	- współczynnik korelacji. Miara jakości kierowania W_k ;
SK	- system kierowania;
SD_c	- system decyzyjny;
SI	- system informacyjny;
$SŁ$	- podsystem łączności;
SR_p	- podsystem rozpoznania;
SI_n	- podsystem informatyczny;
$SD-I$	- system analityczny;
SPD	- system prognozowania decyzyjnego;
SPA	- system prognozowania analitycznego;
S_{xy}	- kowariancja z próby;
S_x, S_y	- odchylenie standardowe z próby;
S_x^2, S_y^2	- wariancje z próby;
W_{jak}	- wskaźnik jakości charakteryzujący sprzęt kierowania;

W_1, W_2, W_k, W_o, W_m - współczynniki uwzględniające czynnik ludzki,
zasilanie, jakość kierowania, obszar działań,
warunki meteorologiczne;

μ_x, μ_y - średnia z populacji;
 σ_{xy} - kowariancja w populacji
 $\sigma_x \sigma_y$ - odchylenie standardowe w populacji
 ρ_{xy} - współczynnik korelacji w populacji;
 Y - prosta regresji w próbie.

1. Definicja pojęć podstawowych

Wykorzystanie potencjału bojowego wojsk danej strony walczącej zależy od efektywności systemu kierowania.

Stosunek efektywności systemów kierowania stron walczących conajmniej w równym stopniu co stosunek sił i środków decyduje o wyniku walki /starcia zbrojnego/.

System działania jest efektywny, gdy jego system kierowania tworzy takie plany działania i zapewnia ich realizację, oddziałując na wszystkie elementy systemu w taki sposób, że

a/ organizacja jest skuteczna, czyli osiąga zamierzone cele w pożądanym /wymaganym/ stopniu i pożądanym czasie;

b/ organizacja jest ekonomiczna, czyli poniesione nakłady nie przewyższają nakładów /strat/ planowanych /przewidywanych/ oraz ich wartość jest niższa od wartości rezultatów /w szczególności strat przeciwnika/.

Każdy system kierowania powinien być oceniany za pomocą kryteriów wyrażających cele działania organizacji, w skład której wchodzi.

Dla systemu kierowania przyjmowane są cząstkowe kryteria oceny wyrażające efektywność decydowania i efektywność informowania.

Model ocenowy jako narzędzie oceny efektywności systemu kierowania powinien umożliwiać porównywanie wariantów systemu, wybór wariantu najkorzystniejszego oraz formułowanie prognozy rozwojowej /sądów prognostycznych/.

Model ocenowy stanowi element modelu symulacyjnego systemu kierowania.

Model ocenowy powinien umożliwiać określenie wpływu efektywności rażenia, wspomaganie i zasilania.

2. Model systemu kierowania jako przedmiot oceny efektywności

Model SK powinien umożliwiać :

- a/ identyfikację istotnych cech realnego SK;
- b/ diagnozę, czyli określenie aktualnego stanu rzeczywistego SK;
- c/ prognozę, czyli określenie prawdopodobnego stanu przyszłego SK;
- d/ ocenę efektywności SK.

Ogólny model SK :

$$I: SK = \langle SD_c, SI, RK \rangle$$

gdzie SD_c - system decyzyjny /realizujący procesy przygotowania i podejmowania decyzji/;

$$SD_c = \langle E^D, R^D \rangle, E^D - \text{element systemu,} \\ R^D \subset E^D \times E^D - \text{relacje}$$

SI - system informacyjny /realizujący procesy zbierania, przesyłania, przechowywania, przetwarzania, udostępniania informacji/;

$$SI = \langle E^I, R^I \rangle, E^I - \text{zbiór elementów systemu}$$

$R^I \subset E^I \times E^I$ - zbiór relacji;

$$RK = R^{DI}, R^{DR}, R^{DO}, R^{IR}, R^{IO} - \text{relacje kierowania info-} \\ \text{rmacyjno - decyzyjne}$$

System decyzyjny w modelu SK tworzą :

zbiór stanowisk dowodzenia /SD/ i innych elementów decyzyjnych oraz zbiór relacji między nimi.

System informacyjny w modelu SK tworzą : podsystem łączności /SL/, podsystem rozpoznania /SR_p/, podsystem informatyczny /SI_{in}/ oraz zbiór relacji pomiędzy elementami informacyjnymi /łączności, rozpoznania, informatyki/

Aspekty funkcjonalne SK wyraża model :

$$SK = \langle E, F, M, \Sigma, T \rangle$$

gdzie : E - zbiór elementów systemu

F - zbiór funkcji systemu /czynności potencjalnych charakteryzujących funkcjonowanie systemu, aktualizujących się w zadaniach systemu/,

M - zbiór technologii systemu /stosowanych potencjalnie przez system sposobów postępowania, tzn. metod i technik niezbędnych do realizacji funkcji systemu/,

Σ - zbiór potencjalnych struktur systemu, czyli relacji R między elementami systemu;

T - zbiór potencjalnych środków technicznych /urządzeń łączności, rozpoznania, informatyki/ niezbędnych do realizacji funkcji systemu, przy zastosowaniu określonych technologii.

Zbiór R obejmuje relacje pomiędzy składowymi czwórki $\langle f, m, s, t \rangle$ tworząc w szczególności podzbiory następujące :

- a/ relacje strukturalne, tzn relacje między elementami systemu /np. relacje podrzędności, nadrzędności, współdziałania/;
- b/ relacje funkcjonalne, tzn. relacje między funkcjami systemu /np. relacje zabezpieczenia, komplementarności/;
- c/ relacje kompetencji, tzn. relacje między elementami systemu /np. zakres odpowiedzialności i uprawnień, podział funkcji, obszar kompetencji/;
- d/ relacje technologiczne /np. kompleksowość, komplementarność/;
- e/ relacje organizacyjne, tzn. między elementami systemu i technologiami stosowanymi przy wykonywaniu danej funkcji ;
- f/ relacje technologiczne względem funkcji, tzn. relacje między technologiami i funkcjami /np. przetwarzanie informacji/;
- g/ relacje techniczne, tzn między środkami technicznymi oraz między środkami technicznymi i elementami systemu oraz technologiami stosowanymi.

3. Ogólne zasady formowania procesu kierowania

Proces kierowania, jako złożony proces informacyjno-decyzyjny realizowany jest w złożonym systemie kierowania. System kierowania stanowi istotny element dowolnego systemu działania. Od sprawnego funkcjonowania tego systemu zależą wyniki danego działania.

Do problemów dotyczących kierowania w złożonych systemach działania, które należy rozwiązywać w oparciu o podstawy naukowe zaliczamy :

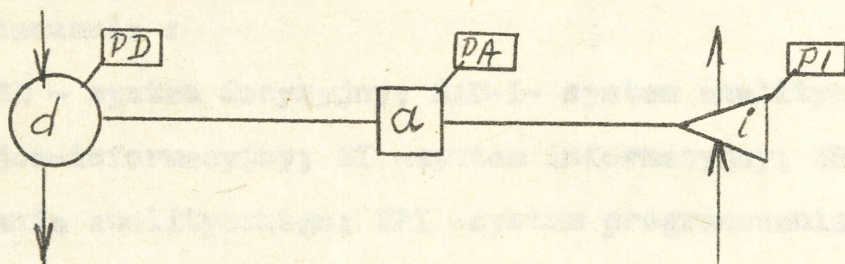
- 1/ problemy dotyczące struktury systemu kierowania;
- 2/ problemy dotyczące modelowania decyzyjnego systemu kierowania;
- 3/ problemy dotyczące zabezpieczenia informacyjnego procesów decyzyjnych;
- 4/ problemy języka kierowania zwłaszcza w systemach kierowania wspomaganych komputerowo.

Bliższa analiza dotychczasowego dorobku teorii kierowania nasuwa pewne refleksje :

1. Zarówno w teorii jak i w praktyce istnieje wiele terminów związanych znaczeniowo z pojęciem kierowanie. Są to : "kierowanie", "zarządzanie", "sterowanie", "prognozowanie", "organizowanie" itp.
 2. Istnieje zbyt wiele tez z zakresu kierowania, które są intuicyjnie akceptowane bez głębszego uzasadnienia.
 3. Nowoczesne tendencje zmierzające do automatyzacji procesu kierowania wymagają solidnych podstaw teorii kierowania, aby móc tworzyć "automaty kierowania".
 4. Dla potrzeb identyfikacji rzeczywistych systemów kierowania oraz formułowania problemów decyzyjnych z zakresu tych systemów, potrzebna jest "formalna teoria kierowania" dostarczająca praktyce aparatury pojęciowej i schematów modelowych.
4. Postulaty formalnej teorii kierowania.

1. O kierowaniu można mówić tylko wtedy, gdy istnieje proces roboczy, którym się kieruje.
2. Proces kierowania jest procesem z natury informacyjnym.
3. Kierowanie to informowanie i decydowanie.
4. Kierowanie trwa w czasie i jest procesem permanentnym.
5. Kierowanie jest szczególnym rodzajem procesu zabezpieczenia, jest procesem zabezpieczenia informacyjnego /obsługi informacyjnej/ dla procesu roboczego.

Kierowanie jako złożony proces informacyjno - decyzyjny realizowany jest przez system kierowania. Elementami tego systemu są elementarne ogniwa kierowania wyszczególnione na rys.....¹.....



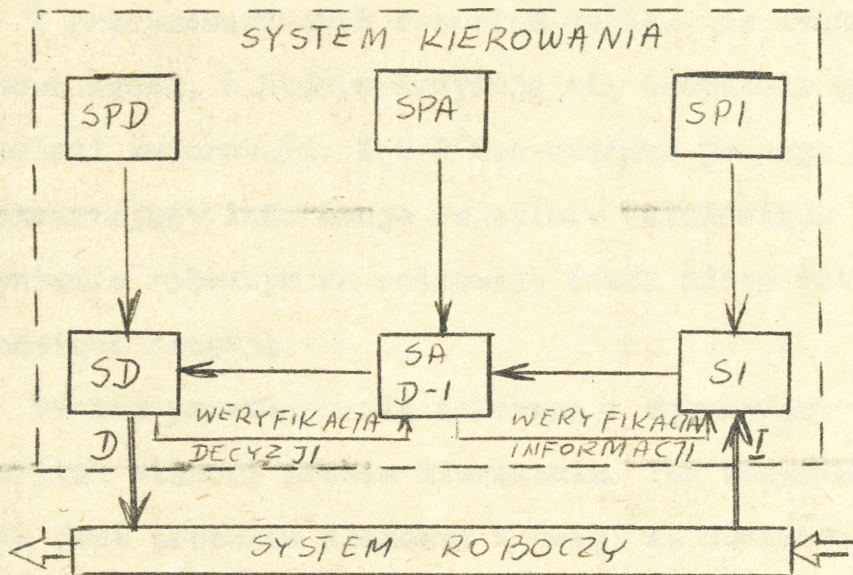
Rys. 1. Schemat elementarnego ogniwa kierowania.

Oznaczenia : d-decydent, a-analityk, i-informator,

PD-program decyzyjny, PA-program analizy, PI-program informacyjny.

Poprzez agregację elementarnych ogniw kierowania w złożonym systemie kierowania, wyróżniamy następujące podsystemy:

- podsystem decyzyjny;
- podsystem informacyjny;
- podsystem analiz decyzyjno-informacyjnych .



Rys. 2. Makrostruktura systemu kierowania.

Oznaczenia :

SD - system decyzyjny; SAD-I- system analityczny+
decyzyjno-informacyjny; SI -system informacyjny; SPD -system pro-
gramowania analitycznego; SPI -system programowania informacyjnego;
I -informacje; D -decyzje.

Przedstawiona koncepcja modelu systemu kierowania umożliwia
rozwiązanie wielu problemów praktycznych a w szczególności :

- 1/ Identyfikacja w rzeczywistym systemie kierowania: informatora systemowego, analityka systemowego, decydenta systemowego.
- 2/ Projektowanie dla zadanego systemu : informatora, analityka, decydenta.
- 3/ Programowanie informacyjne, analityczne i decyzyjne.
- 4/ Rozkład na poziomy /szczeble, warstwy/ informatora, analityka, decydenta w zadanym systemie kierowania.
- 5/ Opracowanie wymagań na formalny, matematyczny model informa-
cyjny, analityczny, decyzyjny dla zadanego systemu roboczego.

Z przeprowadzonych rozważań wynika, że system kierowania stanowi węzeł, w którym krzyżują się wszystkie główne rodzaje strumieni informacji. Węzeł ten stanowi pewnego rodzaju układ przetwarzający informacje wejściowe -stanowiące kwanty wiedzy o systemie roboczym na emitowane przez niego informacje wyjściowe stanowiące decyzje.

Proces przetwarzania informacji dokonywany według określonego algorytmu stanowi proces kierowania. Tak rozumiany proces kierowania jest procesem złożonym z uwagi na złożoność procesów roboczych przebiegających w systemie. Proces kierowania dekomponowany jest zazwyczaj na dwa poziomy : proces planowania oraz proces kierowania operatywnego.

Proces planowania /programowania/, w którym wyznacza się optymalną reakcję systemu roboczego w zależności od sytuacji zewnętrznej, tj. poszukuje się takiego sposobu wykorzystania zasobów wewnętrznych i zewnętrznych aby oczekiwana wartość funkcji osiągała ekstremum.

Proces kierowania operatywnego, w którym wyznacza się decyzje operatywne /kontroli i regulacji/ takie, aby działanie obiektów kierowania /elementów systemu roboczego/ było jak najbliższe określonej realizacji systemu w procesie planowania.

Z formalnego punktu widzenia nie ma różnicy między procesem planowania a kierowania operatywnego. Zarówno jeden jak i drugi stanowią metodę /algorytmu/ przetwarzania określonych kategorii informacji. Z uwagi jednak na całkowicie różne funkcje w systemie kierowania oraz inne czynniki które należy brać pod uwagę przy ich wyznaczeniu, wskazane jest traktowanie oddzielnie tych dwóch faz procesu kierowania.

W koncepcji tej wyróżnia się dwa strumienie przepływające przez system a mianowicie strumień potencjału /przetworzony przez system roboczy/ oraz strumień użyteczności /przetwarzany przez podsystem kierowania/. Odpowiada to wyróżnionym w modelach systemów ekonomicznych strumieniom materialno-energetycznym i finansowym. W systemie kierowania dokonywana jest transformacja sytuacji; systemowych roboczych na informacyjnych, informacyjnych na decyzyjne, decyzyjnych na robocze.

Można więc sformułować następującą tezę ogólną : podstawową determinantą efektywności systemu kierowania jest wielkość i jakość potencjału /ludzkiego, technicznego, informacyjnego/ systemu oraz możliwości racjonalnego jego użycia w działaniu organizacji.

Efektywny system kierowania to system skuteczny, ekonomiczny a także o wysokiej informacyjności, niezawodności, gotowości i żywotności.

5. Obliczanie strat stron walczących

W programie obliczania potencjałów wyróżnia się następujące pojęcia /patrz rys.3 / :

- potencjał wyjściowy kierowania P_{kw}
- potencjał bojowy kierowania P_{kb}

Przez potencjał wyjściowy kierowania rozumiemy potencjał stron walczących bez uwzględnienia warunków, w których będzie przebiegać starcie zbrojne.

Potencjałem bojowym kierowania natomiast będziemy nazywać potencjał wyjściowy wojsk uwzględniający warunki obszaru walki zbrojnej wyrażony współczynnikiem wpływu obszaru działań K_k /.

Każda jednostka /zgrupowanie wojsk/ w miejscach stałej dyslokacji dysponuje potencjałem wyjściowym kierowania :

$$P_{kw} = I_k \cdot W_{jak} \cdot K_{kl} \quad /1/$$

gdzie P_{kw} - potencjał wyjściowy kierowania jednostki /zgrupowania wojsk/ w miejscu stałej dyslokacji ;

I_k - ilość dysponowanego sprzętu bojowego kierowania wyrażonego w sztukach i mającego wpływ na efektywność kierowania.

W_{jak} - wskaźnik jakości charakteryzujący sprzęt /środki/ kierowania;

K_{kl} - wartość współczynnika wpływu czynnika ludzkiego modelu kierowania na efektywność walki zbrojnej.

Potencjał bojowy kierowania jednostki /zgrupowania/ P_{kb} stanowi iloczyn potencjału wyjściowego kierowania P_{kw} i współczynnika wpływu obszaru działań na kierowanie K_{ko} , wyrażony następującą zależnością :

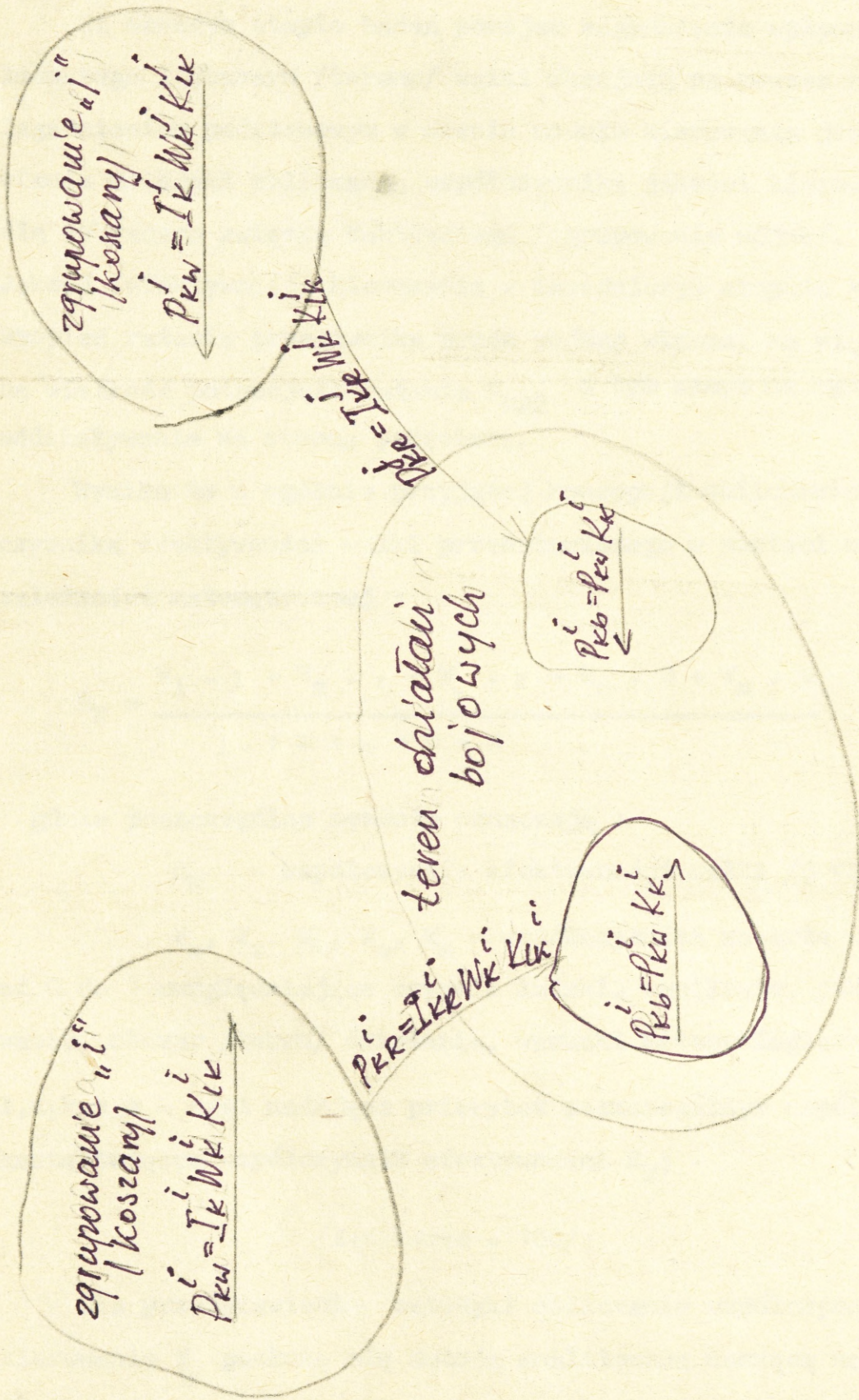
$$P_{kb} = P_{kw} \cdot K_{ko} \quad /2/$$

Inaczej
$$P_{kb} = I_k \cdot W_{jak} \cdot K_{kl} \cdot K_{ko} \quad /3/$$

Wprowadzamy się pojęcie potencjału kierowania P_{KIER} jako suma iloczynów ilości środków kierowania I_k przez odpowiednie wskaźniki jakości charakteryzujące środki /sprzęt/ kierowania W_{jak} , który zapisujemy w sposób następujący :

$$P_{KIER} = \sum_{i=1}^n I_{k n} \cdot W_{jak n} \quad /4/$$

Potencjał kierowania jest więc wielkością niemianowaną i stanowi człon zależności /3/ zgrupowania wojsk tylko dla jednego typu środka kierowania.



Rys. 3. Ilustracja potencjałów modułu kierowania : wyjściowego i bojowego

Na obecnym etapie badań pomijam zagadnienie wpływu czynnika ludzkiego i obszaru /terenu/ walki zbrojnej na proces kierowania. Zagadnieniem podstawowym w ocenie modułu kierowania jest przedstawienie metodyki obliczania współczynnika jakości kierowania W_k dla wybranego związku taktycznego /zgrupowania wojsk/. Jakość /efektywność/ kierowania w zasadniczym stopniu wpływa na stopień rażenia przeciwnika przez wojska własne. Ma więc wpływ na wielkość potencjału rażenia P_{RAZ} a tym samym na ogniowe oddziaływanie na stronę przeciwną.

Wynika to z ogólnie przyjętej koncepcji obliczenia współczynnika efektywności walki przedstawionego w postaci następującej zależności matematycznej :

$$E_W = \frac{W_l \cdot l + W_z \cdot z + W_k \cdot k + W_o \cdot o + W_m \cdot m}{l + z + k + o + m} \quad /5/$$

gdzie poszczególne symbole oznaczają :

E_W - współczynnik efektywności walki $/0 < E_W \leq 1/$;

W_l, W_z, W_k, W_o, W_m - współczynniki zawarte w przedziale od 0 do 1 uwzględniające czynnik ludzki, zasilanie, jakość kierowania, obszar /teren/ działania, warunki meteorologiczne.

l, z, k, o, m - wagi nadające priorytet poszczególnym współczynnikom kształtującym współczynnik efektywności E_W ;

$$/l+z+k+o+m = 100/;$$

Dla przedstawienia metodyki obliczania współczynnika jakości kierowania W_k posłużą się metodą analityczną noszącą nazwę regresji liniowej, która umożliwi znalezienie zależności potencjału kierowania w funkcji potencjału rażenia $P_{KIER} = f /P_{RAZ}/$, przy czym będzie również obliczony współczynnik korelacji r_{xy} , który potraktuje

Jako współczynnik charakteryzujący jakość kierowania $W_k / r_{xy} = W_k /$.

Mając na uwadze wskazówki udzielone na seminarium posłużę się również drugą metodą obliczania współczynnika jakości kierowania W_k , wychodząc z zależności wyrażającej procentowy udział potencjału kierowania P_{KIER} w stosunku do potencjału rażenia P_{RAZ} .

6. Wprowadzenie do regresji liniowej.

Dwuwymiarowa analiza regresji liniowej może być zastosowana w skali masowej przy modelowaniu walki zbrojnej.

Zastosowanie w praktyce określonej metody badawczej może przynieść korzyści zasługujące na uwagę i liczące się w skali wojska.

Regresja wielowymiarowa jest trudniejsza od dwuwymiarowej przede wszystkim dlatego, że nie podlega interpretacji za pomocą środków graficznych, a interpretacja geometryczna wymaga od czytelnika wyrobionej wyobraźni przestrzennej.

Istnieje kilka sposobów estymacji parametrów dwuwymiarowej populacji generalnej w oparciu o dane liczbowe z próbki pobranej z populacji w sposób losowy. Do najważniejszych należy zaliczyć metodę maximum wiarygodności, metodę minimalnej wariancji, metodę minimum χ^2 i metodę najmniejszych kwadratów. W teorii regresji stosuje się zwykle metodę najmniejszych kwadratów. Jej cenną zaletą jest to, że zgodnie z twierdzeniem Markowa, estymatory uzyskane tą metodą są zgodne, nieobciążone i najefektywniejsze.

Pomimo niewątpliwych zalet metody najmniejszych kwadratów, istnieje również metoda punktowa, która również daje zgodne i nieobciążone estymatory parametrów regresji, przy czym :

- 1°. rachunki związane z obliczeniem wartości liczbowych estymatorów są znacznie łatwiejsze od rachunków koniecznych w

metodzie najmniejszych kwadratów;

2°. do opanowania metody punktowej nie jest potrzebna znajomość rachunku ekstremum, wymaganej przy metodzie najmniejszych kwadratów.

Efektywność estymatorów uzyskanych za pomocą metody punktowej jest nieco gorsza od efektywności estymatorów otrzymanych metodą najmniejszych kwadratów, gdy jednak dysponujemy dużą próbką, względ ten nie ma zasadniczego znaczenia.

Poważne korzyści, jakie daje wprowadzenie metody punktowej do teorii estymacji parametrów regresji liniowej, polegają przede wszystkim na tym, że metoda ta sprzyja w poważnym stopniu rozpowszechnieniu teorii regresji i korelacji wśród praktyków.

Ma to szczególne znaczenie w odniesieniu do badań operacji wojskowych. Główną przeszkodą w rozpowszechnianiu metod regresji i korelacji są bez wątpienia trudności natury matematycznej związane z wyznaczaniem parametrów regresji metodą klasyczną. Metoda punktowa w znacznym stopniu ułatwia pokonanie tej przeszkody.

W przypadku dwóch cech pojęcie współzależności wiąże się z problematyką korelacyjną i regresyjną. Pierwsza dotyczy oceny współzależności a druga prognozy, tj. oceny wartości jednej cechy na podstawie wartości drugiej cechy.

7. Charakterystyki próby dwóch zmiennych.

Zagadnienie prognozy wartości jednej cechy y na podstawie drugiej cechy x , nazywane zagadnieniem regresyjnym może być postawione tylko w przypadku istnienia współzależności między cechami.

Wtedy wyznacza się analityczną postać tej współzależności wyrażając zmienną y jako funkcję zmiennej x .

Oznaczmy symbolem Ω dwuwymiarową populację generalną. Każdemu elementowi należącemu do tej populacji odpowiada para realizacji $/x, y/$ zmiennej losowej $/X, Y/$. Zakłada się, że linie regresji pierwszego rodzaju w populacji generalnej są liniami prostymi, tzn:

$$y = \alpha_{21} x + \beta_{20} \quad /6/$$

oraz $y = \alpha_{12} x + \beta_{10}$

gdzie $\alpha_{21}, \alpha_{12}, \beta_{20}$ i β_{10} są parametrami regresji w populacji generalnej. Z populacji pobiera się w sposób losowy próbkę ω liczącą n elementów. Otrzymujemy n par liczb $/x_i, y_i/ /i = 1, 2, \dots, n/$ odpowiadających wylosowanym elementom. Liczby te można interpretować jako współrzędne punktów eksperymentalnych na płaszczyźnie. Każdemu elementowi populacji Ω odpowiada taki punkt eksperymentalny. W ogólnym przypadku próbę zapisujemy w postaci.

$$/x_1, y_1/, /x_2, y_2/, \dots, /x_n, y_n/ \quad /8/$$

gdzie wskaźniki przy x i y oznaczają numery porządkowe pomiaru cechy x i y .

O rodzaju współzależności między badanymi cechami x i y przekonujemy się bezpośrednio przedstawiając wyniki liczbowe na płaszczyźnie Oxy . Każdej parze liczb $/x, y/$ odpowiadającej zgrupowania wojsk /związkiowi taktycznemu/ przyporządkujemy punkt na płaszczyźnie, tak jak to się czyni w geometrii analitycznej.

Zatem na osi Ox odkładamy potencjał rażenia P_{RAZ} , a na osi pionowej Oy zaznaczamy wartości potencjału kierowania P_{KIER} . W rezultacie otrzymujemy n punktów oznaczonych na rysunku krzyżykami. Jeżeli zakreślimy owal obejmujący te punkty to możemy zauważyć, że duża jego oś jest nachylona pod pewnym kątem do osi Ox .

Wskazuje to na pewną współzależność między badanymi cechami, przy tym ze wzrostem potencjału rażenia wzrasta potencjał kierowania. Ponieważ ten wzrost jest w przybliżeniu jednostajny, tzn. punkty

na wykresie układają się wokoło pewnej prostej, współzależność tę nazywamy korelacją. O braku współzależności między cechami /wielkościami/ mówimy gdy oś owalu jest prostopadła do osi Oy, a więc gdy przy zmianie wartości jednej cechy, wartości drugiej cechy zmieniają się jedynie na skutek działania przyczyn przypadkowych. Należy podkreślić, że dla badania korelacji powinno się brać znacznie większą ilość par obserwacji. Z reguły zaleca się conajmniej kilkadziesiąt par obserwacji a nawet 100 i więcej. Przy małych próbach współczynnik korelacji będący miernikiem współzależności podlega wahanom od próby do próby.

Symbolami \bar{x} i \bar{y} oznaczmy średnie odpowiadające wartościom x i y , a symbolami S_x^2 i S_y^2 oraz S_x i S_y - odpowiadające im wariancje i odchylenia standardowe. Średnie są miarami położenia, a wariancje i odchylenia standardowe - miarami rozproszenia wartości poszczególnych zmiennych. Istnieje konieczność wprowadzenia miary współzależności dwóch zmiennych. Za miarę taką przyjmuje się kowariancję S_{xy} , którą określa się za pomocą wzoru :

$$S_{xy} = \frac{|x_1 - \bar{x}| / |y_1 - \bar{y}| + |x_2 - \bar{x}| / |y_2 - \bar{y}| + \dots + |x_n - \bar{x}| / |y_n - \bar{y}|}{n}$$
$$= \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| / |y_i - \bar{y}|}{n} \quad /9/$$

gdzie n jest wielkością próby.

Z definicji widać, że kowariancja jest średnią iloczynów odchyień x i y od ich średnich. Stąd dalej wynika, że kowariancja jest zerem wtedy i tylko wtedy, gdy wartości co najmniej jednej ze zmiennych są jednakowe. Wtedy bowiem średnia jest równa wartości przybieranej przez zmienną i w każdym iloczynie we wzorze jednym z czynników jest zero.

W zastosowaniach kowariancję oblicza się według wzoru :

$$S_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y} = \overline{xy} - \bar{x} \bar{y} \quad /10/$$

A więc, kowariancja zmiennych x i y jest różnicą między średnią iloczynów i iloczynem średnich. Sumowanie rozciąga się na n obserwacji próby,

$$\overline{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n xy}{n} \quad /11/$$

W wielu przypadkach będziemy obliczali nie kowariancje S_{xy} , lecz sumę iloczynów odchyłeń x_i i y_i od ich średnich, a mianowicie :

$$\begin{aligned} n S_{xy} &= \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) (y_i - \bar{y}) = \\ &= \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i) (\sum_{i=1}^n y_i)}{n} \quad /12/ \end{aligned}$$

Kowariancja wyraża się w jednostkach mieszanych będących iloczynem jednostek, w jakich pomierzono cechy x i y .

Dla uniknięcia tej niedogodności i ze względu na możliwość porównywania miar współzależności różnych par cech korzystniej jest operować miarą współzależności wyrażoną w jednostkach oderwanych. Taką miarą jest współczynnik korelacji r_{xy} zdefiniowany wzorem

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} = \frac{n S_{xy}}{\sqrt{n S_x^2} \sqrt{n S_y^2}} \quad /13/$$

Charakterystyki próby dwucechowej oblicza się bez trudności na podstawie pięciu następujących sum :

$$\sum_{i=1}^n x_i, \quad \sum_{i=1}^n y_i, \quad \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad \sum_{i=1}^n y_i^2, \quad \sum_{i=1}^n x_i y_i \quad /14/$$

Współczynnik korelacji jest dodatni, gdy wartości obu cech jednocześnie rosną lub maleją. W przypadku braku współzależności między cechami współczynnik korelacji jest zerem. Ponieważ ze wzrostem potencjału rażenia P_{RAZ} zawsze będzie zwiększał się potencjał kierowania P_{KIER} / nie może maleć, gdyż przeczyłoby to zdrowemu rozsądkowi/, współczynnik korelacji będzie zawarty w przedziale :

$$0 < r_{xy} < 1 \quad /15/$$

Nadając współczynnikowi korelacji interpretację, która dotyczyłaby badań operacji, wygodnie jest przyjąć tę wielkość jako współczynnik charakteryzujący jakość kierowania w zgrupowaniu wojsk /ZT/ W_k . Na podstawie przeprowadzonych rozważań, w przykładzie 1 będzie obliczony współczynnik jakości kierowania W_k /odpowiadający współczynnikowi korelacji r_{xy} / dla zgrupowania składającego się z 11 elementów. Wynik badań nad regresyjnością potencjału kierowania i potencjału rażenia posłużą do zastosowania drugiej metody obliczania współczynnika jakości kierowania W_k , opisanego funkcją liniową.

Przykład 1

A. Metoda regresji liniowej.

Zgrupowanie nieprzyjaciela składa się z 11-u elementów. Posługując się analizą regresji dwuwymiarowej wyznaczyć współczynnik jakości kierowania dla tego zgrupowania.

W tym celu sporządza się tablicę 1, która zawiera dane niezbędne do przeprowadzenia obliczeń.

Tablica 1. Współzależność między potencjałem rażenia i potencjałem kierowania w 11-u zgrupowaniach nieprzyjaciela.

i	X_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$	Y_i
1	2	3	4	5	6	7
Element A	580,89	13104	173000000	346000	7688888	424,6
"- B	180,0	5028	25800000	32400	900000	132,3
"- D	600,0	18407	340000000	360000	11000000	584,0
6"- E	710,76	23799	565000000	510000	16900000	745,4
6"- C	269,19	8559	73000000	72300	2300000	288,2
2PTSP	278,25	9246	86000000	77100	2560000	308,0
4PTSP	395,88	13387	179000000	156000	5280000	433,1
3ALT	90,00	2003	41000	8100	181000	91,6
8ALS	60,00	1463	2140000	3600	87500	75,4
DM	85,00	1290	1660000	7210	110000	70,2
OD	192,00	6900	47600000	36800	1330000	238,5
SUMA	3441,97	103186	14942441000	7609510	48328500	3392,1
SREDNIA	$\bar{x} =$ 9380	$\bar{y} =$ 312,9	$\bar{x}^2 =$ 136000000	$\bar{y}^2 =$ 146000	\overline{xy} 4400000	304

$$\text{Kowariancja : } S_{xy} = \frac{\sum xy}{n} - \bar{x} \bar{y} = \overline{xy} - \bar{x} \bar{y}$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i = 48328500$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i}{n} = \frac{48328500}{11} = 4400000$$

$$\bar{x} \cdot \bar{y} = 9380 \cdot 312,9 = 2940000$$

$$\overline{xy} = 4400000$$

$$S_{xy} = 4400000 - 2940000 = 1460000$$

$$\begin{aligned} nS_x^2 &= \sum (x - \bar{x})^2 = \sum x^2 - \frac{1}{n} \sum x^2 \\ &= 1494241000 - \frac{103186^2}{11} = \\ &= 524241000 \end{aligned}$$

$$nS_y^2 = \sum y^2 - \frac{1}{n} \sum y^2 = 1609510 - \frac{11900000}{11} = 534510$$

Wobec powyższego współczynnik korelacji będzie wynosił :

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} = \frac{n S_{xy}}{\sqrt{n S_x^2 \cdot n S_y^2}}$$

$$\begin{aligned} r_{xy} &= \frac{11 \cdot 1460000}{\sqrt{524,2 \cdot 10^6 \cdot 0,534 \cdot 10^6}} = \frac{16}{\sqrt{280}} = \frac{16}{16,8} \\ &= 0,95 \end{aligned}$$

$$r_{xy} = W_k = 0,95$$

Zagadnieniem istotnym będzie ocena współzależności dwu cech elementów zgrupowań wojsk stanowiących pewną populację. W przypadku istnienia takiej współzależności interesująca nas wartość jednej cechy na podstawie wartości drugiej cechy.

Prostą regresji w populacji określa się z zależności :

$$y = \mu_y + \beta_{yx} /x - \mu_x/ \quad /16/$$

gdzie y jest rzędną prostej dla danych wartości x , a μ_x i μ_y średnimi populacji x i y , natomiast β_{yx} jest współczynnikiem regresji y względem x danej populacji.

Wartość współczynnika wynosi :

$$\beta_{yx} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} = \rho_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \quad /17/$$

Zależy od następujących parametrów populacji: kowariancji σ_{xy} i wariancji σ_x^2 lub od współczynnika korelacji ρ_{xy} i odchyłeń standardowych σ_x i σ_y .

Dla przewidywanych wartości y na podstawie wartości x nie możemy korzystać z wyżej przedstawionego wzoru, gdyż nie znamy parametrów μ_x , μ_y i β_{yx} .

Dlatego prostą regresji w populacji zastępujemy prostą regresji w próbie :

$$Y = \bar{y} + \beta_{yx} /x - \bar{x}/ \quad /18/$$

Prostą regresji uzyskuje się metodą najmniejszych kwadratów.

Zgodnie z regułą najmniejszych kwadratów, suma kwadratów odchyłeń 11 wartości y od rzędnej Y poszukiwanej prostej wyniesie:

$$\sum [y - \mu_y - \beta_{yx} /x - \bar{x}/]^2 \quad /19/$$

gdzie suma jest rozciągnięta na n obserwacji i ma osiągnąć minimum ze względu na parametry μ_y i β_{yx} .

Korzystając z rachunku różniczkowego, że ocenami nieznanymi

parametrów μ_x i β_{yx} są odpowiednio : średnia \bar{y} i współczynnik regresji b_{yx} .

Wartością liczbową współczynnika regresji y względem x jest

$$b_{yx} = \frac{nS_{xy}}{nS_x^2} = \frac{11.1.460.000}{524.241.000} = \frac{11.1,46 \cdot 10^6}{524,2 \cdot 10^6} = \frac{16}{524,2} = 0,03 \quad /20/$$

Interpretacja tego współczynnika jest prosta. Stanowi on przeciętną miarę wzrostu cechy y , gdy wartość cechy x wzrasta o jednostkę. Wartość cechy y można oceniać z równania prostej regresji, które w przykładzie liczbowym wobec $\bar{x} = 9380$; $y = 312,9$ i $b_{yx} = 0,03$ ma postać :

$$Y = 312,9 + 0,03/x - 9380/ = 31,5 + 0,03x \quad /21/$$

Odpowiednie wartości Y , zwane wartościami regresyjnymi, które obliczamy z tego równania dla wartości x , zestawiono w kolumnie 7 tablicy 1.

Wartości regresyjne Y są lepszymi ocenami wartości y niż wielkość podana w kolumnie 3 tej tablicy, gdyż opierają się na całym materiale doświadczalnym. Można wykazać, że suma odchyień wartości y od wartości regresyjnych jest zerem z błędem pochodzącym z zaokrągleń, czyli

$$\sum /y - Y/ = 0 \quad /22/$$

B. Metoda procentowego udziału potencjału kierowania P_{KIER} .

Na podstawie posiadanych wielkości charakteryzujących potencjał kierowania P_{KIER} i potencjał rażenia P_{RAZ} zgrupowań wojsk, dokonujemy obliczenia wskaźnika jakości kierowania według następującej zależności:

$$W_k = \frac{P_{KIER}}{P_{RAZ}} \quad /23/$$

Wiadomo jest, że w normalnie funkcjonujących systemach,

P_{KIER} P_{RAZ} . Każdy inny przypadek, a więc

$$P_{KIER} > P_{RAZ} \text{ lub } P_{KIER} = 0$$

jest stanem wyraźnie przeczącym celowości funkcjonowania takiego układu i nie może mieć praktycznego zastosowania.

Nadbudowa jaką stanowi moduł kierowania nie może przewyższać modułu rażenia przy stosowaniu zarówno liczb niemianowanych jak i każdych innych dowolnych liczb.

Biorąc za podstawę przykład 1 oraz zależność /23/, otrzymamy następujący wynik dla 11-elementowego zgrupowania :

$$W_k = \frac{2562}{103246} \quad 0,025$$

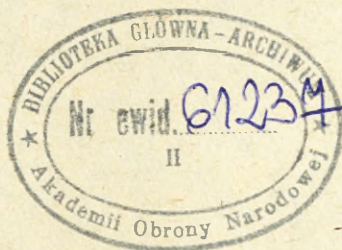
Wnioski.

1. Przeprowadzone badania nad współzależnością potencjału kierowania i potencjału rażenia wykazały istnienie ścisłego związku między tymi parametrami dla zgrupowania wojsk.
2. Z zależności liniowej jesteśmy w stanie prognozować wartości jednej cechy y /potencjału kierowania/ na podstawie drugiej cechy x /potencjału rażenia/, które określa się jako zagadnienie regresyjne
3. Miarą współzależności różnych par cech /w naszym przypadku potencjału kierowania i potencjału rażenia/ wyrażone w jednostkach oderwanych jest współczynnik korelacji r_{xy} , który w zastosowaniu do badań operacji został potraktowany jako współczynnik jakości kierowania W_k .
4. Druga metoda obliczania współczynnika jakości kierowania W_k , zaproponowana po przeprowadzonym seminarium, jest znacznie prostrza w zastosowaniu. Obliczenia sprowadzają się

głównie do precyzyjnego określenia wielkości potencjałów kierowania i potencjałów rażenia zgrupowań wojsk. Wyniki odbiegają jeden od drugiego.

Wykaz literatury.

1. Z. Hellwig : "Elementy rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej -PWN, Warszawa 1975.
2. W.OKTABA, E.NIEDOMOS : "Matematyka i podstawy statystyki matematycznej" - PWN Warszawa 1971.
3. płk prof.dr hab.inż. P.SIENKIEWICZ, płk dr inż.A. WŁODARSKI : "Metodyka oceny wpływu efektywności systemu kierowania na efektywność rażenia, wspomaganie i zasilania, ASG WP 1986r.
4. płk prof.dr hab.inż. P. SIENKIEWICZ, płk dr inż. A.WŁODARSKI : "Ogólna metodyka analizy rozwoju systemów kierowania" ,ASG WP 1986r.
5. Systemy zabezpieczenia wojsk, zeszyt 5, WAT 1980 r.



~~1386~~

