



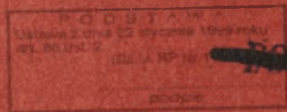
AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO
 im. Generała Broni Karola Świerczewskiego

ODDZIAŁ WOJSK OPK I LOTNICTWA
 KATEDRA WOJSK OPK

JAWNE

~~TAJNE~~

Egz. Nr 11



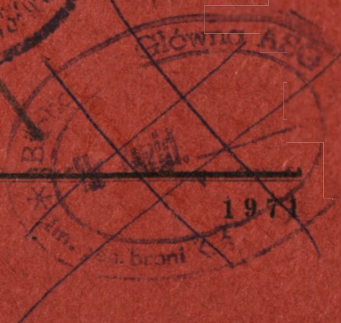
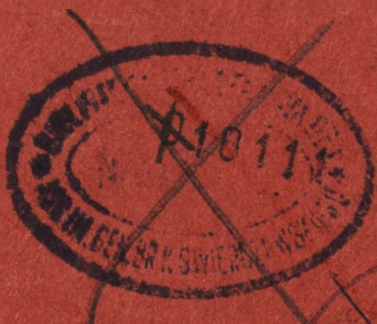
ppłk mgr inż. Jan ZDZIECH

**SKUTECZNOŚĆ STRZELANIA
 PRZECIWLOTNICZYMI RAKIETAMI
 KIEROWANYMI**

(Skrypt)



4165
 S 830



WARSZAWA

WRZESIEŃ

1971



34
AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO
im. Generała Broni Karola Świerczewskiego

ODDZIAŁ WOJSK OPK I LOTNICTWA
KATEDRA WOJSK OPK

JAWNE

~~**TAJNE**~~

Egz. Nr **11**



~~TOP SECRET - SECURITY INFORMATION~~

ppłk mgr inż. Jan ZDZIECH

SKUTECZNOŚĆ STRZELANIA
PRZECIWLOTNICZYMI RAKIETAMI
KIEROWANYMI

(Skrypt)



4165

S 830



WARSZAWA

WRZESIEŃ

1971

AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO
im. gen. broni K. Świerczewskiego

ODDZIAŁ WOJSK OPK I LOTNICTWA
KATEDRA WOJSK OPK

ZATWIERDZAM
SZEF KATEDRY WOJSK OPK

~~TAJNE~~

Egz.nr ...

11

/-/ płk doc.dr Jan UCHAŃSKI
7.09.1971 r.

JAWNE



ppłk mgr inż. Jan ZDZIECH



SKUTECZNOŚĆ STRZELANIA PRZECIWOLOTNICZYMI
RAKIETAMI KIEROWANYMI

/Skrypt/



8 830

SPRAWDZIŁ
KIEROWNIK ZESPOŁU
TECHNIKI RAKIETOWEJ



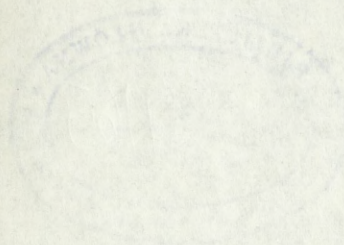
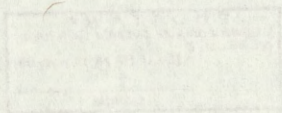
/-/ płk dr n.w.mgr inż. Antoni ZON

WARSZAWA

Wrzesień

1971 r.

JAWNE



W S T Ę P	5
1. OGÓLNE POJĘCIA SKUTECZNOŚCI STRZELANIA PRK	7
2. WSKAŹNIKI SKUTECZNOŚCI STRZELANIA PRK	9
2.1. Prawdopodobieństwo zniszczenia celu pojedynczego jedną rakieta	10
2.2. Eksploatacyjna niezawodność przeciwlotniczego ze- stawu raketowego	11
2.3. Prawdopodobieństwo zniszczenia celu pojedynczego n raketami	14
2.4. Zużycie rakiet, zapewniające zniszczenie celu z zakończonym prawdopodobieństwem	17
2.5. Wartość oczekiwana liczby zniszczonych celów pod- czas odpierania nalotu	18
3. GOTOWOŚĆ BOJOWA PRZECIWLOTNICZEGO ZESTAWU RAKIE- TOWEGO	40
4. EKONOMICZNOŚĆ STRZELANIA PRK	44
ZAKOŃCZENIE	47
LITERATURA.....	48

1. 1

2. 2

3. 3

4. 4

5. 5

6. 6

7. 7

8. 8

9. 9

10. 10

11. 11

12. 12

13. 13

14. 14

15. 15

16. 16

17. 17

18. 18

19. 19

20. 20

21. 21

22. 22

23. 23

24. 24

25. 25

26. 26

27. 27

28. 28

29. 29

30. 30

31. 31

32. 32

33. 33

34. 34

35. 35

36. 36

37. 37

38. 38

39. 39

40. 40

41. 41

42. 42

43. 43

44. 44

45. 45

46. 46

47. 47

48. 48

49. 49

50. 50

W S T Ę P

Po drugiej wojnie światowej nastąpił burzliwy rozwój wszystkich rodzajów środków napadu powietrznego.

Rola i znaczenie tych środków wzrosły szczególnie w związku z pojawieniem się w uzbrojeniu szeregu państw broni termojądrowej oraz nagromadzeniem znacznych jej zapasów.

Jednocześnie z rozwojem środków napadu powietrznego następuje rozwój środków obrony powietrznej. Konieczność jakiegoś wzmacnienia wojsk obrony powietrznej spowodowała, że do ich uzbrojenia zostały wprowadzone przeciwlotnicze zestawy raketowe różnych typów.

Podstawową zaletą przeciwlotniczych zestawów raketowych jest wysoka skuteczność strzelania do celów powietrznych, którą ocenia się przy pomocy określonych wskaźników liczbowych. Przed przeprowadzeniem strzelania, opracowuje się ogólną metodykę obliczeń tych wskaźników, co stanowi zasadnicze zadanie z zakresu badań skuteczności strzelania przeciwlotniczymi rakietami kierowanymi /PRK/.

Przy pisaniu skryptu wzięto pod uwagę fakt, że czytelnika będą interesować nie tyle rozwiązania abstrakcyjno-teoretyczne nad zagadnieniami skuteczności strzelania, ile ich istota i zastosowanie w praktycznych obliczeniach. Stąd też, poszczególne zagadnienia przedstawione zostaną w ujęciu możliwie prostym i ilustrowane będą rozwiązaniami konkretnych przykładów.

Dla swobodnego korzystania ze skryptu, wymagana jest od czytelnika znajomość podstaw rachunku prawdopodobieństwa.

W skrypcie przestrzegana będzie terminologia z zakresu rachunku prawdopodobieństwa, ustalona przez Instytut Matematyczny PAN oraz symbolika zalecana przez Polski Komitet Normalizacyjny.

Wynik każdego oddzielnie wziętego strzelania, na skutek oddziaływania czynników losowych, ma charakter losowy i dlatego nie może być wykorzystany do ogólnej oceny skuteczności strzelania przeciwlotniczego zestawu raketowego lub wybranego sposobu strzelania. Dla uzyskania najbardziej pełnej charakterystyki przeciwlotniczego zestawu raketowego lub przyjętego sposobu strzelania, należy rozpatrywać całokształt możliwych wyników strzelań, z których każdy jest zdarzeniem losowym. Dlatego też, rezultat każdego strzelania można rozpatrywać jako zmienną losową skokową. Najbardziej pełną charakterystyką tej zmiennej będzie jej rozkład, z którego można określić poszczególne parametry /wskaźniki skuteczności strzelania/.

Tak więc, podstawową dziedziną matematyki, wykorzystywaną do określania i oceny skuteczności strzelania, jest teoria prawdopodobieństwa.

Opracowanie metod oceny skuteczności strzelania PRK i ustalenie na podstawie tej oceny właściwych sposobów przygotowania i prowadzenia strzelania PRK, jest zasadniczą treścią teorii strzelania.

2. WSKAŹNIKI SKUTECZNOŚCI STRZELANIA PRK

W większości przypadków, do rozwiązania teoretycznych i praktycznych zagadnień strzelania, nie wystarcza ogólne pojęcie skuteczności strzelania i stwierdzenie - mała lub duża skuteczność strzelania. Należy znać wartości liczbowe, za pomocą których można bardziej dokładnie ocenić tę skuteczność. Takie wartości liczbowe, przyjęto nazywać wskaźnikami skuteczności strzelania.

W przypadku zwalczania celu pojedynczego, zadaniem strzelania jest zniszczenie tego celu. W wyniku strzelania, zadanie to może być wykonane lub nie. W tym przypadku wskaźnikiem skuteczności strzelania jest prawdopodobieństwo zniszczenia celu pojedynczego.

Podczas zwalczania celu grupowego, składającego się z K samolotów, zadaniem strzelania jest zniszczenie możliwie największej liczby samolotów z tej grupy. Jako wskaźnik skuteczności strzelania do celu grupowego, przyjmuje się wartość oczekiwaną liczby samolotów zniszczonych podczas strzelania.

Niekiedy jako wskaźnik skuteczności strzelania przyjmuje się średnie zużycie rakiet, niezbędnych do zniszczenia celu z założonym prawdopodobieństwem. Wskaźnik ten jest pochodnym pierwszych dwóch, czyli pochodnym prawdopodobieństwa zniszczenia celu pojedynczego i wartości oczekiwanej liczby zniszczonych samolotów podczas ostrzału celu grupowego.

Z praktycznego punktu widzenia, wskaźniki skuteczności strzelania pozwalają:

- ocenić lub w uzasadniony sposób przewidzieć średni oczekiwany wynik strzelań;
- ocenić możliwości ogniowe ugrupowania przeciwlotniczych zestawów raketowych;
- uzyskać porównawczą ocenę różnych przeciwlotniczych zestawów raketowych i wybrać spośród nich zestawy o największej skuteczności strzelania;
- ocenić skuteczność strzelania projektowanych przeciwlotniczych zestawów raketowych;
- uzyskać ocenę porównawczą sposobów i metod bojowego

wykorzystania przeciwlotniczych zestawów raketowych oraz opracować najbardziej skuteczne zasady strzelania.

Wskaźniki skuteczności strzelania mogą być określone doświadczalnie lub metodą rozważań teoretycznych.

Doświadczalnie najczęściej określa się prawdopodobieństwo zniszczenia celu pojedynczego jedną raketą w różnych warunkach strzelania. Jest to jedna z podstawowych danych wyjściowych, niezbędna do analitycznego określenia wskaźników skuteczności strzelania. Scharakteryzujemy ją więc nieco dokładniej, rozpatrując jako oddzielne zagadnienie.

2.1. Prawdopodobieństwo zniszczenia celu pojedynczego jedną raketą

Prawdopodobieństwo zniszczenia celu pojedynczego jedną raketą p , zależy od wielu czynników, takich jak np:

- błędów naprowadzania rakiety na cel;
- parametrów i charakterystyk zadziałania radiosapalnika /obszar zadziałania, odległość zadziałania, rozrzut punktów zadziałania/;
- parametrów ładunku bojowego rakiety /ciężar i liczba odłamków, kierunek i prędkość ich rozlotu, gęstość pola rażenia/;
- charakterystyk wrażliwości celu;
- charakterystyk lotu celu /wysokość, prędkość, parametr, manewr, zakłócenia/.

Nie trudno dostrzec, że na prawdopodobieństwo zniszczenia celu pojedynczego jedną raketą ma wpływ szereg czynników losowych, których nie można uwzględnić w obliczeniach analitycznych. Dlatego też podstawową metodą określania prawdopodobieństwa zniszczenia celu pojedynczego jedną raketą, jest metoda doświadczalno-teoretyczna. Metoda ta polega na przeprowadzeniu określonej liczby strzelań /możliwie dużej/ w różnych warunkach i ustaleniu prawdopodobieństwa zniszczenia celu - p_x , a następnie porównaniu wyników obliczeń z wielkościami doświadczalnymi w najbardziej charakterystycznych punktach.

Zadanie uproszczonego /nie można uwzględnić oddziaływań czynników losowych/ określenia prawdopodobieństwa zniszczenia celu pojedynczego jedną raketą metodami analitycznymi

x/ Dla wojsk raketowych OPK, wartości p podaje każdorazowo dostawca zestawów PRK.

dzieli się na kilka etapów. Ponieważ zadanie to jest skomplikowane, pracochłonne i szerokie objętościowo, nie będziemy go rozpatrywać, gdyż nie jest to celem niniejszego skryptu. Zainteresowany czytelnik, rozważania te może znaleźć w instrukcji: "Objaśnienia do zasad strzelania PRK zestawu S-75M" nr bibl. 00746 str. 8-40.

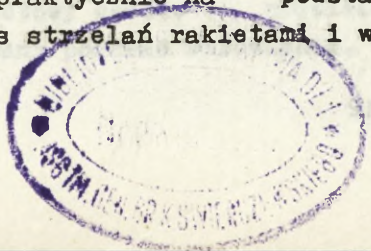
2.2. Eksploatacyjna niezawodność przeciwlotniczego zestawu raketowego

W realnych warunkach, poszczególne zespoły i układy przeciwlotniczego zestawu raketowego mogą ulegać uszkodzeniom. Uszkodzenia te obniżają prawdopodobieństwo zniszczenia celu wskutek zmniejszenia dokładności naprowadzania rakiety /wzrost błędów naprowadzania/, a niekiedy powodują to, że rakietka nie trafi w cel. Dlatego przy określaniu realnego prawdopodobieństwa zniszczenia celu, należy uwzględnić niezawodność eksploatacyjną przeciwlotniczego zestawu raketowego.

Pod pojęciem niezawodności eksploatacyjnej przeciwlotniczego zestawu raketowego rozumie się stopień niezawodności działania jego aparatury podczas strzelania do celów powietrznych.

Liczbową charakterystyką niezawodności eksploatacyjnej przeciwlotniczego zestawu raketowego jest współczynnik niezawodności działania zestawu w czasie pracy bojowej P_n . Pod pojęciem pracy bojowej zestawu należy rozumieć przechwyty celu, śledzenie, start rakiety i ich naprowadzanie. Współczynnik ten jest prawdopodobieństwem prawidłowego działania przeciwlotniczego zestawu raketowego podczas strzelania do celów powietrznych, to znaczy od chwili zakończenia kontroli funkcjonowania zestawu i przygotowania rakiety do startu, do momentu wybuchu ładunku bojowego w rejonie celu i określenia rezultatów strzelania.

Współczynnik niezawodności działania przeciwlotniczego zestawu raketowego jest określany praktycznie na podstawie doświadczeń przeprowadzonych podczas strzelań raketami i wyraża się następującym wzorem:



$$P_n = \frac{N - n}{N}$$

/2.1/

gdzie: N - ogólna liczba startów rakiet;

n - liczba nieudanych startów, uwzględniająca uszkodzenia przeciwlotniczego zestawu raketowego, które powodują zmniejszenie dokładności naprowadzania albo niemożliwość startu lub wybuchu rakiety w odpowiednim czasie.

Aparatura i urządzenia przeciwlotniczego zestawu raketowego dzielą się /według ich przeznaczenia/ na część ogólną, zabezpieczającą pracę jednocześnie wszystkich trzech kanałów raketowych i trzy identyczne części, z których każda stanowi oddzielny kanał raketowy.

Praktycznie, współczynnik niezawodności działania przeciwlotniczego zestawu raketowego określa się oddzielnie dla części ogólnej zestawu, aparatury kanałów raketowych i rakiety:

$$P_{no} = \frac{N - n_o}{N}$$

$$P_{nkr} = \frac{N - n_{kr}}{N}$$

$$P_{nr} = \frac{N - n_r}{N}$$

/2.2/

gdzie: P_{no} - współczynnik niezawodności działania wszystkich ogólnych układów zestawu;

P_{nkr} - współczynnik niezawodności działania aparatury kanałów raketowych;

P_{nr} - współczynnik niezawodności działania rakiety;

n_o, n_{kr}, n_r - liczba nieudanych startów wskutek nieprawidłowego działania odpowiednio: wszystkich ogólnych układów zestawu, aparatury kanałów raketowych i rakiety.

Ogólna niezawodność działania przeciwlotniczego zestawu raketowego jest zdarzeniem złożonym, składającym się z trzech jednocześnie zachodzących zdarzeń:

$$P_{no} \text{ i } P_{nkr} \text{ i } P_{nr}$$

Dlatego ogólne prawdopodobieństwo /współczynnik/ niezawodności działania przeciwlotniczego zestawu raketowego wyraża się iloczynem poszczególnych prawdopodobieństw /współczynników/:

$$P_n = P_{no} P_{nkr} P_{nr} \quad /2.3/$$

Dla zestawu SA-75M $P_n \approx 0,8$, dla zestawu S-75M $P_n \approx 0,8-0,85$.

Prawdopodobieństwo zniszczenia celu jedną raketą, uwzględniające współczynnik niezawodności działania zestawu jest również zdarzeniem złożonym, składającym się z dwóch jednocześnie zachodzących zdarzeń:

$$p \text{ i } P_n$$

Stąd

$$P_B = p P_n \quad /2.4/$$

gdzie: P_B - prawdopodobieństwo zniszczenia celu pojedynczego jedną raketą, uwzględniające niezawodność działania zestawu.

Strzelanie uważa się za skuteczne, jeżeli prawdopodobieństwo zniszczenia celu wynosi co najmniej 0,9. Prawdopodobieństwo zniszczenia celu przy strzelaniu jedną raketą do pojedynczego samolotu jest przeważnie mniejsze od 0,9. Strzelanie takie nie daje więc gwarancji pewnego zniszczenia celu.

W istniejących przeciwlotniczych zestawach raketowych, wzrost skuteczności strzelania osiąga się przez zwiększenie liczby rakiet, wystrzelonych do jednego celu.

W tym wypadku, żądany efekt może być uzyskany tylko wtedy, gdy przeciwlotniczy zestaw raketowy będzie prawidłowo przygotowany i właściwie eksploatowany podczas strzelania.

Charakterystyką przygotowania zestawu do pracy bojowej jest współczynnik gotowości bojowej zestawu P_g , który omówiony będzie dokładniej w dalszej części skryptu.

2.3. Prawdopodobieństwo zniszczenia celu pojedynczego n raketami

Prawdopodobieństwo zniszczenia celu podczas strzelania n raketami oblicza się według wzoru, określającego prawdopodobieństwo wystąpienia zdarzenia co najmniej jeden raz podczas n doświadczeń:

$$P_{1,n} = 1 - /1 - P_g/ ^n \quad /2.5/$$

gdzie: $P_{1,n}$ - prawdopodobieństwo zniszczenia celu pojedynczego podczas strzelania n raketami. W dokładnej interpretacji, jest to prawdopodobieństwo zniszczenia celu co najmniej jedną raketą podczas ostrzału celu n raketami;

n - liczba rakiet wystrzelonych do celu pojedynczego.

W powyższym wzorze założono, że prawdopodobieństwo zniszczenia celu każdą raketą jest stałe $/P_g = \text{const}/$. W przypadku gdy prawdopodobieństwo zniszczenia celu każdą kolejną raketą jest zmienne, to prawdopodobieństwo zniszczenia celu pojedynczego n raketami określa się wg wzoru:

$$P_{1,n} = 1 - \prod_{i=1}^n /1 - P_{gi}/ \quad /2.6/$$

W praktycznych obliczeniach korzysta się przeważnie ze wzoru /2.5/, ponieważ trudno jest określić zmianę prawdopodobieństwa zniszczenia celu P_g przy starcie każdej kolejnej rakety.

Przykład 1:

Obliczyć dane i sporządzić wykres, określający zależność prawdopodobieństwa zniszczenia celu pojedynczego od liczby wystrzelonych rakiet, jeżeli:

$$1/ P_{\square} = 0,6 = \text{const};$$

$$2/ P_{\square} = 0,8 = \text{const}.$$

Przyjął liczbę rakiet $n = 1, 2, \dots, 5$.

Rozwiązanie:

1. $P_{\square} = 0,6$

$$P_{1,2} = 1 - /1-0,6/2 = 0,84$$

$$P_{1,3} = 1 - /1-0,6/3 = 0,936$$

$$P_{1,4} = 1 - /1-0,6/4 = 0,975$$

$$P_{1,5} = 1 - /1-0,6/5 = 0,989$$

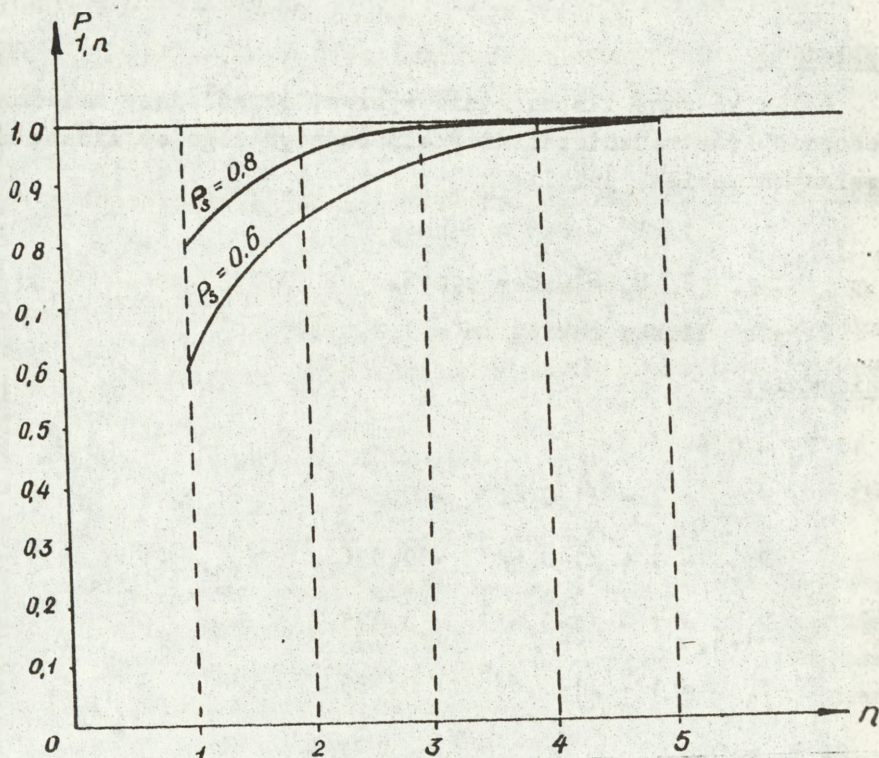
2. $P_{\square} = 0,8$

$$P_{1,2} = 1 - /1-0,8/2 = 0,96$$

$$P_{1,3} = 1 - /1-0,8/3 = 0,992$$

$$P_{1,4} = 1 - /1-0,8/4 = 0,9984$$

$$P_{1,5} = 1 - /1-0,8/5 = 0,99968$$



Rys. 2.1. Zależność prawdopodobieństwa zniszczenia celu pojedynczego od liczby wystrzelonych rakiet

Analizując wykres /rys. 2.1/ można wyciągnąć zasadniczy wniosek, dotyczący ekonomiczności strzelania w sensie liczby zużytych rakiet przy jednoczesnym zapewnieniu wysokiej skuteczności strzelania. Z wykresu wynika, że dla przyjętego P_s dużą skuteczność strzelania osiąga się przy ostrzale celu trzema rakietami ($P_{1,n} > 0,9$). Dalsze zwiększanie liczby rakiet przynosi bardzo małe efekty w porównaniu z kosztami. Stąd też zestawy typu S-75M i SA-75M przystosowane są do ostrzału celu /w zależności od warunków strzelania/ jedną, dwiema lub trzema rakietami.

Zestaw S-125 - jedną lub dwiema rakietami.

Ponadto z wykresu jasno wynika, że rezultaty strzelania zależą w dużej mierze od jakości zestawu, której wskaźnikiem liczbowym jest prawdopodobieństwo zniszczenia celu jedną ra-

kietą. - P_g . Dla zestawu S-125 prawdopodobieństwo to w ujęciu średnim jest dość wysokie i ostrzał celu dwiema raketami gwarantuje już dużą skuteczność strzelania. Dalsze zwiększanie możliwości ogniowych przez przystosowanie zestawu do ostrzału celu większą liczbą rakiet, pociągnęłoby niewspółmierny wzrost kosztów w porównaniu z minimalnym wzrostem skuteczności strzelania.

W celu dokonania oceny skuteczności i ekonomiczności strzelania do celów pojedynczych przeciwlotniczymi zestawami raketowymi konieczne jest przeprowadzenie większej liczby obliczeń wartości $P_{1,n}$ z uwzględnieniem szerokiego zakresu wartości P_g . Rezultaty takich obliczeń zestawione zostały w tabeli - załącznik nr 1.

2.4. Zużycie rakiet. zapewniające zniszczenie celu z założonym prawdopodobieństwem

Liczbę rakiet, niezbędnych do zapewnienia zniszczenia celu z założonym prawdopodobieństwem $P_{1,n}$, określającym skuteczność strzelania, oblicza się wg wzoru wynikającego z przekształcenia wyrażenia /2.5/:

$$P_{1,n} = 1 - /1 - P_g/ ^n$$

$$1 - P_{1,n} = /1 - P_g/ ^n$$

$$\lg /1 - P_{1,n}/ = n \lg /1 - P_g/$$

$$n = \frac{\lg /1 - P_{1,n}/}{\lg /1 - P_g/} \quad /2.7/$$

Przykład 2:

Przyjmujemy, że prawdopodobieństwo zniszczenia celu pojedynczego jedną raketą $P_g = 0,7$. Obliczyć zużycie rakiet, gwarantujące zniszczenie celu z prawdopodobieństwem $P_{1,n}$ nie mniejszym jak 0,995 /w tym przypadku zniszczenie celu jest niemal pewne/.

Rozwiązanie:

$$n = \frac{\lg/1-0,995/}{\lg/1-0,77/} = \frac{\lg 0,005}{\lg 0,3} = \frac{\bar{2},69897}{\bar{1},47712} = \frac{-2,30103}{-0,52288} \approx 4,4$$

Należy przyjąć $n = 5$ rakiet.

Podanej w przykładzie pewności zniszczenia celu praktycznie nie zakłada się, ponieważ pewność taka jest ekonomicznie niewłaściwa i praktycznie niecelowa. Potwierdzimy to obliczeniem. Jeżeli dla podanego przykładu przyjąć $P_{1,n} = 0,95$, to zużycie rakiet wyniesie:

$$n = \frac{\lg/1-0,95/}{\lg/1-0,77/} = \frac{\lg 0,05}{\lg 0,3} = \frac{\bar{2},69897}{\bar{1},47712} = \frac{-1,30103}{-0,52288} = 2,5$$

Należy przyjąć $n = 3$ rakiety.

Przeznaczając więc zamiast trzech, pięć rakiet, prawdopodobieństwo zniszczenia celu wzrosło zaledwie o 0,045. W tym przypadku przeznaczanie większej liczby rakiet jest niecelowe.

2.5. Wartość oczekiwana liczby zniszczonych celów podczas od - pierania nalotu

Zasadniczym wskaźnikiem skuteczności strzelania PRK podczas odpierania nalotu jest wartość oczekiwana liczby zniszczonych celów /samolotów, samolotów-pocisków, rakiet uskrzydionych/. Do dalszych rozważań jako cel pojedynczy, przyjmie my samolot.

W rozpatrywanym zagadnieniu, zmienną losową jest liczba zniszczonych samolotów. Ta zmienna losowa - jak nie trudno dostrzec - może przybierać tylko wartości liczb naturalnych włącznie z zerem. Jest to więc zmienna losowa typu skokowego.

Wartością oczekiwaną zmiennej losowej skokowej X jest suma iloczynów poszczególnych wartości tej zmiennej, przez odpowiadające tym wartościom prawdopodobieństwa:

$$E /X/ = \sum_{i=1}^K x_i P_i \quad /2.8/$$

gdzie: $E/X/$ - wartość oczekiwana rozpatrywanej zmiennej losowej X ;

x_1 - wartości, jakie może przyjąć zmienna losowa X;

P_1 - prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych wartości x_1 zmiennej losowej X.

Rozpatrywana zmienna losowa X - liczba zniszczonych samolotów, podlega rozkładowi dwumianowemu. Wobec tego, poszczególne prawdopodobieństwa P_1 określa się wg wzoru Bernoulli'ego:

$$P/X = x/ = \frac{n!}{x! / n-x)!} P_S^x / 1-P_S / n-x \quad /2.9/$$

gdzie: $P/X = x/$ - prawdopodobieństwo tego, że w rezultacie n doświadczeń zmienna losowa X przyjmie wartość x.

Korzystając ze wzorów /2.8/ i /2.9/ można określić wartość oczekiwaną liczby zniszczonych samolotów podczas ostrzału celów pojedynczych i grupowych n rakietami.

2.5.1. Wartość oczekiwana liczby zniszczonych samolotów jako celów pojedynczych podczas ostrzału n rakietami

W przypadku strzelania do celu pojedynczego n rakietami zmienna losowa X - liczba zniszczonych samolotów, może przyjmując tylko dwie wartości:

$x_0 = 0$ - samolot nie zniszczony, albo

$x_1 = 1$ - samolot zniszczony.

Powyższe wartości zmienna losowa przyjmie z prawdopodobieństwami:

$$P/X=0/ = \frac{n!}{0! / n-0)!} P_S^0 / 1 - P_S / n-0 = /1 - P_S / n ;$$

$$P /x = 1/ = 1 - /1 - P_S / n$$

Przy rozwiązywaniu tego typu zadań, korzystnie jest ze - stawić rezultaty obliczeń w tabeli, tworząc szereg rozkładu zmiennej losowej X /tabela 2.1/.

Tabela 2.1.

X_1	0	1	
$P/X=x_1/$	q_s^n	$1-q_s^n$	$\sum_{i=0}^1 P/X=x_1/=1$

W powyższej tabeli wprowadzono oznaczenie:

$$1 - P_s = q_s, \text{ gdzie:}$$

q_s - prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego - niezniszczenia celu pojedynczego jedną rakieta z uwzględnieniem niezawodności działania zestawu w czasie pracy bojowej.

Podstawiając wartości z powyższej tabeli do wzoru /2.8/ otrzymamy:

$$E/X_1 = 0 \cdot q_s^n + 1/1-q_s^n/ = 1 - q_s^n$$

Tak więc:

$$E/X_1 = 1 - /1 - P_s/^{1/n} = P_{1,n} \quad /2.10/$$

Zatem, wartość oczekiwana liczby zniszczonych samolotów podczas ostrzału samolotu jako celu pojedynczego n raketami, jest równa prawdopodobieństwu zniszczenia celu $P_{1,n}$.

Jeżeli ostrzelane zostanie kolejno K pojedynczych samolotów, każdy n raketami, to na podstawie wzoru /2.10/, sumaryczną wartość oczekiwaną liczby zniszczonych samolotów określa się jako sumę poszczególnych wartości oczekiwanych:

$$E /X/_{\Sigma \text{ poj}} = \sum_{i=1}^K P_{1,n}/_i \quad /2.11/$$

W przypadku gdy prawdopodobieństwo zniszczenia każdego celu pojedynczego $P_{1,n}$ jest stałe $/P_{1,n} = \text{const}/$, to wyrażenie /2.10/ przyjmie postać:

$$E/X/ \sum \text{poj} = K P_{1,n}$$

/2.12/

2.5.2. Wartość oczekiwana liczby zniszczonych samolotów pod czas ostrzału n raketami celu grupowego, składającego się z dwóch samolotów

Pod pojęciem celu grupowego należy rozumieć grupę samolotów, widocznych na ekranie stacji naprowadzania rakiet w postaci jednego znacznika /jako jeden cel/. Pojedyncze samoloty w składzie tej grupy albo są widoczne jako bardziej jaskrawe plamki na tle ogólnego znacznika świetlnego lub też nie można ich od siebie odróżnić.

W pierwszym przypadku, kiedy to poszczególne samoloty z grupy można wyodrębnić na ekranach wskaźników, raketę naprowadza się na jeden samolot z tej grupy. W drugim przypadku, kiedy grupa samolotów jest widoczna jako jeden znacznik, raketę naprowadza się na środek tej grupy.

Podczas ostrzału celu grupowego n raketami, składającego się z dwóch samolotów, zmienna losowa X-liczba zniszczonych samolotów może przyjąć wartości:

$x_0 = 0$ - żaden samolot nie zniszczony, albo

$x_1 = 1$ - zniszczony jeden samolot z grupy, albo

$x_2 = 2$ - zniszczone dwa samoloty z grupy.

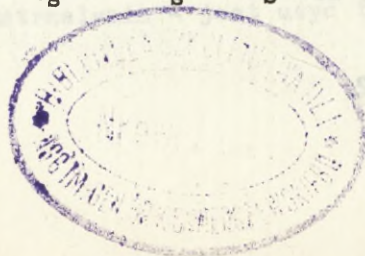
Każdemu z ww. zdarzeń odpowiada określone prawdopodobieństwo, które oblicza się wg wzoru Bernoulli'ego /2.9/. Przeprowadźmy więc obliczenia i sporządźmy szereg rozkładu zmiennej losowej X:

$$P /X = 0/ = q_s^n$$

$$P /X = 1/ = \frac{n!}{1! /n-1/!} P_s q_s^{n-1} = n q_s^{n-1} P_s$$

Ponieważ $\sum_{i=0}^2 P /X = x_i/ = 1$, to

$$P /X = 2/ = 1 - \sum_{i=0}^1 P /X = x_i/ = 1 - /q_s^n + n q_s^{n-1} P_s/$$



Rezultaty obliczeń zestawmy w tabeli /tabela 2.2/, tworzącej szereg rozkładu zmiennej losowej X.

Tabela 2.2

X_1	0	1	2	
$P/X=x_1/$	q_s^n	$nq_s^{n-1} P_s$	$1 - \sum_{i=0}^1 P/X=x_1/$	$\sum_{i=0}^2 P/X=x_1/=1$

Podstawiając określone wartości szeregu rozkładu do wzoru /2.8/ otrzymamy:

$$\begin{aligned}
 E/X/2 &= 0 \cdot q_s^n + 1 \cdot nq_s^{n-1} P_s + 2 \left[1 - /q_s^n + n P_s q_s^{n-1}/ \right] = \\
 &= n q_s^{n-1} P_s + 2 - 2 q_s^n - 2 n q_s^{n-1} P_s = \\
 &= 2 - 2 q_s^n - n P_s q_s^{n-1}
 \end{aligned}$$

Zastąpmy P_s wyrażeniem $P_s = 1 - q_s$, wówczas:

$$E/X/2 = 2 - 2 q_s^n - n q_s^{n-1} /1 - q_s/$$

Po wykonaniu przekształceń algebraicznych, wzór określający wartość oczekiwaną liczby zniszczonych samolotów podczas ostrzału n rakietami celu grupowego, składającego się z dwóch samolotów przyjmie postać:

$$E/X/2 = 2 - /2 - n/ q_s^n - n q_s^{n-1} \quad /2.13/$$

Przykład 3.

Obliczyć wartość oczekiwaną liczby zniszczonych samolotów podczas strzelania n rakietami do celu grupowego, składającego się z dwóch samolotów, jeżeli $P_s = 0,7$. Przyjąć $n = 1, 2, 3, 4, 5$ i 6. Wykonać wykres $E/X/ = f /n/$.

Rozwiązanie:

Korzystamy ze wzoru /2.11/.

1. Podczas strzelania jedną rakieta $n = 1$:

$$E/X/2 = 2 - /2-1/ 0,3 - 1 \cdot 0,3^0 = 0,7 \text{ samolotu.}$$

2. Podczas strzelania dwiema raketami $n = 2$:

$$E/X/2 = 2 - /2-2/ 0,3^2 - 2 \cdot 0,3 = 1,4 \text{ samolotu.}$$

3. Podczas strzelania trzema raketami $n = 3$:

$$E/X/2 = 2 - /2-3/ 0,3^3 - 3 \cdot 0,3^2 = 1,857 \approx 1,86 \text{ samolotu.}$$

4. Podczas strzelania czterema raketami $n = 4$:

$$E/X/2 = 2 - /2-4/ 0,3^4 - 4 \cdot 0,3^3 = 1,9082 \approx 1,91 \text{ samolotu.}$$

5. Podczas strzelania pięcioma raketami $n = 5$:

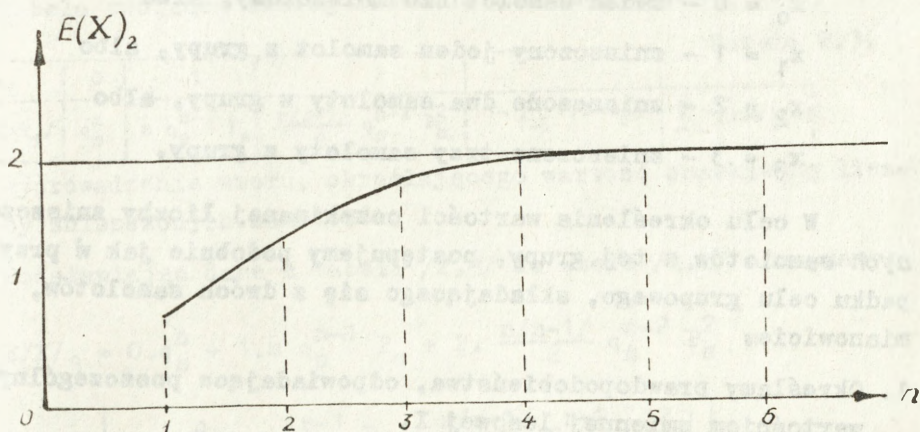
$$E/X/2 = 2 - /2-5/ 0,3^5 - 5 \cdot 0,3^4 = 1,96779 \approx 1,97 \text{ samolotu.}$$

6. Podczas strzelania sześcioma raketami $n = 6$:

$$E/X/2 = 2 - /2-6/ 0,3^6 - 6 \cdot 0,3^5 = 1,988436 \approx 1,99 \text{ samolotu}$$

Wykonajmy wykres obrazujący zależność

$$E/X/2 = f /n/$$



Rys. 2.2. Zależność wartości oczekiwanej liczby zniszczonych samolotów od liczby rakiet podczas strzelania do celu grupowego, składającego się z dwóch samolotów.

Z obliczeń i wykresu wynika, że do zniszczenia rozpatrywanego celu przy założonym $P_g = 0,7$, najkorzystniej - ze względu na skuteczność i ekonomiczność strzelania - jest użyć trzech

rakiet. Przeznaczając zamiast trzech, sześć rakiet, wartość oczekiwana liczby zniszczonych samolotów wzrasta zaledwie 0,13.

W tym wypadku przeznaczanie większej liczby rakiet jest niecelowe. Przyjmując do obliczeń wartości oczekiwanej liczby zniszczonych samolotów z rozpatrywanego celu, różne prawdopodobieństwa zniszczenia samolotu jedną rakieta P_g , można sporządzić szereg wykresów $E/X/ = f/n/$ i wyciągnąć wnioski, dotyczące skuteczności i ekonomiczności strzelania przeciwlotniczymi zestawami raketowymi. Obliczenia takie zostały przeprowadzone, a ich rezultaty zestawione w tabeli-załącznik nr 2.

2.5.3. Wartość oczekiwana liczby zniszczonych samolotów podczas ostrzału n raketami celu grupowego, składającego się z trzech samolotów

Podczas ostrzału celu grupowego n raketami, składającego się z trzech samolotów, zmienna losowa X-liczba zniszczonych samolotów może przyjąć wartości:

- $x_0 = 0$ - żaden samolot nie zniszczony, albo
- $x_1 = 1$ - zniszczony jeden samolot z grupy, albo
- $x_2 = 2$ - zniszczone dwa samoloty z grupy, albo
- $x_3 = 3$ - zniszczone trzy samoloty z grupy.

W celu określenia wartości oczekiwanej liczby zniszczonych samolotów z tej grupy, postępujemy podobnie jak w przypadku celu grupowego, składającego się z dwóch samolotów, a mianowicie:

1. Określamy prawdopodobieństwa, odpowiadające poszczególnym wartościom zmiennej losowej X.
2. Rezultaty obliczeń zestawiamy w tabeli, tworzącej szereg rozkładu zmiennej losowej X.
3. Korzystając z wyrażenia /2.8/ wyprowadzamy wzór, określający wartość oczekiwaną liczby zniszczonych samolotów.

Obliczenia:

1. Prawdopodobieństwa odpowiadające poszczególnym wartościom zmiennej losowej X.

Z poprzednich obliczeń wiadomo, że:

$$P /X=0/ = q_s^n,$$

$$P/X=1/ = n q_s^{n-1} p_s.$$

Korzystając ze wzoru /2.9/ określamy

$$P/X=2/ = \frac{n!}{2! /n-2!/} p_s^2 q_s^{n-2} = \frac{n/n-1/}{2} q_s^{n-2} p_s^2.$$

Ponieważ $\sum P/X=x_1/ = 1$, to

$$P/X=3/ = 1 - \sum_{i=0}^2 P/X=x_1/ = 1 - [q_s^n + n q_s^{n-1} p_s + \frac{n/n-1/}{2} q_s^{n-2} p_s^2]$$

2. Tabela tworząca szereg rozkładu zmiennej losowej X.

Tabela 2.3.

x_1	0	1	2	3
$P/X=x_1/$	q_s^n	$n q_s^{n-1} p_s$	$\frac{n/n-1/}{2} q_s^{n-2} p_s^2$	$1 - \sum_{i=0}^3 P/X=x_1/$
				$\sum_{i=0}^3 P/X=x_1/ = 1$

3. Wyprowadzenie wzoru, określającego wartość oczekiwaną liczby zniszczonych samolotów.

Podstawiając dane z tabeli /2.3/ do wzoru /2.8/ otrzymamy:

$$E/X/3 = 0 \cdot q_s^n + 1 \cdot n q_s^{n-1} p_s + 2 \cdot \frac{n/n-1/}{2} q_s^{n-2} p_s^2 + 3 \left\{ 1 - [q_s^n + n q_s^{n-1} p_s + \frac{n/n-1/}{2} q_s^{n-2} p_s^2] \right\}$$

$$E/X/3 = n q_s^{n-1} p_s + n/n-1/ q_s^{n-2} p_s^2 + 3 - 3 q_s^n - 3n q_s^{n-1} p_s - 3 \frac{n/n-1/}{2} q_s^{n-2} p_s^2$$

$$E/X/3 = 3 - \frac{1}{2} n/n-1/ q_s^{n-2} p_s^2 - 2 n q_s^{n-1} p_s - 3 q_s^n$$

Zastępując P_s wyrażeniem $P_s = 1-q_s$, otrzymamy:

$$E/X/3 = 3 - \frac{1}{2} n/n-1/ q_s^{n-2} /1-q_s/2 - 2 n q_s^{n-1} /1-q_s/ - 3 q_s^n.$$

Po wykonaniu przekształceń algebraicznych otrzymamy:

$$E/X/3 = 3 - \frac{1}{2} n /n-1/q_s^{n-2} + n/n-3/q_s^{n-1} - \frac{1}{2} /n-2/ /n-3/q_s^n \quad 2.14$$

Przykład 4:

Obliczyć wartość oczekiwaną liczby zniszczonych samolotów podczas strzelania n raketami do celu grupowego, składającego się z trzech samolotów, jeżeli $P_s = 0,7$. Przyjąć $n = 1, 2, 3, 4, 5$ i 6 . Wykonać wykres $E/X/ = f /n/$.

Rozwiązanie:

Korzystamy ze wzoru /2.12/.

1. Podczas strzelania jedną raketą $n = 1$:

$$E/X/3 = 3 - \frac{1}{2} \cdot 1/1-1/0,3^{1-2} + 1/1-3/0,3^{1-1} - \frac{1}{2} /1-2/ /1-3/ 0,3^1 = 0,7 \text{ samolotu.}$$

2. Podczas strzelania dwiema raketami $n = 2$:

$$E/X/3 = 3 - \frac{1}{2} 2 /2-1/ 0,3^{2-2} + 2/2-3/ 0,3^{2-1} - \frac{1}{2} /2-2/ /2-3/ 0,3^2 = 1,4 \text{ samolotu.}$$

3. Podczas strzelania trzema raketami $n = 3$:

$$E/X/3 = 3 - \frac{1}{2} 3/3-1/ 0,3^{3-2} + 3/3-3/ 0,3^{3-1} - \frac{1}{2} /3-2/ /3-3/ 0,3^3 = 2,1 \text{ samolotu.}$$

4. Podczas strzelania czterema raketami $n = 4$:

$$E/X/3 = 3 - \frac{1}{2} 4/4-1/0,3^{4-2} + 4/4-3/0,3^{4-1} - \frac{1}{2} /4-2/ /4-3/0,3^4 =$$

$$= 2,57 \text{ samolotu.}$$

5. Podczas strzelania pięcioma rakietami $n=5$:

$$E/X/3 = 3 - \frac{1}{2} 5 /5-1/0,3^{5-2} + 5/5-3/0,3^{5-1} - \frac{1}{2} /5-2/ /5-3/0,3^5 =$$

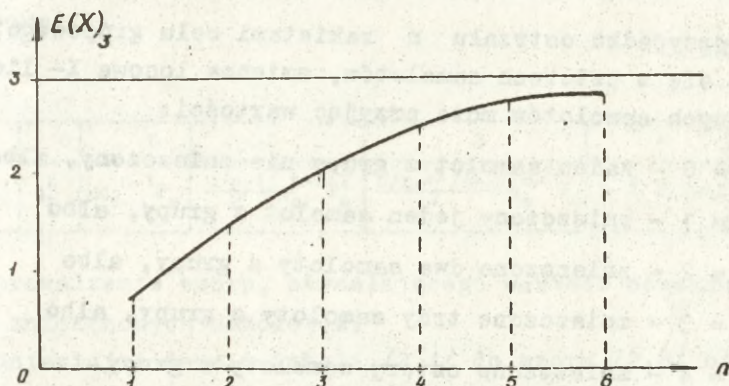
$$= 2,8 \text{ samolotu.}$$

6. Podczas strzelania sześcioma rakietami $n = 6$:

$$E/X/3 = 3 - \frac{1}{2} 6 /6-1/0,3^{6-2} + 6/6-3/0,3^{6-1} - \frac{1}{2} /6-2/ /6-3/0,3^6 =$$

$$= 2,82 \text{ samolotu.}$$

Rezultaty obliczeń przedstawiamy na wykresie $E(X) = f / n/$



Rys. 2.3. Zależność wartości oczekiwanej liczby zniszczonych samolotów od liczby wystrzelonych rakiet podczas strzelania do celu grupowego, składającego się z trzech samolotów

Po dokonaniu wnikliwej analizy rezultatów obliczeń uwi-
docznionych na wykresie, dojdziemy do wniosku, że przy założo-
nym $P_g = 0,7$, biorąc pod uwagę skuteczność i jednocześnie eko-
nomiczność strzelania, najkorzystniej jest użyć pięciu rakiet
do niszczenia rozpatrywanego celu. Przyrost wartości oczekiwa-
nej liczby zniszczonych samolotów przy zwiększeniu liczby ra-
kiet z pięciu do sześciu jest niewspółmiernie mały /zaledwie o
0,02 samolotu/ w porównaniu ze zwiększeniem kosztów strzelania.

W celu dokonania bardziej kompleksowej analizy rozpatrywanego zagadnienia w sensie skuteczności i ekonomiczności strzelania przeciwlotniczymi zestawami raketowymi, należy przeprowadzić obliczenia, przyjmując różne wartości P_S /z zakresu od wartości minimalnych do maksymalnych/ i dla każdego zbioru rezultatów obliczeń wyciągnąć wnioski co do skuteczności i ekonomiczności strzelania. Dość duża liczba zbiorów wyników obliczeń, wystarczająca w pełni do analizy skuteczności i ekonomiczności strzelania przeciwlotniczymi zestawami raketowymi zestawiona została w tabeli - załącznik nr 3.

2.5.4. Wartość oczekiwana liczby zniszczonych samolotów podczas ostrzału n raketami celu grupowego, składającego się z czterech samolotów

W przypadku ostrzału n raketami celu grupowego, składającego się z czterech samolotów, zmienna losowa X - liczba zniszczonych samolotów może przyjąć wartości:

- $x_0 = 0$ - żaden samolot z grupy nie zniszczony, albo
- $x_1 = 1$ - zniszczony jeden samolot z grupy, albo
- $x_2 = 2$ - zniszczone dwa samoloty z grupy, albo
- $x_3 = 3$ - zniszczone trzy samoloty z grupy, albo
- $x_4 = 4$ - zniszczone cztery samoloty z grupy.

W celu wyprowadzenia wzoru, określającego wartość oczekiwaną liczby zniszczonych samolotów podczas ostrzału n raketami rozpatrywanego celu, kolejność postępowania jest identyczna jak w przypadku celu grupowego składającego się z dwóch lub trzech samolotów. Wykonajmy więc poszczególne działania wg ustalonego już toku postępowania:

1. Określenie prawdopodobieństw, odpowiadających poszczególnym wartościom zmiennej losowej X .

Z poprzednich obliczeń wiadomo, że:

$$P/X=0/ = q_S^n,$$

$$P/X=1/ = n q_S^{n-1} p_S,$$

$$P/X=2/ = \frac{n/n-1/}{2} q_s^{n-2} p_s^2.$$

P/X=3/ określamy, korzystając ze wzoru /2.9/:

$$P/X=3/ = \frac{n!}{3!n-3!/1} p_s^3 q_s^{n-3} = \frac{n/n-1//n-2/}{6} q_s^{n-3} p_s^3.$$

Ponieważ $\sum_{i=0}^4 P/X=x_i/ = 1$, to

$$P/X=4/ = 1 - \sum_{i=0}^3 P/X=x_i/ = 1 \left[q_s^n + nq_s^{n-1} p_s + \frac{n/n-1/}{2} q_s^{n-2} p_s^2 + \frac{n/n-1//n-2/}{6} q_s^{n-3} p_s^3 \right].$$

2. Sporządzenie tabeli. tworzącej szereg rozkładu zmiennej losowej X.

Tabela 2.4

x_1	0	1	2	3	4
$P/X=x_1/$	q_s^n	$nq_s^{n-1} p_s$	$\frac{n/n-1/}{2} q_s^{n-2} p_s^2$	$\frac{n/n-1//n-2/}{6} q_s^{n-3} p_s^3$	$1 - \sum_{i=0}^3 P/X=x_i/$
					$\sum_{i=0}^4 P/X=x_i/ = 1$

3. Wyprowadzenie wzoru, określającego wartość oczekiwaną liczby zniszczonych samolotów.

Podstawiając dane z tabeli /2.4/ do wzoru /2.8/ otrzymamy:

$$E/X/4 = 0 \cdot q_s^n + 1 \cdot nq_s^{n-1} p_s + 2 \cdot \frac{n/n-1/}{2} q_s^{n-2} p_s^2 + 3 \cdot \frac{n/n-1//n-2/}{6} q_s^{n-3} p_s^3 + 4 \left\{ 1 - \left[q_s^n + nq_s^{n-1} p_s + \frac{n/n-1/}{2} q_s^{n-2} p_s^2 + \frac{n/n-1//n-2/}{6} q_s^{n-3} p_s^3 \right] \right\}.$$

Po dokonaniu przekształceń algebraicznych i odpowiednim uporządkowaniem składników otrzymamy:

$$E/X/4 = 4 - 4q_s^n - 3nq_s^{n-1} p_s - \frac{n/n-1/}{2} q_s^{n-2} p_s^2 - \frac{1}{6} \frac{n/n-1//n-2/}{6} q_s^{n-3} p_s^3.$$

Zastąpmy P_g wyrażeniem $1 - q_g$, wówczas $E/X/4 =$

$$= 4 - q_g^n - 3 n q_g^{n-1} / 1 - q_g - n/n-1 / q_g^{n-2} / 1 - q_g / 2 +$$

$$- \frac{1}{6} n / n-1 / n-2 / q_g^{n-3} / 1 - q_g / 3.$$

Po wykonaniu przekształceń algebraicznych i odpowiednim uporządkowaniu składników otrzymamy:

$$X/X/4 = 4 - \frac{1}{6} n / n-1 / n-2 / q_g^{n-3} + \frac{1}{2} n / n-1 / n-4 / q_g^{n-2} +$$

$$- \frac{1}{2} n / n-3 / n-4 / q_g^{n-1} + \frac{1}{6} n-2 / n-3 / n-4 / q_g^n. \quad 2.15$$

Przykład 5:

Obliczyć wartość oczekiwaną liczby zniszczonych samolotów podczas strzelania n raketami do celu grupowego, składającego się z czterech samolotów, jeżeli $P_g = 0,7$. Przyjąć $n = 1, 2, 3, 4, 5$ i 6 .

Wykonać wykres $E/X/ = f/n/$.

Rozwiązanie:

Obliczenia prowadzimy, korzystając ze wzoru /2.15/:

1. Podczas strzelania jedną raketą $n = 1$:

$$E/X/4 = 4 - 0 + 0 - \frac{1}{2} / 1-3 / 1-4 / 0,3^0 + \frac{1}{6} / 1-2 / 1-3 /$$

$$\cdot / 1-4 / 0,3 = 0,7 \text{ samolotu.}$$

2. Podczas strzelania dwiema raketami $n = 2$:

$$E/X/4 = 4 - 0 + \frac{1}{2} \cdot 2 / 2-1 / 2-4 / 0,3^0 - \frac{1}{2} \cdot 2 / 2-3 / 2-4 / 0,3 +$$

$$+ 0 = 1,4 \text{ samolotu.}$$

3. Podczas strzelania trzema raketami $n = 3$:

$$E/X/4 = 4 - \frac{1}{6} 3 / 3-1 / 3-2 / 0,3^0 + \frac{1}{2} 3 / 3-1 / 3-4 / 0,3 +$$

$$- 0 + 0 = 2,1 \text{ samolotu.}$$

4. Podczas strzelania czterema raketami $n = 4$:

$$E/X_4 = 4 - \frac{1}{6} 4 / 4-1 / 4-2 / 0,3 + 0 - 0 + 0 =$$

$$= 2,8 \text{ samolotu.}$$

5. Podczas strzelania pięcioma raketami $n = 5$:

$$E/X_4 = 4 - \frac{1}{6} 5 / 5-1 / 5-2 / 0,3^2 + \frac{1}{2} 5 / 5-1 / 5-4 / 0,3^3 -$$

$$- \frac{1}{2} 5 / 5-3 / 5-4 / 0,3^4 + \frac{1}{6} 5-2 / 5-3 / 5-4 / 0,3^5 =$$

$$= 3,33 \text{ samolotu.}$$

6. Podczas strzelania sześcioma raketami $n = 6$:

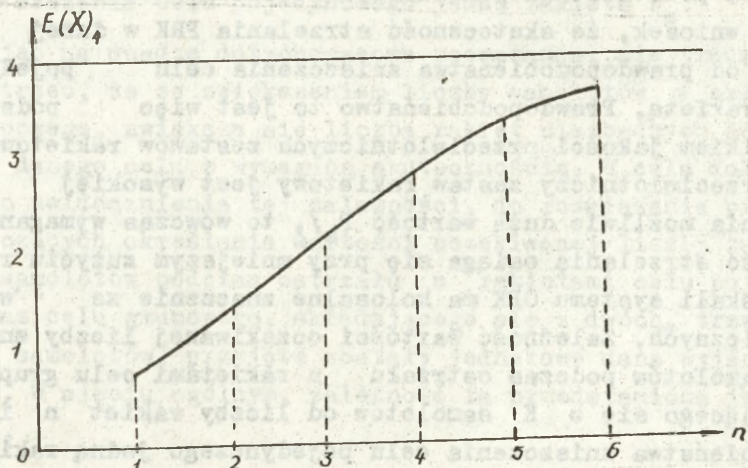
$$E/X_4 = 4 - \frac{1}{6} 6/6-1 / 6-2 / 0,3^3 + \frac{1}{2} 6 / 6-1 / 6-4 / 0,3^4 -$$

$$- \frac{1}{2} 6/6-3 / 6-4 / 0,3^5 + \frac{1}{6} 6-2 / 6-3 / 6-4 / 0,3^6 =$$

$$= 3,66 \text{ samolotu.}$$

Mając rezultaty obliczeń, wykonajmy wykres

$$E/X = f / n /$$

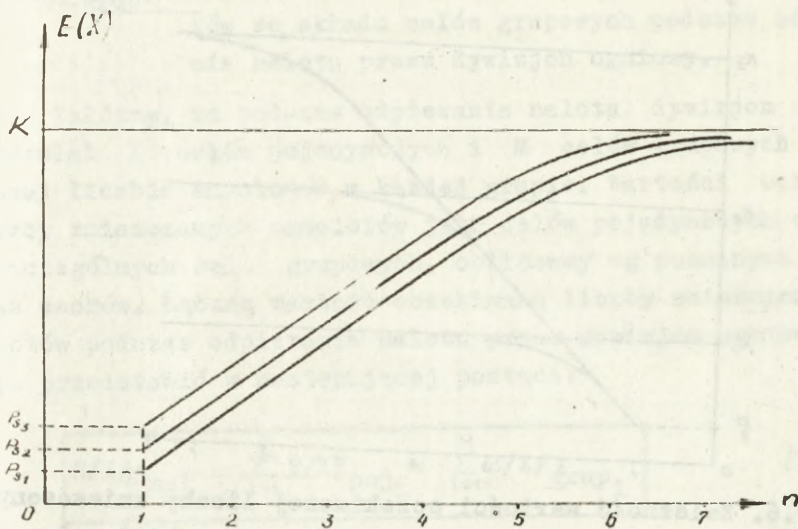


Rys. 2.4. Zależność wartości oczekiwanej liczby zniszczonych samolotów od liczby wystrzelonych rakiet podczas strzelania do celu grupowego, składającego się z czterech samolotów

Analizując rezultaty obliczeń uwidocznione na wykresie dojdziemy do wniosku, że chcąc zapewnić wysoką skuteczność strzelania przy zwalczaniu rozpatrywanego celu, należałoby

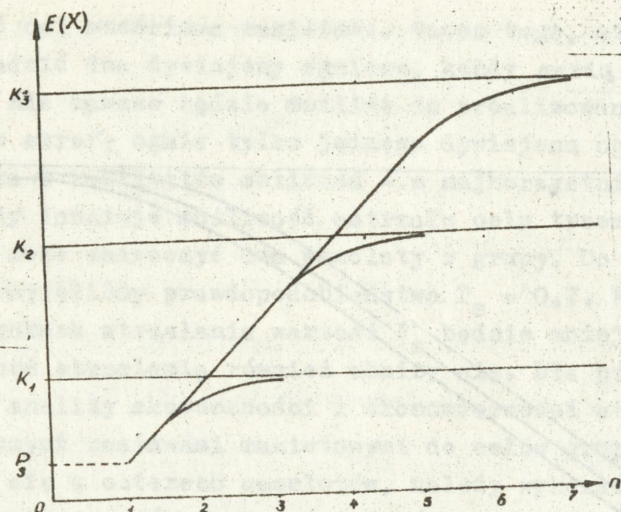
ostrzelać cel sześcioma raketami. Wobec tego, strzelanie musi prowadzić dwa dywizjony ogniowe, każdy serią trzema raketami, co nie zawsze będzie możliwe do zrealizowania. Jeżeli cel wejdzie w strefę ognia tylko jednego dywizjonu ogniowego, to jak wynika z rezultatów obliczeń - w najkorzystniejszym przypadku /gdy istnieje możliwość ostrzału celu trzema raketami/, dywizjon może zniszczyć dwa samoloty z grupy. Do wykonania obliczeń przyjęliśmy prawdopodobieństwo $P_g = 0,7$. W niekorzystnych warunkach strzelania wartość P_g będzie mniejsza. Wówczas skuteczność strzelania również obniży się. Dla przeprowadzenia szerszej analizy skuteczności i ekonomiczności strzelania przeciwlotniczymi zestawami raketowymi do celów grupowych, składających się z czterech samolotów, należy wykonać więcej obliczeń, przyjmując różne wartości P_g /z zakresu od wartości minimalnych do maksymalnych/. Załącznik nr 4 zawiera tabelę, w której zestawiono wyniki obliczeń, uwzględniających szeroki zakres wartości P_g .

Na podstawie dotychczasowych rozważań można wyciągnąć ogólny wniosek, że skuteczność strzelania PRK w dużej mierze zależy od prawdopodobieństwa zniszczenia celu pojedynczego jedną raketą. Prawdopodobieństwo to jest więc podstawowym wskaźnikiem jakości przeciwlotniczych zestawów raketowych. Jeżeli przeciwlotniczy zestaw raketowy jest wysokiej jakości /zapewnia możliwie dużą wartość P_g /, to wówczas wymaganą skuteczność strzelania osiąga się przy mniejszym zużyciu rakiet, co w skali systemu OPK ma kolosalne znaczenie ze względów ekonomicznych. Zależność wartości oczekiwanej liczby zniszczonych samolotów podczas ostrzału n raketami celu grupowego, składającego się z K samolotów od liczby rakiet n i prawdopodobieństwa zniszczenia celu pojedynczego jedną raketą P_g przedstawiona jest na wykresie /rys. 2.5/.



Rys.2.5. Zależność wartości oczekiwanej liczby zniszczonych samolotów od liczby rakiet n i prawdopodobieństwa zniszczenia celu pojedynczego jedną rakieta P_s .

Mając na uwadze dotychczasowe rozważania, nie trudno również dostrzec, że ze zwiększeniem liczby samolotów w składzie celu grupowego, zwiększa się liczba rakiet niezbędnych do zniszczenia danego celu z wymaganą skutecznością. W celu dokładniejszego uwidocznienia tej zależności, do rozwiązania przykładów dotyczących określania wartości oczekiwanej liczby zniszczonych samolotów podczas ostrzału n raketami celu pojedynczego oraz celu grupowego, składającego się z dwóch, trzech i czterech samolotów, przyjęte zostały jednakowe dane wyjściowe P_s i n . W ujęciu ogólnym, zależność ta przedstawiona jest na rys. 2.6.



Rys. 2.6. Zależność wartości oczekiwanej liczby zniszczonych samolotów od liczby wystrzelonych rakiet podczas ostrzału celów grupowych o różnej liczbie samolotów w grupie / K_1, K_2, K_3 /

2.5.5. Wartość oczekiwana liczby zniszczonych samolotów podczas odpierania nalotu przez dywizjon ogniowy

Wartość oczekiwana liczby zniszczonych samolotów podczas odpierania nalotu przez dywizjon ogniowy, będzie równa wartości oczekiwanej liczby zniszczonych samolotów jako celów pojedynczych oraz wartości oczekiwanej liczby zniszczonych samolotów ze składu celów grupowych, co można wyrazić wzorem:

$$E/X/\Sigma_{nal} = E/X/\Sigma_{poj} + E/X/\Sigma_{grup} \quad /2.16/$$

gdzie: $E/X/\Sigma_{nal}$ - wartość oczekiwana liczby zniszczonych samolotów podczas odpierania nalotu przez dywizjon ogniowy;

$E/X/\Sigma_{poj}$ - wartość oczekiwana liczby zniszczonych samolotów jako celów pojedynczych podczas odpierania nalotu przez dywizjon ogniowy;

$E/X/\Sigma_{\text{grup}}$ - wartość oczekiwana liczby zniszczonych samolotów ze składu celów grupowych podczas odpiernia nalołu przez dywizjon ogniowy.

Założmy, że podczas odpierniania nalołu dywizjon ogniowy ostrzelał K celów pojedynczych i M celów grupowych o określonej liczbie samolotów w każdej grupie. Wartości oczekiwane liczby zniszczonych samolotów jako celów pojedynczych oraz z poszczególnych celów grupowych, obliczamy wg poznanych dotychczas wzorów. Łączną wartość oczekiwaną liczby zniszczonych samolotów podczas odpierniania nalołu przez dywizjon ogniowy można więc przedstawić w następującej postaci:

$$E/X/\Sigma_{\text{nal}} = \sum_{i=1}^K E/X/\text{poj}_i + \sum_{i=1}^M E/X/\text{grup}_i \quad /2.17/$$

gdzie: $E/X/\text{poj}$ - wartość oczekiwana liczby zniszczonych samolotów podczas ostrzału celu pojedynczego;

$E/X/\text{grup}$ - wartość oczekiwana liczby zniszczonych samolotów ze składu celu grupowego.

Przykład 6:

Dywizjon ogniowy podczas odpierniania nalołu ostrzelał dwa samoloty jako cele pojedyncze i jeden cel grupowy, składający się z trzech samolotów. Pierwszy cel pojedynczy ostrzelałno seria dwiema raketami, przy czym prawdopodobieństwo trafienia celu pierwszą raketą $P_{s_1} = 0,5$, drugą - $P_{s_2} = 0,6$.

Drugi cel pojedynczy ostrzelano również seria dwiema raketami, z tym, że $P_{s_1} = P_{s_2} = 0,7$. Cel grupowy ostrzelany został też dwiema raketami seria / $P_{s_1} = P_{s_2} = 0,6$ /. Obliczyć wartość oczekiwaną liczby zniszczonych samolotów podczas odpierniania nalołu przez dywizjon ogniowy.

Rozwiązanie:

1. Cele pojedyncze:

$$E/X/\Sigma_{poj} = E/X/1 + E/X/2 = 1 - /1-P_{s1}/ /1-P_{s2}/ + \\ + 1 - /1-P_s/n = 1 - /1-0,5/ /1-0,6/ + 1 - /1-0,6/2$$

$$E/X/\Sigma_{poj} = 0,8 + 0,84 = 1,64 \text{ samolotu.}$$

2. Cel grupowy:

$$E/X/3 = 3 - \frac{1}{2} n /n-1/ q_s^{n-2} + n/n-3/q_s^{n-1} - \frac{1}{2} /n-2/ /n-3/q_s^n = \\ = 3 - \frac{1}{2} 2 /2-1/0,4^0 + 2/2-3/ 0,4 - \frac{1}{2} /2-2/ /2-3/0,4^2 = \\ = 3 - 1 - 0,8 = 1,2 \text{ samolotu.}$$

3. Rezultat strzelania dywizjonu podczas odpierania nalotu:

$$E/X/\Sigma_{nal} = \sum_{i=1}^K P /1, n/1 + \sum_{i=1}^M E/X/ grup_1 = 1,64 + 1,2$$

$$E/X/\Sigma_{nal} = 2,84 \text{ samolotu.}$$

2.5.6. Wartość oczekiwana liczby zniszczonych samolotów podczas odpierania nalotu przez oddział /ZT/ wojsk raketowych OPK

Wartość oczekiwaną liczby zniszczonych samolotów podczas odpierania nalotu przez dywizjony ogniowe, będące w ugrupowaniu bojowym oddziału /związku taktycznego/ wojsk raketowych OPK, określa się jako sumę wartości oczekiwanych liczby zniszczonych samolotów przez wszystkie dywizjony ogniowe oddziału /związku taktycznego/, uczestniczące w odpieraniu nalotu:

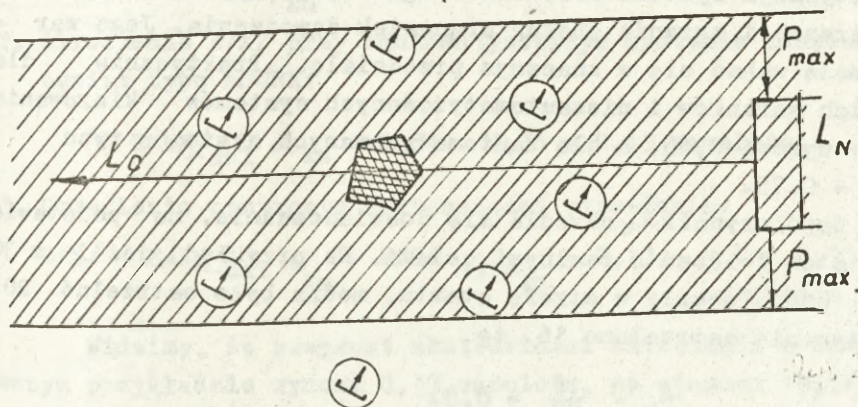
$$E/X/\Sigma_{nal ZT} = \sum_{i=1}^{N_{ucz}} E/X/\Sigma_{nal_i} \quad /2.18/$$

W ten sposób dla określenia możliwości ogniowych oddziału /związku taktycznego/ wojsk raketowych OPK, należy określić liczbę dywizjonów ogniowych N_{ucz} , uczestniczących w odpieraniu nalotu oraz wartość oczekiwaną liczbę zniszczonych samolotów przez każdy dywizjon ogniowy, a następnie zgodnie z

wyrażeniem /2.18/ określić sumę wartości oczekiwanych liczby zniszczonych samolotów.

Liczbę N_{ucz} określa się, sumując liczbę dywizjonów rozmieszczonych w granicach pasa działania ogniowego.

Pod pojęciem pasa działania ogniowego, należy rozumieć płaszczyznę, na której rozmieszczone dywizjony mogą uczestniczyć w odpieraniu nalotu. Szerokość pasa działania ogniowego zależy od szerokości frontu nalotu L_n i maksymalnego parametru kursowego przeciwlotniczego zestawu rakietowego P_{max} /rys. 2.7/.



Rys. 2.7. Pas działania ogniowego

Jak wynika z rysunku /2.7/, szerokość pasa działania ogniowego jest równa $L_c + 2 P_{max}$.

Dla różnych typów przeciwlotniczych zestawów rakietowych i wysokości lotu celów, szerokość pasa działania ogniowego będzie różna, co obowiązkowo należy uwzględnić przy określaniu liczby dywizjonów uczestniczących w odpieraniu nalotu.

Możliwości ogniowe oddziału /związku taktycznego/ wojsk rakietowych OPK zależą również od efektywności systemu kierowania ogniem. System ten powinien być dostatecznie niezawodny, by zabezpieczyć w każdej sytuacji optymalny przydział celów

dla poszczególnych dywizjonów ogniowych, a także ostrzał przez dywizjony tych celów, które im zostały przydzielone. W przypadku przeciwnym, pewien procent z ogólnej liczby celów, które mogłyby być ostrzelane przy idealnym systemie kierowania ogniem, zostanie przepuszczone.

Wpływ jakości systemu kierowania ogniem na możliwości ogniowe oddziały /związku taktycznego/ może być z pewnym przybliżeniem uwzględniony przez współczynnik efektywności systemu kierowania ogniem α_k .

Współczynnik ten jest prawdopodobieństwem możliwości ostrzału celu w danych warunkach nalotu i zależy od stopnia automatyzacji systemu kierowania ogniem, złożoności sytuacji powietrznej i zgrania obsługi stanowisk dowodzenia. Jego wartość może wahać się w znacznym przedziale. Praktycznie dla średnich warunków i niezautomatyzowanych systemów kierowania ogniem wynosi 0,65, a dla zautomatyzowanych systemów typu ASURK - 0,75.

Współczynnik α_k określa się doświadczalnie, na podstawie rezultatów ćwiczeń z realnymi celami. Na przykład, jeśli z 30 celów, które weszły w strefę startu, można było ostrzelać 20, a faktycznie ostrzelano 16, to

$$\alpha_k = \frac{16}{20} = 0,8.$$

Po uwzględnieniu współczynnika efektywności systemu kierowania ogniem, wartość oczekiwana liczby zniszczonych samolotów, określająca możliwości ogniowe dywizjonu przyjmie postać:

$$E/X/\alpha_k = E/X/ \cdot \alpha_k$$

/2.19/

gdzie: $E/X/\alpha_k$ - wartość oczekiwana liczby zniszczonych samolotów z uwzględnieniem współczynnika efektywności systemu kierowania ogniem;

$E/X/$ - wartość oczekiwana liczby zniszczonych samolotów przy idealnym systemie kierowania ogniem
 $\alpha_k = 1/.$

Przykład 7:

Przyjmijmy, że w przykładzie 6 obliczono wartość oczekiwaną liczby zniszczonych samolotów przy założeniu, że system kierowania ogniem jest idealny $\alpha_k = 1$. Uzyskano rezultat $E/X/\Sigma_{\text{nal}} = 2,84$ samolotu. Określić przyrost skuteczności strzelania, wyrażonej przez $E/X/$ przy zautomatyzowanym systemie kierowania ogniem typu ASURK, w odniesieniu do niezautomatyzowanego systemu kierowania ogniem.

1. Określenie $E/X/$ przy niezautomatyzowanym systemie kierowania ogniem:

$$E/X/\Sigma_{\text{nal}} \alpha_{kn} = 2,84 \cdot 0,65 \approx 1,8 \text{ samolotu.}$$

2. Określenie $E/X/$ przy zautomatyzowanym systemie kierowania ogniem typu ASURK:

$$E/X/\Sigma_{\text{nal}} \alpha_{kz} = 2,84 \cdot 0,75 = 2,13 \text{ samolotu.}$$

3. Określenie przyrostu skuteczności strzelania:

$$E/X/ = E/X/\Sigma_{\text{nal}} \alpha_{kz} - E/X/\Sigma_{\text{nal}} \alpha_{kn} = 2,13 - 1,8 = 0,33 \text{ samolotu.}$$

Widzimy, że przyrost skuteczności strzelania w rozpatrywanym przykładzie wynosi 0,33 samolotu, co stanowi 18,3%. Na podstawie tego jednego przykładu nie można jednak wyciągać uogólnionych wniosków, dotyczących skuteczności strzelania przy zautomatyzowanym systemie kierowania ogniem.

3. GOTOWOŚĆ BOJOWA PRZECIWLOTNICZEGO ZESTAWU RAKIETOWEGO

Jednym z bardzo ważnych zadań w czasie działań bojowych jest utrzymanie przeciwlotniczych zestawów raketowych w ciągłej gotowości bojowej. Takie wymagania stawia się z punktu widzenia wykorzystania bojowego przeciwlotniczych zestawów raketowych. Praktycznie pełna realizacja tego zadania jest niemożliwa, ponieważ na zestawach muszą być wykonywane określone prace profilaktyczne, w czasie których /szczególnie półrocznych/ zestaw nie jest w pełnej gotowości bojowej. Właśnie celem prac profilaktycznych jest między innymi usuwanie uszkodzeń, a przede wszystkim przyczyn powodujących uszkodzenia i przedwczesne zużywanie elementów, w celu zapewnienia pełnej sprawności technicznej i gotowości bojowej przeciwlotniczych zestawów raketowych.

Uszkodzenia aparatury przeciwlotniczego zestawu raketowego mogą powstawać zarówno przed pracą bojową, jak i w czasie jej trwania. Uszkodzenia powstające w czasie trwania pracy bojowej, obniżają niezawodność pracy bojowej zestawu. Zagadnienie to zostało już rozpatrzone w analizie niezawodności działania przeciwlotniczego zestawu raketowego w czasie pracy bojowej.

Uszkodzenia powstające przed pracą bojową, obniżają gotowość bojową zestawu, której charakterystyką liczbową jest współczynnik gotowości bojowej zestawu $PRK-P_g$. Współczynnik ten jest prawdopodobieństwem wykorzystania przeciwlotniczego zestawu raketowego do wykonania zadania bojowego w dowolnym momencie czasu, a określa go się wg następującego wzoru:

$$P_g = P_{go} \sum_{i=m}^3 C_3^i P_{gkr}^i (1-P_{gkr})^{3-i} \quad /3.1/$$

gdzie: P_{go} - współczynnik gotowości bojowej ogólnej części zestawu;

P_{gkr} - współczynnik gotowości bojowej kanałów raketowych;

m - liczba rakiet w serii;

C_3^1 - liczba kombinacji z 3 po 1.

Liczbę kombinacji z 3 po 1 określa się wg zależności:

$$C_3^1 = \frac{3!}{1! / 3-1!}$$

Ponieważ w skład każdego kanału raketowego wchodzi dwie wyrzutnie załadowane raketami, to w przypadku wykorzystywania do strzelania obydwu rakiet, współczynnik gotowości bojowej kanału raketowego można określić wg wzoru:

$$P_{gkr} = P_{gkrSNR} [1 - P_{gw} - P_{gUSS} P_{gr}^2] \quad /3.3/$$

gdzie: P_{gkrSNR} , P_{gw} , P_{gUSS} , P_{gr} - odpowiednio współczynniki gotowości bojowej aparatury kanału raketowego SNR, wyrzutni, układu sterowania startem /USS/ i rakiety.

Współczynniki te określa się doświadczalnie, przy czym liczba doświadczeń powinna być odpowiednio duża, by uzyskać możliwie dokładne wartości współczynników. Jako jedno doświadczenie można przyjąć kontrolę funkcjonowania przeciwlotniczego zestawu raketowego, na podstawie której dopuszcza się zestaw do pracy bojowej. Wiadomo, że kontrolę funkcjonowania przeprowadza się po każdym przeglądzie codziennym, a w warunkach działań bojowych nawet częściej. Przeciwlotniczy zestaw raketowy może być dopuszczony do pracy bojowej tylko wówczas, gdy jest sprawny co najmniej dwoma kanałami. W tym przypadku obniża się skuteczność strzelania, ponieważ nie można ostrzeliwać celów trzema raketami. Jeżeli w rezultacie kontroli funkcjonowania okaże się, że zestaw jest sprawny tylko jednym kanałem lub w ogóle niesprawny, to obsługi przystępują do usuwania uszkodzenia /uszkodzeń/.

Praktycznie, poszczególne współczynniki gotowości bojowej aparatury przeciwlotniczego zestawu raketowego można

określić jako prawdopodobieństwa gotowości bojowej ogólnej części zestawu, kanału raketowego SNR, wyrzutni, USS i rakiety:

$$P_{go} = \frac{N_k - n_o}{N_k}$$

$$P_{gkrSNR} = \frac{N_k - n_{krSNR}}{N_k}$$

$$P_{gw} = \frac{N_k - n_w}{N_k}$$

$$P_{gUSS} = \frac{N_k - n_{USS}}{N_k}$$

$$P_{gr} = \frac{N_k - n_r}{N_k}$$

/3.4/

gdzie: N_k - ogólna liczba przeprowadzonych kontroli funkcjonowania przeciwlotniczego zestawu raketowego;

n_o - n_{krSNR} , n_w , n_{USS} , n_r - liczba kontroli funkcjonowania zestawu, w czasie których stwierdzono uszkodzenia, odpowiednio: ogólnej części zestawu, kanału raketowego SNR, wyrzutni, USS i rakiety.

W literaturze [2] uzależnia się skuteczność strzelania od gotowości bojowej przeciwlotniczego zestawu raketowego w ten sposób, że wskaźniki skuteczności strzelania wymnaża się przez współczynnik gotowości bojowej P_g . Oczywiście, po uwzględnieniu w ten sposób współczynnika P_g , skuteczność strzelania obniży się. Jest to jednak tylko teoretyczna próba uwzględnienia wpływu gotowości bojowej przeciwlotniczego zestawu raketowego na skuteczność strzelania.

Zagadnienie to należy również rozpatrzyć z praktycznego punktu widzenia, mając na uwadze obowiązujące przepisy, na podstawie których dopuszcza się zestaw do pracy bojowej. Jeżeli np. kontrola funkcjonowania wykaże, że zestaw jest sprawny tylko jednym kanałem lub w ogóle niesprawny, to nie dopuszcza

go się do pracy bojowej i wówczas można przyjąć, że $P_g = 0$.
Stąd $P_{1,n} \cdot 0 = 0$ i $E/X/ \cdot 0 = 0$.

Jeżeli natomiast zestaw jest sprawny trzema kanałami, to $P_g = 1$,
a w związku z tym $P_{1,n} \cdot 1 = P_{1,n}$ oraz $E/X/ \cdot 1 = E/X/$.
W przypadku gdy zestaw jest sprawny tylko dwoma kanałami i za-
chodzi konieczność prowadzenia ognia, to oczywiste jest, że
rezultaty strzelania będą nieco gorsze, a szczególnie wtedy,
gdy konieczny jest ostrzał celu trzema rakietami. Obniżenie
skuteczności strzelania można określić na podstawie wzorów,
przy pomocy których oblicza się wskaźniki skuteczności strzela-
nia, pamiętając o tym, że liczba rakiet w serii może wynosić
maksimum dwie.



4. EKONOMICZNOŚĆ STRZELANIA PRK

Właściwe zużycie rakiet w czasie strzelania do celów powietrznych ma duże znaczenie ekonomiczne. Podczas rozpatrywania tego problemu, należy mieć na uwadze osiągnięcie wysokich wskaźników skuteczności strzelania, przy racjonalnym rozchodzie rakiet.

Z dotychczasowych rozważań wiadomo, że wskaźniki skuteczności strzelania zależą od dwóch podstawowych czynników: prawdopodobieństwa zniszczenia celu pojedynczego jedną rakieta z uwzględnieniem współczynnika niezawodności przeciwlotniczego zestawu raketowego w czasie pracy bojowej P_g i liczby rakiet n . Po rozwiązaniu szeregu konkretnych przykładów i graficznym przedstawieniu rezultatów obliczeń, doszliśmy do wniosku, że przyrost skuteczności strzelania w sensie wartości oczekiwanej liczby zniszczonych samolotów w zależności od liczby wystrzelonych rakiet, jest korzystny tylko dla określonej liczby rakiet. Przy dalszym zwiększaniu liczby rakiet, przyrost ten jest niewspółmiernie mały w porównaniu z kosztami, co w ujęciu ogólnym uwidocznione zostało między innymi na wykresie /rys.2.6/.

Wskaźnikiem ekonomiczności strzelania jest średnia oczekiwana wartość liczby zużytych rakiet na jeden cel. Podczas niezależnych strzelań pojedynczymi startami rakiet do celów pojedynczych, średnią oczekiwaną wartość liczby zużytych rakiet na jeden cel można określić, korzystając ze wzoru:

$$\overline{E/X} = \frac{1}{P_g} \quad /4.1/$$

Jeżeli cel ostrzelano serią n rakiet niezależnie od wyników poprzednich strzelań, to średnią oczekiwaną wartość liczby zużytych rakiet na zniszczenie celu pojedynczego określa się z zależności:

$$\overline{E/X}_1 = \frac{n}{P_{1,n}} \quad /4.2/$$

W celu porównania ekonomiczności strzelania pojedynczymi raketami i serią raket, rozwiążmy dwa przykłady.

Przykład 8:

Strzelanie prowadzi się pojedynczymi raketami. Prawdo - podobieństwo rażenia celu jedną raketą $P_g = 0,7$. Obliczyć średnią oczekiwaną wartość liczby zużytych raket na zniszczenie celu.

Rozwiązanie:

Na podstawie wzoru /4.1/ otrzymujemy:

$$\overline{E/X} = \frac{1}{0,7} \approx 1,4 \text{ rakety.}$$

Przykład 9:

Strzelanie prowadzi się serią trzech raket z minimalnym odstępem czasowym między startami. Prawdopodobieństwo rażenia celu jedną raketą $P_g = 0,7$. Obliczyć średnią oczekiwaną wartość liczby zużytych raket na zniszczenie celu.

Rozwiązanie:

Na podstawie wzoru /4.2/ otrzymujemy:

$$\overline{E/X}_1 = \frac{n}{P_{1,n}} = \frac{n}{1 - (1 - P_g)^n} = \frac{3}{1 - (1 - 0,7)^3} \approx 3,1 \text{ rakety.}$$

Z powyższych przykładów wynika, że strzelanie pojedyn - czymi raketami jest bardziej ekonomiczne niż strzelanie serią raket. Należy mieć na uwadze, że przy ostrzelaniu celu tą samą liczbą raket osiągniemy jednakową skuteczność strzelania niezależnie od rodzaju ognia. Dlatego też zaleca się prowadzenie strzelania pojedynczymi raketami we wszystkich możliwych wypadkach. Jeżeli czas przebywania celu w strefie startu jest mniejszy od czasu potrzebnego do startu niezbędnej liczby pojedynczych raket, to strzelanie należy prowadzić serią raket.

Podczas strzelania do celu grupowego, średnią oczekiwaną wartość liczby zużytych raket na zniszczenie celu określa się wg wzoru:

$$\overline{E/X/}_{\text{grup}} = \frac{n_s}{\overline{E/X/}_{\text{grup}}}$$

/4.3/

gdzie: n_s - średnia liczba startów rakiet podczas strzelania;

$\overline{E/X/}_{\text{grup}}$ - wartość oczekiwana liczby zniszczonych samolotów podczas strzelania do celu grupowego.

Podczas kolejnego ostrzelania kilku celów /odpieranie nalotu/ i zużyciu kilku jednostek ognia $/n_{j0}/$, średnią oczekiwaną wartość liczby zużytych rakiet na zniszczenie jednego celu oblicza się wg wzoru:

$$\overline{E/X/}_{1k} = \frac{n_{j0}}{\overline{E/X/}}$$

/4.4/

gdzie: $\overline{E/X/}$ - wartość oczekiwana liczby zniszczonych samolotów.

Z A K O Ń C Z E N I E

W niniejszym skrypcie przedstawiona została analiza wskaźników skuteczności strzelania PRK, poparta rozwiązaniami konkretnych przykładów, umożliwiającymi praktyczne podejście do rozwiązywania innych przykładów z tej dziedziny. Wyprowadzone zostały wzory, określające wartość oczekiwaną liczby zniszczonych samolotów podczas ostrzału celu grupowego, składającego się z dwóch, trzech i czterech samolotów. Nie zostały jednak podane dość długie i uciążliwe przekształcenia matematyczne, wynikające z wyprowadzeń ww. wzorów. Podano tylko sposób i kolejność postępowania przy ich wyprowadzaniu.

W dotychczasowej literaturze podawano jedynie wzór, określający wartość oczekiwaną liczby zniszczonych samolotów podczas ostrzału celu grupowego, składającego się z trzech samolotów bez szczegółowego naświetlenia sposobu jego wyprowadzenia. Ponieważ samoloty mogą również wykonywać loty w składzie par lub kluczy, składających się z trzech albo czterech samolotów, zaistniała więc konieczność wyprowadzenia wzorów.

Czytelnik mając tok postępowania, może - w przypadku zaistnienia takiej konieczności - wyprowadzić wzory, określające wartość oczekiwaną liczby zniszczonych samolotów podczas ostrzału celu grupowego, składającego się z pięciu, sześciu i więcej samolotów.

L I T E R A T U R A

1. "Taktika zenitnych raketnych wojsk". Uczeńnik 1969 g.
2. Objaśnienia do zasad strzelania przeciwlotniczymi raketami kierowanymi zestawu S-75 M. Ministerstwo Obrony Narodowej. Dowództwo Wojsk OPK, Warszawa 1969.
3. biór zadań ze strzelania przeciwlotniczymi raketami kierowanymi. /Podręcznik/, Warszawa 1965 r.
4. Metody naprowadzania i zasady strzelania przeciwlotniczymi raketami kierowanymi. Ministerstwo Obrony Narodowej. Dowództwo Wojsk OPK, Warszawa 1969 r.
5. Z.Hellwig: Elementy rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1965 r.

OPRACOWAŁ:
WYKŁADOWCA KATEDRY
WOJSK OPK

/-/ ppłk mgr inż. Jan ZDZIECH

Wykonano w 50 egz.

Egz.nr 1-50 bibl.tajna
Wyk. ppłk Zdziech
Druk. OH, dn. 17.9.71r.
Nr ks. 01406/02474/WW
Kor. WH

$$E(X)_3 = 3 - \frac{1}{2}n(n-1)q_s^{n-2} + n(n-3)q_s^{n-1} - \frac{1}{2}(n-2)(n-3)q_s^n$$

ZALACZNIK NR 3

$n \backslash p$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0,05	0,050000	0,100000	0,150000	0,199999	0,249997	0,299991	0,349880	0,399661	0,449322	0,498890	0,548333	0,59757
0,10	0,100000	0,200000	0,300000	0,399990	0,499553	0,598007	0,697009	0,79452	0,89071	0,98541	1,07839	1,16944
0,15	0,150000	0,300000	0,450000	0,599949	0,747770	0,893370	1,03560	1,17554	1,30976	1,43863	1,56166	1,67848
0,20	0,200000	0,400000	0,600000	0,79340	0,99290	1,18158	1,36160	1,53199	1,69138	1,83902	1,97458	2,09805
0,25	0,250000	0,500000	0,750000	0,99009	1,23340	1,45752	1,66516	1,85426	2,02390	2,17407	2,30547	2,41927
0,30	0,300000	0,600000	0,900000	1,19190	1,46679	1,71787	1,94116	2,13526	2,30081	2,43966	2,55450	2,64632
0,35	0,350000	0,700000	1,050000	1,38499	1,69073	1,95842	2,18490	2,37119	2,52093	2,63698	2,73054	2,80055
0,40	0,400000	0,800000	1,200000	1,57440	1,90272	2,17574	2,39347	2,56143	2,68759	2,78031	2,84722	2,89479
0,45	0,450000	0,900000	1,350000	1,75899	2,10033	2,36723	2,56592	2,70632	2,80737	2,87465	2,91945	2,94880
0,50	0,500000	1,000000	1,500000	1,93750	2,26125	2,53125	2,70312	2,81641	2,88867	2,93339	2,96094	2,97729
0,55	0,550000	1,100000	1,650000	2,10849	2,44343	2,66723	2,80763	2,89174	2,94039	2,96777	2,98283	2,99097
0,60	0,600000	1,200000	1,800000	2,27040	2,58528	2,77374	2,88326	2,94102	2,97090	2,98592	2,99330	2,99683
0,65	0,650000	1,300000	1,950000	2,42149	2,70536	2,85342	2,93474	2,97089	2,98734	2,99461	2,99775	2,99907
0,70	0,700000	1,400000	2,100000	2,55990	2,80371	2,91787	2,96720	2,98735	2,99526	2,99826	2,99937	2,99978
0,75	0,750000	1,500000	2,250000	2,68339	2,87938	2,95752	2,98572	2,99538	2,99855	2,99955	2,99987	2,99995
0,80	0,800000	1,600000	2,400000	2,79040	2,93504	2,98138	2,99494	2,99868	2,99967	2,99992	2,99998	3,00000
0,85	0,850000	1,700000	2,550000	2,87799	2,97108	2,99370	2,99871	2,99975	2,99995	2,99999	3,00000	3,00000
0,90	0,900000	1,800000	2,700000	2,94390	2,99097	2,99867	2,99982	2,99998	3,00000	3,00000	3,00000	3,00000
0,95	0,950000	1,900000	2,850000	2,98549	2,99851	2,99991	2,99999	3,00000	3,00000	3,00000	3,00000	3,00000

$$E(X)_4 = 4 - \frac{1}{6}n(n-1)(n-2)q_s^{n-3} + \frac{1}{2}n(n-1)(n-4)q_s^{n-2} - \frac{1}{2}n(n-3)(n-4)q_s^{n-1} + \frac{1}{6}(n-2)(n-3)(n-4)q_s^n$$

ZALACZNIK NR 4

$\frac{P_s}{n}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0,05	0,050000	0,100000	0,150000	0,200000	0,250000	0,300000	0,349999	0,399998	0,449997	0,499993	0,549888	0,599881
0,10	0,100000	0,200000	0,300000	0,400000	0,499999	0,599994	0,699882	0,799554	0,899004	0,998221	1,09693	1,19503
0,15	0,150000	0,300000	0,450000	0,600000	0,749992	0,89959	1,04871	1,19889	1,34369	1,48860	1,63110	1,77069
0,20	0,200000	0,400000	0,600000	0,800000	0,99956	1,19834	1,39494	1,58826	1,77702	1,95989	2,13572	2,30349
0,25	0,250000	0,500000	0,750000	1,000000	1,24902	1,49512	1,73572	1,96806	2,18952	2,39819	2,59216	2,77049
0,30	0,300000	0,600000	0,900000	1,200000	1,49757	1,78834	2,06719	2,32938	2,57115	2,79005	2,98493	3,15580
0,35	0,350000	0,700000	1,050000	1,400000	1,74475	2,07584	2,38474	2,66480	2,91204	3,12515	3,30499	3,45393
0,40	0,400000	0,800000	1,200000	1,600000	1,98976	2,35494	2,68326	2,98735	3,20498	3,39803	3,55094	3,66945
0,45	0,450000	0,900000	1,350000	1,800000	2,23153	2,62230	2,95763	3,23136	3,44599	3,60861	3,72833	3,81433
0,50	0,500000	1,000000	1,500000	2,000000	2,46875	2,87500	3,20313	3,45312	3,63477	3,76172	3,84766	3,90430
0,55	0,550000	1,100000	1,650000	2,200000	2,69957	3,10375	3,41592	3,63136	3,77457	3,86577	3,92187	3,95540
0,60	0,600000	1,200000	1,800000	2,400000	2,92224	3,32006	3,59347	3,76735	3,87155	3,93116	3,96402	3,98159
0,65	0,650000	1,300000	1,950000	2,600000	3,13397	3,50330	3,73490	3,86480	3,93375	3,96859	3,98550	3,99346
0,70	0,700000	1,400000	2,100000	2,800000	3,33193	3,60218	3,84116	3,92938	3,96996	3,98767	3,99508	3,99809
0,75	0,750000	1,500000	2,250000	3,000000	3,51270	3,78309	3,91510	3,96806	3,98855	3,99605	3,99868	3,99957
0,80	0,800000	1,600000	2,400000	3,200000	3,67232	3,88230	3,96130	3,98828	3,99660	3,99905	3,99974	3,99993
0,85	0,850000	1,700000	2,550000	3,400000	3,80829	3,94837	3,98650	3,99689	3,99932	3,99986	3,99997	3,99999
0,90	0,900000	1,800000	2,700000	3,600000	3,90951	3,98282	3,99709	3,99954	3,99993	3,99999	4,000000	4,000000
0,95	0,950000	1,900000	2,850000	3,800000	3,97622	3,99768	3,99980	3,99998	4,000000	4,000000	4,000000	4,000000

871

