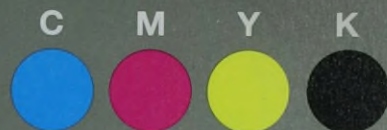




Grey Scale #13



DANES-PICTA.COM

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19



AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO
im. gen. broni K. Świerczewskiego

ODDZIAŁ WOJSK OPK I LOTNICTWA
KATEDRA PRZEDMIOTÓW SPECJALNYCH



E
Egz. Nr. 2

ZASTOSOWANIE BOJOWE RAKIETOWEGO
I ARTYLERYJSKIEGO UZBROJENIA
SAMOLOTÓW MYSLIWSKICH I MYSLIWSKO-
BOMBOWYCH
(MYSLIWSKO-SZTURMOWYCH)

Zeszyt Nr 2

Ruch raket i pocisków artyleryjskich w powietrzu
opracował: płk dypl. Stefan PAWŁOWSKI

(Wydanie tymczasowe)

ARCHIWUM
BIBLIOTEKI SZKOLENIO
AKADEMII SZTABU GENERALNEGO
im. gen. broni K. Świerczewskiego

1034547

WARSZAWA

STYCZEŃ

1968



Colour Chart #13

Blue

Cyan

Green

Yellow

Red

Magenta

White

3/Color

Black

Centimetres

Inches

DANES-PICTA.COM

AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO

im. gen. broni K. Świerczewskiego

ODDZIAŁ WOJSK OPK I LOTNICTWA
KATEDRA PRZEDMIOTÓW SPECJALNYCH



[Redacted] E

Egz. Nr. 2

ZASTOSOWANIE BOJOWE RAKIETOWEGO I ARTYLERYJSKIEGO UZBROJENIA SAMOLOTÓW MYSLIWSKICH I MYSLIWSKO- BOMBOWYCH (MYSLIWSKO-SZTURMOWYCH)

Zeszyt Nr 2

Ruch raket i pocisków artyleryjskich w powietrzu
opracował: płk dgpl. Stefan PAWŁOWSKI

(Wydanie tymczasowe)

ARCHIWUM
BIBLIOTEKI SZKOLENIO
AKADEMII SZTABU GENERALNEGO
im. gen. broni K. Świerczewskiego

1054547

WARSZAWA

STYCZEŃ

1968

Przeł. pvt KGT

AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO

im. gen. broni K. Swierczewskiego

ODDZIAŁ WOJSK OPK I LOTNICTWA
KATEDRA PRZEDMIOTÓW SPECJALNYCH



~~SECRET~~
~~SECRET~~

~~SECRET~~

Egz.nr.... 2

ZASTOSOWANIE BOJOWE
RAKIETOWEGO I ARTYLERYJSKIEGO
UZBROJENIA SAMOLOTÓW
MYŚLIWSKICH I MYŚLIWSKO - BOMBOWYCH
/MYŚLIWSKO - SZTURMOWYCH/

ZESZYT NR 2

RUCH RAKIET I POCISKÓW
ARTYLERYJSKICH W POWIETRZU

OPRACOWAŁ:

PLK DYPL. STEFAN PAWŁOWSKI

/ WYDANIE TYMCZASOWE /

ARCHIWUM
BIBLIOTEKI SZKOLENIOWEJ
AKADEMII SZTABU GENERALNEGO
im. gen. broni K. Swierczewskiego

934547

WARSZAWA

STYCZEŃ

1968 R

WIADOMOŚCI OGÓLNE

Pocisk artyleryjski lub rakieta podczas lotu do celu znajduje się pod działaniem różnych sił, które zmieniają kierunek i prędkość lotu pocisku lub rakiety. Jeśli znana jest wielkość i kierunek działania sił zewnętrznych oraz warunki początkowe, w których nastąpił wystrzał, to zawsze można określić miejsce położenia rakiety lub pocisku w dowolnym momencie czasu. Czym więcej posiada się wiadomości o siłach, działających na poruszające się ciało, tym dokładniej można określić współrzędne punktu znajdowania się ciała w dowolnym momencie czasu, tj. tym dokładniej, można obliczyć tor jego lotu.

Siły, działające na raketę lub pocisk artyleryjski, mogą być przypadkowe i stałe. Siły stałe, jako zasada, znane są z różnym stopniem dokładności i pozwalają obliczyć tor lotu rakiety lub pocisku. Do takich sił zalicza się siłę ciężaru, siłę oporu czołowego powietrza, siłę ciągu silnika odrzutowego, siły sterujące, które powstają przy wychylaniu sterów rakiety kierowanej itd.

Siły przypadkowe charakteryzują się parametrami prawdopodobnymi, i wpływ ich na tor raket i pocisków określa się metodami rachunku prawdopodobieństwa. Do sił przypadkowych zalicza się siły, uzależnione od turbulencji atmosfery, szumów wewnętrznych części elektronowej systemu kierowania, sygnałów fluktuacji, wykorzystywanych przez głowice raket kierowanych do naprowadzania na cel itd.

Działanie sił zewnętrznych na pociski artyleryjskie i rakiety opisuje się układem równań różniczkowych ruchu rakiety lub pocisku. Po rozwiązaniu układu równań, można określić wszystkie parametry ruchu pocisku lub rakiety, a także i toru ich lotu.

Znajomość parametrów ruchu raket i pocisków zezwala w sposób prawidłowy określić poprawki kątowe strzelania, a także wybrać najbardziej racjonalne warunki dla skutecznego działania uzbrojenia samolotu na konkretne typy celów. Na przykład, takie charakterystyki ruchu pocisków artyleryjskich i raket niekierowanych, jak prędkość przy celu, kąt

spotkania z celem, obniżenie, pozwalają określić racjonalne odległości, sylwetki strzelania do celów powietrznych i naziemnych oraz poprawki kątowe podczas strzelania.

Przy strzelaniu raketami kierowanymi dokładność określenia poprawek kątowych ma mniejszy wpływ na wyniki strzelania, dlatego znajomość parametrów ruchu i toru rakiet kierowanych niezbędna jest, w zasadzie, dla określenia racjonalnych warunków strzelania, zapewniających skuteczność działania tych rakiet.

Układy równań, opisujące ruch pocisków artyleryjskich, rakiet niekierowanych i kierowanych są różne pod względem złożoności, lecz ani jeden z tych układów analitycznie nie może być rozwiązany.

Prawdą jest, że przy niektórych uproszczeniach można analitycznie rozwiązać układ równań, opisujący ruch niekierowanych środków rażenia w próżni. Jednak takie zadanie posiada w większym stopniu wartość teoretyczną, aniżeli praktyczną.

Z reguły, układy równań ruchu rakiet i pocisków rozwiązuje się metodami przybliżonymi i najczęściej metodami matematyki maszynowej. Otrzymane rozwiązania zezwalają w sposób najbardziej pełny wykorzystać działanie rażące różnych wzorów uzbrojenia i określić najlepsze warunki ich zastosowania bojowego.

§ 1. RUCH POCISKÓW ARTYLERYJSKICH I RAKIET NIEKIEROWANYCH

Tory lotu pocisków artyleryjskich i rakiet niekierowanych określa się w zasadzie początkowymi warunkami strzelania. Takie pociski i rakiety przyjmuje się za balistyczne, a nauka o ich ruchu nazywa się balistyką zewnętrzną.

Podczas ruchu pocisku artyleryjskiego w powietrzu w zasadzie działają na niego dwie siły: siła ciężaru i siła oporu powietrza, przy czym siła ciężaru pozostaje niezmienną^{x/},

x/ Siła ciężaru, działająca na niektóre pociski, na przykład smugowe, może się zmieniać. W dalszym materiale rozpatrywać będziemy pociski, których masa na torze nie ulega zmianie.

a siła oporu powietrza w dużym stopniu zależy od warunków strzelania i zmienia się w ciągu całego czasu lotu pocisku.

W czasie ruchu rakiety niekierowanej w powietrzu, oprócz siły ciężaru i siły oporu powietrza, na odcinku aktywnym jej lotu działa jeszcze na nią siła ciągu silnika odrzutowego. Na pasywnym odcinku lotu ciąg silnika równy jest zeru.

W dalszym materiale rozpatrywać będziemy tylko ruch pocisków artyleryjskich. Co dotyczy ракет niekierowanych, to ruch ich różni się od ruchu pocisków artyleryjskich tylko na odcinku aktywnym. Właściwości ruchu ракет niekierowanych zostaną uwzględnione nieco później.

Ruch pocisków artyleryjskich rozpatrzemy przy następujących założeniach:

- nie bierzemy pod uwagę ruchu obrotowego Ziemi;
- dla odległości strzelań pociskami artyleryjskimi Ziemię przyjmujemy za płaską;
- przyspieszenie siły ciężkości Ziemi jest stałe pod względem wielkości i kierunku;
- oś pocisku pokrywa się ze stycznią do toru w dowolnym punkcie toru lotu pocisku.

Przyjęte przybliżenia przy odległościach strzelania rzędu kilku kilometrów nie doprowadzą do dużych odchyżeń wyników skończonych od dokładnych, lecz pozwalają za to w sposób dość prosty znaleźć tor i parametry ruchu środka masy pocisku.

Siła oporu powietrza R jest funkcją złożoną gęstości powietrza, prędkości i charakterystyk balistycznych pocisku. Zazwyczaj w aerodynamice siłę oporu powietrza wyraża się w postaci następującej zależności :

$$R = c_x \frac{\rho v^2}{2} S, \quad / \quad /$$

gdzie: ρ - gęstość masowa powietrza,
 c_x - współczynnik oporu czołowego;
 S - charakterystyczna powierzchnia pocisku.

Jako charakterystyczną powierzchnię dla pocisków przyjmuje się powierzchnię największego przekroju poprzecznego:

$$S = \frac{\pi d^2}{4}, \quad / 2 /$$

gdzie d - kaliber pocisku.

Współczynnik oporu czołowego c_x zależy głównie od charakterystyk balistycznych pocisku i liczby M . Określa się go, przeważnie drogą doświadczalną podczas strzelań różnymi typami pocisków. Jednak nie zawsze istnieją możliwości otrzymania c_x dla każdego typu pocisku, dlatego dla pocisków, podobnych pod względem kształtu, wprowadza się tak zwany współczynnik kształtu i , który wskazuje, ile razy współczynnik c_x nowego pocisku różni się od współczynnika wzorcowego \bar{c}_x , zbadanego już pocisku

$$c_x = i \bar{c}_x. \quad / 3 /$$

Po podstawieniu wyrażenia / 2/ i / 3 / do wzoru /1/, można otrzymać wyrażenie dla siły oporu czołowego postaci bardziej wygodnej do obliczeń balistycznych

$$R = m c \Delta(H) F(v), \quad / 4 /$$

gdzie:

$$m = \frac{q}{g} \quad - \text{masa pocisku};$$

q - ciężar pocisku;

$$c = \frac{i d^2}{q} \quad - \text{współczynnik balistyczny pocisku};$$

charakteryzujący kształt, wymiar i ciężar pocisku;

$$\Delta(H) = \frac{p}{p_{oz}}$$

- funkcja wysokości, charakteryzująca zmianę gęstości wagowej powietrza ze wzrostem wysokości;

$$p = \rho g$$

- gęstość wagowa powietrza na rozpatrywanej wysokości;

$$p_{oz}$$

- gęstość wagowa powietrza przy ziemi w znormalizowanych warunkach atmosferycznych /ciśnienie atmosferyczne 750 mm, temperatura 15°C, wilgotność względna 50%/

$$F(v) = c_x \frac{\pi}{8} p_{oz} v^2 \quad - \text{prawo oporu powietrza.}$$

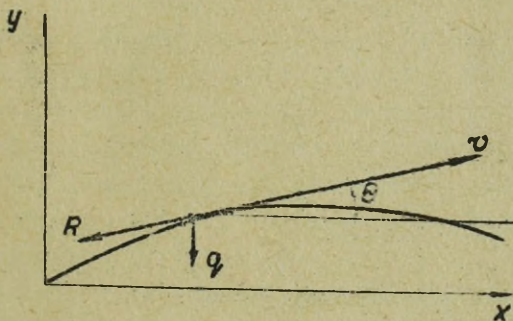
Prawo oporu $F(v)$ określa się drogą doświadczalną dla pocisku wzorcowego. Zależy ono od tego, jaki pocisk został wzięty jako wzorcowy. Do czasu obecnego istnieje kilka praw oporu. Jednym z najwcześniejszych jest prawo oporu Siacci,

otrzymane drogą uogólnienia dużej ilości strzelań artylerii naziemnej XIX wieku. Następnie zostało ustalone nowe prawo, tak zwane prawo 1943 roku. Prawo te opracowane było już dla nowszych wzorów pocisków i jest bardziej prawidłowym dla balistycznych obliczeń pocisków okresu drugiej wojny światowej. Dla współczesnych pocisków najbardziej dokładnym jest prawo oporu 1955 roku, posiadające oznaczenie APS-55/prawo dla pocisków lotniczych do działek 1955 r./.

Należy mieć na uwadze, że każdemu prawu oporu odpowiada dokładnie właściwy mu współczynnik balistyczny, tj. jeden i ten sam pocisk będzie posiadał różne współczynniki balistyczne przy wyborze tego lub innego prawa oporu powietrza.

Wobec tego, jeśli podany jest współczynnik balistyczny jakiego bądź pocisku, to koniecznie należy znać, jakiemu prawu on odpowiada.

Równanie ruchu pocisku w powietrzu przedstawia sobą zależności, wyrażone drugim prawem Newtona w rzutach na odpowiednie osie współrzędnych.



Rys. 1. Schemat działania sił na pocisk podczas lotu w powietrzu.

W danym przypadku wygodniej jest wziąć rzuty na oś, pokrywającą się z kierunkiem prędkości pocisku i na prostopadłą do niej. Wówczas równanie będzie miało następującą postać /rys. 1/:

$$m \frac{dv}{dt} = -R - q \sin \theta, \quad \left. \vphantom{m \frac{dv}{dt}} \right\}$$

$$q = K_p + m g.$$

$$m v \frac{d\theta}{dt} = - q \cos \theta. \quad \left. \vphantom{\frac{d\theta}{dt}} \right\} \quad /5 /x/$$

Do tych dwóch równań należy dodać jeszcze wyrażenie dla rzutu prędkości rakiety we współrzędnych prostokątnych /kartezjańskich/:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v \cos \theta, \\ \frac{dy}{dt} &= v \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad /6 /$$

Jeśli posłużyć się wyrażeniem /4/, to cały układ równań można przedstawić w postaci:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= - c \Delta(H) F(v) - g \sin \theta, \\ \frac{d\theta}{dt} &= - g \frac{\cos \theta}{v}, \\ \frac{dx}{dt} &= v \cos \theta, \\ \frac{dy}{dt} &= v \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad /7 /$$

Aby otrzymać tor i parametry ruchu pocisku w powietrzu, należy poddać całkowaniu układ równań /7/.

Ze względu na stosunkowo złożone wyrażenie prawa $F(v)$ oporu powietrza, układ ten można całkować bądź metodami przybliżonymi, bądź za pomocą elektronowych maszyn liczących.

Dla pocisków artyleryjskich układ równań ruchu pocisku został poddany całkowaniu dla szerokiego zakresu warunków i na podstawie tego zostały opracowane tabele balistyczne, za pomocą których można określić wszystkie potrzebne parametry ruchu pocisku. Takie tabele istnieją dla prawa oporu Siacci i dla prawa APS - 55. Pierwsze tabele

x/Pochodna $\frac{dv}{dt}$ przedstawia sobą przyspieszenie styczne, skierowane po stycznej do toru i pokrywające się z linią działania siły oporu powietrza.

Wyrażenie $\frac{d\theta}{dt}$ jest niczym innym, jak przyspieszeniem normalnym, skierowanym po prostopadłej do stycznej toru.

opracowano pod kierownictwem profesora doktora nauk technicznych W.S. Pugaczowa, drugie - pod kierownictwem profesora doktora nauk technicznych D.A. Wentcla.

Za pomocą tych tabel można szybko otrzymać potrzebne dla celów strzelania powietrznego elementy toru/ parametry ruchu/ pocisku.

Tabele W.S. Pugaczowa są dwuparametryczne, tj, w tabelach są dwa wejścia: jedno wejście według parametru $c_H D$, drugie - według parametru v_{01} .

Oba parametry podają informacje o warunkach strzelania i zawierają początkowe warunki całkowania układu równań / 7 /.

Pierwszy parametr oblicza się według wzoru:

$$c_H D = c \Delta D,$$

gdzie: c - współczynnik balistyczny, odpowiadający prawu Siacci;

D - odległość strzelania;

$\Delta = \frac{p}{p_{0z}}$ - współczynnik wysokości, określane za pomocą tabeli w zależności od wysokości H .

Drugi parametr przedstawia sobą prędkość początkową lotu pocisku względem powietrza, która nazywa się bezwzględną prędkością początkową pocisku. W czasie obliczeń praktycznych w przypadku strzelania z broni nieruchomej samolotu myśliwskiego drugi parametr może być określony według wzoru:

$$v_{01} \cong V_1 + v_0,$$

gdzie: V_1 - prędkość lotu samolotu strzelającego;

v_0 - prędkość początkowa pocisku względem broni.

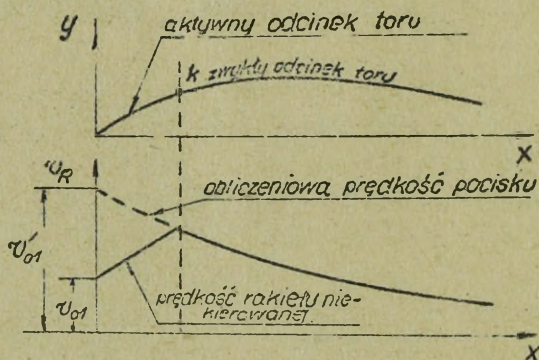
Na podstawie parametrów $c_H D$ i v_{01} dla zadanych warunków strzelania, za pomocą tabel balistycznych określa się elementy toru pocisku potrzebne do rozwiązania zadania celowania.

D.A. Wentcel opracował trójparametryczne tabele funkcji balistycznych TBF - WS - 58 dostosowane do prawa oporu APS - 55 / współczynnik balistyczny należy brać odpowiednio dla prawa APS - 55/. Pierwsze dwa parametry są takie same, jak parametry tabel W.S. Pugaczowa, a trzeci wprowadzono

dla uwzględnienia zmiany gęstości powietrza na torze przy strzelaniu z przewyższaniem lub przeniżeniem. TBF-WS -58 zezwalają w sposób bardziej dokładny określać elementy toru pocisku.

Metodyka obliczania niektórych elementów toru, potrzebnych do rozwiązania zadania celowania, podana jest w zeszycie nr 3.

Ruch rakiet niekierowanych różni się od ruchu pocisków artyleryjskich tylko na aktywnym odcinku toru, kiedy pracuje prochowy silnik odrzutowy. Na odcinku aktywnym, oprócz siły ciężkości i siły oporu powietrza, na rakiety działa jeszcze siła ciągu silnika prochowego. Prędkość lotu rakiety osiąga wartość maksymalną w końcu odcinka aktywnego /rys. 2/



Rys.2. Tor i wykres prędkości rakiety niekierowanej

Po zakończeniu pracy silnika prochowego zanika siła odrzutu i rakietą, jak zwykły pocisk artyleryjski, przedłuża ruch po inercji pod działaniem dwóch sił: siły ciężaru i siły oporu powietrza. Odcinek toru, na którym rakietą porusza się po inercji nazywa się odcinkiem pasywnym. Prędkość lotu rakiety na tym odcinku zmniejsza się.

Jeśli uwzględnić przybliżenia, które zostały przyjęte przy rozpatrywaniu ruchu pocisków artyleryjskich, to układ równań ruchu rakiety niekierowanej mało będzie się różnić od układu równań / 7/.

Różnica polega na tym, że pierwsze równanie zawierać będzie jeszcze siłę ciągu silnika T :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{T}{m} - c\Delta(H) F(v) - g \sin \theta. \quad / 8 /$$

Wchodzący do tego wzoru ciąg silnika

$$T \neq 0 \quad \text{przy } t \leq t_k,$$

$$T = 0 \quad \text{przy } t > t_k,$$

gdzie: t - czas lotu rakiety;

t_k - czas pracy silnika prochowego.

Pozostałe równania układu / 7 / nie ulegają zmianie.

Wszystkie elementy toru lotu rakiet niekierowanych można otrzymać przez rozwiązanie równań różniczkowych / 7 / przy zamianie pierwszego równania układu / 7 / na równanie / 8 /.

Ponieważ odcinek aktywny toru lotu rakiety niekierowanej jest mały w porównaniu z odcinkiem pasywnym /wynosi 300 ÷ 400 m/, to powstała możliwość posługiwania się tabelami balistycznymi pocisków artyleryjskich dla uproszczonego obliczania parametrów toru rakiety niekierowanej.

Jedną z najbardziej rozpowszechnionych metod obliczania jest metoda, przedstawiona przez E.J. Grygoriewa, Metoda ta polega na tym, że raketę niekierowaną zamienia się obliczeniowym pociskiem artyleryjskim, którego tor w pełni pokrywa się z torem lotu rakiety na odcinku pasywnym. Oznacza to, że obliczeniowy pocisk artyleryjski posiada te same charakterystyki balistyczne, co i raketa z wypalonym prochem silnika, a jej prędkość lotu w punkcie k toru /rys. 2/ równa jest pod względem wielkości i kierunku prędkości lotu rakiety w końcu aktywnego odcinka toru, tj. $\bar{v}_{R \max}$.

Całkowicie naturalnym jest to, że prędkość lotu pocisku obliczeniowego będzie większa od maksymalnej prędkości lotu rakiety $v_{R \max}$. Prędkość ta nazywa się względną prędkością obliczeniową i oznaczana jest

symbolem v_0' oraz podawana w charakterystykach każdego typu raket.

W celu wejścia do tabeli W.S. Pugaczowa pierwszy parametr c_H oblicza się dokładnie tak samo, jak dla pocisków artyleryjskich, a przy obliczaniu drugiego parametru zamiast prędkości początkowej v_0 bierze się względną prędkość obliczeniową v_0' . W tym przypadku obliczanie drugiego parametru wykonuje się według następującego wzoru:

$$v_{01}' = v_0' + V_1.$$

Należy zaznaczyć, że takie elementy toru lotu pocisku obliczeniowego, jak prędkość średnia, czas lotu do celu, obniżenie pocisku pod działaniem siły ciężaru nieco różnią się od elementów toru rakiety niekierowanej. Różnice te uwzględnia się przez wprowadzenie odpowiednich poprawek, które posiadają określoną wielkość dla każdego typu raket niekierowanych. Metodyka uproszczonego obliczania niektórych elementów toru lotu raket niekierowanych za pomocą tabel balistycznych przedstawiona jest w zeszycie nr 3.

§ 2. WŁAŚCIWOŚCI RUCHU RAKIET KIEROWANYCH

Jeśli ruch pocisków artyleryjskich i raket niekierowanych oraz ich tory lotu określa się w zasadzie początkowymi warunkami strzelania, to ruch raket kierowanych zależy również i od tego prawa, które przyjęte jest w układzie kierowania do naprowadzania rakiety na cel. Często spotyka się, że układ kierowania zapewnia ruch rakiety według zadanej metody naprowadzania lub według toru zadanego metodą naprowadzania.

Możliwość zmiany parametrów toru podczas lotu rakiety do celu jest podstawową właściwością charakterystyczną dla raket kierowanych.

Zamontowanie na rakięcie układu kierowania zezwoliło na korygowanie toru rakiety w ciągu całego czasu jej lotu do celu. Zapewnia to poważne zwiększenie dokładności trafienia z dużych odległości strzelania, a wobec tego, daje możliwość skutecznie razić cele z odległości, znacznie przekraczających odległości strzelania raketami niekierowanymi i z działek.

Ruch raket kierowanych jest bardziej złożony od ruchu niekierowanych środków rażenia. Między innymi w celu wyboru warunków racjonalnych odpalenia raket kierowanych należy zbadać ich ruch. Takie badania mogą być przeprowadzone za pomocą metod kinematycznych i dynamicznych.

Metody kinematyczne pozwalają wykazać wpływ różnych metod naprowadzania na ruch rakiety: zbadać zgodność ruchu rakiety z prawami przy danej metodzie naprowadzania i w przybliżeniu określić możliwe warunki odpalenia raket. Metody kinematyczne nie uwzględniają sił, działających na raketę, nie uwzględniają właściwości dynamicznych pracy układu kierowania.

Metody dynamiczne pozwalają zbadać proces naprowadzania rakiety na cel z uwzględnieniem sił, działających na raketę, i z uwzględnieniem chociażby w przybliżeniu, dynamiki układu kierowania raketą. Podczas badania dynamiki lotu raket kierowanych można rozwiązać dużą ilość zadań praktycznie ważnych.

Do takich zadań zalicza się:

1. Badanie możliwych torów lotu rakiety kierowanej, odpowiadających danej metodzie naprowadzania.
2. Określenie przyspieszeń normalnych/ przeciążeń/ rakiety i ich zmiany wzdłuż toru.
3. Określenie racjonalnych warunków zastosowania bojowego rakiety kierowanej przy konkretnej metodzie naprowadzania na podstawie znanych charakterystyk lotno-taktycznych rakiety i charakterystyk układu kierowania, niezbędnych dla zapewnienia zadanego zakresu warunków zastosowania bojowego rakiety.
4. Badanie zależności torów i przeciążeń rakiety na torze lotu od metody naprowadzania.
5. Określenie systematycznego błędu naprowadzania, wywołanego właściwościami rakiety i układu kierowania przy braku zaburzeń przypadkowych.
6. Określenie błędu systematycznego i rozrzutu raket przy uwzględnianiu zaburzeń przypadkowych i zakłóceń, działających na raketę i układ kierowania.

7. Badanie wpływu manewrowania celu i sylwetki strzelania na ruch rakiety kierowanej.

8. Określenie parametrów rakiety i układu kierowania, zapewniających największą dokładność naprowadzania przy zadanej strukturze układu kierowania i danym typie zaburzeń przypadkowych.

Zarówno kinematyczne, jak i dynamiczne metody badań wymagają opisu matematycznego procesu naprowadzania raket. Całkowicie zrozumiałym jest, że sam proces naprowadzania jest o wiele bogatszy i pełniejszy, aniżeli jego opis matematyczny, jaki by on nie był dokładny.

Najdokładniej proces naprowadzania rakiety kierowanej opisuje się za pomocą układu równań różniczkowych wyższego rzędu. Całkowanie takiego układu równań stwarza wiele trudności nawet przy wykorzystaniu maszyn liczących.

Jednak w dużej ilości przypadków można otrzymać wyniki zadowalające przy całkowaniu układu równań różniczkowych, które w przybliżeniu opisują ruch rakiety kierowanej. Przybliżony układ równań uwzględnia najbardziej ważne czynniki, od których zależy naprowadzanie rakiety. Całkowanie takiego układu równań zezwala określić przybliżone parametry ruchu rakiety, za pomocą których z dostateczną dla praktyki dokładnością można otrzymać rozwiązanie wyszczególnionych powyżej zadań.

Układ równań różniczkowych ruchu rakiety kierowanej nawet przy maksymalnie możliwych uproszczeniach może być w bardzo rzadkich przypadkach rozwiązany analitycznie. Dlatego zazwyczaj do całkowania takich układów stosuje się przybliżone metody rozwiązywania układu równań różniczkowych i częściej metodyki matematyki maszynowej, tj. modelowanie procesu naprowadzania rakiety na elektronowych maszynach liczących.

W ten sposób, dla badania naprowadzania rakiety kierowanej należy zestawić układ równań różniczkowych ruchu rakiety i rozwiązać go.

Ponieważ ruch rakiety odbywa się w przestrzeni, to układ równań będzie przestrzenny. Jednak w celu uproszczenia można rozpatrywać ruch rakiety oddzielnie w dwóch płaszczyznach, na przykład, w poziomej i pionowej. W tym przypadku również układ równań będzie oddzielny dla płaszczyzny poziomej i pionowej.

Wyniki rozwiązania jednego i drugiego układu można następnie połączyć i otrzyma się rozwiązanie dla ruchu rakiety w przestrzeni.

W większości przypadków podstawowe wnioski z badań ruchu rakiety kierowanej można otrzymać przy rozwiązaniu równań dla jednej jakiegokolwiek płaszczyzny, ponieważ układy równań dla różnych płaszczyzn mało się różnią między sobą. Zasadnicza różnica polega na tym, że przy rozpatrywaniu ruchu rakiety w płaszczyźnie pionowej należy uwzględnić siłę ciężaru rakiety i zmianę gęstości powietrza, a dla płaszczyzny poziomej ciężaru i zmiany można nie uwzględnić.

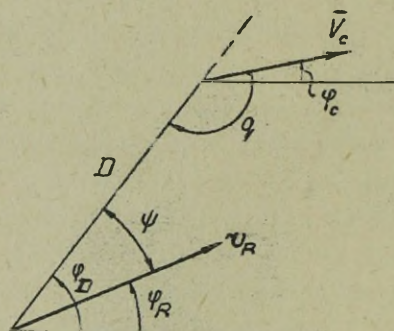
§ 3. KINEMATYKA RAKIET SAMONAPROWADZAJĄCYCH SIĘ

W czasie badania ruchu rakiet kierowanych za pomocą metod kinematycznych nie rozpatruje się działania sił na raketę. Przyjmuje się, że rakiet kierowana dokładnie porusza się po torze, określonym zadaną metodą.

Ruch rakiety kierowanej bez uwzględnienia działania sił może być opisany równaniami kinematycznymi. Ropatrzymy takie równanie dla ruchu rakiety samonaprowadzającej się w płaszczyźnie poziomej.

Równania kinematyczne najczęściej bierze się w biegunowym układzie współrzędnych. Przedstawiają one wyrażenia zależności prędkości zbliżania rakiety do celu i prędkości kątowej obrotu linii odległości od wielkości i wzajemnego położenia katowego wektorów prędkości lotu rakiety i celu, a także od odległości między raketą i celem. Równania te otrzymuje się w sposób stosunkowo prosty po rozpatrzeniu schematu, przedstawionego na rys. 3.

Prędkość zbliżania rakiety do celu lub pochodna odległości w czasie, liczbowo równa jest sumie algebraicznej rzutu prędkości lotu celu i rakiety na linię odległości. Przy zapisie równania należy mieć na uwadze, że rzut prędkości lotu rakiety zmniejsza odległość i należy brać go ze znakiem ujemnym; rzut prędkości lotu celu zwiększa odległość, wobec tego, należy brać go ze znakiem dodatnim.



Rys. 3. Schemat kinematyczny ruchu rakiety samonaprowadzającej się

$$D = V_c \cos(\varphi_D - \varphi_c) - v_R \cos(\varphi_D - \varphi_R). \quad / 9 /$$

- gdzie: D - odległość, odstęp między rakieta i celem;
 V_c - prędkość lotu celu;
 v_R - prędkość lotu rakiety;
 φ_D - kąt między nieruchomą osią współrzędnych i linią odległości;
 φ_c - kąt między nieruchomą osią współrzędnych i wektorem prędkości lotu celu;
 φ_R - kąt między nieruchomą osią współrzędnych i wektorem prędkości lotu rakiety.

Prędkość kątową linii odległości ω_D okresia się następującym równaniem:

$$\omega_D = \dot{\varphi}_D = \frac{1}{D} [v_R \sin(\varphi_D - \varphi_R) - V_c \sin(\varphi_D - \varphi_c)]. \quad / 10 /$$

Przy zestawieniu równania /10/ należy mieć na uwadze, że rzut wektora prędkości lotu rakiety na prostopadłą do linii odległości, przedstawionej na rys. 3, zwiększa kąt

φ_D , dlatego znak przed wyrażeniem $v_R \sin / \varphi_D - \varphi_R /$

powinien być dodatni /plus/. Analogiczny rzut wektora prędkości lotu celu zmniejsza kąt ψ_D i wobec tego, znak przed nim powinien być ujemny / minus/.

Takie podejście do zestawienia równań kinematycznych obowiązkowe jest dla schematów, analogicznych do rys.3.

Równania kinematyczne ruchu rakiety można otrzymać, jeżeli posłużyć się kątami, przyjętymi w teorii strzelania powietrznego, kątem wyprzedzenia ψ i kątem kursowym q / rys.3/. W tym celu należy wykorzystać następujące stosunki:

$$\left. \begin{aligned} q &= 180 - (\psi_D - \psi_c), \\ \psi &= \psi_D - \psi_R. \end{aligned} \right\} \quad /11/$$

Po zamianie odpowiednich kątów przez kąt wyprzedzenia ψ i kąt kursowy q równania kinematyczne / 9/ i /10/ przyjmą postać:

$$\dot{D} = -V_c \cos q - v_R \cos \psi. \quad /12/$$

$$\dot{q} = \frac{1}{D} [V_c \sin q - v_R \sin \psi] + \omega_c, \quad /13/$$

gdzie $\omega_c = \dot{\psi}_c$ - prędkość katowa celu manewrującego.

Równania kinematyczne rakiety samonaprowadzającej się dla tych oznaczeń, które przyjęto w wyrażeniach /9/ i /10/ są wygodne dla kolejnego ich rozwiązania przez elektronową maszynę liczącą, dlatego w dalszych rozważaniach będziemy się posługiwać przeważnie nimi.

Równania kinematyczne /9/ i /10/ przedstawiają sobą układ nie zamknięty, dlatego nie można je rozwiązać. Istotnie, dwa równania kinematyczne /9/ i /10/ zawierają trzy niewiadome: D , ψ_D i ψ_R . Parametry V_c , ψ_c i v_R liczą się jako znane, ponieważ V_c i ψ_c określane są hipotezą o ruchu celu, a prędkość lotu rakiety v_R , jako reguła, zadana jest w charakterze jednej z charakterystyk rakiety kierowanej.

W celu zamknięcia układu równań kinematycznych konieczne jest jeszcze jedno równanie, wiążące niewiadome.

W charakterze takiego równania może służyć równanie związku, charakteryzujące metodę naprowadzania.

Jak wiadomo, każdej metodzie naprowadzania odpowiada dokładnie określone równanie związku, które jednocześnie jest podstawą prawa formowania sygnału sterowania na stery rakiety.

I tak, na przykład, w przyjętych oznaczeniach będą następujące równania związku:

- dla metody pościgu

$$\varphi_D - \varphi_R = 0,$$

- dla metody naprowadzania ze stałym kątem wyprzedzenia

$$\varphi_D - \varphi_R = \psi_{\text{zad}} = \text{const},$$

- dla metody zbliżania równoległego

$$\dot{\varphi}_D = 0,$$

lub równoznaczne jemu

$$\sin(\varphi_D - \varphi_R) = \frac{v_c}{v_R} \sin(\varphi_D - \varphi_c).$$

W ten sposób, równanie związku jest trzecim równaniem układu i służy do określania kąta φ_R , przy którym rakietę leci idealnie dokładnie po torze, określonym przyjętą metodą naprowadzania.

W wyniku rozwiązania układu równań kinematycznych ruchu rakiety samonaprowadzającej się, otrzymujemy wyrażenie, wiążące parametry D , φ_D i φ_R , innymi słowy, otrzymujemy równanie doskonałego toru względnego rakiety we współrzędnych biegunowych.

Jedną z ważnych charakterystyk ruchu rakiety podczas badania kinematycznego jest przeciążenie, doznawane przez raketę w czasie lotu po torze doskonałym. Przeciążenie to, nazywane kinematycznym, zezwala sądzić o jakości metody naprowadzania i często może być obliczone analitycznie, tj. bez stosowania całkowania liczbowego i maszynowych metod rozwiązywania równań różniczkowych. Czym mniejsze przeciążenie kinematyczne, tym lepsza jest metoda naprowadzania. Przeciążenie kinematyczne można także nazwać potrzebnym przy doskonałym ruchu rakiety.

Przeciążenie kinematyczne n_k oblicza się według znanego wzoru z mechaniki:

$$n_k = \frac{\dot{\psi}_R v_R}{g} \quad /14/$$

Rozkład zmiany prędkości v_R na torze jest znany, a pochodna $\dot{\psi}_R$, jest prędkością kątową zwrotu wektora prędkości lotu rakiety, otrzymuje się z równania związku przez zwykłe całkowanie.

Na przykład, otrzymamy wyrażenie przeciążenia kinematycznego rakiety samonaprowadzającej się według metody zbliżania równoległego. Przyjmujemy, że cel manewruje w kierunku i zmienia prędkość lotu.

Równanie związku posiada postać:

$$\sin(\psi_D - \psi_R) = \frac{v_c}{v_R} \sin(\psi_D - \psi_c).$$

Całkujemy to równanie i znajdujemy wyrażenie dla prędkości kątowej $\dot{\psi}_R$

$$\begin{aligned} \cos(\psi_D - \psi_R)(\dot{\psi}_D - \dot{\psi}_R) &= \frac{\dot{v}_c v_R - \bar{v}_R v_c}{v_R^2} \sin(\psi_D - \psi_c) + \\ &+ \frac{v_c}{v_R} \cos(\psi_D - \psi_c)(\dot{\psi}_D - \dot{\psi}_c). \end{aligned}$$

Pamiętając, że dla metody zbliżania równoległego $\dot{\psi}_D = \omega_D = 0$, a wyrażenie $v_c \dot{\psi}_c$ jest przyspieszeniem normalnym celu j_c , to otrzymamy:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_R &= - \frac{\dot{v}_c \sin(\psi_D - \psi_c)}{v_R \cos(\psi_D - \psi_R)} + \frac{\dot{v}_R v_c}{v_R^2} \frac{\sin(\psi_D - \psi_c)}{\cos(\psi_D - \psi_R)} + \\ &+ \frac{j_c}{v_R} \frac{\cos(\psi_D - \psi_c)}{\cos(\psi_D - \psi_R)}. \end{aligned} \quad /15/$$

Jeśli uwzględnić równanie związku dla przekształcenia drugiego członu otrzymanego wyrażenia i podstawić /15/ do /14/, to otrzymamy wyrażenie ostateczne dla przeciążenia kinematycznego rakiety, naprowadzanej według

metody zbliżania równoległego:

$$n_k = \frac{1}{g} \left[\dot{v}_R \operatorname{tg}(\varphi_D - \varphi_R) - \ddot{V}_c \frac{\sin(\varphi_D - \varphi_c)}{\cos(\varphi_D - \varphi_R)} + \right. \\ \left. + j_c \frac{\cos(\varphi_D - \varphi_c)}{\cos(\varphi_D - \varphi_R)} \right]. \quad /16/$$

W sposób analogiczny można otrzymać wyrażenie dla przeciążenia kinematycznego przy naprowadzaniu według metody pościgu, naprowadzania bezpośredniego, ze stałym kątem wyprzedzenia itd.

Na przykład, wyrażenie dla przeciążenia kinematycznego rakiety, naprowadzanej według metody pościgu, posiada następującą postać:

$$n_k = - \frac{V_c v_R}{g D} \sin(\varphi_D - \varphi_c),$$

dla rakiety, naprowadzanej ze stałym kątem wyprzedzenia

$$n_k = \frac{v_R}{g D} \left[v_R \sin \varphi_{\text{zad}} - V_c \sin(\varphi_D - \varphi_c) \right].$$

Ponieważ metodę zbliżania równoległego praktycznie spotyka się najczęściej, to rozpatrzmy dokładnie wielkość i charakter zmiany przeciążenia przy tej metodzie.

Pierwszy składnik wyrażenia /16/ uwzględnia wpływ przyspieszenia liniowego rakiety na przeciążenie. Szczególnie duża jest ta składowa na odcinku aktywnym lotu rakiety, gdy przyspieszenie liniowe osiąga wielkość $\dot{v}_R = 200 \div 250 \text{ m/sek}^2$.

Bardzo często przy dużych sylwetkach strzelania przeciążenie kinematyczne, uwarunkowane zmianą prędkości lotu rakiety na odcinku aktywnym, okazuje się o wiele większe od tego przeciążenia, które rakieta może posiadać w warunkach konkretnych przy maksymalnie wychylonych sterach, tj. większe od przeciążenia rozporządzalnego rakiety.

Na odcinku pasywnym toru przyspieszenie liniowe rakiety nie jest duże, a wobec tego, pierwszy składnik wyrażenia /16 / posiada małą wartość.

Tym samym, najtrudniejszym odcinkiem toru lotu rakiety, naprowadzanej według metody zbliżania równoległego jest odcinek lotu aktywnego. Aby zapobiec zerwaniu naprowadzania w czasie pracy silnika odrzutowego rakiety, wprowadza się odcinek lotu autonomicznego, który rozpoczyna się z chwilą odpalenia. W czasie lotu autonomicznego głowica rakiety nadąża za celem, lecz sygnały na stery wypracowuje się bądź od urządzenia programowego, bądź na stery w ogóle nie podaje się żadnego sygnału, a rakieta leci jako niekierowana. W wyniku tego, przeciążenie kinematyczne rakiety na odcinku lotu autonomicznego albo zmniejsza się, albo równe jest zeru. Po zakończeniu lotu autonomicznego kierowanie sterami rozpoczyna się odpowiednio z metodą zbliżania równoległego.

Odcinek lotu autonomicznego w najlepszym wypadku powinien być równy odcinkowi lotu aktywnego, jednak może być nieco mniejszy. W jednym i w drugim przypadku przy strzelaniu pod dużymi sylwetkami należy dokładnie dobierać kąt wyprzedzenia rakiety tak, aby do momentu zakończenia lotu autonomicznego rakieta wyszła na tor zbliżania równoległego.

Dla rakiet, naprowadzanych z wąskiego sektora tylnej półsfery, pierwszy człon wyrażenia /16/ jest mały ze względu na małe wyprzedzenie $\psi = \psi_D - \psi_R$. Odpalenie takich rakiet, nawet bez wyprzedzenia daje dobre wyniki. Przykładem tego może być rakieta typu R - 3s.

Drugi człon prawej części wyrażenia /16/ charakteryzuje zmianę przeciążenia kinematycznego rakiety w zależności od zmiany prędkości liniowej celu \dot{V}_c . Przyspieszenie liniowe dla współczesnych samolotów waha się w przybliżeniu w następujących granicach: dla samolotów bombowych - do $1,5 \text{ m/sek}^2$, dla samolotów myśliwskich - do 5 m/sek^2 . Stosunek $\frac{\sin(\psi_D - \psi_c)}{\cos(\psi_D - \psi_R)}$ dla praktycznych warunków strzelania jest nieco większy od jedności. W wyniku tego otrzymuje się, że potrzebne przeciążenie rakiety, które ona powinna wytworzyć dla kompensacji manewru celu za pomocą prędkości lotu, jest małe i nie wywiera istotnego wpływu na lot rakiety przy strzelaniu pod dowolnymi sylwetkami.

Trzeci człon wyrażenia /16/ charakteryzuje wpływ manewru celu w kierunku na przeciążenie kinematyczne rakiety. Stosunek $\frac{\cos(\psi_D - \psi_C)}{\cos(\psi_D - \psi_R)}$ równy jest jedności przy strzelaniu pod sylwetką 0/4 i zmniejsza się do zera ze zwiększeniem sylwetki do 4/4. W wyniku tego przy strzelaniu rakieta, naprowadzana według metody zbliżania równoległego, przeciążenie rakiety niezbędne dla kompensacji manewru celu w kierunku, nie przewyższa przeciążenia celu manewrującego.

Tym samym, rakiety, naprowadzane według metody zbliżenia równoległego i posiadające odcinek lotu autonomicznego, posiadają stosunkowo nieduże przeciążenia kinematyczne, niezbędne dla ruchu po torze doskonałym/ teoretycznym/. Przeciążenie to jest mniejsze, aniżeli dla rakiet kierowanych według metody pościgu, naprowadzania bezpośredniego i innych.

Przeciążenie kinematyczne rakiety kierowanej może być potrzebne w celu określenia możliwych warunków zastosowania bojowego rakiety. Idea polega na tym, że należy znaleźć takie warunki odpalenia, przy których potrzebne przeciążenie rakiety na torze nie będzie mniejsze od przeciążenia rozporządzalnego rakiety w zadanych warunkach.

Ponieważ w locie doskonałym na rakieta działają różnego rodzaju zaburzenia przypadkowe, które prowadzą do odchylenia jej od toru doskonałego, to w praktyce podczas badań kinematycznych przeciążenie potrzebne bierze się większe od kinematycznego o wielkość przeciążenia, niezbędnego dla kompensacji oddziaływań przypadkowych. Przeciążenie potrzebne rakiety oblicza się według następującego wzoru:

$$n_p = n_k + n_f,$$

gdzie: n_f - część przeciążenia potrzebnego, przeznaczona na likwidację przypadkowych odchylenia fluktuacyjnych rakiety od toru doskonałego. Wielkość n_f zazwyczaj przyjmuje się z doświadczenia konkretnego dla każdego typu rakiet. Na przykład, przyjmuje się, że dla rakiet samonaprowadzających się należy przyjmować $n_f = 0,3n_p$.

§ 4. KINEMATYKA RAKIET, KIEROWANYCH ZA POMOCĄ
WIAZKI PROWADZACEJ

Dla rakiety, kierowanej za pomocą wiązki prowadzącej, również można zestawić równanie kinematyczne ruchu, które zamyka się równaniem związku, charakteryzującym metodę trzech punktów. Zasadnicza różnica równań kinematycznych ruchu rakiety, kierowanej za pomocą wiązki prowadzącej od równań ruchu rakiety samonaprowadzającej się polega na tym, że równanie ruchu rakiety samonaprowadzającej się wyrażają prosty związek rakiety z celem, a równania ruchu rakiety, kierowanej za pomocą wiązki prowadzącej charakteryzują związek rakiety z celem poprzez samolot myśliwski, który odpalił raketę.

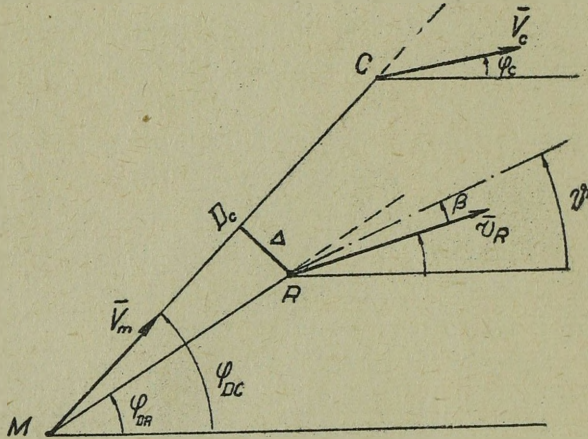
Ze względu na to układ równań kinematycznych ruchu rakiety, kierowanej za pomocą wiązki prowadzącej zawiera równania, opisujące ruch samolotu myśliwskiego.

Dostatecznie pełny opis ruchu samolotu myśliwskiego utrudniony jest tym, że w kierowaniu samolotem bierze udział człowiek, którego działania w obecnym czasie nie można opisać matematycznie. Przy przybliżonych badaniach zazwyczaj zamienia się realny ruch samolotu myśliwskiego ruchem doskonałym, tj. uważa się, że pilot po odpaleniu rakiety pilotuje samolot bezbłędnie odpowiednio do zadanej metody.

Tak więc, przy stosowaniu rakiety typu RS- 2u przyjmuje się, że samolot myśliwski po odpaleniu porusza się idealnie dokładnie według metody pościgu, tj, wektor prędkości lotu samolotu myśliwskiego skierowany jest cały czas na cel. Przy takim założeniu ruch samolotu myśliwskiego może być opisany równaniami kinematycznymi, które odpowiednio z rys. 4 dla płaszczyzny poziomej będą posiadały następującą postać:

$$\left. \begin{aligned} \dot{D}_c &= V_c \cos(\varphi_{Dc} - \varphi_c) - V_c, \\ \dot{\varphi}_{Dc} &= - \frac{V_c}{D_c} \sin(\varphi_{Dc} - \varphi_c). \end{aligned} \right\}$$

Zasada znaków jest taka sama, jak przy zestawianiu równań kinematycznych ruchu rakiety samonaprowadzającej się.



Rys.4. Schemat kinematyczny naprowadzania rakiety telekierowanej

Równania kinematyczne rakiety, kierowanej za pomocą wiązki prowadzącej w płaszczyźnie poziomej analogiczne są do równań rakiety samonaprowadzającej się, tylko wyrażają one związek nie rakiety z celem, lecz rakiety z samolotem myśliwskim:

$$\left. \begin{aligned} \dot{D}_R &= v_R \cos(\psi_{DR} - \psi_R) - V_m \cos(\psi_{DR} - \psi_{Dc}), \\ \dot{\psi}_{DR} &= \frac{1}{D_R} [V_m \sin(\psi_{DR} - \psi_{Dc}) - v_R \sin(\psi_{DR} - \psi_R)]. \end{aligned} \right\} \quad /18/$$

Ogólny układ równań, zawierający wyrażenia /17/ i /18/, zamyka się równaniem związku metody trzech punktów, które otrzymuje się z warunku

$$\psi_{DR} = \dot{\psi}_D, \quad \text{przy} \quad \psi_{DR} = \psi_{Dc}$$

i posiada postać:

$$\sin(\psi_{DR} - \psi_R) = \frac{V_c}{v_R} \cdot \frac{D_R}{D_c} \sin(\psi_{Dc} - \psi_c). \quad /19/$$

Jeśli posłużyć się równaniem związku /19/, to można określić przeciążenie kinematyczne rakiety, kierowanej za pomocą wiązki prowadzącej. W tym celu należy zróżniczkować część prawą i lewą wyrażenia /19/, rozstrzygnąć względem $\dot{\psi}_R$ i posłużyć się wzorem /14/.

Tak samo, jak dla rakiet samonaprowadzających się, przeciążenie kinematyczne może być wykorzystane do określenia możliwych warunków zastosowania bojowego rakiet, kierowanych za pomocą wiązki prowadzącej. Przy rozwiązywaniu tego zadania należy znaleźć takie odległości i sylwetki, z których przy odpaleniu przeciążenie potrzebne na torze byłoby nie większe od rozporządzalnego. Po uwzględnieniu zaburzeń przypadkowych, działających na raketę w locie, przeciążenie potrzebne określa się tak samo, jak dla rakiet samonaprowadzających się, tylko wielkość przeciążenia, przeznaczonego na kompensację wpływu zaburzeń przypadkowych, dla rakiet, kierowanych za pomocą wiązki prowadzącej, w praktyce przyjmuje się $n_{\zeta} = 0,7 n_{\zeta p}$.

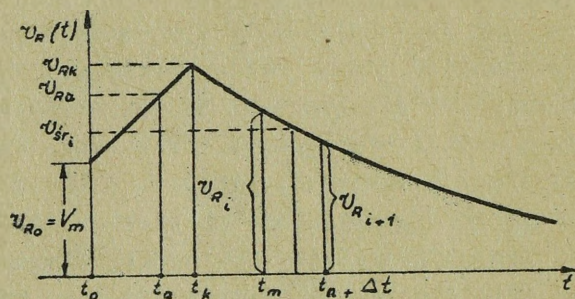
§ 5. GRAFICZNA BUDOWA TORU RAKIET KIEROWANYCH

Jak było podane powyżej, tor doskonałego ruchu rakiety kierowanej można otrzymać przez rozwiązanie układu równań kinematycznych. Jednak istnieje mniej pracochłonna i możliwa do przyjęcia, z punktu widzenia dokładności, metoda - metoda budowy graficznej toru rakiet kierowanych. Metoda ta jest przybliżoną metodą całkowania graficznego układu równań różniczkowych.

W celu zbudowania torów, należy znać funkcję prędkości lotu rakiety w czasie $v_R(t)$, która może być podana bądź wykresem /rys. 5/, bądź tabelą. Najwygodniej jednak tor lotu rakiet kierowanych budować w bezwzględnym układzie współrzędnych, tj. względem powietrza.

Rozpatrzmy kolejno metodykę budowy toru rakiet samonaprowadzających się i telekierowanych.

TOR LOTU RAKIETY SAMONAPROWADZAJĄCEJ SIĘ. Przed przystąpieniem do budowy graficznej toru lotu rakiety samonaprowadzającej się, należy przyjąć dane wyjściowe,



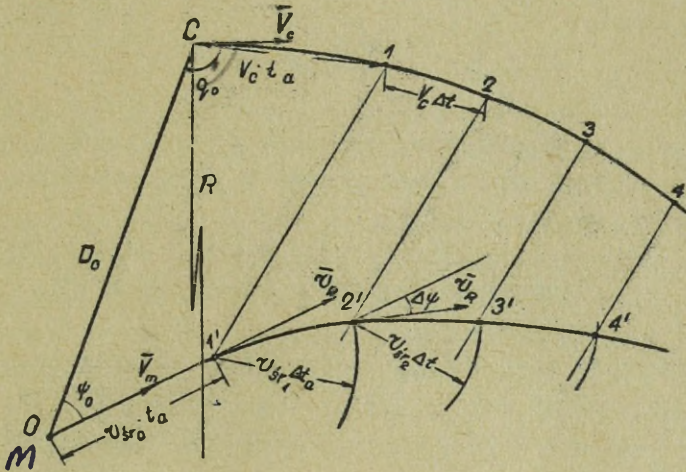
Rys.5. Wykres prędkości lotu rakiety kierowanej

które zawierają:

- hipotezę o ruchu celu;
- metodę naprowadzania rakiety;
- kolejność celowania i odpalenia rakiety;
- wielkość odcinka lotu autonomicznego;
- rozkład zmiany prędkości lotu rakiety w czasie $v_R(t)$;
- początkowy kąt kursowy q_0 i odległość początkową D_0 , itd.

Na przykład, trzeba zbudować tor lotu rakiety, naprowadzanej według metody zbliżania równoległego, przy odpaleniu rakiety z początkowym kątem wyprzedzenia ψ_0 . Rakietę posiada odcinek lotu autonomicznego o długotrwałości t_a . Odległość początkowa D_0 , początkowy kąt kursowy q_0 , zadany rozkład zmiany prędkości rakiety $v_R(t)$. Cel posiada stałą pod względem wielkości prędkość V_c i manewruje w stronę rakiety z przeciążeniem stałym n_c . Odpalenie rakiety następuje na wysokości lotu celu, wobec tego, tor rakiety leży w płaszczyźnie poziomej.

Kolejność budowy toru jest następująca:



rys.6. Schemat budowy toru zbliżania równoległego przy odpaleniu rakiety z $\psi = \psi_0$

1. W określonej skali buduje się schemat wzajemnego położenia celu i samolotu strzelającego w momencie odpalenia rakiety / na podstawie zadanych D_0 , q_0 i ψ_0 /rys. 6/.

2. Na podstawie hipotezy o ruchu celu buduje się tor jego ruchu. Ponieważ cel manewruje z przeciążeniem stałym, to tor jego będzie łukiem okręgu o promieniu

$$R = \frac{V_c^2}{g \sqrt{n_c^2 - 1}} \quad /20/$$

promień celu

3. Określa się położenie celu i rakiety po upływie czasu lotu autonomicznego rakiety / punkty 1 - 1', rys.6/. Odległość, przebyta przez cel po łuku okręgu za czas t_a będzie równa $V_c t_a$. Ponieważ krzywizna toru lotu celu i czas t_a nie są duże, to odległość $V_c t_a$ można praktycznie odłożyć na cięciwie. Odległość, przebyta przez raketę za czas t_a , będzie równa $u_{sr_0} t_a$. Kierunek

lotu rakiety określa się kątem ψ_0 do linii odległości początkowej. Prędkość średnia rakiety na odcinku lotu autonomicznego może być obliczona, jako średnia arytmetyczna według wzoru

$$v_{\text{sr}_0} = \frac{v_{R_0} + v_{R_a}}{2},$$

gdzie: v_{R_0} - prędkość lotu rakiety w momencie odpalenia, równa jest prędkości lotu samolotu myśliwskiego V_m ;

v_{R_a} - prędkość lotu rakiety w końcu odcinka lotu autonomicznego, tj. w momencie $t = t_a$
/rys. 5/.

4. Przyjmuje się odstęp czasowy Δt i określa położenie celu po upływie Δt , $2\Delta t$, $3\Delta t$ itd./punkty 2, 3, 4, ..., rys. 6/. Praktycznie należy przyjmować wielkość $\Delta t = 0,5 + 1$ sek.

5. Ponieważ raketę naprowadza się według metody zbliżania równoległego, to po zakończeniu lotu autonomicznego linia odległości będzie się przemieszczać równolegle do odległości D_a /prosta 1 - 1'/. Z punktów 2, 3, 4 ... w stronę rakiety przeprowadza się proste równoległe.

6. Promieniem $v_{sr_1} \Delta t$ z punktu 1' przeprowadza się łuk okręgu do przecięcia z najbliższą linią równoległą, przeprowadzoną z punktu 2 i znajduje się punkt 2'/. W sposób analogiczny znajduje się punkty 3', 4' itd. Prędkość średnią rakiety dla każdego odcinka określa się, jako średnią arytmetyczną według wzoru /rys. 5 /:

$$v_{\text{sr}_i} = \frac{v_{R_i} + v_{R_{i+1}}}{2}$$

7. Przez połączenie punktów 1', 2', 3' itd. płyną krzywą otrzymujemy tor rakiety.

Za pomocą rozpatrzonej metody budowy toru można również określić takie parametry, jak kąt i prędkość spotkania rakiety z celem, czas lotu rakiety do celu, prędkość rakiety przy celu, przeciążenie rakiety na torze.

Dla określenia przeciążenia rakiety w dowolnym punkcie toru należy na rysunku zmierzyć kąt, o który

przekreśli się wektor prędkości lotu rakiety za czas Δt /kąt $\Delta \psi$, rys. 6/. Wówczas prędkość kątową wektora prędkości lotu rakiety $\omega_R = \dot{\psi}_R$ określi się według następującego wzoru przybliżonego:

$$\omega_R = \dot{\psi}_R \approx \frac{\Delta \psi}{\Delta \tau}.$$

Posługując się otrzymanym wyrażeniem i wzorem /14/, można obliczyć wielkość przeciążenia kinematycznego rakiety.

Niektóre właściwości mają miejsce przy budowie toru rakiety, naprowadzanej według metody zbliżania równoległego /proporcjonalnego/, przy odpaleniu rakiety z kątem wyprzedzenia, równym zeru / na przykład, rakiety typu R - 3s/.

Po zakończeniu odcinka lotu autonomicznego taka rakietka w ciągu pewnego czasu samoczynnie zwiększa kąt wyprzedzenia do wielkości, niezbędnej dla zbliżania po torze zbliżania równoległego. Prędkość zwrotu wektora prędkości lotu rakiety przy budowie kąta wyprzedzenia określa się równaniem związku metody zbliżania równoległego:

$$\omega_R = K \omega_{\eta}, \quad / 21/$$

gdzie: K - stały współczynnik / dla rakiety R- 3s $K = 3/$:

ω_{η} - prędkość kątową zwrotu linii odległości.

Jednak rakietka posiada ograniczone możliwości pod względem przeciążenia, dlatego wielkość prędkości kątowej ω_R nie może być większa od wartości, określanej za pomocą wzoru:

$$\omega_R^* = \dot{\psi}_R^* = g \frac{n_R^*}{v_R},$$

gdzie n_R^* - przeciążenie rozporządzalne rakiety w konkretnych warunkach.

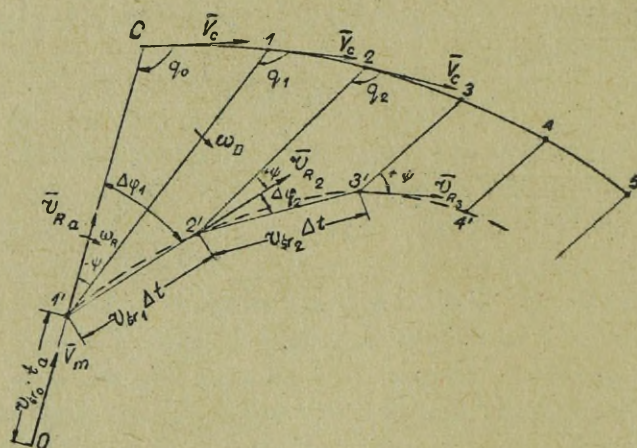
W danym przypadku budowę toru lotu dokonuje się w sposób następujący:

1. Odcinek lotu autonomicznego buduje się tak samo, jak zostało omówione powyżej i pokazano na rys. 7.

2. Dla punktu 1' określa się wartość ω_{η} według wzoru:

$$\omega_{\eta} = \frac{1}{\eta} [V_c \sin \alpha - v_R \sin \psi].$$

Przy czym kąty, odległość i prędkości lotu bierze się odpowiednio dla celu w punkcie 1 i dla rakiety w punkcie 1'.



Rys.7. Schemat budowy toru zbliżenia równoległego przy odpaleniu z $\psi = 0$

3. Według wzoru /21/ określa się ω_R . Jeśli okaże się, że wielkość $\omega_R > \omega_R^*$, to do obliczeń należy wziąć ω_R^* .

4. Według wzoru

$$\Delta\varphi = \frac{\omega_R \Delta t}{2}$$

określa się średnie nachylenie toru lotu rakiety za czas Δt . Kąt $\Delta\varphi_1$ buduje się poczynając od wektora prędkości lotu rakiety w stronę ruchu celu /rys.7/ i na otrzymanej prostej odkłada się odległość, przebytą przez rakiety za czas Δt , tj. wielkość $v_{sr1} \Delta t$. W ten sposób otrzymuje się punkt 2'.

5. W sposób analogiczny znajduje się punkty 3', 4' itd, do tych pór, póki wielkość ω_R , obliczona w każdym punkcie, nie będzie równa zero. Dalszą budowę toru przeprowadza się w ten sam sposób, jak podane było powyżej /rys. 6/

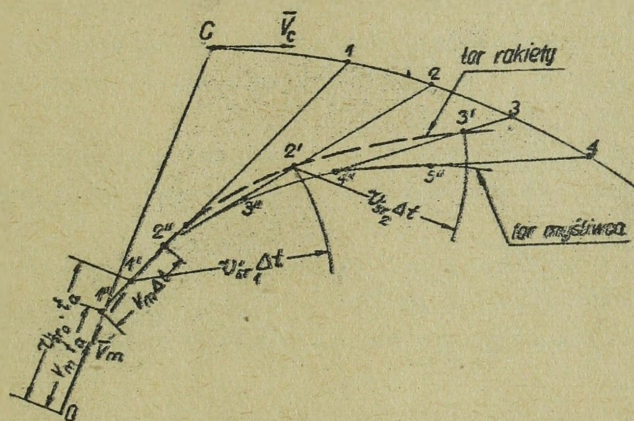
TOR LOTU RAKIETY, KIEROWANEJ ZA POMOCĄ WIĄZKI PROWADZACEJ. W czasie graficznej budowy toru lotu rakiety, kierowanej za pomocą wiązki prowadzącej, należy przyjąć takie same dane wyjściowe, jak i podczas budowy toru lotu rakiety, samonaprowadzającej się, i dodatkowo

przyjąć jaką bądź hipotezę o ruchu samolotu myśliwskiego po odpaleniu rakiety.

Na przykład, trzeba zbudować tor lotu rakiety telekierowanej, naprowadzanej według metody trzech punktów, jeżeli cel manewruje ze stałym przeciążeniem w stronę rakiety, a samolot myśliwski po odpaleniu porusza się według metody pościgu.

Kolejność budowy toru jest następująca:

1. W przyjętej skali buduje się schemat wzajemnego położenia celu i samolotu myśliwskiego w momencie odpalenia rakiety.



Rys.8. Schemat budowy toru lotu rakiety telekierowanej.

2. Według hipotezy o ruchu celu buduje się tor lotu celu, jako łuk okręgu, którego promień określa się na podstawie wzoru $\frac{V_c}{20}$. Na torze celu zaznacza się punkty 1, 2, 3 itd. /rys. 8/.

Przy czym odległość $C1 = V_c t_a$, a odległości między pozostałymi punktami są jednakowe i równe iloczynowi $V_c \Delta t$.

3. Na podstawie hipotezy o ruchu samolotu myśliwskiego buduje się jego tor. W końcu odcinka autonomicznego lotu rakiety samolot myśliwski będzie się znajdował w punkcie 1' /rys. 8/, który leży na linii odległości początkowej w oddaleniu $V_m t_a$ od punktu 0. Po upływie czasu Δt samolot

myśliwski znajdzie się w punkcie 2", który leży na linii odległości 1" - 1 i w oddaleniu od punktu 1" w odległości $V_m \Delta t$. Po upływie Δt samolot myśliwski będzie w punkcie 3", leżącym na prostej 2 - 2" i oddaleniu $V_m \Delta t$ od punktu 2" itd.

Krzywa, łącząca punkty 0, 1", 2", 3", będzie przedstawiać sobą tor lotu samolotu myśliwskiego.

4. Określa się odległości, przebyte przez raketę za czas t_a i Δt . W tym celu znajduje się prędkości średnie rakiety na każdym odcinku toru, a następnie wartościami cyrkla, równymi $v_{sr_0} t_a$ i $v_{sr_i} \Delta t$, znajduje się punkty 1', 2', 3', ... /rys. 8/. Należy tylko pamiętać, że rakietą naprowadzana jest według metody trzech punktów, i wobec tego, punkt 1' będzie się znajdował na prostej 1-1", punkt 2' - na prostej 2 - 2" itd.

Tor lotu rakiety, kierowanej za pomocą wiązki prowadzącej otrzymuje się przez połączenie płynną krzywą punktów 0, 1', 2', 3'

Dokładnie tak samo, jak dla raket samonaprowadzających się, po zbudowaniu toru lotu rakiety telekierowanej można określić przeciążenie kinematyczne w dowolnym punkcie toru.

§ 6. DYNAMIKA RAKIET SAMONAPROWADZAJĄCYCH SIĘ

Aby bardziej dokładnie zbadać proces naprowadzania rakiety, należy rozpatrzyć dynamikę jej lotu. Kierowanie rakiety na torze odbywa się w sposób poniższy.

Przy odchyleniu rakiety od toru doskonałego układ kierowania wypracowuje sygnał, za pomocą którego formuje się sygnał na stery. Stery wychylają się i tworzą moment, który skręca raketę względem środka ciężkości o kąt natarcia, którego wielkość zmienna jest w czasie i zależy od kąta wychylenia sterów, aerodynamiki i bezwładności rakiety. Podczas lotu rakiety z kątem natarcia powstaje siła sterująca, która zmienia kierunek wektora prędkości rakiety /tj. kąt ψ_R /, w wyniku czego tor lotu zbliża się do doskonałego dla konkretnego położenia rakiety i celu.

Dynamika lotu rakiety kierowanej opisywana jest równaniami różniczkowymi ruchu środka ciężkości rakiety, ruchu wokół środka ciężkości i równaniem pracy układu kierowania.

1. RÓWNANIE RUCHU ŚRODKA CIĘŻKOŚCI RAKIETY

Ponieważ ruch rakiety rozpatruje się w jednej płaszczyźnie, tj. środek ciężkości rakiety posiada dwa stopnie swobody, to będą dwa równania ruchu środka ciężkości rakiety.

Posłużymy się drugim prawem Newtona i zapiszemy to równanie. Równanie ruchu środka ciężkości rakiety względem osi x / rys. 9 /, pokrywającej się z wektorem prędkości lotu rakiety, będzie miało następującą postać:

$$\frac{G}{g} \frac{dv_R}{dt} = T \cos \beta - Q, \quad /22/$$

- gdzie: G - ciężar rakiety;
 g - przyspieszenie siły ciężkości;
 T - ciąg silnika odrzutowego;
 β - kąt natarcia w płaszczyźnie poziomej/kąt ślizgu/;
 Q - siła oporu czołowego rakiety.

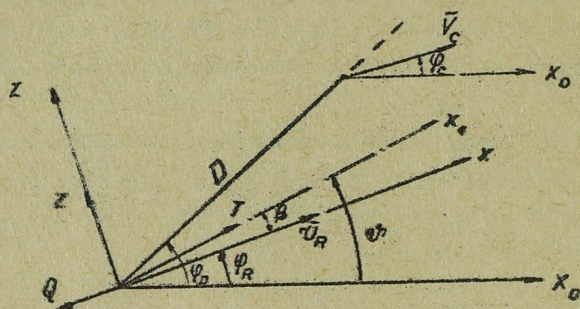
Siłę oporu czołowego przeważnie przedstawia się następującym wzorem:

$$Q = c_x \frac{\rho v_R^2}{2} S, \quad /23/$$

- gdzie: c_x - współczynnik oporu czołowego, zależny od kształtu aerodynamicznego rakiety, liczby M , kątów natarcia, ślizgu i wychylenia steru δ ;
 ρ - gęstość masowa powietrza;
 S - powierzchnia charakterystyczna, względem której zadany jest współczynnik c_x /płaszczyzna skrzydeł, płaszczyzna przekroju poprzecznego itd./

Po podstawieniu wzoru / 23/ do /22/ i dokonaniu nieskomplikowanych przekształceń otrzymamy

$$\dot{v}_R = \frac{g}{G} T \cos \beta - c_x \frac{\rho v_R^2}{2G} S g. \quad /24/$$



Rys.9. Schemat działania sił na raketę kierowaną

Równanie ruchu środka ciężkości rakiety względem osi z , prostopadłej do wektora prędkości lotu rakiety, posiadać będzie postać:

$$\frac{G}{g} j_n = T \sin \beta + Z, \quad / 25/$$

gdzie: j_n - przyspieszenie normalne rakiety, które określa się według wzoru:

$$j_n = v_R \dot{\psi}_R, \quad / 26/$$

Z - siła sterująca rakiety w płaszczyźnie poziomej.

Siła sterująca w aerodynamice zazwyczaj przedstawiona jest wzorem:

$$Z = c_z \frac{\rho v_R^2}{2} S, \quad / 27/$$

gdzie: c_z - współczynnik siły sterującej, zależny od kształtu aerodynamicznego rakiety, liczby M , kąta ślizgu β i kąta wychylenia steru δ .

Przyjmuje się, że dla strefy zmiany kątów ślizgu i wychylenia steru przy doskonałym locie rakiety współczynnik c_z zależy liniowo od β i δ . W tym wypadku dla rakiety symetrycznej osiowo prawdziwy jest zapis

$$c_z = c_z^{\beta} \beta + c_z^{\delta} \delta, \quad /28/$$

gdzie: c_z^β - pochodna współczynnika c_z według β ;
 c_z^δ - pochodna współczynnika c_z według δ .

Jeżeli uwzględnić wyrażenia / 26 /, /27/ i /28/, i przyjąć $\sin \beta \approx \beta$, ze względu na nieduży kąt β . to wyrażenie /25/ przekształci się do następującej postaci:

$$\dot{\psi}_R = T \frac{g}{G v_R} \beta + c_z^\beta \frac{g v_R^2}{2G} \frac{g S}{v_R} \beta + c_z^\delta \frac{g v_R^2}{2G} \frac{g S}{v_R} \delta$$

lub

$$\dot{\psi}_R = A_\beta \beta + A_\delta \delta,$$

/29/

gdzie

$$A_\beta = T \frac{g}{G v_R} + c_z^\beta \frac{g v_R^2}{2G} \frac{g S}{v_R},$$

/30/

$$A_\delta = c_z^\delta \frac{g v_R^2}{2G} \frac{g S}{v_R}.$$

/31/

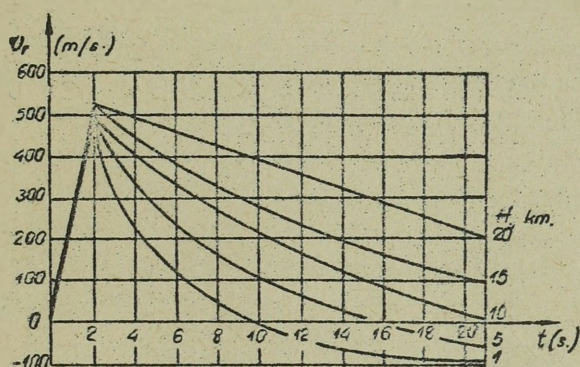
W ten sposób, równania /24 / i /25/ są równaniami ruchu środka ciężkości rakiety w płaszczyźnie poziomej.

Należy zaznaczyć, że przy znanej zależności kątów β i δ od czasu, równanie /24/ można rozwiązać oddzielnie od pozostałych równań układu. Wpływ tych kątów na prędkość rakiety praktycznie jest mały, ponieważ małe są same kąty β i δ . Podczas całkowania równania /24/ β i δ można przyjmować jako wartości średnie.

Zasadniczy wpływ na prędkość lotu rakiety wywiera ciąg silnika i gęstość powietrza. Ciąg silnika działa stosunkowo krótki odstęp czasu i można przyjąć, że zależy on tylko od temperatury ładunku prochowego. Natomiast temperatura ładunku prochowego ze względu na krótkotrwałość lotu bojowego samolotu myśliwskiego pozostaje w przybliżeniu stałą, wobec tego, ciąg silnika można przyjąć za stały dla wszystkich wysokości.

Zasadniczy odcinek lotu rakiety znajduje się tylko w warunkach działania siły oporu czołowego. Gęstość powietrza stopniowo zmienia się ze zmianą wysokości, tak więc dla pewnego zakresu wysokości, może być ona przyjęta jako stała wartość średnia.

Na rys. 11 w charakterze przykładu dla rakiety R-31s podane są zależności $v_r(t)$ dla różnych wysokości.



Rys. 11. Wykres względnych prędkości lotu rakiety

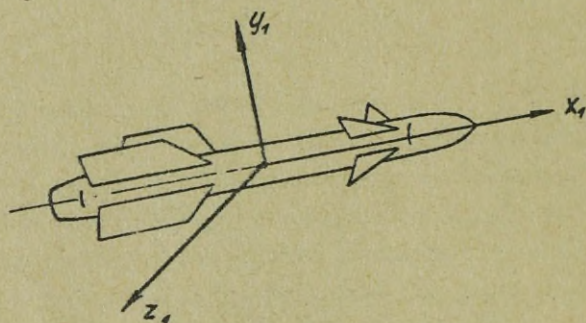
Przy wykorzystywaniu wykresów względnych prędkości lotu rakiety należy mieć na uwadze, że każda krzywa otrzymana została dla typowej prędkości lotu samolotu myśliwskiego i podanych wysokościach na wykresie. W tym przypadku wzór

$$v_r(t) = v_R(t) - V_m,$$

jest prawdziwy dla prędkości lotu samolotu myśliwskiego, zbliżonych do typowych i błędnym było by przyjmowanie $v_r(t)$ jako prędkości lotu rakiety przy strzelaniu ze stanowiska nieruchomego.

2. RÓWNANIE RUCHU RAKIETY WOKÓŁ ŚRODKA CIĘŻKOŚCI

Równanie dynamiczne ruchu rakiety wokół środka ciężkości w płaszczyźnie poziomej zapiszemy względem układu współrzędnych, którego początek umieszczono w środku ciężkości rakiety, a osie pokrywają się z podłużną i poprzeczną osią rakiety /rys. 12/.



Rys.12. Zespolony układ współrzędnych

Z reguły, rakiety kierowane posiadają układ stabilizacji poprzecznej, który pracuje wystarczająco dokładnie. Ze względu na to, przechył rakiety γ za czas jej lotu mało się zmienia i równanie ruchu wokół osi x_1 będzie bardzo proste:

$$\omega_{x_1} = \dot{\gamma} \approx 0, \quad /32/$$

gdzie: ω_{x_1} - prędkość kątowna obrotu rakiety względem osi /rys. 12/.

Równanie /32/ nie jest związane z pozostałymi równaniami układu i w dalszej części materiału nie będzie rozpatrywane.

Równanie ruchu rakiety wokół osi y_1 otrzymamy za pomocą równania Eulera:

$$I_{yy} \omega_{y_1} - (I_{xx} - I_{zz}) \omega_{x_1} \omega_{z_1} = M_{y_1}, \quad /33/$$

gdzie: I_{yy} , I_{xx} , I_{zz} - momenty bezwładności rakiety względem odpowiednich osi;

ω_{y_1} , ω_{x_1} , ω_{z_1} - prędkości kątowne obrotu rakiety względem odpowiednich osi;

M_{y_1} - moment, obracający rakieta względem osi y_1 .

Jeżeli uwzględnić, że dla rakiety z układem stabilizacji poprzecznej $\omega_{x_1} \approx 0$, to zamiast równania /33/, otrzymamy równanie prostsze:

$$I_{y_1} \dot{\omega}_{y_1} = M_{y_1} \quad /34/$$

Moment M_{y_1} przedstawia sobą sumę momentu aerodynamicznego i momentu, powstającego od siły ciągu silnika rakiety. Przeważnie silnik montuje się w ten sposób, aby moment od siły ciągu był równy zeru. Momentu powstającego ze względu na niedokładność zamontowania silnika można nie brać pod uwagę. Tak więc, na raketę w locie praktycznie działa tylko moment aerodynamiczny, którego wyrażenie posiada postać:

$$M_{y_1} = m_{y_1} \frac{\rho v_R^2}{2} S b_a \quad /35/$$

gdzie: m_{y_1} - współczynnik momentu aerodynamicznego;
 b_a - typowy wymiar liniowy rakiety, najczęściej średnia aerodynamiczna cięciwa skrzydła.

Moment aerodynamiczny powstaje na skutek różnych przyczyn, na przykład, ze względu na wychylenie sterów, nie pokrycie się środka ciężkości rakiety z punktem przyłożenia sumarycznej siły aerodynamicznej, wpływ sterów i skrzydeł na opływający strumień powietrza, który nieco zmienia swoje położenie i opływa różne części rakiety pod kilkoma różnymi kątami/ skos strumienia/. Przy powstawaniu prędkości kątowej rakiety względem jakiegokolwiek osi powstaje moment tłumiący, który przeciwdziała obrotowi itd.

Dla rakiety układu "kaczka" przyjmuje się, że w zakresie zmiany parametrów lotu doskonałego rakiety współczynnik momentu aerodynamicznego jest funkcją liniową tylko kąta wychylenia steru δ , kąta natarcia/ślizgu/ β i prędkości kątowej obrotu rakiety względem osi poprzecznej. W wyniku tego współczynnik momentu aerodynamicznego można przedstawić w następującej postaci:

$$m_{y1} = m_{y1}^{\delta} \delta + m_{y1}^{\beta} \beta + m_{y1}^{\dot{\omega}_y} \omega_{y1} \frac{b_a}{v_R}, \quad /36/$$

gdzie:

$$\bar{\omega}_{y1} = \omega_{y1} \frac{b_a}{v_R}$$

m_{y1}^{δ} , m_{y1}^{β} , $m_{y1}^{\bar{\omega}_y}$ - pochodne współczynnika aerodynamicznego według δ , β , $\bar{\omega}_{y1}$.

Po uwzględnieniu wyrażen /35/ i /36/ oraz dokonaniu niedużych przekształceń, równanie /34/ przyjmie następującą postać:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{y1} = m_{y1}^{\bar{\omega}_y} \frac{\rho v_R^2}{2I_{yy}} \frac{S b_a}{v_R} \omega_{y1} + m_{y1}^{\delta} \frac{\rho v_R^2}{2I_{yy}} S b_a \delta + \\ + m_{y1}^{\beta} \frac{\rho v_R^2}{2I_{yy}} S b_a \beta. \end{aligned} \quad / 37/$$

Z rys. 9 wynika, że

$$\left. \begin{aligned} \omega_{y1} &= \dot{\psi}, \\ \dot{\psi} &= \dot{\varphi}_R + \dot{\beta}. \end{aligned} \right\} \quad / 38/$$

Posługując się tymi stosunkami i równaniem /29/, przekształcimy równanie /37/ do postaci:

$$\ddot{\beta} + c_{\dot{\beta}} \dot{\beta} + c_{\beta} \beta = c_{\delta} \delta + \lambda_{\delta} \dot{\delta}, \quad /39/$$

gdzie:

$$\left. \begin{aligned} c_{\dot{\beta}} &= A_{\dot{\beta}} - m_{y1}^{\bar{\omega}_y} \frac{\rho v_R^2}{2I_{yy}} \frac{S b_a}{v_R}, \\ c_{\beta} &= \dot{A}_{\beta} - A_{\beta} m_{y1}^{\bar{\omega}_y} \frac{\rho v_R^2}{2I_{yy}} \frac{S b_a}{v_R} - m_{y1}^{\beta} \frac{\rho v_R^2}{2I_{yy}} S b_a, \\ c_{\delta} &= m_{y1}^{\delta} \frac{\rho v_R^2}{2I_{yy}} S b_a + A_{\delta} m_{y1}^{\bar{\omega}_y} \frac{\rho v_R^2}{2I_{yy}} \frac{S b_a}{v_R} - \dot{A}_{\delta}. \end{aligned} \right\} \quad /40/$$

Równanie /37/ jest równaniem ruchu rakiety wokół

środku ciężkości w płaszczyźnie poziomej. Równanie /39/ jest równoznaczne równaniu /37/ i wyraża zależność kąta natarcia /ślizgu/ od kąta i prędkości wychylenia steru.

Niekiedy podczas badań rakiet z małymi processami przejściowymi nie bierze się pod uwagę pochodnych $\dot{\beta}$, $\dot{\delta}$ oraz zamiast równania /39/ bierze się zależność wyważenia:

$$\beta = \frac{c_{\delta}}{c_{\beta}} \delta.$$

3. RÓWNANIE PRACY UKŁADU KIEROWANIA RAKIETY

Układ równań ruchu rakiety zamyka się równaniem pracy układu kierowania. Równanie to charakteryzuje związek między kątem wychylenia steru i parametrami ruchu rakiety. Równaniem układu kierowania opisuje się te procesy fizyczne, które następują w układzie kierowania przy wypracowaniu sygnału na stery i w kierowanym torze rakiety.

Ogólna postać tego równania:

$$\delta = A_1 \dot{\psi}_D + A_2 \psi_D + A_3 \dot{\psi} + A_4 \psi + A_5 \psi_R + A_6 \dot{\psi}_R + A_7 \beta + A_8 \alpha + \dots + \delta_0, \quad /41/$$

- gdzie: δ_0 - kąt wychylenia sterów przy sygnale zerowym na stery;
- A_i - operatory, charakteryzujące przekształcenie ruchu rakiety podczas formowania sygnału na stery i uwzględniające charakterystyki układu kierowania i napędów sterowanych.

W tym wypadku pod pojęciem operatora należy rozumieć współczynnik skalowy, zależny od czasu i charakterystyk dynamicznych elementów układu kierowania /filtrów elektrycznych, silników elektrycznych i hydraulicznych, transmisji kinematycznych itd/. Operator daje opis matematyczny przekształceń sygnałów w układzie kierowania.

Na przykład, aby ster wychylić proporcjonalnie do prędkości katowej linii odległości $\dot{\psi}_D$, należy zmierzyć

wielkość $\dot{\psi}_D$. Miernik wielkości $\dot{\psi}_D$ posiada swoje charakterystyki dynamiczne i daje sygnał w postaci napięcia z pewnym opóźnieniem i zniekształceniem, następnie sygnał przechodzi na filtry i wzmacniacze, które nieco zniekształcają go. W ostatecznym wyniku sygnał podany jest na aparaturę sterowania, posiadającą pewną bezwładność, która również nieco zmienia go. W sumie ster wychyla się o kąt, który nie jest dokładnie proporcjonalny $\dot{\psi}_D$. Wszystkie te przekształcenia sygnału uwzględniane są w przybliżeniu przez operator.

Dla każdego typu raket samonaprowadzających się równanie /41/ przyjmie postać konkretną. Na przykład, dla raket naprowadzanych według metody pościgu, operatory równe są:

$$A_2 = -A_5 = A_{pos},$$

$$A_1 = A_3 = A_4 = A_6 = A_7 = A_8 = \delta_0 = 0.$$

W wyniku tego, równanie /41/ przyjmie następującą postać:

$$\delta = A_{pos} (\psi_D - \psi_R),$$

gdzie operator A_{pos} uwzględnia dynamikę bloków formowania sygnału na stery, dynamikę napędu sterowego i sprzężenie zwrotne.

Dla raket, naprowadzanych według metody naprowadzania bezpośredniego,

$$A_2 = -A_4 = A_{bezp},$$

a pozostałe operatory są równe zeru. Równanie /41/ posiadać będzie postać:

$$\delta = A_{bezp} (\psi_D - \psi).$$

Dla raket, naprowadzanych według metody zbliżania równoległego,

$$A_1 = A_{rown}.$$

Pozostałe operatory równe są zeru.

Wówczas

$$\delta = A_{rown} \dot{\psi}_D.$$

Dla zblizania proporcjonalnego

$$A_1 = -\frac{1}{k} A_6 = A_{prop}$$

Pozostale operatory rowne sa zeru.

Wówczas

$$\delta = A_{prop} (\dot{\psi}_D - k \psi_R),$$

itd.

Bardzo często przy formowaniu sygnału na stery, oprócz zasadniczego sygnału, charakterystycznego dla konkretnej metody naprowadzania, do tego sygnału włącza się także sygnały, poprawiające proces naprowadzania. Na przykład, jeśli stateczność aerodynamiczna rakiety na torze nie jest całkowicie zapewniona za pomocą skrzydeł lub stabilizatora oraz rakietka myszkuje na torze, to do sygnału na stery włącza się sygnał od dajnika prędkości katowej rakiety, w wyniku czego myszkowanie w poważnym stopniu zostaje zmniejszone, Aby środek ciężkości rakiety wahał się w mniejszym stopniu w stosunku do toru doskonałego, do sygnału na stery włącza się sygnał, proporcjonalny do przyspieszenia boczego /przeciążenia/ rakiety itd.

Jako przykład rozpatrzmy równanie pracy układu kierowania rakiety typu R - 3s. Równanie to posiada następującą postać:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\delta} &= k_{bezp} (M_s - M_z), \\ M_s &= \frac{1}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)^2} [k_1 \dot{\psi}_D + k_2 (\psi_D - \psi)], \\ M_z &= m_z^\delta \frac{g v_R^2}{2} S b_p \delta + m_z^\beta \frac{g v_R^2}{2} S b_p \beta. \end{aligned} \right\} /42/$$

gdzie: k_{bezp} k_1 k_2 - współczynnik wzmocnienia;
 M_s - moment sterujący na stery;
 M_z - moment zawiasowy sterów;
 T_1, T_2 - czasy stałe kanału kierowania i aparatury sterowania;
 m_z^δ, m_z^β - pochodne współczynnika momentu zawiasowego według δ i β .
 $\frac{d}{dt}$ - operator całkowania

Sygnal błędu powstaje w wypadku, jeśli prędkość kąto-
wa linii odległości $\dot{\psi}_D$ nie jest równa zero. Sygnal ten
wypracowuje się w koordynatorze rakiety w postaci napięcia
i po wzmocnieniu oraz filtrowaniu przechodzi do aparatury
sterowania, na wale której na podstawie sygnału powstaje
moment sterujący M_s .

Jednocześnie w koordynatorze tworzy się sygnal propor-
cjonalny do kąta między osiami koordynatora i rakiety, utr-
dniającego naprowadzanie. Pojawienie się tego sygnału związane
jest z właściwościami konstrukcyjnymi koordynatora. Współ-
czynnik wybrany jest w ten sposób, aby wpływ kąta $\varphi_D - \psi$ na
naprowadzanie rakiety był możliwie jak najmniejszy.

Moment sterujący M_s prowadzi do pojawienia się prędko-
ści katowej wychylenia steru δ . Jak tylko ster wychyli
się, to powstaje moment zawiasowy M_z , działający przeciwko
momentowi M_s . Po upływie określonego odstępu czasu
równowazy się momentem zawiasowym i prędkość wychylenia steru
staje się równa zero. Ster będzie już wychylony o pewien
ką, co prowadzi do zwrotu rakiety, pojawienia się aerodyna-
micznej siły sterującej, która likwiduje błąd naprowadzania.

W rakiecie typu R-3s za pomocą momentu zawiasowego
realizuje się ujemne sprzężenie zwrotne, przy czym takiego
rodzaju sprzężenie zwrotne spełnia rolę regulatora samooczy-
nnego wielkości wychylenia steru w zależności od prędkości
i wysokości lotu rakiety. Prowadzi to do bardziej całkowitego
wykorzystania możliwości manewrowych rakiety w różnych
warunkach.

W rakiecie R-3s nie ma urządzeń dodatkowych, uwzględ-
niających myśzkowanie i przyspieszenie normalne. Naprowadza-
nie rakiety i bez tych urządzeń jest wystarczające stateczne.

W ten sposób, otrzymaliśmy układ równań różniczkowych
ruchu rakiety samonaprowadzającej się w płaszczyźnie poziomej.
Wypiszemy ten układ wspólnie z równaniami kinematycznymi:

$$\left. \begin{aligned} \dot{D} &= V_c \cos(\varphi_D - \varphi_c) - v_r \cos(\varphi_D - \varphi_r), \\ \dot{\psi}_D &= \frac{1}{D} [v_r \sin(\varphi_D - \varphi_r) - V_c \sin(\varphi_D - \varphi_c)], \end{aligned} \right\} \vdots$$

$$\ddot{u}_R = \frac{g}{G} T \cos \beta - c_x \frac{\rho v_R^2}{2G} S q,$$

$$\dot{\psi}_R = A_\beta \beta + A_\delta \delta,$$

$$\ddot{\beta} + c_\beta \dot{\beta} + c_p \beta = c_\delta \delta - A_\delta \dot{\delta},$$

$$\delta = A_1 \dot{\psi}_D + A_2 \psi_D + A_3 \dot{\psi} + A_4 \psi + A_5 \psi_R + A_6 \dot{\psi}_R +$$

$$+ A_7 \beta + A_8 \alpha + \dots + \delta_0,$$

$$\psi = \psi_R + \beta,$$

/43/

gdzie współczynniki A_β , A_δ , c_β , c_p , c_δ , zadane są wyrażeniami /30/, /31/ i /40/, a operatory A_i posiadają określoną postać dla każdego typu rakiet.

Podczas rozwiązywania otrzymanego układu równań można dla dowolnego momentu lotu rakiety określić wszystkie potrzebne parametry, takie, jak charakterystyki toru, przeciążenia rakiety, chybienia itd. Na przykład, w wyniku rozwiązania układu równań różniczkowych ruchu rakiety otrzymuje się zależności czasowe takich parametrów, jak odległość do celu D , kąty ψ_D , ψ_R i ψ_c , wielkość $\dot{\psi}_R$ i prędkość rakiety v_R , które zezwalają zbudować względny i bezwzględny tor rakiety oraz określić wielkość przeciążenia rakiety w dowolnym punkcie toru. Jeżeli rozwiązanie zadania wykonuje się na elektronowych maszynach liczących, to istnieją możliwości uwzględnienia różnych zaburzeń przypadkowych i zakłóceń naturalnych, w wyniku czego określenie rozrzutu. W tym celu należy znać tylko charakterystyki zaburzeń przypadkowych i odtworzyć je za pomocą generatorów zakłóceń.

Przez rozwiązanie układu równań różniczkowych dla różnych warunków odpalenia / H , V_m , V_c , n_c , D , q , itd./, można znaleźć taką strefę zmian tych warunków, która zapewnia skuteczne stosowanie konkretnych typów rakiet. Na przykład, dla określenia wysokości, prędkości lotu samolotu myśliwskiego i celu oraz charakterystyk manewru celu można znaleźć taką część przestrzeni względem celu, z której przy odpaleniu

systematyczny błąd naprowadzania / chybiecie bez uwzględnienia zaburzeń przypadkowych/ będzie z góry mniejszy od zadanego. Jeśli uwzględnić wrażliwość konkretnego celu na dany typ rakiet, to dla znanych charakterystyk rozrzutu można określić strefy, z których przy odpaleniu rakiety prawdopodobieństwo rażenia celu nie będzie mniejsze odadanego.

Po rozwiązaniu układu równań przy różnej intensywności manewru celu, można określić wpływ manewru celu na naprowadzenie rakiety i wybrać takie warunki odpalenia rakiety, w których manewr celu wywrze najmniejszy wpływ.

Aby otrzymać konkretne wyniki i wnioski z zastosowania bojowego rakiet kierowanych, należy rozwiązać układ równań różniczkowych dla każdej ilości wariantów warunków początkowych /warunków odpalenia/. Praktycznie jest to możliwe tylko przy zastosowaniu elektronicznej techniki obliczeniowej, która zezwala w krótkim czasie i ze stosunkowo niedużymi stratami zbadać liczne zadania zastosowania bojowego rakiet kierowanych. Niektóre z tych zadań będą rozpatrzone przy poznaniu zagadnień zastosowania bojowego rakiet kierowanych.

§ 7. DYNAMIKA RAKIET TELEKIEROWANYCH

Tak samo, jak dla rakiet samonaprowadzających się, dynamika rakiet telekierowanych zezwala zbadać realny ruch rakiet, tj. ruch z uwzględnieniem sił działających na raketę i charakterystyk układu kierowania.

Rozpatrzmy równanie dynamiczne ruchu rakiety telekierowanej.

Równanie ruchu środka ciężkości i wokół środka ciężkości posiadają dokładnie tą samą postać, co dla rakiet samonaprowadzających się /równania/ 24/, /29/ i / 39//. Równanie /24/ dla określenia prędkości rakiety tak samo całkowac można wcześniej dla określonych zakresów warunków i posługiwać się otrzymanymi wynikami podczas całkowania całego układu równań.

Równanie pracy układu kierowania rozpatrzmy na przykładzie rakiety RS - 2u.

Równanie to posiada następującą postać:

$$\ddot{S} = A_1 \Delta + A_2 \dot{\Delta} + A_3 j_{\Delta} + A_4 \ddot{v}^h,$$

gdzie: $\Delta = D_R(\psi_{Dc} - \psi_{DR})$ - odchylenie liniowe rakiety od linii odległości /rys. 4/;

j_n - przyspieszenie normalne rakiety;

$\dot{\psi}$ - prędkość kątowna zwrotu osi podłużnej rakiety/myszkowanie/;

A_1, A_2, A_3, A_4 - operatory, charakteryzujące przekształcenie przez układ kierowania sygnałów wyjściowych w kąt wychylenia steru.

Zasadniczym sygnałem do kierowania sterami odpowiednio z naprowadzaniem według metody trzech punktów jest sygnał, proporcjonalny do odchylenia liniowego rakiety od linii równosygnałowej /od odległości D_c / Δ . Sygnał ten wypracowywany jest przez pokładowy system radiolokacyjny rakiety.

Pozostałe człony prawa kierowania służą do polepszenia naprowadzania rakiety na cel. Tak więc, sygnał proporcjonalny do prędkości zmiany odchylenia liniowego rakiety od linii równosygnałowej $\dot{\Delta}$, zmniejsza zjawisko przeregulowania, tj, sprzyja zmniejszeniu procesów przejściowych podczas usuwania błędów naprowadzania przez raketę. Człon proporcjonalny do j_n , zapewnia zmniejszenie oddziaływania na raketę zaburzeń przypadkowych atmosfery, a człon proporcjonalny do $\dot{\psi}$, zmniejsza myszkowanie rakiety, tj. wahania rakiety wokół środka ciężkości. Wszystkie człony dodatkowe prawa kierowania wypracowywane są przez dajniki dodatkowe: sygnał $\dot{\Delta}$ - układem całkowania wielkości Δ , sygnał j_n - akcelerometrem, sygnał $\dot{\psi}$ -giroskopem prędkościowym.

W podsumowaniu, układ równań różniczkowych ruchu rakiety, kierowanej za pomocą wiązki prowadzącej w płaszczyźnie poziomej z uwzględnieniem równań kinematycznych posiada postać:

$$\begin{aligned}
 \dot{D}_c &= V_c \cos(\psi_{Dc} - \varphi_c) - V_m, \\
 \dot{\psi}_{Dc} &= -\frac{V_c}{D_c} \sin(\psi_{Dc} - \varphi_c), \\
 \dot{D}_R &= v_R \cos(\psi_{DR} - \varphi_R) - V_m \cos(\psi_{DR} - \psi_{Dc}), \\
 \dot{\psi}_{DR} &= \frac{1}{D_R} [V_m \sin(\psi_{DR} - \psi_{Dc}) - v_R \sin(\psi_{DR} - \varphi_R)], \\
 \dot{v}_R &= \frac{g}{G} T \cos \beta - c_x \frac{\rho v_R^2}{2G} S q, \\
 \dot{\varphi}_R &= A_\beta \beta + A_\delta \delta, \\
 \ddot{\beta} + c_{\dot{\beta}} \dot{\beta} + c_\beta \beta &= c_\delta \delta - A_\delta \ddot{\delta}, \\
 \delta &= A_1 \Delta + A_2 \dot{\Delta} + A_3 j_2 + A_4 \dot{v}^*, \\
 \Delta &= D_R (\psi_{Dc} - \psi_{DR}), \\
 v^* &= \varphi_R - \beta.
 \end{aligned}
 \tag{45/}$$

gdzie współczynniki A_β , A_δ , $c_{\dot{\beta}}$, c_β , c_δ , zadane wyrażeniami /30/, /31/ i /40/.

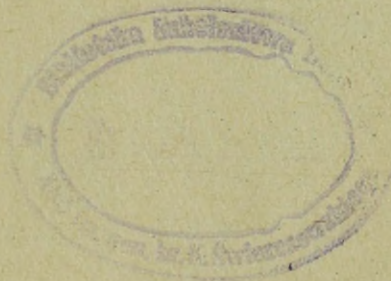
Układ równań ruchu rakiety telekierowanej wykorzystuje się do rozwiązywania takich samych zadań, jak dla rakiet samonaprowadzających się. Dla rozwiązania tego układu równań z reguły, stosuje się metodykę matematyki maszynowej.

T R E Ś Ć

str.

Wiadomości ogólne	2	
§ 1. Ruch pocisków artyleryjskich i raket nie- kierowanych	3	<i>v oddie</i>
§ 2. Właściwości ruchu raket kierowanych	11	<i>v oddie</i>
§ 3. Kinematyka raket samonaprowadzających się	14	<i>v oddie</i>
§ 4. Kinematyka raket, kierowanych za pomocą wiązki prowadzącej	22	
§ 5. Graficzna budowa toru raket kierowanych..	24	<i>v roz' b. odd</i>
§ 6. Dynamika raket samonaprowadzających się..	31	<i>v oddie</i>
1. Równanie ruchu środka ciężkości rakety.....	32	
2. Równanie ruchu rakety wokół środka ciężkości	36	
3. Równanie pracy układu kierowania rakety	40	
§ 7. Dynamika raket telekierowanych	45	

biuletyn rakiet form samop. i kieruj.



Wydrukowane w 40 egz.

Egz. Nr 1-40 Bibl. Tajna
Wyd. plk. PAWŁOWSKI
Druk KIL, dn. 10.01.1968r.
Nr ks. masz. 023/WL
Poz. 0317/WW