

Grey Scale #13



DANES-PICTA .COM

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

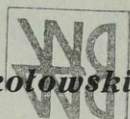


Colour Chart #13

DANES-PICTA .COM



Stanisław Józef Sokołowski



Logika
w dowodzeniu i kierowaniu





1972

Wydawnictwo i Księgarnia



Warszawa 1972

✓
*Biblioteka
Wiedzy
Wojskowej*

Stanisław Józef Sokołowski

Logika w dowodzeniu i kierowaniu

*Ze słowem wstępnym
TADEUSZA KOTARBIŃSKIEGO*

xxvii. 1 / 160,1-5.131

*Wydawnictwo
Ministerstwa
Obrony
Narodowej*

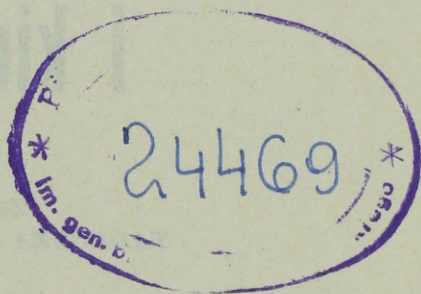
Cbwolute, okładkę i stronę tytułową
projektował

WALDEMAR ŻACZEK

Konsultacja naukowa
JERZY SŁUPECKI

Redaktor
JADWIGA FAJARA

Redaktor techniczny
JOLANTA MICHAŁOWSKA



Pięć tysięcy jedenasta
publikacja Wydawnictwa MON

Printed in Poland

Wydawnictwo Ministerstwa Obrony Narodowej
Warszawa 1972 r. Wydanie I

Nakład 2 000+336 egz. Objętość: 19,32 ark. wyd.,
22,25 ark. druk. Papier druk. sat. IV kl. 65 g
61×86 cm z Fabryki Celulozy i Papieru im. J.
Dąbrowskiego w Kluczach. Oddano do skła-
dania w grudniu 1971 r. Druk ukończono w
lipcu 1972 r. Wojskowe Zakłady Graficzne
w Warszawie. Zam. nr 4180 z dnia 13.XII.1971 r.

WAŻNIEJSZE OMYŁKI DOSTRZEŻONE W DRUKU

Str.	Wiersz		Jest	Powinno być
	od góry	od dołu		
53	1—2	—	czyli żadne A nie jest B i ponadto nie istnieją	czyli nie istnieją
77	—	3	df	df =
126	—	3	i laboratoryjną.	i 3) laboratoryjną.
147	—	5—6	prze st a w i o n y	
161	—	2	Metodę przekształceń	Metodę
177	—	4—6	Jeżeli dwa trójkąty są przystające, mają po trzy boki odpowiednio równe; to	Jeżeli dwa trójkąty są przystające, to mają po trzy boki odpo- wiednio równe;
186	9	—	$T_{14}: (p=q) \rightarrow (p \rightarrow q)$	$T_{14}: (p=q) \rightarrow (p \rightarrow q)$ $T_{14a}: (p=q) \rightarrow (q \rightarrow p)$
203	—	11	$[(p \rightarrow q) \cdot (r \rightarrow s)] \rightarrow$ $[(p+r) \rightarrow (q+s)]$	$T_{31} [(p \rightarrow q) \cdot (r \rightarrow s)] \rightarrow$ $[(p+r) \rightarrow (q+s)]$
205	—	5	T_{23}	T_{34}
209	—	17—19	prze st a w i o n e	
234	—	11	$A_1 - A_5$	$A_1^* - A_5^*$
246	—	4	poniżej	powyżej
246	—	5	powyżej	poniżej
251	—	6	$\bigwedge \bigvee$ $x \quad x$	$\bigwedge \bigvee$ $x \quad y$
262	12	—	$>$ x	$\bigwedge$ x
271	8	—	$\bigvee$ x	$\bigvee$ y
273	—	14	$\bigwedge \bigwedge$ $x \quad x$	$\bigwedge \bigwedge$ $x \quad y$
275	1	—	$g (-k)$	$g) - k)$
276	18	—	$Cls - 1 (R)$	$Cls - 1(R) =$
298	—	12	$\bigvee$ x	$\bigwedge$ x
298	—	13	$\bigvee$ x	$\bigwedge$ x

*Oficerom — absolwentom
Wojskowej Akademii Politycznej
im. Feliksa Dzierżyńskiego,
książkę tę poświęca*

A U T O R

SŁOWO WSTĘPNE

Spośród książek poszczególny potencjalny ich użytkownik nieliczne tylko może przeczytać, a spośród nich nieliczne tylko zdoła gruntownie przestudiować i procent nadających się do lektury po rozsądnym wyborze maleje z każdym dniem. Aby jednak dokonać trafnego wyboru, należałoby z góry wiedzieć, co nasza książka dać może, to zaś wymagałoby, jak mogłoby się zdawać, uprzedniego jej przeczytania. Powstawałaby więc nieuchronna z pozoru sprzeczność zamierzeń, której ulegając potencjalny samotny czytelnik musiałby sięgać nie bez ryzyka, z nieuchronną przypadkowością, po dzieła nie wypróbowane.

W tej sytuacji miłośnikowi lektury pożytecznej przychodzi w sukurs ta okoliczność, iż nie jest on osamotniony, lecz przeciwnie, w odniesieniu do każdej niemal napotkanej książki spotyka innych, którzy się z nią wcześniej zaznajomili i których osąd ułatwi mu wybór racjonalny. I stąd powstaje pewien koleżeński obowiązek w nieformalnym klubie odbiorców druków zwartych, by wzajem sobie komunikować wrażenia z lektur dokonanych: wskazywać dzieła godne poświęcenia im cennego czasu, ostrzegać przed marnowaniem czasu na próżno.

A nie jest to bynajmniej zadanie tożsame z zadaniem recenzji wstępnej, takiej, jakiej domaga się słusznie instancja wydawnicza, zanim podejmie druk książki dostarczonej w formie manuskryptu. Opiniodawca proszony o taką recenzję powinien odpowiedzieć na pytanie, czy tekst nadaje się do druku lub też jakich wymaga poprawek, by po ich wprowadzeniu mógł się do druku nadawać. Niestety, nader często sprawozdawcy proszeni o pogląd na temat ewentualnej przydatności książki już wydrukowanej mieszają to zadanie z zadaniem recenzenta tekstu książki projektowanej i zamiast pytać, do czego dzieło wydane na świat może się przydać, pytają o to, jak bardzo inne powinno by ono być od tego, jakim jest, aby decyzja ogło-

szenia go drukiem (decyzja już wprowadzona w czyn!) była w pełni uzasadniona. Starajmyż się nie mieszać ze sobą tych dwu różnych problemów. W danym przypadku aktualny jest nie problem recenzji wstępnej, lecz problem przydatności dzieła, które już przeszło przez gęste sito ocen recenzentów.

Zawiera ono popularyzację logiki z przeznaczeniem dla wojskowego odbiorcy. Ciśnię się przeto na usta przede wszystkim pytanie, jak rozumianą — co do zakresu — logikę Autor zamierza popularyzować. Odpowiedzi na to pytanie można udzielić bardzo wyraźnej: ma się tu na myśli nie wyłącznie system schematów rozumowań poprawnych, lecz nadto bogaty tematycznie do nich komentarz, tak zbudowany, by czytelnik nie tylko zrozumiał istotę schematu logicznego i strukturę systemu, lecz nadto odniósł praktyczny pożytek przez wzbogacenie form własnych rozmyślań i przez nabycie wyrobionych dzięki lekturze dzieła ostrożności wobec typów wywodów niepoprawnych. W związku z tym pozostaje kwestia fazy rozwojowej logiki tu popularyzowanej: czy to logika tradycyjna z dominującą w niej wiedzą o sylogizmach czy też logika nowoczesna, której stara sylogistyka jest częstką bynajmniej nie najważniejszą (i to sylogistyka mocno zmodernizowana). Tak, panuje tu niewątpliwie aura nowoczesności i charakterystycznego dla niej matematyzmu z właściwym mu duchem formalizacji, czego nie należy utożsamiać z jakimś uilościowieniem, z jakąś kwantyfikacją, z rachunkiem liczbowym lub z pomiarem. Zawsze tu dominuje troska o rozumowanie wyrażalne w języku jasnym, wyraźnym i konsekwentnym, dającym się dokładnie zapisać (w znakach, jeśli potrzeba, umownych). Dzieło jest przy tym erudycyjne i podaje wyniki na podstawie źródeł nie przestarzałych (z ogromną przewagą prac polskich). Z tym wszystkim łączy się wszelako niezbędna rada: niepodobna brać się do jego czytania bez pewnych studiów wstępnych. Dobrze by było, by każdy jego użytkownik wypróbował swych sił, obeznawszy się przedtem z treścią któregoś z istniejących na naszym rynku elementarnych (a jednak nowoczesnych) małych podręczników logiki.

Wreszcie słówko o związku naszej książki ze sprawami wojskowości. Ten związek sprowadza się niemal wyłącznie do egzemplifikacji. I nic dziwnego! Wszak problematyka logiki nie wyróżnia takiej czy innej funkcji publicznej, lecz stanowi składnik niezbędny zainteresowań ludzi myślących jako takich, niezależnie od odrębności spraw, które ich interesują jako specjalistów. Dobra logika wojskowych to dobra logika powszechna.

W tym miejscu mogłoby paść pytanie, czy logika głoszona na stronicach omawianego dzieła to dobra logika, pytanie zarówno naturalne, jak naiwne, a naiwne dlatego, że nikt dotąd nie napisał prawdziwego compendium dobrej logiki. A to z wyraźnego powodu, ponieważ

dzieje logiki świadczą, że dotychczas przynajmniej całość jej zagadnień przekraczała miarę sił umysłów nawet najtęższych: kto celował w formaliach, nie dociągał w rozeznaniu filozoficznym, i odwrotnie. Logika, z którą tu mamy do czynienia, też daleka jest od doskonałości (zwłaszcza od strony semantyki, teorii znaczenia i oznaczania). Ale ta cecha dzieła nie odbiera mu zalet niewątpliwej i godnej uznania użyteczności, osiągniętej za cenę pracowitego, intensywnego i ilościowo oraz jakościowo wydajnego wysiłku.

TADEUSZ KOTARBIŃSKI

Warszawa, 30 listopada 1971 r.

OD AUTORA

W wykształceniu współczesnego człowieka ważną rolę odgrywa ten rodzaj wiedzy, który ułatwia mu w sposób samodzielny podjęcie efektywnej analizy wyłaniających się problemów o doniosłości zarówno praktycznej, jak i teoretycznej. Wiedzę tę w znacznym zakresie daje logika. Sposób rozumienia przedmiotu logiki nie jest jednakże jednolity. Można by wskazać na dwie co najmniej interpretacje: węższą i szerszą. W znaczeniu węższym logika to tyle, co teoria różnych form wnioskowania niezawodnego (wynikania) lub inaczej — logika formalna. W szerszym natomiast rozumieniu do zakresu przedmiotu logiki należą trzy następujące dyscypliny: semantyka logiczna, wspomniana już teoria wnioskowania niezawodnego oraz metodologia nauk. Do zagadnień reprezentatywnych semantyki logicznej należą: analiza struktury i funkcjonowania wyrażeń językowych, budowa i zastosowania zdań definicyjnych, typologia błędów językowych powodowanych nieprawidłowym stosowaniem reguł semantycznych etc. Na terenie teorii wnioskowania niezawodnego badamy formalne struktury rozumowań; dąży się przy tym do sformułowania reguł mających tę własność, iż zawsze od prawdziwych przesłanek będzie się przechodzić do konkluzji również prawdziwej. Mając np. dane dwa następujące wyrażenia zdaniowe: p , q (litery p , q reprezentują oczywiście odpowiednie zdania oznajmujące), połączone spójnikiem: „Albo..., albo...”, tj. „Albo p , albo q ”, oraz przyjmując założenie, że zdanie zbudowane w powyższy sposób jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy co najmniej jeden z jego członów jest fałszywy, możemy stwierdzić, że następujący układ wyrażeń zdaniowych jest regułą wnioskowania niezawodnego:

$$\begin{array}{l} \text{Albo } p, \text{ albo } q, \\ \qquad \qquad \qquad q, \\ \hline \text{nieprawda, że } p. \end{array}$$

W postaci słownej powyższą regułę możemy zanotować w następujący sposób:

Zawsze ilekroć uznajemy za prawdziwe zdanie o schemacie: „Albo p , albo q ”, a ponadto stwierdzamy, że prawdziwe jest zdanie reprezentowane przez q , nie możemy nie uznać za prawdziwą negacji zdania symbolizowanego przez p , czyli: „nieprawda, że p ”.

Takie właśnie i im podobne zagadnienia stanowią przedmiot analizy i dociekań logiki formalnej. Do trzeciego działu tematycznego logiki przy szerszym rozumieniu jej przedmiotu należy — jak już nadmieniliśmy — problematyka metodologiczna.

Ogół zagadnień metodologicznych dzieli się na dwie podstawowe grupy, mianowicie na przynależne do: 1) ogólnej metodologii nauk, w której zakresie bada się m.in. metody konstrukcji systemów naukowych, definiowania pojęć oraz uzasadniania twierdzeń formułowanych w języku owych systemów; 2) metodologii szczegółowej, której przedmiotem analizy są poszczególne nauki, jak matematyczne, społeczne, humanistyczne itp. Metodologia szczegółowa, np. nauk historycznych, docieka swoistości metod badawczych stosowanych przez historyków, podejmuje problemy klasyfikacyjne oraz proponuje definicje pojęć ważnych dla badanej dziedziny.

W zależności od zainteresowań albo kierunku studiów poszczególne działy tak rozumianego przedmiotu logiki są w różnym stopniu eksponowane. Zazwyczaj dla osób studiujących odpowiednie dziedziny nauk społecznych, jak np. pedagogikę, historię wojskowości lub polityczną, zaleca się program, w którym akcentowana jest zarówno problematyka semantyczna, jak i formalno-metodologiczna. Przyjmuje się bowiem założenie, iż znajomość semantyki logicznej pozwoli humaniście uniknąć wielu nieporozumień opartych na wadliwym rozumieniu pojęć danej dyscypliny naukowej. Tematyka natomiast formalno-metodologiczna przygotowuje studiującego do właściwej konstrukcji wywodu logicznego oraz do krytycznej analizy spotykanych w nauce i życiu codziennym sposobów rozumowania, jak też do wyraźnego uświadomienia sobie, na czym polega dowód danej tezy lub weryfikacja czy też falsyfikacja hipotezy.

Ważność pragmatyczna i teoretyczna wiedzy logicznej nie ogranicza się jednakże do wskazanych wyżej potrzeb badawczo-naukowych; wiedza ta bowiem zachowuje również walor w dziedzinie działań praktycznych, zwłaszcza w określonym stopniu ut Technicznych. Podejmując wszak dane działanie (indywidualne lub zbiorowe) powinniśmy uprzednio dokonać analizy sytuacji oraz nakreślenia planu działania spełniającego m.in. wymóg racjonalności i ekonomiczności.

A do tego właśnie niezbędna już staje się znajomość szeroko rozumianej współczesnej logiki.

Istnieją również inne, nie mniej ważne względy, dodatkowo uzasadniające potrzebę szerokiego i problemowo pogłębionego nauczania logiki w szkołach i uczelniach wojskowych. Jednym bowiem z istotnych warunków sprawnego wykonywania czynności dowódczo-sztabowych jest umiejętność zwięzłego i jednoznacznego formułowania decyzji oraz opracowywania meldunków, jak też umiejętność uzasadniania (spełniającego naturalnie wymogi współczesnej logiki) podjętego działania. Osiągnięcie tej sprawności znacznie ułatwi wiedza logiczna, a zwłaszcza te jej działy, które określamy mianem semantyki logicznej oraz metodologii nauk.

Mając informacje o sytuacji na polu walki, dowódca przy pomocy sztabu powinien podjąć decyzję co do dalszego działania wojsk. Innymi słowy, idzie o to, jak na podstawie danych dotyczących określonej fazy walki wysnuć poprawne wnioski, które z kolei mogłyby stać się podstawą decyzji. Wiedzę zaś o poprawnych lub niezawodnych sposobach wnioskowania — jak już nadmieniliśmy wyżej — daje logika formalna; stąd pożyteczność studiów nad tą problematyką dla osób wojskowych.

Na uwagę zasługuje również fakt, iż na podstawie dotychczasowych doświadczeń dowódczo-sztabowych daje się sformułować pogląd o istotnym znaczeniu wiedzy i kultury logicznej dla podejmowania optymalnych decyzji oraz sprawnego kierowania wojskami.

Zauważmy ponadto, że jednym z ważnych składników współczesnej techniki wojskowej są urządzenia, których działanie jest kierowane lub kontrolowane przez elektroniczne uniwersalne maszyny cyfrowe. Wykorzystanie tego rodzaju urządzeń dla potrzeb militarnych, tj. zastosowanie maszyn cyfrowych dla potrzeb dowódczo-sztabowych oraz zaopatrzeniowych, stwarza sytuację, w której spora część dowódców, oficerów sztabu oraz oficerów politycznych ma do czynienia, jeśli już nie z owymi urządzeniami jako takimi, to w każdym razie z zagadnieniami programowania pewnego typu problemów, czyli z językiem, w którym należy przedstawić zagadnienie, aby elektroniczna uniwersalna maszyna cyfrowa mogła udzielić na nie odpowiedzi. Otóż funkcjonowanie tego rodzaju urządzeń, jak i — ujmując rzecz najogólniej — problem programowania działań łączy się ściśle z pewnym działem współczesnej logiki, mianowicie syntaksą logiczną oraz dwuwartościowym rachunkiem zdań; ten ostatni jest ubogim — chociaż ważnym — fragmentem współczesnej logiki formalnej. Znajomość zatem tego działu logiki staje się niewątpliwie pożyteczna dla tych, którzy korzystając (pośrednio lub bezpośrednio) ze współczesnej techniki elektronicznej i obliczeniowej chcieliby również poznać niektóre elementy jej podstaw teoretycznych.

Obszernym i ważnym działem w programach szkolenia oraz kształcenia wojskowego są problemy pedagogiczno-psychologiczne. Otóż zarówno w pracy pedagogicznej, jak i w badaniach psychologicznych korzystamy z postulatów semantyki logicznej, dążąc np. do poprawnego i poznawczo interesującego formułowania istotnych dla tych dyscyplin definicji pojęć. Z założeń zaś logiki formalnej i metodologii korzystamy podczas analizy problemów pedagogiczno-psychologicznych w ten sposób, że tworzymy różnego typu modele sytuacji empirycznych — dotyczące zazwyczaj określonych zachowań zbiorowych — na podstawie właśnie odpowiednich tez logiczno-metodologicznych. Korzystamy również z twierdzeń metodologicznych (np. dotyczących wnioskowania na mocy indukcji) przy konstruowaniu i uzasadnianiu hipotez traktujących o zjawiskach pedagogicznych lub psychologicznych.

Dodajmy też, iż efektywność studiów na kierunkach pedagogiczno-psychologicznych zależna jest w znacznym stopniu od znajomości i zrozumienia zagadnień metodologicznych, zwłaszcza tej ich części, która dotyczy sposobów rozumowania, szczególnie metod uzasadniania reprezentatywnych dla tych nauk. Ważna jest tu również ogólna znajomość zasad postępowania badawczego, w tym np. przeprowadzania klasyfikacji oraz podziału logicznego. Potrzeby te — przynajmniej częściowo — powinna zaspokoić niniejsza praca. Omawia się w niej bowiem zagadnienia dotyczące obserwacji i eksperymentu oraz sporo uwagi poświęca się problemowi rozumowań indukcyjnych, zwłaszcza opartych na indukcji eliminacyjnej.

Ogólnie zatem refleksja nad problematyką metod postępowania naukowego, logiczną strukturą tych metod oraz zakresem zastosowań jest właśnie przedmiotem metodologii będącej częścią — jak zresztą o tym już wyżej była mowa — szerzej rozumianego pojęcia logiki. Należy wyrazić przekonanie, że wymienione tu względy w wystarczającej mierze uzasadniają ważność studiów logicznych dla dalszego doskonalenia procesu kształcenia i wychowania wojskowego, który to proces ściśle łączy się również z problematyką szeroko pojętych badań naukowych.

Uwagi co do znaczenia logiki w systemach kształcenia i praktyki działania społeczno-wojskowego dotyczą również wojskowych studiów historyczno-politycznych. Studiujący nauki historyczne stają przecież przed koniecznością krytycznej analizy źródeł oraz innych dokumentów, jak też właściwego — w sensie poprawnego wyvodu logicznego — wykorzystania materiału i prawidłowej w znaczeniu poznawczym oraz pragmatycznym konkluzji z przeprowadzonych badań. Do tego zaś przygotowuje właśnie w znacznym stopniu studium współczesnej logiki w jej szerszej, tj. wyżej zaprezentowanej — trójczłonnej interpretacji.

Niniejsza publikacja jest rozwinięciem problematyki, której pierwotne ujęcie przedstawione zostało w skrypcie: *Zarys logiki pragmatycznej (dla humanistów)*, wydany przez Wojskową Akademię Polityczną im. F. Dzierżyńskiego w r. 1970.

Spełniając miły obowiązek, autor pragnie złożyć gorące podziękowanie Profesorowi Tadeuszowi Kotarbińskiemu za podjęcie się trudu przeczytania pracy w maszynopisie, poczynienia wielu tak cennych dla autora uwag oraz napisania słowa wstępnego.

Autor pragnie również złożyć serdeczne podziękowanie Recenzentom: Generałowi Zygmuntowi Zielińskiemu i Profesorowi Jerzemu Słupeckiemu za wnikliwe i cenne uwagi dotyczące zarówno formy, jak i treści ujęcia niektórych problemów. Nie znaczy to oczywiście, że autor chciałby w najmniejszym choćby stopniu uwolnić się od odpowiedzialności za wszystko, co zostało w książce napisane. Ta odpowiedzialność jest tym większa, że nie ze wszystkich sugestii i zaleceń Recenzentów autor skorzystał, zachowując własny punkt widzenia na szereg podjętych tu zagadnień.

Niech wolno będzie autorowi również gorąco podziękować Redaktor Jadwidze Fąfarze za trud włożony w doskonalenie niniejszego tekstu; dzięki Jej wnikliwości tekst został uwolniony od niejednej usterki.

STANISŁAW JÓZEF SOKOŁOWSKI

Warszawa, 4 grudnia 1971 r.

Część I

Z ZAGADNIENÍ ANALIZY LOGICZNEJ JĘZYKA

W zakresie przyjętego przez nas rozumienia przedmiotu logiki mieści się — o czym nadmieniliśmy już we wstępie — problematyka dotycząca sposobów posługiwania się niektórymi, wyróżnionymi ze względu na ich ważność informacyjno-logiczną, wyrażeniami języka naturalnego, nazywanego również językiem potocznym. Posługiwać się zaś danym wyrażeniem w znaczeniu przyjętym w semantyce logicznej to tyle, co nadawać mu określony sens.

Do istotnych zadań logiki, ściślej — semantyki logicznej, dostrzeganych co najmniej od czasów Arystotelesa (384—322 p.n.e.) i Teofrasta (ok. 372 — ok. 287 p.n.e.), należą właśnie dociekania nad strukturą i znaczeniami wyrażen tych języków, którymi posługują się społeczności narodowe zarówno w życiu codziennym, jak i w rozważaniach albo refleksji naukowej. Są to więc języki ukształtowane w procesie wielowiekowego rozwoju dziejowego danego narodu; dlatego też nazywamy je naturalnymi (w odróżnieniu od języków sztucznych, utworzonych na mocy konwencji, jak np. język niektórych działów matematyki współczesnej). Przedmiotem naszych rozważań semantycznych będzie, co jest oczywiste, pewien fragment języka polskiego, ten mianowicie, który we współczesnej semantyce logicznej uważa się za interesujący ze względu na jego rolę strukturalno-informacyjną.

Celem dociekań semantycznych jest usprawnienie systemu porozumiewania się społeczności ludzkich poprzez ustalenie sposobów eliminacji wieloznaczności i niejasności wyrażen występu-

jących w języku zarówno naukowym — co jest szczególnie niebezpieczne — jak i codziennym; celem tych dociekań jest również zminimalizowanie kontrowersji wynikających z wadliwego używania niektórych zwrotów językowych. Z tego względu zwrócimy uwagę na pewne aspekty tego rodzaju problematyki. O jej wyborze zadecydowało przeświadczenie, że uświadomienie sobie tych aspektów jest nie bez znaczenia dla pracy wychowawczej, politycznej i dowódczej.

Całość zagadnień traktujących o sprawach przynależnych do semantyki logicznej ujmijemy w siedmiu rozdziałach. Najpierw podamy ogólne wiadomości o logicznej strukturze języka (definicja języka, wyodrębnienie odpowiednich kategorii syntaktycznych itp.), następnie poruszymy problemy dotyczące zasad budowy poprawnych definicji semantycznych, wreszcie zajmiemy się pojęciem podziału i klasyfikacji logicznej oraz strukturą zdań pytajnych.

Rozdział 1

LOGICZNA STRUKTURA JĘZYKA KATEGORIE SYNTAKTYCZNE

Badania nad logiczną strukturą języka mają swoją niebagatelną historię. Początki tych badań — jak już wspomnieliśmy — sięgają czasów starożytnych, gdyż wyraźne ślady tego rodzaju refleksji znajdujemy u Arystotelesa ze Stagiry, zwanego również Stagirytą, oraz Teofrasta z Eresos, bezpośredniego następcy Arystotelesa na stanowisku scholarchy (kierownika) szkoły perypatetyckiej*. Jednakże ten typ problematyki, którą uważamy obecnie za reprezentatywną dla dociekań semantycznych, został wyraźnie sformułowany, a tym samym wyodrębniony spośród innych, niekiedy podobnych problemów, dopiero w pierwszej połowie bieżącego stulecia. Do uczonych, którzy w znacznym stopniu przyczynili się do rozwoju problematyki semantycznej, należą przede wszystkim Tadeusz Kotarbiński (1886), Kazimierz

* Interesującą informację na ten temat znajdujemy m.in. w pracy H. Greniewskiego, *Elementy logiki formalnej*, Warszawa 1955, s. 368.

Ajdukiewicz (1890—1963), Alfred Tarski (1902), Rudolf Carnap (1891) oraz Charles William Morris (1901). Nie podejmując tu analizy wkładu każdej z wymienionych wyżej osób do rozwoju semantyki logicznej, nadmienimy tylko, że Kotarbiński jest twórcą kierunku badań semantycznych o wyraźnych implikacjach filozoficznych, określanego mianem konkretyzmu. Nie wnikając w ontologiczne konsekwencje i trudności łączące się z akceptacją konkretystycznej koncepcji języka, przytoczymy pogląd twórcy tego kierunku co do założeń i celów semantyki konkretystycznej. Kotarbiński stwierdza: „Konkretyzm (...) polega na usiłowaniu definicyjnego sprowadzenia wszelkich wyrażań, zawierających rzeczowniki lub przymiotniki z innych kategorii niż kategorie osób lub rzeczy, do wyrażań zawierających pośród rzeczowników lub przymiotników tylko słowa z owych pierwszych dwóch kategorii, a zatem tylko nazwy osób lub innych rzeczy, czyli obiektów materialnych”¹. Wskazując następnie na praktyczną doniosłość takiego punktu widzenia w zagadnieniach semantyczno-ontologicznych, Kotarbiński pisze: „W ten sposób likwiduje się wiele zagadnień źle postawionych, a mających podtrzymanie w tzw. hipostazach, czyli w domyślaniu się istnienia jakichś obiektów z tego powodu, że istnieją pewne słowa lub wyrażenia o pozorach słów lub wyrażań oznaczających np. w domyślaniu się istnienia jakichś obiektów tzw. idealnych, z tego powodu, że istnieją pewne rzeczowniki, dla których nie widzimy desygnatów w świecie osób lub rzeczy”². Przytoczone stanowisko Kotarbińskiego o roli języka w tworzeniu obrazu rzeczywistości pozajęzykowej dotyczy tej dziedziny badań, którą określamy mianem semantyki filozoficznej. I chociaż związki tej ostatniej z semantyką logiczną są dość bliskie, stanowią one jednak dwie różne dyscypliny badawcze. Można jednakże zauważyć, iż niektóre problemy semantyki logicznej (np. analiza struktury języka oraz konstytuujących ową strukturę kategorii syntaktycznych) należą zarazem do semantyki filozoficznej. Zakresy zatem tych dwu dyscyplin nie są rozłączne.

¹ T. Kotarbiński, *Kurs logiki dla prawników*, Warszawa 1963, s. 15.

² *Tamże*.

Co jest przedmiotem semantyki logicznej, czyli jaką problematykę uznamy dla niej za reprezentatywną? Otóż pojęcie semantyki logicznej może być rozumiane co najmniej w dwojaki sposób, mianowicie szerszy i węższy. W znaczeniu szerszym semantyka to tyle, co semiotyka. Ta zaś jest definiowana jako ogólna teoria znaku. W rozumieniu węższym — semantyka jest dziedziną badań traktujących o relacjach między wyrażeniami językowymi a przedmiotami (faktami), których te wyrażenia dotyczą.

Przyjęte we współczesnym piśmiennictwie filozoficznym rozumienie semiotyki pochodzi od Ch. W. Morrisa (*Sings, language and behavior*, Nowy Jork 1946). Semiotyka w znaczeniu nadanym jej przez Morrisa zawiera jako działy trzy następujące dyscypliny: semantykę w węższym znaczeniu, syntaktykę, inaczej — logiczną składnię języka, która bada wzajemne stosunki zachodzące między wyrażeniami danego języka, oraz dział trzeci — pragmatykę, traktującą o stosunkach między wyrażeniami a podmiotem, który je wytwarza lub odbiera w postaci określonego rodzaju informacji.

Jak już nadmieniliśmy, istotny wkład wniósł do badań nad zagadnieniami semantycznymi polski logik z okresu międzywojennego (obecnie wykładowca w Stanach Zjednoczonych), A. Tarski. Badania Tarskiego dotyczyły głównie semantycznego pojęcia prawdy (*Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnych*), jak też łączących się z tym zagadnień metajęzyka. Ponadto duże znaczenie dla rozwoju teorii logicznych mają prace Tarskiego o wynikaniu logicznym (*O pojęciu wynikania logicznego*). Na szczególną jednakże uwagę zasługuje wkład polskich logików w rozwój syntaktyki logicznej. Fundamentalne znaczenie miały i mają nadal dla tego działu współczesnej logiki rozprawy K. Ajdukiewicza (*Język i poznanie*, t. 1—2). Dodajmy, że Ajdukiewicz jest jednym ze współtwórców polskiej szkoły logicznej obok Jana Łukasiewicza (1878—1956), Stanisława Leśniewskiego (1886—1939), Tadeusza Kotarbińskiego (1886), Tadeusza Czeżowskiego (1889), Jerzego Słupeckiego (1904) i Andrzeja Mostowskiego (1913). Osiągnięte przez Ajdukiewicza wyniki w zapoczątkowanych już w latach trzydziestych badaniach nad składnią (prowadzonych rów-

niez po wojnie) pozwalają na stwierdzenie, że jest on co najmniej współtwórcą, jeśli nawet nie twórcą, kierunku badań nad syntaktyką logiczną. Badania te były również inicjowane i rozwijane przez austriackiego filozofa z kręgu neopozytywistów (przebywającego od r. 1935 w Stanach Zjednoczonych) R. Carnapa (*Logische Syntax der Sprache*).

Dla naszych jednakże celów (głównie dydaktyczno-wojskowych) za podstawowe należy uznać (mając na uwadze problematykę semiotyczną) zagadnienia semantyczne (w węższym znaczeniu). Stąd też w dalszych rozważaniach dotyczących języka ten rodzaj problematyki będzie wyraźnie dominował nad całością.

W budowie dowolnego języka naturalnego wyróżniamy dwa podstawowe składniki: gramatyczny i słownikowy. Gramatyka danego języka jest niejako jego architektoniką, swoistym szkieletem, na którym opiera się całość konstrukcji językowej. Słownictwo natomiast stanowi budulec, którego dobór i umiejętne wykorzystanie współdecyduje (obok poprawności gramatycznej) o pięknie mowy i jej wartości informacyjnej.

Podjmując rozważania dotyczące logicznych aspektów porozumiewania się językowego, nie będziemy szerzej zastanawiać się nad własnościami gramatyk takich lub innych języków naturalnych czy też nad słownictwem tychże języków; zagadnienia te bowiem należą do lingwistyki i na jej terenie są kompetentnie badane. To, co będzie nas przede wszystkim interesowało, dotyczy głównie rozróżnień w wyrażeniach językowych tych własności funkcjonalnych, których wpływ jest nieobojętny na sposób i efektywność komunikacyjną owych wyrażen. Tok naszych rozważań rozpoczynamy od analizy pojęcia języka (z logicznego naturalnie punktu widzenia), aby przejść z kolei do omówienia elementarnego składnika całości ważnych pod względem logicznym, mianowicie do pojęcia zdania.

Pojęcie języka i systemu językowego

Analiza funkcji, jakie spełniają w systemie komunikacyjnym wyrażenia danego języka, łączy się ściśle z ogólnym rozumieniem pojęcia języka i jego roli w różnych przejawach życia spo-

łecznego. Spośród wielu sposobów interpretacji i ujęć definicyjnych tego pojęcia zwrócimy uwagę na dwa: jedno — reprezentatywne dla językoznawstwa, drugie — dla semantyki logicznej. Aby ten pierwszy, lingwistyczny, aspekt języka przedstawić w zwięzłym, ale jednocześnie autorytatywnym i dla naszych celów wystarczającym ujęciu, odwołamy się do określeń formułowanych przez wybitnych znawców przedmiotu. Będą to mianowicie poglądy profesorów: Witolda Doroszewskiego i Leona Zawadowskiego. Otóż Doroszewski charakteryzując język jako system, za pomocą którego następuje porozumienie między osobnikami należącymi do danej społeczności, pisze: „Pojęcie systemu językowego jest nieodłączne od pojęcia środowiska, które mówi danym językiem. Kształtowanie się języka jako systemu nie może się odbywać inaczej jak w środowiskowych kontaktach jednostek mówiących, sam zaś system językowy jest zespołem sposobów posługiwania się formami językowymi zwyczajowo ustabilizowanych w danym środowisku. Wyraz «system» jest skrótowym określeniem tych zwyczajów; nie istnieje on sam w sobie jako «idealny przedmiot», jako geometryczny i statyczny układ abstrakcyjnych elementów. Każdy żywy język jest faktem *par excellence* ludzkim, zdolność posługiwania się nim jest najistotniejszą cechą różniącą człowieka od wszystkich innych istot żyjących”³. W ujęciu zatem Doroszewskiego język jest jednym z podstawowych składników kultury społeczeństw ludzkich, stanowi niejako ich cechę wyróżniającą; nie jest jednakże składnikiem autonomicznym, zamkniętym, ahistorycznym. Język jako własność specyficzna gatunku *homo sapiens* jest zrelatywizowany do dwóch następujących czynników: 1) środowiska społeczno-historycznego, które tworzy język, nadaje mu rangę społecznego środka komunikacyjnego, 2) kontekstu kulturowego, który współokreślany jest przez rozwój systemu językowego, jego bogactwo i zróżnicowanie, ale też kontekst ów współtworzy właśnie za pomocą tegoż języka nowe wartości, w tym i przynależne do systemu komunikacyjnego, zwłaszcza do tej jego części, która dotyczy funkcji ekspresywnej danego języka. Dodajmy, iż pogląd ten — w tym wypadku językoznawcy — na rolę społeczną i funkcję

³ Wielka Encyklopedia Powszechna PWN, t. V, s. 292.

kulturowo-komunikacyjną języka jest poglądem nie pozbawionym treści filozoficznych; dotyczy bowiem społecznej genezy języka oraz istotnych determinant jego rozwoju. W ten sposób Doroszewski podejmuje zagadnienia, które nie są obojętne nie tylko językoznawcy, ale też filozoficznie zorientowanemu w swoich badaniach metodologowi. Drugi z wymienionych wyżej językoznawców, Zawadowski, w pracy *Lingwistyczna teoria języka* prezentuje pogląd, który również jest ważny, i to zarówno z logicznego albo semantycznego, jak i metodologicznego punktu widzenia. Otóż charakteryzując funkcję komunikacyjną wyrażen językowych, Zawadowski pisze: „Tekst językowy jest ciągiem fonicznym, złożonym z elementów należących do pewnych klas (typów). Elementy poszczególnych klas występują w tekstach w określonym związku konwencjonalnym z określonymi typami (klasami) elementów świata postrzegalnego. Wskutek tego, kto zna te związki, może słuchając tekstu (T), dowiedzieć się określonego fragmentu rzeczywistości pozatekstowej (R); tekst spełnia funkcję komunikatywną. Podobnych systemów jest wiele; nazywają się one systemami semantycznymi (podkreślenie aut.). Językiem nazywa się taki system semantyczny, który (...) jest używany przez zespół ludzi do porozumiewania się stale i o wszystkim”⁴. Charakterystyka języka, którą podaje Zawadowski, zawiera wyraźne określenie pojęcia języka i systemu językowego ze stanowiska semantyki lingwistycznej. Zwróćmy uwagę, iż zaakcentowanie w owej charakterystyce związku zachodzącego między tekstem językowym (mówionym lub pisanym) a faktami pozajęzykowymi zbliża stanowisko lingwistów do tych interpretacji, które spotykamy w semantyce logicznej. W ten sposób podkreślenie przez Zawadowskiego relacji między wyrażeniami a tym, o czym w nich mowa, lub inaczej — czego one dotyczą — jako istotnego atrybutu pojęcia języka, jest właśnie owym *iunctim*, które łączy rozważania filologiczno-filozoficzne z problematyką semantyki logicznej.

Ta właśnie relacja, tj. wyrażenie — obiekt lub zdarzenie, będzie przede wszystkim przedmiotem naszych dalszych rozważań. Zanim jednakże przystąpimy do szczegółowej charakterystyki po-

⁴ L. Zawadowski, *Lingwistyczna teoria języka*, Warszawa 1966, s. 6.

szczególnych kategorii syntaktycznych oraz relacji zachodzących między wyrażeniami a obiektami pozajęzykowymi, zwrócimy uwagę na sposób rozumienia języka na terenie logiki. Otóż w analizach semantycznych zwraca się uwagę, iż spośród języków, którymi posługuje się społeczność ludzka, należy wyodrębnić dwa wspomniane już wyżej ich rodzaje: języki naturalne i języki sztuczne. Najogólniej można powiedzieć, że język naturalny jest to taki język, który: a) powstał w procesie historycznego rozwoju społeczności nim władającej, b) jest językiem uniwersalnym w tym znaczeniu, iż nie ma w nim ograniczeń (nie istnieją takie reguły) co do tego, jakich obiektów dotyczą wyrażenia: językowych czy też pozajęzykowych, c) podlega ewolucji; dotyczy to głównie jego funkcji semantycznych (zmiana znaczeń wyrazów oraz ich zakresów) oraz spontanicznego zazwyczaj wzrostu zasobu słów, d) jest zbudowany tak, iż zawiera nadmiar środków informacyjnych; stąd często spotykana nieekonomiczność zastosowania słownictwa języków naturalnych (powtórzenia). Z łatwością spostrzegamy, że przytoczone wyżej uwagi Doroszewskiego i Zawadowskiego dotyczą właśnie języków naturalnych.

Język sztuczny, którego jedną z postaci jest język formalny, jest zbiorem wyrażen o określonym kształcie, przy czym wyróżnia się co najmniej trzy następujące elementy składowe tego języka: 1) reguły syntaktyczne (składniowe), czyli takie, za pomocą których tworzymy wyrażenia sensowne (w danym języku), 2) reguły transformacji, inaczej — przekształceń wyrażen zbudowanych za pomocą reguł wymienionych w punkcie 1, oraz 3) słownik utworzony z terminów pierwotnych. Aby język miał odpowiednią interpretację w faktach pozajęzykowych (tj. w modelu), powinien ponadto zawierać reguły semantyczne, tzn. ustalające jego odniesienie do obiektów lub zjawisk, o których będzie można mówić wyrażeniami tegoż języka. Język zbudowany w powyższy sposób będzie przedmiotem naszych rozważań na dalszych stronach. W tym miejscu natomiast zajmujemy się analizą logiczną niektórych funkcji semantycznych języka naturalnego.

Pojęcie zdania w logice. Zdanie proste i złożone

W logice zdań elementarną jednostką językową jest zdanie. Zdanie jest jednocześnie wyrażeniem, któremu przysługuje określona wartość logiczna. Zważywszy, iż w logice będącej przedmiotem naszych rozważań wyróżniamy dwie wartości (stąd nazywanej również logiką dwuwartościową), mianowicie wartość prawdy i fałszu, zdaniem w sensie logicznym będziemy więc nazywać takie i tylko takie wyrażenie, które jest prawdziwe lub fałszywe. I tak wyrażenia postaci:

- (1) 3 jest liczbą pierwszą*,
- (2) Paryż leży nad Sekwaną,
- (3) Nieprawda, że Katmandu jest stolicą Nepalu,

są przykładami zdań w sensie logicznym, przy czym zdania (1) i (2) należą do zbioru zdań prawdziwych, zdanie (3) jest naturalnie przykładem zdania fałszywego. Nie są natomiast zdaniami w rozumieniu logicznym (przy przyjętym wyżej znaczeniu pojęcia zdania w logice) następujące wyrażenia:

- (4) Czy przestudiowałeś już *Traktat o dobrej robocie* Tadeusza Kotarbińskiego?
- (5) Postępuj racjonalnie!

Pierwsze z tych zdań (4) należy bowiem do zbioru zdań pytających (zdania takie bada logika erotetyczna) i jako takie nie jest ani prawdziwe, ani też fałszywe. Nie spełnia zatem warunku wyrażenia zdaniowego w logice. Drugie (5) również jako zdanie rozkazujące nie jest prawdziwe, ani też fałszywe; stąd nie może być uznane za wyrażenie zdaniowe w rozumieniu logicznym. Dodajmy, że zdania rozkazujące, chociaż nie mogą być w języku logiki klasycznej oceniane w kryteriach prawdy lub fałszu, stanowią jednak przedmiot zainteresowań innego działu, mianowicie logiki deontycznej. Rozwój tej ostatniej przypada na początek lat pięćdziesiątych XX w., a jako jej przedstawicieli można wymienić m.in. A. R. Andersona, G. H. v. Wrighta i J. Kalinowskiego.

* Przypomnijmy, że liczbą pierwszą nazywamy taką i tylko taką liczbę naturalną, większą od jedności, która dzieli się (bez reszty) przez 1 i przez siebie.

Pojęcie zdania w logice — jak wynika z powyższego — jest rozumiane wężej niż w gramatyce języków naturalnych. Łatwo spostrzec, iż zdanie w rozumieniu logicznym jest też zdaniem w interpretacji gramatyki języka naturalnego (np. polskiego), ale nie odwrotnie. Zdania pytajne i rozkazujące są zdaniami w rozumieniu gramatycznym, lecz nie należą do wyrażen zdaniovych w sensie logicznym.

W zaprezentowanym wyżej rozumieniu pojęcia zdania można dokonać dalszych rozróżnień. Otóż zdania ze względu na ich budowę dzielimy na:

- (a) zdania proste,
- (b) zdania złożone.

Zdaniem prostym nazywamy takie i tylko takie zdanie, którego żadna część właściwa nie jest zdaniem. Zauważmy, że pojęcie części jest w logice rozumiane tak jak w języku potocznym „część lub całość”, pojęcie części właściwej zaś tak jak w języku potocznym pojęcie części. W tym znaczeniu (tj. w rozumieniu przyjętym w języku logiki) np. zbiór liczb naturalnych zawiera się w zbiorze liczb naturalnych, czyli jest jego częścią, chociaż nie jest jego częścią właściwą.

Zdaniem złożonym jest takie zdanie, w którym zawiera się jako część właściwa zdanie. W ten sposób możemy uznać wyrażenie (2) za przykład zdania prostego. Nie jest natomiast zdaniem prostym wyrażenie (3). Występuje w nim bowiem jako część właściwa zdanie: „Katmandu jest stolicą Nepalu”. Analiza prawdziwościowa i syntaktyczna zdań złożonych będzie podjęta szerzej w dalszych rozdziałach. Tu zaś poddamy analizie logicznej niektóre zagadnienia dotyczące struktury i funkcji komunikacyjnej zdań prostych. Zwrócimy przy tym uwagę na własności semantyczne członów składowych zdań prostych.

Struktura i analiza zdań prostych

W zakresie zdań prostych będziemy rozróżniali zdania podmiotowo-orzeczeniowe i podmiotowo-orzecznikowe.

Zdaniem podmiotowo-orzeczeniowym jest np. zwrot:

(6) Piotr strzela,
a podmiotowo-orzecznikowym:

(7) Piotr jest pilotem.

W zdaniu prostym jako elementarnej logicznej jednostce komunikacyjnej będziemy wyodrębniać następujące elementy:

(a) wyrażenia nazwowe

(b) wyrażenia funktorowe.

Powiemy, że dany wyraz lub zwrot N jest wyrażeniem nazwowym lub po prostu nazwą, jeśli jest tak, iż N nadaje się na podmiot lub orzecznik w zdaniu podmiotowo-orzecznikowym o ogólnej postaci: „ A jest B ”, gdzie B reprezentuje dowolny orzecznik. W zdaniach (6) i (7) do wyrażen nazwowych należą słowa „Piotr” oraz „pilot”. Pierwsze z tych słów występuje bowiem jako podmiot w (6) i (7), drugie zaś jako orzecznik w (7). Dodajmy, że do wyrażen nazwowych zaliczamy nie tylko rzeczowniki, przymiotniki, zaimki i liczebniki, lecz także zwroty będące wyrażeniami złożonymi, jak na przykład: „Ten, który jest autorem *Kordiana*”. Ostatni z przytoczonych zwrotów jest oczywiście równoważny nazwie „Juliusz Słowacki” i jako taki spełnia warunki wyrażenia nazwowego. A jest tak dlatego, że w zdaniu „Juliusz Słowacki należy do najwybitniejszych poetów polskich” zastąpienie zwrotu „Juliusz Słowacki” zwrotem: „Ten, który jest autorem *Kordiana*”, nie zmieni wartości logicznej tego zdania. Dokonując bowiem odpowiednich podstawień, otrzymamy zdanie: „Ten, który jest autorem *Kordiana*, należy do najwybitniejszych poetów polskich”. Jednakże podany wyżej warunek, tj. zachowanie tej samej wartości logicznej zdania, w którym dokonaliśmy podstawienia za występujące w nim wyrażenie nazwowe innego wyrażenia, nie jest warunkiem koniecznym, chociaż jest oczywiście warunkiem wystarczającym. Dla wykazania wszak, iż dane wyrażenie N spełnia warunki wyrażenia nazwowego, wystarczy stwierdzić, czy N podstawione na miejsce dowolnej nazwy M w zdaniu Z nie przekształca Z w zwrot nie będący zdaniem. Jeśli tak nie jest, tzn. jeśli N podstawione na miejsce wyrażenia nazwowego M w zdaniu Z nie powoduje przekształcenia Z w zwrot nie będący zdaniem, możemy uznać, że N należy do

klasy wyrażeń nazwowych. Nie jest przy tym istotne, czy owe podstawienie N za M w zdaniu Z zmieni wartość logiczną zdania Z , czy też nie zmieni.

Dane wyrażenie F zaliczamy do klasy wyrażeń funktorowych, gdy w połączeniu z innym wyrażeniem W , będącym nazwą lub zdaniem, tworzy odpowiednią kategorię syntaktyczną*. Za przykład wyrażenia funktorowego lub po prostu funkтора może służyć słowo „jest” w zdaniu „Jan jest czołgista”, gdyż wyraz ten „wiąże” niejako zwroty nazwowe „Jan” i „czołgista” w całość będącą zdaniem.

W dalszych rozważaniach zastanowimy się nad pewnym fragmentem zbioru wyrażeń funktorowych. Będą nas mianowicie interesowały takie wyrażenia albo głównie takie, które w połączeniu z odpowiednimi nazwami lub wyrażeniami zdaniowymi tworzą nowe zdania. Ten rodzaj wyrażeń określa się mianem funktorów zdaniotwórczych; będziemy przy tym rozważali funktory zdaniotwórcze od argumentów nazwowych i funktory zdaniotwórcze od argumentów zdaniowych. Zgodnie z tym, co powiedzieliśmy na wstępie tego rozdziału, poddamy analizie funktory występujące w zdaniach prostych. Będą to zatem funktory zdaniotwórcze od argumentów nazwowych.

Powiemy, że dane wyrażenie F jest funktozem zdaniotwórczym od n argumentów nazwowych ($n = 1, 2, 3, \dots$), gdy funktor F w połączeniu z n argumentami nazwowymi — przy zachowaniu warunków syntaktycznych — tworzy zdanie (prawdziwe lub fałszywe). W zdaniu np. (6) funktozem zdaniotwórczym jest słowo „strzela”, przy czym jest to funktor, który w połączeniu z jedną nazwą, mianowicie „Piotr”, tworzy zdanie proste. Ten rodzaj funktorów nazywamy funktozami zdaniotwórczymi od jednego argumentu nazwowego. Słowo „jest” natomiast w tym znaczeniu, w jakim zostało użyte w zdaniu (7), pełni rolę funkтора zdaniotwórczego od dwóch argumentów nazwowych.

* Logicy rozmaicie określają pojęcie funkтора. Np. J. Słupecki i L. Borkowski piszą: „Funktory są wyrażeniami, które wraz z pewnymi wyrażeniami składowymi, zwanymi ich argumentami, tworzą wyrażenia złożone poprawnie zbudowane” (*Elementy logiki matematycznej i teorii mnogości*, Warszawa 1966, s. 8).

Aby nie ulegać zbyt przyzwyczajeniom ukształtowanym na gruncie języka naturalnego, inaczej — potocznego, zwróćmy uwagę na inne, różne od przytoczonych wyżej, postaci wyrażeń zdaniowych. Przykłady dotychczas rozpatrywane należą do języka polskiego i jako takie zbudowane są zgodnie z wymogami gramatyki tegoż języka. Możemy jednakże nieco szerzej zinterpretować podaną wyżej definicję zdania w języku logiki, rozciągając ją i na takie wyrażenia, co do których język potoczny nie jest zdecydowany, czy przypisać im miano zdań. Za przykłady takich wyrażeń niech posłużą nam następujące zwroty:

$$(8) \quad \log 100 = 2,$$

$$(9) \quad a^{-1} = \frac{1}{a} \quad (\text{dla } a \neq 0)$$

Wyrażenia (8) i (9) spełniają, jak łatwo zauważyć, warunki wyrażeń zdaniowych, tj. posiadają odpowiednie wartości logiczne. W przytoczonych przykładach oba wyrażenia są naturalnie zdaniami prawdziwymi.

W zależności od tego, czy dane wyrażenie jest nazwą, czy też funktorem albo zdaniem, będziemy mówili o odpowiedniej kategorii syntaktycznej tego wyrażenia. Uznamy mianowicie jego przynależność do kategorii syntaktycznej nazw wówczas, gdy wyrażenie to spełnia sformułowane wyżej warunki wyrażenia nazwowego (tj. nadaje się na podmiot lub orzecznik w zdaniu o schemacie „A jest B”). I podobnie powiemy, że dane wyrażenie *W* należy do kategorii syntaktycznych funktorów (*F*), jeśli daje się scharakteryzować za pomocą tych własności, które przysługują funktorom zdaniotwórczym od argumentów nazwowych lub zdaniowych. I wreszcie dane wyrażenie *W* należy do kategorii syntaktycznej zdań wtedy i tylko wtedy, gdy *W* jest prawdziwe lub fałszywe*.

Wyodrębniliśmy w ten sposób dwie podstawowe kategorie syntaktyczne, mianowicie nazw i zdań. Co do funktorów, należy dodać, iż w zależności od liczby i kategorii syntaktycznej argumen-

* Pomijamy funktory nazwotwórcze; zainteresowanego tym zagadnieniem czytelnika odsyłamy do książki H. Greniewskiego: *Elementy logiki formalnej*, wyd. cyt., s. 30 i n.

tów dokonujemy dalszego podziału w zakresie kategorii syntaktycznej funktorów. Innymi słowy, ilekroć mówimy o kategorii syntaktycznej funktorów, mamy na uwadze niejako „rodzinę” takich kategorii, gdyż w zależności od: 1) ilości argumentów, 2) kategorii syntaktycznej argumentów (nazwowych, zdaniowych lub funktorowych), 3) tego, co tworzy dany funktor wraz z argumentami, tj. zdanie, nazwę czy też inny funktor (w przypadku funktorów funktorotwórczych, np. zwrot „szybko” w wyrażeniu „szybko jedzie”), odróżniamy kategorie syntaktyczne funktorów nazwotwórczych od n argumentów nazwowych, zdaniotwórczych również od jednego i więcej argumentów nazwowych lub zdaniowych i kategorie funktorów funktorotwórczych od n argumentów funktorowych. A oto kilka przykładów wyjaśniających. Na podstawie wprowadzonych rozróżnień wśród kategorii syntaktycznych uprawomocnione jest twierdzenie, że słowo „jest” występujące w zdaniu podmiotowo-orzecznikowym należy do kategorii syntaktycznej funktorów zdaniotwórczych od dwóch argumentów nazwowych; słowa zaś „czyta”, „pisze”, „śpiewa” w potocznym swym znaczeniu należą do kategorii syntaktycznej funktorów jednoargumentowych. Zwrot natomiast „...leży między ... a ...” jest ilustracją funktora zdaniotwórczego od trzech argumentów nazwowych. W zdaniu bowiem „Kutno leży między Warszawą a Poznaniem” funktor „...leży między ... a ...” tworzy zdanie za pomocą trzech wyrażeń nazwowych: Kutno, Warszawa i Poznań. Można by oczywiście przytaczać dalsze przykłady funktorów zdaniotwórczych cztero-, pięcio- i n -argumentowych. W naszych jednakże rozważaniach nie jest konieczne podawanie tego rodzaju przykładów, gdyż po pierwsze — zastosowanie tego typu funktorów zarówno w języku nauk humanistycznych, jak i w języku politycznym czy też wojskowym jest prawie żadne; byłyby to więc przykłady wysoce abstrakcyjne, bez większych walorów praktycznych, po drugie — tego rodzaju funktory są szczegółowo badane w innych działach logiki (np. w logice funktorów); związek tych działów logiki z problematyką przez nas podjętą jest bardzo luźny, stąd nie zachodzi potrzeba wkraczania na teren badań odległy od zasadniczego toku wywodów. Dodaj-

my, iż dla charakterystyki logicznej zdań prostych — co jest zasadniczym wątkiem w rozważaniach niniejszego rozdziału — wystarczą te uwagi, które poczyniliśmy o funktorach jedno-, dwu- i trzyargumentowych.

Uogólniając dotychczasowy tok wywodów nad problematyką wyrażań nazwowych, funktorowych i zdaniowych, możemy przejść do sformułowania określenia dotyczącego przynależności danego wyrażenia W (zdaniowego, nazwowego lub funktorowego) do danej kategorii syntaktycznej S . Powiemy mianowicie, że dwa wyrażenia W i W_1 należą do kategorii syntaktycznej S (zdań, nazw lub funktorów) języka J (np. polskiego) wtedy, gdy w wyrażeniu sensownym W^s języka J podstawimy W na miejsce syntaktyczne W_1 i wyrażenie W^s nie przestanie być wyrażeniem sensownym (np. zdaniem Z języka J).*

Mając np. formułę zdaniową postaci:

(x) A jest B

możemy na miejsce A i B podstawić w sposób prawomocny (z punktu widzenia składni języka polskiego) wyrażenia należące do kategorii syntaktycznej nazw, przekształcając w ten sposób formułę (x) w zdanie prawdziwe lub fałszywe. Jeśli np. za A i B podstawimy odpowiednio wyrazy „Kraków” i „miasto wojewódzkie” lub „Giewont” i „najwyższy szczyt w Tatrach polskich”, otrzymamy zdania: „Kraków jest miastem wojewódzkim” oraz „Giewont jest najwyższym szczytem w Tatrach polskich”. z których pierwsze jest naturalnie prawdziwe, a drugie fałszywe. Jeśli natomiast w formule (x) za A lub B podstawimy wyrażenia innej kategorii syntaktycznej niż nazwowa, np. wyrażenie należące do kategorii syntaktycznej funktorów, wówczas formuła (x) przekształci się w wyrażenie nie będące sensownym, jak np.

* W rozmowie z autorem prof. dr Jerzy Słupecki zaproponował, by zdefiniować pojęcie kategorii syntaktycznej (semantycznej) za pomocą relacji zastępowalności: „Wyrażenia W_1 i W_2 należą do tej samej kategorii syntaktycznej (są zastępowalne) wtedy i tylko wtedy, gdy zastępując w dowolnym zdaniu jedno z tych wyrażań drugim otrzymujemy wyrażenie, które nadal jest zdaniem” i dalej: „Kategorią syntaktyczną jest zbiór wszystkich wyrażań nawzajem zastępowalnych”. Propozycja powyższa, z którą autor w pełni się zgadza, została również sformułowana przez prof. Słupeckiego w recenzji niniejszej pracy, skąd pochodzi właśnie przytoczony cytat.

„Idzie jest miastem wojewódzkim” (po podstawieniu za *A* słowa „idzie”, a za *B* — „miastem wojewódzkim”).

Formułując zatem pojęcie kategorii syntaktycznej wyrażen należących do danego języka *J*, odwołujemy się do charakterystyk definicyjnych owych wyrażen formułowanych w oparciu o przyjęte w danym języku reguły składni (w przypadku języków naturalnych są to reguły będące uogólnieniem obyczaju językowego), aby następnie w oparciu o te charakterystyki dać ogólne określenie pojęcia kategorii syntaktycznej *S* wyrażen *W* języka *J*.

Należy zauważyć, że rozważania nad pojęciem kategorii syntaktycznej oraz strukturą zdań prostych stanowią ważny przyczynek do wyjaśnienia lub co najmniej uprzytomnienia logicznych warunków sprawnego posługiwania się danym językiem w jego funkcji komunikacyjnej i perswazyjnej. Wyrażne bowiem uświadomienie sobie funkcji syntaktycznych zwrotów tworzących wyrażenia zdaniowe pozwala uniknąć sformułowań syntaktycznie bezładnych, czyli nie spełniających postulatu sensowności semantycznej. A dane wyrażenie jest sensowne semantycznie wtedy, gdy stanowi całość znaczącą.

Inny wzgląd, również nieobojętny w dociekaniach teoretycznych, to dążenie do automatyzacji i cybernetyzacji przynajmniej niektórych procesów komunikacyjnych (np. przekładalność za pomocą odpowiednich urządzeń elektronicznych tekstu z danego języka na inny); fazą wstępną zaś procesu automatyzacji lub cybernetyzacji jest szczegółowa analiza i niejako „kodyfikacja” struktury syntaktycznej i funkcji semantycznych wyrażen tworzących słownik badanego języka. Do podstawowych funkcji semantycznych wyrażen języka naturalnego zaliczamy oznaczanie (denotowanie), znaczenie (funkcje konotacyjne), reprezentowanie, symbolizowanie, zastępowanie i wypowiedanie.

Ze względu na związek, jaki istnieje między wyszczególnionymi wyżej funkcjami wyrażen danego języka a zagadnieniem sprawności komunikacyjnej tegoż języka, omówimy szerzej owe funkcje. Przedmiotem naszych zainteresowań będą przy tym głównie wyrażenia należące do kategorii syntaktycznej nazw. To szczególne zainteresowanie tą właśnie kategorią syntaktyczną uza-

sadniamy tym, że w procesie komunikowania relacja: słowo oznaczające — fakt, lub słowo — obiekt, jest jedną z podstawowych relacji.

O funkcjach semantycznych wyrażen.

Oznaczanie, znaczenie i wyrażanie

Analizując konstrukcję zdania prostego, zwróciliśmy uwagę na dwa elementy występujące jako istotne składniki tego typu zdań. Są to mianowicie nazwy i funktery. Podając następnie syntaktyczną definicję nazwy, jako wyrażenia nadającego się na podmiot lub orzecznik w zdaniu podmiotowo-orzecznikowym typu „A jest B”, wskazaliśmy, że tak rozumiane pojęcie nazwy stanowi oddzielną kategorię syntaktyczną. Zwrot np. „najwyższa budowla w Warszawie” jest w podanym znaczeniu nazwą, gdyż w zdaniu „Pałac Kultury i Nauki jest najwyższą budowlą w Warszawie” pełni funkcję orzecznika; podobnie zwrot „Muzeum Fryderyka Chopina” jest również nazwą, gdyż w zdaniu „Muzeum Fryderyka Chopina mieści się w Pałacu Ostrogskich” pełni funkcję podmiotu.

Poddając analizie semantycznej pojęcie nazwy, zwrócimy uwagę, że pojęcie to może być rozważane co najmniej od dwóch stron, czyli możemy wyróżnić — o czym nadmieniliśmy już wyżej — spośród wielu innych dwie następujące funkcje semantyczne: oznaczanie i znaczenie. Funkcje te możemy uznać za podstawowe dla wyrażen nazwowych i jako takie należy je bardziej szczegółowo scharakteryzować.

Analizę funkcji oznaczania i znaczenia wyrażen nazwowych (uzupełnijmy, iż funkcja znaczenia przysługuje nie tylko nazwom, lecz i innym wyrażeniom) poprzedzimy kilkoma przykładami zdaniowymi, na podstawie których będziemy prowadzili analizę.

Niech to będą następujące wyrażenia zdaniowe:

- (10) Wrocław jest miastem uniwersyteckim,
- (11) Oficer jest żołnierzem,
- (12) Zeus był według wierzeń starożytnych Greków mieszkańcem Olimpu,
- (13) Białość jest kolorem czystego śniegu.

Wyrażenia występujące w roli podmiotów lub orzeczników w zdaniach (10) — (13) są na mocy podanych wyżej określeń nazwami. Jak łatwo dostrzec, każda z tych nazw — jako podmiot lub orzecznik — dotyczy obiektów lub cech obiektów („białość”), przy czym obiekty te różnią się między sobą nie tylko jakościowo, ale i ilościowo. Nazwa „Wrocław” w znaczeniu, jakie jej zostało nadane w zdaniu (10), jest nazwą jednego i tylko jednego obiektu, mianowicie miasta wojewódzkiego, a zarazem stolicy Dolnego Śląska. Istnieje więc jeden i dokładnie jeden obiekt, o którym możemy orzec prawdziwie zdanie postaci: „Wrocław jest miastem wojewódzkim Dolnego Śląska, położonym malowniczo nad Odram”. Otóż tego rodzaju nazwy będziemy określać mianem nazw jednostkowych.

Uogólniając powyższe spostrzeżenia, możemy sformułować definicję pojęcia nazwy jednostkowej. Przyjmując, że obiekty, które są oznaczane przez odpowiednie nazwy, noszą miano desygnatów, powiemy, że dana nazwa *N* przy ustalonym swym znaczeniu jest nazwą jednostkową, gdy jest tak, iż istnieje jeden i tylko jeden desygnat nazwy *N* lub inaczej — istnieje (lub istniał albo będzie istniał) dokładnie jeden obiekt, o którym prawdą jest, że stanowi on desygnat nazwy *N* (przy danym jej znaczeniu). W ten sposób do nazw jednostkowych zaliczymy wyrażenia „Pierwszy zdobywca Bieguna Południowego”, „Ten, który przeniósł stolicę Polski z Krakowa do Warszawy”. Przytoczone wyrażenia są ilustracją nazw jednostkowych, gdyż, jak wiadomo, pierwsza z nich może być orzeczona tylko o Norwegu Roaldzie Amundsenie i tylko o nim, a druga o królu Zygmuncie III (Waza), który, jak wiadomo, przeniósł stolicę Polski z Krakowa do Warszawy. Ostatni z podanych przykładów jest jeszcze jedną ilustracją faktu, iż nazwą może być również wyrażenie złożone; w tym przypadku jest ono ilustracją nazwy jednostkowej. Do nazw jednostkowych zaliczamy również imiona osób, jak np. Jan, Piotr, Wojciech. I tu należy uczynić następującą uwagę. Mogłoby się z pozoru wydawać, że nazwy będące imionami mają więcej niż jeden desygnat, istnieje bowiem wiele osób o tych samych imionach. Zauważmy jednak, iż nie ma Jana czy też Piotra w ogóle;

zawsze ilekroć mówimy o Janie, mamy na uwadze konkretnego, a tym samym jednostkowego Jana. Można zatem w sposób uzasadniony przyjąć, iż nazwy występujące w roli imion własnych osób, miejscowości, rzek itp. są nazwami jednostkowymi.

Rozważmy następnie wyrażenia nazwowe, które dotyczą więcej niż jednego przedmiotu. Nietrudno zauważyć, że do tego rodzaju nazw zaliczamy wyrażenia występujące w roli podmiotu i orzecznika w zdaniu (11). Każda z wymienionych nazw obejmuje swoim zakresem określoną liczbę obiektów (przedmiotów, osób), w każdym razie nie mniej niż dwa. Uogólniając powiemy, iż nazwy posiadające przy danym swym znaczeniu więcej niż jeden desygnat, a do takich właśnie należy podmiot i orzecznik zdania (11), będziemy nazywali nazwami ogólnymi. Nazwą ogólną będzie zatem wyraz „człowiek” w znaczeniu, jakie mu przypisujemy w zdaniu: „Człowiek jest istotą społeczną”, jak też wyraz „miasto” występujący w roli orzecznika w zdaniu: „Kalisz jest jednym z najstarszych miast polskich”. Na podstawie dotychczasowego toku wywodów nad pojęciem nazwy ogólnej możemy przejść do sformułowania definicji tejże nazwy. Powiemy mianowicie, że dana nazwa N będąca wyrażeniem języka J jest nazwą ogólną przy ustalonym swym znaczeniu w języku J wtedy, gdy jest tak, iż zakres nazwy N (denotacja) jest różny od zakresu zerowego (pustego) i jednostkowego. Niekiedy zamiast słowa „zakres” używamy wyrazu „denotacja”, które to słowo przy jednym ze swych znaczeń jest synonimem wyrazu „zakres”.

Nazwy jednostkowe i ogólne tworzą wspólną grupę wyrażeń nazwowych określaną mianem nazw przedmiotowych.

Wyraz „Zeus” występujący w podmiocie zdania (12) nie dotyczy żadnego przedmiotu w rozumieniu tego ostatniego jako obiektu przestrzenno-czasowego. Nie istniał i nie istnieje bowiem ktoś, o kim prawdziwe byłoby zdanie: „Ten oto jest Zeusem” (wykluczamy w tym miejscu nazwy posągów symbolizujących mitycznego Zeusa), w tym znaczeniu słowa istnieć, w jakim stosujemy je mówiąc, że istnieje ten oto stół lub pomnik Chopina w Łazienkach warszawskich (w roku 1968). Nazwa „Zeus” jest więc nazwą nie mającą desygnatów lub, inaczej, jest nazwą o zerowym

zakresie (denotacji). Ten rodzaj nazw będziemy określali mianem nazw pustych⁵. Nazwą pustą będą zatem wyrażenia: „Król Polski w roku 1938”, „syn Mikołaja Kopernika” (wiadomo bowiem, że Kopernik nie miał synów) itp. I ogólnie: powiemy, że dana nazwa *N*, należąca do języka *J* i posiadająca w tym języku ustalone znaczenie, jest nazwą pustą, gdy jest tak, że zakres nazwy *N* jest zerowy, czyli gdy nie istnieje taki przedmiot *P* (przestrzenno-czasowy), o którym nazwę *N* moglibyśmy orzec prawdziwie.

Nazwy przedmiotowe i puste tworzą łącznie klasę nazw konkretnych. Możemy więc powiedzieć, że dane wyrażenie *N* języka *J* przy ustalonym w języku *J* znaczeniu należy do klasy nazw konkretnych wówczas, gdy spełnia warunki definicyjne nazwy przedmiotowej lub pustej.

Oprócz nazw konkretnych w semantyce logicznej badamy również i takie typy wyrażeń, co do których przyjęto, iż będzie się je określać mianem nazw abstrakcyjnych⁶. Przykładem nazwy abstrakcyjnej jest wyraz „białość” w zdaniu (13). Co jest charakterystyczne dla wyrażeń występujących w roli nazw abstrakcyjnych? Zwróćmy przede wszystkim uwagę, że tego rodzaju nazwy dotyczą cech, białłość bowiem jest cechą (własnością) pewnych przedmiotów, mianowicie przedmiotów białych. Zauważmy przy tym, że wyraz „biały” w odróżnieniu od słowa „białość” jest nazwą konkretną, traktuje bowiem o przedmiocie, a nie o jego własności. „Białłość” natomiast jest nazwą abstrakcyjną, gdyż dotyczy własności danego przedmiotu, a nie jego samego. Podobnie nazwą abstrakcyjną jest wyraz „równość” rozumiany tak, jak wskazuje na to kontekst następującego zdania: „Równość prawno-polityczna była jednym z postulatów stronnictw demokratycznych”. Przykład ten wskazuje, że do nazw abstrakcyjnych zaliczamy nazwy stosunków, ponieważ równość jest

⁵ W charakterystyce nazw pustych przeprowadza się dalsze rozróżnienia, mianowicie rozróżnia się nazwy puste o intencji ogólnej, np. bogowie olimpijscy, i nazwy puste o intencji jednostkowej, jak chociażby nazwa Zeus podana w tekście (por. T. Kotarbiński, *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*, Wrocław—Warszawa—Kraków 1961, s. 460 i n.)

⁶ Por. T. Czeżowski, *Główne zasady nauk filozoficznych*, Wrocław 1959.

stosunkiem między dwoma przedmiotami (rzeczywistymi lub abstrakcyjnymi) albo zbiorami takich przedmiotów. Nazwą abstrakcyjną będzie zatem wyraz „większość” użyty w znaczeniu, jakie przypisujemy mu mówiąc „ x jest większy od y ” lub wyraz „starszeństwo” rozumiany tak jak w zdaniu: „Piotr jest starszy od Jana”. Oprócz cech i stosunków nazwy abstrakcyjne dotyczą również zdarzeń. Wyraz np. „podróż”, rozumiany tak jak w zdaniu: „Podróże kształcą”, pełni funkcję nazwy abstrakcyjnej podobnie jak wyraz „agresja” w zdaniu: „Niemcy hitlerowskie dokonały agresji przeciwko Polsce 1 września 1939 r.”. Poza tym nazwy abstrakcyjne denotują klasy przedmiotów abstrakcyjnych, jak liczb, figur geometrycznych itp.

Przytoczona wyżej klasyfikacja nazw — szeroko rozpowszechniona w literaturze logicznej głównie dzięki K. Ajdukiewiczowi — nie jest jedyną tego rodzaju klasyfikacją, chociaż ma wiele zalet. Podstawową z tych zalet jest ta, iż klasyfikacja owa porządkuje w sposób przejrzysty wyrażenia kategorii syntaktycznej nazw. Inną, pozostającą w ścisłym związku z charakterystyką logiczną zdania jednostkowego (nazywanego również zdaniem atomowym), jest klasyfikacja, w której do nazw zalicza się tylko wyrażenia, nadające się na podmioty zdań jednostkowych. Zanim jednakże podamy tę klasyfikację, poczynimy kilka uwag o zdaniach jednostkowych.

Zdania jednostkowe (atomowe) są to takie zdania, w których stwierdza się istnienie danego przedmiotu (rzeczywistego lub abstrakcyjnego) albo faktu indywidualnego. Wśród tak rozumianych zdań jednostkowych przeprowadzamy rozróżnienie polegające na wyodrębnieniu zdań jednostkowych w ścisłym tego słowa znaczeniu oraz zdań jednostkowych relacyjnych⁷. Do pierwszych z nich zaliczamy takie zdania jak:

(14) Paryż jest stolicą Francji,

(15) Adam Mickiewicz jest wybitnym poetą doby romantyzmu.

Przykładami zaś zdań jednostkowych relacyjnych mogą być następujące zwroty:

⁷ Tamże.

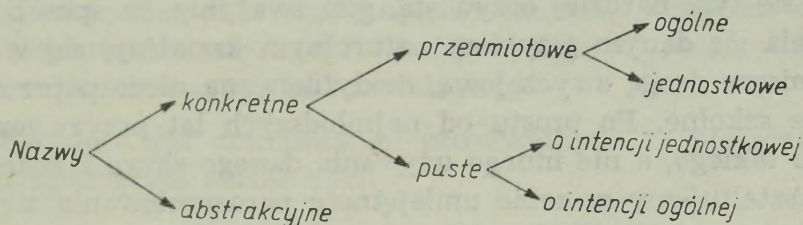
(16) Londyn leży nad Tamizą,

(17) Liczba 2 należy do zbioru liczb pierwszych.

Łatwo zauważyć, że każde zdanie elementarne (tak bowiem nazywa się również zdania jednostkowe) relacjonalne daje się przekształcić w zdanie jednostkowe w węższym tego słowa znaczeniu, np. „Londyn jest położony nad Tamizą”, „Liczba 2 jest liczbą pierwszą”. Otóż według wspomnianej już klasyfikacji nazwy występujące w podmiotach zdań jednostkowych (Paryż, Adam Mickiewicz) noszą miano nazw *indywidualnych*. Cechą charakterystyczną tego rodzaju nazw jest to, iż wskazują one dany przedmiot w sposób bezpośredni (a nie poprzez przysługujące im znaczenie). W zdaniu jednostkowym nazwa indywidualna wskazuje na przynależność danego przedmiotu do określonej klasy przedmiotów, np. w zdaniu (14) stwierdzamy przynależność Paryża do zbioru miast będących stolicami [naturalnie w przytoczonym przykładzie rozważany zbiór jest jednostkowy, ale nie jest już takim zbiór poetów doby romantyzmu, czyli orzecznik w zdaniu (15)]. Przy tej konwencji co do sposobu rozumienia pojęcia nazwy i zwrotów nazywających wprowadza się odmienną terminologię dla określenia wyrażen nie będących imionami własnymi. Otóż zwroty, które nadają się na orzeczniki zdań jednostkowych nierelacjonalnych nazywa się *deskryptami*. Pominając fakt, że w sprawie interpretacji pojęcia deskryptu istnieje duża różnorodność stanowisk, zauważmy jednak, iż pojęcie to zostało poddane obszernej analizie głównie przez Bertranda Russella (1872—1970), jednego z najwybitniejszych logików oraz matematyków XX wieku i jest nadal przedmiotem analiz metodologicznych, jak też licznych prób zastosowań w różnych dziedzinach wiedzy (przede wszystkim w teoriach matematycznych i logicznych). W ujęciu Russella deskrypty dzielimy na dwie klasy: a) określone i b) nieokreślone. Deskrypty określone są to wyrażenia nazwowe nie będące imionami własnymi i mające dokładnie jeden desygnat. Przykładami tego rodzaju deskryptu mogą być zwroty: „najwyższy szczyt Tatr polskich”, „prezydent Stanów Zjednoczonych w roku 1969”. Są to więc wyrażenia, które mają denotację jednostkową oraz wskazują nazywany przedmiot

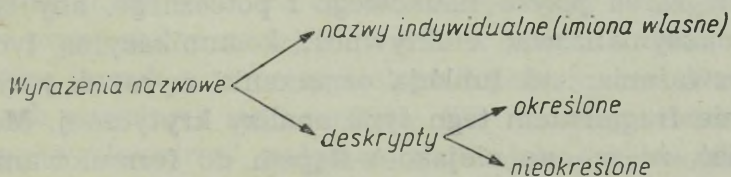
poprzez znaczenie, które owym wyrażeniom w danym języku przysługuje. Deskrypty zaś nieokreślone są wyrażeniami nazwowymi albo nazywającymi, o więcej niż jednym desygnacie. Ilustracją tego rodzaju deskryptów mogą być następujące zwroty: „generał WP”, „pewien dowódca dywizji”. Według tej koncepcji ogół wyrażen nazywających możemy zatem podzielić na: 1) nazwy indywidualne (imiona własne) oraz 2) deskrypty. Te z kolei dzielimy na deskrypty określone, a więc zwroty nazywające o jednym desygnacie i deskrypty nieokreślone, czyli zwroty posiadające więcej niż jeden desygnat.⁸

Rozważania nad zakresową charakterystyką nazw oraz przedstawione wyżej koncepcje klasyfikacyjne można ująć za pomocą następujących diagramów:



Rys. 1

Dokonując nieistotnych uproszczeń, możemy również drugą z podanych wyżej charakterystyk wyrażen nazwowych przedstawić w postaci graficznej:



Rys. 2

W dalszych rozważaniach za podstawę analizy wyrażen nazwowych przyjmujemy pierwszą z podanych wyżej klasyfikacji (rys. 1).

⁸ W sprawie deskrypcji znajdzie czytelnik szerszy wywód w pracy: H. Reichenbach, *Elementy logiki formalnej* (fragmenty), w: *Logika i język*, Warszawa 1967, s. 92 i n.

Czynimy tak dlatego, że klasyfikacja ta jest wyraźnie użyteczna w badaniach języka nauk humanistycznych i wojskowych. A te względy uważamy za zasadnicze w doborze i interpretacji prezentowanych zagadnień.

Analiza zakresowa wyrażen nazwowych stanowi jeden ze składników poczynan zmierzających do logicznego uporządkowania — poprzez odpowiednią analizę semantyczną — podstawowych elementów języka naturalnego, który jest przecież głównym instrumentem czy też systemem komunikacyjnym życia społecznego. A taka analiza i uporządkowanie będące jej następstwem zmierzają właśnie do udoskonalenia sposobów efektywnego posługiwania się danym językiem jako społecznie doniosłym systemem informacyjnym. Potrzeba nadmienionej wyżej analizy staje się tym bardziej oczywista, gdy zważymy, że sposób posługiwania się danym językiem naturalnym kształtuje się w głównej mierze drogą zwyczajową, modyfikowaną nieco poprzez nauczanie szkolne. Po prostu od najmłodszych lat przyzwyczajamy się do takiego, a nie innego używania danego słowa i w ten sposób kształtujemy w sobie umiejętność porozumiewania się z naszym otoczeniem. Wiedza szkolna o języku daje nam pewne podstawy teoretyczne, zwłaszcza w zakresie gramatyki tego języka. Nie jest to jednakże ten rodzaj wiedzy, który by wyczerpywał środki poprawności logicznej, a zarazem gwarantował poprawność logiczno-semantyczną naszych wypowiedzi. Semantyka logiczna zmierza do krytycznej analizy zarówno struktury, jak i treści wyrażen języka naukowego i potocznego, aby tym sposobem maksymalizować efektywność komunikacyjną tych języków. Rozważania nad funkcją oznaczania wyrażen językowych są właśnie fragmentem tego typu analizy krytycznej. Można też powiedzieć, że są one niejako wstępem do formułowania reguł poprawnego posługiwania się zarówno wyrażeniami nazwowymi, jak i całościami z nich utworzonymi.

Mówiliśmy dotychczas o własności oznaczania, jaka przysługuje wyrażeniom nazwowym*. Następnym zagadnieniem dotyczącym

* Formułując definicję pojęcia oznaczania, powiemy, że dana nazwa N oznacza przedmiot P wtedy i tylko wtedy, gdy N może być orzeczone prawdziwie o P .

nazw, ich funkcji w danym systemie komunikacyjnym będzie charakterystyka nazw pod względem treści. Zauważmy już na wstępie, że własność oznaczania przysługuje tylko nazwom przedmiotowym, natomiast znaczą, czyli posiadają określoną treść dowolne wyrażenia danego języka. Mówiąc jednak o treści wyrażen językowych, będziemy w niniejszych rozważaniach mieć na uwadze, jeśli nie wyłącznie, to przede wszystkim nazwy, a o funkcji znaczeniowej innych wyrażen, nienazwowych, wspomnimy tylko przy sposobności omawiania ich roli syntaktyczno-logicznej (np. o funkcji znaczeniowej funktorów zdaniotwórczych od argumentów zdaniowych lub nazwowych).

Analizę treści wyrażen nazwowych poprzedzimy przykładem zdaniowym, aby móc z niego korzystać w dalszych wywodach. Załóżmy, że mamy dane następujące wyrażenia zdaniowe dotyczące obiektu matematycznego (ściślej — figury geometrycznej), lecz sformułowane w języku naturalnym:

- (18) Kwadrat jest czworokątem prostokątnym na płaszczyźnie posiadającym równe boki.

Występująca w zdaniu (18) nazwa „kwadrat”, odnosząca się do przedmiotu abstrakcyjnego, jest w przyjętym przez nas znaczeniu (rys. 1) traktowana jako nazwa abstrakcyjna. Rozważmy, co stanowi treść tej nazwy.

Pojęcie treści wyrażen nazwowych łączy się ściśle z charakterystyką obiektów lub faktów, o których w tych nazwach jest mowa. Powiemy mianowicie, że treścią danej nazwy N (należącej do języka J i przy ustalonym jej znaczeniu w języku J) jest $z e s p ó ł c e c h$, które przysługują przedmiotom P przez nazwę N oznaczanym*. I tak powołując się na zdanie (18) możemy stwierdzić, że treścią nazwy „kwadrat”, należącej naturalnie do słownika języka polskiego, jest m.in.:

- a) prostokątność,
- b) równoboczość,
- c) równoległoboczość,
- d) przecinanie się przekątnych pod kątem prostym.

* Określenie to dotyczy, oczywiście, nazw niepustych; dodajmy, że treść mają też nazwy puste, jak też inne wyrażenia, o czym będzie mowa dalej.

Wymienione zatem w punktach a)—d) pewne własności przysługujące desygnatom nazwy „kwadrat” stanowią treść tej nazwy. Zwróćmy jednak uwagę, iż tylko niektóre z tych własności są niezbędne do tego, aby w sposób jednoznaczny scharakteryzować desygnat nazwy „kwadrat”. Łatwo zauważyć, że spośród wymienionych cech pierwsze dwie, tj. prostokątność i równoboczność, określają jednoznacznie treść słowa „kwadrat”. Każda bowiem figura prostokątna i posiadająca równe boki jest kwadratem. Pozostałe własności, jak równoległoboczność, przecinanie się przekątnych pod kątem prostym, nie są niezbędne do wyodrębnienia figur będących kwadratami spośród innych figur geometrycznych. Nie znaczy to, że np. ze względów dydaktycznych nie należy o tych dodatkowych cechach [c)—d)] wspomnieć przy charakterystyce kwadratu. Nie jest to jednakże konieczne przy budowie określeń spełniających warunki zdań definicyjnych lub takich, które podają jednoznaczną charakterystykę danego obiektu lub faktu, poprzez podanie treści nazwy ów obiekt, fakt, oznaczającej. Otóż mając na uwadze powyższe rozróżnienie, tj. własności niezbędne do jednoznacznej charakterystyki obiektu będącego desygnatem nazwy N (przy ustalonym jej znaczeniu w języku J), jak i własności drugorzędne (ze względu na ową charakterystykę), będziemy mówili o treści konstytutywnej i treści konsekwtywnej nazwy N należącej do języka J i przy ustalonym jej znaczeniu w tym języku.

Uogólniając to, co powiedzieliśmy wyżej o treści nazwy „kwadrat”, możemy stwierdzić, iż treścią konstytutywną nazwy N należącej do języka J przy ustalonym w tym języku jej znaczeniu jest konieczny i wystarczający zespół własności przysługujących obiektowi P będącemu desygnatem nazwy N . Odwołując się zaś do przykładu podanego w zdaniu (18) powiemy, że do treści konstytutywnej nazwy „kwadrat” zaliczamy prostokątność i równoboczność. Pozostałe własności — przy wymienieniu jednoczesnym powyższych — będą stanowiły treść konsekwtywną.

Pojęcie treści — jak już nadmieniliśmy — dotyczy dowolnego wyrażenia danego języka J , w tym więc i nazw pustych. Rozważmy to na przykładzie. Co jest zatem treścią nazwy „krasnoludek”?

Zauważmy przede wszystkim, iż mówiąc o własnościach przedmiotów *P* przez daną nazwę *N* należącą do języka *J* oznaczanych zawęziliśmy tym samym pojęcie treści do nazw przedmiotowych, przy rozumieniu przedmiotu jako obiektu przestrzenno-czasowego. W dociekaniach metodologicznych możemy jednakże przyjąć nieco szersze rozumienie pojęcia przedmiotu, mianowicie takie, aby do jego zakresu należały zarówno przedmioty abstrakcyjne, jak i twory fantazji (artystycznej — postaci literackie, oraz innej, np. postaci z legend ludowych). Przy tym założeniu co do sposobu rozumienia pojęcia przedmiotu możemy już przejść do poszerzonego rozumienia pojęcia treści danego wyrażenia nazwowego. Uczynimy to — jak już powiedzieliśmy — na przykładzie nazw pustych. Nadmienmy, że nazwy puste — w odróżnieniu od nazw abstrakcyjnych — są konstrukcjami wyrażeniowymi, które dotyczą zazwyczaj przedmiotów wyimaginowanych (niekiedy sprzecznych, np. oficer nie mający stopnia wojskowego), jak np. Zeus, nimfa, krasnoludek; podczas gdy nazwy abstrakcyjne, chociaż też nie mają desygnatów przestrzenno-czasowych, to jednak ich denotację* stanowią przedmioty abstrakcyjne. Tworząc wyobrażeniowo przedmiot fikcyjny (wyimaginowany), nadajemy mu tym samym określone własności. Zeus gromowładny w wyobrazeniach antycznych Greków występował pod postacią mężczyzny o potężnej, atletycznej budowie, piorunującym spojrzeniu, tubalnym głose, z dostojną siwą brodą tudzież o innych cechach boskości i wszechmocy. Podobnie postać krasnoludka w bajkach np. Marii Konopnickiej jest wyraźnie scharakteryzowana, tzn. tak, że wyobrażenia nam niejako „narzuca” odpowiednią postać; są to mianowicie ludki dobrotliwe, zaradne, wesołe, pracowite, śpieszące z pomocą słabym, niezaradnym i pokrzywdzonym. Mamy tu zatem wskazanie własności, jakie przypisują twórcy przedmiotom wyobrażeniowym. Własności te stanowią właśnie treść nazw pustych. Łatwo zauważyć, że będą to w znacznej mierze własności zdeterminowane predyspozycjami psychicznymi oraz fantazją li-

* Powiemy ogólnie, że denotacją nazwy *N* (konkretnej lub abstrakcyjnej) jest zakres nazwy *N*, np. denotacją nazwy „liczba pierwsza” jest zbiór liczb: 2, 3, 5, 3..., a denotacją nazwy „człowiek” jest ogół ludzi.

teracką zarówno tego, który tworzy takowy, tj. fikcyjny przedmiot (osobę), jak i tego, który jest odbiorcą, a więc czytelnika lub kogoś, kto słucha opowieści o tego rodzaju tworach.

Rozważania nad pojęciami oznaczania i znaczenia łączą się ściśle z logiczną interpretacją funkcji języka, jego roli w procesie kształtowania się kultury duchowej społeczności ludzkich. Związek ten polega na tym, że człowiek — rozumiany w sposób historyczny i społeczny — tworząc język stworzył przez ten fakt niejako czwarty wymiar, w którym w swoisty sposób egzystuje myśl ludzka odzwierciedlająca z różną ścisłością stosunki, przedmioty i zdarzenia świata realnego. Ukształtowana w procesie historycznego rozwoju jest owa myśl — dzięki trwałej postaci językowej — istotną determinantą dalszego postępu. A jasność logiczna myśli jest uwarunkowana ścisłością języka, w którym dana osoba tę myśl wyraża. Z kolei wyraźne uświadomienie sobie, na czym polegają poszczególne funkcje semantyczne wyrażen językowych, w tym oznaczanie i znaczenie, jest jednym ze składników owego procesu, poprzez który zmierzamy do uściślenia języka, a tym samym do usprawnienia oraz udoskonalenia jego funkcji komunikacyjnej i poznawczej.

Dodajmy, iż w sposób lakoniczny, a zarazem wielostronny ujmując z tego, tj. filozoficzno-logicznego, punktu widzenia pojęcie języka i jego funkcji Tadeusz Czeżowski pisząc: „Język mówiony lub pisany jest (...) wytworem psychofizycznym, dzięki któremu myśl przybiera taką postać, iż może stać się elementem nauki. Składa się zaś na to trojaka rola języka: jako narzędzia obiektywizowania, uzewnętrzniania i utrwalania treści myślowych. Mianowicie myśl ujęta w słowa odrywa się niejako od swego podmiotu, odsubiektywizuje się, rozpoczyna jakby życie samodzielne, bo przybiera postać fizyczną, głosu lub pisma, staje się więc, jak wszystko, co fizyczne, obiektywna. Zarazem zaś — przestając być związana wyłącznie ze swym podmiotem — uzewnętrznia się, to znaczy udostępnia się wszystkim, którzy głos usłyszą lub pismo przeczytają i rozumieją. Wreszcie zaś utrwała się, trwając w słowie lub piśmie tak długo, póki one istnieją, niezależnie od czynności, która je wytworzyła”⁹. Aby myśl wypowie-

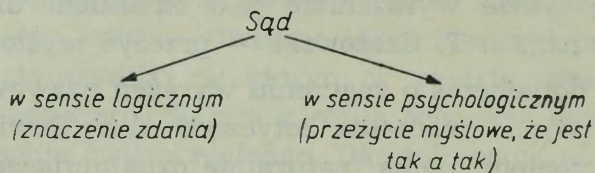
⁹ T. Czeżowski, *Główne zasady nauk filozoficznych*, wyd. cyt., s. 61.

dziana za pomocą słów mogła być udostępniona innym osobom, słowa owe poprzez swoją treść powinny być czymś znaczącym dla ich odbiorcy. Otóż w tym najogólniejszym lub — nazwijmy go — komunikacyjnym rozumieniu znaczenie danego wyrażenia to tyle, co jego *s e n s*, albo też — jest to sposób jego rozumienia w danym języku, tj. sposób, w jaki społeczność władając danym językiem posługuje się tymże wyrażeniem jako środkiem uzewnętrzniania — jak to nazwał T. Czeżowski — przeżyć myślowych.

Mówiliśmy dotychczas o znaczeniu wyrażen nazwowych; ważne jest również pojęcie znaczenia dotyczące zdań. Powiemy mianowicie, że znaczeniem zdania (naturalnie oznajmującego) jest sąd w *s e n s i e l o g i c z n y m*. Tak rozumiany sąd jest czymś wspólnym dla określonej klasy zdań będących wypowiedziami osób przeżywających *hic et nunc* taką a taką myśl, resp. sąd w *s e n s i e p s y c h o l o g i c z n y m*. Jeśli np. Jan przeżywa myśl, że „2 maja 1945 roku został zdobyty przez oddziały Armii Radzieckiej i Wojska Polskiego Berlin” i tę samą myśl przeżywają Józef, Tadeusz i Wojciech, to chociaż mamy w tym wypadku cztery różne przeżycia podmiotowe (podmiot w tym przypadku to tyle, co osoba), a także cztery oddzielne sądy w znaczeniu psychologicznym, to jednakże we wszystkich wymienionych tu przypadkach jest jeden sąd w rozumieniu logicznym. Sądy w znaczeniu psychologicznym dotyczą procesu sądzenia, czyli przeżywania *p r z e k o n a ń* o tym, że coś jest tak a tak. W podanym przykładzie tym przekonaniem Jana i innych jest fakt, że Berlin został zdobyty przez Armię Radziecką i Wojsko Polskie 2 maja 1945 r. Ze względu na posiadaną wartość sądy (zarówno w znaczeniu logicznym, jak i psychologicznym) dzielimy na prawdziwe i fałszywe. Sąd w *s e n s i e l o g i c z n y m* jest prawdziwy wówczas, gdy jest znaczeniem zdania prawdziwego, i odpowiednio — jest fałszywy, gdy zdanie jest fałszywe. Sąd w rozumieniu psychologicznym jest prawdziwy, gdy jest znaczeniem *p r z e k o n a n i a* prawdziwego, i jest fałszywy, gdy przekonanie jest fałszywe. Zależności między sądami a tym, czego one dotyczą, dają się zilustrować za pomocą rysunku (p. rys. 3).

Oprócz dwu wyżej omówionych funkcji semantycznych wyrażen nazwowych danego języka, mianowicie oznaczania i znacze-

nia, semantyka logiczna zwraca też uwagę na ważność innych jeszcze funkcji, w tym na takie, jak wyrażanie, reprezentowanie i symbolizowanie. Charakteryzując pierwsze z tych pojęć, powiemy, że wyrażanie jest to relacja między określonym zwrotem językowym a osobą, która ze zrozumieniem ów



Rys. 3

zwrot wypowiada; mówiąc nieco inaczej — zwrot językowy wyraża mówiącego jako tego, który tak a tak doznaje. Szczególnym przypadkiem owych doznań są odpowiednie przeżycia myślowe. Kotarbiński w *Elementach teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk* zwraca uwagę na dwa rodzaje rozumienia pojęcia wyrażania¹⁰, mianowicie na wyrażanie bezpośrednie i wyrażanie pośrednie. W sposób bezpośredni dany zwrot językowy *W* wyraża przeżycia osoby *A*, gdy jest tak, że *W* jest znakiem, iż *A* przeżyła lub przeżywa takie czy też inne wzruszenie albo określoną myśl. W znaczeniu pośrednim dany zwrot *W* języka *J* wyraża przeżycia każdej osoby, która przeżywa lub mogłaby przeżyć podobne uczucia lub myśli, jednakże zwrotu *W* do ich wyrażenia nie zastosowała. Innymi słowy, w przypadku wyrażania pośredniego wcale nie musi być tak, aby dany zwrot *W* języka *J* wyrażający przeżycia osoby *A* został przez tę osobę wypowiedziany. Wystarczy, jeśli na mocy obowiązującej w danym języku *J* konwencji co do znaczenia zwrot *W* będzie nadawał się do tego, by stać się zwrotem wyrażającym przeżycia osoby *A*. Własność wyrażania pośredniego jest więc niejako potencją zwrotów należących do danego języka *J*, aktualizowaną przez osoby umięjące poprawnie posługiwać się tym językiem. Nadmienmy jeszcze, że funkcja wyrażania przysługuje zdaniom, zwrotom eliptycznym

¹⁰ T. Kotarbiński, *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*, wyd. cyt., s. 13.

oraz całościom zbudowanym ze zdań. Wiersz np. wyraża stan przeżyć poety, jest obiektywizacją tych przeżyć; powieść czy pamiętnik są uzewnętrznieniem stanu duchowego pisarza — ich autora, a rozprawa naukowa — uzewnętrzniona, zobiektywizowana i utrwalona w odpowiednim systemie znakowym postacią przeżyć myślowych uczonego.

Przenosząc powyższą terminologię do języka wojskowego i stosując ją do zagadnień militarnych, powiemy, że rozkaz wyraża wolę dowódcy — w znaczeniu pośrednim, a w bezpośrednim — jest językową konkretyzacją przeżyć myślowych dowódcy co do sposobu działania danego żołnierza, pododdziału, oddziału lub związku taktycznego w ściśle określonych warunkach.

Jak wspomnieliśmy, zwrotom językowym przysługuje również własność reprezentowania. Pojęcie to dotyczy głównie takich języków, w których występują zmienne, czyli znaki nie posiadające określonej treści. Rozważmy następujące wyrażenie należące do logiki predykatów:

(x) x urodziła się 12 maja 1842 r. i jest autorką powieści *Nad Niemnem*.

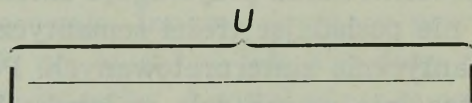
W wyrażeniu zdaniowym (x) zmienna x reprezentuje dowolną nazwę indywiduową, chociaż istnieje dokładnie jedna tylko wartość zmiennej x , która przekształca wyrażenie (x) w zdanie prawdziwe. Wartością tą jest naturalnie zwrot „Eliza Orzeszkowa”. Własność reprezentowania przysługuje zatem takim znakom językowym, które nie posiadając treści semantycznych są symbolami wyrażen semantycznie zinterpretowanych. Pojęcie reprezentacji odgrywa szczególnie ważną rolę w językach sformalizowanych oraz tych, które korzystają z formalizacji, jak np. języki dyscyplin matematycznych.

Ostatnia wreszcie z nadmienionych wyżej funkcji semantycznych wyrażen danego języka to symbolizowanie. Pomijając tu wieloznaczność, jaka łączy się z pojęciem symbolu i symbolizowania w języku potocznym, należy zwrócić uwagę, że zwrot ten w języku semantyki logicznej ma również co najmniej dwa znaczenia. W pierwszym z nich symbol to tyle, co zwrot należący do słownika języka formalnego. W tym sensie litera „p” wystę-

pująca w logice zdań jako zmienna zdaniowa będzie symbolem należącym do słownika rachunku zdań. W znaczeniu drugim, wywodzącym się z piśmiennictwa angielskiego, symbol to tyle, co znak (nazwa, deskrypt) posiadający treść informującą o obiektach lub faktach, których dotyczy. Innymi słowy, w drugim z tych znaczeń symbol jest to taki zwrot językowy, który dzięki przysługującej mu w danym języku treści wskazuje na własności przedmiotów, których jest nazwą lub opisem. W naszych rozważaniach ilekroć będzie mowa o symbolach, należy rozumieć, iż idzie o pierwsze z wymienionych wyżej znaczeń tego pojęcia. Co się tyczy pojęcia „symbolizowanie”, jest ono prostą konsekwencją rozumienia słowa „symbol”. Powiemy więc, że dany znak „z” symbolizuje to a to — znaczy tyle, co iż dany znak „z” należy do słownika języka formalnego J i na mocy obowiązujących w tym języku reguł syntaktycznych nadaje się na składnik wyrażenia sensownego (w szczególnym przypadku znak ten jako taki jest wyrażeniem sensownym).

Analiza stosunków zakresowych dwóch nazw ogólnych

Ważną rolę w semantycznej teorii nazw odgrywa pojęcie stosunków zakresowych dwu nazw ogólnych. Między dwiema dowolnymi nazwami może zachodzić jeden z następujących siedmiu stosunków: niezależność, podrzędność, podprzeciwieństwo, prze-



Rys. 4

ciwieństwo, nadrzędność, równoważność, sprzeczność. Dla dokonania szczegółowej charakterystyki tych stosunków założmy, że mamy dane dwie nazwy ogólne A i B . Przyjmujemy ponadto, że rozważana dziedzina tworzy uniwersum U , do którego należy każdy z przyjętych w danych rozważaniach przedmiotów (p. rys. 4).

Przejdźmy następnie do zdefiniowania poszczególnych stosunków zachodzących między nazwami A i B oraz podania odpowied-

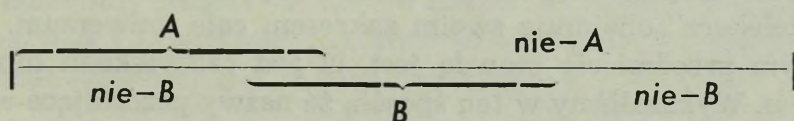
nich przykładów ilustrujących owe stosunki. Zauważmy, iż charakterystyka stosunków zakresowych nazw A i B może być przeprowadzona za pomocą następujących schematów zdaniowych:

- (a₁) Każde A jest B ,
- (a₂) Niektóre A jest B ,
- (a₃) Niektóre A nie jest B ,
- (a₄) Każde nie- A jest B ,
- (a₅) Każde A jest nie- B ,
- (a₆) Każde nie- A jest nie- B .

- (T₁) Jeżeli jest tak, że tylko niektóre A są B i tylko niektóre B są A , a ponadto istnieją takie nie- A , które nie są B , to powiemy, iż między nazwami A i B zachodzi stosunek niezależności (krzyżowania).

Spośród wymienionych wyżej schematów zdaniowych jedynie (a₂) i (a₃) przejdą zarazem na mocy (T₁) (po dokonaniu naturalnie odpowiednich podstawień) w zdania prawdziwe. Załóżmy w tym celu, że symbole A i B reprezentują nazwy: A — oficer, B — sportowiec. Zdania: (a₂) „Niektórzy oficerowie są sportowcami” i (a₃) „Niektórzy oficerowie nie są sportowcami”, są oczywiście zdaniami prawdziwymi.

Stosunek niezależności (krzyżowania) możemy przedstawić za pomocą następującego rysunku:

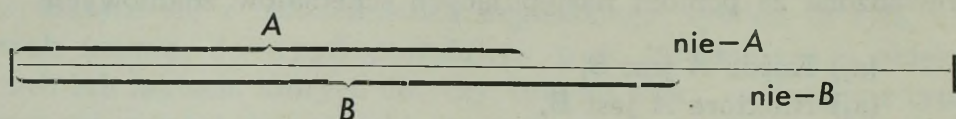


Rys. 5

Nietrudno zauważyć, że nazwy A lub nie- A obejmują swoim zakresem całe uniwersum, gdyż każdy przedmiot jest desygna-tem nazwy A lub nazwy nie- A .

- (T₂) Jeżeli każde A jest B i ponadto niektóre nie- A są B oraz niektóre nie- A nie są B , powiemy, że między nazwami A i B zachodzi stosunek podrzędności.

Korzystając z interpretacji graficznej, stosunek powyższy notujemy:



Rys. 6

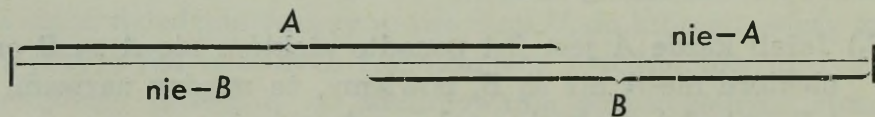
Ilekcroć między dowolnymi dwiema nazwami A i B zachodzi stosunek podrzędności, zawsze prawdziwe jest zdanie o schemacie (a_1), jak też (a_2) przy rozumieniu „niektóre A jest B ” jako „co najmniej niektóre...” (co nie wyklucza, że wszystkie).

Za ilustrację tezy (T_2) może nam posłużyć stosunek zakresów takich dwu nazw jak: A — oficer i B — żołnierz. Wiadomo przecież, że prawdziwe są następujące zdania: „Każdy oficer jest żołnierzem” (a_1), a ponadto: „Niektórzy żołnierze nie są oficerami”, jak też: „Niektórzy nieoficerowie nie są żołnierzami”.

(T_3) Jeśli niektóre A są B i niektóre B są A , a ponadto istnieją takie A , które nie są B , jak też istnieją takie B , które nie są A , oraz każde $\text{nie-}B$ jest A i każde $\text{nie-}A$ jest B , to powiemy, że między zakresami nazw A i B zachodzi stosunek podprzeciwieństwa.

Niech zakresy dwu następujących nazw zilustrują ten stosunek: A — człowiek i B — nielekarz. Zauważmy, że nazwa „człowiek” lub „nielekarz” obejmuje swoim zakresem całe uniwersum, gdyż o każdym przedmiocie prawdą jest, iż jest człowiekiem lub nielekarzem. Wykazaliśmy w ten sposób, że nazwy pozostające w stosunku podprzeciwieństwa przekształcają schematy zdaniowe (a_3) i (a_4) w zdania prawdziwe.

Graficznie stosunek powyższy notujemy w sposób następujący:



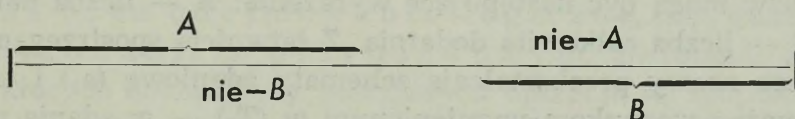
Rys. 7

Część wspólna zakresów nazw A i B na rysunku 7, to — jeśli posłużymy się podanym wyżej przykładem — ci ludzie, którzy nie są lekarzami. Nazwa zaś symbolizowana zapisem „nie- A ” oznacza naturalnie wszystko, co nie jest człowiekiem. I odpowiednio — zapis „nie- B ” jest symbolem nazwy oznaczającej lekarzy.

(T_4) Jeżeli każde A jest nie- B i każde B jest nie- A , a ponadto istnieją przedmioty w uniwersum U , które nie należą ani do zakresu A , ani do B , powiemy, że między zakresami nazw A i B zachodzi stosunek przeciwności.

Załóżmy, że A jest symbolem nazwy „chorąży”, a B — nazwy „podoficer”. Zdania: „Każdy choraży jest niepodoficerem” i „Każdy podoficer jest niechoraży”, są oczywiście zdaniami prawdziwymi. Ponieważ istnieją przedmioty nie należące do zakresu żadnej z tych nazw (są to zarówno ludzie nie będący podoficerami lub chorażymi, jak i inne obiekty), nazwy „choraży” i „podoficer” spełniają warunki tezy (T_4).

Podobnie jak poprzednie, również stosunek przeciwności za-
notujemy w postaci graficznej:



Rys. 8

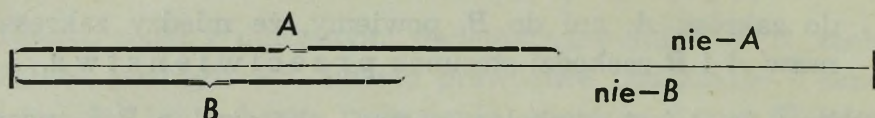
Nadmienmy jeszcze, że zawsze ilekroć zachodzi między zakresami nazw A i B stosunek przeciwności, nazwy te przekształcają schemat zdaniowy (a_5) w zdanie prawdziwe.

(T_5) Jeżeli każde B jest A i istnieją takie A , które są nie- B , a ponadto istnieją też w uniwersum U przedmioty nie należące ani do zakresu A , ani do zakresu B , powiemy, że między zakresami nazw A i B zachodzi stosunek nad-
r z ę d n o ś c i.

Jak wynika z tezy T_5 , nazwy A i B , z których A jest nadrzędna względem B , przekształcają schemat zdaniowy (a_6) w zdanie prawdziwe; czynią to również ze schematem (a_3).

Aby zilustrować omówiony wyżej stosunek zakresów dwu nazw,

założmy, iż A jest symbolem nazwy „żołnierz”, a B — nazwy „chorąży”. W ten sposób schematy zdaniowe (a_3) i (a_6) przechodzą w zdania prawdziwe, gdyż prawdą jest, że niektórzy żołnierze są chorążymi oraz każdy nieżołnierz jest niechorążym. Nazwy te więc spełniają warunki sformułowane w tezie (T_5). W notacji graficznej stosunek nadrzędności można przedstawić w sposób następujący:

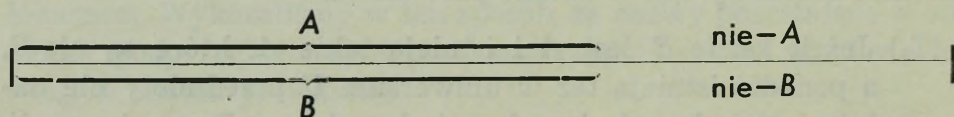


Rys. 9

(T_6) Jeżeli jest tak, że każde A jest B i każde B jest A , a ponadto istnieją w uniwersum U przedmioty, które nie należą ani do zakresu A , ani do zakresu B , powiemy, że między zakresami nazw A i B zachodzi stosunek równoważności (zamienności).

Przykładami ilustrującymi stosunek równoważności zakresów dwu nazw mogą być następujące wyrażenia: A — liczba naturalna, i B — liczba całkowita dodatnia. Z łatwością spostrzegamy, iż powyższe nazwy przekształcają schematy zdaniowe (a_1) i (a_6) — równoważne warunkom wymienionym w (T_6) — w zdania prawdziwe.

Za pomocą notacji graficznej stosunek równoważności daje się przedstawić w sposób następujący:



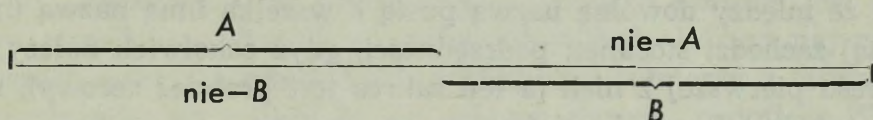
Rys. 10

Jako dalsze przykłady dwu nazw o zakresach równoważnych (zamiennych) przytoczymy następujące wyrażenia: „ssak” i „zwierzę karmiące potomstwo mlekiem matki”, „czołg” oraz „opancerzony, gąsienicowy, uzbrojony w działo lub rakiety i posiadający obrotową wieżę wóz bojowy”.

(T₇) Jeżeli każde nie- A jest B i każde nie- B jest A , czyli ~~zadne~~
 ~~A nie jest B i ponadto~~ nie istnieją w uniwersum U przed-
 mioty nie należące do jednego z dwu zakresów, tj. zakresu
 nazwy A lub zakresu nazwy B , powiemy, że między zakre-
 sami nazw A i B zachodzi stosunek sprzeczności.

Nazwy, których zakresy pozostają w stosunku opisanym przez
 (T₇), przekształcają w zdania prawdziwe schematy zdaniowe (a_4)
 i (a_5), co natychmiast spostrzegamy podstawiając odpowiednio na
 miejsce symboli A i B nazwy: „kosmonauta” i „niekosmonauta”.

W postaci graficznej stosunek sprzeczności daje się przedsta-
 wić następująco:



Rys. 11

Na zakresach nazw możemy wykonać szereg operacji logicz-
 nych, mianowicie takich, jak dodawanie i mnożenie lo-
 giczne oraz odejmowanie logiczne, nazywane rów-
 nież negowaniem przynazwowym. Zwrotami, za po-
 mocą których dokonujemy powyższych operacji, są spójniki mię-
 dzynazwowe (z wyjątkiem negacji przynazwowej). Mając zatem
 dwie nazwy: A — „dowódca”, i B — „sportowiec”, możemy
 z nich utworzyć ich iloczyn logiczny: A i B — „dowódca i sporto-
 wiec”, za pomocą spójnika „i”, jak też jego równoznaczników,
 np. „oraz”. W zakresie tak utworzonej nazwy znajdują się wszyscy
 ci, którzy są zarazem dowódcami i sportowcami. Innymi słowy,
 do zakresu iloczynu dwu nazw A i B należą te i tylko te przed-
 mioty, które należą do zakresu nazwy A i do zakresu nazwy B .

Sumę logiczną dwu nazw A i B tworzymy w ten sposób, że
 nazwy te łączymy spójnikiem „lub”, nadając mu odpowiednią
 interpretację. Niech A symbolizuje nazwę „żołnierz 1 Warszaw-
 skiej Dywizji Zmechanizowanej im. Tadeusza Kościuszki”, a B —
 nazwę „oficer Wojska Polskiego”; wówczas sumą logiczną nazw
 A i B będzie nazwa „ A lub B ”, czyli „żołnierz 1 WDZ lub oficer
 WP”. Do zakresu w ten sposób utworzonej nazwy należą żołnie-

rze, którzy znajdują się bądź w zakresie pierwszej z tych nazw, bądź w zakresie drugiej. Będą to więc żołnierze pełniący służbę w 1 WDZ lub posiadający stopień oficerski.

Operację negowania wykonujemy na danej nazwie w ten sposób, że poprzedzamy ją przeczeniem „nie”, otrzymując „nie- A ”. Nazwa „nie- A ” jest dopełnieniem zakresu nazwy A do uniwersum U , co uzasadnia następującą równość: A lub nie- A = U .

W związku z analizą stosunków zakresowych dwu nazw oraz operacji, które można na owych zakresach wykonywać, zauważmy jeszcze, iż przedstawione wyżej stosunki zachodzą, gdy nazwy A i B nie są puste. Między bowiem dowolnymi dwiema nazwami pustymi zachodzi zawsze stosunek równoważności. Należy też dodać, że między dowolną nazwą pustą a wszelką inną nazwą (niepustą) zachodzi stosunek podrzędności, gdyż cokolwiek należy do zakresu pierwszej z nich (a ten zakres jest przecież zerowy), należy też do zakresu drugiej.

Rozważania nad zakresami nazw ogólnych, a ściślej mówiąc — nad stosunkami tych zakresów oraz operacjami, jakie można na tych zakresach wykonać, stanowią ważny składnik analizy języka naturalnego. Uświadomienie sobie bowiem scharakteryzowanych wyżej zależności zakresowych znacznie ułatwia zarówno w pracy naukowej, jak i w sytuacjach codziennych prawidłowe posługiwanie się wyrażeniami nazwowymi. W języku wojskowym, który jest językiem profesyjnym — podobnie jak język inżyniera elektryka czy lekarza — przestrzeganie logicznych zasad posługiwania się wyrażeniami nazwowymi może przyczynić się do dalszego udoskonalenia jego funkcji komunikacyjnej.

W związku z analizą wyrażeń nazwowych, ich zakresów i treści, należy poczynić jeszcze kilka uwag. Otóż omówione wyżej przykłady nazw, stosunków ich zakresów są jednocześnie ilustracją takich wyrażeń nazwowych, co do których jesteśmy — na mocy obyczaju językowego — przekonani, że w każdej, praktycznie istotnej sytuacji potrafimy bez większych trudności orzec, czy dany przedmiot jest desygnatem danej nazwy N , czy też nie jest. Innymi słowy — wśród wyrażeń nazwowych istnieją takie, których zakresy są o s t r e; do takich zaliczamy m.in. nazwy podane wyżej jako ilustracje stosunków zakresów.

Mając zatem na uwadze, że zakresem danej nazwy N należącej do języka J i przy ustalonym w tym języku jej znaczeniu nazywamy ogół przedmiotów Q (rzeczywistych lub abstrakcyjnych), o których nazwę N możemy orzec prawdziwie, powiemy, iż dana nazwa N w znaczeniu, jakie posiada w języku J , ma zakres ostry, gdy jest tak, że zbiór desygnatów tej nazwy daje się wyraźnie określić. Albo też powiemy, że dana nazwa N ma ostry zakres, gdy jest tak, że mając dowolny przedmiot (obiekt, w szczególności przypadku osobę) Q , z łatwością rozstrzygamy — na mocy obowiązującej w danym języku J konwencji — czy Q należy do zakresu N , czy też nie należy. Przykładem wyrażenia nazwowego o ostrym zakresie może być nazwa „podoficer Wojska Polskiego”. Zważywszy, że podoficerem w Wojsku Polskim jest żołnierz posiadający stopień co najmniej kaprała lub co najwyżej starszego sierżanta sztabowego, o każdym z żołnierzy z łatwością stwierdzamy, czy należy on do zakresu nazwy „podoficer WP”, czy też do tego zakresu nie należy. Scharakteryzowaliśmy w ten sposób pojęcie nazwy o ostrym zakresie.

Zauważmy jednakże, iż oprócz nazw o ostrych zakresach — a dodajmy, że pojęcie ostrości jest w niemałej mierze uzależnione od stopnia ścisłości danego języka — istnieją nazwy o zakresach nieostrych. Tego rodzaju wyrażenia stwarzają sytuacje, w których niejednokrotnie nie jesteśmy w stanie natychmiast rozstrzygnąć, czy dana nazwa N należąca do języka J może być orzeczona prawdziwie o przedmiocie Q , czy też nie możemy jej zdecydowanie o tym przedmiocie orzec. A oto przykład. Niech nazwą N będzie wyrażenie „młody człowiek” lub „ładna kobieta”. Otóż co do pierwszej nazwy nie będziemy mieć wątpliwości, że osoba w wieku lat osiemnastu lub dwudziestu jest młoda, ale czy mężczyzna 36-letni jest jeszcze młody czy też należy do osób w wieku średnim, nie jest już tak oczywiste. Rozstrzygnięcie tego zagadnienia, jak i jemu podobnych zależy w znacznej mierze od pewnych intuicji znaczeniowych, jakie przypisujemy — na podstawie historycznie ukształtowanych zwyczajów językowych — takim słowom jak „młody człowiek”. W podobnej sytuacji, tzn. uzależnienia od podmiotowych, subiektywnych i zindywidualizowanych upodobań, znajdujemy się rów-

nież w przypadku słowa „ładna kobieta”. I chociaż pewne społeczności lub może ściślej — zbiorowości, decydują się na wybór „miss piękności”, to jednakże upodobania w tym zakresie są tak różne, że bez większego ryzyka zwrot „ładna kobieta” możemy uznać za ilustrację wyrażenia nazwowego o nieostrym zakresie.

Aby uniknąć nie kończących się kontrowersji co do sposobu rozumienia tego rodzaju zwrotów, ustala się niekiedy — mniej lub bardziej arbitralnie — sposób ich rozumienia. Oprócz metody definicyjnej, o której będzie mowa w dalszych punktach naszych rozważań, należy w tym miejscu zwrócić uwagę na metodę *sit venia verbo* wzorcowo-modelową. Idzie o to, że niekiedy dla wyraźnego uprzytomnienia otoczeniu, co rozumie się przez dany zwrot językowy, wskazujemy przykładowe desygnaty owego zwrotu. Nie chroni to nas naturalnie przed dalszymi ewentualnymi nieporozumieniami, lecz znacznie zmniejsza ich prawdopodobieństwo. Metodę tę stosuje się nierzadko w pracy wychowawczej, mówiąc np. „dobry strzelec to taki jak Piotr Z.” lub też „wzorowy żołnierz to taki jak Jan M.”.

Nie wyczerpaliśmy naturalnie tą krótką wzmianką o nazwach nieostrych tak ważnego, a nawet dla komunikacji językowej — doniosłego, zagadnienia, jakim jest wieloznaczność wyrażen językowych oraz jej kulturowe i społeczno-historyczne uwarunkowanie. W tej części rozważań idzie głównie o to, abyśmy sobie uprzytomniali w różnych sytuacjach kontrowersyjnych, że ten tak doniosły instrument życia oraz współżycia społecznego, jakim jest nasz codzienny język — jest daleki od doskonałości i że to on właśnie może powodować ową kontrowersyjność problemu. Świadomość bowiem faktu, że nieostrożne posługiwanie się wyrażeniami językowymi prowadzi do sytuacji kontrowersyjnych, stwarza pseudoproblemy, pomoże nam uniknąć niejednej trudności, i to nie tylko semantycznej.

Tok rozważań dotyczących problematyki wyrażen nazwowych jest również fazą przygotowawczą do omówienia ważnego zagadnienia z zakresu logicznej analizy języka naturalnego, mianowicie do scharakteryzowania niektórych błędów logicznych typu semantycznego oraz sposobów zapobiegania takim błędom. Problematyce tej poświęcimy jeden z najbliższych rozdziałów.

Rola analizy logicznej języka w doskonaleniu rozkazodawstwa wojskowego

Przyjmując, że metoda analizy logicznej wyrażen językowych polega głównie na ustalaniu sensu wyrażen języka, którym w danej sytuacji (badawczej lub innej) posługujemy się, możemy powiedzieć, iż znaczenie tej metody w przypadku języka wojskowego jest wielostronne. Język wojskowy, jak większość języków profesjonalnych, jest zbudowany i ukształtowany na podstawie języka potocznego, a ten, jak wiadomo, daleki jest od precyzji niezbędnej w systemie, który ma być podstawą informacyjną. Własnością charakterystyczną języka wojskowego, co zresztą dostrzega się *mutatis mutandis* i w językach innych dyscyplin szczegółowych, jak np. inżynierskich, jest to, że język ten łączy się ściśle z określonym rodzajem działania. Istota działań militarnych polega na ścisłej synchronizacji w czasie i przestrzeni funkcji i zadań pododdziałów, oddziałów i związków taktycznych dla osiągnięcia ściśle określonego celu (obrona obiektu lub rubieży w działaniach defensywnych, opanowanie określonych celów w działaniach zaczepnych). Wykonanie zadań koordynacyjnych wymaga sprawnie funkcjonującego systemu komunikacji językowej. Analiza logiczna może więc być tu zastosowana jako czynnik usprawniający technikę porozumiewania się, zwłaszcza tę jej formę, która występuje pod postacią rozkazodawstwa. Rozkazy formułowane w takich sytuacjach powinny spełniać następujące warunki, mianowicie powinny być jasne, rzeczowe i możliwie krótkie. Rozkaz jest jasny, gdy ten, kto ma go wykonać, rozumie go tak, jak było to w intencji rozkazodawcy. Osiągnięcie tego stopnia jasności tylko za pomocą słów nie jest sprawą łatwą; stąd dowódcy rozkazy bojowe wydają zazwyczaj w terenie przyszłych czy też tylko przypuszczalnych działań bojowych, wskazując jednocześnie obiekty i rubieże, które mają się stać punktami orientacji w walce lub zadaniem bojowym (w sensie ich opanowania lub obrony). Nie zawsze jednak warunki walki będą takie, iż będziemy mogli zebrać podwładnych dowódców i „na miejscu” postawić im zadania (nie jest to możliwe w dynamice walki oraz w boju spotkaniowym — jeśli mamy na uwadze wojska lądowe), minimalizując w ten sposób stronę werbalną rozka-

zodawstwa, a tym samym ewentualność nieporozumień. Jeżeli nie jest to możliwe (wydanie rozkazu w terenie), wówczas pozostaje mapa i opis słowny zadania, czyli rozkaz w postaci zwerybalizowanej. I tu właśnie jasność rozkazu staje się zasadniczym warunkiem właściwego działania.

Aby rozkaz był rzeczowy, powinien wyraźnie wskazywać zadania, które mają być przedmiotem działań wykonawcy, środki działania (oddziały wspierające oraz współdziałające itp.) oraz sposób albo alternatywę takowych, za pomocą których cel wyszczególniony w zadaniu ma być osiągnięty. Ponadto na rzeczowość rozkazu wpływa wyraźne wskazanie czasu działań oraz tych elementów sytuacji, których oddziaływanie na tok działań jest niewątpliwe. W rozkazie spełniającym warunki rzeczowości nie mogą znajdować się informacje: 1) wiadome skądinąd lub oczywiste (jak np. informacja, że w wypadku deszczu należy włożyć płaszcze przeciwdeszczowe) oraz 2) nie dotyczące zadania albo tylko pośrednio z nim się łączące i bez istotnego wpływu na jego wykonanie.

Konsekwentne przestrzeganie wymienionych tu zasad przy jednoczesnej dbałości o względną ścisłość wyrażen języka wojskowego (powiedzieliśmy: „względną”, gdyż pedantyczna ścisłość nie byłaby tu ani możliwa, ani pożądana) może znacznie przyczynić się do usprawnienia przepływu wszelkich odmian informacji wojskowych (jak rozkazy, zarządzenia, sprawozdania, meldunki itp.). I jeszcze jedna uwaga. Studia logiczne tylko wówczas dadzą pożądaną wynik, jeśli będziemy w codziennej praktyce dowodzenia łączyć wiedzę teoretyczną, w tym przypadku dotyczącą logiki języka, z postępowaniem pedagogicznym. Innymi słowy, efekty osiągniemy wtedy, gdy nasze działanie będzie zgodne lub prawie zgodne (o pełną zgodność jest dosyć trudno) z teorią logiczną, i to zarówno co do spraw poprawności językowej (w sensie logicznym), jak i innych, o których będzie mowa w dalszych rozdziałach.

O BŁĘDACH LOGICZNYCH TYPU SEMANTYCZNEGO

Język, jakim posługuje się dana społeczność, może funkcjonować (w znaczeniu komunikacyjnym) na różnych poziomach abstrakcji.

Zważywszy, że językiem nazywamy system sygnałów (akustycznych, graficznych lub gestowo-mimicznych), za pomocą których następuje porozumienie w obrębie danej społeczności, z łatwością spostrzegamy, iż porozumienie to może się odbywać w różnorodny sposób. Uzależnione jest to, z jednej strony, od struktury społeczności (m.in. od poziomu wykształcenia i specjalności zawodowej), która danym językiem się posługuje, z drugiej — od przedmiotu, w sprawie którego następuje słowna wymiana myśli.

Społeczność wykształcona dąży do nadania systemowi komunikacyjnemu walorów rzeczowości, jasności, jednoznaczności i ekonomiczności. Ostatnia z wymienionych cech — ekonomiczność, w zastosowaniu do języka, a dodajmy — zastosowanie to nie jest bynajmniej powszechne, znaczy tyle, co minimalizacja strony werbalnej przy przekazywaniu danej informacji. Pojęcie zaś jednoznaczności łączy się ściśle z potrzebą rozróżnienia wielości funkcji komunikacyjnych wyrażen danego języka. Wielość ta znajduje zresztą wyraz w zastosowaniu owych wyrażen do opisu różnego typu przedmiotów, obiektów i faktów, o których w tym języku coś się stwierdza. Wyraźne rozróżnienie niejako poziomów przedmiotowych, o których traktuje dana wypowiedź, jest podstawą hierarchizacji funkcji komunikacyjnych rozważanego języka.

Zauważmy, że przedmiotem rozważań w danym języku *J* (niekoniecznie naturalnym) mogą być zarówno obiekty *in sensu stricto*, czyli rzeczywistość pozajęzykowa, a więc takie lub inne rzeczy albo osoby, krótko — przedmioty czasowo-przestrzenne lub fakty i zdarzenia, jak też twory abstrakcyjne, w tym również zwroty językowe traktowane przedmiotowo (napisy, dźwięki itp.).

O poziomach (supozycjach) funkcjonowania wyrażen językowych

Jak już nadmieniliśmy, posługując się danym językiem, możemy mówić bądź o czymś, co nas otacza, z czym w taki lub inny sposób kontaktujemy się lub co tak a tak przeżywamy, a więc o faktach i zdarzeniach świata pozajęzykowego, bądź o twórcach językowych jako takich. Jednym więc z poziomów funkcjonowania wyrażen językowych jest właśnie poziom *p r z e d m i o t o w y*, czyli jest to zastosowanie wyrażen *W* języka *J* (zazwyczaj naturalnego) do opisu faktów, zdarzeń i rzeczy. Formułując nieco dokładniejszą charakterystykę pojęcia języka przedmiotowego, powiemy, że dane wyrażenie *W* (niech *W* będzie symbolem wyrażenia nazwowego), należące do języka naturalnego *J*, zostało użyte w znaczeniu przedmiotowym albo — jak niekiedy mówimy — w funkcji przedmiotowej, gdy *W* występuje w zdaniu *Z* języka *J* jako nazwa konkretna lub abstrakcyjna przedmiotów (rzeczywistych lub abstrakcyjnych), albo też faktów lub własności. Wyrażenie *W* może być również nazwą stosunków zachodzących między danymi przedmiotami czasowo-przestrzennymi lub abstrakcyjnymi (np. matematycznymi) i jako takie należeć do języka przedmiotowego. Nazwa, na przykład, „żołnierz” w zdaniu: „Jan jest dzielnym żołnierzem”, występuje w roli przedmiotowej (nazywanej również *s u p o z y c j ą z w y k ł ą* danego wyrażenia), gdyż oznacza osobę pełniącą czynną służbę wojskową.

Oprócz funkcji przedmiotowej wyrażenia językowe mogą występować też w innych zastosowaniach. Jeśli bowiem język *J* jest tego rodzaju językiem, że fakty i przedmioty, o których w tym języku się mówi, są faktami oraz *p r z e d m i o t a m i j ę z y k o w y m i*, wówczas powiemy, że język *J* jest językiem *m e t a p r z e d m i o t o w y m*. Języki metapredmiotowe nazywa się również *m e t a j ę z y k a m i*. Za ilustrację tego rodzaju zastosowań danego języka może posłużyć następujące zdanie: „Wyraz «karat» jest nazwą jednostki ciężaru stosowanej przy ważeniu drogocennych kamieni”. Zdanie to dotyczy języka przedmiotowego, jakim jest język fizyki, w tym to bowiem języku definiuje się pojęcie karata następująco: jest to jednostka ciężaru równa 200 mG. Odmienność zatem ujęć funkcji metapredmiotowej od przedmiotowej polega na tym, że w pierwszym z tych zdań wyraz „karat” jest nazwą

samej siebie, mówi się bowiem, co wyraz ten oznacza w języku fizyki. W drugim natomiast zdaniu należącym właśnie do języka fizyki podaje się definicję pojęcia karat, wskazując jego równoznacznik. Są to więc różne poziomy abstrakcji, stąd też i odmienne funkcje komunikacyjne. Podobnie w zdaniu: „Wyraz «rakieta» jest rzeczownikiem rodzaju żeńskiego”, słowo „rakieta” występuje również w funkcji metaprzmiotowej; pełni więc rolę nazwy oznaczającej abstrakt językowy, mianowicie wyraz „rakieta”, a nie konkretny, niekiedy bardzo groźny (np. z głowicą jądrową) obiekt militarny. Dla oznaczenia metaprzmiotowej funkcji wyrażen językowych używa się również określenia tradycyjnego mówiąc, że wyrażenia te występują w roli materialnej (nazywanej także supozycją materialną w odróżnieniu od supozycji zwykłej, o której była już mowa).

Prócz wymienionych poziomów (supozycji) funkcjonowania wyrażen językowych, tj. przedmiotowego i materialnego, semantycy zwracają uwagę również na trzeci poziom, mianowicie formalny. Otóż powiemy, że dane wyrażenie *W* należące do języka *J* jest użyte w supozycji formalnej, gdy jest tak, że tym, o czym w wyrażeniu *W* jest mowa, są pojęcia języka *J*. Ten typ supozycji (poziomu komunikacyjnego) występuje np. w zdaniu: „Pojęcie liczby naturalnej jest podrzędne względem pojęcia liczby rzeczywistej, czyli pojęcie liczby naturalnej jest szczególnym przypadkiem pojęcia liczby rzeczywistej”. Możemy więc powiedzieć, że ilekroć mówimy o stosunkach wzajemnych pojęć i czynimy to za pomocą wyrażen *W* danego języka *J*, tylekroć wyrażenia tegoż języka funkcjonują w płaszczyźnie formalnej lub są używane — jak to się mówi w języku logiki tradycyjnej — w supozycji formalnej. Korzystając z przeprowadzonych wyżej rozróżnień w sposobach zastosowania komunikacyjnego wyrażen językowych, możemy przejść do analizy błędów logicznych typu semantycznego. Idzie przy tym nie tyle o zapamiętanie, dość zresztą prostych i w praktyce posługiwania się danym językiem naturalnym rzadko spotykanych przypadków występowania tego rodzaju błędów, ile o zrozumienie zasad, których konsekwentne przestrzeganie w znacznym stopniu zmniejsza prawdopodobieństwo popełnienia takich błędów.

Błędy logiczne o podłożu semantycznym: ekwiwokacja, amfibologia, wyrażenia okazjonalne i niedopowiedzenia

Jak już nadmieniliśmy, umiejętność rozróżniania poziomów zastosowań wyrażen językowych jest istotnym warunkiem uniknięcia przynajmniej niektórych rodzajów wadliwości logicznych o podłożu semantycznym. Umiejętność ta jest szczególnie istotna w przypadku błędów zwanych *ekwiwokacjami*. Mówiąc najogólniej, błąd ten występuje wówczas, gdy dane wyrażenie jest użyte co najmniej dwukrotnie w sposób wieloznaczny w takim kontekście zdaniowym, którego poprawne rozumienie wymaga właśnie jednoznacznego użycia tegoż wyrażenia. Ekwiwokacja jest zatem błędem opartym na wieloznacznych zastosowaniach wyrażen określonego języka *J*. Uściślając nieco powyższą charakterystykę, powiemy, że w danym kontekście zdaniowym *K* występuje błąd zwany ekwiwokacją, gdy co najmniej jedno z wyrażen nazwowych lub funktorowych jest użyte bądź w różnych supozycjach, bądź w różnych znaczeniach (w przypadku wyrażen wieloznacznych)¹¹, podczas gdy poprawne rozumienie tegoż kontekstu wymaga jednolitego rozumienia sensu owego wyrażenia.

Niech następujący przykład zilustruje tego rodzaju błąd. Załóżmy, że ktoś wypowiada swoje myśli w następujący sposób, konstruując przy tym odpowiedni wywód logiczny:

- (1) Wolność jest kategorią filozoficzną,
- (2) Jan odzyskał wolność,
- (3) a więc Jan odzyskał kategorię filozoficzną.

Łatwo dostrzec, że słowo „wolność” w zdaniu (1) jest użyte w supozycji formalnej, gdyż mówi się w tym zdaniu o *pojęciu* wolności, czyli o treści tego słowa, a nie o stanie osoby jak w przypadku zdania (2). W zdaniu właśnie (2) słowo „wolność” dotyczy osoby Jana, czyli po prostu idzie o to, że Jan stał się wolnym człowiekiem. Wyraz „wolność” jest w tym przypadku użyty w supozycji zwykłej. Stąd jednakże nieuprawnione zdanie (3), w którym rozumienie formalne słowa „wolność” w zdaniu (1) łączy się z rozumieniem zwykłym występującym w zdaniu (2).

Ekwiwokacja może powstać również w przypadku posługiwa-

¹¹ Por. K. Ajdukiewicz, *Logika pragmatyczna*, Warszawa 1965, s. 57.

nia się wyrażeniami wieloznacznymi w danym języku *J* (wieloznaczności powstałe na tle różnych supozycji dotyczą bowiem rozmaitych języków, zazwyczaj języka i metajęzyka). Przykładem takiej wieloznaczności, tj. powodującej ekwiwokacje, może być słowo „jest” użyte w następujących zdaniach. Załóżmy, że osobnik *A* mówi: „Mój pradziad jest powstańcem z 1863 r.”, a ktoś, powiedzmy, osoba *B*, kto tę wypowiedź słyszy, zauważa: „O, twój pradziad jest matuzalemem” (przyjmujemy, że rozmowa odbywa się w 1970 r.). Dwuznaczność wypowiedzi osoby *A* polega na tym, że słowo „jest” może być rozumiane różnie, w tym egzystencjalnie lub jako zwrot wskazujący na przynależność elementu do zbioru. W drugim z tych znaczeń stosujemy wyraz „jest” wtedy, gdy np. mówimy, że: „Liczba 2 jest liczbą pierwszą”. Zdanie to bowiem jest równoważne zdaniu: „Liczba 2 należy do zbioru liczb pierwszych”. I w tym właśnie znaczeniu użył słowa „jest” osobnik *A*, mówiąc, że jego pradziad jest powstańcem z 1863 r. Sens, w jakim przyjął tę informację osobnik *B*, a właściwie jaki nadał słowu „jest”, określa się mianem sensu egzystencjalnego. W tym znaczeniu używamy wyrazu „jest”, gdy mówimy: „W tej puszczy są żubry”. Idzie w tym przypadku o to, że istnieją na tym obszarze zwierzęta będące żubrami. Tak więc osobnik *A* wypowiadając powyższą myśl chciał zakomunikować tylko tyle, że jego pradziad był powstańcem lub inaczej — pradziad należy do tego zbioru osób, które brały udział w powstaniu z 1863 r. Osobnik *B* natomiast — jak świadczy o tym jego reakcja językowa — zrozumiał osobnika *A* w ten sposób, iż ten stwierdza, że jego pradziad, który był powstańcem w 1863 r. istnieje obecnie, czyli po prostu żyje, co jest naturalnie niezgodne z intencją znaczeniową (nazwijmy tę intencję subiektywną) wypowiedzi *A*.

Warto uprzytomnić sobie jeszcze dwa inne — oprócz wyżej podanych już — znaczenia słowa „jest”, mianowicie *temporalne* i *subsumcyjne*. W zdaniu: „Dziś jest upalnie”, słowo „jest” ma znaczenie temporalne, gdyż stwierdza się przy jego użyciu, że w danym miejscu i w danej chwili jest właśnie bardzo ciepło. W wypowiedzi zaś: „Każdy kwadrat jest prostokątem”, wyraz „jest” ma zastosowanie subsumcyjne, czyli sto-

sując go stwierdzamy zawieranie się zbioru „kwadratów” w zbiorze „prostokątów”.

Uogólniając powyższe uwagi nad słowem „jest”, możemy dodać, że brak umiejętności przeprowadzania tego rodzaju rozróżnień wśród znaczeń wyrażen funktorowych może prowadzić do błędów zwanych ekwiwokacjami. Oczywiście, że przytoczone przykłady są elementarną ilustracją tego rodzaju błędów logicznych; w praktyce bowiem posługiwania się językiem błąd ekwiwokacji w tak uproszczonej postaci występuje bardzo rzadko. Niemniej takie właśnie przykłady pozwalają zaostrzyć naszą uwagę na fakt, że nieprzestrzeganie zasad semantyki logicznej, w danym przypadku tej jej części, w której informuje się o wielopłaszczyznowym funkcjonowaniu wyrażen języków naturalnych, może prowadzić do istotnych nieporozumień.

Ważną rolę w konstrukcji zdań mających być nośnikami informacji odgrywają naturalnie reguły składni oraz zasady interpunkcji. Nie zawsze bowiem obyczajowo „wykształcone” umiejętności budowy zdań w danym języku gwarantują niezawodność informacyjną. Niech następujący przykład wyjaśni, na czym mogą polegać nieporozumienia powstałe na tym tle. Załóżmy, że ktoś, np. dowódca warty: otrzymuje następujące polecenie:

„Zatrzymać nie wolno zwolnić”. Zdanie to możemy oczywiście interpretować w dwojaki sposób: „Zatrzymać, nie wolno zwolnić” albo: „Zatrzymać nie wolno, zwolnić”. W zależności więc od tego, w którym miejscu postawimy przecinek, sens powyższego zdania zmieni się w stopniu zasadniczym. Ten rodzaj błędu, wynikającego z wadliwej budowy zdania, nazywamy *amfibolią* lub *amfibologią*. Uogólniając powiemy, że w danym zdaniu *Z* należącym do języka *J* występuje *amfibolia* wtedy, gdy budowa zdania *Z* jest taka, iż dopuszcza co najmniej dwie różne interpretacje. Aby zatem uniknąć tego rodzaju błędów, należy przestrzegać nie tylko obowiązujących zasad składni, ale też nie należy lekceważyć interpunkcji. Co prawda, niewłaściwa interpunkcja tylko w wyjątkowych wypadkach powoduje tak zasadniczą odmienność w rozumieniu zdania, jak jest to uwidocznione w podanym wyżej przykładzie. Aby jednak uniknąć tego rodzaju wieloznaczności, zwłaszcza w wypadku zdań for-

mułowanych w języku graficznym (w języku akustycznym bowiem akcent zazwyczaj w takich przypadkach eliminuje dwuznaczność wypowiedzi), należy przestrzegać zasad właściwego stosowania interpunkcji.

Znane są nam autentyczne sformułowania pochodzące ze słownictwa języka wojskowego, w których z całą jaskrawością wystąpił błąd amfibolii, co oczywiście mogło wywołać niepożądane skutki. Otóż jeden z dowódców pułku przekazał telefonicznie dla dowódcy dywizjonu taki oto rozkaz:

„Rozwinąć dywizjon po wyjściu z rejonu ześrodkowania przygotować się do odparcia ataku czołgów”.

Telegrafista przyjmujący powyższy rozkaz, kierując się żołnierską intuicją, zapisał treść tego rozkazu, jak następuje (dodajmy, że w wypadkach wątpliwych telegrafista powinien poprosić przekazującego telegram o dodatkowe informacje uściślające daną treść):

„Rozwinąć dywizjon po wyjściu z rejonu ześrodkowania, przygotować się do odparcia ataku czołgów”.

A ponieważ taka właśnie była intencja dowódcy pułku, dalszy bieg zdarzeń był pomyślny. Gdyby jednak w innym miejscu postawić przecinek, mianowicie po słowie „dywizjon”, wówczas sens tego rozkazu byłby zgoła inny. Można by zrozumieć go w ten sposób, że należy natychmiast rozwinąć dywizjon, a następnie po wyjściu z rejonu ześrodkowania przygotować się do odparcia czołgów, co nie było zgodne z intencją rozkazodawcy.

Uniknęlibyśmy wyszczególnionych wyżej niebezpieczeństw amfibolii, gdyby ów dowódca pułku rozkaz ten tak sformułował:

„Po wyjściu z rejonu ześrodkowania rozwinąć dywizjon i przygotować się do odparcia ataku czołgów”.

Omówiony wyżej przykład powinien przekonać nas, że nie należy nie doceniać z pozoru drobnych uchybień, gdyż konsekwencje mogą być wcale niebagatelne.

Do nieporozumień prowadzi również wadliwe posługiwanie się tzw. wyrażeniami okazjonalnymi. Znane jest powiedzenie, że jeśli dwóch mówi to samo, to nie jest to samo.

I rzeczywiście, jeśli Jan powie: „Palę papierosa”, po czym Piotr powie: „Palę papierosa”, to każdy z nich mówi przecież o czymś innym, chociaż mówią „to samo”, ściślej — „tak samo”. Pierwsze z tych zdań bowiem zawiera myśl, że Jan w danej chwili pali papierosa, drugie zaś, że Piotr również pali papierosa. Dwa zatem zdania równokształtne i podobnie brzmiące opisują różne stany rzeczy: pierwsze z nich bowiem dotyczy sposobu zachowania się *hic et nunc* Jana, drugie natomiast opisuje stan Piotra, czyli wskazuje na to, co Piotr w danej chwili czyni. Otóż takie wyrażenia jak: ja, ty, on, tu, tam, ongiś, za chwilę, jutro, potem itp., nazywamy właśnie wyrażeniami okazjonalnymi. Sens zdań, w których ten rodzaj wyrazów występuje, jest uzależniony od sytuacji, w której owe zdania wypowiedzia się, lub też od kontekstu innych zdań, w których zostały one użyte. Wiemy z osobistych doświadczeń, że niejednokrotnie nadużywa się takich właśnie wyrazów, aby w ten sposób ukryć niesumienność w wykonywaniu obowiązków. Np. niesumienny urzędnik wywiesza na okienku dla interesantów informację sformułowaną w następujący sposób: „Chwilowa przerwa”. A ileż to razy spotykamy się z tym, że również niesumienna ekspedientka wywiesza na drzwiach sklepu kartkę, na której powiadamia klientów: „Wróć za chwilę”*. Nietrudno zauważyć, że ten sposób przekazywania informacji jest zarówno nieścisły, jak i lekceważący (zazwyczaj nieświadomie) dla tego, kto jest jej odbiorcą. Pojęcie chwili bowiem może być tak rozmaicie interpretowane, że zawsze można tłumaczyć się, iż to „naprawdę” nie trwało długo. Przestroga zatem, aby nie posługiwać się w podobnych sytuacjach tego rodzaju zwrotami. A jeśli spotykamy się z faktem podobnego zastosowania wyrazów okazjonalnych, należy oczywiście uprzytomnić zainteresowanym osobom szkodliwość — i to nie tylko moralną, ale też z punktu widzenia dobrej roboty — używania tego typu zwrotów.

To, co zostało powiedziane o wyrażeniach okazjonalnych, nie powinno być zrozumiane tak, że wszelkie użycie tego rodzaju

* Poprawna informacja w tym wypadku powinna mieć np. postać: „Wróć o 10.15”. Zakładamy przy tym, że data tej informacji jest oczywista; zawsze w takich przypadkach chodzi o bieżący dzień.

słów jest potępiane przez osoby zajmujące się semantyką logiczną. Zwroty okazjonalne pełnią rolę pożytecznych skrótów językowych i jeśli całość wypowiedzi wskazuje wyraźnie na miejsce, osobę lub czas, które to składniki zdania są z kolei zastąpione przez odpowiednie wyrażenia okazjonalne, wówczas nie ma podstaw do zarzutu wieloznaczności, czyli zarzutu, że popełnia się błąd, stosując w danej wypowiedzi odpowiedni zwrot zastępczy. W tym przypadku idzie właśnie o to, aby w takich tylko sytuacjach posługiwać się tego rodzaju wyrażeniami, w których nie ma wątpliwości, o czym jest mowa. Dwuznaczności lub wieloznaczności powstają bowiem wówczas, gdy brak jest informacji uzupełniających zwrot okazjonalny.

Uogólniając wywody dotyczące wyrażen okazjonalnych powiemy, że są to takie zwroty, które pełnią rolę zastępczą w zdaniu, tzn. mogą być użyte w zdaniach na miejscu nazw — ze względów stylistycznych lub ekonomizujących wypowiedź — jeśli całość wypowiedzi wskazuje jednoznacznie, jakie nazwy są w tym wypadku reprezentowane przez zwroty zastępcze.

Mówiąc, iż wyrażenia okazjonalne reprezentują albo zastępują wyrażenia nazwowe, nawiązujemy do koncepcji V. v. O. Quine'a, amerykańskiego logika i matematyka (o orientacji nominalistycznej), *nota bene* studiującego w swoim czasie również w Polsce logikę matematyczną, który rolę, jaką pełnią w języku naturalnym zwroty okazjonalne, porównuje do roli zmiennych indywiduowych w językach formalnych¹². Do szerzej znanych w logice należy również zaliczyć stanowisko E. Husserla, filozofa niemieckiego (fenomenologa) zajmującego się również matematyką (był asystentem wybitnego matematyka K. Weierstrassa), który wyrażenia okazjonalne definiuje jako wyrażenia nie posiadające znaczenia, lecz posiadające funkcję znaczeniową. Funkcja ta polega na tym, że: 1) w danym języku J istnieje odpowiednia reguła semantyczna $R_{(s)}$, która ustala sposób posługiwania się danym wyrażeniem okazjonalnym W w określonych sytuacjach komunikacyjnych, 2) znaczenie wyrażenia W jest zależne od kontekstu K , przy czym w różnych

¹² Por. *Mała Encyklopedia Logiki*, Wrocław—Warszawa—Kraków 1970, s. 357—358.

kontekstach znaczenia te mogą być różne. Jak widzimy, zarówno Quine, jak i Husserl nie różnią się w poglądach co do tego, że wyrażenia okazjonalne są zwrotami, których znaczenie uzależnione jest od kontekstu komunikacyjnego, przy czym Quine uważa ten rodzaj wyrażen za zmienne indywiduowe języka naturalnego, proponując definicję wyrażenia okazjonalnego za pomocą pojęcia deskryptu (*Mathematical logic*), podczas gdy Husserl (*Logische Untersuchungen*) akcentuje wymienioną już wyżej funkcję znaczeniową tych wyrażen.

Czy w języku wojskowym zwroty okazjonalne wadliwie użyte mogą prowadzić do nieporozumień? Odpowiedź jest oczywista, naturalnie, że tak. Idzie jednak o to, czy zdarzają się wypadki niewłaściwych zastosowań tego rodzaju wyrażen? I tu odpowiemy twierdząco: takie przypadki zdarzają się, stąd potrzeba i konieczność studiowania semantyki logicznej, aby zarówno świadomość tego, że takie błędy się zdarzają, jak i tego — co jest, naturalnie, nie mniej ważne — jak postępować, aby ich uniknąć lub zminimalizować prawdopodobieństwo ich wystąpienia, była wystarczająco wysoka.

Czwartą grupę błędów logicznych typu semantycznego (po wyrażeniach zawierających błędy ekwiwokacji, amfibolii oraz takich, w których wadliwie zastosowano zwroty okazjonalne) stanowią niedopowiedzenia. Są to wypowiedzi eliptyczne, których sposób rozumienia nie jest jednakże jednolity, jak by mógł przypuszczać ktoś, kto jest autorem tego rodzaju wypowiedzi lub tekstu. A oto przykład. Załóżmy, że osobnik *A* informuje osobnika *B*: „Przyjadę o 9.00”. Zważywszy, że nie wszyscy posługują się w Polsce (zresztą nie tylko w Polsce) 24-godzinną skalą czasu, a raczej 12-godzinną, osobnik *B* może zrozumieć co najmniej dwojako wypowiedź *A*: a) przyjedzie on w danym dniu o godzinie 9.00 przed południem, b) przyjedzie o 9.00 wieczorem, czyli o 21.00. Wypowiedź osoby *A* może naturalnie nastąpić w takiej sytuacji lub w takich okolicznościach, które powyższą wieloznaczność wykluczą. Osoba *B* bowiem może skądinąd wiedzieć, że *A* nie może przyjechać o 21.00, gdyż o tej godzinie będzie w operze. Aby jednak uniknąć nieporozumień, których przyczyną są właśnie niedomówienia, należy zwrotów eliptycznych uży-

wać wyłącznie w takich okolicznościach lub sytuacjach komunikacyjnych, które czynią owe zwroty jednoznacznymi. W przeciwnym bowiem przypadku niedomówienia mogą być przyczyną nie tylko nieporozumień słownych, ale też powodować niepożądane przez nas zachowanie się osób, które były odbiorcami tego typu wypowiedzi.

Pojęcie absurdu i nonsensu z punktu widzenia semantyki logicznej

Krańcowym przykładem błędu logicznego o charakterze semantycznym jest wypowiedź **absurdalna**. Zauważmy, że w języku potocznym zdanie: „Jan jest starszy od swojej matki”, będzie uznane za zdanie absurdalne, jak też z podobną kwalifikacją spotka się następująca wypowiedź: „Jan jest wierzącym ateistą”. Ale też w języku potocznym uznamy za absurdalną wypowiedź: „Księżyc jest ciałem niebieskim o masie nie mniejszej niż masa Ziemi”. Rozważmy podane wyżej przykłady. Otóż aby uznać fałszywość dwu pierwszych zdań, wystarczy uprzytomnić sobie sens (znaczenie) występujących w nich wyrazów. Treść zdania pierwszego daje się również wypowiedzieć następująco: „Syn (Jan) jest starszy od swojej matki”. Widzimy, że w tak sformułowanym zdaniu występuje jawna sprzeczność. Podobną sprzeczność zawiera zdanie drugie; na mocy bowiem definicyjnego znaczenia słów: „ateista, czyli człowiek nie uznający światopoglądu religijnego”, i „człowiek wierzący, czyli ktoś, kto akceptuje światopogląd religijny”, własności przypisywane przez to zdanie osobie Jana są wzajem sprzeczne i jako takie się wykluczają.

Nie znając więc nawet Jana, jego światopoglądu, możemy bez obawy popełnienia błędu przyjąć, że tak wypowiedziane o nim zdanie jest fałszywe. Wykazaliśmy to już na mocy konstrukcji tego zdania, ściślej mówiąc — występujących w owej konstrukcji wyrażen i ich funkcji semantycznych. Na tej samej, naturalnie, zasadzie uznamy za fałszywe zdanie, w którym stwierdza się, że Jan jest starszy od swojej matki (sprzeczność jest szczególnym przypadkiem fałszywości, każde zdanie wewnętrznie sprzeczne jest, oczywiście, fałszywe, chociaż nie odwrotnie: nie każde zdanie fałszywe jest zdaniem sprzecznym). Istotne w obu rozważanych

przypadkach jest to, że żadna dodatkowa informacja — oprócz owego zdania jako takiego — nie jest konieczna do tego, aby te zdania odrzucić jako fałszywe. Uogólniając możemy powiedzieć, że absurdalność danego wyrażenia zdaniowego Z należącego do języka J , ze względu na reguły semantyczne $R_{(s)}$ tego języka, jest to wewnętrzna sprzeczność Z ze względu na reguły $R_{(s)}$ języka J . Albo nieco prościej, chociaż mniej ściśle, powiemy, że absurdalność jest to szczególny przypadek fałszywości zdania, taki mianowicie, kiedy fałszywość tę stwierdzamy na podstawie znaczeń występujących w danej wypowiedzi wyrażen.

Będziemy w odmiennej sytuacji metodologicznej, gdy zechcemy ustalić fałszywość (z punktu widzenia dzisiejszej wiedzy) zdania głoszącego, że: „Księżyc jest ciałem niebieskim o masie nie mniejszej niż masa Ziemi”. Aby stwierdzić fałszywość powyższego zdania, nie wystarczy odwołać się do sensu występujących w tym zdaniu słów, ale należy sięgnąć do danych obserwacyjnych, czyli zbadać strukturę fizyczną tego ciała niebieskiego albo skorzystać z wiedzy astronomicznej o Księżycu. Naturalnie w dzisiejszej cywilizacji, a w szczególności na podstawie posiadanej przez ogół ludzi wiedzy astronomicznej, fałszywość tego zdania jest oczywista w znaczeniu niemal powszechnym. Nie jest to jednakże zdanie absurdalne, lecz jawnie fałszywe. Odrzucamy bowiem uznanie tego zdania nie na mocy sensu występujących w nim wyrażen, ale na podstawie niezgodności (rozumianej intuicyjnie) określonego faktu astronomicznego z tym, co w powyższym zdaniu głosi się o owym fakcie. Wiedzy bowiem o tym, jaka jest masa Księżyca, nie czerpiemy z rozważanego zdania, lecz jak już powiedzieliśmy — z obserwacji i opartych na niej obliczeniach fizykalnych lub z dostępnej nam już współcześnie wiedzy astronomicznej. Tego rodzaju zdań nie będziemy więc zaliczać do wypowiedzi absurdalnych, lecz włączymy je — jak to czyni się w logice — do odrębnej grupy klasyfikacyjnej błędów logicznych. Zdania tworzące tę grupę określamy mianem zdań jawnie fałszywych. Nieco formalizując wypowiedź, możemy zanotować, że warunkiem jawnej fałszywości zdania Z należącego do języka

J o regułach semantycznych $R_{(s)}$ jest niezgodność treści (sądu) zdania Z z wiedzą, którą posiadamy o faktach Q danej dziedziny empirycznej E , a których to faktów dotyczy właśnie zdanie Z .

Oprócz wypowiedzi absurdalnych i jawnie fałszywych spotykamy się również w praktyce społecznej zastosowań komunikacyjnych wyrażen danego języka naturalnego z *n o n s e n s a m i*. Co to jest nonsense i kiedy powiemy o danym wyrażeniu W należącym do danego języka J , że jest właśnie w tym języku nonsensem? We wstępie do odpowiedzi na to pytanie należy zauważyć, że te wyrażenia zdaniowe, które określiliśmy wyżej mianem absurdalnych lub jawnie fałszywych w języku potocznym będą niekiedy uznawane za wypowiedzi nonsensowne. Semantyka logiczna jednakże wyraźnie odróżnia zdania absurdalne i jawnie fałszywe od wyrażen nonsensownych. Aby wskazać na zasadę owego rozróżnienia, powróćmy do omawianego już wyżej zagadnienia kategorii syntaktycznej danego wyrażenia. W tym celu — korzystając z podanej na s. 29 charakterystyki pojęcia kategorii syntaktycznej — ustalimy warunki, jakie powinny spełnić dwa wyrażenia W i W_1 (zdaniowe, nazwowe lub funktorowe), ażeby można było uznać je za przynależne do tej samej kategorii syntaktycznej (lub semantycznej — według terminologii S. Leśniewskiego i T. Kotarbińskiego) S . Powiemy mianowicie, że:

(Df₁) dane dwa wyrażenia W i W_1 (zdaniowe, nazwowe lub funktorowe) należące do języka J są przynależne do tej samej kategorii syntaktycznej S tegoż języka ze względu na reguły semantyczne $R_{(s)}$ obowiązujące w języku J wtedy, kiedy zdanie Z (prawdziwe lub fałszywe na gruncie języka J) zawierające W nadal będzie zdaniem w języku J (prawdziwym lub fałszywym), gdy W zastąpimy w Z przez W_1 . Jeśli natomiast stanie się inaczej, tzn. jeśli po zastąpieniu w Z wyrażenia W przez W_1 wyrażenie Z przestanie być zdaniem w języku J , powiemy, że W_1 przekształciło Z w wyrażenie bezładne semantycznie (syntaktycznie).

Niech następujący przykład wyjaśni istotny sens powyższego określenia. Załóżmy, że dane jest zdanie: „Hipopotam jest ssa-

kiem" (Z). Jeśli teraz w zdaniu Z zastąpimy nazwę „hipopotam” (W) nazwą „aligator” (W_1), otrzymamy również zdanie (Z): „Aligator jest ssakiem”. Zmieniła się co prawda wartość logiczna zdania Z: w wyniku bowiem podstawienia W_1 za W zdanie Z przekształciło się z prawdziwego w fałszywe, lecz całość jest nadal zdaniem. Jeśli natomiast w zdaniu Z na miejsce nazwy „hipopotam” wstawimy wyrażenie funktorowe „biega”, otrzymamy całość: „Biega jest ssakiem”, nie będące naturalnie zdaniem, lecz beładnym splotem wyrazów języka polskiego. Otóż w tym i tylko w tym przypadku powiemy o danym wyrażeniu W należącym do języka J, że jest ono w tym języku *n o n s e n s e m*, gdy sposób jego budowy będzie i n n y, niż pozwalają na to reguły syntaktyczne języka J; w rozpatrywanym przykładzie — reguły syntaktyczne języka polskiego.

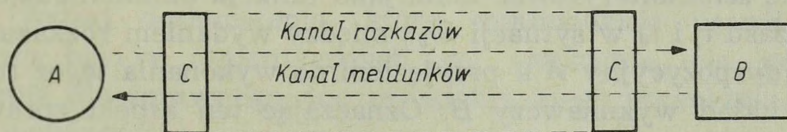
Aby więc jakaś wypowiedź mogła być uznana za absurdalną, powinna spełniać warunki wyrażenia zdaniowego. Warunkiem zaś uznania jakiegoś zwrotu językowego za nonsens jest jego beład syntaktyczny, czyli występowanie odpowiednich wyrażen (zdaniowych, nazwowych lub funktorowych) nie na właściwych im miejscach określonych przez reguły składni języka, do którego owe wyrażenia należą.

Scharakteryzowaliśmy w ten sposób niektóre wadliwości występujące w słownym formułowaniu myśli. Zwróciliśmy jednocześnie uwagę Czytelnika na niektóre sposoby zapobiegania tego rodzaju błędom; zwłaszcza w przypadku ekwiwokacji i amfibolii dają się wskazać bardzo proste (przestrzeganie zasad posługiwania się językiem i metajęzykiem — ekwiwokacja, właściwa interpunkcja — amfibolia) reguły unikania tego rodzaju błędów. W dalszych rozważaniach będziemy jeszcze wracali do sprawy poprawności logicznej (w rozumieniu semantycznym) wyrażen językowych. Po nakreśleniu kilku uwag dotyczących problematyki błędów logicznych w języku wojskowym przejdziemy do kolejnego zagadnienia, w którym poddamy analizie logicznej zasady budowy poprawnych zdań definicyjnych. Problematyka ta będzie również w znacznym stopniu dotyczyć poprawności logicznej takich lub innych zwrotów językowych. Szczególne jednak znaczenie dla zagadnień poprawności logicznej danych wyrażen ma

pojęcie definicji traktowane jako sposób, za pomocą którego ustalamy jednoznaczność wyrażen W w danym języku J . Tej sprawie, ze względu na jej również wojskową ważność, tj. zasadom definiowania wyrażen różnych kategorii syntaktycznych danego języka naturalnego albo głównie naturalnego poświęcimy sporo uwagi.

Zwalczanie błędów logicznych typu semantycznego czynnikiem usprawniającym wojskowy system informacyjny

Poszerzoną analizę czynników semantyczno-logicznych wpływających na sprawność wojskowych systemów informacyjnych poprzedzimy kilkoma uwagami dotyczącymi sposobu rozumienia pojęcia „wojskowy system informacyjny”. Dokonując niezbędnych uproszczeń, przyjmujemy za podstawowe w systemie dowodzenia wojskami dwa następujące kanały informacyjne, mianowicie przepływ a) rozkazów i b) meldunków. Całość tego systemu można przedstawić w postaci układu utworzonego z trzech podstawowych elementów, z których A — czynnik dyspozycyjny (wydający rozkazy, zarządzenia i dyspozycje), B — zespół podporządkowany organizacyjnie i funkcyjnie A , czyli wykonujący rozkazy, oraz C — czynnik efektywnie filtrujący informację (sztaby i zespoły współpracujące się do podjęcia decyzji).



Rys. 12

Efektywność informacyjna systemu zaprezentowanego na rysunku 12 zależy naturalnie od sprawności każdego z wymienionych ogniw, tj. dyspozycyjnego (A), wykonawczego (B) i preparacyjno-filtracyjnego (C). Dowódca wydający rozkazy (zazwyczaj — chociaż niekoniecznie — uprzednio merytorycznie przekonsultowane z układem preparacyjno-filtracyjnym — sztabem), dąży do tego, aby rozkaz był dokładnie wykonany. Przez pojęcie „dokład-

nego wykonania rozkazu" należy rozumieć nie tylko wykonanie w zupełności zgodne z intencją dowódcy, ale ponadto wykonanie optymalne ze względu na: 1) aktualny stan wiedzy wojskowej w przedmiocie rozkazu, 2) okoliczności sytuacyjne nie zawsze dokładnie znane dowódcy wydającemu rozkaz. Zauważmy, że zawsze ilekroć mówiło się o potrzebie inicjatywy w tradycyjnym słownictwie wojskowym, miało się właśnie na uwadze zakres działania, który wynika ze specyfiki sytuacji, w jakiej realizuje się zadanie (ćwiczebne lub bojowe)*.

Do spełnienia warunku 1) i 2) powinien przyczynić się zespół preparacyjno-filtracyjny, który najpierw przygotowuje dane, następnie nadzoruje wykonanie rozkazu dowódcy lub interpretuje wykonawczo ów rozkaz, przydzielając zadania szczegółowe subukładowi zespołu wykonawczego.

Jak łatwo spostrzec, całość działania układu, którego system informacyjny z rysunku 12 jest jednym z komponentów, zależy od sprawności przepływu informacji w wyróżnionych w tym układzie kanałach, tj. w decyzyjnym i meldunkowym. Eliminacja przy tym takich czynników zakłócających ów przepływ, jak błędy logiczne typu semantycznego, może znacznie zwiększyć stopień tej sprawności.

Dodajmy, że pojęcie sprawności dotyczące rozważanego tu w wersji empirycznej wojskowego systemu informacyjnego daje się scharakteryzować m.in. jako funkcja minimalizująca różnicę czasu t_i i t_0 w sytuacji $S_{(w)}$ między wydaniem rozkazu przez układ dyspozycyjny A a przyjęciem do wykonania tegoż rozkazu przez układ wykonawczy B . Oznaczając ten aspekt sprawności informacyjnej układu symbolem $I^s_{(uw)}$ możemy w następujący sposób zdefiniować to pojęcie:

$$(Df_2) \quad I^s_{(uw)} = \min (B_{t_i} - A_{t_0}),$$

co czytamy: sprawność informacyjna układu wojskowego jest to na mocy definicji funkcja minimalizująca czas przepływu informacji nie zniekształconej od decydenta do wykonaw-

* Na ten fakt zwrócił autorowi uwagę gen. bryg. dr Zygmunt Zieliński.

cy lub też minimalizująca czas przepływu meldunku od wykonawcy rozkazu do decydenta.

Wyjaśnijmy na przykładzie sens empiryczny definicji Df_2 . Założmy, że dowódca dywizji (A) wydaje rozkaz dowódcy pułku (B) za pomocą odpowiedniego kodu oraz telefonicznego lub radiowego kanału łączności. Przypuśćmy, że wydanie rozkazu nastąpiło o godzinie 10.00 (t_0), a jego odbiór przez dowódcę pułku — o godzinie 10.27 (t_i). Sprawność informacyjna układu: dowódca dywizji — dowódca pułku, jest zatem — na mocy (Df_2) — następująca:

$$I_{(uw)}^s = \min(B_{t_i} - A_{t_0}) = \min(B_{10.27} - A_{10.00}) = 27 \text{ minut}$$

Usprawnienie tego systemu polegałoby na minimalizacji właśnie różnicy $B_{t_i} - A_{t_0}$, czyli osiągnięciu $I_{(uw)}^s < 27$ minut, przy jednoczesnym zachowaniu optymalnych walorów informacyjnych przekazywanej treści.

Minimalizację tak ważnej wielkości, jaką jest $I_{(uw)}^s$, możemy osiągnąć przez: 1) doskonalenie sprzętu technicznego i środków kodowania (np. przez dalszą automatyzację), 2) podnoszenie kwalifikacji specjalistycznych żołnierzy wojsk łączności (np. doskonalenie umiejętności kodowania, usuwania awarii itp.) oraz zwiększanie efektywności ich pracy (zwłaszcza przy kodowaniu i dekodowaniu), a także przez: 3) doskonalenie logicznej struktury języka rozkazów i meldunków. Idzie przy tym o ten rodzaj doskonalenia, który *minimalizuje* prawdopodobieństwo błędów semantycznych, co, naturalnie, nie jest bez znaczenia dla sprawnego, nie zniekształconego przepływu informacji wojskowej.

Rozdział 3

ZASADY BUDOWY DEFINICJI SEMANTYCZNYCH I ICH ZASTOSOWANIA JĘZYKOWE

Dążąc do ustalenia, co znaczy dane wyrażenie W należące do języka J , podejmujemy próby uświadomienia sobie — na podstawie znanych nam przypadków występowania wyrażenia W w kontekstach zdaniowych języka J — treści słowa W . Zazwy-

czaj przecież bywa tak, że słownictwo języka oraz sposoby budowania zdań — jeśli, naturalnie, rozważanym językiem jest nasz język ojczysty — poznajemy przez kształtowanie praktycznych umiejętności posługiwania się owym językiem, który jest językiem naszych rodziców i innych osób z najbliższego nam otoczenia. Jednakże język opanowany w ten — nazwijmy go — zwyczajowy sposób, chociaż jest wystarczającym środkiem do porozumiewania się z otoczeniem w sprawach elementarnych, dotyczących przeważnie życia codziennego i związanych z nim podstawowych potrzeb, nie jest jednakże wystarczająco precyzyjnym instrumentem dla opisu i analiz takich sytuacji, gdzie wymagana jest ścisłość i zwięzłość wypowiedzi. Stąd aby osiągnąć wymagany poziom ścisłości — zwyczajowo ustalony sposób rozumienia pewnych wyrażań, z określonych względów istotnych, jest przedmiotem analiz semantycznych i poddawany jest uściśleniom za pomocą różnego typu definicji. Analizę zdań definicyjnych rozpoczynamy od omówienia ogólnego pojęcia definicji semantycznej.

Struktura i zasady budowy definicji klasycznej

Ogólnie możemy powiedzieć, że przystępujemy do budowy definicji jakiegoś wyrażenia, powiedzmy, *W*, należącego do danego języka *J* (zazwyczaj naturalnego) w co najmniej trzech następujących przypadkach:

- 1) Dane wyrażenie *W* należy do słownika *S* języka *J* (występuje w znanym nam języku, np. polskim) i umiemy w zasadzie poprawnie posługiwać się nim, nawet wtedy gdy nie uświadamiamy sobie wyraźnie jego treści. W takim przypadku mówimy również, iż wyrażenie to rozumiemy jasno albo intuicyjnie.
- 2) Zmieniamy (częściowo lub zupełnie) dotychczasowe znaczenie danego wyrażenia *W* (na gruncie, oczywiście, rozważanego języka *J*).
- 3) Wprowadzamy do danego języka *J* nowy zwrot *W*, który nie należy do dotychczasowego słownika *S* języka *J*. Innymi słowy, jest to zwrot różny od zwrotów tworzących słow-

nik S , przy czym owa różność dotyczy zarówno treści, jak i kształtu (brzmienia).

W każdym z wymienionych wyżej przypadków zastosowań definicji¹³ posługujemy się metodami, które w istocie określają właściwy dla owych wzajem, naturalnie, różnych sytuacji typ definicji. W zależności więc od celu i zastosowanych metod będziemy mieli do czynienia z różnymi odmianami definicji, do których szczegółowej charakterystyki przechodzimy właśnie.

Zanim jednakże podejmiemy semantyczną i syntaktyczną analizę poszczególnych rodzajów definicji, zwróćmy uwagę na ogólne zasady budowy definicji semantycznych, ograniczając się do omówienia toku postępowania przy formułowaniu tzw. definicji klasycznej. Ten rodzaj definicji jest o tyle reprezentatywny dla rozważań nad teorią definicji, że zawiera w swoim opisie podstawowe elementy odnoszące się również do zasad budowy wszelkich definicji semantycznych. Ponadto definicja klasyczna znajduje szerokie zastosowanie w naukach humanistycznych — również i w wojskowych — co dodatkowo uzasadnia potrzebę szerszego omówienia jej struktury.

Założmy na wstępie, że mamy dane zdanie: „Neutron jest to elementarna cząstka materii, wchodząca w skład jądra atomowego, elektrycznie obojętna”. Zwróćmy uwagę, że w zdaniu tym dają się wyróżnić trzy człony:

- 1° — Neutron,
- 2° — jest to,
- 3° — elementarna cząstka materii, wchodząca w skład jądra atomowego, elektrycznie obojętna.

Każdy z tych członów zajmuje w przytoczonym zdaniu odpowiednie, ze względu na kategorię syntaktyczną — jemu właściwe miejsce, i jako taki spełnia nie tylko odpowiednią rolę komu-

¹³ Nie jest to wyczerpujący rejestr przypadków zastosowań językowych zdań definicyjnych. Pominęto tu np. zadania przekładalności danych wyrażań ze względu na ich strukturę; mając wyrażenie o strukturze S możemy — rozporządzając odpowiednią definicją — zastąpić to wyrażenie innym, o strukturze S' . Za przykład takiej definicji może posłużyć następująca formuła: $(p + q) \text{ df } (\sim p \rightarrow q)$, gdzie wyrażenie zdaniowe $(p + q)$ należy uważać za posiadające strukturę S , a wyrażenie $(\sim p \rightarrow q)$ — strukturę S' .

nikacyjną, ale też rolę definicyjną. Otóż pierwszy człon („Neutron”), który jest nazwą nukleonu określonego przez człon 3^o, będziemy nazywali *definiendum*, czyli to, co jest definiowane. Wyrażenie „jest to” (2^o) nazywamy *łącznikiem definicyjnym* lub *funktorem identyczności*, a człon 3^o — *definiensem* albo też — to, za pomocą czego definiujemy. Zdanie więc

- (1) Neutron jest to elementarna cząstka materii, wchodząca w skład jądra atomowego, elektrycznie obojętna

może służyć za przykład definicji zbudowanej wedle zasad klasycznych. Definicją bowiem klasyczną nazywamy takie właśnie zdanie, w którym określając jakieś wyrażenie wyraźnie wskazujemy na jego równoznacznik lub równoważnik; różnica — dodajmy — między wyrażeniem równoznacznym a równoważnym jest ta, że to ostatnie jest pod określonym względem tożsame co do zakresu, pierwsze natomiast — co do treści. Budując ten rodzaj definicji, postępujemy w ten sposób, że do wyrażenia definiowanego (*definiendum*) dobieramy wyrażenie (zazwyczaj są to wyrażenia nazwowe) o szerszym zakresie, następnie niejako redukujemy jego zakres do zakresu zwrotu definiowanego, otrzymując w ten sposób między obu zakresami stosunek zamienności (równoważności, rys. 10, s. 52). Osiągamy to przez dodanie do nazwy wchodzącej w skład definiensa nazwy takiej cechy, która przysługuje tym i tylko tym przedmiotom, o których traktuje *definiendum*.

W naszym przykładzie słowem definiowanym jest wyraz należący do słownika fizyki — „neutron”. Idzie oczywiście w tym przypadku o takie rozumienie tego słowa, jakie np. spotykamy w zdaniu: „Neutron jest nukleonem wchodzącym oprócz protonów w skład jąder atomowych”. Zwrotem definiującym jest wyrażenie: „elementarna cząstka materii, wchodząca w skład jądra atomowego, elektrycznie obojętna”. Zauważmy, że w przytoczonym definiensie występuje taka część, która jest nazwą nadrzędną w stosunku do nazwy „neutron”; jest nią zwrot: „elementarna cząstka materii, wchodząca w skład jądra atomowego”. Zdanie jednakże: „Neutron jest to elementarna cząstka materii,

wchodząca w skład jądra atomowego", nie mogłoby być uznane za definicję, gdyż zwroty występujące w tym zdaniu na miejscu definiendum („neutron”) i definiensa („elementarna cząstka materii, wchodząca w skład jądra atomowego”) nie są przecież ani równoznacznikami, ani też równoważnikami; każdy wszak neutron jest cząstką elementarną wchodzącą w skład jądra atomowego, lecz nie odwrotnie: jądro bowiem zawiera ponadto taką cząstkę jak proton, który jak wiadomo, jest również cząstką elementarną, zawierającą dodatni ładunek elektryczny. Aby otrzymać definicyjną równoważność, konieczne jest ustalenie takiej cechy, która by przysługiwała neutronowi i tylko jemu. Ta i tylko ta własność zawęzi bowiem zakres nazwy „neutron” do zakresu tych tylko nukleonów, które są elektrycznie takie jak neutron. A tą właśnie cechą jest — jak wiadomo — nieposiadanie aktywności elektrycznej, czyli po prostu obojętność elektryczna. W ten sposób zbudowaliśmy według zasad klasycznych, sformułowanych niekiedy w postaci reguły: *Definitio fit per genus proximum et differentiam specificam*¹⁴, definicję wyrażenia należącego do słownika fizyki — „neutron”.

Uogólniając wstępne wywody nad sposobem konstrukcji definicji klasycznej, powiemy, że:

- (Df₃) Dane wyrażenie *W* należące do języka *J* jest zdefiniowane według zasad definicji klasycznej wtedy i tylko wtedy, gdy na gruncie słownictwa *S* języka *J* został podany w sposób jednoznaczny równoważnik albo równoznacznik wyrażenia *W*, a sformułowany tak, iż: 1) nie zawiera wyrażenia *W*, 2) jednym z jego członów jest zwrot o zakresie nadrzędnym względem *W*, 3) występuje w nim wyrażenie stanowiące tzw. różnicę gatunkową.

Każda definicja zbudowana według reguł definicji klasycznej jest definicją równościową, tzn. między członem definiowanym (definiendum) a członem definiującym (definiensem) zachodzi stosunek zamienności. Ponadto istnieje reguła konstrukcyjna, we-

¹⁴ W swobodnym przekładzie zwrot ten zapisujemy: definicja dochodzi do skutku za pośrednictwem rodzaju najbliższego i różnicy gatunkowej.

dług której postępując osiągamy równoznacznik lub równoważnik wyrażenia definiowanego. Treść owej reguły podaliśmy wyżej, formułując określenie (Df_3) dotyczące pojęcia definicji klasycznej.

Definicje analityczne (sprawozdawcze) i projektujące

W zależności od celu, jaki stawiamy sobie konstruując wyrażenia zdaniowe spełniające warunki zwrotów definicyjnych, będziemy rozróżniali definicje:

- (1) analityczne (sprawozdawcze),
- (2) projektujące.

Wskazemy pokrótce, jakie są cechy charakterystyczne każdego z wymienionych rodzajów definicji, poprzedzając przy tym analizę szczegółową przytoczeniem przykładu ilustrującego zastosowanie danego rodzaju definicji do konkretnej sytuacji komunikacyjnej.

Niech będzie dane następujące zdanie: „Pierwiastek jest to substancja prosta, której za pomocą metod chemicznych nie można rozłożyć na inne ciała”. Przytoczone zdanie jest egzemplifikacją definicji analitycznej, nazywanej również sprawozdawczą, gdyż zdaje ono sprawę ze znaczenia słowa „pierwiastek” występującego w języku polskim i na ogół poprawnie rozumianego. Jednakże mimo owej pragmatycznej poprawności, tzn. poprawności polegającej na właściwym zastosowaniu komunikacyjnym, nietrudno przekonać się, że jeśli zapytamy kogoś, kto użył tego słowa, jaką przyporządkowuje mu treść, to w sporej części przypadków okaże się, że znając intuicyjny sposób zastosowania tegoż słowa, nie będzie mógł ten ktoś wyraźnie określić jego znaczenia (mówimy w takim przypadku, że dany zwrot jest rozumiany jasno, chociaż niewyraźnie).

Definicje analityczne (sprawozdawcze) charakteryzują się właśnie tym, że za ich pomocą dążymy do uściślenia znaczeń słów należących już do języka, którym posługujemy się, chociaż nie zawsze wyraźnie uświadamiamy sobie dokładny ich sens. Definicje te zdają niejako sprawę ze sposobu rozumienia danego

wyrażenia w określonym języku naturalnym, przy założeniu, iż istnieje nawykowo ukształtowany sposób przyporządkowywania temu wyrażeniu odpowiedniej — co najmniej jednej — treści. Innymi słowy, w przypadku definicji analitycznych idzie o takie zwroty, które tradycyjnie należą do słownika S danego języka naturalnego J i co do których nie ma wątpliwości (przynajmniej wątpliwości zasadniczych), w jakich warunkach komunikacyjnych powinny one znaleźć zastosowanie. Każdy, kto zna język polski i ma co najmniej podstawowe wykształcenie, wie, że to, co Polacy nazywają pierwiastkiem — mając przy tym na uwadze to znaczenie tego słowa, które przyporządkowują mu nauki przyrodnicze (a nie matematyka) — jest zbiorem atomów posiadających tę samą liczbę atomową, czyli tę samą wielkość liczbową dodatnich ładunków jądra. W tym znaczeniu wie, że pierwiastkiem jest węgiel (C), wodór (H), tlen (O) itd. Stąd też w codziennej praktyce posługiwania się słowem „pierwiastek” jest mało prawdopodobne, aby ktoś, kto zna język polski i spełnia warunek co do wykształcenia, użył niewłaściwie tego słowa. Zauważmy jednakże, iż umiejętność poprawnego zastosowania danego wyrażenia do opisu konkretnych sytuacji nie może upoważniać do stwierdzenia, że ten, kto poprawnie posługuje się danym wyrażeniem, uświadamia sobie wyraźnie treść tegoż wyrażenia. Innymi słowy — intuicyjne rozumienie danego zwrotu językowego, dokumentowane poprawnym zastosowaniem w praktyce porozumiewania się, nie zawsze jest równoznaczne z umiejętnością definicyjnego zdania sprawy z treści owego zwrotu. Przytoczony wyżej przykład definicji słowa „pierwiastek” jest tego potwierdzeniem. Mając bowiem wykształconą intuicję, że pierwiastkiem nazywamy niepodzielne albo nierozkładalne na inne substancje ciała, przy czym — jak już mówiliśmy — kojarzymy sobie to z takimi ciałami, jak właśnie węgiel, chlor, żelazo czy też miedź lub glin, nie zawsze uświadamiamy sobie fakt, iż są to substancje zbudowane z atomów mających tę samą liczbę porządkową (co jest równoważne, iż atomy te mają jednakowy ładunek jądra). Podobnie zresztą bywa z innymi wyrażeniami.

Rozważmy jeszcze jeden przykład. Czy istnieje o bardziej oczywistym znaczeniu słowo w języku polskim niż np. słowo „czło-

wiek”? Od czasów niemowlęstwa bowiem potrafimy odróżnić człowieka od przedstawiciela innego gatunku świata zwierzęcego. Jeśli jednak podejmiemy próbę definicyjnego zdania sprawy ze znaczenia nazwy „człowiek”, okaże się, że nie jest to wcale takie łatwe. Dodajmy, że tego rodzaju definicja była przedmiotem namysłu filozofów tej miary co Arystoteles, a pochodzące z czasów antycznych określenie treści nazwy „człowiek” jest następujące: „Człowiek jest to zwierzę rozumne (*homo est animal rationale*)”. Można co prawda mieć wątpliwości, czy rozumność jest rzeczywiście cechą uniwersalną dla gatunku ludzkiego i wyodrębniającą go spośród innych zwierząt, niemniej definicja ta wskazuje na istotę człowieka jako podmiotu obdarzonego życiem psychicznym i zdolnością myślenia dyskursywnego.

Definicje analityczne będące zdaniami sprawozdawczymi podlegają kwalifikacji prawdziwościowej, tj. są zdaniami prawdziwymi lub fałszywymi (pseudodefinicje). Jeśli definicja analityczna ujmuje treść danego wyrażenia nazwowego zgodnie z panującym w danej społeczności zwyczajem rozumienia tego wyrażenia, powiemy wówczas, że jest definicją poprawną i jako taka będzie zdaniem prawdziwym. Warunki poprawności definicji omówimy oddzielnie, nadmienimy tylko, że jednym z nich jest *adekwatność*, przez co rozumie się zamiennność zakresów słowa definiowanego (definiendum) z wyrażeniem definiującym (definiensem). Nie jest to, naturalnie, jedyny warunek poprawności definicji, adekwatność jednakże stanowi podstawową cechę zdań definicyjnych, co zarazem odróżnia je od innych wyrażen zdaniowych nie będących definicjami.

Uogólniając uwagi dotyczące definicji analitycznej, możemy powiedzieć, że ten rodzaj definicji daje odpowiedź na jedno z dwu następujących pytań: a) jakie znaczenie albo treść ma wyrażenie *W* w języku *J* lub b) jaki jest zakres rozważanego w definicji wyrażenia *W* należącego do języka *J*.

Definicja jest poprawna, gdy na jedno z tych pytań daje odpowiedź prawdziwą. Z omówionych wyżej przykładów definicję pojęcia pierwiastek możemy zaliczyć do definicji informującej co do tego, jaki jest zakres słowa „pierwiastek”, natomiast przykład definicji analitycznej, w której przedmiotem analizy jest

wyraz „człowiek”, zaliczymy do definicji udzielającej odpowiedzi na pierwsze z wyróżnionych wyżej pytań, tj. dotyczące treści danego wyrażenia.

Definicja, której celem jest podanie zakresu danego wyrażenia, nazywamy definicją analityczną równoważnościową, a definicję podającą znaczenie — definicją analityczną równoznaczną.

Wymieniając typy definicji, zwróciliśmy uwagę na definicje projektujące. O jakim wyrażeniu zdaniowym powiemy, że należy do klasy definicji projektujących? Zauważmy przede wszystkim, że każdy język naturalny jest w ciągłym rozwoju; dotyczy to zresztą także języków poszczególnych nauk. Przez rozwój danego języka rozumiemy procesy wzbogacające jego słownictwo oraz udoskonalające strukturę i sprawność komunikacyjną tegoż języka. Cele te osiągamy poprzez modyfikację reguł semantycznych ($R_{(s)}$) i składniowych, inaczej syntaktycznych ($R_{(sk)}$) zgodnie z aktualnymi potrzebami — społecznie uwarunkowanymi — systemu komunikacji międzyludzkiej (mamy, naturalnie, na uwadze tę część społeczności ludzkiej, która jest jednorodna pod względem językowym). Język wzbogaca się o nowe słowa przez przyporządkowywanie nowym zjawiskom społecznym, nowym wytworom kulturowym i technicznym odpowiednich określeń. Do zjawisk tych możemy zaliczyć zarówno powstanie nowych obiektów typu cywilizacyjnego (np. telewizor, samolot, statek kosmiczny), jak i nowych wytworów myśli (naukowej lub politycznej), nowych idei społecznych (socjalizm, komunizm, antyimperializm, kolonializm, neokolonializm itd.). Dialektyka rozwoju społecznego jest procesem wieloaspektowym, powodującym zmiany w różnych sferach bytu materialnego i świadomości społecznej. Jeśli język ma być sprawnym instrumentem wymiany myśli, nie może nie uwzględniać tych procesów. Stąd też słownictwo języków naturalnych jest w stadium permanentnego rozwoju i — w niektórych przynajmniej sytuacjach — wprowadzenie nowych wyrażeń do dotychczasowego zasobu słów ułatwione jest dzięki zastosowaniu odpowiednich środków logicznych. Jednym z tych środków jest właśnie definicja projektująca.

W zakresie definicji projektujących zwrócimy uwagę na dwa typy zdań, mianowicie na zdania, w których w sposób niejako arbitralny ustala się znaczenie danego wyrażenia *W* nie należącego do dotychczasowego słownika języka *J*, i takie zdania, które, zmieniając dotychczasowy sposób rozumienia *W* na gruncie języka *J*, uwzględniają jednakże aktualne znaczenie wyrażenia *W* w języku *J*. W drugim z wymienionych przypadków mamy więc czynność w pewnym sensie regulującą dotychczasowy sposób rozumienia wyrażenia będącego przedmiotem krytyki definicyjnej.

Powiemy zatem, że definicje, za pomocą których wprowadzamy do języka nowe wyrażenia lub zmieniamy w stopniu istotnym sens dotychczasowy jakiegoś słowa, będziemy nazywali definicjami arbitralnymi. Przykładem takiej definicji może być następujący zwrot:

(x) Absorpcja jest to proces polegający na wchłanianiu gazów przez ciecze.

Łatwo dostrzec, że sposób rozumienia słowa „absorpcja” jest przez tę definicję rozstrzygnięty jednoznacznie i — pod względem metody — arbitralnie. Nie istnieje bowiem potrzeba zastanawiania się nad tym, czy ten właśnie sposób rozumienia wyrazu „absorpcja” odpowiada zwyczajowo ustalonemu jego sensowi; takie słowo po prostu nie występowało w słownictwie polskim, ukształtowanym przez historycznie rozwijający się obyczaj językowy. Pojęcie to występujące, jak wiadomo, w języku nauk przyrodniczych, głównie chemii i fizyki, zostało wprowadzone po odkryciu procesu, który jest przez to pojęcie oznaczany. Można by co prawda używać zwrotu równoznacznego, który w przytoczonej definicji występuje na miejscu definiensa: „proces wchłaniania gazów przez ciecze”, lecz byłby to bardzo niewygodny sposób komunikowania o tego rodzaju faktach, a przede wszystkim nieekonomiczny.

Zakres zastosowań definicji arbitralnych jest dość szeroki; stosuje się je bowiem nie tylko w naukach szczegółowych, ale i w innych dziedzinach działania i twórczości. Definicje te mogą do-

tyczyć zarówno nazewnictwa wytworów materialnych (np. telewizor, tranzystor) lub procesów (np. absorpcja, destylacja, osmoza), jak i wydarzeń, wytworów lub idei kulturowych, przy rozumieniu kultury jako zbioru wartości duchowych przynależnych danej społeczności. Niech przykładem definicji arbitralnej pojęcia należącego do języka kultury duchowej (w odróżnieniu od kultury materialnej albo cywilizacji) będzie zdanie:

(xx) Hedonizm jest to teoria głosząca pogląd, iż przyjemność jest najwyższym celem i dobrem człowieka.

W tym przypadku dla oznaczenia pewnego nurtu w filozofii moralności również wprowadzono słowo, które niejako syntetyzuje założenia i cele kierunku refleksji filozoficznej przedkładającej szeroko rozumianą przyjemność nad inne wartości. Stąd też zawsze ilekroć chcemy mówić o tego rodzaju poglądach, wystarczy posłużyć się słowem „hedonizm”, aby było wiadomo, jaką orientację filozoficzną mamy na uwadze.

Definicjami arbitralnymi często posługują się nauki szczegółowe przy rozbudowie słownictwa, które jest dla tych nauk charakterystyczne. W języku wojskowym np. wprowadza się przez definicje takie pojęcia, jak „detonator” lub „dozorowiec”: (1) Detonator jest to ładunek materiału wybuchowego, który przenosi detonację spłonki na kruszący materiał wybuchowy; (2) Dozorowiec jest to okręt przeznaczony do ochrony (dozoru) innych, zazwyczaj większych, okrętów w czasie ich postoju na kotwicy lub przejścia morzem, jak też do osłony transportowców.

Biorąc za podstawę przytoczone wyżej przypadki zastosowań definicji arbitralnych, możemy sformułować kilka uwag ogólnych, które dotyczyłyby tego rodzaju procedur definicyjnych. Zauważmy, że każda z definicji arbitralnych (1) — (2) pełni rolę skrótu językowego. Wyrażenia bowiem występujące na miejscu definiendum mają zazwyczaj swój odpowiednik w dotychczasowym słownictwie, tylko dzięki wyrażeniu definiowanemu osiągamy znaczną skrótowość wypowiedzi przy zachowaniu jej wartości informacyjnej na nie zmienionym poziomie.

Ze względu na swój konwencjonalny (umowny) charakter wyrażenia będące definicjami arbitralnymi nie podlegają

wartościowaniu logicznemu, tzn. nie jest uzasadnione przypisywanie im wartości prawdy lub fałszu, jak to robiliśmy w przypadku definicji analitycznych (sprawozdawczych). Stanowią one zatem postać postulatów co do sposobu rozumienia wyrażeń będących przedmiotem ich określenia. Innymi słowy, każdą definicję typu arbitralnego możemy zredagować tak, aby przyjęła postać zdania imperatywnego, w którym głosi się, że: „Słowo *W* należy tak rozumieć w języku *J*, jak w tym języku rozumiemy zwrot *V*”, gdzie „*W*” występuje na miejscu definiendum definicji arbitralnej, a „*V*” — definiens w tejże formule definicyjnej. Korzystając z podanego wyżej przykładu, mianowicie (*x*), oraz sformułowanej wyżej reguły co do sposobu przekładalności definicji arbitralnych na wyrażenia będące postulatami, powiemy: słowo „absorpcja” należy tak rozumieć jak zwrot „proces polegający na wchłanianiu gazów przez ciecze”.

Przekładalność pojęć wprowadzanych do języka za pomocą definicji arbitralnych na wyrażenia dotychczasowe jest względna. Dążymy naturalnie do tego, aby przy budowie tego typu definicji osiągnąć możliwie dokładną jednoznaczność. Jednakże w praktyce definiens zawiera wyjaśnienie sensu operacyjnego definiendum, tzn. informuje nas o tym, w jakim znaczeniu będziemy posługiwali się definiowanym zwrotem, co nie jest jeszcze pełną przekładalnością słowa definiowanego na odpowiedni w danym języku równoznacznik lub równoważnik. Wprowadzone za pomocą definicji arbitralnych słowa i zwroty nabierają z upływem czasu swoistych, dla nich jedynie właściwych, odcieni znaczeniowych. Wyrażając się nieco metaforycznie, możemy powiedzieć, że owe słowa zaczynają „żyć” na własny sposób, dość daleko niekiedy odbiegając od pierwotnych funkcji informacyjnych.

Rozbudowując język poprzez konstrukcję określeń nazwowych lub funktorowych, które dotychczas w tym języku nie występowały, przyczyniamy się w ten sposób do wzbogacania treści dotychczasowych wyrażeń występujących w języku. Dzieje się tak dlatego, że wprowadzając nowe wyrażenia dostosowujemy istniejące słownictwo do opisu własności przysługujących nowym zjawiskom lub obiektom. Fakt ten znajduje zsyntetyzowany wyraz

w nowo utworzonych zwrotach, nie pozostając również bez wpływu na sens wyrażen, za pomocą których ustalamy sposób rozumienia zwrotu arbitralnie definiowanego. Bywają co prawda definicje arbitralne, które są wolne od tego rodzaju inspiracji semantycznych. Do takich należy np. określenie sposobu rozumienia znaków umownych w różnego rodzaju tabelach informacyjnych, jak chociażby omówienia skrótów występujących w rozkładach jazdy pociągów lub autobusów; ilustracja, na której jest schemat łóżka, jest oznaką tego, że w danym pociągu znajduje się wagon sypialny, a znak „Ex” jest oznaką tego, że dany pociąg jest pociągiem ekspresowym. Objaśnienia więc do tego rodzaju znaków traktuje się (T. Kotarbiński¹⁵) jako odmianę definicji arbitralnych. Są to jednakże nie tyle definicje *in sensu stricto*, co opisy znaków kodujących określony zestaw słów objaśniających. Jeśli przyjąć powyższy pogląd co do roli tego typu napisów, to uzasadnione wydaje się stanowisko, że ten rodzaj objaśnień nie należy do zdań definicyjnych w ścisłym tego słowa znaczeniu, ale stanowi pseudodefinicje o efemerycznych, przejściowych albo tymczasowych walorach informacyjnych.

Nadmieniliśmy wyżej, że w zakresie definicji projektujących występują również takie definicje, których rola polega na częściowej zmianie sensu wyrażen dotychczas mających zastosowanie komunikacyjne w danym języku *J* lub mówiąc inaczej: należących do słownika *S* tegoż języka. Zwróciliśmy przy tym uwagę, iż ten rodzaj zdań pełni funkcję niejako regulacyjną co do znaczeń słów, których dotyczy. Otóż definicje, za pomocą których dokonujemy częściowej zmiany znaczenia danego wyrażenia, nazywamy definicjami regulującymi. Jako przykład tego rodzaju definicji przytoczymy następujące zdanie:

Dyscyplina wojskowa jest to przestrzeganie regulaminów, rozkazów, przepisów i instrukcji normujących tok życia codziennego i służby żołnierza.

Zauważmy, że pojęcie dyscypliny nie jest neologizmem ani w języku wojskowym, ani w języku polskim w ogóle. Każdy bowiem, kto zna język polski, uświadamia sobie, jakie treści łączą

¹⁵ Por. T. Kotarbiński, *Kurs logiki dla prawników*, wyd. cyt., s. 28—29.

się z tym pojęciem. Jednakże dla potrzeb wojska nie wystarczy tak ogólny — jak byśmy powiedzieli — sposób interpretacji tego pojęcia. Przez słowo to rozumie się głównie rzetelne wykonywanie obowiązków zawodowych. Stąd w potocznym znaczeniu *z d y s c y p l i n o w a n y* jest ten człowiek, który sumiennie wykonuje należące do niego obowiązki, przy czym ma się na względzie przede wszystkim obowiązki wynikające z zajmowania określonego stanowiska (kierowniczego lub w ogóle funkcyjnego) w obowiązującej strukturze społecznej. Aby pojęcie dyscypliny wojskowej ujednoznaczyć, wprowadza się za pomocą definicji wyraźne wyodrębnienie tego pojęcia od innych znaczeń, z jakimi słowo „dyscyplina” łączy się na gruncie języka „cywilnego”. W ten sposób zbudowana definicja *r e g u l u j e* właśnie znaczenie wyrazu „dyscyplina”, przyporządkowując mu te treści, które są istotne z punktu widzenia służby wojskowej.

Definicja regulująca, podobnie jak arbitralna, nie podlega również ocenie z punktu widzenia prawdy lub fałszu, tzn. wyrażenie będące definicją w rozumieniu definicji regulującej nie jest ani prawdziwe, ani też fałszywe. Traktujemy je jako konwencję co do rozumienia pewnego zwrotu, przyjmując jednakże, iż ustalone za pomocą definicji znaczenie nie powinno naruszać dotychczasowego sensu, w jakim ten zwrot był używany na gruncie języka naturalnego.

Zasługuje na uwagę jeszcze jeden aspekt definicji arbitralnych i regulujących, który można określić mianem aspektu *d y d a k t y c z n e g o*. Otóż istnieją pewne układy odniesienia co do tego, czy dana definicja jest definicją arbitralną, czy też taką nie jest. W zależności bowiem od takich czynników, jak wykształcenie, uprawiany zawód, środowisko, w jakim się zazwyczaj przebywa, bogactwo słownictwa, jakim rozporządza dana osoba, będzie różne. I tak uczeń, który rozpoczyna naukę np. trygonometrii, dowiadyuje się, co znaczy w języku matematyki zwrot „ $\sin \alpha$ ”. I chociaż pojęcie „ $\sin \alpha$ ” jest w tym języku niejako oczywiste, jednak dla ucznia rozpoczynającego naukę trygonometrii sposób rozumienia zwrotu „ $\sin \alpha$ ” będzie sprawą definicji, która na gruncie jego dotychczasowego języka przyjmie własności definicji arbi-

tralnej. Nauczyciel bowiem poinformuje go, że $\sin \alpha$ jest to stosunek przyprostokątnej przeciwległej do kąta α do przeciwprostokątnej. Takie, a nie inne znaczenie musi być przyporządkowane przez ucznia pojęciu „ $\sin \alpha$ ”. Jeżeli uczeń postąpi inaczej, mogą spotkać go przykre konsekwencje w postaci niekorzystnego stopnia za nieznamość trygonometrii. Dostrzegamy więc, że pojęcie arbitralności może być rozważane na różnych poziomach czy też — mówiąc inaczej — możemy go badać ze względu na różnorodne układy odniesienia. A układami tymi są języki osób albo grup społecznych, posługujących się określonym zasobem słów w pewnym, dla tych osób lub grup — charakterystycznym znaczeniu.

Wprowadzenie do języka matematyki pojęcia „ $\sin \alpha$ ” było aktem *par excellence* arbitralnym; po prostu ustalono, że taką a taką relację między przyprostokątną a przeciwprostokątną będzie się nazywać właśnie w ten sposób. Informowanie zaś ucznia o tym, że ów stosunek tak, a nie inaczej należy nazywać, jest również aktem arbitralnym ze względu na: 1) dotychczasowy zasób jego słów, 2) typ wyrażenia, jego etymologię. Nie jest to bowiem słowo tego rodzaju, co „las”, „dom” czy też „człowiek”, których etymologia jest związana z kształtowaniem się języka ojczystego. Ale nie jest to również ten rodzaj arbitralności, z którym spotykamy się przy wzbogacaniu języka jako pewnego zbiektywizowanego tworu danej społeczności.

Uogólniając powyższe uwagi, możemy stwierdzić, że pojęcie arbitralności występuje na dwóch poziomach: pierwszy — to wprowadzanie do języka danej dyscypliny naukowej lub języka potocznego nowego zwrotu, który od chwili ustanowienia konwencji co do sposobu jego rozumienia w tym języku staje się jednym z wyrazów słownika tegoż języka. Za przykład może służyć wprowadzenie do języka nauk biologicznych pojęcia „filogenezy” lub „ontogenezy”, a do języka matematyki słowa „ $\sin \alpha$ ”. Drugi poziom semantycznych decyzji arbitralnych to wzbogacanie języka osób lub grup społecznych o zwroty w ich języku nie występujące, lecz należące do języka bogatszego, w którym język tych osób (grup społecznych)

jest fragmentem. Jest to niejako relatywna arbitralność; relatywizuje się ją bowiem do czynników podmiotowo-społecznych, jakimi są języki osób albo też rozważanych społeczności kulturowych lub profesyjnych.

Definicje należące do pierwszego z wymienionych wyżej rodzajów, tj. wzbogacające język, będziemy nazywali definicjami arbitralnymi sensu stricto, definicje zaś, za pomocą których wzbogacamy język podmiotowy (przy rozumieniu kolektywnym — w odróżnieniu od dystrybutywnego — pojęcia „podmiot”; w tym znaczeniu podmiotem może być kompania lub batalion) — definicjami względnie arbitralnymi lub też definicjami pragmatycznie arbitralnymi. Pojęcie „pragmatyczności” dotyczy w tym przypadku odniesienia do podmiotu, czyli wskazuje na aspekt subiektywny definiowanego zwrotu.

Dodajmy, że uwagi dotyczące dwojakiego rozumienia pojęcia arbitralności odnoszącego się do zasad budowy definicji wyrażen danego języka naturalnego lub naukowego pozostają w mocy również w przypadku definicji regulujących. Tworząc bowiem definicje wyrażen nieostrych, a takich właśnie dotyczą przede wszystkim definicje regulujące, czynimy to w dwóch płaszczyznach: a) w języku danej dziedziny badań (np. w naukach wojskowych), b) w języku podmiotowym, intersubiektywnym lub subiektywnym (w przypadku podmiotu jednostkowego), poprzez realizację procesu dydaktycznego w zakresie problemów dotyczących dziedziny wymienionej w punkcie a). Zawsze ilekroć czynność definiowania przyczynia się do wzbogacenia języka dziedziny badawczej o nowy, częściowo zmieniony, sposób rozumienia odpowiedniego wyrażenia, tylekroć treścią tej czynności jest definiowanie regulujące w ścisłym tego słowa znaczeniu. W innym natomiast przypadku, a więc wtedy gdy informujemy kogoś o ustalonym znaczeniu danego wyrażenia, spotykamy się z definicjami względnie regulującymi. Zmieniają one bowiem częściowo nie język dyscypliny, lecz dotychczasowy język danego podmiotu (jednostkowego lub zbiorowego), wprowadzając uściślenia co do sposobu rozumienia definiowanego wyrażenia.

Definicje równościowe, a takie tylko dotychczas rozważaliśmy,

mogą być ponadto definicjami w y r a ż n y m i l u b k o n t e k s t o - w y m i*. Definicja jest wyraźna, gdy definiendum tworzy tylko zwrot definiowany. W ten sposób definicje wymienionych wyżej pojęć: „absorpcja” (s. 84), „hedonizm” (s. 85), „detonator” (s. 85), czy też „dozorowiec” (s. 85), są ilustracjami definicji wyraźnych. Definicja jest kontekstowa, gdy wyraz definiowany występuje w zwrocie złożonym z kilku wyrazów (tworzących definiendum) — nie mniej niż dwóch. Kontekst, w którym występuje wyraz definiowany, jest dla niego charakterystyczny. Definicje te stosujemy zazwyczaj w przypadku zwrotów tzw. niesamodzielnych, jak np. $\log_b a$. Definicja tego pojęcia przyjmuje bowiem następującą postać:

$$(a) \quad c = \log_b a \text{ wtedy i tylko wtedy, gdy } b^c = a$$

W tym wypadku wyraz definiowany uwikłany jest w typowy dla niego kontekst. Pojęcie „logarytmu” bowiem występuje zawsze w kontekście dotyczącym podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej. Zauważmy, że w podanym przykładzie (a) w części występującej na miejscu definiendum znajduje się d e f i n i e n d u m w ł a ś c i w e, czyli wyraz definiowany; w definicji (a) jest to wyraz „logarytm”.

Ten rodzaj definicji nie jest również nie znany w języku wojskowym. Wystarczy wskazać, że za pomocą tego rodzaju definicji charakteryzujemy np. takie pojęcie, jak „władza dyscyplinarna”, mówiąc:

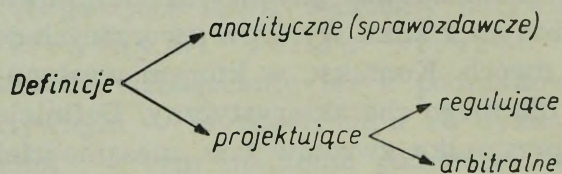
(b) Wojskowa władza dyscyplinarna są to uprawnienia przełożonych względem podwładnych im żołnierzy w zakresie udzielania nagród i wymierzania kar.

Tu również definiendum właściwe jest nieco węższe od zwrotu występującego po lewej stronie definicji (b); stanowi go bowiem wyrażenie „władza dyscyplinarna”. Jest to zatem przykład definicji kontekstowej.

Całość dotychczasowych rozważań nad problematyką klasyfikacyjną definicji daje się ująć w postaci schematu (p. rys. 13).

* Szerzej o definicjach wyraźnych i kontekstowych powiemy w następnym punkcie.

Podstawą powyższej klasyfikacji pojęcia definicji jest rola zdań definicyjnych w budowie i doskonaleniu języka. Każdy bowiem z omówionych wyżej typów definicji dotyczy zasad ustalania znaczeń odpowiednich wyrażeń przy założeniu, że definiowane wyrażenie pełni aktualnie lub będzie pełnić funkcję komunika-



Rys. 13.

cyjną (informacyjną) w rozważanym języku. Innymi słowy, dotychczasowe wywody nad strukturą zdań definicyjnych zmierzały do wskazania roli definicji w porządkowaniu znaczeniowej strony języka i w doskonaleniu jego funkcji informacyjnych, jak też i ekonomizujących wypowiedzi za pomocą zwrotów arbitralnie zdefiniowanych.

W literaturze semantyczno-logicznej zwraca się uwagę również na inny aspekt zdań definicyjnych, mianowicie na metodę ich budowy¹⁶. Przyjmując ten — jak byśmy go określili — konstrukcyjny punkt widzenia, zdania definicyjne możemy podzielić na dwie klasy. Są to mianowicie:

- klasa definicji realnych,
- klasa definicji nominalnych.

Zamiast mówić, że zdanie Z jest definicją realną, możemy również powiedzieć, iż zdanie Z jest definicją w stylizacji przedmiotowej, i odpowiednio — o definicjach nominalnych powiemy, że są to definicje w stylizacji językowej. Niech kilka przykładów wyjaśni bliżej sens powyższych określeń. Załóżmy, że mamy dane dwa następujące zdania:

- (1) Dyslokacja wojsk jest to rozmieszczenie sił zbrojnych i instytucji wojskowych na terytorium kraju lub (w czasie wojny) na teatrze działań wojennych.

¹⁶ Por. K. Ajdukiewicz, *Logika pragmatyczna*, wyd. cyt., s. 62—85.

- (2) Wyrażenie „dyslokacja wojsk” znaczy to samo, co „rozmieszczenie sił zbrojnych i instytucji wojskowych na terytorium kraju lub (w czasie wojny) na teatrze działań wojennych”.

Zdanie definicyjne (1) jest właśnie przykładem definicji realnej (inaczej — definicji w stylizacji przedmiotowej). Mówi się w nim bowiem o tym, jaką treść przypisujemy nazwie abstrakcyjnej „dyslokacja” lub co charakteryzuje fakt będący odpowiednikiem przedmiotowym (przy rozumieniu przedmiotu jako pewnego rodzaju abstraktu) tej nazwy. Definicja realna zatem danego wyrażenia *W* na gruncie języka *J* wskazuje na własności obiektu (faktu), którego dotyczy wyrażenie *W*.

Zdanie definicyjne (2) jest z kolei ilustracją definicji nominalnej (inaczej — definicji w stylizacji językowej). Mówiąc bowiem, że wyrażenie „dyslokacja wojsk” znaczy to samo, co wyrażenie „rozmieszczenie sił zbrojnych i instytucji wojskowych na terytorium kraju...” wskazujemy na równoznacznik słowa „dyslokacja wojsk”. Nie interesuje nas w tym wypadku fakt określany mianem dyslokacji, lecz odpowiednik zwrotu „dyslokacja wojsk” należący do tego języka, do którego należy wyraz definiowany, tzn. odpowiednik zwrotu „dyslokacja wojsk” należący do języka polskiego. Możemy również powiedzieć, że budując definicję realną poszukujemy równoważnika dla definiendum czy też, mówiąc inaczej, wyrażenia o zakresie zamiennym z definiendum, co, naturalnie, oznacza to samo, co konstruowanie definicji równoważnościowej. W przypadku zaś definicji nominalnych jest oczywiste, że zmierzamy przy ich konstrukcji do wskazania zwrotu równoznacznego z definiendum, czyli tworzymy w ten sposób definicję typu równoznacznikowego.

Uogólniając powiemy, że podstawą zaprezentowanej wyżej klasyfikacji pojęcia definicji na dwa człony, z których pierwszy obejmuje swoim zakresem definicje realne, drugi — nominalne, jest zasada konstrukcji językowej owych zdań definicyjnych. Jeśli wyrażenie definiowane *W* (definiendum) należące do słownika *S* języka *J* występuje w zdaniu definicyjnym *Z* w supozycji zwykłej, powiemy wówczas, że *Z* jest

definicją realną. Jeśli natomiast wyrażenie definiowane *W* jest użyte w supozycji materialnej, tzn. jako nazwa cudzysłowowa, wówczas zdanie *Z* jest definicją nominalną.

W każdej z dwu wyżej przeprowadzonych klasyfikacji, tj. z jednej strony — na definicje analityczne i projektujące, z drugiej — na realne i nominalne, występuje inna zasada podziału. Stąd też klasyfikacje te są od siebie niezależne i dotyczą odmiennych własności badanych definicji. Na podstawie tej niezależności jest uzasadnione twierdzenie, że definicje analityczne oraz projektujące mogą występować bądź w stylizacji realnej, bądź nominalnej. To, w jakiej postaci językowej prezentujemy definicję danego wyrażenia, jest w głównej mierze uzależnione od doraźnych potrzeb informacyjnych. Definicje realne są zazwyczaj zdaniami o przejrzystszej konstrukcji niż definicje nominalne. W definicjach jednakże o stylizacji językowej osiąga się — co jednak nie jest regułą — względnie wysoki stopień ścisłości, gdyż rozważamy w tym przypadku relację równoważności zachodzącą między wyrażeniami, a nie stosunek wyrażenia do faktu pozajęzykowego jak w przypadku definicji realnych.

Definicje wyraźne i kontekstowe

Poczyńmy kilka dalszych uwag o jednym z zasygnalizowanych wyżej podziałów definicji. Nadmieniliśmy już bowiem, że ze względu na budowę definiendum dzielimy definicje na wyraźne i kontekstowe. Powiedzieliśmy też, iż definicja jest wyraźna wtedy, gdy na miejscu syntaktycznym definiendum występuje tylko wyraz definiowany. W ten sposób zdanie:

Aseptyka jest to zapobieganie zakażeniom wszelkich skałeczeń przez niedopuszczanie do nich bakterii chorobotwórczych,

jest przykładem definicji wyraźnej, gdyż po stronie definiendum występuje wyłącznie wyraz definiowany. Nie jest natomiast wyraźna w podanym wyżej znaczeniu następująca definicja:

Prawo biogenetyczne jest to prawo, w którym stwierdza się, że rozwój osobniczy wszelkiego organizmu jest skróconym po-

wtórzeniem rozwoju gatunku, do którego ten organizm należy (czyli ontogeneza jest skróconą historią filogenezy).

W tej bowiem definicji na miejscu definiendum występuje wyrażenie złożone, przy czym definiendum właściwym jest przymiotnik „biogenetyczne”, gdyż tylko wyjaśnienie tego słowa mamy na uwadze konstruując powyższą definicję. I jak już nadmieniliśmy, ten rodzaj definicji określamy mianem kontekstowej; wyraz definiowany wszak występuje tu w kontekście innych zwrotów. Rozwijając nieco analizę tego typu zdań definicyjnych należy zauważyć, że po stronie definiendum w takowych definicjach nie zawsze występują wyrażenia nazwowe; mogą występować też zwroty zdaniowe, w których definiendum właściwym jest wyrażenie funktorowe. W definicji np. zbudowanej w taki oto sposób:

zdanie: „Jeśli Piotr jest wędkarzem, to Piotr jest człowiekiem cierpliwym”, jest równoważne zdaniu: „Nieprawda, że Piotr jest wędkarzem lub Piotr jest człowiekiem cierpliwym”,

po stronie definiendum występuje zdanie, ale wyrażeniem definiowanym jest funktor „jeśli..., to...”, który — na podstawie powyższej definicji — możemy zastąpić funktorem „nieprawda, że... lub...”, nie zmieniając przy tym wartości logicznej zdań w ten sposób przekształconych.

Z definicjami kontekstowymi spotykamy się często, na co wskazują zresztą podane już wyżej przykłady, w naukach matematycznych i przyrodniczych. Zdanie matematyczne:

Styczna do okręgu jest to prosta posiadająca jeden i tylko jeden punkt wspólny z okręgiem*,

jest właśnie ilustracją definicji kontekstowej, gdyż — jak łatwo zauważyć — definiendum właściwym jest wyraz „styczna”, a nie zwrot „styczna do okręgu”. Podobnie w zdaniu definicyjnym zaczerpniętym z języka fizyki, ściślej — fotometrii,

* Jest to definicja, w której korzysta się z pojęć matematyki szkolnej; określenie ściślejsze stosowane w matematyce wyższej (np. w geometrii różniczkowej) opiera się na pojęciu pochodnej.

Natężenie danego źródła światła jest to ilość energii świetlnej, jaką wysyła w ustalonej jednostce czasu dane źródło światła

pojęciem definiowanym jest pojęcie natężenia, chociaż dla poprawności definicji niezbędne jest umieszczenie zwrotu definiowanego w odpowiednim kontekście.

Z problematyką budowy i zastosowań definicji kontekstowych łączy się, jak już o tym była mowa, zagadnienie tzw. wyrażeń niesamodzielnych, nazywanych również niezupełnymi. Powiemy mianowicie, że wyrażenie *W* należy do zbioru wyrażeń niesamodzielnych semantycznie, gdy jest tak, że *W* może daną funkcję znaczeniową spełniać tylko w kontekście innych wyrażeń. Przykładem takich zwrotów są podane już wyżej, występujące w definiendum definicji kontekstowych, wyrażenia: „styczna (do okręgu)”, „natężenie (danego źródła światła)”, czy też funktor „jeśli..., to...”. Do grupy wyrażeń niesamodzielnych, a zaczerpniętych z języka potocznego zaliczamy np. nazwy: „przyjaciół (Jana)”, „znajomy (Piotra)”, „wujek (Agnieszki)” etc.*

Należy też zauważyć, że definicje kontekstowe mogą być zarówno definicjami projektującymi, jak i sprawozdawczymi.

O definicji ostensywnej (dejktycznej)

Ze względów poznawczych i dydaktycznych zasługuje na uwagę typ definicji, od niedawna rozpowszechnionej w piśmiennictwie logicznym¹⁷, nazywanej definicją ostensywną (z łacińskiego słowa *ostendo* — pokazuję) lub dejktyczną (J. Kotarbińska). Cechą charakterystyczną definicji ostensywnej jest to, iż oprócz strony słownej (werbalnej) nieodłącznym jej składnikiem jest określone zachowanie się podmiotu formułującego tę definicję. Idzie przy tym o takie zachowanie się, które wespół z określe-

* Należy odnotować, że w logice tradycyjnej wyrażeniami „znaczeniowo samodzielnymi” (inaczej kategorematycznymi) nazywa się takie, które mają określoną treść przez odniesienie do jakiegoś przedmiotu, natomiast do „znaczeniowo niesamodzielnych” (inaczej: synkategorematycznych) zalicza się wyrażenia, których znaczenie jest — uzależnione od ich funkcji syntaktycznej w danym kontekście.

¹⁷ Por. J. Kotarbińska, *Tak zwana definicja dejktyczna*, w: *Logiczna teoria nauki*, Warszawa 1966, s. 57—98.

niem słownym — przyjmującym zazwyczaj postać zdania wskazującego — przyporządkowuje danemu obiektowi, zjawisku lub sytuacji odpowiednie wyrażenie nazwowe. W ten sposób wskazując pewien obiekt wraz z wypowiedzeniem zdania: „To jest czołg T-54”, informujemy adresata naszej wypowiedzi, jaką nazwę należy przyporządkować takiemu właśnie, na jaki wskazujemy, obiektowi, którym jest znany w wojsku wóz bojowy.

Wskazując dany przedmiot albo zjawisko w tym celu, aby przyporządkować mu odpowiednią nazwę ogólną, czynimy to z intencją poinformowania kogoś nie tyle o tym, że ten a ten przedmiot jest desygnatem danej nazwy, powiedzmy, nazwy „czołg”, ile o tym, że przedmioty tego typu mają taką właśnie, a nie inną nazwę. Inaczej mówiąc, wskazujemy wzorzec desygnatu wyrażenia nazwowego, a nie jedynie dany desygnat jako taki. Tego rodzaju wskazanie wraz z wypowiedzią zdania wskazującego możemy uzupełnić dodatkowymi informacjami, jak np. wskazanie cech istotnych w danym obiekcie z interesującego nas punktu widzenia. W przypadku czołgu takimi własnościami mogłoby być opancerzenie, poruszanie się na gąsienicach (a nie kołach), posiadanie uzbrojonej w działo wieży obrotowej itp. Każdy wskazany egzemplarz wzorcowy jest jednocześnie — co jest oczywiste — wzorcem pozytywnym. Wszelkie wzorce pozytywne wskazują na warunek wystarczający poprawnej definicji ostensywnej, tzn. zdanie wskazujące może przybrać postać: „Wystarczy, aby wóz bojowy miał taką oto postać (i tu ruch wskazujący), żeby mógł być nazwany czołgiem T-54”. Można ponadto posłużyć się — dla rozwinięcia definicji — wzorcami negatywnymi; zdanie wskazujące wówczas przybierze postać: „To nie jest czołg T-54”. Dodajmy, że wzorce negatywne wskazują na warunki konieczne definicji ostensywnej, co można wyrazić w sformułowaniu: „Jeśli dany obiekt jest taki jak ten, to nie jest obiektem Y”. Korzystając z podanego już przykładu, powiemy: „Jeśli dany czołg jest taki jak ten (który teraz i tu widzimy), to nie jest on czołgiem T-54”.

Formułując definicję ostensywną, przyjmujemy zazwyczaj *implicite* pewne założenia co do wyrażenia nazwowego (jego prostoty), jak i ważności cech wskazywanych przez nazwę, a przy-

sługujących obiektom będącym desygnatami wprowadzonych wyrażań nazwowych. Idzie przy tym o to, iż treścią nazwy na mocy przyjętego założenia są własności obiektu ważne z określonych względów, a ponadto ważność ta jak i owe względy są wystarczająco oczywiste.

Rozdział 4

WARUNKI POPRAWNOŚCI ZDAŃ DEFINICYJNYCH. BŁĘDY DEFINICJI (FORMALNE I DYDAKTYCZNE)

Efektywność komunikacyjna definicji zależy co najmniej od dwu czynników: ich poprawności formalnej i sprawności dydaktycznej. Często bywa tak, że brak poprawności formalnej powoduje brak komunikatywności dydaktycznej definicji, a zatem jej niesprawność, a niekiedy wręcz szkodliwość, gdyż nauczając niepoprawnie utrwalamy w nauczonym błędne przekonania, co może prowadzić do skutków wielce niepożądanych. Dlatego wyrażne uświadomienie sobie obydwu rodzajów wadliwości występujących w budowie definicji ma znaczenie nie tylko — ani też przede wszystkim — teoretyczne.

Formalne warunki poprawności definicji oraz wadliwości typu formalnego

Jak nadmieniliśmy, zdania będące wyrażeniami definicyjnymi powinny spełniać formalne i dydaktyczne warunki poprawności. Do warunków *f o r m a l n y c h* poprawności zdań definicyjnych zaliczamy:

- a) adekwatność,
- b) różnokształtność zwrotu definiowanego i zwrotu definiującego.

Co to znaczy, że zdanie definicyjne $D(z)$ powinno spełniać warunek adekwatności? Mówiąc o adekwatności $D(z)$, mamy na uwadze tożsamości zakresowe definiendum i definiensa należących do $D(z)$, czyli adekwatność w odniesieniu do $D(z)$ daje się

wyjaśnić za pomocą wprowadzonego już do naszych rozważań (przy omawianiu stosunków zakresów dwu nazw ogólnych) pojęcia zamienności zakresowej (por. rys. 10). Powiemy zatem, że dwa wyrażenia nazwowe W_1 i W_2 są adekwatne wtedy i tylko wtedy, gdy zakresy wyrażen W_1 i W_2 są zamienne. Definicja zaś jest adekwatna, gdy zakres nazwy definiowanej (definiendum) jest tożsamy z zakresem nazwy definiującej (definiensem). Jeśli np. zdanie definicyjne ma postać:

- (1) Klan jest to wspólnota rodowo-patriarchalna u Irów i Szkotów,

to powiemy — odwołując się do przyjętego w nauce słowa „klan” — że zdanie (1) jest adekwatną definicją nazwy „klan”, zakres bowiem członu definiowanego jest zamienny [przy tym właśnie znaczeniu (sensie) słowa „klan”] z zakresem członu definiującego zdania (1). Dodajmy, że budując definicję (1) mieliśmy na uwadze jedno ze znaczeń (bodajże podstawowe) słowa „klan”. W innym bowiem użyciu wyraz ten ma odcień znaczeniowy wyraźnie pejoratywny i znaczy mniej więcej tyle, co „grupa osób wzajemnie — wbrew dobru ogółu — popierających się”. To drugie znaczenie wyrazu „klan” jest raczej przenośne, metaforyczne i jako takie może być pominięte przy budowie definicji.

Nie spełnia natomiast warunku adekwatności zdanie (pretendujące według intencji jego twórcy do miana definicji), w którym zakresy wyrażen nazwowych występujących na miejscach definiendum i definiensa nie są tożsame. Niech następujący przykład wyjaśni, na czym polega owa wadliwość zdań definicyjnych. Załóżmy w tym celu, że podano następującą definicję słowa „psychiatria”:

- (2) Psychiatria jest to dział medycyny zajmujący się pochodzeniem chorób psychicznych.

Jak łatwo zauważyć, w zdaniu (2) zakres nazwy definiowanej „psychiatria” jest nadrzędny względem zakresu nazwy definiującej: „dział medycyny zajmujący się pochodzeniem chorób psychicznych” (por. rys. 9). Poprawna bowiem definicja tego pojęcia powinna mieć postać:

- (3) Psychiatria jest to dział medycyny zajmujący się pochodzeniem, rozpoznawaniem i leczeniem chorób psychicznych.

Otóż jeśli w zdaniu definicyjnym występuje błąd scharakteryzowany na przykładzie zdania (2), mówimy wówczas, że definicja jest za wąska. Nie obejmuje ona zakresem członów definiującego tych własności, których dotyczy człon definiowany. Jeśli natomiast jest odwrotnie, tzn. zakres nazwy definiującej jest nadrzędny względem zakresu nazwy definiowanej, powiemy, że definicja jest za szeroka. Przykładem zdania definicyjnego posiadającego omawianą wadliwość może być następujące wyrażenie:

- (4) Elipsa jest to zamknięta linia krzywa.

Zdanie powyższe nie jest zatem właściwą charakterystyką figury geometrycznej zwanej elipsą, bowiem — co jest oczywiste — nie każda linia krzywa i zamknięta (choćby np. koło lub wielobok) jest elipsą. Poprawne natomiast określenie — pretendujące zasadnie do miana definicji — powinno być następujące:

- (5) Elipsa jest to zamknięta linia krzywa powstała z ukośnego przecięcia stożka,

albo też

- (5') Elipsa jest to miejsce geometryczne punktów, których suma odległości od dwóch stałych punktów zwanych ogniskami elipsy jest liczbą stałą.

Jak widać, definicje (5) i (5') są sobie równoważne, chociaż nie równoznaczne; pierwsza z nich bowiem dotyczy elipsy jako figury geometrycznej, która ma tę własność, iż jest krawędzią pola powstałego w wyniku ukośnego przekroju stożka, druga jest sformułowaniem, w którym charakteryzuje się w sposób analityczny własności przysługujące elipsie. Stąd też nadmieniona wyżej niejednoznaczność tych dwu definicji.

Możemy zatem stwierdzić, że chociaż zdania (2) i (4) traktują o pewnych rzeczywistych własnościach faktów, zważywszy jed-

nak na łącznik definicyjny „jest to” będący podstawowym funktorem tych zdań, a który ponadto wskazuje właśnie na ich definicyjny charakter, nie mogą one być uznane za poprawne, tzn. nie spełniają — co zresztą wykazaliśmy — wymogów stawianych zdaniom definicyjnym. Nie jest bowiem zachowany przy konstrukcji tych zdań warunek adekwatności definicyjnej. Spełniają natomiast ten warunek zdania (3), (5') i (5), stąd też mogą posłużyć za ilustracje definicji (zdań definicyjnych), w których spełniony jest warunek adekwatności.

Wykroczeniem przeciw zasadzie adekwatności jest również takie sformułowanie zdania definicyjnego, w którym zakresy zwrotu definiowanego i definiującego krzyżują się. Jako przykład ilustrujący tego rodzaju błąd definicji podamy następujące zdanie:

- (6) Dowódca jest to oficer kierujący pododdziałem, oddziałem lub związkiem taktycznym.

Podane określenie nie jest naturalnie poprawne, bowiem każdy, kto zna strukturę dowodzenia wojskami, wie, że funkcje dowódcze pełnią nie tylko oficerowie, lecz także inni żołnierze (podoficerowie, starsi szeregowcy, szeregowcy, czy też chorążowie). Ponadto wiadomo, że nie każdy oficer jest dowódcą; nie są np. dowódcami słuchacze akademii wojskowych (z wyjątkiem tych, którzy pełnią nieetatowe funkcje dowódcze w grupach szkoleniowych) oraz wielu innych oficerów pełniących służbę w sztabach, jednostkach sanitarnych, technicznych lub zaopatrzeniowych. W zakresie zatem członu definiowanego znajdują się zarówno desygnaty nazwy, za pomocą której podjęto próbę zdefiniowania nazwy „dowódca”, jak i takie desygnaty, których definiens nie obejmuje swoim zakresem. Do zakresu tego bowiem należą i ci dowódcy, którzy nie mają stopni oficerskich, co wyłącza ich z zakresu definiensa. Z drugiej strony, w zakresie wyrażenia definiującego są również takie desygnaty, które nie należą do zakresu definiendum. Desygnaty te dotyczą właśnie oficerów nie będących dowódcami. Jednocześnie zaś definiens zawiera w swoim zakresie desygnaty należące również do zakresu nazwy definiowanej. Tym desygnatom odpowiadają oficerowie, którzy pełnią obowiązki dowódców pododdziałów, oddziałów czy też związków taktycznych.

Wykazaliśmy w ten sposób, że zdanie (6), chociaż przy pewnej — niedefiniicyjnej — interpretacji jest prawdziwe, nie spełnia jednak tak istotnego warunku, jakim jest adekwatność, stąd też nie może być uznane za definicję słowa „dowódca”. Błąd, którego ilustracją jest to zdanie, polega, rzecz oczywista, na tym, że zakresy zwrotu definiowanego i definiującego krzyżują się. Ilekroć więc stosunek między członem definiowanym a definiującym jest taki, że ich zakresy tylko częściowo na siebie zachodzą, mówimy, iż definicja jest nieadekwatna (por. rys. 5).

Ostatnim wreszcie błędem polegającym na naruszeniu zasady adekwatności jest błąd, który zilustrujemy na następującym przykładzie:

(7) Szpada jest to półautomatyczna broń palna.

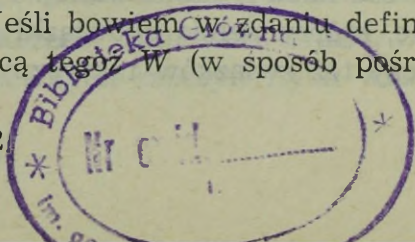
Jest oczywiste, że w zdaniu definicyjnym (7) zakres nazwy definiowanej „szpada” wyklucza się z zakresem nazwy definiującej „półautomatyczna broń palna”. Ten rodzaj błędu jest co prawda rzadko spotykany, jednakże warto wiedzieć, że nieprzestrzeganie warunku adekwatności lub nieuświadomienie go sobie (co zazwyczaj jest powodem nieprzestrzegania) może doprowadzić nawet do tak jaskrawego naruszenia zasad poprawnego definiowania, jak to wskazuje powyższy przykład.

Wyczerpaliliśmy w ten sposób uwagi dotyczące błędów, których podstawą jest nieprzestrzeganie zasady głoszącej, że między wyrażeniem definiowanym a definiującym powinien zachodzić stosunek zamienności.

Do błędów typu formalnego, czyli wynikających z wadliwej struktury definicji, zaliczamy również błędy polegające na nieuwzględnianiu zasady różnokształtności definiendum i definiensa. Zasadę (regulę) tę można by sformułować następująco:

$R_{(r)}$ Formułując definicję wyrażenia W należącego do słownika S języka J , należy tak dobierać zwroty wyrażenia definiującego (definiensa) należące do S języka J , by wśród nich nie wystąpiło wyrażenie W .

Jeśli bowiem w zdaniu definicyjnym $D(z)$ określamy W za pomocą tegoż W (w sposób pośredni lub bezpośredni) popełniamy



wówczas błąd, który w języku semantyki logicznej określa się mianem błędnego koła. Mówiąc np., że „logika (W) jest to nauka o zasadach logicznego (W) myślenia”, narażamy się na zarzut błędu zwanego właśnie błędnym kołem bezpośrednim; definiujemy bowiem wyrażenie W za pomocą takich zwrotów, w których również występuje W. Oprócz błędnego koła bezpośredniego istnieje jeszcze inna odmiana tego rodzaju błędu. Załóżmy mianowicie, że tym, co mamy zdefiniować, jest wyraz należący do słownika fizyki — „pozyton”. Załóżmy ponadto, że definicja tego pojęcia jest niejako dwuczęściowa, z czego część pierwsza ma postać:

(8) Pozyton jest to elektron dodatni,
a następnie formułujemy część drugą definicji, w której zwrot „elektron dodatni” definiujemy:

(9) Elektron dodatni nazywamy pozytonem.

Zdania definicyjne (8) i (9) przekonują nas, że w rezultacie końcowym otrzymaliśmy pozorne wyjaśnienie zarówno pojęcia „pozyton” jak i zwrotu „elektron dodatni”. W zdaniach definicyjnych (8) i (9) jest bowiem tak, że wyrażenie W (pozyton) definiujemy za pomocą wyrażenia V (elektron dodatni), a wyrażenie V wyjaśniamy z kolei za pomocą W. Jest to naturalnie wadliwy sposób budowy zdania definicyjnego i jako taki nosi miano błędnego koła pośredniego. Aby zatem uniknąć tej sytuacji w przypadku definiowania słowa „pozyton”, należałoby zdanie definicyjne (8) zrekonstruować, po czym zapisać go w następującej postaci:

(10) Pozyton (elektron dodatni) jest to nietrwała cząstka elementarna o masie równej masie elektronu i o dodatnim ładunku elementarnym.

Pojęcie cząstki elementarnej jako nadrzędne względem pojęcia pozytonu jest w powyższej definicji scharakteryzowane za pomocą zwrotów niezależnych od definiendum. W definiensie mówi się mianowicie, że „cząstki elementarne” są to najprostsze (przy aktualnym stanie wiedzy naukowej) cząstki, z których zbudowana jest

materia. Unikamy w ten sposób powtórzenia bezpośredniego lub pośredniego w wyrażeniu definiującym określeń występujących w definiendum.

Należy nadmienić, że wadliwość zdań definicyjnych zilustrowaną na przykładach (8) i (9) nazywa się również w języku semantyki logicznej błędem *idem per idem* (to samo przez to samo). Zwracamy uwagę na łacińskie określenie tego błędu dlatego, że jest ono powszechnie stosowane w piśmiennictwie filozoficznym i logicznym (choć nie tylko, bo i w innych dyscyplinach podejmujących problematykę metodologiczną).

Dodajmy jeszcze, że pojęcie błędnego koła może dotyczyć definicji o różnym stopniu złożoności. Podane wyżej przykłady traktują — uczyniliśmy to głównie dla uproszczenia wyjaśnień — o względnie prostych przypadkach, stąd łatwo zauważalnych, zatem nieczęsto spotykanych. Niebezpieczniejsze dydaktycznie i poznawczo są inne przypadki; takie mianowicie, w których błędne koło jest uwikłane w wywód wielostopniowy. Załóżmy np., że definiujemy wyrażenie W_1 (należące naturalnie do słownika S danego języka J , co dotyczy również pozostałych wyrażen rozwiązyanych w niniejszym przykładzie) za pomocą wyrażen W_2 , następnie W_2 przez W_3 itd., aż w końcu W_n definiujemy przez W_1 , tworząc w ten sposób *circulus vitiosus in definiendo* (błędne koło w definiowaniu). W postaci uogólnionej ten rodzaj wadliwości zdań definicyjnych możemy zapisać:

W_1 jest to W_2

W_2 jest to W_3

.....

W_{n-1} jest to W_n

W_n jest to W_1

Spotykamy tu zatem błędne koło n -stopniowe. Wykrycie tego rodzaju błędu może być dość trudne, niemniej — przy wnikliwej analizie tekstu — możliwe. W analizie tej, aby mogła być uwieńczona powodzeniem, szczególnie ważne jest dokładne prześledzenie toku wywodów, w których ukryty jest ten błąd. W definicjach poprawnych zazwyczaj będzie tak, że wyrażenie W_n wy-

stąpi jako termin pierwotny, co nie zawsze *explicite* musi być stwierdzone. Nie dając tu szerszych wyjaśnień — uczynimy to w odpowiedniej części dalszych wywodów — powiemy, że terminem pierwotnym teorii jest takie wyrażenie, którego sens wyjaśniamy za pomocą odpowiedniej aksjomatyki. Jeśli jednak W_n nie jest wyrażeniem teorii sformalizowanej ani też dedukcyjnej, to może być tak, że co do jego ostatecznego sensu przyjmiemy zasadę oczywistości empirycznej, polegającą na tym, iż rozumiemy W_n w ten sposób, jak je rozumie statystyczna większość posługująca się językiem J . Tak właśnie postępuje się przy definiowaniu szeregu pojęć w naukach społeczno-politycznych, technicznych czy nawet przyrodniczych.

Omówione wyżej wadliwości budowy zdań definicyjnych, mianowicie nieadekwatność i błąd *idem per idem*, wyczerpują w zasadzie repertuar usterek typu formalnego; usterek — dodajmy — spotykanych w prostych procedurach tworzenia definicji wyrażen języka naturalnego. Unikanie tego rodzaju błędów jest nie tylko podstawowym warunkiem poprawnego definiowania, ale ma także istotne znaczenie komunikacyjne. Występowanie bowiem w tekstach wypowiedzianych lub pisanych tej odmiany błędów pozbawia owe teksty waloru efektywnej informacji. Uświadomienie zaś sobie sposobów, za pomocą których możemy unikać (albo też zminimalizować prawdopodobieństwo wystąpienia) powyższych błędów, jest jednym z ważnych zadań semantyki logicznej.

O warunkach sprawności dydaktycznej zdań definicyjnych

Zgodnie z naszkicowanym już wyżej zamierzeniem przejdźmy z kolei do scharakteryzowania — przynajmniej w zarysach — warunków sprawności dydaktycznej, jakie powinno spełnić zdanie będące w zamierzeniu jego twórcy definicją. Wyjaśnijmy najpierw, co będziemy mieć na myśli mówiąc, że dane zdanie Z spełnia (lub nie) warunki komunikatywności dydaktycznej. Otóż dana wypowiedź (zdanie) jest wadliwa dydaktycznie wówczas, gdy definicja nie spełnia zadań informacyjnych

oraz wyjaśniających lub gdy spełnia je w stopniu niewystarczającym. Niech następujący przykład zilustruje ten rodzaj usterki zdania definicyjnego:

(11) Enzymy są to biokatalizatory.

Z punktu widzenia formalnego, jak też rzeczowego (przedmiotowego) definicja (11) jest poprawna, gdyż rzeczywiście wyraz „enzym” (wywodzący się od wyrazów greckich: *en* — w, i *dzýme* — zakwas) znaczy to samo, co „biokatalizator”. Innymi słowy, wyrazy te są synonimiczne. Zauważmy jednak, iż ten, kto nie rozumie, czy też nie rozumie dokładnie słowa „enzym”, może również nie rozumieć (co jest wielce prawdopodobne) równoznacznika tego słowa, mianowicie wyrazu „biokatalizator”. Oba te wyrażenia bowiem należą do słownictwa specjalistycznego nauk biologicznych i wszelkie próby wyjaśniania jednego z tych pojęć za pomocą drugiego będą zazwyczaj zabiegiem wadliwym.

Aby zatem definicja (11) spełniała warunek poprawności dydaktycznej, powinna być zrekonstruowana. A oto jedna z możliwych rekonstrukcji:

(12) Enzym (biokatalizator) jest to substancja regulująca przebieg procesów życiowych w żywych organizmach i przez te organizmy wytwarzana.

Dla zwiększenia walorów dydaktycznych zdania (12) można by myśl w nim zawartą rozwinąć, stwierdzając np., że enzymy są to białka proste (niekiedy również złożone), których rola polega głównie na tym, iż przyspieszają one oraz nadają kierunek procesom przemiany. Za przykład takiego enzymu może służyć występująca w ślinie ptialina (nazywana również amylazą), której działanie polega na rozszczepianiu spożywanych przez człowieka cząsteczek cukrów złożonych na części (maltozy).

Wady dydaktyczne ilustrowane zdaniem definicyjnym (11) określamy mianem błędu *ignotum per ignotum* (nieznane przez nieznanne). Należy zauważyć, że błąd ten ma zasięg szerszy od wskazanego wyżej, dotyczy bowiem wszelkich wypowiedzi, a więc nie tylko definicji, w których pojęcia i zwroty nie są zrozumiałe (zupełnie lub częściowo) dla adresata.

Na podstawie przytoczonych przykładów oraz poczynionych uwag krytycznych łatwo dostrzec, że wystąpienie tego rodzaju błędu jest uzależnione od tego, czy informacja ujęta w postaci zdania definicyjnego lub innej wypowiedzi jest komunikatywna dla osoby, do której jest skierowana, czy też jest inaczej. Podejmując zatem eksplikację pojęcia lub zwrotu, których właściwe rozumienie przez daną osobę — naszego adresata — ma istotny wpływ na prawidłowy odbiór całości przekazywanej jej przez nas informacji, powinniśmy starać się o formułowanie wyjaśnień w języku tegoż adresata. Postulat powyższy jest szczególnie ważny w informacjach wojskowych przekazywanych w postaci rozkazów, zarządzeń, instrukcji i meldunków. Powiedzieliśmy „szczególnie ważny”, gdyż działanie zespołów wojskowych, zwłaszcza w okresie wojny albo zagrożenia wojną, ma doniosłe konsekwencje praktyczne, mierzone nie tylko ceną życia ludzkiego, lecz niekiedy ceną wolności narodu, co jest naturalnie stawką najwyższą.

Rozdział 5

Z ZASTOSOWAŃ DEFINICJI W JĘZYKU WOJSKOWYM

Rola definicji w języku wojskowym jest określona funkcją komunikacyjną tego języka oraz zależnościami łączącymi go z całokształtem działań zespołów wojskowych. Nadmieniliśmy już, że umiejętność poprawnego przekazywania informacji w systemach wojskowych jest jedną z podstawowych i od niej w niemałej mierze zależy sprawność dowodzenia, jego efekty taktyczno-operacyjne. Jedną z cech języka wojskowego, oprócz naturalnie odrębności terminologicznej, jest jego lakoniczność. Czy to rozkaz, czy meldunek — powinny być zwięzłe, rzeczowe, bez zbytecznej ornamentyki słownej. Ten fakt decyduje o ścisłym związku między językiem a sytuacją, której dotyczy wypowiedź w nim sformułowana.

Aby jednakże lakoniczność nie powodowała zakłóceń informacyjnych, tzn. aby wskutek zwięzłości nie powstawały sytuacje,

w których bądź brak informacji, bądź rozporządza się informacją niejasną, należy łączyć tę lakoniczność z optymalną treścią, jednoznacznością i jasnością. Osiągnięcie tego celu jest w znacznej mierze ułatwione, gdy uświadamiamy sobie sens definicyjny zwrotów i pojęć występujących w języku rozkazów, zarządzeń lub meldunków. Nie idzie przy tym o to, czy też przede wszystkim o to, by każdorazowo podawać definicje używanych przez nas pojęć, ale jeśli przypuszczamy, że audytorium, do którego kierujemy naszą wypowiedź, może dane pojęcie zinterpretować inaczej, niż my to czynimy, wówczas staje się nieodzowne wywód zasadniczy poprzedzić taką definicją. Nie bez znaczenia jest też i to, że samo uświadomienie sobie treści pojęcia przyczynia się do większej precyzji wysławiania. Zauważmy, że znajomość teorii definicji nie pozostaje również bez wpływu na kształtowanie się naszej wewnętrznej dyscypliny językowej, przejawiającej się również w nie wypowiedzianych przeżyciach myślowych.

Oprócz tego, niejako kulturowego, wpływu logiki na język wojskowy istnieją i inne czynniki uzasadniające potrzebę studiów nad semantyką logiczną, w tym nad teorią definicji. Do ważniejszych spośród nich zaliczymy zadania szkoleniowe i kształceniowe. W niewielu dziedzinach jest tak oczywista potrzeba przestrzegania zasad poprawnego definiowania jak właśnie we wszelkich formach nauczania. Nie wymaga szerszego uzasadnienia stwierdzenie, że nieświadomość warunków poprawnego definiowania, jak adekwatność oraz różnokształtność, może prowadzić do nieefektywnego wysiłku. Przejawem tej nieefektywności może być nieosiągnięcie celów informacyjnych nauczania: przekazywana wiedza nie będzie bowiem dostatecznie i poprawnie przyswojona i utrwalona przez nauczanych. Ważnym też postulatem jest przestrzeganie reguł zapobiegających zarówno wszelkim postaciom błędnego koła, jak też błędu *ignotum per ignotum*. Dość często stosowanym sposobem wyjaśniania zwrotów i pojęć charakterystycznych dla języka wojskowego jest pokaz obiektu, którego dotyczy opis słowny. Jak wiemy, ten rodzaj wyjaśnienia łączy się z postulatami budowy oraz zastosowań definicji ostensywnych, w związku z czym znajomość tej definicji, warunków koniecznych i wystarczających do jej efektywnego zastosowania

stanowi ważny składnik przygotowania dydaktycznego tych żołnierzy, do których obowiązków należy nauczanie.

Nie wyczerpaliśmy, rzecz oczywista, w ten sposób różnorodności możliwych sytuacji wojskowych, w których mogą znaleźć i znajdują zastosowanie logiczne zasady poprawnego definiowania. Bogactwo przykładów wszelkich odmian definicji zawierają chociażby regulaminy wojskowe, w tym również takie, jak służby wewnętrznej i garnizonowej, musztry i dyscyplinary. Jednakże już te przykłady, które przytoczyliśmy, powinny uzasadnić pogląd stwierdzający potrzebę, a nawet konieczność włączenia teorii definicji semantycznych do obowiązującego *pensum* wiedzy wojskowej.

Rozdział 6

PODZIAŁ LOGICZNY

Zagadnienia dotyczące podziału logicznego nie są bezspornie przynależne do semantyki logicznej; można je również umieszczać i poddawać analizie w tym dziale logiki, który traktuje o problematyce metodologicznej. Idąc jednak za przyjętą przez niektórych logików (T. Kotarbiński¹⁸) zasadą prezentacji zagadnień logicznych, włączamy rozważania nad podziałem logicznym do problemów semantycznych, co naturalnie nie pozbawia tego pojęcia doniosłości metodologicznej. Sądzymy po prostu, że pragmatyczny aspekt procedur zwanych podziałem logicznym łączy się ściśle z zagadnieniami definicji, gdyż definiując dane pojęcie wyodrębniamy go tym samym spośród innych pojęć, a więc dokonujemy określonego podziału.

Podstawowe zasady podziału logicznego

Rozważmy dowolny, skończony zbiór *X*. Może to być np. zbiór ludzi zamieszkujących w miasteczku *N* lub zbiór żołnierzy pełniących służbę w danej dywizji, czy też po prostu zbiór stołów w tej oto sali. W każdym jednak z rozważanych przypadków pojęcie

¹⁸ Por. T. Kotarbiński, *Kurs logiki dla prawników*, wyd. cyf., s. 40 i n.

zbioru X może występować zamiennie z pojęciem „ludzie zamieszkujący miasteczko N ”, „żołnierze pełniący służbę w danej dywizji”, „stoły znajdujące się na tej oto sali” itp. Jak widzimy, zbiór X został utworzony z pewnych indywiduów, oznaczmy je zmienną x , w ten sposób, że każdy z owych x należy do zbioru X ze względu na posiadaną własność, powiedzmy w_1 . Własnością tą w podanych wyżej przykładach jest „być człowiekiem” (przysługująca oczywiście ludziom i tylko ludziom), „być żołnierzem”, czy też — co wydaje się mniej naturalne — „być stołem”. Jeśli następnie wyodrębnimy spośród przedmiotów x należących do zbioru X i posiadających własność w_1 takie przedmioty y , które oprócz w_1 mają również własność w_2 , np. „być blondynem”, „być artylerzystą” lub „być okrągłym stołem”, to okaże się, że z elementów zbioru X , posiadających własność w_2 , utworzony został podzbiór Y , w którym każdy element posiadający własność w_2 — nazwijmy ten element y — należy do Y . W ten sposób utworzyliśmy z elementów zbioru X podzbiór Y zawierający się w X , lecz posiadający tę własność, że dzieli zbiór X na dwa podzbiory: Y i $non-Y$. Posługując się zaś terminologią tradycyjną, gdzie pojęcie zbioru jest zastępowane pojęciem zakresu nazwy ogólnej (lub pustej), powiemy, że wyodrębniając spośród elementów x takie elementy, które mają własność w_2 , dokonaliśmy podziału zakresu X na dwa podzakresy (podzbiory), charakteryzujące się tym, że:

- (1) Każdy element należący do X należy do jednego z tych podzakresów (podzbiorów), czyli jest tak, iż każdy przedmiot a należący do zakresu zbioru X , należy do Y lub do $non-Y$.
- (2) Jeśli a należy do zbioru Y , to a nie należy do $non-Y$, czyli każdy przedmiot należący do zakresu X należy do jednego i tylko jednego podzbioru.

Możemy zatem powiedzieć, że podział logiczny zakresu nazwy N (zbioru X) polega na tym, że w jej zakresie wyodrębniamy dwa lub więcej podzakresów w taki sposób, aby (a) otrzymane podzakresy wykluczały się oraz (b) ich suma była równa zakresowi nazwy dzielonej. W formie

uzupełnienia należy dodać, że zamiast słowa „nazwa” w tradycyjnej logice używa się określenia „pojęcie”, stąd w podręcznikach tej logiki¹⁹ mowa o klasyfikacji oraz podziale pojęć, co zresztą z punktu widzenia zasadniczego toku wywodów dotyczących podziału logicznego nie ma zasadniczego znaczenia.

Korzystając z terminologii zazwyczaj stosowanej w rozważaniach semantyczno-metodologicznych, powiemy, że dany podział (*divisio*) jest poprawny, gdy uzyskane w wyniku jego zastosowania człony podziału (*membra divisionis*) wykluczają się wzajemnie, a ponadto wyczerpują zakres dzielonego pojęcia. Innymi słowy, każdy przedmiot należący do zakresu tegoż pojęcia należy do jednego i dokładnie do jednego członu podziału oraz nie ma takich przedmiotów w dzielonym zakresie, jakie by do któregoś z owych członów nie należały.

Zapytajmy z kolei, czy istnieje metoda, za pomocą której możemy zagwarantować sobie przeprowadzenie poprawnego podziału logicznego. Tak, taka metoda istnieje i składają się na nią następujące czynniki. Pierwszym z nich, którego przestrzeganie jest warunkiem koniecznym uzyskania poprawnego podziału logicznego, jest ustalenie podstawy podziału (*fundamentum divisionis*) oraz jej uzupełnienia do pełnego zakresu. Posługując się podanym już wyżej przykładem teoretycznym, zauważmy, iż dokonaliśmy tam podziału zakresu X według cechy w_2 ; cechą dopełniającą zatem jest cecha $non-w_2$, czyli cecha przysługująca takim x , które należą do $non-Y$. Nietrudno spostrzec, że tak przeprowadzony podział gwarantuje nam spełnienie warunku pierwszego, tj. przynależności dowolnego przedmiotu a — należącego do zbioru X — do jednego i tylko jednego podzbioru.

Mówiąc ogólniej, możemy stwierdzić, że podział własności przysługujących indywiduum (przedmiotom indywidualnym) należącym do zbioru X , przeprowadzony w ten sposób, iż wyodrębnia się, z jednej strony, przedmioty posiadające własność w_2 , z drugiej — przedmioty, które tej własności nie posiadają, czyli posiadają jej przeciwieństwo, tj. $non-w_2$ (brak tej własności), określamy mianem podziału *kontradiktorycznego* lub

¹⁹ Por. K. Ajdukiewicz, *Zarys logiki*, Warszawa 1957, s. 47 i n.

inaczej — podziałem opartym na zasadzie kontradiktoryczności. I to jest druga zasada poprawnego podziału logicznego (wg cech sprzecznych). Zauważmy, że podział kontradiktoryczny jest zarazem podziałem dychotomicznym, nazywanym też dwuczłonowym. Ustalenie jednolitej zasady podziału stanowi warunek konieczny poprawności tegoż podziału, nie każdy zaś podział poprawny jest podziałem kontradiktorycznym. Istnieją bowiem podziały wieloczłonowe, w których nie znajduje zastosowania zasada dychotomii i kontradiktoryczności; co więcej, nawet w podziałach dychotomicznych może nie występować zasada tworzenia członów podziału według cech sprzecznych. Tak jest wtedy, gdy np. dzielimy ludzi na mężczyzn i kobiety; podział jest rozłączny i zupełny, chociaż cechy: „być kobietą” i „być mężczyzną”, nie są cechami sprzecznymi, lecz po prostu różnymi. Kontradiktoryczność natomiast zapewnia, w przypadkach gdy rozważany zbiór nie daje się w sposób prosty rozczłonkować na odpowiednie podzbiory, rozłączność i zupełność.

Podziały dychotomiczne nie wyczerpują — o czym już nadmieniliśmy — różnorodności podziałów logicznych. Spotykane są też podziały politomiczne, inaczej — wieloczłonowe. Podział żołnierzy na oficerów, chorążych, podoficerów i szeregowców jest ilustracją poprawnego (rozłącznego i zupełnego) podziału wieloczłonowego (czteroczłonowego). Zbiorem dzielonym X w rozważanym przykładzie jest zbiór żołnierzy (*totum divisionis*), czyli osób posiadających tę własność, że „pełnią czynną służbę wojskową” (w_1); zasadą podziału jest posiadanie stopnia wojskowego: oficerskiego, chorążego, podoficerskiego lub szeregowca (w_2 , w_3 , w_4 i w_5). Każdy bowiem, kto należy do zbioru (kolektywu) żołnierzy, ma jedną i tylko jedną z tych cech; nie można bowiem być zarazem chorążym i oficerem czy też podoficerem i chorążym. Dlatego zasada podziału według stopni wojskowych jest poprawna*.

Błędny natomiast byłby podział żołnierzy na: artylerzystów (w_2), łącznościowców (w_3), podoficerów (w_4) i tych, którzy posiadają średnie wykształcenie (w_5). Z łatwością spostrzegamy, że

* Przeprowadzony w ten sposób podział zakresu nazwy „żołnierz” jest ilustracją podziału rozłącznego, chociaż nie jest to podział według cech kontradiktorycznych.

np. cechy w_2 , w_3 i w_4 nie są rozłączne; są przecież podoficerowie artylerzyści oraz łącznościowcy, jak też i tacy, którzy do wymienionych specjalności nie należą. Podobnie zresztą nie zachodzi rozłączność między cechą w_5 a pozostałymi: wiadomo przecież, że wśród łącznościowców i artylerzystów — i to niekoniecznie w korpusie dowódców — mamy wielu żołnierzy nie tylko ze średnim, ale i wyższym wykształceniem.

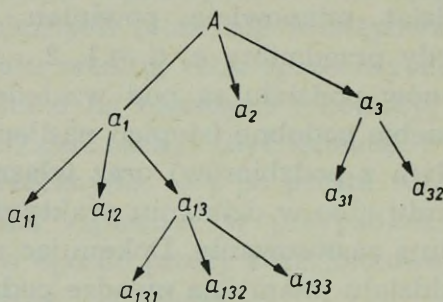
Oprócz spełnienia warunków poprawności formalnej przed osobą dokonującą podziału logicznego stawia się również warunek merytoryczny: podział mianowicie powinien być naturalny. A jest tak wtedy, gdy przedmioty a_i ($i = 1, 2, \dots, n$) należące do poszczególnych członów podziału są pod względem własności w_i ($i = 1, 2, \dots, k$) do siebie podobne (stopień nasilenia cechy w_i jest analogiczny w każdym z podzbiorów) oraz własność ta odgrywa ważną rolę w poznaniu albo w działaniu praktycznym, w którym przedmioty a_i znajdują zastosowanie. Dokonując np. podziału żołnierzy danego pododdziału (mamy na uwadze podział logiczny naturalnie, a nie organizacyjny) według tego, jakie każdy z nich ma wykształcenie, tj. podstawowe (w_2), średnie (w_3) lub wyższe (w_4), przy uwzględnieniu następnie zróżnicowań występujących w każdej z tych grup, osiągamy człony podziału wielce praktyczne: w zależności bowiem od posiadanego wykształcenia możemy odpowiednio różnicować czy to zadania, jakie ma pododdział do wykonania, czy też program i metody szkolenia zarówno wojskowego (ogólnego i specjalistycznego), jak i politycznego.

Nie będzie mieć tego waloru taki podział, w którym jako zasadę przyjmiemy np. kolor oczu poszczególnych żołnierzy lub liczbę samogłosek występujących w nazwisku panińskiego matki. O takim podziale powiemy, że jest sztuczny albo wręcz bezużyteczny.

Należy też nadmienić, że omówione wyżej zasady podziału logicznego znajdują zastosowanie zarówno w zakresie analizy i porządkowania przedmiotów konkretnych — czasowo-przestrzennych (do takich należą też osoby), jak i abstrakcyjnych. Podział np. zbioru liczb rzeczywistych na liczby wymierne i niewymierne lub dodatnie, zero i ujemne jest przykładem takiego właśnie podziału.

Klasyfikacja logiczna

Pojęcie klasyfikacji logicznej dotyczy pewnej odmiany podziału logicznego. Idzie tu mianowicie o podziały wielostopniowe dychotomiczne lub politomiczne. W sposób opisowy można by również klasyfikację logiczną przedstawić jako rozgałęziony podział logiczny, przy czym otrzymane w kolejnych podziałach człony podlegają wedle ustalonej zasady dalszemu podziałowi. Procedurę tę możemy przedstawić w sposób graficzny:

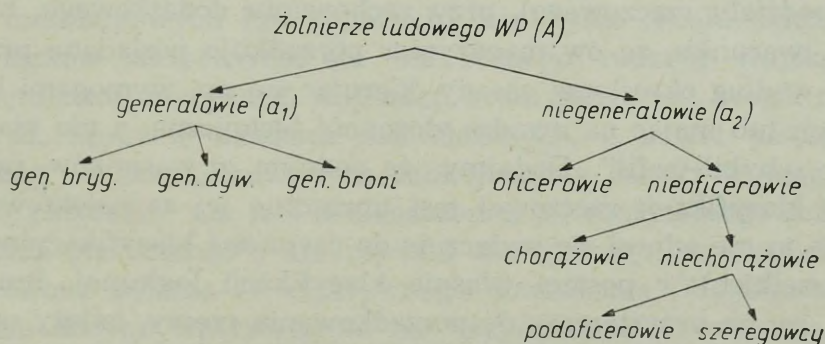


Rys. 14

Pojęciem dzielonym jest na tym schemacie oczywiście pojęcie oznaczone symbolem A . Pierwszy podział, jak widzimy, polega na wyodrębnieniu trzech członów: a_1 , a_2 i a_3 (podział trichotomiczny). Następnemu podziałowi podlegają już tylko dwa podzbiory (naturalnie, w rozpatrywanym przykładzie, teoretycznie bowiem zarówno A , jak i a_1 , a_2 i a_3 mogą być podzielone na n członów), mianowicie a_1 i a_3 . I tu zbiór a_1 dzielimy z kolei również na trzy dalsze podzbiory, lecz a_3 już tylko na dwa podzbiory, co kończy (w przypadku tego podzbioru) dalsze podziały. Wśród podzbiorów zbioru a_1 poddajemy dalszemu podziałowi podzbiór a_{13} , co prowadzi do członów a_{131} , a_{132} i a_{133} . Otrzymane w wyniku ostatniego z podziałów zbiory kończą postępowanie klasyfikacyjne w zakresie pojęcia A .

Niech następujący przykład wyjaśni zastosowanie tego pojęcia do opisu sytuacji empirycznych. Załóżmy w tym celu, że zbiorem poddanym klasyfikacji według ustalonej zasady podziału jest ponownie zbiór żołnierzy ludowego WP. Przypomnijmy, że zbiór ten poddaliśmy już wyżej zabiegowi zwanemu czteroczłonowym

podziałem logicznym. Uzyskaliśmy w wyniku tego podziału cztery wzajemnie wyłączające się człony, które jednocześnie spełniały warunek zupełności, tzn. ich suma równała się zakresowi nazwy „żołnierze ludowego WP”. Nadmienmy jednakże, iż całość tej operacji odbywała się jak gdyby na jednym „poziomie”. Dany bowiem był zbiór i stosując odpowiednią procedurę wyróżniliśmy w jego i tylko w jego zakresie odpowiednie podzbiory, nie wnikając w ich dalszą strukturę. Jak przedstawiliśmy to na rysunku 14, w przypadku klasyfikacji postępowanie będzie odmienne. Pojęcie klasyfikacji dotyczy bowiem procedur, które, jak już nadmieniliśmy, polegają na tym, że w zakresie otrzymanych podzbiorów dokonujemy dalszych różnicowań, wyodrębniając odpowiednie człony będące rezultatem kolejnego podziału (dychotomicznego lub wieloczłonowego). Niech zasadą prezentowanej niżej klasyfikacji będzie również posiadanie odpowiedniego stopnia wojskowego, przy czym będziemy rozważać zbiory i podzbiory, których elementy są identyczne ze względu właśnie na posiadanie takiego, a nie innego stopnia wojskowego. Postacią graficzną takowej klasyfikacji może być następujący schemat (analogiczny zresztą do przedstawionego na rys. 14):



Rys. 15

Otrzymana w ten sposób klasyfikacja logiczna spełnia naturalnie zarówno warunek rozłączności, jak i zupełności. Metody, jakie w tym przypadku zastosowaliśmy do zbioru A , są analogiczne do tych, które scharakteryzowaliśmy omawiając (na przykładzie schematu przedstawionego na rysunku 14) teoretyczne zasady

poprawnego podziału logicznego, jak też klasyfikacji logicznej. W rozważanym przykładzie ich zastosowanie polegało na tym, że otrzymaliśmy najpierw dwa podzbiory rozłączne a_1 i a_2 , a zarazem wyczerpujące zbiór dzielony. Wynik ten zapewniła zastosowana tu zasada podziału według cech sprzecznych (kontradiktorycznych). Z kolei zbiór a_1 został poddany trichotomicznemu podziałowi, który w tym przypadku zapewnia również rozłączność i zupełność, jako że w Wojsku Polskim (w roku 1970) istnieją tylko trzy stopnie generalskie. Podobnie postąpiliśmy (jak to przedstawia rys. 15) względem zbioru a_2 , kończąc jego podział, ściślej — jednego z występujących w nim podzbiorów, wyróżnieniem w sposób dychotomiczny, lecz bez wprowadzenia cech kontradiktorycznych, podzbioru podoficerów i szeregowców w zbiorze niechorążych.

Klasyfikację logiczną albo podział logiczny należy wyraźnie odróżnić od klasyfikacji rzeczowej. Jeśli ta pierwsza dotyczy pojęć, ich zakresów, ściślej — pojęcia zbioru niepustego, to druga traktuje o rzeczach, ich porządkowaniu przestrzenno-czasowym i klasyfikowaniu według własności fizycznych. Czynność np. magazyniera polegająca na ułożeniu na odpowiednich półkach znajdujących się w magazynie rzeczy jest przykładem klasyfikacji rzeczowej (podziału rzeczowego), przy zachowaniu dodatkowego, naturalnie, warunku, że ów magazynier porządkuje posiadane przedmioty według określonej zasady, kierując się np. wymogami konserwacji lub mając na uwadze złożoność techniczną, a nie kładzie je na „chybił-trafił”. Dodajmy, że jednym z warunków racjonalnej klasyfikacji rzeczowej jest uprzednie jej zaprojektowanie (zasada ta nie odnosi się wyłącznie do czynności klasyfikacyjnych, ale wszelkich) w postaci właśnie klasyfikacji logicznej. Innymi słowy, zanim przystąpimy do porządkowania rzeczy, należy uczynić to przedtem niejako w myśli, tworząc odpowiedni plan porządku rzeczowego. Czynność natomiast dowódcy polegająca na przygotowaniu rozkazu bojowego, poprzez którą to czynność dowódca porządkuje zagadnienia ze względu na ich treść, np. podając najpierw wiadomości o nieprzyjacielu, następnie nakreślając cele podległym pododdziałom, oddziałom itd., oraz odpowiednio hierarchizuje zadania, jest z kolei przykładem klasyfikacji

logicznej; z tym też zastrzeżeniem, że w owej preparacyjnej fazie dowódca postępuje w sposób planowy i zrationalizowany, tzn. przygotowywany rozkaz jest uporządkowany we właściwy sposób dobozem dyrektyw, a nie przypadkowo, a więc chaotycznie, zbranym zestawem nakazów i poleceń. Rozkazodawstwo jest tylko jedną z dziedzin, w których mogą znaleźć zastosowanie postulaty dotyczące podziału i klasyfikacji logicznej; o innych, nie mniej ważnych, powiemy niżej.

Zastosowania zasad podziału i klasyfikacji logicznej do sytuacji militarnych

O niektórych wojskowych zastosowaniach analizowanych w niniejszym punkcie pojęć i zasad mówiliśmy już, podając przy tym odpowiednie przykłady. Tu poszerzymy nieco interpretacje dotyczące wykorzystania w pracy dowódczej, sztabowej i kształceniowej zagadnień należących do semantycznej teorii podziału i klasyfikacji logicznej.²⁰

Działania militarne charakteryzuje m.in. wysoka złożoność polegająca na współuczestnictwie w wykonywaniu określonych zadań (szkoleniowych lub bojowych) nie tylko wielu oddziałów i związków taktycznych, ale też różnego rodzaju wojsk, jak np. lotnictwa, marynarki wojennej, broni pancernej, wojsk rakietowych. Sprawne działanie tak złożonych, a nawet powiedzielibyśmy — skomplikowanych funkcjonalnie całości wymaga nie tylko, chociaż to nie jest bez znaczenia, jej racjonalnego zorganizowania statycznego²¹, ale również umiejętnego, ze względu na nakreślone zadania — efektywnego dowodzenia. Ważkim składnikiem decyzji wpływającym na racjonalność dowodzenia jest np. takie precyzowanie zadań podległym oddziałom, aby każdy z dowódców wiedział dokładnie, co ma osiągnąć, jaki cel został

²⁰ Oprócz przedstawionego tu podziału i klasyfikacji, które są oparte na interpretacji semantycznej zakresu i treści pojęć poddawanych takim klasyfikacjom, przeprowadza się również podziały logiczne i klasyfikacje z zastosowaniem środków formalnych; por. K. Pasenkiewicz, *Logika ogólna*, t. I, Warszawa—Kraków 1963, s. 153 i n.

²¹ Por. J. Zieleniewski, *Organizacja zespołów ludzkich. Wstęp do teorii organizacji i kierowania*, Warszawa 1965, s. 55 i n.

postawiony przed jego oddziałem, a jednocześnie ważne jest, by 1^o — cele cząstkowe oddziałów gwarantowały (w przypadku oczywiście ich osiągnięcia) wykonanie zadania przez związek taktyczny, oraz 2^o — cele poszczególnych oddziałów były różne, tzn. dwu lub więcej dowódców nie zmierzało do osiągnięcia jednego i tego samego celu.

Z praktyki dowodzenia wojskowego wiemy, że w większości przypadków każdą z tych zasad staramy się uwzględniać w naszym działaniu. Po cóż zatem trwonić wysiłek na przyswojenie sobie teorii, *notabene* wcale niełatwej, skoro i tak do jej znajomości jakoś dochodzimy? Na tak postawione pytanie odpowiemy, że po pierwsze, cena, jaką płacimy ucząc się na błędach²², jest niekiedy niedopuszczalnie wysoka, zwłaszcza że odbywa się to kosztem nie tylko naszej — jeśli wadliwej, to zazwyczaj daremnej — pracy, ale niemały jest w tym także udział dóbr społecznych, jak np. czas, siły i kompetencje podległych nam żołnierzy lub środki materialne, którymi rozporządzamy, po drugie, rola teorii logicznej jest taka, że uświadamia nam podstawy, na których powinniśmy oprzeć działanie, by uniknąć niepożądanych następstw. To, do czego po jakimś czasie dochodzimy przez intuicję, jest tu ujęte w pewien system pojęć i zasad, co nie jest bez znaczenia dla procedury zastosowań do konkretnych sytuacji i procesów dowodzenia. Decyzja zatem, w której uwzględniono postulaty podziału i klasyfikacji logicznej, będzie decyzją precyzującą zadania w sposób rozłączny i wyczerpujący, a to jest przecież jeden z podstawowych warunków dobrego dowodzenia.

Problematyka decyzyjna nie wyczerpuje zakresu zastosowań zagadnień klasyfikacyjnych do spraw wojskowych. Przykładem innej dziedziny może być praca kształceniowo-szkoleniowa i wychowawcza. Z doświadczeń wiemy, że dobry wykład lub lekcja nie mogą zawierać powtórzeń, a prezentowane zagadnienia powinny, z jednej strony, wyczerpywać w ustalonym stopniu podjęty temat, z drugiej — nie mogą tworzyć czegoś, co powodowałoby u słuchaczy wrażenie chaosu. I tu, jak łatwo zauważyć, mogą okazać się pożyteczne zalecenia formułowane przez logiczną

²² Trafne wydaje się spostrzeżenie zawierające się w powiedzeniu, że uczyć się należy w szkole i na studiach, a nie na błędach.

teorię klasyfikacji. Znajomość tej teorii, jeśli nie w pełni usunie z naszej pracy szkoleniowej tego rodzaju usterki, to jednak w znacznym stopniu zmniejszy ich częstotliwość, a co ważniejsze, zaostriży naszą uwagę na tego typu wadliwości.

Rozdział 7

ZDANIA PYTAJNE

Chociaż w rozważaniach logiczno-semantycznych dominują zazwyczaj zagadnienia dotyczące języka zbudowanego ze zdań oznajmujących, to jednak — traktując rzecz od strony pragmatycznej, tj. zastosowań i ich skutków — ważną rolę odgrywają też zdania pytajne. Nie podejmując szerzej tej problematyki (odsyłamy zainteresowanego nią czytelnika do opracowań specjalnych²³), chcemy jednakże naszkicować kilka zagadnień z jej zakresu, przy czym są to zagadnienia, których użyteczność wojskowa wydaje się niewątpliwa.

Formułując zdanie pytajne, dążymy zazwyczaj do zdobycia pewnego fragmentu, z określonych względów dla nas ważnej, informacji; ponadto przyjmujemy co do tej informacji (oczekiwanej) określone założenia. W pytaniu np. „Kto reprezentował Stany Zjednoczone na konferencji w Jałcie (nazywanej również konferencją krymską), która odbyła się w dniach od 4 do 11 lutego 1945 r.?” zakładamy, że (1) taka konferencja w podanym terminie odbyła się oraz że (2) Stany Zjednoczone były na niej reprezentowane. Odpowiedź zatem, na którą oczekujemy, powinna mieć postać mieszczącą się w następującym schemacie zdaniowym: „*x* reprezentował Stany Zjednoczone na konferencji jałtańskiej...” (przypomnijmy, że był to ówczesny prezydent F. D. Roosevelt). Nie jest to naturalnie jedyna ani też najważniejsza postać zdania pytajnego. W badaniach bowiem nad teorią zdań pytajnych (badania te, jak i teoria na nich oparta należą do logiki erotetycznej), prowadzonych m.in. przez L. Åqvista²⁴,

²³ Por. T. Kubiński, *Wstęp do logicznej teorii pytań*, Warszawa 1971.

²⁴ L. Åqvist, *A new approach to the logical theory of interrogatives*, part one, Uppsala 1965.

N. D. Belnap²⁵ i J. Giedymina²⁶, wyróżnia się szereg typów zdań pytajnych (o niektórych z nich powiemy niżej). Przytoczony wyżej przykład wyjaśnia — jak sądzimy — w stopniu dla niniejszych wywodów wystarczającym, istotę zdań pytajnych: jako wyrażen, za pomocą których dążymy do zdobycia nowej lub uzupełnienia już posiadanej informacji. Przejdźmy do bliższej i nieco szerszej charakterystyki zdań pytajnych spotykanych w języku potocznym, jak też w języku wojskowym.

Budowa i typy zdań pytajnych

Aby przeprowadzić analizę struktury zdań pytajnych występujących w języku polskim, należy uprzednio przytoczyć kilka przykładów takich zdań; ułatwi to bowiem dalszą charakterystykę składników zdania pytajnego, jak i jego aspektów logicznych. Pierwszym z tych przykładów niech będzie zdanie o następującej budowie:

(1) Czy Księżyc jest planetą?

Przystępując do analizy struktury syntaktycznej zdania (1), zauważmy, że składa się ono z trzech członów, mianowicie:

- 1° — zdania oznajmującego (naturalnie, w rozważanym przypadku fałszywego): „Księżyc jest planetą”,
- 2° — partykuły pytajnej „czy”,
- 3° — znaku zapytania „?”

Otóż cechą charakterystyczną zdań pytajnych typu (1) jest to, iż istnieją tylko dwie możliwe na nie odpowiedzi: „tak” lub „nie”. W przytoczonym wyżej przykładzie odpowiedzi te byłyby następujące: „Tak, Księżyc jest planetą” lub: „Nie, Księżyc nie jest planetą”. Ze względu na tę właściwość ów rodzaj zdań nazywamy pytaniami rozstrzygnięcia.

Inną zaś budowę ma następna klasa zdań pytajnych, których reprezentantem jest zdanie:

(2) Kto pierwszy założył w Polsce drukarnię?

²⁵ N. D. Belnap, *An analysis of questions. Preliminary Report*, Kalifornia 1963.

²⁶ J. Giedymina, *Problemy, założenia, rozstrzygnięcia*, Poznań 1964.

Budowa tego zdania różni się od struktury zdania (1) głównie tym, że nie występuje tu jako część właściwa zdanie oznajmujące, lecz jedynie fragment takiego zdania: „...pierwszy założył w Polsce drukarnię”.

Zapytajmy, jaki jest poprawny schemat odpowiedzi na tak sformułowane pytanie. Łatwo zauważyć, że schematem tym jest wyrażenie: „ x pierwszy założył w Polsce drukarnię”, gdzie za zmienną nazwową x , reprezentującą nazwy jednostkowe, możemy podstawić takie nazwy, jak np. Mikołaj Rej, Florian Ungler lub Jan Kochanowski. Oczywiście, że odpowiedzi na pytanie (2) sformułowanych według podanego schematu może być bardzo wiele, ale tylko jedna będzie prawdziwa. I tak jeśli za zmienną x podstawimy nazwy „Mikołaj Rej” lub „Jan Kochanowski”, to, naturalnie, otrzymamy zdania fałszywe: „Mikołaj Rej pierwszy założył w Polsce drukarnię” oraz „Jan Kochanowski pierwszy założył w Polsce drukarnię”. Podstawienie natomiast za x nazwy „Florian Ungler” przekształca powyższy schemat w zdanie: „Florian Ungler pierwszy założył w Polsce drukarnię”, które jest prawdziwe, Ungler bowiem założył w roku 1510 pierwszą w Polsce drukarnię (w Krakowie). Należy przy tym zwrócić uwagę na fakt, że każdy, kto w sposób właściwy, tj. taki, jak jest to przyjęte w języku polskim, zrozumiał pytanie (2), zna już, przynajmniej częściowo, odpowiedź. Wie on bowiem, że będzie ona mieć postać schematu: „ x pierwszy założył w Polsce drukarnię”.

W ten sposób formułując zdanie pytajne (2) tworzymy jednocześnie albo wskazujemy fragment odpowiedzi. Innymi słowy, formułując zdanie pytajne, określamy niejako kształt i zakres możliwych odpowiedzi. Aby odpowiedź spełniała warunek zupełności, fragment zdania oznajmującego, który zawiera się w pytaniu, powinien być odpowiednio wzbogacony. Partykuła pytajna — w przykładzie (2) jest nią zaimek pytajny „kto” — wskazuje miejsce, na którym powinna się znaleźć nazwa odpowiedniego desygnatu, tego mianowicie, którego dotyczy treść pytania. Dodajmy jeszcze, iż schemat odpowiedzi na pytanie (2) mający postać „ x pierwszy założył w Polsce drukarnię”, będący reprezentantem tego rodzaju pytań, nazywa się *datum quaestionis* (dana pytania). A pytania, w których występuje *datum quaestio-*

nis noszą miano w literaturze logicznej²⁷ pytań dopełnienia.

W schemacie pytań dopełnienia, oprócz fragmentu zdania oznajmującego, występuje symbol x , który, jak już nadmieniliśmy, spełnia rolę zmiennej reprezentującej określone nazwy. Zmienną tę nazywamy *niewiadomą pytania*. I jeszcze jedna uwaga dotycząca struktury odpowiedzi na pytanie postaci (2). Wszelkie zdania, tj. prawdziwe lub fałszywe, które otrzymujemy z *datum quaestionis* danego wyrażenia pytajnego w ten sposób, że podstawiamy za niewiadomą pytania odpowiednią stałą, nazywamy odpowiedziami właściwymi (naturalnie, dla danego zdania pytajnego).

Nie bez znaczenia dla określenia zakresu, którego dotyczy intencja zawarta w pytaniu, jest rodzaj partykuły pytajnej. W pytaniu np. (2) zaimek pytajny „kto” wskazuje, iż osoby i tylko osoby, których imiona wstawimy na miejsce zmiennej x , mogą przekształcić *datum quaestionis* w zdanie prawdziwe. W piśmiennictwie logicznym (K. Ajdukiewicz) ten zbiór wartości wyróżniony przez partykułę pytajną określamy mianem *zakresu niewiadomej pytania*. Formułując zatem poprawnie pytanie, wyznaczamy zarazem zakres²⁸ lub zbiór wartości spełniających *datum quaestionis*, ściślej — funkcję zdaniową opartą o *datum quaestionis* tegoż pytania.

Dotychczasowa analiza oparta na przykładzie (2) dotyczyła zdań pytajnych zbudowanych w ten sposób, iż występowały w nich partykuły pytajne oraz fragmenty zdań oznajmujących. Z uwag jednakże poczynionych wyżej wiemy już, że ten rodzaj pytań jest jedynie fragmentem, czy też inaczej — częścią właściwą, zbioru zdań pytajnych. Czy zatem to, co powiedzieliśmy wyżej o pytaniach dopełnienia, dotyczy również innych typów zdań pytajnych, np. takich, które określa się mianem pytań rozstrzygnięcia? Odpowiedź na powyższe pytanie jest pozytywna. Pytania rozstrzygnięcia zawierają również *datum quaestionis*. Przeprowadźmy zatem krótką analizę tego rodzaju zdań, aby wykazać, że w ich strukturze występuje ten typ założenia. Otóż należy zauwa-

²⁷ Por. K. Ajdukiewicz, *Logika pragmatyczna*, wyd. cyt., s. 86 i n.

²⁸ *Tamże*.

żyć, że sposób wyznaczenia *datum quaestionis* dla tego typu zdań jest nieco odmienny niż w przypadku zdań dopełnienia. W zdaniach pytajnych dopełnieniowych zmienna występująca w *datum quaestionis* przebiegała zbiór desygnatów, których nazwy przekształcały *datum quaestionis* w odpowiedź właściwą. W przypadku zaś zdań rozstrzygnięcia struktura odpowiedzi — jak już wiemy — jest taka, iż stanowią ją dwa zdania sprzeczne. Na pytanie bowiem: „Czy Wenus jest planetą?” możliwe są tylko dwie wzajem wykluczające się odpowiedzi: „Tak, Wenus jest planetą”, lub: „Nie, Wenus nie jest planetą”. Jaką budowę zatem będzie mieć w tym wypadku *datum quaestionis*? Łatwo zauważyć, że podobnie jak w zdaniu pytajnym również i w *datum quaestionis* wystąpi zdanie oznajmujące, a ponadto zmienna, która będzie reprezentować asercję lub negację występującą w odpowiedziach właściwych. Tak więc budowa *datum quaestionis* w tym przypadku jest następująca: „ x , Wenus jest planetą”, gdzie za zmienną „ x ” możemy podstawić jedno z dwu następujących wyrażen: „Tak”, „Nieprawda, że...”. Odpowiedź na pytanie rozstrzygnięcia powstaje więc z wyrażenia, którego wartość logiczna jest funkcją zmiennej x reprezentującej w tej strukturze odpowiedni funktor (negacji lub asercji). Możemy zatem na podstawie powyższych uwag stwierdzić, że i dla tej klasy zdań pytajnych — w sposób co prawda nieco sztuczny — daje się ustalić odpowiednie *datum quaestionis*.

Pozytywne lub negatywne założenie zdania pytajnego

Formułując pytanie, zazwyczaj przyjmujemy, że spośród odpowiedzi właściwych na nie co najmniej jedna jest prawdziwa, czyli — posługując się terminologią logiki zdań i nieco antycypując dalszy tok rozważań — powiemy, że alternatywa odpowiedzi właściwych jest zdaniem prawdziwym. Ten rodzaj założenia nazywamy *pozytywnym założeniem pytania*. W pytaniu np.: „Kto był pierwszym prezydentem II Rzeczypospolitej Polskiej?” istnieje pozytywne założenie, że: „Ktoś był pierwszym prezydentem II Rzeczypospolitej Polskiej”, przy czym — jak wiadomo — prawdziwość alternatywy utworzonej z odpowiedzi właściwych gwa-

rantuje zdanie: „Gabriel Narutowicz był pierwszym prezydentem II Rzeczypospolitej Polskiej”.

Nie zawsze jednakże wśród odpowiedzi właściwych na dane pytanie oczekujemy zdania prawdziwego, jak to było w podanym wyżej przykładzie. Niekiedy bowiem jest tak, że podzbiór zdań będących odpowiedziami właściwymi — co zresztą jest zazwyczaj spowodowane formą pytania — tworzą zdania będące wyrażeniami fałszywymi. Jeśli np. formułujemy pytanie: „Kto jest żonaty?” to odpowiednie *datum quaestionis* tworzy naturalnie wyrażenie: „ x jest żonaty”, gdzie za zmienną x możemy podstawić nazwę dowolnego mężczyzny (nie młodszego jednak od 18-letniego). W tak sformułowanym pytaniu zakładamy, że wśród składników alternatywy zbudowanej z odpowiedzi właściwych co najmniej jeden jest prawdziwy. Ale zakładamy też, iż są prawdziwe negacje zdań utworzonych ze schematu „ x jest żonaty” (nie wszyscy bowiem mężczyźni są żonaci). Otóż założenie, iż wśród odpowiedzi właściwych są zdania fałszywe (a prawdziwe ich negacje), nazywamy *negatywnym założeniem pytania**.

W związku z wprowadzonym wyżej pojęciem założenia danego pytania należy poczynić kilka uwag wyjaśniających co do pytań wadliwie sformułowanych. Kiedy zatem powiemy, że dane pytanie jest niewłaściwie postawione? Pytanie jest niewłaściwie postawione wtedy, gdy jego pozytywne lub negatywne założenia nie są prawdziwe. Albo też mówiąc inaczej, gdy żaden z członów alternatywy utworzonej z odpowiedzi właściwych, nie jest zdaniem prawdziwym, czyli — co na jedno wychodzi — gdy taka alternatywa jest fałszywa. Za przykład pytania niewłaściwie postawionego może służyć zdanie: „Z jakiej dynastii król panował w Polsce w latach 1918—1939?” Wiemy, że *datum quaestionis* powyższego zdania pytajnego stanowi wyrażenie: „Z x dynastii król panował w Polsce w latach 1918—1939”, gdzie za zmienną x należałoby podstawić nazwę odpowiedniej dynastii. Ale wiemy przecież, że nie istnieje taka dynastia, która by przekształcała po-

* Albo też możemy powiedzieć, iż negatywnym założeniem pytania jest „stwierdzenie, że choć jedna z odpowiedzi właściwych na to pytanie nie jest prawdą” (K. Ajdukiewicz, *Język i poznanie*, t. 1, Warszawa 1960, s. 281).

wyższe *datum quaestionis* w zdanie prawdziwe, czyli wśród odpowiedzi właściwych nie ma zdania prawdziwego; stąd wniosek oczywisty, że przyjęte w tym pytaniu założenie jest fałszywe, a pytanie jako takie należy do niewłaściwie postawionych.

Z uwagi na pozytywne albo negatywne założenie zdania pytajne spełniają również określoną funkcję komunikacyjną. Pytając np.: „Czy Joanna i Agnieszka powróciły już z Bułgarii?” informujemy tym samym tego, do kogo z tym pytaniem się zwracamy, że nadmienione panie do Bułgarii wyjechały, o czym osoba pytana mogła dotychczas nie wiedzieć.

Szczególnym przypadkiem funkcji informacyjnej zdań pytajnych jest ich sugestywność. Do tego rodzaju pytań należą takie, które stawiamy głównie po to, aby właśnie poinformować daną osobę o czymś, co uważamy z pewnych względów za ważne, albo aby po prostu zapoznać ją z naszym stosunkiem do innej osoby lub określonego problemu czy też wydarzenia. Dodajmy, co jest ważne z punktu widzenia funkcji prakseologicznej takich pytań, że formułując zdanie pytajne sugestywne powinniśmy dbać o to, aby osoba, do której jest ono skierowane, uwierzyła w jego pozytywne założenie. Przykładem może być następujące pytanie: „Czy każdy rodzaj papierosów ma własności rakotwórcze?” Nietrudno spostrzec, że w pytaniu tym informujemy (lub sugerujemy) kogoś (adresata pytania), że co najmniej niektóre rodzaje papierosów mają własności rakotwórcze; hipotezę tę potwierdza zresztą współczesna medycyna.

Spośród pytań sugestywnych, które poprzez sposób ich postawienia (intonację i budowę) wskazują niejako na treść odpowiedzi, czyli sugerują ową odpowiedź, wyodrębnia się grupę pytań *podchwytliwych*, nazywanych również pytaniami sugestywnymi o intencji złośliwej. Są to pytania, za pomocą których przypisujemy danemu osobnikowi określony sposób zachowania się lub negatywną cechę charakteru. Robimy to przy tym w taki sposób, aby niejako pośrednio spowodować przyznanie się indagowanego do tego, o co go podejrzewamy. Zauważmy, że od tego rodzaju pytań nie jest wolne życie towarzyskie. Do takich np. należy pytanie: „Czy pani Z p r z e s t a ł a j u ż źle mówić o swoich znajomych?” W tak sformułowanym pytaniu zawarte jest w spo-

sób ewidentny pejoratywny (moralnie) założenie, że pani Z źle mówiła o swoich znajomych.

Zastosowanie pytań sugestywnych nie ogranicza się oczywiście tylko do sytuacji towarzyskich; stanowią one także ważny instrument w pracy organów śledczych lub innych czynników, które są upoważnione do dociekania prawdy o danych faktach czy też osobach. I tu zakładając, że zachowane są normy postępowania indagacyjnego przewidziane odpowiednimi ustawami, pytania te nie mają, naturalnie, pejoratywnego charakteru; są po prostu jednym ze środków ustalania rzeczywistego stanu rzeczy.

Zastosowanie zdań pytajnych w systemie szkolenia wojskowego

Proces szkolenia wojskowego opiera się zarówno pod względem form, jak i stosowanych metod na zasadach pedagogiki ogólnej z uwzględnieniem, naturalnie, swoistości warunków, w jakich przebiega on w wojsku. Jedną z postaci tego procesu — jak też metody jego realizacji — jest *heureza erotematyczna*. Na czym polega owa metoda? Wyjaśnijmy najpierw, że nauczanie heurystyczne jest to takie nauczanie, w którym dąży się do rozwiązania danego zagadnienia lub jego wyjaśnienia przy współudziale nauczanych. Istotę heurezy stanowi to, iż kształtuje aktywne postawy uczących się wobec objętych nauczaniem zagadnień, jak też i to, że metoda ta przyczynia się do rozwoju samodzielności myślenia. Heureza ma ustalone miejsce w dziejach pedagogiki. Do jej zwolenników, propagatorów i teoretyków należeli myśliciele i pedagogowie tej miary, co J. A. Komenský (1592—1670), J. J. Rousseau (1712—1778) oraz J. H. Pestalozzi (1746—1827).

Do tak rozumianych metod heurystycznych (dodajmy, iż etymologicznie pojęcie heurezy wywodzi się od gr. *heúresis*, co znaczy — znalezienie), nazywanych też poszukującymi, zalicza się metodę: 1) erotematyczną (również z gr. *erôtēma* — pytanie), 2) dyskusyjną i laboratoryjną. Metoda heurezy erotematycznej, co na podstawie powyższych wyjaśnień terminologicznych nie trudno zauważyć, polega na tym, że do rozwiązania danego za-

gadnienia zmierza się za pomocą pytań naprowadzających. Z kolei stosowane w tym postępowaniu zdania pytajne dzielimy na dwie grupy: a) pytania naczelne, b) pytania naprowadzające. Pytanie jest naczelne (w danym zagadnieniu), jeśli odpowiedź uzasadniona na to pytanie jest, zarazem oczekiwanym wyjaśnieniem lub rozwiązaniem (danego zagadnienia). Pytanie natomiast jest naprowadzające, jeśli trafna odpowiedź na nie zbliża nas do odpowiedzi ostatecznej, czyli takiej, której dotyczy pytanie naczelne. Zwróćmy uwagę przy tym na względność pojęć „pytanie naczelne” i „pytanie naprowadzające”; może przecież zdarzyć się, że dane pytanie ze względu na jedno zagadnienie jest pytaniem naczelnym, lecz na inne staje się naprowadzającym, czy też odwrotnie.

W pracy dydaktycznej i wychowawczej, prowadzonej w pododdziałach i oddziałach wojskowych, metoda heurezy erotematycznej znajduje, albo powinna znaleźć, szerokie zastosowanie. Ważną rolę zarówno w propagowaniu, jak i efektywnym stosowaniu tej metody odgrywa logiczna teoria zdań pytajnych, znajomość jej bowiem ułatwia prawidłową realizację procesu heurezy. Niech przykład wyjaśni, na czym polega rola zdań pytajnych, ich logicznej sekwencji, w rozwiązywaniu danego zagadnienia dydaktycznego. Załóżmy w tym celu, że poszukujemy drogą heurezy erotematycznej odpowiedzi na pytanie naczelne: „Co to jest bój spotkaniowy?” Odpowiedź na tak sformułowane pytanie będziemy konstruowali w ten sposób, że utworzymy szereg pytań naprowadzających; odpowiedzi na te pytania będą składnikami poszukiwanej odpowiedzi zasadniczej, której dotyczy pytanie naczelne.

Za naprowadzające mogą służyć następujące zdania pytajne: 1) Co charakteryzuje współczesne, hipotetyczne pole walki? 2) Jakie są ogólne zasady boju spotkaniowego? 3) Jaka jest definicja albo propozycja definicji boju spotkaniowego? A oto sekwencja odpowiedzi na powyższe pytania. *Ad 1.* Do poglądów ogólnie przyjętych należy przekonanie, że dla współczesnego pola walki jest charakterystyczna duża manewrowość wojsk oraz brak ciągłej linii frontu. Obie te właściwości spowodowane są głównie możliwością zastosowania broni jądrowej oraz dużego nasycenia

wojsk bronią pancerną i opancerzonymi środkami transportowymi. *Ad 2.* Nadmieniona wyżej manewrowość jest jedną z istotnych przesłanek powiększającego się prawdopodobieństwa boju spotkaniowego. Typowe dla wywiązania się tego rodzaju walki mogą być następujące sytuacje: po przełamaniu obrony nieprzyjaciela wojska nacierające napotykają podchodzące odwody; konsekwencją tego zetknięcia będzie zazwyczaj bój spotkaniowy. Podobna sytuacja może powstać podczas pościgu za wycofującym się nieprzyjacielem; stąd staje się oczywiste, że bój spotkaniowy wywiązuje się w warunkach, gdy obie strony są w marszu (zazwyczaj ubezpieczonym). Ten fakt powoduje, że decydujące znaczenie dla uzyskania powodzenia w boju spotkaniowym, zresztą nie tylko, ale tu przede wszystkim, ma szybka, naturalnie zarazem optymalna, decyzja. Podjęcie na czas prawidłowej decyzji pozwala przejąć inicjatywę, a ta, jak wiadomo, rozstrzyga przeważnie o powodzeniu w walce. Okoliczności, w jakich wywiązuje się bój spotkaniowy, wskazują, że jednym z istotnych czynników, który należy stale mieć na uwadze, to płynność sytuacji, jej szybka zmiana, co zobowiązuje dowódcę oraz jego sztab do systematycznej analizy danych rozpoznania. Ważnym też elementem tej sytuacji jest to, iż walka toczy się przy otwartych skrzydłach; stąd oczywista potrzeba i konieczność ich zabezpieczenia, aby w ten sposób nie dopuścić do okrążenia wojsk własnych, a przy sprzyjających okolicznościach szybkim manewrem oskrzydlałym wyjść na skrzydła i tyły przeciwnika, rozczłonkować, a następnie okrążyć i zniszczyć jego wojska. *Ad. 3.* Bój spotkaniowy jest to rodzaj walki, podczas której obie strony dążą do osiągnięcia w boju celów znajdujących się poza rubieżami ich rozwinięcia. Zauważmy, że odpowiedź na pytanie trzecie jest zarazem odpowiedzią na pytanie naczelne, czy też zasadniczą częścią tej odpowiedzi.

Wskazaliśmy zatem, jak można korzystać z logicznej teorii pytań w konstruowaniu odpowiedzi (wyjaśnienia) na pytanie sformułowane w postaci konkretnego zagadnienia szkoleniowego.

Znaczenia teorii pytań dla potrzeb wojskowych nie wyczerpują oczywiście zastosowania dydaktyczne. W całokształcie bowiem działań wojskowych spotykamy sytuacje, w których dą-

żymy do uzyskania określonych informacji poprzez zadawanie pytań. W każdym z tych przypadków ma zastosowanie, chociaż nie zawsze uświadamiamy to sobie, analizowana wyżej logiczna teoria pytań, co wskazuje zarazem na jej niemal uniwersalną doniosłość.

* * *

Dokonując przeglądu problematyki semantycznej z punktu widzenia potrzeb zarówno praktyki dowódczo-sztabowej, jak i studiów wojskowych zwróciliśmy uwagę przede wszystkim na trzy grupy zagadnień: 1) strukturę języka naturalnego oraz dające się wyodrębnić w jego zakresie kategorie syntaktyczne (semantyczne), 2) typowe wadliwości spotykane w formułowaniu myśli i sposoby ich unikania, 3) teorię definicji semantycznych. Problem pierwszy jest z jednej strony wstępem do dalszych rozważań nad zasadami wnioskowania poprawnego (niezawodnego), z drugiej zaś stanowi podstawę do wywodów dotyczących wyrażań nazwowych, ich treści, zakresów oraz funkcji predykatywnej. Problematyka natomiast objęta drugą i trzecią grupą zagadnień, a więc wadliwości wypowiedzi i ich analiza krytyczna ze stanowiska semantyki logicznej oraz procedury definicyjne, stanowiła — obok zagadnień klasyfikacji i zdań pytajnych — niejako centralny punkt naszych rozważań objętych częścią pierwszą. Za zagadnienie podstawowe w tej części wywodów należy uważać charakterystykę warunków poprawnego formułowania zdań definicyjnych, w tym zasady budowy definicji analitycznych i projektujących.

W języku dyscyplin wojskowych sprawy dotyczące umiejętnego definiowania pojęć są szczególnie istotne. Od właściwego bowiem zrozumienia treści rozkazu lub zarządzenia w dużym stopniu jest uzależnione, jak dany rozkaz czy też zarządzenie będą wykonane. Aby z kolei rozkaz był zrozumiały, powinien być sformułowany w sposób jasny, możliwie zwięzły i zawierać tylko lub prawie tylko (jako że osiągnięcie idealnej zwięzłości może być tylko postulatem) te treści, które są istotne dla wykonawcy rozkazu (zarządzenia). Semantyka logiczna, podejmując analizę przyczyn wadliwego formułowania wypowiedzi,

zmierza właśnie do tego, ażeby ustrzec nas przed popełnianiem nieścisłości, które mogłyby przyczynić się do deformacji lub wręcz błędnej interpretacji rozkazów, zarządzeń czy też nawet instrukcji i regulaminów. Dodajmy jeszcze, iż pojęcie „błędnej interpretacji” w powyższym znaczeniu to tyle, co „rozumienie odmienne od intencji autora”. Byłoby jednak niewłaściwe przypuszczenie, że znaczenie wiedzy semantycznej ogranicza się do profesjonalnych, niewątpliwie ważnych, potrzeb języka dyscyplin wojskowych. Znajomość semantyki logicznej jest jednym ze składników wykształcenia humanistycznego i stąd szersza, wykraczająca poza potrzeby wojskowe, chociaż ściśle z nimi łącząca się, doniosłość studiów nad logicznymi problemami języka. Zauważmy jeszcze, że aby móc dobrze spełniać obowiązki wynikające z zajmowania określonego stanowiska w siłach zbrojnych, nie wystarcza już dzisiaj tylko wiedza ściśle wojskowa. Współczesne bowiem dowodzenie zakłada znajomość szeregu czynników; mimo że nie należą one do tradycyjnie ustalonego zakresu dyscyplin wojskowych, wywierają wszakże niemały wpływ na dowodzenie, jego sprawność i efektywność. Do takich należą np. kulturowe, w tym socjologiczne i psycho-społeczne warunki, w jakich kształtuje się osobowość żołnierzy objętych danym systemem dowodzenia, jak też ich upodobania oraz przyzwyczajenia ukształtowane w środowisku, w którym wychowywali się i z którego zostali powołani do pełnienia służby wojskowej. Nie wymaga uzasadnienia pogląd, że czynniki te wpływają — dodatnio albo ujemnie — na proces szkolenia i wychowania wojskowego. Są to zatem humanistyczne i społeczne komponenty sytuacji działań militarnych. Język z kolei jest, jak już to wyżej wykazywaliśmy, jednym z ważnych instrumentów kształtowania takich właśnie sytuacji, stąd i niebagatelna rola semantyki logicznej jako narzędzia doskonalącego tenże język.

Nieobojętna jest również problematyka semantyczna, co pozostaje zresztą w bliskiej zależności z jej rolą w humanistyce, dla szeroko rozumianej działalności partyjno-politycznej. Pojęcia bowiem nauk politycznych, filozoficznych lub innych dziedzin humanistyki mogą się stać częścią składową naszego światopoglądu tylko wtedy, gdy w pełni uprzytomnimy sobie treści,

jakich one dotyczą. A jednym z efektywnych sposobów osiągnięcia tego stanu rzeczy, tj. uczynienia pojęć i terminów politycznych jasnymi i wyraźnymi, jest właśnie poprawne ich definiowanie oraz krytyka wyjaśnień nie spełniających warunku tejże poprawności. Za przykład niech posłuży wprowadzone do języka politycznego przy końcu lat sześćdziesiątych, w związku z agresją Stanów Zjednoczonych w Wietnamie, pojęcie „eskalacji”. Jego etymologicznie indyferentny, z języka łacińskiego się wywodzący, sens, wedle którego eskalacja to tyle, co stopniowe zwiększanie (nasilanie) wysiłków, został odpowiednio zmodyfikowany i należy go poprawnie interpretować, oczywiście w języku politycznym, jako nasilenie agresji militarnej. W ten sposób wprowadzone przez polityków-praktyków pojęcie może być poddane analizie i zdefiniowane, aby w dalszym swoim komunikacyjnym funkcjonowaniu nie przyczyniało się do powstawania nieporozumień.

Innym również ważnym względem, który uzasadnia potrzebę studiów nad problematyką semantyczną, to istotna rola języka jako takiego we wszelkich typach działalności ideologicznej (działalność polityczna jest jedną z form działalności ideologicznej). Jest to jeszcze jednym, kolejnym argumentem na rzecz poglądu o doniosłości języka spełniającego postulaty semantyki logicznej, czyli języka względnie jednoznacznego i komunikacyjnie operatywnego.

Część II

TEORIA WYNIKANIA LOGICZNEGO

Teoria wynikania logicznego bada prawidłowości, na mocy których ze zdań o ustalonej wartości logicznej wynikają inne zdania o wartości nie mniejszej od wartości logicznej zdań, z których zostały — na podstawie odpowiednich reguł — wyprowadzone. Przedmiotem badań są tu określone formy zdaniowe, których istotną własnością jest ich budowa. Mając np. wyrażenia zdaniowe postaci:

- (1) Żadne a nie jest b
- (2) Każde c jest a

- (3) Żadne c nie jest b ,

stwierdzamy, że zawsze ilekroć przesłanki reprezentowane przez schematy zdaniowe (1) i (2) są prawdziwe, to wniosek (3) również jest prawdziwy. Łatwo wykazać tę zależność na następującym przykładzie:

- (1) Żaden okręt wojenny nie jest nie uzbrojony
- (2) Każdy niszczyciel jest okrętem wojennym

- (3) Żaden niszczyciel nie jest nie uzbrojony,

gdzie za symbole reprezentujące nazwy podstawiliśmy: a — okręt wojenny, b — nie uzbrojony, c — niszczyciel.

Ten dział logiki nazywa się również logiką formalną, gdyż za podstawę rozważań przyjmuje się strukturę wyrażań

zdaniowych notowanych za pomocą odpowiednich symboli reprezentujących zdania lub nazwy, co zilustrowaliśmy powyższymi przykładami. Ważność logiczna owych struktur jest niezależna od ich interpretacji semantycznej.

Interesujące nas problemy logicznej teorii wynikania należą do dwóch dziedzin szczegółowych współcześnie rozumianego przedmiotu logiki:

- 1) rachunku zdań,
- 2) logiki predykatów.

Oprócz zagadnień należących do wymienionych wyżej dziedzin szczegółowych logiki formalnej omówimy także inne, jedynie pośrednio łączące się z rachunkiem zdań i logiką predykatów; te dwa działy tematyczne natomiast, tj. dwuwartościowy rachunek zdań i logika predykatów — potraktowana zresztą w sposób szkicowy — będą stanowiły zasadniczy przedmiot naszych rozważań w tej części dociekań, tj. nad problemami logiki formalnej.

Całość wywodów objętych niniejszym rozdziałem będzie przeprowadzona w ten sposób, że najpierw omówimy problematykę dotyczącą dwuwartościowego rachunku zdań, następnie przejdziemy do logiki predykatów. Podamy również kilka informacji o dwuelementowej algebrze Boole'a, wskazując na jej zastosowania w opisie niektórych obiektów empirycznych (układów przekąźnikowo-stykowych).

Rozdział 1

ZARYS DWUWARTOŚCIOWEGO RACHUNKU ZDAŃ

W dwuwartościowej logice zdań zakłada się, że dowolne wyrażenie zdaniowe przyjmuje jedną z dwu wartości logicznych: prawdy albo fałszu. Zdanie więc: „Generał Jakub Jasiński, naczelny dowódca wojsk litewskich w powstaniu z 1794 r., poległ w obronie Pragi”, jest przykładem zdania prawdziwego (lub posiadającego wartość logiczną prawdy), zdanie zaś „Isokrates (436—338), retor grecki, zmarł śmiercią naturalną”, jest przykładem zdania fałszywego, Isokrates bowiem po klęsce Gre-

ków (zwycięzonych przez Filipa II Macedońskiego) pod Chero-neą w r. 338 p.n.e. popełnił samobójstwo.

Zamiast pisać, że zdanie Z jest prawdziwe, powiemy, iż wartością logiczną zdania Z jest prawda, a w przypadku gdy zdanie Z jest fałszywe — że jego wartością logiczną jest naturalnie fałsz. Odróżniamy zatem dwie wartości logiczne (w przypadku oczywiście dwuwartościowego rachunku zdań): prawdy i fałszu, przy czym każde z rozważanych zdań może mieć jedną i tylko jedną z tych wartości, tj. może być prawdziwe albo też fałszywe. Aby skrócić sposób notacji, ustalamy, co jest zresztą powszechnie przyjęte w piśmiennictwie logicznym, iż zdanie prawdziwe będzie w niektórych przypadkach zapisywane za pomocą znaku równokształtnego z jedyneką (symbolicznie: „1”), fałszywe — równokształtnego z zerem (symbolicznie: „0”). Mówimy „równokształtnego”, gdyż symbole te nie są naturalnie liczbami, stąd niedopuszczalne jest wykonywanie na nich tych operacji, jakie reguły arytmetyczne przewidują dla tego rodzaju symboli. Będziemy co prawda wykonywać pewne operacje na tych znakach, lecz będą to już działania oparte na innych, różnych w każdym razie od arytmetyki szkolnej regułach. Wprowadzone wyżej ustalenia co do sposobu notacji niektórych wyrażeń rachunku zdań możemy zilustrować na następujących przykładach. Korzystając z wyżej podanych symboli na oznaczenie prawdy i fałszu zdanie:

(1) 5 jest liczbą naturalną,

jako zdanie prawdziwe oznaczmy symbolem „1”, czyli:

(2) 5 jest liczbą naturalną = 1,

natomiast zdanie:

(3) $3/5$ jest liczbą naturalną,

będące oczywiście zdaniem fałszywym (liczbą naturalną bowiem nazywamy taką i tylko taką liczbę, która jest całkowita i dodatnia), oznaczmy symbolem „0”, co zapiszemy

(4) $3/5$ jest liczbą naturalną = 0.

Dodajmy w tym miejscu, że symbol „=” nie jest znaczeniowo identyczny z arytmetycznym symbolem równości, chociaż jest z nim równokształtny; występujący wyżej znak „=” czytamy

„jest równoważne”; szerszą interpretacją pojęcia równoważności zajmujemy się w dalszej części rozważań poświęconych logice formalnej.

Podstawowa symbolika rachunku zdań

Przedmiotem badań rachunku zdań są wyrażenia zdaniowe proste i złożone, przy czym występujące tu pojęcie wyrażenia zdaniowego rozumiemy szerzej niż pojęcie zdania. Do wyrażeń zdaniowych zaliczamy bowiem zarówno zdania, jak i formuły zdaniowe, czyli zwroty, które zawierają zmienne reprezentujące zdania. Do zdań zaś — jak już nadmieniliśmy w części I — w tym znaczeniu, jakie nadaje temu pojęciu rachunek zdań, należą wyłącznie te zdania, które w gramatyce określa się mianem zdań oznajmujących. A jest tak dlatego, że tym i tylko tym właśnie wyrażeniom zdaniowym przysługuje wartość logiczna prawdy lub fałszu.

W odróżnieniu jednakże od gramatyki w interesującym nas dziale logiki pojęcie zdania znajdzie zastosowanie bardziej abstrakcyjne: nie będą nas bowiem interesowały treści zdań, ale jedynie ich struktura i niekiedy wartości logiczne. Aby rolę tę wyrażenia zdaniowe mogły spełniać, wprowadza się odpowiednią symbolikę, która, będąc własnością charakterystyczną języka formalnego, ma tę zaletę, iż ułatwia wykonywanie właściwych temu działowi logiki operacji, jak też przeprowadzenie dowodów i analiz na wyrażeniach będących zdaniami lub całościami zbudowanymi ze znaków reprezentujących odpowiednie zdania.

Dowolne wyrażenie zdaniowe rachunku zdań będziemy oznaczali literami:

$$p, q, r, \dots, p_1, q_1, r_1, \dots,$$

które nazywamy zmiennymi zdaniowymi lub formułami zdaniowymi. Zmienna zdaniowa jest zatem symbolem reprezentującym zdanie w rozumieniu logicznym, przy czym jeśli dane wyrażenie zdaniowe jest zbudowane z jednej i tylko jednej zmiennej zdaniowej, powiemy wówczas, że wyrażenie to jest prostą formułą zdaniową, a jeśli więcej niż z jednej — złożoną formułą zdaniową. W ten sposób napisy p, q ,

r są przykładami prostych formuł zdaniowych, natomiast wyrażenia zdaniowe: p albo q , p i q stanowią ilustrację złożonych formuł zdaniowych. Jednym z podstawowych pojęć dwuwartościowego rachunku zdań jest pojęcie wyrażenia sensownego. Otóż wyrażeniem sensownym będziemy nazywali:

- 1) zmienne zdaniowe: $p, q, r, \dots, p_1, q_1, r_1, \dots$
- 2) wyrażenia utworzone ze zmiennych zdaniowych za pomocą zwrotów:
 - nieprawda, że...
 - jeżeli..., to...
 - ... lub...
 - ... albo...
 - ... i...
 - albo..., albo...
 - ... wtedy i tylko wtedy, gdy...,gdzie na miejscu kropek występują odpowiednie zmienne zdaniowe;
- 3) wyrażenia powstałe przez n -krotne stosowanie reguły 2), tzn. przez kolejne łączenie za pomocą zwrotów wymienionych w punkcie 2) odpowiednich wyrażeń zawierających zmienne zdaniowe i łączące je spójniki lub zwrot „nieprawda, że...”, jak np. „nieprawda, że p lub q ”, czy też „jeżeli p , to (p lub q)”.

Na podstawie wprowadzonych wyżej ustaleń otrzymujemy następującą notację wyrażeń zdaniowych:

- (a) nieprawda, że p ,
- (b) jeżeli p , to q ,
- (c) p lub q ,
- (d) p albo q ,
- (e) albo p , albo q ,
- (f) p i q ,
- (g) p wtedy i tylko wtedy, gdy q .

Na mocy reguły 2) jest oczywiste, że każde z wyrażeń zdaniowych (a) — (g) jest wyrażeniem sensownym rachunku zdań, jak też są wyrażeniami sensownymi całości zbudowane z formuł

(a) — (g) za pomocą reguły 3), np.

(p i q) wtedy i tylko wtedy, gdy nieprawda, że (albo p , albo q).

Pojęcie wyrażenia funkcyjnego rachunku zdań

Jedną z własności wyrażeń zdaniowych postaci (a) — (g) jest to, że nie są one ani prawdziwe, ani też fałszywe; zawierają bowiem zmienne zdaniowe, które mogą przyjmować jedną z dwu wartości, tj. prawdy albo fałszu. Stąd też wyrażenia te przejdą w zdania prawdziwe lub fałszywe po podstawieniu za zmienne odpowiednich zdań, albo też wartości prawdy lub fałszu, tzn. „1” lub „0”. Jeśli zatem w wyrażeniu zdaniowym (c) za zmienną p podstawimy zdanie: „Lwów jest miastem uniwersyteckim”, a za q — „Wilno jest stolicą Litewskiej Socjalistycznej Republiki Radzieckiej”, otrzymamy zdanie prawdziwe:

Lwów jest miastem uniwersyteckim

lub

Wilno jest stolicą Litewskiej Socjalistycznej Republiki Radzieckiej.

Pozostawiając do dalszych rozważań sprawę pełniejszego określenia, możemy jednakże już teraz zauważyć, że wyrażenia typu (a) — (g) należą do zbioru wyrażeń zdaniowych określanych mianem wyrażeń funkcyjnych rachunku zdań albo też, chociaż mniej dokładnie — funkcjami zdaniowymi²⁹. W zależności od rodzaju spójnika, ściślej mówiąc — od charakterystyki prawdziwościowej danego funktora zdaniotwórczego, o czym powiemy niżej — każdemu z wyrażeń (a) — (g) przyporządkujemy odpowiednie określenie. Wyrażenie zdaniowe postaci (a) będziemy nazywali negacją i oznaczymy symbolem: $\sim p$, co czytamy: nieprawda, że p . Zwrot (b) określamy mianem implikacji i wprowadzając odpowiedni symbol zapisujemy: $p \rightarrow q$; zapis ten czytamy: jeśli p , to q . Możemy rów-

²⁹ Ścisłą definicję pojęcia funkcji zdaniowej znajdzie czytelnik m.in. u następujących autorów: A. Mostowski, *Logika matematyczna*, Warszawa—Wrocław 1948, s. 330, J. Słupecki i L. Borkowski, *Elementy logiki matematycznej i teorii mnogości*, Warszawa 1966, s. 80 i n., L. Borkowski, *Logika formalna*, Warszawa 1970, s. 20.

niez formułę (b) czytać: p implikuje q , albo też: z p wynika q . W podobny sposób postępując ustalamy symbolikę pozostałych wyrażeń funkcyjnych oraz występujących w nich spójników (funktorów) międzyzdaniowych. I tak zwrot (c), który nazywamy: alternatywą nierozłączną, zapisujemy: $p \vdash q$, i czytamy: p lub q . Wyrażenie zaś (d) zwane alternatywą rozłączną notujemy: $p \neq q$, co odczytujemy: p albo q . Kolejne wyrażenie zdaniowe (e), które nazywamy dysjunkcją, notujemy: p/q i czytamy: albo p , albo q . Formułę zdaniową (f) określaną mianem koniunkcji zapisujemy: $p \cdot q$, co czytamy: p i (oraz) q . Ostatnie wreszcie wyrażenie zdaniowe, tj. (g), które nazywamy ekwiwalencją (równoważnością), zapisujemy: $p = q$. Zapis ten czytamy: p wtedy i tylko wtedy, gdy q , albo: p równoważne q .

Jak już wyżej nadmieniliśmy, wyrażenia zdaniowe (a) — (g) należą do zbioru wyrażeń określanych mianem wyrażeń funkcyjnych (funkcji) rachunku zdań. Istotną rolę w rozważaniach objętych zakresem logiki formalnej odgrywa właśnie struktura owych formuł zdaniowych, przy czym strukturę tę określają scharakteryzowane wyżej spójniki. Ponadto to, co jest charakterystyczne dla tego rodzaju zwrotów, polega również na tym, że wartość logiczną tych wyrażeń zdaniowych ustala się w zależności od tego, jakie wartości logiczne reprezentują ich argumenty. Wyjaśnijmy, iż argumentami wyrażeń funkcyjnych rachunku zdań — i to jest też charakterystyczne dla tego działu logiki — są zmienne zdaniowe albo też formuły z takowych zmiennych zbudowane. W ten sposób zmienne p i q w wyrażeniu funkcyjnym: jeśli p , to q , są argumentami tego wyrażenia, jak też formuły: $p = q$ oraz $p \rightarrow q$ w wyrażeniu zdaniowym

$$(p = q) \rightarrow (p \rightarrow q)$$

są argumentami tegoż wyrażenia funkcyjnego. Odnótujmy też dla jasności, że pojęcie wyrażenia funkcyjnego rachunku zdań jest szczególnym przypadkiem pojęcia wyrażenia zdaniowego i jest synonimiczne z pojęciem formuły zdaniowej. Jak już nadmieniliśmy, własnością charakterystyczną wyrażeń funkcyjnych rachunku zdań jest, iż nie są one ani prawdziwe, ani też fałszy-

we. Wartość bowiem prawdy lub fałszu przysługuje wyłącznie zdaniom. Wyrażenia zaś zdaniowe postaci (a) — (g) zbudowane ze zmiennych zdaniowych i odpowiednich spójników, czyli zawierające symbole nie posiadające treści semantycznej, pełnią w rachunku zdań rolę reprezentatów zdań o ustalonej wartości logicznej. Tak więc za zmienne występujące w wyrażeniach funkcyjnych, jak np. za zmienną p w wyrażeniu: nieprawda, że p , możemy podstawić zdanie prawdziwe (albo symbol zdania prawdziwego — „1”) lub fałszywe (i odpowiednio — symbol zdania fałszywego: „0”); zarówno zmienne te, jak i całości z nich zbudowane (z wyjątkiem tautologii*, o czym będzie mowa w dalszych wywodach) nie są wyrażeniami prawdziwymi ani też fałszywymi. Korzystając z przykładu matematycznego, możemy powiedzieć, że podobną rolę pełni w języku np. algebry napis: $x + 4 = 10$, gdyż wyrażenie to jest właśnie wyrażeniem funkcyjnym i stanie się zdaniem prawdziwym tylko wówczas, jeśli za zmienną x podstawimy cyfrę 6; w innym przypadku wyrażenie to będzie bądź funkcją zmiennej x , bądź zdaniem fałszywym.

Charakterystyka wyrażen zdaniowych zawierających zmienne zdaniowe, którą wyżej przeprowadziliśmy, jest wystarczającą podstawą do sformułowania semantycznej definicji pojęcia wyrażenia funkcyjnego zawierającego zmienne zdaniowe. Otóż powiemy, że

(Df₄) dane wyrażenie W jest wyrażeniem funkcyjnym rachunku zdań wtedy i tylko wtedy, gdy W jest wyrażeniem sensownym zawierającym co najmniej jedną zmienną zdaniową, przy czym zawsze ilekroć za tę zmienną (lub zmienne) podstawimy odpowiednią stałą (tj. zdanie prawdziwe albo fałszywe lub symbole oznaczające wartości logiczne takich zdań), wyrażenie W stanie się zdaniem.

Aby zilustrować powyższe określenie załóżmy, że mamy dane wyrażenie W : „jeśli p , to q ”, będące oczywiście wyrażeniem funk-

* Tautologią będziemy nazywali wyrażenie tożsamościowo prawdziwe, tj. takie, które przy dowolnych podstawieniach za zmienne zdaniowe wartości prawdy lub fałszu przechodzi w zdanie prawdziwe.

cyjnym rachunku zdań. W wyrażeniu tym podstawmy za zmienną p zdanie: „suma cyfr liczby 1542 jest podzielna przez 3”, a za zmienną q — zdanie: „liczba 1542 jest podzielna przez 3”. Otrzymane w rezultacie tego podstawienia wyrażenie jest naturalnie zdaniem prawdziwym: „Jeśli suma cyfr liczby 1542 jest podzielna przez 3, to liczba 1542 jest podzielna przez 3”. Sformułowane wyżej pojęcie wyrażenia funkcyjnego rachunku zdań będzie obszernie wykorzystane w dalszych rozważaniach nad problematyką rachunku zdań.

Charakterystyka prawdziwościowa wyrażeń funkcyjnych

Istotną rolę w interpretacji wyrażeń zdaniowych postaci (a) — (g) odgrywa sposób rozumienia występujących w tych wyrażeniach spójników (dla uproszczenia wywodów zwrot „nieprawda, że...” będziemy również nazywać spójnikiem). W zależności bowiem od sensu, jaki przypisze się owym spójnikom, wyrażenia zdaniowe zbudowane ze zdań i z tychże spójników będą miały odpowiednią wartość logiczną, tzn. staną się prawdziwe lub fałszywe. Sens semantyczny zatem formuł zdaniowych występujących w logice zdań jest jednoznacznie określony przez sposób rozumienia tworzących owe formuły spójników. Zauważmy ponadto, że nadmieniony wyżej sposób interpretacji tworzących formuły zdaniowe spójników międzyzdaniowych nazywanych — jak wiemy — również funktorami zdaniotwórczymi, stanowi niejako ośnowę, na której zbudowany jest klasyczny dwuwartościowy rachunek zdań. Stąd też jest oczywiste, że dalsze rozważania nad strukturą wyrażeń zdaniowych w logice zdań będą dotyczyły przede wszystkim roli owych funktorów.

Stwierdziliśmy już, że wyrażenia funkcyjne postaci (a) — (g) przechodzą w zdania prawdziwe lub fałszywe w zależności od tego, jakie wartości logiczne nadamy argumentom tych funkcji zdaniowych. Ważne jest przy tym, iż za podstawę oceny logicznej wyrażenia zdaniowego przyjmujemy wartości logiczne argumentów, a nie ich treść. W ten sposób zdanie postaci:

Jeśli $2 \cdot 7 = 15$, to Paryż leży nad Sekwaną,

jest przykładem zdania prawdziwego, chociaż między zdaniami składowymi tego okresu warunkowego nie ma związków treściowych. Ta właśnie procedura, tj. przekształcanie funkcji zdaniowych w odpowiednie zdania poprzez interpretację semantyczną występujących w tych funkcjach zmiennych zdaniowych, nazywa się charakterystyką prawdziwościową formuł zdaniowych rachunku zdań. Funkcja np. ekwiwalencji (g) składająca się ze zmiennych zdaniowych p , q oraz funktora zdaniotwórczego „...wtedy i tylko wtedy, gdy...” przechodzi w zdanie fałszywe wówczas, gdy za p i q podstawimy zdania o różnej wartości logicznej, powiedzmy za p zdanie prawdziwe, a za q — fałszywe, lub za p — fałszywe, a za q — prawdziwe.

W tym miejscu należy uczynić pewne uogólnienie. Otóż ten rodzaj wyrażeń funkcyjnych, tzn. takich, które przechodzą w zdania prawdziwe albo fałszywe wyłącznie na mocy wartości logicznej ich argumentów (a nie treści tych argumentów), nazywamy funkcjami prawdziwościowymi. Każde z wyrażeń funkcyjnych (a) — (g) jest właśnie funkcją prawdziwościową. Ten właśnie fakt, że wartość logiczna wyrażeń zdaniowych utworzonych z funkcji prawdziwościowych zależy wyłącznie od wartości logicznej argumentów, pozwala na zdefiniowanie każdej z tych funkcji w sposób ogólny, umożliwiający posługiwanie się tylko pojęciem prawdy lub fałszu, bez wnikania, o czym w tych zdaniach jest mowa. Ten rodzaj postępowania jest właściwy i charakterystyczny dla formalnych interpretacji wyrażeń zdaniowych, czyli takich, w których istotną i rozstrzygającą rolę odgrywa budowa wyrażenia zdaniowego, a nie jego treść. Dominacja takich procedur w rozważanym dziale logiki zdecydowała również o nazwie tegoż działu jako logiki formalnej.

Przejdźmy następnie do charakterystyki prawdziwościowej konkretnych wyrażeń zdaniowych (funkcji zdaniowych). Niech to będą w pierwszej kolejności wyrażenia funkcyjne zanotowane w punktach (a) — (g). Wybór ten nie jest przypadkowy, funkcje te bowiem, z jednej strony, należą do podstawowych, gdyż w oparciu o nie możemy budować ważne tezy oraz reguły rozumowania jak też definiować inne funkcje dwuwartościowego rachunku zdań, z drugiej — ich interpretacja semantyczna nie od-

biega w sposób drastyczny od tych intuicji znaczeniowych, które zazwyczaj język naturalny (nie jest on przecież jednoznaczny) przypisuje odpowiednim ich funktorom. Formułowanie interesujących nas definicji prawdziwościowych rozpoczniemy od pierwszego z rozważanych funktorów, mianowicie od negacji.

(Df₅) Negacją nazywamy takie wyrażenie zdaniowe (jednoargumentowe), które jest prawdziwe wówczas, gdy jego argument jest fałszywy, a fałszywe — jeśli argument jest prawdziwy.

Innymi słowy, wartość logiczna negacji jest odwrotna do wartości logicznej jej argumentu. Sformułowanie ujęte w postaci (Df₅) możemy również zapisać w sposób formalny, tj. abstrahujący od treści zdań występujących jako argumenty, posługując się symbolami prawdy i fałszu. Zapis ten przyjmuje następującą postać:

- 1) Jeśli $p = 1$, to $(\sim p) = 0$
- 2) Jeśli $p = 0$, to $(\sim p) = 1$

Przedstawiony wyżej sposób rozumienia negacji jest dokładnie taki jak w języku potocznym, gdyż podobnie jak tam negując zdanie fałszywe otrzymujemy zdanie prawdziwe i odwrotnie: z zanegowania zdania prawdziwego otrzymuje się zdanie fałszywe. Mówiąc, iż: „Nieprawdą jest, że Wichren jest najwyższym szczytem Pirinu”, otrzymaliśmy zdanie fałszywe, gdyż właśnie Wichren położony w pasmie gór na granicy Bułgarii i Turcji jest właśnie najwyższym szczytem Pirinu. Jeśli natomiast powiemy: „Nieprawda, że Ludowa Republika Bułgarii graniczy ze Związkiem Radzieckim” (mamy na uwadze granicę lądową), otrzymamy zdanie prawdziwe, bo rzeczywiście Bułgaria nie graniczy ze Związkiem Radzieckim.

Kolejnym wyrażeniem zdaniowym, które najpierw zdefiniujemy, a następnie scharakteryzujemy za pomocą symboli prawdy i fałszu, będzie implikacja; jest to jedno z podstawowych wyrażeń funkcyjnych rachunku zdań, stąd znajomość warunków prawdziwości i fałszu tego wyrażenia jest szczególnie ważna.

(Df₆) Implikacja jest fałszywa wtedy i tylko wtedy, gdy jej poprzednik jest prawdziwy, a następnik fałszywy; mówimy też, iż implikacja jest prawdziwa zawsze, gdy jej poprzednik jest fałszywy lub następnik prawdziwy.

Poprzednikiem implikacji (jeśli p , to q) nazywamy zdanie lub zmienną zdaniową występującą bezpośrednio po „jeśli...” (w naszym przykładzie jest nim zmienna p), następnikiem zaś zdanie albo zmienną zdaniową, która następuje po „to...” (w podanym przykładzie — q). Na podstawie Df₆ z łatwością spostrzegamy, że zdanie:

Jeśli Mieszko I wraz z bratem Czciborem pobił w r. 972 margrabiego Hodona pod Cedynią,

to

Mieszko I przyczynił się do zahamowania ekspansji niemieckiej na wschód od Odry

jest prawdziwe, ponieważ zarówno poprzednik tej implikacji, jak i jej następnik są zdaniami prawdziwymi. Nie można tego jednak powiedzieć o zdaniu:

Jeśli Władysław Reymont (1867—1925) był laureatem nagrody Nobla,

to

Modest Musorgski (1839—1881) skomponował muzykę do baletu *Jezioro łabędzie*,

które jest na mocy Df₆ fałszywe, gdyż poprzednik jest prawdziwy (W. Reymont otrzymał — jak wiadomo — nagrodę Nobla w r. 1924), a następnik fałszywy [muzykę do tego baletu skomponował przecież Piotr Czajkowski (1840—1893)].

Korzystając z symboli prawdy („1”) i fałszu („0”), warunki prawdziwości implikacji możemy zanotować w następującej postaci:

- 1) Jeżeli $p = 1$ i $q = 1$, to $(p \rightarrow q) = 1$
- 2) Jeżeli $p = 1$ i $q = 0$, to $(p \rightarrow q) = 0$
- 3) Jeżeli $p = 0$ i $q = 1$, to $(p \rightarrow q) = 1$
- 4) Jeżeli $p = 0$ i $q = 0$, to $(p \rightarrow q) = 1$

Jak łatwo zauważyć, przyjęty tu sposób rozumienia zdania zwanego implikacją nie jest tak intuicyjny, jak np. omawianej poprzednio negacji. Zwłaszcza dość odległy od przyjętego w języku potocznym rozumienia okresu warunkowego wydaje się przypadek 3) i 4) rozważanej wyżej tabeli, gdyż zarówno przy fałszywym poprzedniku oraz następniku, jak i przy fałszywym poprzedniku, lecz prawdziwym następniku implikacja jest prawdziwa, co nie odpowiada w pełni naszemu poczuciu prawdziwości okresu warunkowego, czyli naszej intuicji prawdziwościowej ukształtowanej na obyczaju posługiwania się językiem polskim. Ten jednakże sposób interpretacji implikacji wprowadzony przez stoików³⁰ okazał się bardzo wygodny dla budowy wszelkiego rodzaju praw i reguł wnioskowania logicznego.

Przejdźmy z kolei do charakterystyki zdania złożonego, które nazywamy alternatywą nierozłączną. Powiemy mianowicie, iż:

(Df₇) Alternatywa nierozłączna jest prawdziwa wtedy i tylko wtedy, gdy co najmniej jeden z jej członów jest prawdziwy; staje się natomiast zdaniem fałszywym, gdy oba jej człony są fałszywe.

Wedle tej definicji zdanie: „Książę Józef Poniatowski (1763—1813) był w roku 1812 dowódcą V korpusu armii francuskiej lub ministrem wojny Księstwa Warszawskiego”, jest prawdziwe, gdyż oba jego człony są prawdziwe. Nie jest natomiast prawdziwa alternatywa: „Książę Józef Poniatowski brał udział w obradach Kongresu Wiedeńskiego (1814—1815) lub był członkiem rządu Królestwa Polskiego”, gdyż oba jej człony są fałszywe; książę Józef Poniatowski poległ, jak wiadomo, w bitwie pod Lipskiem w 1813 roku (dokładniej: utonął — będąc ciężko ranny — w nurtach Elstery), osłaniając odwrót armii francuskiej. Nie mógł też być członkiem rządu Królestwa Polskiego (zwanego Kongresowym), gdyż Królestwo to zostało utworzone na Kongresie Wiedeńskim.

Podobnie jak poprzednie funkcje prawdziwościowe, alternaty-

³⁰ Por. T. Kotarbiński, *Wykłady z dziejów logiki*, Łódź 1957, s. 49 i n.

wę nierozłączną zapisujemy za pomocą zmiennych zdaniowych oraz symboli prawdy („1”) i fałszu („0”).

- 1) Jeżeli $p = 1$ i $q = 1$, to $(p + q) = 1$
- 2) Jeżeli $p = 1$ i $q = 0$, to $(p + q) = 1$
- 3) Jeżeli $p = 0$ i $q = 1$, to $(p + q) = 1$
- 4) Jeżeli $p = 0$ i $q = 0$, to $(p + q) = 0$

Widzimy, że opis formalny odpowiada ściśle treści przytoczonej wyżej definicji (Df₇).

Język potoczny nadaje alternatywie nierozłącznej sens w zasadzie zbliżony do tego, jaki tu przedstawiliśmy, chociaż przypadek prawdziwości, gdy oba człony są prawdziwe, nie jest w nim tak wyraźnie uwidoczniony. Jednakże jest tak wówczas, gdy wypowiadając alternatywę zawieramy w niej myśl, iż co najmniej jeden z członów powinien być prawdziwy. Tak się dzieje wtedy, gdy np. Jan powiada: „Pójdę dziś z Marią do kina lub pójdę z Marią do kawiarni”, przy czym będzie on bardzo rad, jeśli stanie się tak, że będzie mógł towarzyszyć Marii zarówno w kinie, jak i w kawiarni.

Bliska również językowi potocznemu wydaje się druga postać zdania alternatywnego, mianowicie alternatywa rozłączna.

(Df₈) Alternatywą rozłączną będziemy nazywali wyrażenie zdaniowe, które jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy jego argumenty mają wzajem różne wartości logiczne, tzn. gdy nie są zarazem ani prawdziwe, ani też fałszywe. I alternatywa rozłączna — co jest oczywiste — będzie fałszywa, gdy jej argumenty będą miały te same wartości logiczne, tj. gdy będą oba prawdziwe lub fałszywe.

Na mocy tej definicji zdanie: „Generał Ignacy Prądyński (1792—1850) był szefem sztabu głównego w powstaniu listopadowym z 1830 roku albo zwycięzcą nad wojskami gen. G. Rose na pod Iganiami (10.IV.1831)”, jest fałszywe, bowiem oba człony tej alternatywy są prawdziwe. Będzie natomiast prawdziwe zdanie: „Generał I. Prądyński był absolwentem Szkoły Aplikacyjnej Artylerii i Inżynierii albo nie uczestniczył w kampanii napoleońskiej z 1812 roku”, gdyż drugi człon tego zdania jest

falszywy; Prądzyński bowiem nie tylko brał udział w kampanii napoleońskiej (najpierw w stopniu majora), ale po bitwie pod Lipskiem został mianowany szefem sztabu batalionu, a następnie otrzymał stopień podpułkownika.

A oto opis formalny — nazywany też prawdziwościowym — alternatywy rozłącznej:

- 1) Jeżeli $p = 1$ i $q = 1$, to $(p \neq q) = 0$
- 2) Jeżeli $p = 1$ i $q = 0$, to $(p \neq q) = 1$
- 3) Jeżeli $p = 0$ i $q = 1$, to $(p \neq q) = 1$
- 4) Jeżeli $p = 0$ i $q = 0$, to $(p \neq q) = 0$

Mimo iż alternatywa nierozłączna, jak i rozłączna są dość bliskie tym znaczeniom, jakie przypisuje w ten sposób zbudowanym zdaniom język potoczny, jednak w języku tym nie dostrzeżga się tak wyraźnej różnicy między znaczeniem spójnika „lub” a „albo”, co czyni się w rachunku zdań i czego przykładem są podane wyżej charakterystyki prawdziwościowe tych funktorów.

Następnym wyrażeniem zdaniowym, które należy również do „rodziny” alternatyw, lecz nazwę otrzymało inną, jest dysjunkcja. Definicja semantyczna tegoż wyrażenia przyjmuje taką oto postać:

(Df₉) D y s j u n k c j ą nazywamy wyrażenie zdaniowe, które jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy co najmniej jeden z jego członów jest fałszywy; dysjunkcja staje się fałszywa, gdy oba jej człony są prawdziwe.

Oprócz tego, co wyraźnie stwierdza się w powyższej definicji, a mianowicie, że zdanie określone w logice mianem dysjunkcji uznajemy za prawdziwe wówczas, gdy jeden z członów jest fałszywy, uchodzi niekiedy uwagi, że z definicji Df₉ wynika, iż dysjunkcja jest prawdziwa wtedy, gdy oba jej człony są fałszujące wartości:

s z y w e. W zapisie prawdziwościowym dysjunkcja przyjmuje na-

- 1) Jeżeli $p = 1$ i $q = 1$, to $(p/q) = 0$
- 2) Jeżeli $p = 1$ i $q = 0$, to $(p/q) = 1$
- 3) Jeżeli $p = 0$ i $q = 1$, to $(p/q) = 1$
- 4) Jeżeli $p = 0$ i $q = 0$, to $(p/q) = 1$

Zbadajmy pod względem prawdziwościowym kolejne wyrażenie zdaniowe; będzie nim koniunkcja. W interpretacji semantycznej zdanie to określa się w następujący sposób:

(Df₁₀) K o n i u n k c j ą nazywamy zdanie, które jest prawdziwe tylko wtedy, gdy oba jego czynniki (argumenty) są prawdziwe; stąd jest oczywiste, że dla fałszywości koniunkcji wystarczy fałszywość któregośkolwiek z czynników.

Zdanie zatem: „Karol Marks (1818—1883) jest współautorem *Manifestu komunistycznego* (napisanego jak wiadomo wspólnie z F. Engelsem) o r a z autorem rozprawy *Przyczynek do krytyki ekonomii politycznej*”, jest prawdziwe, gdy oba jego czynniki są zdaniami prawdziwymi. Ten fakt, że koniunkcja przechodzi w zdanie prawdziwe tylko w jednym z czterech możliwych przypadków, uwidacznia następujący zapis zerojedynkowy:

- 1) Jeżeli $p = 1$ i $q = 1$, to $(p \cdot q) = 1$
- 2) Jeżeli $p = 1$ i $q = 0$, to $(p \cdot q) = 0$
- 3) Jeżeli $p = 0$ i $q = 1$, to $(p \cdot q) = 0$
- 4) Jeżeli $p = 0$ i $q = 0$, to $(p \cdot q) = 0$

Dodajmy, że sposób interpretacji koniunkcji w rachunku zdań jest bardzo bliski jej rozumieniu w języku potocznym; jest bowiem tak, że zdanie: „Jan jest sportowcem i Jan jest lotnikiem”, uznamy za prawdziwe wtedy — opierając się na intuicji znaczeniowej języka potocznego — (a może tylko wtedy), gdy Jan jest lotnikiem i sportowcem.

Ostatnie wreszcie z badanych tu zdań złożonych, zwane ekwiwalencją, czy też równoważnością, w zapisie definicyjnym ma następującą charakterystykę:

(Df₁₁) E k w i w a l e n c j a (r ó w n o w a ż n o ś ć) jest prawdziwa wtedy i tylko wtedy, gdy oba jej argumenty mają tę samą wartość logiczną.

Zauważmy, że sens, jaki nadaje się tu spójnikowi ekwiwalencji „...wtedy i tylko wtedy, gdy...” jest — podobnie jak w przypadku zdań alternatywnych — bliski znaczeniu, jakie przypisu-

je się temu zwrotowi w języku potocznym; zresztą struktura omawianego zdania jest tego rodzaju, że wyraźnie wskazuje na równość wartości logicznych członów w nim występujących. Niech następujący przykład — zaczerpnięty z języka fizyki — zilustruje zdanie będące ekwiwalencją: „Dana ilość ciepła stanowi kalorię (1 cal) wtedy i tylko wtedy, gdy jest konieczna i wystarczająca do nagrzania 1 grama chemicznie czystej wody, przy ciśnieniu 1 atm, od $14,5^{\circ}\text{C}$ do $15,5^{\circ}\text{C}$ ”. Łatwo zauważyć, że występujące w tej ekwiwalencji człony zdaniowe są sobie definicyjnie równoważne, a więc zachodzi też równoważność logiczna: w tych samych warunkach empirycznych są prawdziwe lub fałszywe.

Przedstawioną wyżej za pomocą językowych środków semantycznych charakterystykę prawdziwościową ekwiwalencji zapiszemy z kolei — podobnie jak to uczyniliśmy z innymi zdaniami — posługując się wartościami logicznymi prawdy i fałszu.

- 1) Jeżeli $p = 1$ i $q = 1$, to $(p = q) = 1$
- 2) Jeżeli $p = 1$ i $q = 0$, to $(p = q) = 0$
- 3) Jeżeli $p = 0$ i $q = 1$, to $(p = q) = 0$
- 4) Jeżeli $p = 0$ i $q = 0$, to $(p = q) = 1$.

Scharakteryzowane wyżej rodzaje zdań złożonych nie wyczerpują wszystkich możliwych kombinacji (jest ich w logice dwuwartościowej — jak zobaczymy w dalszych wywodach — szesnaście). Omówione tu stanowią jednak podzbiór wystarczający do konstrukcji podstawowych praw i reguł tego działu logiki formalnej.

Przedstawiona wyżej charakterystyka prawdziwościowa wyrażeń zdaniowych może być również zanotowana w bardziej zwartej postaci, mianowicie za pomocą maczy zerojedynkowych. Matrycowy sposób zapisu jest szeroko przez logików stosowany; jego bowiem zaletą jest również to, że znacznie skraca i upraszcza notację, a jednocześnie czyni zapis bardziej przejrzysty, co z kolei ułatwia jego zapamiętanie. Notacja matrycowa ma również tę zaletę, iż ułatwia operacje algebraiczne na rozważanych formułach.

A oto w tej notacji interesujące nas wyrażenia zdaniowe:

1) Negacja

p	$\sim p$
1	0
0	1

Tę własność negacji, iż jej wartość logiczna jest odwrotna do wartości jej argumentu, możemy też zapisać w postaci formuły*:

$$(x) \quad \sim p = 1 - p$$

I tak jeśli zmienna $p = 0$, to formuła (x) przyjmuje postać:

$$\sim 0 = 1 - 0,$$

a następnie po odpowiednim przekształceniu otrzymujemy:

$$1 = 1 - 0 = 1$$

Jeśli zaś $p = 1$, to formuła (x) przekształca się w wyrażenie:

$$\sim 1 = 1 - 1,$$

co — po dalszych przekształceniach daje:

$$0 = 0$$

Udowodniliśmy w ten sposób równoważność członów występujących w formule (x).

2) Implikacja

p, q	$p \rightarrow q$
1 1	1
1 0	0
0 1	1
0 0	1

Zdanie będące implikacją jest zatem prawdziwe, gdy bądź poprzednik tej implikacji jest fałszywy (III i IV przypadek w po-

* Prawą stronę równości (x) należy rozumieć jako wyrażenie algebraiczne, za pomocą którego charakteryzujemy funkcję zdaniową $\sim p$ (por. przypis na s. 151).

wyższej matrycy), bądź jej następnik jest prawdziwy (przypadek I i III). W przypadku natomiast, gdy następnik jest fałszywy, wartość logiczna implikacji jest odwrotna do wartości logicznej poprzednika. Omówione tu własności zdania implikacyjnego notujemy:

$$\begin{array}{ll} p \rightarrow 1 = 1, & 1 \rightarrow p = p \\ 0 \rightarrow p = 1, & p \rightarrow 0 = \sim p \end{array}$$

W badaniach nad rachunkiem zdań (zwłaszcza wielowartościowym) korzysta się przy zapisie wyrażeń zdaniowych z funkcji zwanej minimaxową albo maxminimową (*minmax*, *maxmin*)*.

Posługując się pojęciem owej funkcji, możemy implikację zapisać w postaci następującej równości:

$$(a_1) \quad (p \rightarrow q) = \max [(1 - p), q]$$

Łatwo wykazać, że prawa strona wyrażenia (a_1) jest logicznie równoważna stronie lewej. W tym celu wystarczy podstawić za zmienne występujące w wyrażeniu $\max [(1 - p), q]$ odpowiednie wartości, mianowicie:

- a) dla $p = 1$ i $q = 1$
 $\max [(1 - 1), 1] = \max (0, 1) = 1$
- b) dla $p = 1$ i $q = 0$
 $\max [(1 - 1), 0] = \max (0, 0) = 0$
- c) dla $p = 0$ i $q = 1$
 $\max [(1 - 0), 1] = \max (1, 1) = 1$
- d) dla $p = 0$ i $q = 0$
 $\max [(1 - 0), 0] = \max (1, 0) = 1$

Mamy zatem dokładną analogię między wartościami występującymi w matrycy implikacji a układem wartości otrzymanych na podstawie funkcji $\max [(1 - p), q]$.

* Wyrażenia ($a_1 - a_7$) są ilustracją interpretacji wyrażeń rachunku zdań w systemie arytmetycznym; do takiego bowiem systemu należy funkcja *maxmin*.

3) Alternatywa nierozłączna

p, q	$p + q$
1 1	1
1 0	1
0 1	1
0 0	0

Zauważmy, że jeżeli jeden z członów alternatywy nierozłącznej jest zdaniem prawdziwym, to — niezależnie od tego, jaka jest wartość logiczna drugiego jej członu — alternatywa nierozłączna jest prawdziwa, co zresztą wynika też z definicji (Df₇). Ponadto jeśli jeden z członów jest fałszywy, wartość alternatywy nierozłącznej jest identyczna z wartością logiczną drugiego jej członu. Te własności alternatywy nierozłącznej możemy zanotować za pomocą następujących formuł:

$$\begin{array}{ll} p+1=1 & 0+p=p \\ 1+q=1 & 0+q=q \end{array}$$

Zważywszy, że wartość logiczna alternatywy nierozłącznej równa jest najwyższej wartości jej członów, możemy alternatywę tę zapisać w następującej postaci:

$$(a_2) \quad (p+q) = \max(p, q)$$

Prosty dowód formuły (a₂) pozostawiamy jako ćwiczenie czytelnikowi.

4) Alternatywa rozłączna

p, q	$p \neq q$
1 1	0
1 0	1
0 1	1
0 0	0

Łatwo zauważyć, że matryca wartości logicznych tego wyrażenia zdaniowego jest po prostu odwrotna do matrycy zdania będącego ekwiwalencją. Jeśli bowiem w matrycy ekwiwalencji na miejsce zdań prawdziwych (w ostatniej kolumnie matrycy) podstawimy zdania fałszywe, otrzymamy właśnie matrycę alternatywy rozłącznej. I odwrotnie: wskazane wyżej przekształcenie zastosowane do matrycy (4) daje ekwiwalencję. Można też powiedzieć inaczej: alternatywa rozłączna to tyle, co zanegowana ekwiwalencja. I jeszcze jedno spostrzeżenie co do wartości tegoż wyrażenia zdaniowego. Otóż jeśli jest tak, że jeden z członów tego zdania jest prawdziwy, wartość logiczna wyrażenia zdaniowego jest odwrotna do wartości drugiego członu. A jeśli jeden z członów tej alternatywy jest fałszywy, wówczas — co jest oczywiste — alternatywa ta przyjmuje taką wartość logiczną, jaką ma drugi jej człon. Własności te zapisujemy:

$$(p \neq 1) = \sim p$$

$$(p \neq 0) = p$$

Podobnie jak poprzednie wyrażenia zdaniowe, również i to możemy przedstawić w notacji *maxmin*, mianowicie:

$$(a_3) \quad (p \neq q) = 1 - \min \{ \max [(1 - p), q], \max [(1 - q), p] \}$$

Łatwy dowód [według wzoru (a₁)] tego wyrażenia pozostawiamy do przeprowadzenia czytelnikowi.

5) D y s j u n k c j a

<i>p, q</i>		<i>p/q</i>
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

Na podstawie definicji dysjunkcji (Df₉) jak i powyższej matrycy łatwo spostrzec, że zachodzą zależności:

$$\begin{array}{ll} 1/q = \sim q & 0/q = 1 \\ p/1 = \sim p & p/0 = 1 \end{array}$$

Jeśli więc dana jest dysjunkcja i wiemy, że jeden z jej członów jest prawdziwy, wartość logiczna dysjunkcji jest odwrotna do wartości drugiego jej członu. Jeśli zaś jeden z członów jest fałszywy, to — bez względu na wartość drugiego członu — całość jest zdaniem prawdziwym, co zresztą natychmiast wynika z matrycy (5) oraz definicji zdania dysjunktywnego (Df₉). Interpretacja funktora dysjunkcji „Albo..., albo...” na terenie rachunku zdań nie odbiega w stopniu istotnym od jego zastosowań w języku potocznym; mówimy przecież: „Albo Piotr wyjedzie nad morze, albo w góry”, przy czym formułujemy naszą myśl w ten sposób wtedy, gdy żywimy wątpliwość, czy w ogóle gdziekolwiek Piotr wyjedzie; w tej sytuacji uznamy powyższe zdanie za prawdziwe — zgodnie zatem ze znaczeniem, jakie przypisuje owemu spójnikowi język polski — i wtedy, gdy Piotr nie wyjedzie ani nad morze, ani też w góry. Innymi słowy, w zdaniach o schemacie: „Albo p , albo q ”, stwierdza się, że co najwyżej jeden z członów jest prawdziwy. Wyklucza się natomiast prawdziwość obu zdań składowych dysjunkcji. Posługując się funkcją *maxmin*, warunki prawdziwości dysjunkcji możemy zanotować za pomocą następującej formuły:

$$(a_4) \quad (p/q) = \max [(1 - p), (1 - q)]$$

Nietrudno spostrzec, że formuła (a₄) spełnia dokładnie te warunki, jakie zawiera matryca dysjunkcji, czyli lewa strona równości (a₄) jest w tych samych warunkach prawdziwa (lub fałszywa), w których strona prawa przyjmuje wartość „1” (lub „0”). Równość tę możemy z łatwością udowodnić podstawiając w wyrażeniu (a₄) za zmienne p i q odpowiednio symbole „1” oraz „0”, co pozostawiamy jako ćwiczenie czytelnikowi.

Analizując matrycę dysjunkcji, spostrzegamy też, iż jest ona odwrotnością znanego nam z definicji wyrażenia zdaniowego, mianowicie koniunkcji (Df₁₀). Jeśli bowiem zanegujemy koniunkcję, otrzymamy zdanie będące właśnie dysjunkcją i — co jest oczywiste — w wyniku zaprzeczenia dysjunkcji otrzymujemy

koniunkcję. Inaczej mówiąc, rozważane tu wyrażenie zdaniowe, tj. dysjunkcja, jest równoważne innemu wyrażeniu zdaniowemu ze znakiem negacji, mianowicie koniunkcji. To spostrzeżenie, z pozoru nader marginalne, okaże się bardzo pożyteczne przy budowie formuł logicznych oraz konstrukcji dowodów owych formuł.

6) Koniunkcja

p, q	$p \cdot q$
1 1	1
1 0	0
0 1	0
0 0	0

Jak wynika z powyższej matrycy, zdanie zbudowane z funktora koniunkcji (zdanie to nazywane jest również iloczynem logicznym) staje się fałszywe już wówczas, gdy przynajmniej jeden z jego czynników (a nie składników, co także wskazuje na analogię z pojęciem iloczynu algebraicznego) jest fałszywy. Jeśli więc w danej koniunkcji występuje zdanie fałszywe, to — bez względu na wartości logiczne pozostałych czynników (dodajmy, że nie zawsze musi ich być dwa, może być trzy, cztery itd.) — całość jest fałszywa. Jeśli zaś jeden z członów jest prawdziwy, a koniunkcja zbudowana jest z dwu czynników, wartość logiczna takiej koniunkcji jest identyczna z wartością drugiego jej czynnika. Posługując się znaną nam symboliką rachunku zdań, własności te zapisujemy w sposób następujący:

$$\begin{aligned} 0 \cdot q &= 0 & p \cdot 1 &= p \\ p \cdot 0 &= 0 & 1 \cdot q &= q \end{aligned}$$

Na podstawie matrycy (6), jak i definicji (Df_{10}) stwierdzamy, że wartość logiczna koniunkcji równa jest najmniejszej wartości jej czynników, co notujemy:

$$(a_5) \quad (p \cdot q) = \min(p, q)$$

Łatwo się przekonać podstawiając wartości prawdy („1”) i fałszu („0”) za zmienne występujące w wyrażeniu (a_5), że prawa strona tej formuły jest równa „1” tylko wtedy, gdy $p = 1$ i $q = 1$, co właśnie jest tym jedynym przypadkiem prawdziwości koniunkcji.

7) Ekwiwalencja (równoważność)

p	q	$p = q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Jak już wiemy z definicji (Df_{11}) oraz z powyższej matrycy, ekwiwalencja jest wyrażeniem zdaniowym, które przyjmuje wartość prawdy zawsze, ilekroć oba jego człony są zarazem prawdziwe lub fałszywe. Dalszą konsekwencją tak rozumianej ekwiwalencji jest to, że jeśli znana nam jest wartość logiczna jednego z członów równoważności, to wiemy już, że wartość całości jest np. tożsama z wartością logiczną drugiego członu, gdy pierwszy jest prawdziwy, oraz odwrotna do wartości drugiego członu, gdy pierwszy jest fałszywy, co zapisujemy:

$$\begin{aligned} (p = 1) &= p & (p = 0) &= \sim p \\ (1 = q) &= q & (0 = q) &= \sim q \end{aligned}$$

Ekwiwalencję możemy też — podobnie jak poprzednie wyrażenia zdaniowe — zapisać za pomocą funkcji *maxmin*. Ponieważ ekwiwalencja jest prawdziwa tylko wówczas, gdy zachodzi obustronna implikacja, tj. gdy występuje wyrażenie $(p \rightarrow q)$ oraz jego postać odwrotna $(q \rightarrow p)$, zapis ekwiwalencji za pomocą funkcji *maxmin* przyjmuje następującą postać:

$$(a_6) \quad (p = q) = \min \{ \max [(1 - p), q], \max [(1 - q), p] \}$$

Nietrudno zauważyć, że wyrażenie (a_6) jest zapisem właśnie równoważności $(p = q)$, gdyż całość jest iloczynem [prawy człon równości (a_6)], którego czynnikami są: implikacja prosta $\max [(1 - p), q]$ i odwrotna $\max [(1 - q), p]$.

Spotykamy niekiedy w pracach logicznych (H. Greniewski³¹) wyrażenie funkcyjne postaci $p \downarrow q$, co czytamy: „ani p , ani q ”; funkcję tę — jako uzupełnienie wywodów zasadniczych — omówimy pokrótce w tym miejscu. Zwracamy na nią uwagę również dlatego, że znajduje ona zastosowanie w szeregu prac dotyczących roli układów logicznych (zwłaszcza opartych na rachunku zdań) w opisie faktów i obiektów empirycznych (np. J. Jaczewski³²). Definicja semantyczna tego wyrażenia jest następująca:

(Df₁₂) Funkcja Peirce’a przechodzi w zdanie prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy oba jej argumenty są fałszywe; w pozostałych przypadkach jest oczywiście zdaniem fałszywym.

W ten sposób zdanie: „Ani Kraków leży nad Dunajem, ani Londyn nad Sekwaną”, jest zdaniem prawdziwym, gdyż zgodnie z (Df₁₂) oba człony zdania złożonego są fałszywe. Ale jeśli powiemy: „Ani W. Hugo jest Francuzem, ani H. Balzac jest Anglikiem”, to utworzone tym sposobem zdanie jest na mocy (Df₁₂) fałszywe, pierwszy bowiem jego człon jest prawdziwy.

A oto charakterystyka matrycowa funkcji Peirce’a:

p, q	$p \downarrow q$
1 1	0
1 0	0
0 1	0
0 0	1

Do własności charakterystycznych tego wyrażenia należy m.in. to, że mając daną wartość logiczną jednego z członów, możemy przewidzieć, jaka będzie wartość logiczna całości. Jeśli np.: pierwszy lub drugi człon jest prawdziwy, to — niezależnie od wartości pozostałych członów — całość naturalnie jest fałszywa. W przypadku zaś fałszywości jednego z tych członów wartość logiczna

³¹ H. Greniewski, *Elementy logiki formalnej*, Warszawa 1955, s. 156 i n.

³² J. Jaczewski, *Układy logiczne dla zastosowań przemysłowych*, Warszawa 1970.

całości jest odwrotna do wartości drugiego członu. Własności te notujemy:

$$\begin{aligned}(p \downarrow 1) &= 0 & (p \downarrow 0) &= \sim p \\ (1 \downarrow q) &= 0 & (0 \downarrow q) &= \sim q\end{aligned}$$

W zapisie *maxmin* funkcję Peirce'a można przedstawić następująco:

$$(a_7) \quad (p \downarrow q) = [1 - \max(p, q)]$$

Stosując metodę zerojedynekową natychmiast przekonujemy się o równoważności logicznej wyrażeń występujących w formule (a₇) po obu stronach znaku równości.

Przedstawione wyżej funkcje prawdziwościowe nie wyczerpują wszystkich możliwych dwuargumentowych wyrażeń zdaniowych przyjmujących jedną z dwu wartości: prawdy („1”) lub fałszu („0”). Tego rodzaju wyrażeń funkcyjnych w logice dwuwartościowej dla dwu argumentów zdaniowych jest szesnaście. A oto ich pełny zestaw:

Tabela 1

<i>p, q</i>	<i>F</i> ₁	<i>F</i> ₂	<i>F</i> ₃	<i>F</i> ₄	<i>F</i> ₅	<i>F</i> ₆	<i>F</i> ₇	<i>F</i> ₈
1 1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 0	1	1	1	1	0	0	0	0
0 1	1	1	0	0	1	1	0	0
0 0	1	0	1	0	1	0	1	0

Następną tabelę otrzymujemy, negując funkcje *F*₁—*F*₈; jej zapis jest następujący:

Tabela 2

<i>p, q</i>	<i>F</i> ₉	<i>F</i> ₁₀	<i>F</i> ₁₁	<i>F</i> ₁₂	<i>F</i> ₁₃	<i>F</i> ₁₄	<i>F</i> ₁₅	<i>F</i> ₁₆
1 1	0	0	0	0	0	0	0	0
1 0	0	0	0	0	1	1	1	1
0 1	0	0	1	1	0	0	1	1
0 0	0	1	0	1	0	1	0	1

Z łatwością spostrzegamy, że znane nam już z poprzednich analiz wyrażenia funkcyjne to: F_2 — alternatywa nierozłączna, F_5 — implikacja, F_7 — ekwiwalencja, F_8 — koniunkcja, F_{10} — funkcja Peirce'a, F_{15} — alternatywa rozłączna i F_{16} — dysjunkcja. Ponadto zauważamy, że np. F_{13} to zanegowana implikacja, F_3 — implikacja odwrotna ($p \leftarrow q$) oraz F_{11} — negacja implikacji odwrotnej. W naszych rozważaniach zwróciliśmy uwagę na siedem spośród owych szesnastu wyrażeń funkcyjnych rachunku zdań. Uczyniliśmy tak dlatego, że te właśnie funkcje zdaniowe odgrywają istotną rolę zarówno w budowie praw i reguł logicznych, jak i w zastosowaniach logiki formalnej do opisu oraz analizy logicznej języka naturalnego, zwłaszcza jego struktur zdaniowych. Nie bez znaczenia jest również fakt, że za pomocą niektórych z tych siedmiu funkcyjów (np. negacji i implikacji) możemy zdefiniować inne wyrażenia rachunku zdań, czym pokrótce zajmiemy się w dalszych wywodach.

Tezy (prawa) logiczne ze zmiennymi zdaniowymi

Wyrażenia funkcyjne o argumentach zdaniowych stanowią podstawę do konstrukcji praw logicznych rachunku zdań, czyli formuł (nazywanych również tezami), które mają tę własność, że przy dowolnych wartościach (tj. prawdy lub fałszu) ich argumentów przechodzą w zdania prawdziwe. Otóż w zależności od warunków prawdziwości, funkcje zdaniowe dzielimy na trzy klasy:

- a) tożsamościowo fałszywe,
- b) spełnialne,
- c) tożsamościowo prawdziwe (tautologie).

Do wyrażeń funkcyjnych tożsamościowo fałszywych zaliczymy takie wyrażenia, które przy dowolnych wartościach ich argumentów przechodzą w zdania fałszywe. Za przykład takiej właśnie funkcji może posłużyć następujące wyrażenie:

$$(x) \quad p \cdot \sim p,$$

co czytamy: p i nieprawda, że p . Nietrudno zauważyć, że i w języku naturalnym zdanie zbudowane w oparciu o ten schemat uznamy również za fałszywe. Jeśli bowiem ktoś np. twierdzi: „Piotr jest lotnikiem i nieprawda, że Piotr jest lotnikiem”, to skłonni jesteśmy przypuszczać, że nie rozumie on w sposób właściwy co najmniej niektórych wyrazów języka polskiego, albo też możemy przypuszczać, iż wypowiada tego rodzaju zdanie dla celów zabawowych. W każdym razie wykształcona na obyczaju językowym nasza intuicja każe nam odrzucić tego typu zwrot jako fałszywy. Ponadto z konstrukcji owego zdania spostrzegamy, że jeden i tylko jeden z jego członów jest fałszywy, stąd owa koniunkcja musi być fałszywa (bez konfrontacji treści tegoż zdania z faktem, którego dotyczy — w tym przypadku osobą — nie wiemy jednak, który z jego członów jest prawdziwy: pierwszy czy też drugi). To, iż formuła (x) przechodzi zawsze w zdanie fałszywe, możemy też wykazać za pomocą metody zerojedynkowej. W tym celu zauważmy, że formuła ta jest funkcją jednej zmiennej, mianowicie zmiennej zdaniowej p ; wobec tego możliwe są dwa podstawienia za tę zmienną $p=1$ oraz $p=0$. W ten sposób przekonujemy się, że przy każdym z tych podstawień wyrażenie (x) przechodzi w zdanie fałszywe, mianowicie:

$$\text{— dla } p=1: \quad (1 \cdot \sim 1) = (1 \cdot 0) = 0$$

$$\text{— dla } p=0: \quad (0 \cdot \sim 0) = (0 \cdot 1) = 0$$

Wykazaliśmy zatem, że wyrażenie zdaniowe (x) należy do zbioru wyrażeń tożsamościowo fałszywych.

Funkcja spełnialna (rachunku zdań) charakteryzuje się tym, że przy jednych wartościach jej argumentów przechodzi w zdanie prawdziwe, przy innych — w fałszywe. Do tej klasy należą np. funkcje F_2 (alternatywa nierozłączna), F_5 (implikacja) czy też F_8 (koniunkcja); nie należy zaś funkcja F_9 , gdyż dla dowolnych wartości jej argumentów przechodzi w zdanie fałszywe. Dodajmy, że każda z rozważanych przez nas funkcji zdaniowych, a scharakteryzowanych za pomocą matryc (1) — (8) należy do klasy funkcji spełnialnych; matryce owe wskazują właśnie, dla jakich wartości dowolna z tych funkcji przechodzi w zdanie prawdziwe, a dla jakich — w fałszywe.

Na szczególną jednakże uwagę zasługują wyrażenia zdaniowe tożsamościowo prawdziwe. Jest tak dlatego, ponieważ tworzą one zbiór twierdzeń (tautologii) rachunku zdań. Wyrażenia te przyjmuje się również za podstawę przy budowie innych działów logiki (np. logiki predykatów). Zauważmy też, iż niektórzy logicy (np. T. Kotarbiński³³) twierdzenia owe określają mianem praw logicznych, akcentując w ten sposób ich walor metodologiczny. Szerszym omówieniem pragmatycznej ważności praw logicznych, konstruowanych w języku rachunku zdań, zajmiemy się w dalszej części naszych wywodów; w tym miejscu natomiast chcielibyśmy zwrócić uwagę na pewien aspekt metodologiczny tej teorii, ten mianowicie, że istnieją co najmniej trzy sposoby konstrukcji twierdzeń należących do logiki zdań:

- 1) opisowo-algorytmiczny,
- 2) założeniowy,
- 3) aksjomatyczny.

I chociaż nie będziemy szerzej omawiać każdego z wymienionych wyżej sposobów konstrukcji twierdzeń rachunku zdań, zwróćmy jednak uwagę, że sposób algorytmiczny czy też — jak się go niekiedy nazywa — algorytmiczno-opisowy, polega na tym, że odwołujemy się do pewnych procedur postępowania niejako zautomatyzowanego. Do tego celu służy nam np. metoda zerojedynkowa, za pomocą której możemy efektywnie rozstrzygać, czy dane wyrażenie jest, czy też nie jest tezą logiczną. Metoda założeniowa, nazywana też dedukcją naturalną, obszernie zaprezentowana w polskiej literaturze logicznej przez Jerzego Śłupeckiego i Ludwika Borkowskiego w pracy *Elementy logiki matematycznej i teorii mnogości*³⁴, należy do szeroko stosowanej w innych dziedzinach nauk ścisłych, w tym również w dyscyplinach elementarnych, jak np. matematyka szkolna. Procedura dowodu wedle tej metody polega — najogólniej mówiąc — na tym, że przyjmuje się pewne wyrażenia jako założenia dowodu (nie zawsze, dodajmy, założeniami dowodu muszą być tezy, mogą być też

³³ T. Kotarbiński, *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*, wyd. cyt., jak też *Kurs logiki dla prawników*, wyd. cyt.

³⁴ Metodę przekształceń dedukcji naturalnej stosował spośród logików polskich również S. Jaśkowski.

inne wyrażenia sensowne rachunku zdań), a następnie w oparciu o przyjęte w rozważanym systemie reguły pierwotne lub wtórne dokonuje się odpowiednich przekształceń, które w końcowym wyniku powinny doprowadzić do wykazania prawdziwości danej tezy. Przyjmując np. jako pierwotną regułę: Jeżeli uznajemy wyrażenie „z p wynika q ” i uznajemy negację q , czyli zwrot: „nieprawda, że q ”, to wolno nam uznać negację p , tj. wyrażenie: „nieprawda, że p ”, możemy przeprowadzić dowód nie wprost tezy:

$$(x) \qquad (p \rightarrow q) \rightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$$

W tym celu wypisujemy założenia dowodu nie wprost:

- | | | |
|-----------------------|---|--|
| (1) $p \rightarrow q$ | } | założenia dowodu |
| (2) $\sim q$ | | |
| (3) p | } | założenie dowodu nie wprost |
| (4) $\sim p$ | | na podstawie przyjętej wyżej reguły oraz wierszy (1) i (2) |

s p r z e c z n o ś ć : między wierszem (3) a (4), co kończy dowód.

Wykazaliśmy więc, że wyrażenie (x) jest tezą (prawem) rachunku zdań; do tezy tej powrócimy jeszcze w naszych wywodach nad rachunkiem zdań.

W dalszym toku rozważań zwrócimy uwagę na opisowo-algorytmiczny sposób budowy twierdzeń logicznych, jak też wskażemy na ogólne zasady postępowania przy budowie systemu aksjomatycznego.

Wstępne założenia metody opisowo-algorytmicznej (nazywanej — jak już nadmieniliśmy — metodą zerojedynkową) konstrukcji twierdzeń logicznych nakreśliliśmy wyżej, stwierdzając, że tezą logiczną jest dowolne wyrażenie sensowne rachunku zdań, które dla każdego z możliwych układów wartości „1” i „0” staje się zdaniem prawdziwym. Przystąpmy zatem do charakterystyki wybranych tez logiki zdań; będziemy zwracali przy tym uwagę na wybrane twierdzenia z jedną oraz z dwiema zmiennymi zdaniowymi, jak też tylko na niektóre tezy z trzema i więcej zmiennymi. Należy zauważyć, że tego rodzaju praw można by utworzyć nieskończenie wiele, przekształcając chociażby te, o których bę-

dzie mowa poprzez wielokrotne stosowanie względem nich reguły zastępowania lub podstawiania*. Logicy jednakże nie dążą do wypisywania zbyt dużej liczby tego rodzaju twierdzeń, gdyż niekiedy mogą to być twierdzenia trywialne, bez istotnych walorów poznawczych lub metodologicznych. Zwraca się zatem uwagę głównie na takie tezy logiczne, które odgrywają pewną rolę w kształceniu naszej intuicji logicznej lub są przydatne przy konstrukcji dowodów interesujących nas twierdzeń nauk szczegółowych, albo też są zbliżone w swojej konstrukcji do rozumowań niejako typowych dla praktyki komunikacyjnej urzeczywistnianej za pośrednictwem odpowiednich języków naturalnych. Innym względem, również niekiedy branym pod uwagę przy doborze twierdzeń rachunku zdań, jest ich ważność przy konstrukcji systemów aksjomatycznych, ale o tym powiemy szerzej w innym miejscu.

Poddając analizie odpowiednie tezy, przyjmujemy następujący porządek postępowania: najpierw podamy zapis danej tezy w postaci formalnej, po czym sposób jej czytania oraz dowód za pomocą metody zerojedynkowej, a na koniec — przykład ilustrujący jej interpretację w języku potocznym.

(1) Prawa logiczne z jedną zmienną zdaniową

Do tez logiki zdań zaliczamy następujące formuły zawierające jedną zmienną zdaniową:

$$T_1: p \rightarrow p$$

Tezę tę nazywamy implikacyjnym prawem tożsamości; głosi się w niej, że z dowolnego zdania p wynika właśnie to zdanie p . Innymi słowy, każde zdanie (w sensie logicznym) implikuje samo siebie. Tezę T_1 czytamy: jeśli p , to p , lub: z p wynika p . Podstawiając za zmienną zdaniową p odpowiednio wartości „1” i „0”, otrzymujemy:

- 1) Jeżeli $p = 1$, to $(p \rightarrow p) = 1$
- 2) Jeżeli $p = 0$, to $(p \rightarrow p) = 1$,

* Regułę zastępowania formułujemy na s. 192, natomiast regułę podstawiania podajemy na s. 211.

co stanowi dowód tezy T_1 . Na mocy tegoż dowodu uznajemy T_1 za twierdzenie rachunku zdań. Przykład ilustrujący zastosowanie tej tezy w języku potocznym, tj. zinterpretowanie jej na gruncie tego języka, nie brzmi zbyt interesująco; nie zawsze jednak twierdzenia logiki — skądinąd o dużej doniosłości — dają się dobrze ilustrować na przykładach zaczerpniętych z języka potocznego, co naturalnie nie umniejsza w niczym ich ważności metodologicznej. Przykładem zdaniowym, za pomocą którego zinterpretujemy T_1 , może być następujący zwrot (w przykładzie tym za zmienną zdaniową p podstawiamy zdanie: „J. Gagarin jest pierwszym kosmonautą świata”):

Jeżeli J. Gagarin jest pierwszym kosmonautą świata,
to

J. Gagarin jest pierwszym kosmonautą świata.

Oprócz implikacyjnej istnieje też postać ekwiwalencyjna prawa tożsamości:

$$T_{1a}: p = p$$

co czytamy: p równoważne p . Sens tej tezy jest, jak sądzimy, dość jasny: każde zdanie jest z sobą równoważne. Dowód T_{1a} jak i ilustrację na przykładzie z języka potocznego pozostawiamy czytelnikowi.

Następną tezę, którą poddamy analizie i omówieniu, jest

$$T_2: p + \sim p$$

Twierdzenie T_2 określamy mianem prawa wyłączonego środka i czytamy: p lub nieprawda, że p . W logice dwuwartościowej — co na podstawie T_2 możemy stwierdzić — z dwóch zdań sprzecznych jedno jest prawdziwe. A oto algorytmiczny tok postępowania przy sprawdzaniu T_2 jako wyrażenia, co do którego chcemy rozstrzygnąć, czy należy ono do twierdzeń logiki zdań czy też jest inaczej. Zobaczmy zatem, czy przy dowolnych wartościach zmiennej p T_2 będzie wyrażeniem prawdziwym:

1) Jeżeli $p = 1$, to $(p + \sim p) = 1$

2) Jeżeli $p = 0$, to $(p + \sim p) = 1$

Algorytm zerojedynkowy przekonuje nas zatem, że T_2 jest twierdzeniem rachunku zdań. Niech następujący przykład zilustruje sposób rozumienia tezy T_2 w języku potocznym:

Na Marsie istnieje życie

lub

nieprawda, że na Marsie istnieje życie.

Dostrzegamy natychmiast, że w wyniku podstawienia w T_2 pod zmienną p zdania: „Na Marsie istnieje życie biologiczne”, otrzymaliśmy zdanie prawdziwe. Nie wiemy jednak, które ze zdań składowych — wzajemnie oczywiście sprzecznych — jest fałszywe. Wiemy natomiast, że jedno z tych zdań jest prawdziwe lub — co więcej — że jedno z nich m u s i być prawdziwe. Oprócz zapisu za pomocą alternatywy nierozłącznej, możemy też prawo wyłączonego środka zanotować korzystając z funkcyj alternatywy rozłącznej i dysjunkcji. Przyjmujemy, że są to jedynie nieistotne modyfikacje tezy T_2 :

$$T_{2a}: p \neq \sim p,$$

$$T_{2b}: p/\sim p$$

Tezy powyższe odpowiednio czytamy: p albo nie- p ; albo p , albo nie- p . Uzasadnienie i ilustrację pomijamy ze względu na analogię tych twierdzeń do T_2 .

Rozważmy kolejną tezę z jedną zmienną. Jest nią wyrażenie:

$$T_3: \sim (p \cdot \sim p)$$

Tezę T_3 , którą nazywamy p r a w e m s p r z e c z n o ś c i, czytamy: nieprawda, że p i nie- p . Należy zwrócić uwagę, że negacja: „nieprawda, że...” odnosi się oczywiście do całości wyrażenia: „ $p \cdot \sim p$ ”, co zresztą w zapisie formalnym zostało zaznaczone w postaci nawiasów, lecz nie jest łatwe do oddania w mowie lub w zapisie niesformalizowanym. Zasługuje na uwagę to, że teza T_3 , podobnie zresztą jak i T_2 , ma dużą doniosłość metodologiczną. Na podstawie tej tezy stwierdzamy, że z dwóch zdań sprzecznych jedno jest fałszywe, czyli nie może być tak, aby była jednocześnie prawdziwa koniunkcja dwóch zdań sprzecznych: p i nie- p . Prawo sprzeczności było przedmiotem dyskusji ze strony osób, które dostrzegały niezgodność między tym, co się w prawie sprzeczności

stwierdza, a założeniami ontologii dialektycznej. Przebieg dyskusji wykazał jednak, że niezgodność taka jest pozorna, gdyż założenia ontologii dotyczą rzeczywistości pozajęzykowej, a T_3 traktuje o sądach lub zdaniach, za pomocą których owe sądy wypowiadamy.

Dowód T_3 przeprowadzimy metodą zerojedynkową, upraszczając nieco tę procedurę, którą stosowaliśmy przy dowodzie tez T_1 i T_2 ; podstawiając mianowicie odpowiednio pod zmienną p wartości prawdy i fałszu otrzymujemy:

$$1) \sim (1 \cdot \sim 1) = \sim (1 \cdot 0) = \sim (0) = 1$$

$$2) \sim (0 \cdot \sim 0) = \sim (0 \cdot 1) = \sim (0) = 1$$

Za przykład ilustrujący T_3 może posłużyć następujące zdanie:

Nieprawda, że Jan wykonał zadanie

i

Jan nie wykonał zadania.

Przejdźmy następnie do omówienia grupy praw z jedną zmienną zdaniową opartych na funktorach negacji, implikacji i ekwiwalencji. Mówimy w tym przypadku o „grupie”, gdyż 1° — jest ich więcej niż dwa, i 2° — występują między tymi prawami określone zależności. Są to mianowicie następujące tezy:

$$T_4: \quad \sim (\sim p) \rightarrow p$$

$$T_{4a}: \quad p \rightarrow \sim (\sim p)$$

$$T_{4b}: \quad \sim (\sim p) = p$$

Twierdzenia te określamy mianem praw podwójnego przeczenia, przy czym teza T_4 jest prawem o postaci implikacji prostej, T_{4a} — implikacji odwrotnej, natomiast T_{4b} stanowi postać ekwiwalencyjną prawa podwójnego przeczenia. Sposób czytania powyższych wyrażeń i ich interpretacji w języku potocznym podamy na przykładzie tezy T_4 , a więc twierdzenie to czytamy: jeśli nieprawda, że nie- p , to p . A oto przykład zdaniowy: „Jeśli nieprawda, że Jan nie jest dowódcą dywizji, to Jan jest dowódcą dywizji”. Zauważmy też, iż w rozważanych tezach stwierdza się istotną własność negacji, mianowicie tę, że jeśli w danym wyrażeniu występują po sobie dwie — odnoszące się do tego wyrażenia — negacje, to takie negacje możemy opuścić. In-

nymi słowy, dwie negacje dotyczące jednego i tego samego wyrażenia znoszą się. Podobnie zresztą jak dwa znaki „minus” poprzedzające daną liczbę lub zmienną liczbową, np. $-(- y) = y$.

Do praw z jedną zmienną zdaniową należą również następujące wyrażenia:

$$T_5: (p \rightarrow \sim p) \rightarrow \sim p$$

$$T_{5a}: (\sim p \rightarrow p) \rightarrow p$$

Tezę T_5 czytamy: jeśli z p wynika nie- p , to nie- p . Twierdzenie powyższe możemy też zinterpretować następująco: jeśli z danego zdania p , wynika jego negacja, czyli nie- p , to na tej podstawie należy przyjąć negację zdania pierwszego, tj. nie- p . Co się zaś tyczy tezy T_{5a} , to ją czytamy: jeśli z nie- p wynika p , to p . Innymi słowy, gdy z negacji danego zdania wynika to właśnie zdanie, to jest tak, że należy przyjąć owo zdanie. Twierdzenia T_5 i T_{5a} nazywamy zazwyczaj prawami redukcji do absurdu. Dowód metodą algorytmiczno-opisową (tj. zerojedynkową) tych tez jest następujący:

$$T_5: \quad a) \text{ dla } p = 1: [(1 \rightarrow \sim 1) \rightarrow \sim 1] = [(1 \rightarrow 0) \rightarrow 0] = \\ = (0 \rightarrow 0) = 1$$

$$b) \text{ dla } p = 0: [(0 \rightarrow \sim 0) \rightarrow \sim 0] = [(0 \rightarrow 1) \rightarrow 1] = \\ = (1 \rightarrow 1) = 1,$$

$$T_{5a}: \quad a) \text{ dla } p = 1: [(\sim 1 \rightarrow 1) \rightarrow 1] = [(0 \rightarrow 1) \rightarrow 1] = \\ = (1 \rightarrow 1) = 1$$

$$b) \text{ dla } p = 0: [(\sim 0 \rightarrow 0) \rightarrow 0] = [(1 \rightarrow 0) \rightarrow 0] = \\ = (0 \rightarrow 0) = 1$$

Warto odnotować, że teza T_{5a} znana była już Euklidesowi [ok. 365 (?) — 300 (?) p.n.e., zwanemu również aleksandryjskim] w tym sensie, że stosował on tę tezę przy konstrukcji dowodu nie wprost. W wieku XVI na rozumowania oparte na T_{5a} wskazał ponownie matematyk włoski Geronimo Cardano (1501—1576). Tym jednakże, „który — jak zauważa H. Greniewski — świadomie omawiane twierdzenie logiki zdań w czasach nowożytnych sformułował, był, jak się zdaje...”³⁵ Christofor Clavius (1537—1612), matematyk i komentator *Elementów*... Euklidesa. Clavius — zrób-

³⁵ H. Greniewski, *Elementy logiki formalnej*, wyd. cyt., s. 421.

my w tym miejscu niewielką dygresję — jest również twórcą kalendarza gregoriańskiego (obowiązuje od 1.III.1582 r.), którym posługujemy się dotychczas. Dodajmy jeszcze, że szerokie zastosowanie znajdują tezy T_5 i T_{5a} w logice założeniowej, gdzie w oparciu o nie budujemy dowody nie wprost³⁶.

(2) Prawa logiczne z dwiema zmiennymi zdaniowymi

Następną klasą praw logicznych, które będą stanowiły przedmiot naszej analizy, są twierdzenia z dwiema zmiennymi zdaniowymi. Podobnie jak przy charakterystyce tez z jedną zmienną, zwróćmy i w tym przypadku uwagę na niewielką liczbę wybranych twierdzeń, głównie takich, co do których żywi się przekonanie, że: 1° — nie odbiegają zbyt daleko od sposobu myślenia potocznego, ściślej — potocznego sposobu wysławiania myśli, i 2° — nadają się do zastosowań w rozumowaniach spotykanych w praktyce codziennej, w tym naturalnie i wojskowej (w szerokim zwłaszcza rozumieniu tej ostatniej).

Analizę naszą rozpoczynamy od tezy, która wydaje się bardzo bliska naszej, wykształconej na empirii komunikacyjnej, intuicji logicznej. Jest nią teza

$$T_6: (p \rightarrow q) \rightarrow (\sim q \rightarrow \sim p),$$

którą nazywamy prawem transpozycji prostej i czytamy: jeśli z p wynika q , to z nie- q wynika nie- p . Innymi słowy, w tezie tej stwierdza się, że jeśli uznajemy implikację: $p \rightarrow q$, to możemy też uznać implikację: $\sim q \rightarrow \sim p$, różniącą się — jak zauważamy — od pierwszej tym, że jej poprzednikiem jest zanegowany następnik, a następnikiem zanegowany poprzednik tej pierwszej. Ilustracją tej tezy może być zdanie:

Jeśli z tego, że liczba a jest podzielna przez 6, wynika, że liczba a jest podzielna przez 2,

to

z tego, że liczba a nie jest podzielna przez 2, wynika, że liczba a nie jest podzielna przez 6.

³⁶ Por. J. Słupecki i L. Borkowski, *Elementy logiki matematycznej i teorii mnogości*, wyd. cyt.

Jak łatwo zauważyć, konstruując powyższy przykład podstawiliśmy za zmienne p, q tezy T_6 zdania: $p =$ liczba a jest podzielna przez 6; $q =$ liczba a jest podzielna przez 2. Odnotujmy w tym miejscu, że w rozumowaniach spotykanych niekiedy w języku potocznym uznaje się, iż zachodzi stosunek wynikania między następującymi implikacjami: jeśli z p wynika q , to z $\text{nie-}p$ wynika $\text{nie-}q$. W zapisie sformalizowanym wyrażenie powyższe przyjmuje postać: $(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim p \rightarrow \sim q)$. Odwołując się do podanego wyżej przykładu, interpretację zdaniową tego wyrażenia możemy podać w następującej postaci: jeśli z tego, że liczba a jest podzielna przez 6, wynika, że liczba a jest podzielna przez 2, to z tego: liczba a nie jest podzielna przez 6, wynika, że liczba a nie jest podzielna przez 2. W przykładzie tym wskazuje się wyraźnie na bezpodstawność i oczywistą zawodność takiego rozumowania. W dalszych wywodach wykażemy również za pomocą środków logicznych, że omawiane wyrażenie nie jest tezą logiki zdań.

Korzystając z metody zerojedynkowej wykażemy, że teza T_6 jest twierdzeniem rachunku zdań. W tym celu dokonamy czterech podstawień, mając bowiem dwie zmienne, z których każda może być zastąpiona przez jedną z dwu wartości: „1” lub „0”, otrzymujemy $2^2 = 4$ podstawienia. Zauważmy, że dla trzech zmiennych takich podstawień będziemy mieli osiem, gdyż $2^3 = 8$, a dla n zmiennych należy wykonać 2^n podstawień, co dla n odpowiednio dużego staje się dość uciążliwe. W przypadku zaś T_6 procedura polegająca na wykonaniu podstawień jest następująca:

a) dla $p = 1$ i $q = 1$:

$$(1 \rightarrow 1) \rightarrow (\sim 1 \rightarrow \sim 1) = [1 \rightarrow (0 \rightarrow 0)] = (1 \rightarrow 1) = 1$$

b) dla $p = 1$ i $q = 0$:

$$(1 \rightarrow 0) \rightarrow (\sim 0 \rightarrow \sim 1) = [0 \rightarrow (1 \rightarrow 0)] = (0 \rightarrow 0) = 1$$

c) dla $p = 0$ i $q = 1$:

$$(0 \rightarrow 1) \rightarrow (\sim 1 \rightarrow \sim 0) = [1 \rightarrow (0 \rightarrow 1)] = (1 \rightarrow 1) = 1$$

d) dla $p = 0$ i $q = 0$:

$$(0 \rightarrow 0) \rightarrow (\sim 0 \rightarrow \sim 0) = [1 \rightarrow (1 \rightarrow 1)] = (1 \rightarrow 1) = 1$$

Zauważmy, że tezą jest również implikacja odwrotna do T_6 :

$$T_{6a}: (\sim q \rightarrow \sim p) \rightarrow (p \rightarrow q),$$

co czytamy: jeśli z nie- q wynika nie- p , to z p wynika q . Wobec tego, że mamy implikację prostą T_6 i odwrotną T_{6a} , prawo transpozycji prostej możemy zanotować w postaci formuły, w której centralnym funktorem będzie funktor ekwiwalencji (równoważności):

$$T_{6b}: (p \rightarrow q) = (\sim q \rightarrow \sim p)$$

Tezę powyższą czytamy: z wyrażenia zdaniowego p wynika wyrażenie zdaniowe q wtedy i tylko wtedy, gdy z wyrażenia zdaniowego nie- q wynika nie- p . Stosując metodę zerojedynkową, możemy z łatwością wykazać — co pozostawiamy jako ćwiczenie czytelnikowi — że T_{6b} jest tezą logiki zdań. A oto zdanie, za pomocą którego możemy zilustrować tę tezę:

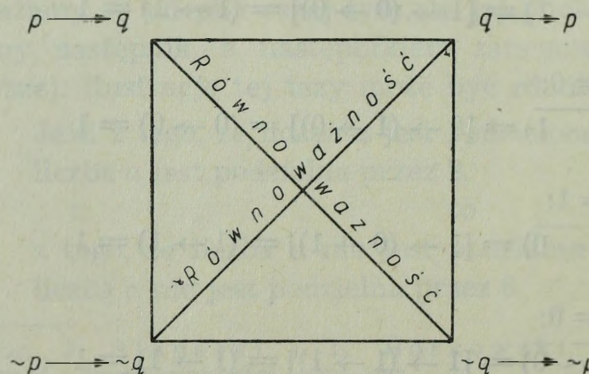
Ze zdania: dana figura geometryczna jest trójkątem równobocznym,

wynika zdanie: kąty wewnętrzne tej figury mają po 60° ,
wtedy i tylko wtedy, gdy

ze zdania: kąty wewnętrzne danej figury geometrycznej (na płaszczyźnie) nie mają po 60° ,

wynika zdanie: figura ta nie jest trójkątem równobocznym.

Związki między implikacją prostą: $p \rightarrow q$, odwrotną: $q \rightarrow p$, przeciwną: $\sim p \rightarrow \sim q$, i przeciwstawną: $\sim q \rightarrow \sim p$, ilustruje schemat nazywany zazwyczaj kwadratem logicznym praw transpozycji:



Rys. 16

Implikacje znajdujące się na przekątnych kwadratu — i tylko te implikacje — są równoważne, tzn. jeśli jedna z nich jest prawdziwa, to i druga musi być prawdziwa. Innymi słowy, implikacje te są sobie równoważne pod względem wartości logicznych. Uogólniając możemy też powiedzieć, że jeśli mamy dane twierdzenie postaci jednej z implikacji występującej na którymkolwiek wierzchołku owego kwadratu, możemy także uznać za twierdzenie implikację jej przeciwną. Jeśli np. w lewym górnym wierzchołku omawianego kwadratu występuje twierdzenie implikacyjne o kształcie $\alpha \rightarrow \sim \beta$, to jest też twierdzeniem wyrażenie przeciwstawne mu (należące do prawego dolnego wierzchołka kwadratu), mianowicie o kształcie $\beta \rightarrow \sim \alpha$.

Należy w tym miejscu zwrócić uwagę, że nie są równoważne implikacje znajdujące się wzdłuż pionowych boków kwadratu, czyli $p \rightarrow q$ oraz $\sim p \rightarrow \sim q$, jak też $q \rightarrow p$ i $\sim q \rightarrow \sim p$. Posługując się metodą zerojedynkową, możemy z łatwością wykazać, że żadna z wymienionych par wyrażeń implikacyjnych nie spełnia warunku wymaganego od tezy logicznej, tj. przejścia w zdanie prawdziwe przy dowolnym podstawieniu za zmienne zdaniowe p, q odpowiednich wartości („1”, „0”). Aby wykazać, że tak właśnie jest, jak też aby zaprezentować efektywność metody zerojedynkowej w zastosowaniach dowodowych — w tym przypadku do sfalsyfikowania wyrażenia — przeprowadzimy sprawdzenie jednej z formuł, mianowicie utworzonej z implikacji znajdujących się w dwu lewych wierzchołkach (górnym i dolnym) kwadratu logicznego. Jest to zatem formuła postaci:

$$(x) \quad (p \rightarrow q) \rightarrow (\sim p \rightarrow \sim q)$$

Podstawmy więc w wyrażeniu (x) — zgodnie z wymogami metody zerojedynkowej — za zmienne zdaniowe p, q odpowiednie pary wartości logicznych:

a) dla $p = 1$ i $q = 1$:

$$(1 \rightarrow 1) \rightarrow (\sim 1 \rightarrow \sim 1) = [1 \rightarrow (0 \rightarrow 0)] = (1 \rightarrow 1) = 1$$

b) dla $p = 1$ i $q = 0$:

$$(1 \rightarrow 0) \rightarrow (\sim 1 \rightarrow \sim 0) = [0 \rightarrow (0 \rightarrow 1)] = (0 \rightarrow 1) = 1$$

c) dla $p = 0$ i $q = 1$:

$$(0 \rightarrow 1) \rightarrow (\sim 0 \rightarrow \sim 1) = [1 \rightarrow (1 \rightarrow 0)] = (1 \rightarrow 0) = 0$$

d) dla $p = 0$ i $q = 0$:

$$(0 \rightarrow 0) \rightarrow (\sim 0 \rightarrow \sim 0) = [1 \rightarrow (1 \rightarrow 1)] = (1 \rightarrow 1) = 1$$

Na podstawie zatem wyników powyższych operacji podstawiania (a) — (d), ściślej — wyniku uzyskanego w podstawieniu (c), stwierdzamy, że formuła (x) nie jest tezą. Można by również podać przykład zdaniowy zbudowany w oparciu o wyrażenie (x), w którym podstawiając za zmienne p , q odpowiednie zdania, otrzymamy implikację fałszywą. Przykładem takiej implikacji może być następujące zdanie:

Jeżeli z tego, że liczba a jest podzielna przez 10, wynika, iż
liczba a jest podzielna przez 5,

to

jeżeli liczba a nie jest podzielna przez 10, to liczba a nie
jest podzielna przez 5.

Z łatwością zauważamy, iż mimo prawdziwości założeń wynik rozumowania jest fałszywy, gdyż nie jest prawdą, iż podzielność przez dziesięć jest warunkiem koniecznym podzielności przez pięć, chociaż — dodajmy — jest takiej podzielności warunkiem wystarczającym. Rozumowanie zatem według wyrażenia (x) jest zawodne, tj. ma tę własność, że nie gwarantuje — co czynią reguły oparte na prawach logicznych³⁷ — przy prawdziwych założeniach takiego też wniosku; formuła (x) nie ma rzecz oczywista waloru tezy logicznej, co wykazaliśmy zarówno przez dowód formalny, stosując algorytm zerojedynkowy, jak poprzez interpretację zdaniową.

Tezy logiczne, oprócz tego, że służą do konstrukcji czy też rekonstrukcji wywodu logicznego (głównie w naukach matematycznych), również mogą być wykorzystane do budowy reguł wnioskowania, nazywanych też regułami dowodzenia³⁸.

Co nazywamy regułą wnioskowania? Nie pretendując do ścisłości powiemy, że regułą wnioskowania jest wyrażenie zdaniowe,

³⁷ Tamże.

³⁸ Tamże.

w którym wskazuje się, jak od wyrażeń określonego kształtu nazywanych założeniami wnioskowania przejść do wyrażeń będących konsekwencjami owych założeń. Konsekwencje te nazywamy też wnioskami. Innymi słowy, reguły wnioskowania są to przepisy wykonywania operacji logicznych, które określonym układom wyrażeń $a_1, a_2, \dots, a_k$ przyporządkowują wyrażenie Z w taki sposób, że Z jest logiczną konsekwencją wyrażeń $a_1, a_2, \dots, a_k$. Wyjaśnijmy, że dana teza Z jest konsekwencją albo wnioskiem ze zbioru zdań $Z(X)$ wtedy, gdy zdanie Z daje się udowodnić na podstawie zbioru wyrażeń $Z(X)$.

Po tych uwagach metodologicznych przejdźmy do konstrukcji reguły wnioskowania opartej na T_6 . Zapis tej reguły jest następujący:

$$R_1: \frac{a \rightarrow \beta}{\sim \beta \rightarrow \sim a}$$

Możemy też niezależnie od T_6 przeprowadzić dowód reguły R_1 , wykazując jej logiczną niezawodność. W tym celu założmy, że przy $a \rightarrow \beta$ prawdziwym $\sim \beta \rightarrow \sim a$ jest fałszywe. Zauważmy jednak, że po to, aby wyrażenie $\sim \beta \rightarrow \sim a$ było fałszywe, są konieczne następujące równości: $\sim \beta = 1$, czyli $\beta = 0$ i $\sim a = 0$, czyli $a = 1$. Ale wówczas wyrażenie $a \rightarrow \beta$ staje się zdaniem fałszywym, co jest sprzeczne z przyjętym założeniem. Wykazaliśmy w ten sposób, że zawsze ilekroć przesłanki w schemacie wnioskowania opisanym przez R_1 będą prawdziwe, to i wniosek musi być prawdziwy; inny bowiem wynik prowadzi do sprzeczności.

Na podstawie tezy T_{6b} jest oczywiste, że ma walor niezawodności logicznej również reguła:

$$R_{1a}: \frac{\sim \beta \rightarrow \sim a}{a \rightarrow \beta},$$

którą czytamy: jeśli uznajemy wyrażenie implikacyjne postaci $\sim \beta \rightarrow \sim a$, to możemy też uznać wyrażenie $a \rightarrow \beta$. Nadmienmy, że głównym funktorem tezy T_{6b} jest ekwiwalencja, stąd zasadność reguły R_{1b} opartej na tej tezie.

Przejdźmy do analizy dalszych formuł logicznych z dwiema zmiennymi. Będą to następujące tezy:

$$T_7: \sim (p \cdot q) \rightarrow (\sim p + \sim q)$$

$$T_8: \sim (p + q) \rightarrow (\sim p \cdot \sim q)$$

Formuły T_7 i T_8 nazywamy prawami De Morgana dla rachunku zdań (od nazwiska angielskiego logika i matematyka Augusta De Morgana). W tezie T_7 , którą czytamy: jeżeli nieprawda, że zarazem p i q , to nieprawda, że p , lub nieprawda, że q , stwierdza się, iż negując koniunkcję otrzymujemy alternatywę nierozłączną z zanegowanymi jej składnikami. Dla zilustrowania T_7 podstawmy za występujące w tej tezie zmienne zdaniowe następujące wyrażenia: $p =$ „Jan jest dowódcą pułku”, $q =$ „Jan nie jest oficerem”. W wyniku tego podstawienia otrzymujemy następujące zdanie:

Jeżeli (nieprawda, że Jan jest dowódcą pułku i Jan nie jest oficerem)

to

(nieprawda, że Jan jest dowódcą pułku lub nieprawda, że Jan nie jest oficerem).

Zauważmy, że następnik tej implikacji jest bardzo bliski — co do swej treści — rzeczywistym stanom rzeczy. W praktyce bowiem życia wojskowego nie zdarza się tak, aby dowódcą pułku był żołnierz nie posiadający stopnia oficerskiego.

Dowód T_7 metodą zerojedynkową jest następujący:

$$a) (1, 1): \sim (1 \cdot 1) \rightarrow (\sim 1 + \sim 1) = \sim 1 \rightarrow (0 + 0) = (0 \rightarrow 0) = 1$$

$$b) (1, 0): \sim (1 \cdot 0) \rightarrow (\sim 1 + \sim 0) = \sim 0 \rightarrow (0 + 1) = (1 \rightarrow 1) = 1$$

$$c) (0, 1): \sim (0 \cdot 1) \rightarrow (\sim 0 + \sim 1) = \sim 0 \rightarrow (1 + 0) = (1 \rightarrow 1) = 1$$

$$d) (0, 0): \sim (0 \cdot 0) \rightarrow (\sim 0 + \sim 0) = \sim 0 \rightarrow (1 + 1) = (1 \rightarrow 1) = 1$$

Łatwo wykazać, że prawdziwa jest również implikacja odwrotna względem T_7 :

$$T_{7a}: (\sim p + \sim q) \rightarrow \sim (p \cdot q)$$

Tezę powyższą czytamy: jeżeli nieprawda, że p , lub nieprawda, że q , to nieprawda, że zarazem p i q . Na podstawie T_7 i T_{7a} stwierdzamy, że główny funktor w tezie T_7 , tj. funktor implikacji, możemy zastąpić funktorem ekwiwalencji. Wobec czego jest również tezą logiczną następująca formuła:

$$T_{7b}: \sim (p \cdot q) = (\sim p + \sim q),$$

którą czytamy: nieprawda, że zarazem p i q wtedy i tylko wtedy, gdy nieprawda, że p lub nieprawda, że q . A oto przykład ilustrujący interpretację T_{7b} na gruncie języka naturalnego:

Zdanie: „Nieprawda, że Jan jest pilotem wojskowym i Jan jest krótkowidzem”,

jest równoważne zdaniu: „Nieprawda, że Jan jest pilotem wojskowym lub nieprawda, że Jan jest krótkowidzem”.

Teza T_8 , którą możemy wyrazić: jeśli nieprawda, że p lub q , to nieprawda, że p , i nieprawda, że q , stwierdza, iż negując alternatywę otrzymujemy koniunkcję z zane-gowanych jej czynnikami. Na przykładzie zdaniowym interpretacja tezy T_8 może być następująca:

Jeśli nieprawda, że Jan jest dowódcą lub Jan jest oficerem,
to
nieprawda, że Jan jest dowódcą i nieprawda, że Jan jest oficerem.

Podobnie jak w przypadku tezy T_7 również teza T_8 jest odwracalna, tj. występuje implikacja:

$$T_{8a}: (\sim p \cdot \sim q) \rightarrow \sim (p + q)$$

Tezę tę czytamy: jeśli nieprawda, że p , i nieprawda, że q , to nieprawda, że p lub q . Na mocy T_8 i T_{8a} uznajemy twierdzenie:

$$T_{8b}: \sim (p + q) = (\sim p \cdot \sim q),$$

w którym, jak widzimy, głównym funktorem jest ekwiwalencja. Tezę T_{8b} czytamy: wyrażenie zdaniowe „nieprawda, że p lub q ” jest równoważne wyrażeniu: „nieprawda, że p , i nieprawda, że q ”. Sprawdzenie tezy T_{8b} metodą zerojedynkową jak i jej interpretację na przykładzie zdaniowym pozostawiamy jako ewentualne ćwiczenie czytelnikowi.

W oparciu o prawa De Morgana formułujemy następujące reguły wnioskowania:

$$R_2: \frac{\sim(a \cdot \beta)}{\sim a + \sim \beta}, \quad R_{2a}: \frac{\sim a + \sim \beta}{\sim(a \cdot \beta)}, \quad R_3: \frac{\sim(a + \beta)}{\sim a \cdot \sim \beta},$$

$$R_{3a}: \frac{\sim a \cdot \sim \beta}{\sim(a + \beta)}$$

Dowód oraz sposób interpretacji na przykładzie zdaniowym podamy jedynie dla reguły R_2 , zarówno bowiem dowody, jak i przykłady ilustrujące zastosowania pozostałych trzech reguł pomijamy, gdyż pod wieloma względami są podobne do dowodu i ilustracji zdaniowej reguły R_2 . Przystępując zatem do konstrukcji dowodu reguły R_2 , założmy, że przesłanka rozumowania występująca w schemacie R_2 jest zdaniem prawdziwym, tj. $\sim(a \cdot \beta) = 1$. Zauważmy następnie, że wniosek $\sim a + \sim \beta$ jest wyrażeniem zdaniowym, które przechodzi w zdanie fałszywe tylko wówczas, gdy zarówno $a = 1$, jak i $\beta = 1$. Ale wtedy też przesłanka tego rozumowania: $\sim(a \cdot \beta)$, jest fałszywa, co jest sprzeczne z przyjętym założeniem. Wykazaliśmy w ten sposób, że reguła R_2 jest regułą logicznie niezawodną.

A oto przykład zdaniowy, za pomocą którego możemy ilustrować zastosowanie reguły R_2 w języku wojskowym:

Jeżeli uznajemy zdanie: „Nieprawda, że zarazem jest tak, iż Jan jest dowódcą dywizji i Jan jest szefem sztabu dywizji”,

to

możemy też uznać zdanie: „Nieprawda, że Jan jest dowódcą dywizji, lub nieprawda, że tenże Jan jest jednocześnie szefem sztabu dywizji”.

Następną grupę praw logicznych z dwiema zmiennymi zdaniowymi stanowią tzw. modusy (z łac. sposoby). Rozważmy następującą formułę:

$$T_9: [(p \rightarrow q) \cdot p] \rightarrow q$$

W tezie T_9 , którą nazywamy *modus ponendo ponens* (z łac.: sposób wnioskowania przez stwierdzenie ustanawiający), stwierdza się, że jeśli dana jest implikacja czy też jeśli uznana jest implikacja $p \rightarrow q$ oraz uznany jest również jej poprzednik p ,

to wolno nam uznać następnik tej implikacji q . Formułę T_9 czytamy: jeśli z p wynika q , a ponadto zachodzi p , to q .

Podstawiając za zmienne zdaniowe p , q odpowiednie zdania, mianowicie za p — „Piotr jest dowódcą pułku”, oraz za q — „Piotr ma odpowiednie uprawnienia dyscyplinarne”, otrzymujemy zdanie będące ilustracją twierdzenia T_9 :

Jeśli z tego, że Piotr jest dowódcą pułku wynika, że Piotr ma odpowiednie uprawnienia dyscyplinarne, i wiemy, że Piotr jest rzeczywiście dowódcą pułku,

to

Piotr ma odpowiednie uprawnienia dyscyplinarne.

Zauważmy, że prawdziwość tezy T_9 oparta jest na definicji implikacji; wiadomo bowiem, że implikacja jest fałszywa tylko wtedy, gdy jej poprzednik jest prawdziwy, a następnik fałszywy. Zakładając, że implikacja: $p \rightarrow q$, reprezentuje wyrażenie zdaniowe prawdziwe, wykluczamy tym samym przypadek, aby poprzednik był prawdziwy, a następnik fałszywy. Przyjmując ponadto, że uznany jest też poprzednik p , uznajemy — na mocy definicji implikacji — następnik q .

Na tezie T_9 możemy oprzeć regułę wnioskowania R_4 nazywaną zazwyczaj regułą odrywania³⁹. Otóż reguła ta upoważnia do uznania za twierdzenie wyrażenia β , jeśli zostały spełnione dwa następujące warunki: 1° — wyrażenie $\alpha \rightarrow \beta$ jest tezą, jak też 2° — jest również tezą wyrażenie α . W postaci schematu wnioskowania regułę R_4 zapisujemy:

$$R_4: \frac{\alpha \rightarrow \beta \quad \alpha}{\beta}$$

Za przykład ilustrujący zastosowanie reguły R_4 w języku potocznym niech nam posłużą następujące zdania zaczerpnięte z planimetrii:

Jeżeli dwa trójkąty są przystające,
mają po trzy boki odpowiednio równe;
to
trójkąty ABC i $A'B'C'$ są przystające,

³⁹ Por. J. Łukasiewicz, *Elementy logiki matematycznej*, Warszawa 1958, s. 40.

zatem: trójkąty ABC i $A'B'C'$ mają po trzy boki odpowiednio równe.

Rozpatrzmy z kolei następną z owej grupy formułę; jest nią twierdzenie, którego zapis formalny przyjmuje następującą postać:

$$T_{10}: [(p \rightarrow q) \cdot \sim q] \rightarrow \sim p$$

Tezę T_{10} nazywamy *modus tollendo tollens* [z łac.: sposób (wnioskowania) przez założenie negacji zaprzeczający]. W tezie tej stwierdza się, że mając uznaną implikację: $p \rightarrow q$, oraz uznaną negację jej następnika: $\sim q$, możemy też uznać negację poprzednika tej implikacji. Twierdzenie to czytamy: jeśli z p wynika q , a ponadto nieprawda, że q , to nieprawda, że p . Podstawą metodologiczną T_{10} jest — podobnie jak T_9 — sposób rozumienia w logice zdań funktora implikacji. Łatwo bowiem zauważyć, że jeśli implikacja: $p \rightarrow q$, jest zdaniem uznanym, jak też jeśli uznana jest negacja jej następnika ($\sim q$), to aby założenie co do prawdziwości implikacji: $p \rightarrow q$, było spełnione — jej poprzednik (p) musi być również fałszywy, czyli prawdziwa jego negacja ($\sim p$); w przeciwnym wypadku implikacja: $p \rightarrow q$, nie mogłaby być zdaniem prawdziwym, co byłoby naturalnie sprzeczne z założeniem.

Korzystając z tezy T_{10} , formułujemy również odpowiednią regułę wnioskowania. Jest to mianowicie reguła *tollens*; zapis formalny tej reguły jest następujący:

$$R_5: \frac{\begin{array}{c} a \rightarrow \beta \\ \sim \beta \end{array}}{\sim a}$$

Niech następujący przykład zilustruje zastosowanie tej reguły do potocznie stosowanych procedur rozumowania:

Jeżeli dane dwie liczby a i b są sobie równe,
to

ich logarytmy przy tej samej podstawie są równe.

Logarytmy liczb a i b przy tej samej podstawie nie są sobie równe.

Liczby a i b nie są więc sobie równe, czyli $a \neq b$.

Z łatwością można wykazać, posługując się skrótową wersją metody zerojedynkowej, że T_{10} jest tezą logiczną, czyli że przy dowolnych układach wartości „1” i „0” podstawionych za zmienne występujące w tezie T_{10} przechodzi ona zawsze, tj. w każdym z czterech możliwych przypadków, w zdanie prawdziwe. Zauważmy mianowicie, że T_{10} może się stać zdaniem fałszywym tylko wówczas, gdy następnik tej tezy, tj. $\sim p$, będzie zdaniem fałszywym, a poprzednik: $(p \rightarrow q) \cdot \sim q$, zdaniem prawdziwym. Sprawdźmy wobec tego, czy istnieje taki układ wartości logicznych („1”, „0”), który by spełniał powyższy warunek. Otóż $\sim p = 0$ tylko wtedy, gdy $p = 1$. Poprzednik natomiast T_{10} jest koniunkcją: $(p \rightarrow q) \cdot \sim q$, która — jak wiemy — jest prawdziwa tylko wtedy, gdy oba jej czynniki są prawdziwe. Aby jednakże ten warunek był spełniony, wyrażenie $\sim q$ powinno mieć wartość prawdy, czyli $\sim q = 1$, stąd jest oczywiste, że $q = 0$. Ale przy $q = 0$ i $p = 1$ pierwszy czynnik koniunkcji: $p \rightarrow q$, przechodzi w zdanie fałszywe, gdyż na mocy definicji implikacji, jeśli $p = 1$ i $q = 0$, to implikacja $p \rightarrow q$ jest fałszywa. Wykazaliśmy w ten sposób, że nie istnieje taki układ wartości, który mógłby sfalsyfikować tezę T_{10} , a zatem wyrażenie T_{10} jest twierdzeniem logiki zdań.

Następny wzór oparty jest na definicji prawdziwościowej alternatywy nierozłącznej. Jego zapis w postaci formuły logicznej jest następujący:

$$T_{11}: [(p+q) \cdot \sim p] \rightarrow q$$

W tezie T_{11} stwierdza się, że mając uznaną alternatywę nierozłączną: $p+q$, oraz negację jednego z jej składników (w naszym przykładzie $\sim p$), możemy — na mocy własności alternatywy — uznać następny jej składnik. Prawdziwość tezy T_{11} stanie się oczywista, gdy zwrócimy uwagę — w formie przypomnienia — na warunki uznania zdania będącego alternatywą nierozłączną. Otóż aby alternatywa nierozłączna była prawdziwa, co najmniej jeden z jej członów powinien być prawdziwy. Ponieważ wiemy na podstawie założenia o poprzedniku T_{11} , że prawdziwa jest negacja p , czyli $\sim p$, zatem zdanie reprezentowane przez q — aby alternatywa była prawdziwa — musi być prawdziwe. Jest oczywiste, że w przypadku wartości

przeciwnej do prawdziwości założenie, iż alternatywa: $p+q$ jest prawdziwa, nie dałoby się utrzymać.

Tezę T_{11} nazywamy modus tollendo ponens [z łac.: sposób (wnioskowania) stwierdzający na mocy założenia zaprzeczającego]. Dla zilustrowania przykładem zdaniowym tej tezy podstawmy za zmienną zdaniową p zdanie: „Jan przeczytał książkę”, a za q — „Jan obejrzy film”. Podstawiając powyższe zdania do tezy T_{11} , otrzymujemy:

Jeśli Jan postanowił (dziś) przeczytać książkę lub obejrzeć film i Jan książki nie przeczytał (dziś),

to

Jan obejrzał (dziś) film (jeśli naturalnie był konsekwentny w realizacji przyjętego zobowiązania).

Na tezie T_{11} możemy oprzeć następującą regułę wnioskowania:

$$R_6: \frac{a + \beta}{\sim a} \beta$$

Zasadność logiczna reguły R_6 oparta jest na dowodzie tezy T_{11} i nie ma potrzeby odtwarzać rozumowania uzasadniającego, które jest dokładnie takie, jak w przypadku dowodu tezy T_{11} . A oto przykład ilustrujący zastosowanie reguły R_6 do rozumowań, ściślej — wnioskowań, zazwyczaj formułowanych w języku potocznym. Załóżmy w tym celu, że zwrot: $a + \beta$, reprezentuje zdanie: „ a jest liczbą pierwszą lub a posiada dzielniki różne od a i 1”. Zastosowanie R_6 do konstrukcji rozumowania opartego na przyjętych podstawieniach prowadzi do układu zdań mającego następującą postać:

a jest liczbą pierwszą lub a posiada dzielniki różne od a i 1.

51 nie jest liczbą pierwszą.

51 posiada dzielniki różne od 51 i 1.

R_6 może mieć jeszcze inne postaci; jedną z nich jest następująca: mając uznaną alternatywę $a + \beta$ oraz negację β , czyli $\sim \beta$, możemy również uznać a , co notujemy:

$$R_{6a}: \frac{a + \beta}{\sim \beta} a$$

Podstawą uznania R_{6a} za regułę wnioskowania — podobnie zresztą jak R_6 — jest, jak łatwo spostrzec, prawdziwościowa definicja alternatywy nierozłącznej. Jeśli bowiem jeden z członów alternatywy jest fałszywy — jak w przypadku R_6 i R_{6a} — to człon drugi musi być prawdziwy, co właśnie stwierdza się w omawianych regułach.

Na podstawie wspomnianej definicji alternatywy nierozłącznej można by tworzyć dalsze warianty tego typu reguł, zaopatrując symbole występujące w odpowiednich tezach lub regułach w znaki negacji. Nie zmieniłoby to jednakże w stopniu istotnym sposobu rozumienia zarówno reguł R_6 i R_{6a} , jak i zasad, na których są one oparte. Przykładem takich reguł mogą być następujące schematy:

$$R_{6b}: \frac{\sim a + \beta}{\sim \beta} \quad R_{6c}: \frac{a + \sim \beta}{\sim a}$$

Zwróćmy jeszcze przez chwilę uwagę na konstrukcję logiczną reguły R_{6b} . Podstawa logiczna owej reguły stanie się oczywista, jeśli zauważymy, że reguła ta oparta jest na następującej tezie:

$$T_{11a}: [(\sim p + q) \cdot \sim q] \rightarrow \sim p$$

Twierdzenie T_{11a} byłoby fałszywe tylko wtedy, gdyby jego następnik $(\sim p)$ był fałszywy, a poprzednik $[(\sim p + q) \cdot \sim q]$, prawdziwy, co, używając przyjętych symboli, zapiszemy: $\sim p = 0$ oraz $[(\sim p + q) \cdot \sim q] = 1$. Jest to jednakże niemożliwe, gdyż $\sim p = 0$ tylko wtedy, gdy $p = 1$; ale wówczas zarówno dla $q = 1$, jak i dla $q = 0$ poprzednik $[(\sim p + q) \cdot \sim q] = 0$, co powoduje, że teza T_{11} jako implikacja jest prawdziwa. Wykazaliśmy w ten sposób, że dla dowolnego układu wartości logicznych „1” i „0” teza T_{11a} przechodzi w zdanie prawdziwe. Dowód powyższy jest zarazem uzasadnieniem reguły R_{6b} , jest ona bowiem — jak nadmieniliśmy — oparta właśnie na tezie T_{11a} . Pomijamy charakterystykę metodologiczną, jak i uzasadnienia dalszych reguł wnioskowania opartych na odpowiednich modyfikacjach tezy T_{11} , pozostawiając te czynności jako ewentualne ćwiczenie dla czytelnika.

Na podstawie dysjunkcji konstruujemy następną tezę, która przyjmuje postać:

$$T_{12}: [(p/q) \cdot p] \rightarrow \sim q$$

Tezę tę nazywamy *modus ponendo tollens* [z łac.: sposób (wnioskowania) zaprzeczający na mocy założenia stwierdzającego] i czytamy: jeżeli albo p , albo q i p , to nieprawda, że q . W tezie T_{12} stwierdza się, że mając uznaną dysjunkcję p/q i jeden z jej członów, np. p , możemy uznać negację drugiego członu dysjunkcji ($\sim q$). Aby uzasadnić T_{12} , zauważmy, że z definicji dysjunkcji wynika, że jest to wyrażenie zdaniowe, które przechodzi w zdanie prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy co najmniej jeden z jego członów jest fałszywy. Jeśli zatem mamy na mocy założenia uznaną dysjunkcję i o jednym z jej składników wiemy, że jest prawdziwy, to naturalnie nie możemy nie uznać negacji drugiego składnika tejże dysjunkcji, co dowodzi zasadności wyrażenia zdaniowego T_{12} jako tezy logicznej. Niech następujący przykład wyjaśni bliżej sposób rozumienia i zastosowania w języku potocznym tezy T_{12} . Załóżmy, że zmienna p w rozważanej tezie reprezentuje zdanie: „Jan jest dowódcą batalionu”, a zmienna q — „Jan jest dowódcą pułku”. Podstawiając za zmienne p, q w tezie T_{12} owe zdania, otrzymujemy:

Jeżeli jest tak, że albo Jan jest dowódcą batalionu, albo Jan jest dowódcą pułku, i wiemy, że Jan jest dowódcą batalionu,

to

nieprawda, że tenże Jan jest jednocześnie dowódcą pułku.

W powyższym przykładzie, zgodnie ze sposobem rozumienia dysjunkcji, przyjęliśmy, że Jan jest co najwyżej jednym z wymienionych dowódców. Nie może być jednak tak, co jest zresztą zgodne z przyjętymi zasadami organizacyjnymi wojska, aby Jan był jednocześnie dowódcą batalionu i dowódcą pułku.

Zauważmy — dla pełniejszego wyjaśnienia omawianej tu zasady rozumowania — że nie jest tezą logiczną następujące wyrażenie zdaniowe, chociaż — dodajmy — w języku potocznym spotyka się niekiedy oparte na tej formule rozumowania

$$(x) \quad [(p/q) \cdot \sim p] \rightarrow q$$

Wyrażenie (x) nie ma waloru twierdzenia logicznego, gdyż z dysjunkcji i z negacji jednego z jej składników nie wynika drugi składnik, o czym przekonuje nas następująca procedura sprawdzenia za pomocą metody zerojedynkowej wyrażenia (x):

$$(0,0): \{[(0/0) \cdot \sim 0] \rightarrow 0\} = [(1 \cdot 1) \rightarrow 0] = (1 \rightarrow 0) = 0$$

Wykazaliśmy zatem, ograniczając zastosowanie metody zerojedynkowej do jednego tylko przypadku, że wyrażenie zdaniowe (x) nie jest tezą logiczną.

Podobnie jak w przypadku poprzednich tez, i tu korzystając z T_{12} formułujemy następującą regułę wnioskowania:

$$R_7: \frac{a/\beta}{\sim \beta}$$

Ilustracją zastosowania R_7 do wnioskowań formułowanych w języku potocznym mogą być następujące zdania:

Albo liczba a jest liczbą parzystą,
albo liczba a nie jest liczbą podzielną przez 2.

146 jest liczbą parzystą.

Nieprawda, że 146 nie jest liczbą podzielną przez 2.

Z łatwością spostrzegamy, że na podstawie zarówno T_{12} , jak i tez pochodnych mają walor reguł logicznych również następujące schematy wnioskowania:

$$R_{7a}: \frac{a/\beta}{\sim a} \quad R_{7b}: \frac{\sim a/\beta}{\sim \beta} \quad R_{7c}: \frac{\sim a/\sim \beta}{a} \quad R_{7d}: \frac{a/\sim \beta}{\sim a}$$

Można by tworzyć dalsze reguły podobne do powyższych schematów; zasada postępowania jest jednakże przy budowie owych reguł podobna: mając bowiem dane określone wyrażenie zdaniowe postaci dysjunktywnej oraz jeden z jego członów, stwierdzamy — na podstawie definicji prawdziwościowej dysjunkcji — wartość logiczną drugiego jej członu.

Przechodzimy z kolei do twierdzeń logicznych, w których występuje ekwiwalencja. Jedną z pierwszych tez zawierających równoważność, a którą poddamy analizie, jest wyrażenie:

$$T_{13}: [(p = q) \cdot \sim p] \rightarrow \sim q$$

Formułę powyższą czytamy: jeżeli p wtedy i tylko wtedy, gdy q i nie- p , to nie- q . Dowód tej tezy nie wymaga — podobnie jak poprzednio — przyjmowania zbyt złożonych założeń. Konstrukcja dowodu jest następująca. Załóżmy mianowicie, że następnik wyrażenia implikacyjnego T_{13} jest fałszywy, tzn. $(\sim q) = 0$, stąd jest oczywiste, że $q = 1$. Załóżmy ponadto, że poprzednik T_{13} jest prawdziwy, czyli $[(p = q) \cdot \sim p] = 1$. Aby jednakże warunek co do prawdziwości poprzednika tezy T_{13} mógł być spełniony, musi być tak, że $p = 0$. Ale wtedy żeby ekwiwalencja $(p = q) = 1$, co jest przecież konieczne dla prawdziwości koniunkcji, zmienna zdaniowa q musi reprezentować zdanie fałszywe, tj. $q = 0$, co jest sprzeczne z przyjętym uprzednio założeniem, że $q = 1$. Tak więc otrzymana sprzeczność dowodzi prawdziwości tezy T_{13} . W oparciu o ekwiwalencję możemy sformułować dalsze twierdzenia. A oto niektóre z nich:

$$T_{13a}: [(p = q) \cdot \sim q] \rightarrow \sim p$$

$$T_{13b}: [(p = \sim q) \cdot \sim p] \rightarrow q$$

$$T_{13c}: [(\sim p = q) \cdot \sim q] \rightarrow p$$

$$T_{13d}: [(\sim p = \sim q) \cdot q] \rightarrow p$$

$$T_{13e}: [(p = q) \cdot p] \rightarrow q$$

Dowody tez T_{13a} — T_{13e} są w zasadzie analogiczne pod względem podstawowych konstrukcji do przeprowadzonego wyżej dowodu tezy T_{13} . Nie będziemy zatem dowodzić owych tez, lecz proponujemy, aby uczynił to czytelnik jako pożyteczne i nie-trudne ćwiczenie. Tu natomiast podamy przykład zdaniowy ilustrujący zastosowanie tezy T_{13e} w rozumowaniach, które są formułowane w języku potocznym. Załóżmy w tym celu, że zmienna zdaniowa p reprezentuje zdanie: „Jan będzie awansowany na kolejny stopień oficerski”, zmienna zaś q — „Jan uzyska co naj-

mniej dobre wyniki w służbie". Po podstawieniu powyższych zdań do tezy T_{13e} otrzymujemy:

Jeśli jest tak, że Jan będzie awansowany wtedy i tylko wtedy, gdy uzyska co najmniej dobre wyniki w służbie, i Jan został awansowany,

to

z tego wynika, że Jan uzyskał co najmniej dobre wyniki w służbie.

Korzystając z tez logicznych T_{13} — T_{13e} , formułujemy odpowiednie reguły wnioskowania:

$$R_8: \frac{a = \beta}{\sim a \quad \sim \beta} \quad R_{8a}: \frac{a = \beta}{\sim \beta \quad \sim a} \quad R_{8b}: \frac{a = \sim \beta}{\sim a \quad \beta}$$

Ilustracja zdaniowa np. reguły R_8 jest następująca. Zakładamy, że występujące w tej regule symbole a , β reprezentują odpowiednio następujące zdania: „dana figura geometryczna CDE jest trójkątem na płaszczyźnie”, „suma kątów wewnętrznych w danej figurze geometrycznej CDE jest równa 180° ”. W ten sposób otrzymujemy:

Uznając równoważność: „dana figura geometryczna CDE jest trójkątem na płaszczyźnie wtedy i tylko wtedy, gdy suma jej kątów wewnętrznych jest równa 180° ”, i ponadto uznając zdanie: „rozważana figura geometryczna CDE nie jest trójkątem”, możemy też uznać, że: „suma kątów wewnętrznych w figurze geometrycznej CDE nie jest równa 180° ”.

Sformułowanie przykładów ilustrujących dalsze reguły z funktorem ekwiwalencji pozostawiamy jako ćwiczenie czytelnikowi.

Do reguł, w których sformułowaniu korzystamy z tez T_{13c} — T_{13e} , należą następujące:

$$R_{8c}: \frac{\sim a = \beta}{\sim \beta \quad a} \quad R_{8d}: \frac{\sim a = \sim \beta}{\beta \quad a} \quad R_{8e}: \frac{a = \beta}{a \quad \beta}$$

Jest oczywiste, że każda z powyższych sześciu reguł wnioskowania jest logicznie niezawodna na mocy odpowiadającej jej tezy. Niezawodność ta — przypomnijmy — polega na tym, że jeśli założenia lub przesłanki znajdujące się w każdym z tych schematów nad kreską będą zdaniem prawdziwym, to i wniosek występujący pod kreską będzie zdaniem prawdziwym.

Jako kolejną tezę z dwiema zmiennymi zdaniowymi rozważymy:

$$T_{14}: (p = q) \rightarrow (p \rightarrow q)$$

Twierdzenie T_{14} czytamy: jeśli jest tak, że p jest równoważne q , to z p wynika q . W twierdzeniu tym — mówiąc opisowo — stwierdza się, że jeśli mamy daną równoważność, to z niej wynika odpowiednia implikacja. Dla dowodu T_{14} załóżmy, że następnik tej tezy ($p \rightarrow q$) jest fałszywy, tj. $p = 1$, a $q = 0$. Ale wtedy poprzednik ($p = q$) jako ekwiwalencja, której człony mają różną wartość logiczną, jest również fałszywy, całość zaś będąca implikacją jest naturalnie prawdziwa, co dowodzi tezy T_{14} . A oto reguła wnioskowania, dla której uzasadnieniem jest powyższa teza:

$$R_9: \frac{a = \beta}{a \rightarrow \beta}$$

Przykładem ilustrującym zastosowanie twierdzenia T_{14} w rozumowaniach występujących w języku potocznym jest następujące zdanie:

Jeśli zwrot: „Jan jest stryjem Piotra wtedy i tylko wtedy, gdy Jan jest bratem ojca Piotra”, jest zwrotem uznanym za prawdziwy,

to

należy też uznać za prawdziwą implikację, że „jeśli Jan jest stryjem Piotra, to Jan jest bratem ojca Piotra”.

Sposób interpretacji zdaniowej tezy T_{14a} jest oczywiście zbliżony do tego, który zastosowaliśmy przy ilustracji twierdzenia T_{14} .

Poniższa teza nosi miano prawa symplifikacji dla implikacji:

$$T_{15}: p \rightarrow (q \rightarrow p)$$

Dowód twierdzenia T_{15} jest natychmiastowy. Zauważmy bowiem, że teza ta jako implikacja jest fałszywa tylko wówczas, gdy jej poprzednik jest prawdziwy ($p=1$), a następnik $[(q \rightarrow p)=0]$ jest fałszywy. Ale następnik $(q \rightarrow p)=0$ tylko wtedy, gdy $p=0$, a $q=1$. Przy tym jednak założeniu (jedynym, przy którym T_{15} może przejść w zdanie fałszywe) dotyczącym następnika również i poprzednik jest fałszywy, co kończy dowód.

Kolejnym twierdzeniem, które krótko scharakteryzujemy, pozostawiając jednakże jego dowód czytelnikowi, jest twierdzenie zwane prawem Dunsza Szkota (ok. 1266—1308). Zapis tego twierdzenia jest następujący:

$$T_{16}: \sim p \rightarrow (p \rightarrow q)$$

W tezie tej stwierdza się, że jeżeli uznajemy negację danego zdania, to gdybyśmy ponadto uznali owo zdanie, to mogłoby wynikać każde zdanie z tych dwu założeń.

Następne cztery tezy, które zanotujemy, noszą miano praw redukcji do absurdu. Są to:

$$T_{17}: [p \rightarrow (q \cdot \sim q)] \rightarrow \sim p$$

$$T_{18}: [\sim p \rightarrow (q \cdot \sim q)] \rightarrow p$$

$$T_{19}: [(p \rightarrow q) \cdot (p \rightarrow \sim q)] \rightarrow \sim p$$

$$T_{20}: [(\sim p \rightarrow q) \cdot (\sim p \rightarrow \sim q)] \rightarrow p$$

Zwróćmy uwagę, że np. teza T_{17} jest zbudowana w ten sposób, iż jako jej część właściwa występuje wyrażenie tożsamościowo fałszywe: $q \cdot \sim q$, które — jak zauważamy — jest następnikiem implikacji: $p \rightarrow (q \cdot \sim q)$. Aby zatem wykazać, że T_{17} jest tezą logiczną, wystarczy założyć, iż następnik $\sim p$ jest fałszywy, czyli $p=1$. Ale wtedy również p występujące w poprzedniku: $[p \rightarrow (q \cdot \sim q)]$ jest prawdziwe, czyli — z uwagi na tożsamościowo fałszywość wyrażenia: $q \cdot \sim q$ — całość $[p \rightarrow (q \cdot \sim q)] = 0$, co dowodzi prawdziwości T_{17} . Dowody tez T_{18} , T_{19} i T_{20} są analogiczne, a ich przeprowadzenie proponujemy czytelnikowi.

Ze względu na występujące w niniejszych rozważaniach reguły wnioskowania oraz ich zastosowania należy scharakteryzować następną grupę wzorów logicznych nazywanych *równościami definicyjnymi*. Związek między omawianymi tezami oraz regułami wnioskowania a nadmienionymi wzorami jest ten, iż opierając się na definicjach, możemy zastępować występujące w danej tezie oraz w definiendum tychże definicji wyrażenia zdaniowe odpowiednimi definiensami, nie zmieniając przy tym wartości logicznej rozpatrywanej tezy. W dalszych wywodach wykazemy, że za pomocą funktora implikacji i negacji możemy zdefiniować pozostałe funktory zdaniotwórcze występujące w naszych rozważaniach; idzie przy tym, rzecz oczywista, o funktory od argumentów zdaniowych.

Definiowanie funktorów prawdziwościowych rozpoczynamy od alternatywy nierozłącznej; zapis formalny tej definicji jest następujący:

$$df_1: (p + q) \stackrel{df}{=} (\sim p \rightarrow q)$$

co czytamy: „ p lub q ” na mocy definicji znaczy tyle, co: „jeżeli nie- p , to q ”. Egzemplifikując powyższą równość na zdaniach języka potocznego, możemy powiedzieć: zwrot „Jan wyjedzie do Zakopanego lub nad Morze Czarne” jest równoważny na mocy definicji zwrotowi: „Jeżeli Jan nie wyjedzie do Zakopanego, to Jan wyjedzie nad Morze Czarne”. Analizując strukturę formalną zauważamy, że na podstawie definicji df_1 daje się stwierdzić, iż alternatywa nierozłączna jest równoważna implikacji z zanegowanym jej poprzednikiem. Można też powiedzieć to w ten sposób, iż jeśli uznajemy negację pierwszego członu alternatywy nierozłącznej, to z tego wynika — jeśli alternatywa jest oczywiście prawdziwa — że należy uznać drugi jej człon. Traktując równość definicyjną tak, jak zdefiniowaliśmy ekwiwalencję, tzn., że równość taka zachodzi wtedy i tylko wtedy, gdy po obu jej stronach mamy wyrażenia o tej samej wartości logicznej, możemy przeprowadzić dowód wzoru df_1 . Na podstawie matrikowej charakterystyki implikacji wiemy, że prawa strona równości definicyjnej df_1 jest fałszywa tylko wtedy, gdy $p = 0$ i $q = 0$. A to jest właśnie ten jedyny przypadek, w którym fał-

szywa jest również alternatywa. Wykazaliśmy w ten sposób prawdziwość formuły definicyjnej df_1 , która ma walor — na mocy powyższego dowodu — tezy logicznej.

Zdefiniujmy z kolei następne wyrażenie zdaniowe, mianowicie alternatywę rozłączną:

$$df_2: (p \neq q) \stackrel{df}{=} [(p \rightarrow q) \rightarrow \sim (q \rightarrow p)]$$

W definicji tej, którą czytamy: zwrot „ p albo q ” jest definicyjnie równoważny zwrotowi „jeśli z p wynika q , to nieprawda, że z q wynika p ”, stwierdza się więc, że mając alternatywę rozłączną, możemy zastąpić ją wyrażeniem implikacyjnym zbudowanym w ten sposób, że następnik jest zanegowaną implikacją odwrotną względem poprzednika.

A oto definicja następnej funkcji prawdziwościowej, którą jest dysjunkcja:

$$df_3: (p/q) \stackrel{df}{=} (p \rightarrow \sim q)$$

Definicję tę czytamy: zwrot „albo p , albo q ” na mocy definicji jest równoważny zwrotowi: „jeśli p , to nieprawda, że q ”. Dla zilustrowania powyższego wyrażenia zdaniowego podstawmy za zmienną p : „Piotr jest dowódcą”, a za q — „Piotr jest szefem sztabu”. W ten sposób po wykonaniu podstawienia w df_3 otrzymujemy: zwrot „Albo Piotr jest dowódcą, albo Piotr jest szefem sztabu” jest definicyjnie równoważny zwrotowi: „Jeśli Piotr jest dowódcą, to nieprawda, że Piotr jest szefem sztabu”. Analiza struktury syntaktycznej wyrażenia df_3 pozwala nam spostrzec, że prawy człon tego wyrażenia przechodzi w zdanie fałszywe tylko wtedy, gdy jest tak, że $p = 1$ i $q = 1$, ale wówczas i lewy człon jest fałszywy, natomiast całość — jako równoznaczna z ekwiwalencją — jest prawdziwa. Wywód ten jest zarazem potwierdzeniem tego, iż df_3 może być uważana za tezę logiczną rachunku zdań.

Tożsamościową prawdziwość wyrażenia df_3 możemy też wykazać innym sposobem. Posługując się mianowicie metodą zerojedynekową, stwierdzamy, że funkcja prawdziwościowa $(p \rightarrow \sim q)$ ma identyczną matrycę jak dysjunkcja (p/q) . Zapis matrycowy tych funkcji oraz utworzonej z nich definicji df_3 jest następujący:

$p, \quad q$	p/q	$p \rightarrow \sim q$	$\frac{df}{p/q} = p \rightarrow \sim q$
1 1	0	0	1
1 0	1	1	1
0 1	1	1	1
0 0	1	1	1

Jak łatwo zauważyć, druga i trzecia kolumna powyższej matrycy stanowi potwierdzenie tego, że funkcja prawdziwościowa p/q jest równoważna wyrażeniu $p \rightarrow \sim q$, natomiast kolumna czwarta wskazuje, że df_3 jest tezą logiczną (dla każdego układu wartości logicznych przechodzi bowiem w zdanie prawdziwe). Jest oczywiste, że w podobny, tj. matrycowy, sposób można wykazać zasadność zarówno uprzednio rozpatrywanych wyrażeń definicyjnych (df_1 i df_2), jak też i tych, które będą przedmiotem dalszej analizy.

Przejdźmy do zdefiniowania funktora koniunkcji za pomocą — jak i poprzednio — funktorów negacji i implikacji. Definicję tę zanotujemy:

$$df_4: (p \cdot q) \stackrel{df}{=} \sim (p \rightarrow \sim q)$$

Wyrażenie definicyjne df_4 czytamy: zwrot „ p i q ” jest na mocy definicji równoważny zwrotowi: „nieprawda, że jeśli p , to nie- q ”. Mówiąc nieco swobodniej, równoważność definicyjna df_4 informuje, iż jeśli prawdziwa jest koniunkcja dwu wyrażeń zdaniowych: p i q , to nie jest tak, aby pierwsze z tych wyrażeń było prawdziwe, a drugie fałszywe, czyli aby prawdziwa była negacja drugiego. Na przykładzie zdaniowym interpretacja zwrotu definicyjnego df_4 jest następująca. Załóżmy, że zmienna p reprezentuje zdanie: „Piotr jest dowódcą kompanii”, a zmienna q — „Piotr jest dobrym strzelcem”, wtedy — po wykonaniu podstawień — otrzymujemy: zwrot „Piotr jest dowódcą kompanii i Piotr jest dobrym strzelcem” jest definicyjnie równoważny zwrotowi: „Nieprawda, że jeżeli Piotr jest dowódcą kompanii, to nie jest dobrym strzelcem”.

Uogólniając tok wywodów nad wyrażeniem definicyjnym df_4 , możemy powiedzieć, że koniunkcja jest równoważna negacji dysjunkcji, gdyż wyrażenie $p \rightarrow \sim q$ jest właśnie — jak przyjęliśmy

w df_3 — zapisem dysjunkcji za pomocą negacji i implikacji. Dowód rozważanej równości definicyjnej wykazujący jej przynależność do zbioru tez logicznych jest natychmiastowy. Załóżmy, że lewa strona df_4 jest zdaniem prawdziwym. A tak jest wtedy i tylko wtedy, gdy zmienne p i q przyjmują wartości logiczne prawdy, tj. $p = 1$ i $q = 1$. Ale dla tych wartości także i prawa strona wyrażenia definicyjnego df_4 jest prawdziwa; stąd całość jako ekwiwalencja jest także wyrażeniem prawdziwym. Załóżmy następnie, że prawy człon (definiens) wyrażenia df_4 jest fałszywy. Ten stan rzeczy jest możliwy w trzech następujących przypadkach: a) $p = 0$ i $q = 0$, b) $p = 0$ i $q = 1$ oraz c) $p = 1$ i $q = 0$. W przypadku a) spostrzegamy, że lewa strona definicji df_4 , tj. koniunkcja: $0 \cdot 0$, przy tych wartościach jest zdaniem fałszywym, całość zaś jako równoważność jest naturalnie prawdziwa. Dla wartości wymienionych w b) również lewy człon definicji df_4 , tj. definiendum, staje się zdaniem fałszywym; ekwiwalencja jest oczywiście i w tym przypadku prawdziwa. I wreszcie dla ostatniej pary podstawień, tj. $p = 1$ i $q = 0$, lewa strona wyrażenia df_4 przekształca się w fałsz, co naturalnie powoduje, że definicja df_4 staje się wyrażeniem prawdziwym. Dla każdego zatem z możliwych układów wartości logicznych równość definicyjna df_4 przekształca się w zdanie prawdziwe, co dowodzi jej ważności jako tezy logicznej.

Ostatnim z rozważanych przez nas wzorów równościowych jest definicja ekwiwalencji. Należy zauważyć, że równoważność: $p = q$ w tych samych warunkach przechodzi w zdanie prawdziwe albo fałszywe, co i koniunkcja $[(p \rightarrow q) \cdot (q \rightarrow p)]$. Na mocy przyjętej definicji koniunkcji df_4 charakterystykę definicyjną ekwiwalencji zapisujemy:

$$df_5: (p = q) \stackrel{df}{\sim} [(p \rightarrow q) \rightarrow \sim (q \rightarrow p)],$$

co czytamy: zwrot „ p wtedy i tylko wtedy, gdy q ” jest definicyjnie równoważny zwrotowi: „nieprawda, że jeśli z p wynika q , to z tego wynika negacja zwrotu: jeśli q , to p ”. Łatwo też wykazać, że równość df_5 jest także tezą logiczną. Dowód tej własności df_5 jak i interpretację na przykładzie zdaniowym pozostawiamy jako ewentualne ćwiczenie czytelnikowi.

Na podstawie definicji równościowych $df_1 — df_5$ formułujemy następującą regułę metodologiczną:

$R^1_{(M)}$: Jeśli jest tezą wyrażenie T_m , to również będzie tezą wyrażenie T_n , gdy jest tak, że T_n powstaje przez zastąpienie w T_m odpowiednich wyrażeń zdaniowych przez ich równoważniki definicyjne spośród równości $df_1 — df_5$.

Regułę $R^1_{(M)}$ nazywamy regułą zastępowania definicyjnego. Zilustrujmy na następującym przykładzie sposób zastosowania powyższej reguły. Załóżmy w tym celu, że mamy dane następujące wyrażenie rachunku zdań:

$$(x) \quad \sim (\sim p + q) = (p \cdot \sim q),$$

które — jak łatwo zauważyć — jest jedną z postaci praw De Morgana. Na podstawie reguły $R^1_{(M)}$ oraz definicji df_1 z formuły (x) otrzymujemy wyrażenie:

$$(xx) \quad \sim (p \rightarrow q) = (p \cdot \sim q)$$

będące konsekwencją 1° — wyrażenia zdaniowego (x), oraz 2° — zastosowania względem (x) reguły $R^1_{(M)}$ jak i df_1 . Jak nadmieniliśmy, formuła logiczna (x) jest tezą, gdyż stanowi szczególny przypadek prawa De Morgana dla rachunku zdań. Ale jest też tezą wyrażenie zdaniowe (xx), gdyż otrzymaliśmy je — jako konsekwencję — z prawa logicznego (x) przez metodologicznie uzasadnione przekształcenia (definicyjne zastępowanie). W ten sposób korzystając z reguły $R^1_{(M)}$ oraz równości definicyjnej df_1 otrzymaliśmy z udowodnionej już tezy (x) nowe twierdzenie (xx), przy czym podstawą logiczną uznania go za uzasadnione jest zastosowanie względem (x) opisanej wyżej procedury postępowania. Gdybyśmy ponadto chcieli wykazać prawdziwość wyrażenia (xx) drogą opisowo-algorytmiczną, wystarczy założyć, że lewa strona równości (xx) jest prawdziwa. Następuje to w jednym tylko przypadku, mianowicie wtedy, gdy $p = 1$, a $q = 0$. Ale wtedy i prawa strona wyrażenia (xx) jest prawdziwa. Spostrzegamy też, iż w pozostałych trzech przypadkach [rozważyliśmy bowiem przypadek (1,0), pozostałe to: (1,1), (0,1) i (0,0)] obie strony są fałszywe, co dowodzi prawdziwości wyrażenia (xx) jako tezy logicznej (ekwiwalencyjnej).

Wykazaliśmy w ten sposób, że formuła (xx), otrzymana drogą przekształceń formalnych wyrażenia (x) będącego twierdzeniem, jest również twierdzeniem logicznym, co stanowi zarazem uzasadnienie powyższej procedury jako metodologicznie efektywnej.

(3) Prawa logiczne z trzema i więcej zmiennymi zdaniowymi

Do ostatniej z badanych przez nas grup praw logicznych rachunku zdań należą tezy zawierające trzy i więcej zmiennych zdaniowych. Będą to zmienne $p, q, r, s, \dots$. Przechodzimy zatem do formułowania twierdzeń logicznych, w których wystąpią tego rodzaju zmienne. Dodajmy jeszcze, że sposób postępowania przy charakterystyce owych tez będzie podobny jak poprzednio, tzn. najpierw podamy zapis formalny danej tezy, następnie sposób jej czytania, w niektórych zaś przypadkach również dowód i interpretację zdaniową. Pierwszą z tej grupy rozpatrzymy tezę postaci:

$$T_{21}: [(p \cdot q) \rightarrow r] \rightarrow [(p \cdot \sim r) \rightarrow \sim q]$$

Tezę T_{21} nazywamy prawem transpozycji złożonej i czytamy: jeśli z p i q wynika r , to z p i nie- r wynika nie- q . Aby wykazać, posługując się metodą zerojedynekową, że T_{21} jest tezą logiczną, należy wykonać osiem podstawień odpowiednich układów wartości „1” i „0” za zmienne zdaniowe p, q i r . A oto tok postępowania algorytmicznego przy sprawdzaniu wyrażen zdaniowych z trzema zmiennymi zdaniowymi, naturalnie na przykładzie tezy T_{21} :

p, q, r	$p \cdot q$	$(p \cdot q) \rightarrow r$	$p \cdot \sim r$	$(p \cdot \sim r) \rightarrow \sim q$	III $\rightarrow$ V
I	II	III	IV	V	VI
1 1 1	1	1	0	1	1
1 1 0	1	0	1	0	1
1 0 1	0	1	0	1	1
1 0 0	0	1	1	1	1
0 1 1	0	1	0	1	1
0 1 0	0	1	0	1	1
0 0 1	0	1	0	1	1
0 0 0	0	1	0	1	1

Wartości uwidocznione w kolumnie VI powyższej matrycy wskazują, że wyrażenie, które oznaczyliśmy symbolem T_{21} , jest tezą logiczną. Łatwo wykazać, że zachodzi też implikacja odwrotna względem T_{21} (wynika to z porównania kolumn V i III). Ma zatem walor tezy logicznej wyrażenie:

$$T_{21a}: [(p \cdot \sim r) \rightarrow \sim q] \rightarrow [(p \cdot q) \rightarrow r]$$

Oczywistą konsekwencją tez T_{21} i T_{21a} jest naturalnie postać ekwiwalencyjna prawa transpozycji złożonej, co notujemy:

$$T_{21b}: [(p \cdot q) \rightarrow r] = [(p \cdot \sim r) \rightarrow \sim q]$$

Twierdzenie powyższe czytamy — wyrażenie zdaniowe: „jeśli p i q , to r ”, jest równoważne wyrażeniu: „jeśli p i nie- r , to nie- q ”. Ponieważ koniunkcja jest przemienna, tzn. kolejność czynników nie jest istotna (podobnie zresztą przemienne są: alternatywa nierozłączna i rozłączna, dysjunkcja, ekwiwalencja oraz wyrażenie zdaniowe z funktorem „ani..., ani...”), jest również tezą wyrażenie:

$$T_{21c}: [(p \cdot q) \rightarrow r] = [(q \cdot \sim r) \rightarrow \sim p]$$

Aby podać interpretację tezy T_{21} na przykładzie zdaniowym, podstawimy za zmienne p , q i r odpowiednie wyrażenia zdaniowe. I tak niech zmienna p reprezentuje wyrażenie zdaniowe: „liczba x jest podzielna przez 3”, zmienna q — „liczba x jest podzielna przez 6”, i r — „liczba x jest podzielna przez 2”. Po wykonaniu w T_{21} powyższych podstawień otrzymujemy:

Jeśli z tego, że liczba x jest podzielna przez 3 i liczba x jest podzielna przez 6, wynika, iż liczba x jest podzielna przez 2,

to

jeśli liczba x jest podzielna przez 3 i nie jest podzielna przez 2, to liczba x nie jest podzielna przez 6.

Podstawową własnością konstrukcyjną prawa transpozycji złożonej jest to, że jeden ze składników występujących w poprzedniku jednego z członów równoważności T_{21c} przechodzi ze zna-

kiem przeciwnym* do następnika drugiego członu równoważności, a zmienna występująca w następniku przechodzi do poprzednika również ze znakiem przeciwnym.

Teza T_{21c} może mieć kilka dalszych wersji. A oto niektóre z nich:

$$T_{21d}: [(p \cdot r) \rightarrow q] = [(p \cdot \sim q) \rightarrow \sim r]$$

$$T_{21e}: [(p \cdot r) \rightarrow q] = [(r \cdot \sim q) \rightarrow \sim p]$$

Dowody każdej z wymienionych wyżej tez są analogiczne do dowodu tezy T_{21} , który zaprezentowaliśmy za pomocą matrycy. Można jednakże dowody tez z trzema zmiennymi zdaniowymi przeprowadzić w sposób uproszczony. Metodę tę zilustrujemy na przykładzie dowodu wyrażenia zdaniowego T_{21a} . Otóż aby wyrażenie T_{21a} przeszło w zdanie fałszywe, a ten przypadek jest właśnie przypadkiem krytycznym, musi być tak, że poprzednik tego wyrażenia będzie prawdziwy, a następnik fałszywy. Rozpatrzmy różne sytuacje, aby przekonać się, czy taka ewentualność jest możliwa. Ustalmy zatem układ wartości logicznych, który przekształci następnik wyrażenia T_{21a} w zdanie fałszywe i zbadajmy: 1^o — czy istnieje dokładnie jeden taki układ, i 2^o — jaką wartość logiczną dla tego układu przyjmie poprzednik wyrażenia T_{21a} . Łatwo zauważyć, że następnik tezy T_{21a} przechodzi w zdanie fałszywe w następującym przypadku: $p = 1$, $q = 1$ i $r = 0$. Budowa wyrażenia $(p \cdot q) \rightarrow r$ wskazuje w sposób oczywisty, że tylko przy tym układzie wartości następnik T_{21a} staje się zdaniem fałszywym. Należy zatem z kolei zbadać, jak przy tych wartościach zmiennych zdaniowych „zachowa się” poprzednik rozważanej tezy. Podstawiając wyżej wymieniony układ wartości logicznych za zmienne zdaniowe poprzednika tezy T_{21a} , tj. wyrażenia: $[(p \cdot \sim r) \rightarrow \sim q]$, otrzymujemy: $[(1 \cdot \sim 0) \rightarrow \sim 1] = [(1 \cdot 1) \rightarrow 0] = (1 \rightarrow 0) = 0$. Wykazaliśmy w ten sposób, że przy podstawieniu krytycznych wartości za odpowiednie zmienne zda-

* Zwrot „znak przeciwny” znaczy tu tyle, co „funktor przeciwny do danego”, przy czym za przeciwny do negacji uznajemy funktor asercji i przeciwny do asercji — funktor negacji. Dodajmy, że funktorem asercji jest zazwyczaj znak $\vdash$ (czytamy go: jest tezą...), będący wskaźnikiem, iż uznajemy następujące po nim wyrażenie zdaniowe. W naszych rozważaniach znak ten opuszczamy.

niowe wyrażenie T_{21a} przechodzi w zdanie prawdziwe, czyli jest prawem logicznym.

Przejdźmy do omówienia następnej tezy, której postać formalna jest następująca:

$$T_{22}: (p \rightarrow q) \rightarrow [(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)]$$

Twierdzenie to nosi nazwę prawa sylogizmu hipotetycznego bezkoniunkcyjnego. Zapis powyższy czytamy: jeśli z p wynika q , to jeśli ponadto z q wynika r , to z p wynika r . Dowód tezy T_{22} przeprowadzimy — jak to już uczyniliśmy z tezą T_{21a} — metodą zerojedynkową w wersji skrótovej. Zauważmy zatem, że teza T_{22} jest formułą implikacyjną o poprzedniku $(p \rightarrow q)$ i następniku $[(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)]$. Aby następnie wykazać, że formuła T_{22} przy dowolnych wartościach jej zmiennych przechodzi w zdanie prawdziwe, wystarczy ustalić, w jakich przypadkach następnik tej implikacji, tj. $[(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)]$, staje się zdaniem fałszywym oraz jakie wartości przyjmuje wówczas poprzednik tezy T_{22} : $(p \rightarrow q)$. Otóż wyrażenie $[(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)]$ jest fałszywe tylko wtedy, gdy $p = 1$, $q = 0$ i $r = 0$. Ale wówczas i poprzednik tezy T_{22} , tj. $(p \rightarrow q)$ przechodzi w zdanie fałszywe, czyli całość jako formuła implikacyjna staje się prawdziwa. Wykazaliśmy w ten sposób, że wyrażenie zdaniowe T_{22} jest twierdzeniem logicznym.

Niech następujący przykład będzie interpretacją tezy zwanej prawem sylogizmu hipotetycznego bezkoniunkcyjnego. Załóżmy, że występujące w owej tezie zmienne reprezentują następujące zdania: $p =$ „Jan jest dowódcą pułku”, $q =$ „Jan jest oficerem starszym” i $r =$ „Jan ma stopień wojskowy co najmniej majora”. Dokonując odpowiednich podstawień w tezie T_{22} otrzymujemy zdanie:

Jeśli z tego, że Jan jest dowódcą pułku wynika, że Jan jest oficerem starszym,

to

jeśli z tego, że Jan jest oficerem starszym, wynika ponadto, że ma on stopień wojskowy co najmniej majora, to z tego, że Jan jest dowódcą pułku wynika, że Jan jest co najmniej majorem.

I chociaż — dodajmy — nie ma ustawowego nakazu, aby tylko oficerów starszych mianować na stanowiska dowódców pułku, to jednak — jak wiemy z praktyki życia wojskowego — normalny przebieg kariery dowódczej jest taki, iż dojście do tego stanowiska wymaga spełnienia szeregu warunków (kwalifikacje operacyjno-taktyczne, doświadczenie dowódcze, organizacyjne i wychowawczo-szkoleniowe). Spełnienie tych warunków wymaga jednak odpowiedniego stażu służby w siłach zbrojnych, co zazwyczaj łączy się z otrzymaniem odpowiednich stopni wojskowych, w tym oficera starszego.

Następną formułą logiczną z trzema zmiennymi jest twierdzenie:

$$T_{23}: [(p \rightarrow q) \cdot (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

Tezę T_{23} nazywamy prawem sylogizmu hipotetycznego koniunkcyjnego i czytamy: jeśli z p wynika q i z q wynika r , to z p wynika r . Dla udowodnienia tej tezy założmy, że jej następnik jest fałszywy. A jest tak tylko wtedy, gdy zmienne p i r przyjmują odpowiednio wartości prawdy i fałszu.

Rozważmy z kolei dwie sytuacje: pierwszą, gdy zmienna $q = 0$, i drugą, gdy $q = 1$. Dla $q = 0$ oraz przy tym układzie wartości, który został ustalony dla następnika, teza T_{23} przechodzi w zdanie prawdziwe, gdyż $[(1 \rightarrow 0) \cdot (0 \rightarrow 0)] = (0 \cdot 1) = 0$. Dla $q = 1$ drugi człon koniunkcji poprzednika staje się zdaniem fałszywym, co pociąga za sobą w sposób oczywisty fałszywość poprzednika. Ale T_{23} jako formuła implikacyjna jest wtedy zdaniem prawdziwym. I to jest całość procedury dowodowej, na mocy której wykazaliśmy, że wyrażenie zdaniowe T_{23} jest prawem logicznym.

Niech następujący przykład zilustruje interpretację tezy T_{23} w języku naturalnym. Założmy, że zmienna p reprezentuje zdanie „Jan jest dowódcą dywizji”, zmienna q — „Jan ma wyższe wykształcenie wojskowe”, i r — „Jan zna zasady współczesnej sztuki wojennej”. Przy tej konwencji co do sposobu rozumienia zmiennych zdaniowych p , q i r teza T_{23} przekształca się w zdanie:

Jeżeli z tego, że Jan jest dowódcą dywizji wynika, że Jan ma wyższe wykształcenie wojskowe, i z tego, że Jan ma

wyższe wykształcenie wojskowe, wynika, iż Jan zna zasady współczesnej sztuki wojennej,
to

z tego, że Jan jest dowódcą dywizji wynika, że zna on zasady współczesnej sztuki wojennej.

Następnym twierdzeniem logicznym z trzema zmiennymi jest kolejna formuła, którą zapisujemy:

$$T_{24}: [(p \cdot q) \rightarrow r] \rightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$$

Tezę tę nazywamy prawem eksportacji i czytamy: jeżeli z p i q wynika r , to jeżeli p , to z q wynika r . Należy zauważyć, że ma także walor tezy logicznej implikacji odwrotnej:

$$T_{24a}: [p \rightarrow (q \rightarrow r)] \rightarrow [(p \cdot q) \rightarrow r]$$

Na podstawie tez T_{24} i T_{24a} , przy czym tę ostatnią nazywamy prawem importacji, przyjmujemy następne twierdzenie, które określamy mianem prawa eksportacji i importacji:

$$T_{24b}: [(p \cdot q) \rightarrow r] = [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$$

co czytamy: z p i q wynika r wtedy i tylko wtedy, gdy z p wynika, że jeśli q , to r . W ilustracji zdaniowej powyższych tez ograniczymy się do podania przykładu na jedną z nich. Niech teza ilustrowaną będzie T_{24b} . Jeden z możliwych sposobów jej interpretacji jest następujący:

Zdanie: „Jeżeli Jan jest dowódcą dywizji i Jan jest dowódcą garnizonu, to Jan jest przełożonym wszystkich żołnierzy znajdujących się w garnizonie”,
jest równoważne zdaniu:

„Z tego, że Jan jest dowódcą dywizji, wynika, że jeżeli ponadto jest on dowódcą garnizonu, to jest przełożonym wszystkich żołnierzy znajdujących się na terenie garnizonu”.

Aby następnie wykazać na podstawie dowodu logicznego, że teza T_{24b} spełnia warunki prawa logicznego, wystarczy ustalić,

iż są twierdzeniami logicznymi wyrażenia T_{24} i T_{24a} . Przeprowadzimy dowód tylko tezy T_{24} , pozostawiając czytelnikowi uczynienie tegoż dla T_{24a} . Zauważmy zatem, że T_{24} jako formuła implikacyjna przechodzi w zdanie fałszywe tylko wtedy, gdy jej poprzednik: $[(p \cdot q) \rightarrow r]$, jest prawdziwy, a następnik: $[p \rightarrow (q \rightarrow r)]$, fałszywy. Jednakże następnik T_{24} jest fałszywy tylko wówczas, gdy występujące w nim zmienne zdaniowe przyjmą wartości: $p = 1$, $q = 1$ i $r = 0$. Ale przy tych wartościach logicznych zmiennych zdaniowych następnik poprzednik tezy T_{24} przechodzi również w zdanie fałszywe. A ponieważ implikacja o fałszywym poprzedniku i następniku jest prawdziwa, zatem wyrażenie T_{24} jest twierdzeniem logicznym, co właśnie należało wykazać.

Korzystając z przedstawionych wyżej tez logicznych z trzema zmiennymi, możemy oczywiście — podobnie jak to czyniliśmy w przypadku twierdzeń z dwiema zmiennymi — formułować odpowiednie reguły wnioskowania logicznego. Nie będziemy jednak dla każdej z omawianych tez z trzema i więcej zmiennymi podawać odpowiadającej jej reguły, żywiąc przekonanie, że czytelnik bez trudności sam to będzie mógł uczynić. Podamy zatem reguły odpowiadające tezie T_{24b} :

$$R_{10}: \frac{(\alpha \cdot \beta) \rightarrow \gamma}{\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)} \qquad R_{10a}: \frac{\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)}{(\alpha \cdot \beta) \rightarrow \gamma}$$

Interpretacja logiczna powyższych reguł jest następująca: jeśli uznajemy wyrażenia znajdujące się nad kreską, tj. $(\alpha \cdot \beta) \rightarrow \gamma$ oraz $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)$, a które to wyrażenia — jak nadmienialiśmy już — stanowią przesłanki owych reguł wnioskowania, to nie możemy nie uznać wyrażenia pod kreską, czyli wniosku; w rozważanym przypadku są to: $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)$ oraz $(\alpha \cdot \beta) \rightarrow \gamma$.

Rozważmy z kolei następującą tezę:

$$T_{25}: (q \rightarrow p) \rightarrow [(r \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow p)]$$

Twierdzenie powyższe nazywamy drugim prawem sylogizmu hipotetycznego bezkoniunkcyjnego; czytamy je: jeśli z q wynika p i jeśli ponadto z r wynika q , to z r wynika też p . Przykład zdaniowy ilustrujący tę tezę może być następujący:

Jeśli z tego, że Zamek Warszawski jest symbolem suwerenności i niepodległości Polski, wynika, że powinien być pieczołowicie odbudowany,

to

jeśli ponadto jest tak, iż z tego, że pewne budowle historyczne mają wartość symboliczną, wynika, że Zamek Warszawski jest symbolem suwerenności i niepodległości Polski, to jeśli pewne budowle historyczne mają wartość szczególnych symboli, to Zamek Warszawski (jako właśnie taka budowla) powinien być pieczołowicie odbudowany.

Dla dowodu tezy T_{25} założmy, że jej następnik: $(r \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow p)$, jest fałszywy, co — zważywszy, iż całość jest formułą implikacyjną — stanowi ten jedyny przypadek, w którym rozważane wyrażenie może przejść w zdanie fałszywe. W tym celu należy przyjąć, że $p = 0$, $r = 1$ i $q = 1$. Ale dla tego układu wartości poprzednik tezy T_{25} , tj. wyrażenie $q \rightarrow p$, staje się również fałszywy; całość zaś — jako implikacja — jest naturalnie prawdziwa, co zarazem kończy dowód.

A oto kolejna teza z trzema zmiennymi zdaniowymi:

$$T_{26}: (p \rightarrow q) \rightarrow [(p \cdot r) \rightarrow (q \cdot r)]$$

którą nazywamy prawem nowego czynnika. Pomińmy w tym przypadku dowód, lecz podamy sposób jej czytania oraz interpretację na przykładzie zdaniowym. Tezę powyższą czytamy: jeśli z p wynika q , to jeśli p i r , to q i r . Dla ilustracji zdaniowej założmy, że zmienne reprezentują zdania: $p =$ Jan jest oficerem, $q =$ Jan ma prawo posiadać broń palną i $r =$ Jan jest dowódcą. Po podstawieniu tych wartości do tezy T_{26} otrzymujemy zdanie:

Jeżeli z tego, że Jan jest oficerem, wynika, że Jan ma prawo posiadać broń palną,

to

z tego, że Jan jest oficerem i dowódcą, wynika, że Jan jest dowódcą i ma prawo posiadać broń palną.

Nie każda teza daje się — jak to chociażby można zauważyć na powyższym przykładzie — w sposób interesujący ilustrować

w języku potocznym, co nie pomniejsza jej znaczenia metodologicznego, np. jako tezy znajdującej zastosowanie przy konstrukcji dowodów matematycznych. Z drugiej jednakże strony, chociaż przykład zaczerpnięty z języka potocznego jest niekiedy „sztuczny”, tzn. odbiegający od przyjętego zwyczaju posługiwania się zwrotami danego języka, to jednak spełnia — jak sądzimy — rolę wyjaśniającą, a przez to niejako przybliża rozumienie danego wyrażenia formalnego.

Zbadajmy następne tezy, które pod pewnymi względami przypominają (dotyczy to T_{28}) niektóre operacje algebry szkolnej. Są to mianowicie tezy:

$$T_{27}: p + (q \cdot r) = [(p + q) \cdot (p + r)]$$

$$T_{28}: p \cdot (q + r) = [(p \cdot q) + (p \cdot r)]$$

Pierwszą z nich nazywamy prawem rozdzielności alternatywy względem koniunkcji, drugą — prawem rozdzielności koniunkcji względem alternatywy. Mówiąc o analogii między powyższymi tezami a odpowiednimi twierdzeniami algebry szkolnej, mamy na uwadze twierdzenie, według którego zachodzi równość:

$$a \cdot (b + c) = ab + ac$$

Nie ma natomiast swojego odpowiednika w algebrze szkolnej teza T_{27} , gdyż dla niektórych liczb a, b, c jest tak, że:

$$a + (b \cdot c) \neq (a + b) \cdot (a + c)$$

Dowody tez T_{27} i T_{28} , jak i ich ilustrację zdaniową pomijamy, proponując wykonanie tego jako ćwiczenie czytelnikowi. Dodajmy jeszcze, że znacznym ułatwieniem przy przeprowadzeniu dowodów będzie potraktowanie tez T_{27} i T_{28} najpierw jako formuł implikacyjnych (implikacja prosta i odwrotna), a następnie rozważenie ujęcia ekwiwalencyjnego.

Następne trzy tezy dotyczą implikacji; pierwszą z nich jest

$$T_{29}: (p \rightarrow q) \rightarrow [(p + q) \rightarrow (q + r)]$$

Twierdzenie powyższe określamy mianem prawa nowego składnika i czytamy: jeśli z p wynika q , to jeśli ponadto

p lub r , to q lub r . Jak łatwo zauważyć, teza T_{29} różni się od tezy T_{26} , która również dotyczy własności implikacji, tym, iż w następniku tej ostatniej występuje funktor alternatywy, podczas gdy w tezie T_{26} mamy funktor koniunkcji. Zapytajmy z kolei, czy twierdzenie T_{29} jest odwracalne. Czy ma zatem walor tezy logicznej wyrażenie:

$$(x) \quad [(p + r) \rightarrow (q + r)] \rightarrow (p \rightarrow q)$$

Aby przekonać się o tym, należy oczywiście przeprowadzić odpowiedni dowód wyrażenia (x), tj. wykazać, czy spełnia ono wymogi twierdzenia logicznego, czy też jest inaczej. Zważywszy, że wyrażenie (x) jest implikacją o następniku $(p \rightarrow q)$, należy dla przeprowadzenia dowodu przyjąć, że $p = 1$ i $q = 0$, gdyż przy tych i tylko tych wartościach następnik wyrażenia (x) przechodzi w zdanie fałszywe. Należy z kolei sprawdzić, czy istnieje możliwość przy tym układzie wartości (1, 0) przekształcenia poprzednika wyrażenia (x) w zdanie prawdziwe. Otóż taka możliwość istnieje. Wystarczy w tym celu przyjąć, że zmienna zdaniowa $r = 1$. Wtedy otrzymujemy:

$$[(1 + 1) \rightarrow (0 + 1)] \rightarrow (1 \rightarrow 0) = [(1 \rightarrow 1) \rightarrow 0] = (1 \rightarrow 0) = 0,$$

co naturalnie obala pogląd, że wyrażenie (x) jest tezą logiczną; wykazaliśmy bowiem, że istnieje taki układ wartości, który przekształca (x) w zdanie fałszywe. Układem tym jest, jak już wiemy, $p = 1$, $q = 0$ i $r = 1$.

Następna z rozważanych tez dotyczy operacji mnożenia logicznego wykonywanej na wyrażeniach implikacyjnych. Jest to mianowicie teza postaci:

$$T_{30}: [(p \rightarrow q) \cdot (r \rightarrow s)] \rightarrow [(p \cdot r) \rightarrow (q \cdot s)],$$

którą nazywamy prawem mnożenia implikacji stronami. W tezie tej stwierdza się, że jeśli mamy w poprzedniku koniunkcję dwóch implikacji, to z tak zbudowanego poprzednika wynika następnik, który ma postać implikacji. Budowa zaś tego następnika — jak spostrzegamy — jest taka, że jego poprzednikiem jest koniunkcja poprzedników implikacji, będących czynnikami w poprzedniku głównym tezy T_{30} . Ponadto następnikiem tej

tezy jest również koniunkcja, lecz utworzona z następników implikacji wchodzących do koniunkcji poprzednika. Rezygnujemy z przeprowadzenia dowodu tej tezy, gdyż nawet przy zastosowaniu metody skrótowej byłby on dość uciążliwy. Wiadomo przecież, że w przypadku gdy wyrażenie zawiera cztery zmienne zdaniowe, wówczas przy zastosowaniu metody zerojedynkowej (w rozwiniętej postaci) musielibyśmy wykonać $2^4 = 16$ podstawień, co jest niesłychanie żmudne i metodologicznie nieinteresujące; ostatnia z tych uwag odnosi się też do dowodu przeprowadzonego sposobem skróconym, który w tym przypadku jest też dość złożony. Podamy natomiast przykład zdaniowy, który powinien ułatwić zrozumienie struktury zdaniowej tezy T_{30} . A oto wspomniany przykład zaczerpnięty z języka wojskowego:

Jeżeli z tego, że Jan jest dowódcą wojskowym, wynika, iż ma odpowiednie uprawnienia dyscyplinarne, a ponadto z tego, że jest oficerem, wynika, iż ma stopień co najmniej podporucznika,

to

jeśli Jan jest dowódcą wojskowym i oficerem, to Jan ma odpowiednie uprawnienia dyscyplinarne i stopień co najmniej podporucznika.

Kolejną tezę, która dotyczy operacji wykonywanych na implikacji, jest teza postaci:

$$[(p \rightarrow q) \cdot (r \rightarrow s)] \rightarrow [(p+r) \rightarrow (q+s)]$$

Twierdzenie powyższe nazywamy prawem dodawania implikacji stronami. Poprzednik tezy T_{31} jest równo kształtny z poprzednikiem poprzedniej tezy, tj. T_{30} , a jej następnik różni się tym od następnika T_{30} , iż występują w nim funktory alternatywy, a nie koniunkcji, jak w tezie T_{30} . Stąd też i opis tej tezy, który pomijamy, byłby podobny do opisu twierdzenia T_{30} .

Do ważnych tez rachunku zdań zalicza się również prawa zwane dylematem konstrukcyjnym. Otóż pierwsze z tych praw notujemy w sposób następujący:

$$T_{32}: [(p \rightarrow r) \cdot (q \rightarrow r) \cdot (p+q)] \rightarrow r$$

Powyższą tezę nazywamy prawem dylematu konstrukcyjnego prostego. Tezę tę czytamy: jeśli z p wynika r i z q wynika r , a ponadto p lub q , to r . Na przykładzie zdaniowym interpretacja tezy T_{32} może przybrać następującą postać:

Jeśli z tego, że Jan jest dowódcą pułku wynika, iż ma odpowiednie uprawnienia dyscyplinarne, i z tego, że jest dowódcą batalionu, wynika również, iż ma uprawnienia dyscyplinarne, a Jan jest dowódcą pułku lub dowódcą batalionu,

to

Jan ma odpowiednie uprawnienia dyscyplinarne.

Dla ułatwienia zapamiętania tezy T_{32} warto uprzytomnić sobie, że jest ona zbudowana w ten sposób, iż jej poprzednik utworzony jest z trójczłonowej koniunkcji, przy czym trzeci człon tej koniunkcji będący alternatywą zbudowany jest z poprzedników implikacji tworzących pierwsze dwa człony. Następnikiem głównym natomiast jest następnik czynników koniunkcji będących implikacjami.

Oprócz tezy T_{32} istnieje drugie prawo dylematu konstrukcyjnego, które zapisujemy w następującej postaci:

$$T_{33}: [(p \rightarrow q) \cdot (r \rightarrow s) \cdot (p + r)] \rightarrow (q + s)$$

Tezę T_{33} , której pełna nazwa brzmi: prawo dylematu konstrukcyjnego złożonego, czytamy: jeśli z p wynika q i z r wynika s , a ponadto p lub r , to q lub s . Teza ta może być zilustrowana na następującym przykładzie z języka potocznego:

Jeśli z tego, że Piotr jest komunistą, wynika, iż jest on ateistą, i z tego, że Piotr jest członkiem PZPR, wynika, iż jest on człowiekiem aktywnym politycznie, a Piotr jest komunistą lub członkiem PZPR,

to

Piotr jest ateistą lub osobą aktywną pod względem politycznym.

Jako następne i końcowe już w tej części rozważań omówimy twierdzenia logiczne zawierające funktor ekwiwalencji i implikacji. Są to tezy:

$$T_{34}: (p = q) \rightarrow [(p + r) = (q + r)]$$

$$T_{35}: (p = q) \rightarrow [(p \cdot r) = (q \cdot r)]$$

$$T_{36}: (p = q) \rightarrow [(p \rightarrow r) = (q \rightarrow r)]$$

$$T_{37}: [(p = q) \cdot (r = s)] \rightarrow [(p \rightarrow r) = (q \rightarrow s)]$$

$$T_{38}: [(p \rightarrow q) \cdot (r \rightarrow s) \cdot (p + r) \cdot \sim (q \cdot s)] \rightarrow [(q \rightarrow p) \cdot (s \rightarrow r)]$$

Tezę T_{38} nazywamy prawem o zamkniętym układzie twierdzeń, jak też prawem Gaubera, od nazwiska niemieckiego matematyka K. F. Gaubera (1775—1851), autora rozprawy *Scholae logico-mathematicae* (Stuttgart 1829). Poczyńmy kilka uwag o niektórych przynajmniej z wymienionych wyżej twierdzeń. Np. w tezie T_{34} stwierdza się, że jeśli mamy daną równoważność w poprzedniku implikacji, to wolno nam uznać następnik będący również ekwiwalencją, lecz zawierający po obu jej stronach nowy składnik połączony z członami ekwiwalencji znakiem alternatywy. Zauważmy, że jeśli równoważność jest prawdziwa, to oba jej składniki mają tę samą wartość logiczną, tzn. są zarazem prawdziwe lub fałszywe. A jeśli tak, to przyłączenie nowego składnika za pomocą funktora alternatywy nierozłącznej nie zmieni wartości logicznej równoważności, chociaż może zmienić wartość logiczną członów ekwiwalencji. W przypadku bowiem gdy nowy składnik jest zdaniem prawdziwym, całość — po obu stronach równoważności — będzie prawdziwa, gdyż w tym przypadku człony tej całości są utworzone z alternatywy nierozłącznej. Ale też będzie całość prawdziwa i wtedy, gdy wartością logiczną owego składnika będzie fałsz, bowiem oba człony — podobnie jak w poprzednim przypadku — będą miały tę samą wartość, czyli następnik T_{34} będzie zdaniem prawdziwym. Wykazaliśmy w ten sposób, że dla dowolnych wartości nowego składnika następnik tezy T_{34} przechodzi w zdanie prawdziwe. Zważywszy przy tym, że teza T_{34} jest formułą implikacyjną, a implikacja zawsze ilekroć ma następnik prawdziwy, to jest prawdziwa, możemy uznać, że dowód T_{23} został zakończony. Podobne — co do budowy, chociaż odmienne w treści — rozumowanie można by przeprowadzić także względem pozostałych tez logicznych, tj. T_{35} — T_{38} . Nie czynimy tego jednak, gdyż — jak już nadmieniliśmy — dowody te nie odbiegają w stopniu istotnym

od tych, które zostały wyżej przeprowadzone, zwłaszcza od dowodu tezy T_{34} . Nawet teza T_{38} z pozoru dość skomplikowana (posiadająca cztery zmienne zdaniowe) ma również tzw. krytyczne układy wartości logicznych. Są to mianowicie te zestawy wartości, przy których następnik główny tezy T_{38} przechodzi w zdanie fałszywe. Uwzględniając, że funktorem głównym następnika T_{38} jest koniunkcja, czytelnik może bez większych trudności ustalić owe układy wartości logicznych.

Na tym kończymy przegląd tez logicznych ze zmiennymi zdaniowymi, jak też odpowiadających tym tezom reguł wnioskowania. Dodajmy jeszcze, że pod względem metodologicznym w rozważaniach powyższych odwoływaliśmy się do metody algorytmiczno-opisowej, zwanej też metodą zerojedynkową lub metodą Schrödera — od nazwiska matematyka niemieckiego Ernsta Schrödera (1841—1902). Przejdźmy z kolei do krótkiej charakterystyki zasad budowy dwuwartościowego rachunku zdań metodą aksjomatyczną.

O niektórych zasadach aksjomatycznej budowy rachunku zdań

Aksjomatyzacja danej dyscypliny naukowej jest wyrazem wysokiego stopnia jej dojrzałości metodologicznej, w tym ścisłości języka oraz wyraźnego ustalenia sposobu rozumienia pojęć, za pomocą których formułuje się twierdzenia owej dyscypliny badawczej.

We współczesnym stadium rozwoju nauki stan aksjomatyczny osiągnęła głównie logika, jak też niektóre działy nauk matematycznych i przyrodniczych (np. geometria, mechanika i arytmetyka). Ogólne nawet zaznajomienie się z zasadami budowy systemu aksjomatycznego jest pouczające, gdyż informuje o warunkach i metodach uznawania pewnych twierdzeń, jeśli uprzednio zostały przyjęte jako aksjomaty lub ich konsekwencje inne twierdzenia. Należy też odnotować, że obserwujemy stały wzrost zainteresowań (nie tylko metodologów) metodą aksjomatyczną

w dziedzinach niematematycznych, jak np. w biologii czy też w prakseologii⁴⁰.

Ogólną charakterystykę systemu aksjomatycznego przeprowadzimy na przykładzie aksjomatyzacji dwuwartościowego rachunku zdań. Nadmienmy, że pierwszą aksjomatykę tego działu logiki podał niemiecki logik i matematyk, twórca pierwszego systemu sformalizowanego, Gottlob Frege (1848—1925), przy czym aksjomatyka Fregego została poddana analizie krytycznej przez Jana Łukasiewicza.

System, którym zajmiemy się w naszych, szkicowych rozważaniach, został zbudowany właśnie przez Łukasiewicza, który — dodajmy — był jednym z najwybitniejszych polskich logików, a jednocześnie współtwórcą polskiej szkoły logicznej. System ten został przedstawiony w pracy Łukasiewicza pt. *Elementy logiki matematycznej*⁴¹.

Omówienie systemu aksjomatycznego rachunku zdań poprzedzimy kilkoma uwagami o zasadach budowy takich systemów. Otóż, tworząc system aksjomatyczny, wybieramy pewną liczbę tez, których nie dowodzimy i co do których zakładamy, że będą stanowiły aksjomatykę danego systemu. Czym kierujemy się przy tego rodzaju wyborze — nie jest łatwe do rozstrzygnięcia. Wspomniany wyżej Frege, budując aksjomatykę rachunku zdań, minimalizował — jak wolno przypuszczać — liczbę tzw. terminów pierwotnych, tj. pojęć, które przyjmujemy bez definicji, a których sposób rozumienia ustalają aksjomaty. W systemie Fregego były dwa takie terminy, mianowicie negacja i implikacja. A oto zapis aksjomatyki Fregego:

$$A_1: p \rightarrow (q \rightarrow p)$$

$$A_2: [p \rightarrow (q \rightarrow r)] \rightarrow [(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)]$$

$$A_3: [p \rightarrow (q \rightarrow r)] \rightarrow [q \rightarrow (p \rightarrow r)]$$

⁴⁰ Por. J. Konieczny, *Elementy prakseologii formalnej*, „Prakseologia”, Warszawa 1970, nr 35.

⁴¹ W podejmowanych konstrukcjach aksjomatyk rachunku zdań Łukasiewicz zmierzał także do osiągnięcia prostoty budowanych systemów. Wrazem tego jest oparcie rachunku zdań na jednym aksjomacie (aksjomacie Nicoda — Łukasiewicza).

$$A_4: (p \rightarrow q) \rightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$$

$$A_5: \sim \sim p \rightarrow p$$

$$A_6: p \rightarrow \sim \sim p$$

Warto tu odnotować, że Łukasiewicz wykazał, iż tezy A_4 , A_5 i A_6 dają się efektywnie zastąpić twierdzeniem postaci⁴²:

$$A'_4: (\sim p \rightarrow \sim q) \rightarrow (q \rightarrow p)$$

Nie jest to naturalnie jedyna uwaga Łukasiewicza o systemie Fregego; o innych powiemy w dalszych wywodach.

Ale minimalizacja liczby terminów pierwotnych nie jest wcale powszechnie uznanym postulatem, który należy mieć na uwadze, budując system aksjomatyczny. Niegdyś np. uważano, że za aksjomaty (nazywane również pewnikami) należy przyjmować takie twierdzenia, które są prawdziwe na mocy oczywistości. Okazało się jednak, że pojęcie oczywistości jest niesłychanie relatywne i co więcej — bardzo złudne. Tezy z pozoru oczywiste, jak ta np., że przez dany punkt leżący poza prostą możemy przeprowadzić jedną i tylko jedną do tej prostej równoległą, okazały się wcale nie oczywiste przy głębszej refleksji nad podstawami geometrii Euklidesowej i przy odpowiednim udoskonaleniu aparatury metodologicznej oraz logicznej precyzacji pojęć. Ten z pozoru oczywisty postulat geometrii euklidesowskiej został odrzucony przez matematyka rosyjskiego, Nikołaja Łobaczewskiego (1792—1856), twórcę geometrii hiperbolicznej (odkrytej w 1826 roku), czyli takiej, w której geometria Euklidesa jest tylko szczególnym przypadkiem. Otóż wedle Łobaczewskiego przez punkt nie leżący na danej prostej możemy przeprowadzić (w tej samej płaszczyźnie) co najmniej dwie, nie przecinające jej proste.

Istnieje wśród metodologów przekonanie, że istotnym kryterium wyboru danego twierdzenia jako aksjomatu jest jego walor pragmatyczny. Innymi słowy, aksjomatami wedle tego poglądu powinny być takie twierdzenia, w oparciu o które możemy uzasadnić z określonych względów, m.in. poznawczych, interesujące tezy. Albo też — używając terminologii metodologicznej — pod-

⁴² Por. J. Łukasiewicz, *Z historii logiki zdań*, w: *Z zagadnień logiki i filozofii*, Warszawa 1961, s. 178—194.

stawą decyzji co do wyboru aksjomatów powinien być wzgląd, iż dołączenie tego, a nie innego twierdzenia do układu stwarza nadzieję na zbudowanie interesującego ciągu dowodowego, tj. pozwala wyprowadzić z danego układu aksjomatów interesującą z takich lub innych względów tezę. I to wydaje się dominującym czynnikiem przy doborze aksjomatów, chociaż nie bez znaczenia są też inne względy jak chociażby prostota systemu. Konstruując system aksjomatyczny, ustalamy również zbiór reguł wnioskowania, które nazywamy regułami pierwotnymi systemu. Ponadto do ważnych czynności należy też sprecyzowanie pojęcia wyrażenia sensownego systemu oraz — co się z tym łączy — sformułowanie reguł syntaktycznych, za pomocą których możemy tworzyć nowe zwroty należące do wyrażeń systemu. Za pomocą reguł pierwotnych i przyjętych aksjomatów będziemy mogli wyprowadzić nowe twierdzenia. Przyjmujemy również pewną liczbę terminów, nazywanych terminami pierwotnymi, których sposób rozumienia — jak już wspomnieliśmy — ustalają aksjomaty; wszelkie inne terminy będą wprowadzone za pomocą odpowiednich definicji, przy czym w definiensie będą się znajdowały bądź tylko terminy wtórnych zostały zdefiniowane. Dodajmy, że do systemu możemy pierwotne, bądź takie, które uprzednio za pomocą terminów pierwotnych wprowadzić reguły definicyjnego zastępowania jako reguły pierwotne. Za pomocą tych reguł możemy dokonywać operacji zastępowania jednych wyrażeń sensownych systemu przez inne (np. w rachunku zdań możemy zastąpić wyrażenie zdaniowe postaci $p \rightarrow q$ przez wyrażenie definicyjnie równoważne $\sim p + q$). Twierdzeniami systemu aksjomatycznego są — oprócz naturalnie aksjomatów — tezy dające się wyprowadzić przez odpowiednie przekształcenia syntaktyczne zarówno aksjomatów, jak i twierdzeń uprzednio udowodnionych; przekształcenia te realizuje się poprzez odpowiednie zastosowania przyjętych reguł wnioskowania i definicyjnego zastępowania.

D o w o d e m danego twierdzenia T w systemie aksjomatycznym $A_{(T)}$ nazywamy ciąg wyrażeń, w którym ostatnim wyrażeniem jest twierdzenie T , a wyrażenia poprzedzające T w owym ciągu są bądź aksjomatami systemu $A_{(T)}$, bądź wyrażeniami wyprowadzonymi z owych aksjomatów za pomocą odpo-

wiednich reguł pierwotnych. Wyprowadzić zatem z danego układu aksjomatów $A_{(T)}$ tezę T to tyle, co znaleźć taki ciąg resp. utworzyć taki ciąg, którego ostatnim wyrażeniem byłaby teza T , a każde wyrażenie poprzedzające T — aksjomatem lub twierdzeniem otrzymanym przez zastosowanie odpowiednich reguł i definicji.

Interesujący nas system aksjomatyczny rachunku zdań jest — podobnie jak system Fregego — systemem implikacyjno-negacyjnym, tzn. jedynymi terminami pierwotnymi tego systemu są funktory implikacji i negacji. Jest to system — jak już nadmieniliśmy — zbudowany przez Łukasiewicza. Należy też dodać, że funktory występujące w tym systemie jako terminy pierwotne są funktorami niezależnymi, tj. nie możemy zdefiniować implikacji za pomocą negacji lub negacji za pomocą funktora implikacji. Należy zauważyć, że wspomniana niezależność terminów pierwotnych jest jednym z warunków ich doboru przy budowie danego systemu. Podobnie zresztą rzecz się ma z twierdzeniami występującymi w systemie w roli aksjomatów: dążymy również do tego, aby twierdzenia pierwotne systemu były niezależne, o czym szerzej będzie jeszcze mowa w dalszych wywodach.

Na podstawie poprzednich rozważań wiemy już (por. df_1 — df_5), iż korzystając z negacji i implikacji możemy zdefiniować pozostałe podstawowe funktory prawdziwościowe, co właśnie wykazaliśmy na przykładzie definicji alternatyw nierozłącznej i rozłącznej, dysjunkcji, koniunkcji i ekwiwalencji.

Przejdźmy do przedstawienia systemu Łukasiewicza w najogólniejszych przynajmniej zarysach. W systemie tym przyjmuje się następujące aksjomaty:

$$A_1: (p \rightarrow q) \rightarrow [(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)]$$

$$A_2: (\sim p \rightarrow p) \rightarrow p$$

$$A_3: p \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$$

Poddając analizie powyższe aksjomaty, zauważmy, że pierwszy z nich, tj. A_1 , jest to znane nam już prawo sylogizmu hipotetycznego bezkoniunkcyjnego (T_{22} s. 196). Za reguły pierwotne przyjmuje Łukasiewicz regułę odrywania (zanotowaną na s. 175 w postaci R_4), regułę definicyjnego zastępowania, która upoważnia do zastąpienia lewej strony tej równości (de-

finiendum) jej prawą stroną (definiensem) lub odwrotnie. Dotyczy to w rozważanym przypadku definicji df_1 — df_5 podanych wyżej (s. 188—191). Trzecią regułą przyjętą za pierwotną w systemie Łukasiewicza jest reguła podstawiania. Regułę tę jako jedną z reguł metodologicznych można sformułować w sposób następujący:

$R^2_{(M)}$: Jeżeli mamy daną tezę T_m zawierającą zmienne zdaniowe $p, q, r, \dots$, to również jest tezą wyrażenie T_n , które powstaje z wyrażenia T_m przez podstawienie za zmienne zdaniowe $p, q, r \dots$ również zmiennych zdaniowych $p_1, q_1, r_1 \dots$ lub wyrażeń sensownych utworzonych ze zmiennych zdaniowych i odpowiednich funktorów w ten sposób, że na każdym miejscu w tezie T_m , gdzie występują zmienne zdaniowe $p, q, r \dots$ podstawiamy odpowiednie zmienne $p_1, q_1, r_1 \dots$ albo też wyrażenia sensowne zbudowane z tych zmiennych i odpowiednich funktorów, np. $p_1 + q_1, q_1 \rightarrow r_1$ itd.

Niech następujący przykład wyjaśni sens metodologiczny powyższej reguły. Załóżmy mianowicie, że rozważaną tezą (T_m) jest następujące twierdzenie (zanotowane jako T_9 na s. 176):

$$(a_1) \quad (a_1) \quad [(p \rightarrow q) \cdot p] \rightarrow q$$

Założmy, że w powyższej tezie za zmienną zdaniową p podstawimy również zmienną tej samej kategorii syntaktycznej, np. p_1 . Otrzymamy wówczas tezę T_n :

$$(a_2) \quad (a_2) \quad [(p_1 \rightarrow q) \cdot p_1] \rightarrow q$$

Na mocy $R^2_{(M)}$ wiemy, że jeśli formuła (a_1) jest tezą rachunku zdań, to walor ten ma również formuła (a_2) otrzymana z (a_1) przez zastosowanie względem (a_1) reguły podstawiania.

Jeśli zaś za zmienną p w twierdzeniu (a_1) podstawimy wyrażenie zdaniowe postaci $(p \rightarrow q)$, to otrzymamy:

$$(a_3) \quad (a_3) \quad \{[(p \rightarrow q) \rightarrow q] \cdot (p \rightarrow q)\} \rightarrow q$$

Formuła (a_3) jest naturalnie tezą logiczną, gdyż powstała przez zastosowanie względem twierdzenia (a_1) reguły podstawiania. A reguła ta ma tę własność, że ilekroć jest zastosowana w spo-

sób poprawny do danej tezy logicznej, to rezultat tego zastosowania jest również tezą logiczną.

Przejdźmy z kolei do charakterystyki metody aksjomatycznej na przykładzie aksjomatyki Łukasiewicza. Na podstawie więc aksjomatów A_1 — A_3 oraz reguł: odrywania (R_4), zastępowania definicyjnego ($R^1_{(M)}$) i podstawiania ($R^2_{(M)}$), wyprowadzimy tezę logiczną. A oto tok postępowania według metody aksjomatycznej. Podstawiając mianowicie do aksjomatu A_1 za zmienną zdaniową q wyrażenie postaci $(\sim p \rightarrow q)$, otrzymujemy:

$$(b_1) \quad [(p \rightarrow (\sim p \rightarrow q))] \rightarrow \{[(\sim p \rightarrow q) \rightarrow r] \rightarrow (p \rightarrow r)\}$$

Zauważmy, że wyrażenie (b_1) jest tezą logiczną (oczywiście na mocy tego, że jest podstawieniem tezy logicznej, a mianowicie A_1), której poprzednik jest równoważny z aksjomatem A_3 . Wobec tego, że znajduje tu zastosowanie reguła odrywania, która — przypomnijmy — upoważnia do uznania następnika β implikacji $(\alpha \rightarrow \beta)$ będącej tezą logiczną, jeśli jest tezą jej poprzednik (α), uznajemy następnik wyrażenia (b_1) , czyli jest twierdzeniem logicznym

$$(b_2) \quad [(\sim p \rightarrow q) \rightarrow r] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

W ten sposób korzystając z metody aksjomatycznej wykazaliśmy, że formuła implikacyjna (b_2) jest tezą logiczną. Uzyskaliśmy bowiem tę formułę na podstawie aksjomatów A_1 i A_2 oraz przyjętych w tym systemie reguł pierwotnych, mianowicie reguły podstawiania ($R^2_{(M)}$) i reguły odrywania (R_4). Możemy następnie uprościć tezę (b_2) , stosując względem niej regułę zastępowania. Otóż poprzednik $(\sim p \rightarrow q)$ wyrażenia $[(\sim p \rightarrow q) \rightarrow r]$ będącego z kolei poprzednikiem tezy (b_2) jest definicyjnie równoważny wyrażeniu $(p \vdash q)$, o czym informuje definicja df_1 (s. 188). Stąd jako wynik końcowy metody aksjomatycznej zastosowanej w zakresie systemu Łukasiewicza względem tezy (b_1) jest twierdzenie postaci:

$$(b_3) \quad [(p \vdash q) \rightarrow r] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

Jak już nadmieniliśmy, budując systemy aksjomatyczne, zwracamy uwagę na to, by spełniały one określone warunki metodolo-

giczne. A oto kilka dalszych uwag dotyczących własności metodologicznych systemów aksjomatycznych. Należy zatem odnotować, że od danego układu aksjomatów — będących podstawą systemu aksjomatycznego — wymagane jest spełnienie następujących warunków:

- a) niesprzeczności,
- b) niezależności,
- c) zupełności.

Podstawowym warunkiem z wyżej wymienionych jest naturalnie niesprzeczność. Powiemy, że system aksjomatów $A_{(T)}$ jest niesprzeczny, gdy na podstawie przyjętych w $A_{(T)}$ aksjomatów i reguł wnioskowania nie dają się w tym systemie udowodnić wyrażenia T i $\text{non-}T$. W systemie bowiem, w którym możemy udowodnić T i $\text{non-}T$, daje się udowodnić każde zdanie sformułowane w języku tego systemu, co oczywiście wskazuje, iż system ten jest poznawczo i metodologicznie bezwartościowy.

Następna z kolei własność systemów aksjomatycznych, mianowicie niezależność, dotyczy zarówno aksjomatów, jak i występujących w rozważanym systemie terminów pierwotnych, o czym już nadmieniliśmy, czyniąc uwagi o terminach pierwotnych systemu Łukasiewicza. Co się tyczy niezależności aksjomatów, powiemy, że dany aksjomat A_i systemu $A_{(T)}$ jest niezależny od pozostałych aksjomatów $A_{(T)}$, jeśli jest tak, że A_i nie daje się udowodnić albo nie można go wywieść na podstawie pozostałych aksjomatów systemu $A_{(T)}$ i przyjętych w nim reguł wnioskowania, czyli gdy teza A_i nie jest konsekwencją pozostałych aksjomatów tegoż systemu. O układzie zaś aksjomatów danego systemu $A_{(T)}$ powiemy, że jest niezależny, jeśli każdy aksjomat tego systemu jest niezależny od pozostałych aksjomatów systemu $A_{(T)}$. Jak już nadmieniliśmy, pojęcie niezależności dotyczy też terminów pierwotnych danego systemu aksjomatycznego. Powiemy mianowicie, że terminy pierwotne danego systemu aksjomatycznego $A_{(T)}$ są niezależne, gdy jest tak, że żaden z tych terminów nie jest definiowalny za pomocą pozostałych.

W przytoczonych przez nas systemach aksjomatycznych Łukasiewicza i Fregego niezależne są oczywiście dwa terminy: impli-

kacja i negacja, gdyż nie są one wzajemnie definiowalne. Łatwo wykazać, że nie są natomiast niezależne takie terminy, jak negacja i dysjunkcja albo implikacja i negacja oraz dysjunkcja. Negację bowiem możemy zdefiniować za pomocą funktora dysjunkcji:

$$\sim p = p/p$$

Możemy też definiować implikację, korzystając z negacji i dysjunkcji. Zapis tej definicji jest następujący:

$$(p \rightarrow q) = p/\sim q$$

Bardziej skomplikowane w interpretacji jest pojęcie zupełności systemu. W literaturze logicznej wskazuje się zazwyczaj na trzy następujące rozumienia zupełności: 1) Dany system aksjomatyczny jest zupełny wtedy, gdy każde zdanie sformułowane w języku systemu należy do $A_{(T)}$ lub należy do tegoż systemu negacja owego wyrażenia zdaniowego. Postulat ten można też wyrazić w ten sposób, że każde zdanie Z sformułowane w systemie $A_{(T)}$ jest twierdzeniem tego systemu lub jest takim twierdzeniem negacja Z , czyli non- Z . 2) Zupełność w sensie Posta [od amerykańskiego logika, twórcy — obok Łukasiewicza — logiki wielowartościowej, Emila Posta (1897—1954)] jest interpretowana tak, iż każde wyrażenie zdaniowe sformułowane w języku systemu aksjomatycznego $A_{(T)}$ bądź jest tezą systemu, bądź dołączone do systemu aksjomatycznego prowadzi do sprzeczności. W tym właśnie znaczeniu używamy pojęcia „system aksjomatyczny” w zastosowaniu do rachunku zdań. I to znaczenie mamy na uwadze, charakteryzując system Fregego i Łukasiewicza. 3) W trzecim wreszcie znaczeniu zupełność systemu aksjomatycznego, nazywana również „pełnością”, zwłaszcza w środowisku logików polskich (A. Mostowski i A. Grzegorzcyk), to tyle, co taka jego własność, iż z przyjętego w systemie układu aksjomatów są wywodliwe wszelkie zdania sformułowane w języku systemu i będące zdaniami prawdziwymi w dowolnym modelu rozważanego systemu. Dodajmy, że modelem nazywamy określony układ przedmiotów spełniających ten warunek, że są one opisywane w sposób prawdziwy przez daną teorię. Z kolei przedmiotami w tym znaczeniu są zarówno indywidua, jak i klasy oraz stosunki.

O symbolice beznawiasowej J. Łukasiewicza

W charakterystyce logiki Łukasiewicza zasługuje na uwagę fakt, w pełni doceniony dopiero w związku z rozwojem maszyn matematycznych, że myśliciel ten wprowadził do języka logiki swoistą symbolikę. Symbolika ta, stosowana w Polsce konsekwentnie przez prof. Tadeusza Czeżowskiego (1889), bardzo wygodna w zastosowaniach technicznych (duża oszczędność znaków), nazywana jest też symboliką polską (naturalnie, nazwa wywodzi się od osoby jej twórcy) lub po prostu beznawiasową. Ta ostatnia nazwa wywodzi się stąd (jak łatwo się domyślić), że w symbolice tej nie są potrzebne do zapisu formuł logicznych nawiasy, przez co, rzecz oczywista, znacznie się skraca owe zapisy. Jest to jeden z powodów dużego zainteresowania tą symboliką ze strony programistów. Zważywszy zaś, że w wojskowych systemach dowodzenia spotykamy nierzadko układy zaprogramowane oraz inne urządzenia z programowaniem łączące się, uważamy za wskazane zapoznanie czytelnika z tą właśnie symboliką oraz jej formalnymi zastosowaniami. A oto w tej notacji niektóre z rozważanych przez nas wyrażeń zdaniowych:

- Negacja: Np
- Implikacja: Cpq
- Alternatywa nierozłączna: Apq
- Dysjunkcja: Dpq
- Koniunkcja: Kpq
- Ekwiwalencja: Epq

Korzystając z powyższej symboliki, zapiszemy ponownie niektóre z omówionych już wyżej i zanotowanych za pomocą symboliki nawiasowej tez:

$T_{12} : CKDpqpNq$
 $T_{13} : CKEpqNpNq$
 $T_{13a} : CKEpqNqNp$
 $T_{24} : CCKpqrCpCqr$
 $T_{24a} : CCpCqrCKpqr$
 $df_1 : EApqCNpq$
 $df_3 : EDpqCpNq$

Można wykazać, że procedura dowodowa — za pomocą metody zerojedynkowej — w notacji Łukasiewicza nie odbiega od sposobu postępowania stosowanego w przypadku notacji nawiasowej. Zilustrujemy sposób przeprowadzenia takiego dowodu na przykładzie tezy T_{12} :

- a) (1, 1): $CKD111N1 = CK010 = C01 = 1$
- b) (1, 0): $CKD101N0 = CK111 = C11 = 1$
- c) (0, 1): $CKD010N1 = CK101 = C01 = 1$
- d) (0, 0): $CKD000N0 = CK101 = C01 = 1$

Istnieje tu i ówdzie nieuzasadniony pogląd (nie jest on uzasadniony ani dydaktycznie, ani też metodologicznie), jakoby symbolika Łukasiewicza była mniej intuicyjna od symboliki nawiasowej. Jednakże — jak wskazuje właśnie praktyka dydaktyczna — nauczanie logiki przy zastosowaniu symboliki beznawiasowej wcale nie jest mniej efektywne niż przy zapisie nawiasowym; jak stwierdzają doświadczeni nauczyciele logiki — jest to sprawa przyzwyczajenia i nabycia odpowiedniej wprawy w posługiwaniu się tą symboliką. Praktyka dydaktyczna wykazuje, że jeśli omawia się w sposób konsekwentny w tej symbolice poszczególne formuły logiki formalnej, to czytelnik czy też audytorium stosunkowo szybko „przyzwyczajają się” do tego języka i staje się on w ten sposób nie mniej intuicyjny od notacji nawiasowej.

Uwagi o logice trójwartościowej

Logiki wielowartościowe, zaliczane do jednego z największych osiągnięć XX w. w zakresie badań logicznych, powstały przy końcu drugiego dziesięciolecia. Za ich twórców uważa się — dodajmy, w osiągniętych wynikach od siebie niezależnych — Jana Łukasiewicza i Emila Posta. Łukasiewicz pierwsze swoje idee dotyczące logiki trójwartościowej przedstawił w wykładzie z roku 1918, a już w sposób usystematyzowany zaprezentował zarys teorii w autoreferacie pt.: *O logice trójwartościowej*, wygłoszonym w 1920 r. U podstaw filozoficznych tej idei było dążenie Łukasiewicza do pełniejszego uzasadnienia indeterminizmu, którego był

zwolennikiem, i tym samym osłabienia uzasadnień przytaczanych na rzecz przekonań deterministycznych. Z punktu widzenia logicznego trójwartościowy rachunek zdań, rozwinięty następnie w wielowartościowy (o nieskończonej liczbie wartości włącznie), był tą teorią, w której dają się definiować zdania modalne, czyli takie, w których orzeka się o możliwości, konieczności i niemożliwości określonych stanów rzeczy.

Wyrażenie zdaniowe w logice trójwartościowej może przyjąć jedną z następujących wartości: prawdy (1), fałszu (0) oraz wartość $1/2$, którą należy rozumieć w ten sposób, iż nie ma w danej sytuacji podstaw do stwierdzenia, że zaistnieje stan rzeczy, o którym orzeka się w owym zdaniu, czy też nie zaistnieje. Według tej interpretacji zdanie mające wartość prawdy jest stwierdzeniem faktu, dla którego zaistnienia znamy przyczynę wystarczającą. Innymi słowy, istnieje zbiór okoliczności będących warunkiem wystarczającym do zajścia zdarzenia, o którym traktuje to zdanie. Zdanie natomiast o wartości fałszu dotyczy faktu, którego zajście wyklucza istniejący (w chwili wypowiedzania tego zdania) stan rzeczy. Niech następujące przykłady stanowią ilustrację sposobów rozumienia omówionych wyżej wartości logicznych. Załóżmy, że dane są trzy następujące zdania: p , q , r , dotyczące przyszłych zdarzeń. Niech zdanie reprezentowane przez zmienną $p =$ „W roku 1996 będziemy obchodzili dwieście pięćdziesiątą rocznicę urodzin Tadeusza Kościuszki”; jest to naturalnie zdanie, którego wartością jest prawda, gdyż istnieją w danej chwili warunki wystarczające do uznania go za prawdziwe. Ściślej mówiąc, warunki takie powstały z chwilą urodzenia się Tadeusza Kościuszki. Z kolei niech $q =$ „Franklin Delano Roosevelt (1882—1945) odwiedzi w roku 1975 Bukareszt”; fałszywość tego zdania jest oczywista, gdyż w chwili jego wypowiedzania (1972 r.) istnieją warunki wykluczające zajście zdarzenia, o którym mówi się w owym zdaniu. I wreszcie niech zmienna r reprezentuje zdanie: „W dniu 1 stycznia roku dwutysięcznego w Warszawie o godzinie ósmej będzie słonecznie”. Zdanie to — jak łatwo zauważyć — nie jest ani prawdziwe, ani fałszywe, gdyż w chwili jego wypowiedzania nie istnieją okoliczności, które powodują z konieczności zajście tego faktu, ani też okoliczności wykluczające

zajście zdarzenia, o którym mówi się w tym zdaniu. Wartością logiczną tego zdania będzie zatem $1/2$.

Poszczególne funktory logiki trójwartościowej możemy interpretować — podobnie jak to czyniliśmy w logice dwuwartościowej — za pomocą odpowiednich matryc. Aby jednakże notację matrycową uprościć, przyjmuje się nieco odmienny kształt owych matryc, mianowicie wartości przedstawione w pierwszej kolumnie matrycy reprezentują zdanie p , a w pierwszym wierszu — zdanie q . Wartość logiczną wyrażenia zdaniowego, które jest zbudowane za pomocą danego funktora, znajdujemy na przecięciu odpowiedniej kolumny z właściwym wierszem. W ten sposób zapis negacji, koniunkcji, implikacji oraz alternatywy nierozłącznej przyjmuje następującą postać:

a) negacja:

p	$\sim p$
0	1
$1/2$	$1/2$
1	0

b) koniunkcja:

$\cdot$	0	$1/2$	1
0	0	0	0
$1/2$	0	$1/2$	$1/2$
1	0	$1/2$	1

d) implikacja:

$\rightarrow$	0	$1/2$	1
0	1	1	1
$1/2$	$1/2$	1	1
1	0	$1/2$	1

c) alternatywa
nierozłączna:

$+$	0	$1/2$	1
0	0	$1/2$	1
$1/2$	$1/2$	$1/2$	1
1	1	1	1

Tezą jest tu również tylko takie wyrażenie zdaniowe, które dla każdego z dziewięciu możliwych układów wartości przechodzi w zdanie prawdziwe. Zauważmy przy tym, że nie każda teza logiki dwuwartościowej jest tezą w logice trójwartościowej. Łatwo np. wykazać, że nie zachowują walorów twierdzeń logicznych przy założeniu trzech wartości takie prawa jak: T_2 , T_3 oraz T_{5a} .

Wystarczy w tym celu za zmienną p podstawić wartość $1/2$. Wykonując odpowiednie podstawienia, otrzymujemy:

- a) $T_2: p + \sim p$
 $(1/2, 1/2): 1/2 + \sim 1/2 = 1/2 + 1/2 = 1/2$
- b) $T_3: \sim (p \cdot \sim p)$
 $(1/2, 1/2): \sim (1/2 \cdot \sim 1/2) = \sim (1/2 \cdot 1/2) = \sim 1/2 = 1/2$
- c) $T_{5a}: (\sim p \rightarrow p) \rightarrow p$
 $(1/2, 1/2): (\sim 1/2 \rightarrow 1/2 \rightarrow 1/2 = (1/2 \rightarrow 1/2) \rightarrow 1/2 =$
 $= 1 \rightarrow 1/2 = 1/2$

Wykazaliśmy zatem, że nie są tezami logiki trójwartościowej prawa wyłączonego środka, sprzeczności oraz redukcji do absurdu. Utrzymuje natomiast walor tezy prawo tożsamości, gdyż jak łatwo wykazać, dla wartości $1/2$ przechodzi w zdanie prawdziwe:

- d) $T_1: p \rightarrow p$
 $(1/2, 1/2): 1/2 \rightarrow 1/2 = 1$

A oto niektóre prawa logiki trójwartościowej i ich dowody zerojedynkowe:

- $T_{15}: p \rightarrow (q \rightarrow p)$
 $T_{40}: [(p \rightarrow q) \rightarrow q] \rightarrow [(q \rightarrow p) \rightarrow p]$
 $T_{41}: (\sim p \rightarrow \sim q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

Ponieważ każda z wymienionych wyżej tez jest twierdzeniem logiki dwuwartościowej, wystarczy dla wykazania ich ważności w logice trójwartościowej podstawić za zmienne zdaniowe tylko te układy wartości logicznych spośród dziewięciu możliwych:

$$(0, 0), (0, 1/2), (0, 1),$$

$$(1/2, 0), (1/2, 1/2), (1/2, 1),$$

$$(1, 0), (1, 1/2), (1, 1),$$

w których występuje wartość $1/2$. A takich układów jest pięć.

Nie będziemy naturalnie sprawdzać każdej z trzech wyżej wymienionych tez; procedura bowiem stosowana w tym przypadku nie odbiega od tej, z którą zapoznaliśmy się w logice dwuwartościowej. Dowód więc przeprowadzimy tylko dla tezy T_{15} , pozostawiając sprawdzenie tez T_{40} i T_{41} jako ewentualne ćwiczenie czytelnikowi. Biorąc zatem za podstawę pięć wyróżnionych układów wartości logicznych, otrzymujemy:

$$\begin{aligned}
 (0, 1/2): \quad & 0 \rightarrow (1/2 \rightarrow 0) = 0 \rightarrow 1/2 = 1 \\
 (1/2, 0): \quad & 1/2 \rightarrow (0 \rightarrow 1/2) = 1/2 \rightarrow 1 = 1 \\
 (1/2, 1/2): \quad & 1/2 \rightarrow (1/2 \rightarrow 1/2) = 1/2 \rightarrow 1 = 1 \\
 (1/2, 1): \quad & 1/2 \rightarrow (1 \rightarrow 1/2) = 1/2 \rightarrow 1/2 = 1 \\
 (1, 1/2): \quad & 1 \rightarrow (1/2 \rightarrow 1) = 1 \rightarrow 1 = 1
 \end{aligned}$$

Należy odnotować, że we współczesnej literaturze przedmiotu najpełniej przedstawił system logiki trójwartościowej prof. J. Łukasiewicza, a nadał tej teorii wysoki stopień precyzji prof. Jerzy Słupecki w pracy pt.: *Próba intuicyjnej interpretacji logiki trójwartościowej Łukasiewicza* (1964)⁴³. W rozprawie tej autor przedstawił logikę trójwartościową jako teorię zdarzeń, przy czym wprowadził podstawowe dla tej teorii pojęcia, odpowiednio je definiując, mianowicie pojęcia: „zdarzenie f jest w chwili obecnej zdeterminowane” oraz „zdarzenie f jest w chwili obecnej nie zdeterminowane”. Pierwsze z tych pojęć prof. J. Słupecki charakteryzuje w sposób następujący: „Zdarzenie jest (...) zdeterminowane, gdy istnieje fakt miniony lub z chwili obecnej będący jego przyczyną”, drugie — „Zdarzenie jest (...) nie zdeterminowane, gdy nieprawdą jest, że zdarzenie to jest zdeterminowane, i jednocześnie nieprawdą jest, że zdarzenie przeciwne jest zdeterminowane”⁴⁴. Dodajmy, że prof. Słupecki sformułował już w roku 1936 aksjomatykę trójwartościowego rachunku zdań, przyjmując takie terminy pierwotne, za pomocą których dają się definiować wszystkie funktory trójwartościowej logiki zdań⁴⁵.

Jak nadmieniliśmy, za pomocą wyrażeń zdaniowych logiki trójwartościowej dają się definiować funktory modalne o argumentach zdaniowych, mianowicie: a) funktor, za pomocą którego stwierdzamy możliwość zajścia zdarzenia opisywanego przez dane wyrażenie zdaniowe; zapis symboliczny funktora wraz ze zmienną zdaniową jest następujący: Mp , co czytamy: „możliwe, że p ”; b) funktor konieczności, który zapisujemy: Lp i czytamy: „jest konieczne, że p ”.

⁴³ Praca znajduje się w: *Rozprawy logiczne*, Warszawa 1964, s. 185—191.

⁴⁴ *Tamże*, s. 186.

⁴⁵ J. Słupecki, *Dowód askjomatyzowalności pełnych systemów... — pełny trójwartościowy rachunek zdań*, „Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska”, 1946, vol. 1, nr 3.

Notacja matrycowa oraz interpretacja prawdziwościowa wyrażeń zdaniowych z funktorami modalnymi jest następująca:

a) funktor
możliwości:

p	Mp
0	0
1/2	1
1	1

b) funktor
konieczności:

p	Lp
0	0
1/2	0
1	1

Za pomocą powyższych funktorów oraz funktorów dwuwartościowego i trójwartościowego rachunku zdań formułuje się odpowiednie tezy modalnej logiki zdań*. A oto niektóre z tych tez:

$$T_{42}: L(p \cdot q) = (Lp \cdot Lq)$$

$$T_{43}: M(p + q) = (Mp + Mp)$$

$$T_{44}: (Lp + Lq) \Rightarrow L(p + q)$$

$$T_{45}: [(p \Rightarrow q) \cdot M \sim q] \Rightarrow M \sim p$$

Sposób czytania wymienionych wyżej tez zilustrujemy na przykładzie tezy T_{44} : jeśli konieczne jest p lub konieczne jest q , to konieczne jest p lub q .

Rozdział 2

ALGEBRA BOOLE'A A RACHUNEK ZDAŃ

Istotną rolę w rozważaniach logicznych odgrywają zmienne reprezentujące ustalone zbiory przedmiotów, np. liczb naturalnych lub rzeczywistych, figur geometrycznych, planet w naszym układzie słonecznym, krzeseł na danej sali wykładowej itd., przy czym pierwsze trzy z tych zbiorów są zbiorami nieskończonymi,

* Współczesna logika modalna nawiązuje głównie do wyników C. I. Lewis, który implikację: $p \Rightarrow q$, określa mianem implikacji ścisłej (z poprzednika wynika następnik) i definiuje ją: $p \Rightarrow q \stackrel{df}{=} \sim M(p \cdot \sim q)$. W tej sprawie por. L. Borkowski, *Logika formuł*, Warszawa 1970, s. 259 i n.

ostatnie dwa skończonymi. Jako przypadek szczególny rozważa się zbiór pusty oraz zbiór uniwersalny; ten ostatni to taki, którego podzbiorem jest każdy z rozważanych zbiorów. Teorią, która bada takie zbiory z określonego punktu widzenia⁴⁶, nie interesując się indywiduami konstytuującymi owe zbiory — jest algebra Boole'a, nazywana tak od jej twórcy, angielskiego matematyka George'a Boole'a (1813—1864). Jest to teoria zaksjomatyzowana o następującej strukturze; jej terminami pierwotnymi są:

a) o p e r a c j e: „+”, „·” oraz „'”, które odpowiednio nazywamy: dodawaniem boolowskim, iloczynem boolowskim oraz dopełnieniem zbioru; pierwsze dwie z tych operacji są dwuargumentowe, trzecia zaś, operacja dopełnienia zbioru, jest jednoargumentowa;

b) z b i ó r p e ł n y, którego symbolem jest znak „U”. Jest to zbiór, który w języku tej algebry nazywa się również rodziną podzbiorów danego zbioru niepustego. O zbiorze U powiemy ponadto, że zawiera on sumę, iloczyn i dopełnienie dowolnych podzbiorów zbioru U. Wprowadzamy również zmienne X, Y, Z reprezentujące zbiory należące do U.

Na podstawie tego, co zostało ustalone, jest oczywiste, że jeśli zbiory X i Y należą do U, to do zbioru U należy również $X+Y$, $X \cdot Y$ oraz X' i Y' .

Nie podejmujemy szerzej prezentacji tej teorii; zainteresowany jej problematyką czytelnik znajdzie bowiem pełniejsze ujęcie w literaturze przedmiotu. Chcemy natomiast w tym miejscu wskazać na te fragmenty teorii, które tworzą wyraźne *iunctim* z logiką zdań. Jednym z takich właśnie aspektów rozważanej teorii jest jej aksjomatyka, zapis tej aksjomatyki i interpretacja. Jako przykład pewnego fragmentu aksjomatyki algebry Boole'a podamy następujące tezy⁴⁷:

⁴⁶ Por. A. W. Mostowski, *Algebry Boole'a i ich zastosowania*, Warszawa 1964, jak też J. Słupecki i L. Borkowski, *Elementy logiki matematycznej i teorii mnogości*, wyd. cyt., s. 154 i n.

⁴⁷ Przytaczamy tu z nieistotnymi zmianami aksjomatykę podaną przez J. Słupeckiego i L. Borkowskiego w dziele *Elementy logiki matematycznej i teorii mnogości*, wyd. cyt., s. 155.

$$A_1: X+Y = Y+X$$

$$A_2: X \cdot (Y+Z) = (X \cdot Y) + (X \cdot Z)$$

$$A_3: X+Y \cdot Y' = X$$

$$A_4: X+X' = Y+Y'$$

$$A_5: X+X = X$$

Pierwszy z tych aksjomatów wskazuje na przemienność operacji sumowania boolowskiego, tzn. kolejność składników w tej operacji nie odgrywa żadnej roli. Drugi aksjomat charakteryzuje własność rozdzielności dodawania względem mnożenia, czy też, mówiąc inaczej, sumy boolowskiej względem boolowskiego iloczynu. Dodajmy w tym miejscu, że prawo to, podobnie jak A_1 , zachowuje walor w arytmetyce liczb rzeczywistych. Co do trzeciego aksjomatu, zauważmy, że iloczyn $Y \cdot Y'$ jest zbiorem pustym, co notujemy:

$$Y \cdot Y' = 0$$

Aksjomat A_3 ustala zatem, że:

$$X+0 = X,$$

co również dotyczy operacji sumy zinterpretowanej w arytmetyce liczb rzeczywistych. Aksjomat czwarty, nazywany też prawem komplementarności dla algebry zbiorów⁴⁸, stwierdza, że dany zbiór i jego dopełnienie są równoważne innemu zbiorowi również z jego dopełnieniem. Zauważmy przy tym, że:

$$X+X' = U$$

oraz

$$Y+Y' = U,$$

co uzasadnia wprowadzony do aksjomatu znak równości. Niekiedy dla oznaczenia zbioru pełnego wprowadza się symbol „1”; wtedy zbiory komplementarne zanotujemy:

$$X+X' = 1$$

$$Y+Y' = 1$$

⁴⁸ Por. G. Birkhoff i S. Mac Lane, *Przegląd algebry współczesnej*, Warszawa 1963, PWN.

Iloczyn zbioru z jego dopełnieniem zsumowany następnie z dowolnym zbiorem, w tym też ze zbiorem komplementarnym, będzie równy temu zbiorowi, co zapiszemy:

$$(X + X') + (Y \cdot Y') = (X + X') = U = 1$$

I wreszcie aksjomat ostatni, nazywany prawem idempotentności, stwierdza, że w algebrze zbiorów nie występują współczynniki.

Jedną z istotnych własności formuł $A_1 - A_5$ jest ich dualność, tzn. że dla każdego z tych aksjomatów istnieje dualny z nim aksjomat, który powstaje w ten sposób, że operację „+” zastępujemy operacją „ $\cdot$ ” i odwrotnie: wszędzie, gdzie jest symbol operacji „ $\cdot$ ”, wstawiamy znak „+”. W ten sposób z aksjomatów $A_1 - A_5$ otrzymujemy:

$$A_1^x: X \cdot Y = Y \cdot X$$

$$A_2^x: X + (Y \cdot Z) = (X + Y) \cdot (X + Z)$$

$$A_3^x: X \cdot (Y + Y') = X$$

$$A_4^x: X \cdot X' = Y \cdot Y'$$

$$A_5^x: X \cdot X = X$$

Na uwagę zasługują uzyskane w wyniku przekształcenia dualnego aksjomaty A_2^x i A_3^x . Aksjomat A_2^x będący prawem rozdzielności mnożenia względem dodawania nie ma odpowiednika w arytmetyce liczb rzeczywistych. Nie jest bowiem prawdą, że wyrażenie zdaniowe $a + (bc)$ równe jest wyrażeniu $(a + b) \cdot (a + c)$, o czym zresztą już nadmieniliśmy, omawiając odpowiednie tezy rachunku zdań. Aksjomat A_3^x wskazuje z kolei, że iloczyn dowolnego zbioru ze zbiorem pełnym jest równy temu zbiorowi.

To, co powiedzieliśmy o dualności aksjomatyki boolowskiej, daje się uogólnić na wszystkie twierdzenia tej teorii. Innymi słowy, każde twierdzenie algebry Boole'a ma swój dualny odpowiednik. Ta własność twierdzeń boolowskich ma niebagatelne znaczenie metodologiczne. Zauważmy mianowicie, że mając dowód tezy t_i , możemy uznać tym samym tezę t_i^x , która jest dualna względem t_i . A oto dalsze przykłady twierdzeń dualnych. Mając bowiem daną tezę:

$$T: (X \cdot Y)' = X' + Y'$$

otrzymujemy twierdzenie względem niej dualne:

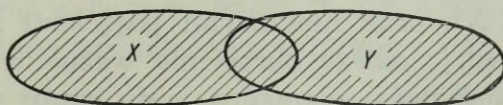
$$T^x: (X + Y)' = X' \cdot Y'$$

Zdefiniujemy z kolei w sposób semantyczny — podając zaraz ilustrację graficzną — operacje, które opisaliśmy wyżej za pomocą środków formalnych. Ponadto zdefiniujemy kilka nowych pojęć, istotnych dla rozważań nad algebrą klas. Powiemy, że:

(Df₁₃) Sumą zbiorów X i Y jest zbiór, do którego należą wszystkie elementy zbioru X i wszystkie elementy zbioru Y , a ponadto jest tak, że zbiór ten nie zawiera innych elementów.

Tę własność sumy zbiorów możemy zilustrować, posługując się odpowiednimi wykresami (diagramami). Podstawą tej interpretacji* jest przyjęcie założenia, że zakresy rozważanych przedmiotów dają się przedstawić za pomocą odpowiednich figur geometrycznych (kół lub innych figur płaskich). Aby zatem przedstawić za pomocą takiego diagramu sumę dwu zbiorów, przyjmujemy, że rozważane zbiory są reprezentowane przez odpowiednie elipsy. Wtedy części zakreskowane (np. rys. 17) odpowiadają wynikowi odpowiednich operacji wykonanych na danych zbiorach.

Przedstawiając za pomocą tej metody sumę dwu zbiorów, otrzymujemy następujący diagram:



Rys. 17

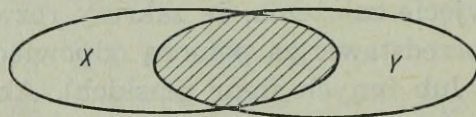
Zgodnie zatem z definicją Df₁₃ zauważamy, że sumą dwu zbiorów X i Y jest zbiór utworzony zarówno z elementów zbioru X , jak i z elementów zbioru Y .

Następną definicją jest określenie pojęcia iloczynu (przekroju) dwu zbiorów: X i Y . Powiemy mianowicie, że:

* Podobnymi diagramami (w postaci kół) posługiwał się w interpretacji pojęć matematycznych szwajcarski matematyk Leonard Euler (1707—1783).

(Df₁₄) Iloczynem zbiorów X i Y nazywamy część wspólną tych zbiorów, tj. zbiór utworzony z tych i tylko z tych elementów, które należą jednocześnie do zbioru X i do zbioru Y .

Wyjaśnijmy na następującym przykładzie empirycznym sposób rozumienia sumy oraz iloczynu zbiorów: X i Y . Załóżmy, że zbiór X obejmuje swoim zakresem oficerów artylerzystów WP, a zbiór Y — oficerów dowódców pułku WP. Wtedy do zakresu sumy zbiorów X i Y , czyli $X+Y$, będą należeli tylko ci oficerowie, którzy są artylerzystami lub dowódcami pułków WP. Przy tych samych założeniach co do zbiorów X i Y iloczyn $X \cdot Y$ będzie obejmował tych i tylko tych oficerów, którzy będąc artylerzystami są zarazem dowódcami pułków. A oto ilustracja graficzna iloczynu dwu zbiorów:



Rys. 18

Część zakreskowana jest zbiorem otrzymanym z przekroju (iloczynu) X i Y , tj. zawierającym te i tylko te elementy, które należą jednocześnie do zbioru X i do zbioru Y . Posługując się relacją przynależności elementu do zbioru, co symbolicznie zapisujemy: $x \in X$ (czytamy: x należy do zbioru X lub x jest elementem zbioru X), oraz niektórymi pojęciami rachunku zdań, możemy wprowadzić dalsze określenia ważne w algebrze zbiorów. Przynależność więc elementu x do sumy zbiorów X i Y definiujemy:

(Df₁₅) Element x należy do sumy zbiorów X i Y wtedy i tylko wtedy, gdy x należy do co najmniej jednego z tych zbiorów, co możemy też zanotować:

$$(x \in X+Y) = [(x \in X) + (x \in Y)]$$

Odwołując się do przytoczonego już wyżej przykładu, powiemy, że oficer A należy do zbiorowości oficerów wyznaczonych przez sumę zbiorów X i Y wtedy i tylko wtedy, gdy spełniony

jest co najmniej jeden z wyszczególnionych warunków: A jest artylerzystą lub A jest dowódcą pułku.

Rozważmy następnie sytuację, w której x nie należy do sumy zbiorów X i Y . Dodajmy, że relację nienależenia elementu x do zbioru X zapisujemy: $x \notin X$. Korzystając z definicji Df₁₃ powiemy, że:

(Df_{15a}) x nie należy do sumy zbiorów X i Y wtedy i tylko wtedy, gdy ów x nie należy do jednego co najmniej ze zbiorów będących składnikami rozważanej sumy. Relację tę w języku sformalizowanym zapisujemy:

$$(x \notin X + Y) = [(x \notin X) \cdot (x \notin Y)]$$

W analogiczny sposób definiujemy przynależność danego elementu x do iloczynu dwu zbiorów, czy też jego nieprzynależność do tegoż iloczynu. I tak na podstawie Df₁₄ stwierdzamy, że:

(Df₁₆) x należy do iloczynu (przekroju) zbiorów X i Y wtedy i tylko wtedy, gdy jest tak, że x należy jednocześnie do zbioru X i zbioru Y , co możemy też zanotować:

$$(x \in X \cdot Y) = [(x \in X) \cdot (x \in Y)]$$

Odwołując się do Df₁₄, formułujemy następną definicję, mianowicie nienależenia elementu x do iloczynu dwu zbiorów. Powiemy mianowicie, że:

(Df_{16a}) x nie należy do iloczynu zbiorów X i Y wtedy i tylko wtedy, gdy x nie należy do zbioru X lub x nie należy do zbioru Y , co w notacji formalnej zapisujemy:

$$(x \notin X \cdot Y) = [(x \notin X) + (x \notin Y)]$$

Jeśli jest tak, że każdy element zbioru X jest elementem zbioru Y , powiemy wówczas, że zbiór X jest podzbiorem zbioru Y , albo też: zbiór X jest zawarty w zbiorze Y . A jeśli ponadto do zbioru Y należą takie elementy x , które nie są elementami zbioru X , mówimy wtedy, że zbiór X jest podzbiorem właściwym zbioru Y . Omówiony tu stosunek dwu zbiorów zapisujemy w postaci następujących formuł:

$$X \subset Y \quad \text{lub} \quad Y \supset X$$

Jeśli zaś zbiór X jest podzbiorem właściwym zbioru Y , wówczas zapis tego stosunku jest nieco odmienny od powyższego i przyjmuje postać następującą:

$$X \subsetneq Y \quad \text{lub} \quad Y \supsetneq X$$

Wprowadzony do powyższego zapisu znak „ $\subset$ ” lub „ $\supset$ ” nazywamy znakiem inkluzji i czytamy: „...zawiera się...” Na podstawie tego, co zostało wyżej powiedziane, możemy sformułować następującą definicję:

(Df₁₇) Zbiór X zawiera się w zbiorze Y wtedy i tylko wtedy, gdy jest tak, że każdy element x należący do zbioru X należy też do zbioru Y , co zapisujemy:

$$(X \subset Y) = (\text{dla wszelkich } x: \text{jeśli } x \in X, \text{ to } x \in Y).$$

Gdy oznaczymy przez Y ogół żołnierzy WP, a przez X wszystkich aktualnie pełniących służbę oficerów WP, wtedy jest oczywiste, że zbiór X zawiera się w zbiorze Y , gdyż prawdą jest, iż każdy, ktokolwiek jest oficerem, jest też żołnierzem, chociaż naturalnie nie zachodzi zależność odwrotna. W rozważanym przykładzie zbiór X jest zatem podzbiorem właściwym⁴⁹ zbioru Y .

W przypadku gdy zbiór X nie zawiera się w zbiorze Y , czyli gdy X nie jest podzbiorem zbioru Y , stosunek ten zapisujemy:

$$X \not\subset Y \quad \text{lub} \quad Y \not\supset X$$

I odpowiednio dla podzbiorów właściwych:

$$X \subsetneq Y \quad \text{lub} \quad Y \supsetneq X$$

Ujmując powyższą zależność w postaci definicji, notujemy, co następuje:

(Df_{17a}) Zbiór X nie zawiera się w zbiorze Y wtedy i tylko wtedy, gdy jest tak, że nie każdy element zbioru X jest elementem zbioru Y , czyli gdy można wskazać taki element w zbiorze X , który nie należy do zbioru Y , co w postaci formuły algebry klas zanotujemy:

⁴⁹ Por. J. Słupecki i L. Borkowski, *Elementy logiki matematycznej i teorii mnogości*, wyd. cyt., oraz K. Kuratowski i A. Mostowski, *Teoria mnogości*, Warszawa 1966.

$$(X \bar{\subset} Y) = (\text{istnieje takie } x, \text{ ze: } x \in X \text{ i } x \notin Y)$$

Jeśli dla ilustracji założymy, że zbiór X oznacza chorążych WP, a zbiór Y dowódców plutonów WP, wtedy jest tak, że ani zbiór X nie zawiera się w zbiorze Y , ani też zbiór Y nie zawiera się w X . Istnieją bowiem tacy chorążowie, którzy nie są dowódcami plutonów, jak też istnieją dowódcy plutonów nie posiadający stopnia chorążego, tj. jednego z pięciu stopni korpusu chorążych.

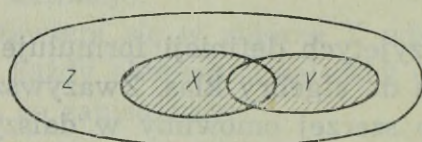
Na podstawie przyjętych definicji formuluje się szereg twierdzeń przynależnych do algebry klas. Zważywszy na ich logiczne zastosowania — co szerzej omówimy w dalszych wywodach — przytoczymy niektóre z nich.

Tw ₁ :	$X \subset X$
Tw ₂ :	$X \subset X + Y$
Tw ₃ :	$Y \subset X + Y$
Tw ₄ :	$X \cdot Y \subset X$
Tw ₅ :	$X \cdot Y \subset Y$
Tw ₆ :	Jeśli $X \subset Y$ i $Y \subset Z$, to $X \subset Z$
Tw ₇ :	Jeśli $X \neq Y$, to $X \bar{\subset} Y$ lub $Y \bar{\subset} X$
Tw ₈ :	Jeśli $X \subset Z$ i $Y \subset Z$, to $X + Y \subset Z$
Tw ₉ :	Jeśli $X \subset Y$ i $Y \subset X$, to $X = Y$
Tw ₁₀ :	Jeśli $X \subset Y$ i $X \subset Z$, to $X \subset Y \cdot Z$

Twierdzenie Tw₁ jest konsekwencją definicji inkluzji, podobnie zresztą rzecz się ma z twierdzeniami Tw₂ — Tw₅, które są odpowiednio konsekwencjami sumy i iloczynu. Twierdzenie Tw₆ głosi, że relacja inkluzji jest przechodnia.

Nie tak oczywiste wydają się twierdzenia Tw₈ i Tw₁₀. Zauważmy, że w Tw₈ stwierdza się, że jeśli zbiór X zawiera się w zbiorze Z i zbiór Y zawiera się w zbiorze Z , to suma zbiorów X i Y , czyli $X + Y$, zawiera się w Z . Dowód tej tezy przeprowadzimy, przyjmując założenie, że $X \subset Z$ i $Y \subset Z$. Na podstawie definicji przynależności elementu x do sumy dwu zbiorów Df₁₅ wiemy, że x należy do $X + Y$ wtedy i tylko wtedy, gdy należy co najmniej do jednego ze zbiorów. Załóżmy z kolei, że $x \in X$. Po-

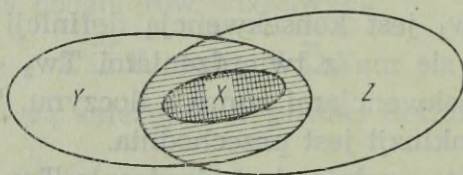
nieważ $X \subset Z$, otrzymujemy oczywistą (na mocy przyjętych założeń) konsekwencję, iż $x \in Z$. Przyjmując następnie, że $x \in Y$, otrzymujemy w konsekwencji, iż $x \in Z$ (na mocy naturalnie założenia, że $Y \subset Z$). Z tego więc, że $x \in X$ i $x \in Y$, wynika, iż $x \in X+Y$. Jeśli zaś z tego, że $x \in X+Y$, wynika, że $x \in Z$, to $X+Y \subset Z$. Wykazaliśmy w ten sposób, że jeśli zbiór Z zawiera zbiory X i Y , to zawiera też ich sumę. Twierdzenie Tw_8 można również zilustrować za pomocą następującego rysunku:



Rys. 19

Łatwo zauważyć, że część zakreskowaną stanowi suma $X+Y$. W Tw_{10} stwierdza się, że jeśli zbiór X zawiera się w zbiorze Y i tenże zbiór X zawiera się w zbiorze Z , to zawiera się on również w iloczynie tych zbiorów. Aby udowodnić powyższą tezę, założmy, że $X \subset Y$ i $X \subset Z$. Ale wtedy jeśli $x \in X$, to na mocy Df_{17} $x \in Y$ i $x \in Z$. Z kolei jeśli $x \in Y$ i $x \in Z$, to na podstawie Df_{16} $x \in Y \cdot Z$, co dowodzi, że $X \subset Y \cdot Z$.

Z łatwością można wskazać graficzny odpowiednik twierdzenia Tw_{10} . A oto taki rysunek:



Rys. 20

Nietrudno zauważyć, że część zakreskowana poziomo jest iloczynem zbiorów Y i Z , pionowo zaś to ta część owego iloczynu, w której zawiera się zbiór X .

Następną operacją algebry zbiorów, którą rozważymy, jest odejmowanie dwu zbiorów. Powiemy mianowicie, że:

(Df₁₈) Różnicą zbiorów X i Y , symbolicznie: $X - Y$, jest zbiór złożony z tych i tylko tych elementów, które należą do X , a nie należą do Y .

Jeśli zatem X jest np. zbiorem dowódców dywizji WP w roku 1971, a Y zbiorem utworzonym z generałów będących w służbie czynnej w tymże roku, to różnica $X - Y$ jest to zbiór utworzony z tych i tylko tych dowódców dywizji, którzy nie mają stopnia generalskiego.

Na podstawie Df₁₈ formułujemy pojęcie relacji przynależności x do różnicy zbiorów X i Y .

(Df₁₉) x należy do różnicy zbiorów X i Y wtedy i tylko wtedy, gdy x należy do X oraz x nie należy do Y , co w postaci formalnej zapisujemy:

$$(x \in X - Y) = [(x \in X) \cdot (x \notin Y)]$$

Korzystając z podanego wyżej przykładu, powiemy, że Jan należy do różnicy zbiorów X i Y wtedy i tylko wtedy, gdy Jan jest dowódcą dywizji, lecz nie ma stopnia generalskiego, czyli po prostu nie jest generałem.

Na podstawie Df₁₈ możemy sformułować pojęcie relacji nie-należenia elementu x do różnicy zbiorów X i Y . Powiemy, że:

(Df_{19a}) x nie należy do różnicy zbiorów X i Y wtedy i tylko wtedy, gdy x należy do Y lub x nie należy do X , co w postaci formuły zanotujemy:

$$(x \notin X - Y) = [(x \in Y) + (x \notin X)]$$

Stosując zdefiniowane wyżej pojęcie różnicy dwu zbiorów możemy formułować odpowiednie twierdzenia algebry zbiorów⁵⁰ zawierające oprócz innych operacji również i tę. A oto niektóre z tych twierdzeń:

$$T_{w11}: [X - (Y + Z)] = [X - Y] \cdot (X - Z)]$$

$$T_{w12}: [X - (Y \cdot Z)] = [(X - Y) + (X - Z)]$$

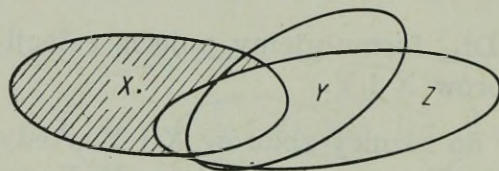
⁵⁰ Por. H. Rasiowa, *Wstęp do matematyki współczesnej*, Warszawa 1968.

$$T_{w13}: X - Y \subset X$$

$$T_{w14}: X + (Y - X) = X + Y$$

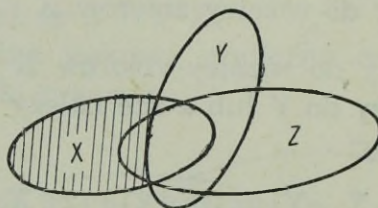
$$T_{w15}: \text{Jeśli } X \subset Y, \text{ to } X + (Y - X) = Y$$

Twierdzenia T_{w11} i T_{w12} nazywamy prawami De Morgana dla różnicy zbiorów. Intuicje łączące się z pierwszym z tych praw T_{w11} przedstawia poniższy rysunek:



Rys. 21

Część zakreskowana przedstawia różnicę występującą po lewej stronie równości T_{w11} . Łatwo spostrzec, że po wykonaniu odpowiednich operacji występujących po stronie prawej równości T_{w11} otrzymamy obszar identyczny z tym, który zakreskowaliśmy na rysunku 21. W analogiczny sposób możemy też zilustrować twierdzenie T_{w12} :



Rys. 22

Po lewej stronie równości T_{w12} mamy różnicę, którą na rysunku 21 przedstawia część zakreskowana. Analiza z kolei prawej strony równości T_{w12} przekonuje nas, że występująca tu suma różnic jest dokładnie tym zbiorem, który zakreskowaliśmy na podstawie operacji wykonanych po lewej stronie formuły T_{w12} . Dla zilustrowania na przykładzie empirycznym T_{w12} założmy, że zbiory X , Y i Z reprezentują odpowiednio zbiorów: lekarzy, kobiet i matek. Wtedy różnicą zbiorów występujących po lewej

stronie równości Tw_{12} będzie zbiór tych i tylko tych lekarzy, którzy nie są zarazem kobietami mającymi dzieci. Po prawej stronie Tw_{12} do zbioru będącego pierwszym członem sumy należą ci i tylko ci lekarze, którzy nie są kobietami; są to więc tylko lekarze mężczyźni. Do drugiego zaś członu należą lekarze — mężczyźni oraz te kobiety, które nie są matkami. Suma zatem jest dokładnie tym samym zbiorem, który otrzymaliśmy po lewej stronie Tw_{12} (na rysunku 22 część zakreskowana).

Dla rozważań logicznych, zwłaszcza w zakresie rachunku zdań (choć nie tylko) ma istotne znaczenie pewien fragment algebry klas, ten mianowicie, który określamy mianem dwuelementowej algebry Boole'a. Oprócz uwag, które poczyniliśmy wyżej, dodajmy, że algebrę tę możemy zdefiniować następująco: zbiorem rozważanych przedmiotów jest zbiór X , do którego należą dokładnie dwa elementy: 1 i 0, tj. $X = \{1, 0\}$. Na elementach tego zbioru definiuje się operacje mnożenia, dodawania, dopełnienia oraz relacje inkluzji i równości. Zapis tych definicji jest następujący:

$\cdot$	0	1	$+$	0	1	$=$	0	1	$'$	
0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0

O wpływie algebry Boole'a na logikę, kierunek jej rozwoju prof. Kotarbiński pisze: „Niemal dokładnie sto lat temu nastąpiła przełomowa przemiana, która dała początek logistyce współczesnej. Mianowicie w r. 1854 wyszło dzieło George'a Boole'a pt. *Dociekanie praw myślenia, na których podstawie są uzasadnione matematyczne twierdzenia logiki i teorii prawdopodopodobieństwa*. Przełom polegał na potraktowaniu logiki formalnej jako pewnej algebry”⁵¹. Można też powiedzieć, że ważność i wzrastające zainteresowanie algebrą Boole'a wynika stąd, że jest to teoria o licznych interpretacjach. Zanim jednakże podamy jedną z takich interpretacji, poczynimy kilka uwag o pojęciu interpretacji danej teorii.

Powiemy mianowicie, że teoria T^1 ma interpretację w teorii

⁵¹ T. Kotarbiński, *Wykłady z dziejów logiki*, wyd. cyt., s. 112.

T^2 wtedy, gdy po zastąpieniu w aksjomatach teorii T^1 jej terminów pierwotnych $w_1, w_2, \dots, w_n$ terminami pierwotnymi $v_1, v_2, \dots, v_n$ teorii T^2 aksjomaty teorii T^1 będą twierdzeniami teorii T^2 lub jej aksjomatami. Jeśli przyjmiemy, że rozważaną teorią T^1 jest algebra Boole'a, to aby T^1 zinterpretować w jakiejś teorii T^2 , należy z pojęć pierwotnych T^2 utworzyć podzbiór U^2 , do którego należą co najmniej dwa elementy oraz operacje „ $\oplus$ ”, „ $\odot$ ” i „ Θ ”, z których pierwsze dwie są operacjami dwuargumentowymi, trzecia zaś — jednoargumentową. Własnością tych operacji powinno być ponadto, że zawsze ilekroć ich argumenty będą należały do zbioru U^2 , to i wyniki będą elementami zbioru U^2 . Innymi słowy, zbiór U^2 jest zamknięty ze względu na te operacje. Kolejny krok w procedurze interpretacji polega na tym, że sprawdzamy, czy aksjomaty i twierdzenia algebry Boole'a zawierające operacje „+”, „ $\cdot$ ” i „ $\sim$ ” staną się aksjomatami i twierdzeniami teorii T^2 , gdy zastąpimy znaki operacji „+”, „ $\cdot$ ” i „ $\sim$ ” odpowiednio symbolami „ $\oplus$ ”, „ $\odot$ ” i „ Θ ”. Jeśli ten warunek jest spełniony, powiemy, że algebra Boole'a ma interpretację w teorii T^2 .

Założmy następnie, że teorią T^2 jest dwuwartościowy rachunek zdań. Podzbiorem U^2 utworzonym na gruncie tej teorii jest podzbiór zawierający dwa następujące elementy: „1” i „0” (są to naturalnie symbole prawdy i fałszu) oraz operacje „+”, „ $\cdot$ ” i „ $\sim$ ”, tzn. alternatywę nierozłączną, koniunkcję (iloczyn logiczny) i negację. Spostrzegamy natychmiast, że po zastąpieniu symboli booleowskiego mnożenia, dodawania i dopełnienia, w aksjomatach $A_1 - A_5$ (czy też $A_1 - A_5$), które są funktorami nazwotwórczymi, odpowiednio przez iloczyn, alternatywę i negację oraz po przemianowaniu zmiennych X, Y i Z oznaczających klasy na zmienne zdaniowe p, q, r aksjomaty algebry Boole'a przekształcają się w twierdzenia dwuwartościowego rachunku zdań, co notujemy w postaci formuł:

$$Z_1: p + q = q + p$$

$$Z_2: p \cdot (q + r) = (p \cdot q) + (p \cdot r)$$

$$Z_3: p + (q \cdot \sim q) = p$$

$$Z_4: p + \sim p = q + \sim q$$

$$Z_5: p + p = p$$

Łatwo sprawdzić, że każde z wyrażeń $Z_1 \text{ — } Z_5$ jest tezą dwuwartościowego rachunku zdań (możemy to np. wykazać metodą zerojedynkową, co pozostawiamy jako ewentualne ćwiczenie czytelnikowi). Przykład powyższy potwierdza zatem pogląd, że algebra Boole'a daje się zinterpretować w owym fragmencie logiki, jakim jest dwuwartościowy rachunek zdań.

Rozdział 3

INTERPRETACJA LOGIKI ZDAŃ NA UKŁADACH PRZEKAŹNIKOWO-STYKOWYCH

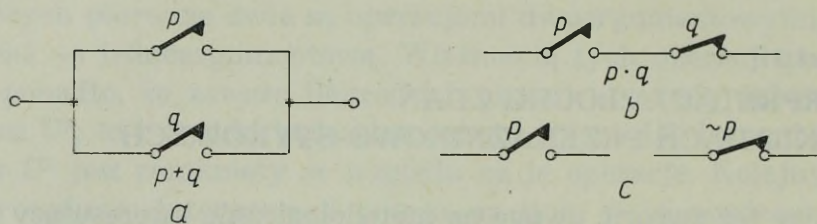
Należy też zwrócić uwagę na metodologicznie interesujący fakt, że pewien fragment dwuwartościowego rachunku zdań znajduje zastosowanie empiryczno-techniczne. Służy mianowicie do opisu i analizy niektórych rodzajów układów przekaźnikowo-stykowych. Układy takie są zazwyczaj układami elektrycznymi lub elektronicznymi, a ich opisy — schematami sieci elektrycznych lub elektronicznych. Opis takich sieci za pomocą języka rachunku zdań jest interesujący nie tylko dlatego, że jest nieczęstym przykładem zastosowania logiki do zagadnień ściśle praktycznych, ale ma również nader istotne znaczenie techniczne. Dodajmy, że nie wymaga szerszego uzasadnienia pogląd, iż nadmienione zastosowania są ważne w systemie szkolenia i kształcenia wojskowego. Stopień nasycenia współczesnej techniki bojowej (lub tej, która pozostaje w bezpośrednim związku z uzbrojeniem i prowadzeniem działań wojennych, jak np. sprzęt radiolokacyjny czy radiotechniczny) urządzeniami elektronicznymi w pełni uzasadnia potrzebę łączenia wykładu logiki z jej interpretacją techniczną, zwłaszcza elektroniczną.

Zanim jednakże powiemy szerzej o tych zastosowaniach, przedstawmy najpierw zasady ogólne odwzorowań fragmentu logiki zdań w układach przekaźnikowo-stykowych.

Załóżmy więc, że funkcje alternatywy, koniunkcji i negacji mają następujące odpowiedniki w schematach sieci przekaźnikowo-stykowych (p. rys. 23).

Jak łatwo zauważyć, wartości logiczne zmiennych zdaniowych

reprezentują w tym odwzorowaniu stany kontaktów (styków), a rodzaj funktora — typ schematu (równoległy lub szeregowy). Każdy kontakt może znajdować się w jednym z dwu stanów, tj. może być otwarty lub zamknięty. Dla jasności ustalmy, że kontakt jest zamknięty, jeśli $p = 1$, i otwarty, gdy $p = 0$. Ustalenia te dotyczą naturalnie i zmiennej q . Ponadto przyjmujemy, że



Rys. 23

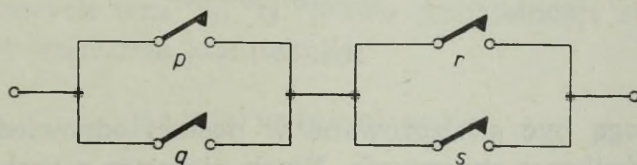
jeśli kontakt jest w stanie p , to $\sim p$ jest jego stanem odwrotnym, co zresztą jest jedynie konsekwencją poprzedniego założenia. Jeśli np. $p = 0$, czyli styk jest otwarty (rys. 23c), to $\sim p$ oznacza, że tenże styk jest zamknięty. Alternatywa nierozłączna — o takiej tylko bowiem będzie tu mowa — opisuje układ równoległy (co jest przedstawione na rys. 23a). Aby w takim układzie mógł płynąć prąd, wystarczy, by jeden ze styków był zwarty (jest nim na rys. 23a styk q). Układ połączeń równoległych jest zatem zamknięty, gdy wartość logiczna opisującej go alternatywy nierozłącznej równa się prawdzie („1”), i układ ten jest otwarty, gdy wartością logiczną odpowiedniej alternatywy jest fałsz („0”). Funkcja koniunkcji, jak zostało to przedstawione na rysunku 23b, opisuje układ połączeń szeregowych. Przez taki układ przepływa prąd wtedy i tylko wtedy, gdy każdy ze styków jest zwarty, co odpowiada właśnie warunkom prawdziwości koniunkcji; według tego rozumienia w schemacie przedstawionym na rys. 23b prąd nie płynie, gdyż jeden ze styków, mianowicie p , jest otwarty. I wreszcie schemat odpowiadający funktorowi jednoargumentowemu, jakim jest negacja, stanowi niejako wersję elementarną odwzorowań technicznych wyrażen logiki zdań. W układzie takim rozporządzamy jedynym stykiem, który może przyjąć jeden z dwu stanów: otwarty, zamknięty, co ilustruje rysunek 23c. Za-

zwyczaj układ negacyjny jest podukładem innych, bardziej złożonych układów, jak np. alternatywne lub koniunkcyjne.

Wartość techniczną tego typu opisów polega m.in. na tym, że dokonując odpowiednich przekształceń wyrażeń zdaniowych, możemy otrzymać interesujące idee co do możliwych wariantów rozwiązań technicznych w zakresie układów przekaźnikowo-stykowych. Zilustrujmy ten wywód odpowiednim przykładem⁵². Załóżmy mianowicie, że mamy daną funkcję zdaniową z czterema zmiennymi zdaniowymi, której zapis formalny jest następujący:

$$(1) \quad (p + q) \cdot (r + s)$$

Odpowiadający tej funkcji układ przekaźnikowo-stykowy daje się przedstawić w postaci następującego schematu:



Rys. 24

Zauważmy, że wyrażenie zdaniowe (1) daje się przekształcić — na podstawie prawa rozdzielności — w wyrażenie równoważne o postaci:

$$(2) \quad p \cdot (r + s) + q \cdot (r + s)$$

Innymi słowy, otrzymujemy następującą równość — na podstawie (1) oraz (2):

$$(2a) \quad [(p + q) \cdot (r + s)] = p \cdot (r + s) + q \cdot (r + s)$$

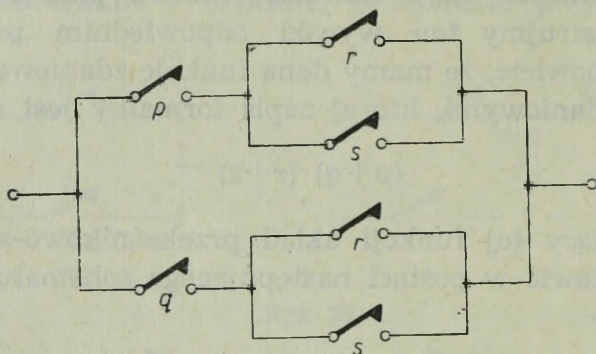
Na podstawie wyrażenia (2) budujemy odpowiedni schemat układu przekaźnikowo-stykowego (rys. 25), który na mocy równości (2a) będzie równoważny schematowi z rysunku 24.

Układ przedstawiony na wspomnianym rysunku 25 może być w określonej sytuacji interpretowany jako korzystniejszy z punktu

⁵² Por. J. T. Culbertson, *Mathematics and logic for digital devices*, Toronto—Nowy Jork—Londyn 1958.

widzenia rozwiązań technicznych czy też pewnych zastosowań od układu przedstawionego na rysunku 24.

Zilustrujemy z kolei następnych pięć wyrażeń (tez) rachunku zdań na układach przekaźnikowo-stykowych. Wykażemy również i w tym przypadku, że twierdzenia ekwiwalencyjne rachun-

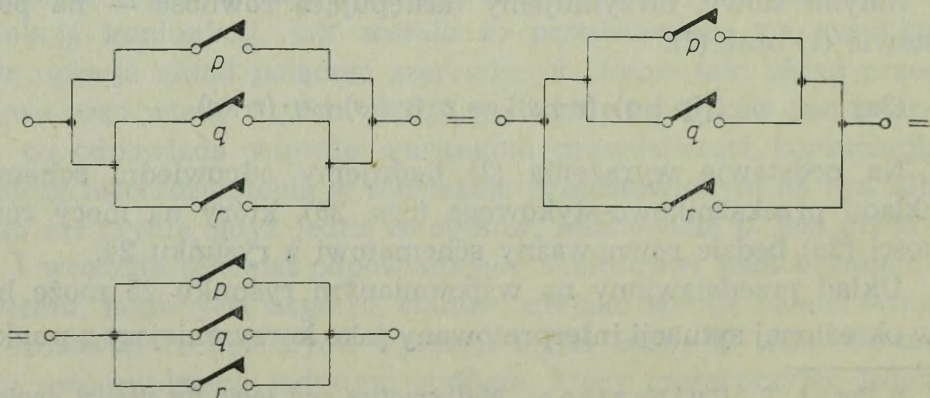


Rys. 25

ku zdań mogą być odwzorowane w postaci odpowiednich układów przekaźnikowo-stykowych. Niech pierwszą z tych tez będzie prawo łączności, którego zapis jest następujący:

$$(3) \quad p + (q + r) = (p + q) + r = p + q + r$$

Według tezy (3) kolejność nawiasów w przypadku alternatywy rozłącznej nie odgrywa roli. A oto schemat układu przekaźnikowo-stykowego, który może być uznany za interpretację tezy (3).

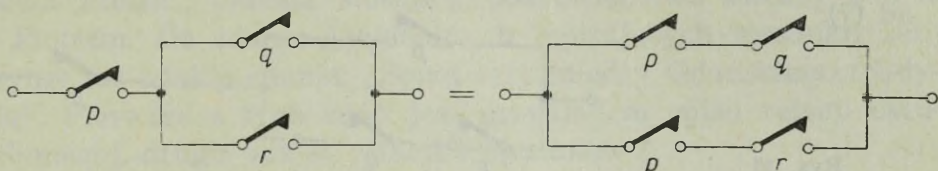


Rys. 26

Następną tezą będzie prawo rozdzielności koniunkcji względem alternatywy. Nadmienmy, że jest to teza, którą zanotowaliśmy już (s. 201) jako T_{28} . Przypomnijmy, że jej zapis jest następujący:

$$(4) \quad p \cdot (q + r) = (p \cdot q) + (p \cdot r)$$

Odpowiedni schemat układu jest następujący:

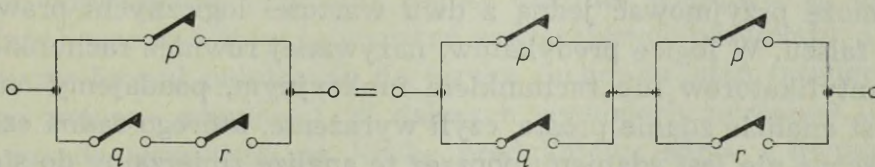


Rys. 27

Analogiczną do T_{28} interpretację znajduje w układach przekąźnikowo-stykowych teza T_{27} , tj. prawo rozdzielności alternatywy nierozłącznej względem koniunkcji:

$$(5) \quad p + (q \cdot r) = (p + q) \cdot (p + r)$$

Schemat układu odpowiadającego wyrażeniu (5) może być zanotowany w sposób następujący:



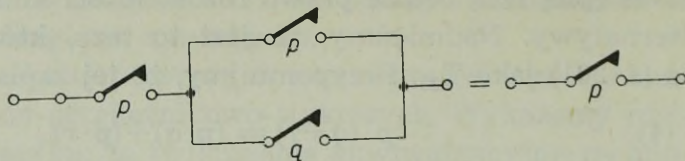
Rys. 28

Mając np. układ, którego schemat występuje po prawej stronie znaku równości (rys. 28), możemy go zastąpić względnie prostszym układem, tj. tym, który występuje po lewej stronie tegoż znaku równości. A oto dwie dalsze (i ostatnie) tezy, które zilustrujemy na schematach układów przekąźnikowo-stykowych. Są to tezy

$$(6) \quad p \cdot (p + q) = p$$

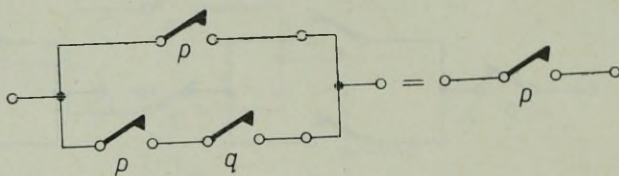
$$(7) \quad p + (p \cdot q) = p$$

ad (6):



Rys. 29

ad (7):



Rys. 30

Analogiczną interpretację innych twierdzeń logiki zdań pozostawiamy jako ewentualne ćwiczenie czytelnikowi.

Rozdział 4

ZARYS LOGIKI PREDYKATÓW

W rachunku zdań pojęcie zdania lub wyrażenia zdaniowego, traktowaliśmy jako całość, co do której zakładaliśmy jedynie, że może przyjmować jedną z dwu wartości logicznych: prawdy lub fałszu. W logice predykatów, nazywanej również rachunkiem kwantyfikatorów lub rachunkiem funkcyjnym, poddajemy natomiast analizie zdanie proste, czyli wyrażenie, którego żadna część właściwa nie jest zdaniem; poprzez tę analizę zmierzamy do sformułowania reguł poprawnego wnioskowania na podstawie struktury wewnętrznej zdania prostego, ściślej, pewnego typu takiego zdania. Wśród zdań prostych interesują nas przede wszystkim zdania jednostkowe, w których rozróżniamy podmiot i to, co o podmiocie orzeka, czyli orzeczenie (*praedicatum*). W tym dziale rozważań logicznych zdania będziemy traktowali jako wypowiedzi (lub napisy), w których przypisuje się danemu obiektowi (realnemu lub abstrakcyjnemu) pewną własność lub jej negację. Zdanie: „Jan jest dowódcą”, będące, jak wiadomo, przykładem zdania jednostkowego, jak też i prostego, w logice predykatów możemy zinterpretować w sposób następujący: osobie o imieniu

Jan przypisuje się własność „bycia dowódcą”. W zdaniu zaś: „Jan nie jest wysoki”, przypisujemy osobie będącej Janem negację własności „bycia wysokim”.

Oprócz zdań jednostkowych, jak np. „Piotr jest pilotem”, przedmiotem rozważań w logice predykatów są również zdania, w których orzeka się stosunki (relacje). I tak np. zdanie: „Jan jest ojcem Piotra”, określa stosunek pokrewieństwa między Janem a Piotrem. Do zdań relacyjnych (opisujących stosunki) zaliczymy też i takie zdanie: „Sopot leży między Gdańskiem a Gdynią”. Pierwsze z tych zdań jest przykładem opisu relacji dwuczłonowej, drugie zaś — relacji trójczłonowej.

Zdania zatem, w których przypisuje się danemu obiektowi, nazywanemu niekiedy indywiduum, pewną własność lub jej negację, czyli zdania jednostkowe, oraz zdania dotyczące stosunków (relacji) między obiektami — realnymi lub abstrakcyjnymi — oto w najogólniejszym ujęciu problematyka logiki predykatów.

Należy też odnotować, że logika predykatów jest w sensie metodologicznym niejako nadbudową wznoszącą się nad rachunkiem zdań. Idzie mianowicie o to, że wszystkie tezy i reguły wnioskowania rachunku zdań zachowują ważność w logice predykatów. Zawiera ona naturalnie oprócz tez i reguł rachunku zdań odpowiednie tezy oraz reguły dla niej właściwe, tj. takie, których ważność dotyczy wyrażen zawierających predykaty, a nie dotyczy formuł należących do języka rachunku zdań (zawierającego zmienne zdaniowe). W dalszych wywodach zwrócimy uwagę przede wszystkim na logikę predykatów jedno- i dwuargumentowych oraz sylogistykę arystotelesowską jako szczególny przypadek logiki predykatów.

Podstawowe pojęcia logiki predykatów

Wyjaśnijmy na wstępie, co będziemy rozumieć przez słowo „predykat”. Uczyńmy to na odpowiednich przykładach. Założmy mianowicie, że mamy dane następujące wyrażenia zdaniowe:

- (1) x jest Grekiem
- (2) x jest większy od y
- (3) x jest podzielny przez y i z .

Jak łatwo zauważyć, każde z powyższych wyrażeń (1) — (3) jest funkcją zdaniową zawierającą zmienną nazwową x . Funkcje tego rodzaju charakteryzują się tym, że w zależności od tego, co podstawimy za zmienną x — spośród możliwych nazw jednostkowych — całość przejdzie w zdanie prawdziwe lub fałszywe. Jeśli np. w wyrażeniu (1) za zmienną x podstawimy nazwę jednostkową „Arystoteles”, otrzymamy, rzecz oczywista, zdanie prawdziwe: „Arystoteles jest Grekiem”. Jeśli natomiast w tymże wyrażeniu podstawimy za x nazwę „Pompejusz”, otrzymamy naturalnie zdanie fałszywe: „Pompejusz jest Grekiem”. Podobnie jeśli w funkcji zdaniowej (2) podstawimy odpowiednio za zmienne nazwowe x i y liczby 7 i 9, otrzymamy zdanie fałszywe: „Liczba 7 jest większa od liczby 9”; w przypadku zaś gdy za zmienne x i y podstawimy odpowiednio liczby 10 i 5, otrzymamy zdanie prawdziwe postaci: „Liczba 10 jest większa od liczby 5”. Analizując strukturę każdego z wyrażeń (1) — (3) spostrzegamy, że składają się one ze zmiennych nazwowych x , y i z oraz zwrotów łączących owe zmienne w całości będące wyrażeniami zdaniowymi. Zwroty te w rozważanych przykładach to:

(1a) ... jest Grekiem

(2a) ... jest większy od ...

(3a) ... jest podzielny przez ... i ...

Predykatami nazywamy zazwyczaj owe zwroty (1a) — (3a) będące jak wiadomo (na podstawie rozważań nad zdaniem jednostkowym w rozdziale I), funktorami zdaniotwórczymi od argumentów nazwowych. Powiedzieliśmy „zazwyczaj”, ponieważ nie jest to jedyne znaczenie pojęcia predykatu. Według innej interpretacji predykatami nazywamy funkcje zdaniowe ze zmiennymi indywiduowymi, przy czym zależnie od ilości zmiennych wolnych mówimy o predykatach 1-, 2- lub n -argumentowych. Jako przypadek szczególny przyjmuje się predykat zeroargumentowy. Jest to predykat nie zawierający zmiennych wolnych. W naszych wywodach za podstawowe przyjmiemy drugie z tych znaczeń pojęcia predykatu, tj. jako funkcji zdaniowej ze zmiennymi nazwowymi. Powiemy zatem, że wyrażenia zdaniowe postaci (1) —

(3) są przykładami odpowiednich predykatów. I tak wyrażenie (1) nazywamy predykatem jednoargumentowym, gdyż zawiera jedną zmienną indywiduową, tj. taką zmienną, za którą wolno podstawić albo inną zmienną indywiduową, albo nazwę jednostkową. I jak już nadmieniliśmy, jeśli w predykacie jednoargumentowym podstawimy za występującą w nim zmienną indywiduową odpowiednią stałą, czyli nazwę jednostkową, predykat ten przekształci się w zdanie (prawdziwe lub fałszywe). Z tego, co zostało powiedziane, jest oczywiste, że wyrażenia (2) i (3) noszą miano predykatów odpowiednio dwu- i trzyargumentowych.

Uogólniając powiemy: Predykatem n — argumentowym ($n = 1, 2, \dots$) będziemy nazywali funkcję zdaniową zawierającą n zmiennych indywiduowych⁵³.

Predykaty jednoargumentowe zapisujemy za pomocą następującej symboliki:

$$(4) \quad P(x), Q(x), P_1(x), Q_1(x), \dots, P_n(x), Q_n(x)$$

co czytamy: P od x , Q od x , Q_1 od x itd. Odnotujmy, że w wyrażeniu $P(x)$ litera P oznacza predykat właściwy, orzekający własność, która przysługuje danemu obiektowi x . W ten sposób predykat: „ x jest Grekiem”, który na mocy powyższych ustaleń możemy zanotować $Gr(x)$, orzeka własność „bycia Grekiem”, która to własność przysługuje pewnym osobom, jak np. Platonowi, Demokrytowi czy też Achillesowi. Przyjmujemy ponadto założenie, że litery $P, Q, P_1, Q_1, \dots$, będące odpowiednimi predykatami właściwymi, występują w wyrażeniach zdaniowych typu (4) jako stałe. Innymi słowy, wyrażenie $P(a)$, gdzie a reprezentuje nazwę jednostkową (ale w innym sensie niż zmienna x ; a traktujemy bowiem jako nazwę jednostkową), uważamy za zdanie, a nie za funkcję zdaniową.

⁵³ Ten sposób rozumienia pojęcia predykatu (przyjęty m.in. przez P. S. Nowikowa i Ł. A. Kałużnina) odbiega, jak powiedzieliśmy, od interpretacji stosowanej przez niektórych logików. Jest on jednak wygodny dydaktycznie. Ponadto należy odnotować, że przy konsekwentnym przestrzeganiu ustalonego znaczenia nie prowadzi do nieporozumień.

Predykaty dwuargumentowe, których ilustracją jest wyrażenie (2) nazywane też — jak nadmieniliśmy — relacjami, zapisujemy w sposób następujący:

$$(5) \quad R(x, y), S(x, y), R_1(x, y), S_1(x, y), \dots$$

co czytamy: x pozostaje w relacji R do y . A oto inne przykłady tego rodzaju predykatów: „ x jest podobny do y ” albo „ x jest młodszy od y ”. Przypomnijmy, że predykaty te przejdą w zdania prawdziwe, jeśli za zmienne indywiduowe podstawimy odpowiednie pary nazw jednostkowych przedmiotów spełniających opisane przez te predykaty stosunki, tj. gdy nazwy a i b podstawione odpowiednio za zmienne x i y w wyrażeniu: „ x jest młodszy od y ”, przekształcą to wyrażenie w zdanie prawdziwe: „ a jest młodszy od b ”.

Jest oczywiste, że predykaty, podobnie jak funkcje zdaniowe o zmiennych zdaniowych, mogą być przedstawiane w postaci różnych — co do struktury — formuł, z których jedne będą tautologiami (wyrażeniami tożsamościowo prawdziwymi), inne zaś nie będą miały tej własności. Dodajmy też, iż sposoby przejścia predykatów — jak to niżej wykazemy — w zdania prawdziwe są różne, przy czym niektóre z nich stanowią interesujący problem metodologiczny.

Przejdźmy do pełniejszej charakterystyki predykatów jednoargumentowych. Załóżmy, że mamy dany predykat: „ x jest liczbą pierwszą”, określony, jak wiadomo, na zbiorze liczb naturalnych (symbolicznie zbiór ten będziemy oznaczali literą N). Możemy z łatwością zbudować macierz tego predykatu, która wskaże te liczby, dla których predykat: „ x jest liczbą pierwszą” [symbolicznie: $Pr(x)$], przejdzie w zdanie prawdziwe (tj. o wartości „1”), oraz liczby, dla których tenże predykat stanie się zdaniem fałszywym (tj. o wartości „0”). Zapis tej macierzy jest następujący:

(m_1)	x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14 ...
	$Pr(x)$	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0

W pierwszym wierszu macierzy (m_1) mamy dane kolejne wartości liczbowe zmiennej indywiduowej x , w

drugim zaś wartości logiczne predykatu $Pr(x)$, czyli „ x jest liczbą pierwszą”. W ten sposób np. dla $x = 3$ predykat $Pr(x)$ przyjmuje wartość „1”, tj. przechodzi w zdanie prawdziwe, ponieważ wyrażenie „3 jest liczbą pierwszą” [$Pr(3)$] jest zdaniem prawdziwym. Jeśli natomiast zmienna indywiduowa x przyjmuje wartość liczbową „6”, predykat $Pr(x)$ staje się zdaniem fałszywym, wyrażenie bowiem „6 jest liczbą pierwszą” [$Pr(6)$] jest fałszywe. To, że dany predykat jest prawdziwy albo fałszywy, daje się też zanotować w sposób bardziej zarytmetyzowany. Posługując się bowiem pojęciami prawdy i fałszu jako znaków równokształtnych z arytmetycznym symbolem jedynki i zera, wartości logiczne predykatów wyrażamy za pomocą tychże symboli oraz znaku równości. W ten sposób, korzystając z wprowadzonego wyżej predykatu $Pr(x)$ oraz jego interpretacji za pomocą matrycy m_1 , wartości logiczne tego predykatu możemy zapisać:

$$\begin{array}{lll} Pr(1) = 0 & Pr(3) = 1 & Pr(5) = 1 \\ Pr(2) = 1 & Pr(4) = 0 & Pr(6) = 0 \end{array}$$

Przejdźmy z kolei do matrycowej charakterystyki predykatów dwuargumentowych. Taka interpretacja nie jest naturalnie łatwa ani też w pełni efektywna. Jeśli bowiem predykat jedno- lub dwuargumentowy jest określony na zbiorze bardzo licznym czy też nieskończonym, jak np. predykat $Pr(x)$, zapis matrycowy predykatu może mieć — i zazwyczaj ma — charakter co najwyżej wyjaśniający sposób rozumienia funkcji zdaniowej ze zmiennymi nazwowymi. Zmierzając do matrycowej interpretacji predykatów dwuargumentowych, załóżmy, że rozważaną funkcją jest wyrażenie postaci: „ x jest większy od y ” (symbolicznie: $x > y$). Zakładamy też, iż predykat ten jest określony na zbiorze liczb naturalnych. Przystępując do interpretacji należy utworzyć matrycę dwuwymiarową, której zapis podany jest w tabeli (m_2).

Łatwo spostrzec, że w matrycy m_2 wartość logiczną predykatu znajdujemy na przecięciu kolumny z odpowiednim wierszem. Jeśli np. interesujemy się wartością logiczną predykatu: $x > y$ dla $x = 5$ i $y = 3$, poszukujemy tej wartości w ten sposób, że ustalamy, jaka cyfra znajduje się na przecięciu kolumny wyzna-

(m_2)

		x jest większy od y : $x > y$													
$x \backslash y$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	x														
1		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3		1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4		1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5		1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6		1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7		1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
8		1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
9		1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
10		1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
11		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0

czonej liczbą 3 z wierszem, na który wskazuje liczba 5. W rozważanym przypadku cyfrą tą, symbolizującą wartość logiczną predykatu, jest „1” (na matrycy m_2 wartość tę zawarliśmy w kratce). A gdyby $x = 7$ i $y = 9$, predykat $x > y$ przeszedłby naturalnie w zdanie fałszywe, co na matrycy m_2 oznaczone jest znakiem „0”. Zauważmy też, iż w matrycy m_2 , która jest matrycą otwartą w prawo i w dół, wszystkie znaki powyżej głównej przekątnej są symbolami prawdy, poniżej zaś wraz z główną przekątną — symbolami fałszu. Nie jest tak natomiast w matrycy ilustrującej predykat: „ x jest dzielnikiem y ” [symbolicznie: $D(x, y)$]. Matrycowy zapis tego predykatu jest następujący:

(m_3)

		x jest dzielnikiem y : $D(x, y)$													
$x \backslash y$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	x														
1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2		0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
3		0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
4		0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
5		0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
6		0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
7		0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
8		0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

W rozważanej matrycy (m_3) wartość logiczna predykatu jest wyznaczona — podobnie jak w poprzednim — przez wartości liczbowe argumentów występujących na miejscu x i y . I tak predykat $D(x, y)$ dla $x = 4$ i $y = 8$ jest zdaniem prawdziwym (na m_3 wartość ujęta w kratce), natomiast dla $x = 5$ i $y = 3$ przechodzi w zdanie fałszywe, liczba 5 bowiem nie jest dzielnikiem liczby 3. Należy przy tym zauważyć, że w matrycy m_3 wartości logiczne predykatów znajdujące się pod główną przekątną są „zerowe”, na głównej przekątnej równe „jedyńce” i nad tą przekątną układają się różnie, w zależności rzecz oczywista od tego, czy dana liczba jest, czy też nie jest dzielnikiem liczby występującej w wierszu pierwszym. Matryca m_3 jest też przykładem matrycy otwartej w prawo i w dół.

Charakteryzując predykaty jako funkcje zdaniowe ze zmiennymi indywiduowymi, zwróciliśmy uwagę, że podstawienie za zmienną x w predykanie $P(x)$ nazwy jednostkowej przekształca ów predykat w zdanie (nazywane zdaniem jednostkowym) prawdziwe lub fałszywe. Otóż oprócz przekształcania predykatów jednoargumentowych — i nie tylko jednoargumentowych — w zdania jednostkowe poprzez podstawienie za zmienną indywiduową odpowiednich nazw jednostkowych istnieje jeszcze drugi sposób przechodzenia od funkcji zdaniowych typu $P(x)$, $Q(x)$ lub $P(x, y)$ do zdań. Sposobem tym jest poprzedzanie predykatów symbolami pełniącymi rolę operatorów, a które to symbole nazywamy kwantyfikatorami (stąd też nazwa logiki predykatów — rachunek kwantyfikatorów). Pojęcie kwantyfikatora jest jednym z podstawowych pojęć w logice predykatów, dlatego też należy je nieco szerzej omówić. Dodajmy, że pojęcie kwantyfikatora wprowadził do języka logiki Ch. S. Peirce (1839—1914) w pracy *The logic of relatives* z roku 1883.

Rozróżniamy dwa typy kwantyfikatorów: kwantyfikator ogólny, nazywany też generalizatorem lub kwantyfikatorem dużym, oraz kwantyfikator szczegółowy, nazywany również małym albo partykularizatorem. W języku potocznym kwantyfikatorowi ogólnemu odpowiada zwrot: „dla każdego...” lub „dla wszelkiego...”, kwantyfikatorowi szczegółowemu zaś „dla niektórych...” albo „dla

pewnego...”, czy też „istnieje taki(e), że...”. Ze względu na ostatni z wymienionych wyżej sposobów czytania kwantyfikator szczegółowy nazywamy również kwantyfikatorem egzystencjalnym. Kwantyfikator ogólny oznaczamy symbolem „ $\wedge$ ”, a szczegółowy „ $\vee$ ”.

Niech następujące przykłady wyjaśnią rolę i zastosowania kwantyfikatorów w logice predykatów. Załóżmy, że rozważanym zbiorem U jest zbiór wszystkich ludzi, a predykat $P(x)$ reprezentuje wyrażenie zdaniowe: „ x jest Francuzem”. Aby zatem przekształcić predykat $P(x)$ w zdanie, wystarczy — na mocy przyjętych ustaleń co do sposobu rozumienia kwantyfikatorów — poprzedzić ów predykat jednym właśnie z kwantyfikatorów: ogólnym lub szczegółowym. Krok ten bowiem rozstrzyga o przyznaniu elementom należącym do zbioru U określonej własności: mianowicie każdemu elementowi — jeśli poprzedzimy predykat kwantyfikatorem dużym, a tylko niektórym (lecz co najmniej jednemu) — jeśli zwiążemy zmienną indywiduową kwantyfikatorem małym. Zastosujmy — biorąc za podstawę rozważany przykład — wobec $P(x)$ kwantyfikator duży; otrzymamy wyrażenie będące zdaniem:

$$(1) \quad \bigwedge_x P(x)$$

co czytamy: dla każdego x : P od x . Zauważmy, że z predykatu $P(x) =$ „ x jest Francuzem” otrzymaliśmy zdanie — naturalnie fałszywe: „Każdy człowiek jest Francuzem”, co w zapisie kwantyfikatorowym:

$$(2) \quad \bigwedge_x (x \text{ jest Francuzem}),$$

odczytujemy: dla każdego x : x jest Francuzem. Innymi słowy, kwantyfikator ogólny przekształca predykat $P(x)$ w zdanie, w którym stwierdza się, że każdy przedmiot należący do rozważanego zbioru ma własność P (w naszym przykładzie własność P to tyle, co „być Francuzem”). Zastosujemy następnie do predykatu $P(x)$ rozumianego jak wyżej („ x jest Francuzem”) kwantyfikator szczegółowy:

$$(3) \quad \bigvee_x P(x),$$

co czytamy: istnieje takie x : P od x . Mówiąc swobodniej, kwantyfikator szczegółowy przekształca predykat $P(x)$ w zdanie, w którym stwierdza się, że „istnieją tacy ludzie, którzy są Francuzami”. Możemy zatem — rozwijając zapis predykatu — zdanie powyższe zanotować w sposób następujący:

$$(4) \quad \bigvee_x (x \text{ jest Francuzem})$$

co czytamy: istnieje takie x : x jest Francuzem. Stosując więc kwantyfikator mały względem rozważanego predykatu, otrzymaliśmy zdanie prawdziwe: „Niektórzy ludzie są Francuzami”.

Z pojęciem kwantyfikatora i jego zastosowań łączą się dwa następujące zagadnienia metodologiczne: a) dotyczące zmiennych występujących pod kwantyfikatorami; b) dotyczące zasięgu kwantyfikatora. Co do pierwszego z tych zagadnień należy zauważyć, że zmienna indywiduowa x występująca pod kwantyfikatorem np. w wyrażeniu (2) jest zmienną związaną lub pozorną; jest tak dlatego, że kwantyfikator przyporządkowuje tejże zmiennej określoną jednoznacznie treść: w rozpatrywanym przykładzie za pomocą kwantyfikatora stwierdza się, że każdy przedmiot reprezentowany przez zmienną x ma własność „bycia Francuzem”. W ten sposób zmienna przestała być tym, czym jest w wyrażeniach funkcyjnych: symbolem reprezentującym przedmioty bez przyporządkowywania im określonych własności (z wyjątkiem wyrażeń tautologicznych, jak np. $x = x$, tzn. wszelki przedmiot jest identyczny sam z sobą). Jeśli natomiast zmienna x występuje w wyrażeniu $P(x)$, które — jak w tym przykładzie — nie jest poprzedzone żadnym z kwantyfikatorów, powiemy, że zmienna indywiduowa x jest zmienną wolną. Predykat $P(x)$ jest w tym przypadku funkcją zdaniową ze względu na zmienną x . Co do zagadnienia drugiego, należy podkreślić, że na zasięg kwantyfikatora wskazują odpowiednio rozstawione nawiasy. Wyjaśnijmy to na przykładzie. Załóżmy, że mamy dane następujące wyrażenia:

$$(5) \quad \bigwedge_x P(x, y)$$

$$(6) \quad \bigvee_x [P(x) + Q(x)]$$

$$(7) \quad \bigwedge_x [P(x) + Q(x, y)]$$

$$(8) \quad \bigwedge_x [P(x, y) + Q(x)] + S(x, y)$$

W wyrażeniu (5), które *notabene* nie jest zdaniem, lecz funkcją zdaniową zmiennej y (dlaczego właśnie y ?), w zasięgu kwantyfikatora znajduje się cały predykat, tj. $P(x, y)$; podobnie jest w przypadku zdania (6). Wyrażenie (6) jest zdaniem, gdyż nie zawiera zmiennych wolnych; nawias zaś występujący przed literą P wskazuje, że również predykat $Q(x)$ znajduje się w zasięgu poprzedzającego całość wyrażenia kwantyfikatora małego. Wyrażenie (7) jest — podobnie jak (5) — funkcją zdaniową zmiennej indywiduowej y , która chociaż występuje w zasięgu kwantyfikatora dużego poprzedzającego wyrażenie (7), nie jest jednakże przez niego związana. W wyrażeniu (8) natomiast zmienna x występująca w predykanie $S(x, y)$, mimo że jest równokształtna ze zmienną występującą pod kwantyfikatorem, nie jest przez tenże kwantyfikator związana, gdyż — jak wskazują na to nawiasy — nie znajduje się w jego zasięgu.

Z pojęciem kwantyfikatora oraz zmiennymi: wolną i związaną, łączą się dalsze dwa zagadnienia: mianowicie procedura podstawiania za zmienne indywiduowe (wolne) innych zmiennych (też indywiduowych), jak również zagadnienie dołączania i opuszczania kwantyfikatora dużego oraz małego. Nasze wyjaśnienia zaczniemy od scharakteryzowania reguł podstawiania ważnych w logice predykatów. Podstawowy warunek, jaki powinna spełniać reguła podstawiania, ważna w logice predykatów, to ten, że zawsze ilekroć dokonamy podstawienia w danym wyrażeniu W , które jest prawdziwe, wyrażenie W powinno pozostać prawdziwe po wykonaniu operacji podstawiania. Innymi słowy, nie może być tak, aby w wyniku podstawienia wyrażenie W zmieniło wartość logiczną. Warunek ten jednakże będzie spełniony wtedy, gdy na regułę tę nałożymy pewne ograniczenie. Jest nim mianowicie z a k a z podstawiania za zmienne związane, jak też wprowadzenia — przez podstawienie — do predykatu takiej zmiennej, która wchodząc na miejsce zmiennej wolnej staje się zmienną związaną. Niech następujące przykłady wyjaśnią sens pragmatyczny

wyszczególnionych tu ograniczeń co do zastosowań reguły podstawiania. Załóżmy, że mamy dany predykat jednoargumentowy o następującym kształcie:

$$(9) \quad \bigvee_x (x \text{ jest przełożonym } y)$$

Jak wiadomo, predykat (9) zawierający zmienną wolną y jest określony na zbiorze ludzi i z łatwością można przekształcić go w zdanie prawdziwe; istnieje bowiem w zbiorowości ludzkiej taki człowiek, który jest przełożonym drugiego człowieka. Jeśli natomiast za zmienną y w wyrażeniu (9) podstawimy zmienną x , co spowoduje, że x stanie się tym samym zmienną związaną, otrzymamy:

$$(10) \quad \bigvee_x (x \text{ jest przełożonym } x)$$

Zdanie (10) jest naturalnie fałszywe; nie jest bowiem prawdą, że istnieje taki człowiek, który jest przełożonym samego siebie. Dokonując zatem podstawienia, w wyniku którego wyeliminowaliśmy zmienną wolną y , wstawiając na jej miejsce zmienną x , która stała się w ten sposób zmienną związaną, przekształciliśmy predykat spełnialny, tj. taki, który dla pewnych wartości jego argumentów przechodził w zdanie prawdziwe, w predykat tożsamościowo fałszywy (10). Przykład ten jest więc ilustracją zasadności ograniczenia reguły podstawiania do zmiennych, które po podstawieniu nie staną się związanymi (pozornymi). Dodajmy jeszcze, że dokonując podstawienia w danym predykanie za zmienną wolną i mając na uwadze omówione wyżej ograniczenia, dokonujemy tego podstawienia na każdym miejscu rozważanego predykatu, w którym ta zmienna występuje. A oto przykład. Załóżmy mianowicie, że w predykanie:

$$(11) \quad \bigwedge_x \bigvee_x [P(x, y, z) + Q(x, z)]$$

w którym występuje zmienna wolna z , podstawiamy za tę właśnie zmienną inną zmienną tej samej kategorii syntaktycznej, mianowicie zmienną v . Zgodnie z omówioną tu regułą otrzymujemy następujące wyrażenie:

$$(12) \quad \bigwedge_x \bigvee_y [P(x, y, v) + Q(x, v)]$$

Predykat jednoargumentowy (11) po wykonaniu podstawienia za x zmiennej v nadal jest predykatem jednoargumentowym (12), tym razem zmiennej wolnej v .

Przejdźmy z kolei do omówienia czterech dalszych reguł, mianowicie dołączania kwantyfikatorów dużego i małego oraz ich opuszczania. Kiedy zatem wolno nam do danego wyrażenia W dołączyć kwantyfikator duży? Ogólnie regułę tę możemy scharakteryzować w sposób następujący. Jeśli na podstawie wyrażenia W będącego zdaniem, a więc nie zawierającego zmiennej wolnej x , możemy utworzyć predykat postaci $Q(x)$, w którym x jest naturalnie zmienną wolną, to możemy też uznać wyrażenie:

$$(13) \quad W \rightarrow \bigwedge_x Q(x)$$

Wyjaśnijmy opisane tu postępowanie na przykładzie empirycznym. Załóżmy, że mamy dane zdanie: każdy kwadrat jest prostokątem (W), z którego to zdania — jak łatwo zauważyć — wynika predykat: jeśli x jest kwadratem, to x jest prostokątem [$Q(x)$]. Z łatwością zauważamy, że uznając W , nie możemy nie uznać zdania:

$$(14) \quad \bigwedge_x (\text{jeśli } x \text{ jest kwadratem, to } x \text{ jest prostokątem})$$

Reguła opuszczania dużego kwantyfikatora upoważnia do przyznania własności Q przedmiotowi a wtedy, gdy jest tak, że każdy przedmiot ze zbioru U (a należy do U) posiada własność Q . W ten sposób ze zdania

$$(15) \quad \bigwedge_x (x = x)$$

wynika, że $a = a$, czyli z tego, że każdy przedmiot jest tożsamy z sobą, wnioskujemy, że i dany przedmiot a ma tę własność (jeśli idzie o przedmioty czasowo-przestrzenne identyczność ta dotyczy naturalnie określonych aspektów owych przedmiotów rozważanych w danym przedziale czasu i punktach przestrzeni). Wywód powyższy możemy też zanotować w postaci formuły:

$$(16) \quad \bigwedge_x Q(x) \rightarrow Q(a)$$

Regułę dołączania kwantyfikatora szczegółowego opieramy na twierdzeniu, że jeśli pewien przedmiot (wyraźnie wskazany) ma określoną własność, to istnieje taki przedmiot, który ma tę własność. Odwołajmy się do przykładu. Możemy powiedzieć, że jeśli prawdziwe jest zdanie: kpt. Władysław Kowalski jest dowódcą kompanii, to prawdziwe też jest wyrażenie:

$$(17) \quad \bigvee_x (x \text{ jest dowódcą kompanii})$$

Innymi słowy, na podstawie zdania jednostkowego budujemy wyrażenie postaci (17), w którym stwierdza się jednak coś więcej niż w zdaniu, które przyjęliśmy za podstawę (17). W wyrażeniu zdaniowym (17) mówi się bowiem, że *co najmniej jeden* przedmiot należący do zbioru rozważanego ma daną własność. A to nie jest przecież to samo, co stwierdzenie, że *a* ma tę własność.

I wreszcie ostatnia z owych reguł, mianowicie reguła opuszczania kwantyfikatora małego. Poprzedzimy jej omówienie przytoczeniem przykładu. Załóżmy w tym celu, że mamy dane następujące wyrażenie zdaniowe:

$$(18) \quad \bigvee_x (x \text{ jest liczbą pierwszą i parzystą})$$

Jak wiadomo, zdanie (18) jest prawdziwe, bo rzeczywiście istnieje taka liczba, mianowicie 2, która jest zarazem pierwsza i parzysta. Wedle tej reguły, jeśli prawdziwe jest zdanie postaci (18), czy też bardziej ogólnie: $\bigvee_x P(x)$, to prawdziwe jest również zdanie $P(a)$, gdzie *a* jest nazwą określonego przedmiotu.

Zastosowanie kwantyfikatorów w logice predykatów daje się porównać do roli, jaką spełniają funktory koniunkcji i alternatywy nierozłącznej w logice zdań. Jeśli bowiem rozważany zbiór przedmiotów jest zbiorem *U* o skończonej liczbie elementów — analogie z alternatywą i koniunkcją mają bowiem tylko w tym przypadku zastosowanie — na przykład: $a_1, a_2, \dots, a_n$, to wyrażenie:

$$(19) \quad \bigwedge_x P(x) = P(a_1) \cdot P(a_2) \cdot P(a_3) \cdot \dots \cdot P(a_n)$$

wskazuje na relację równoważności, która zachodzi między kwantyfikatorem dużym a koniunkcją o skończonej liczbie czynników. W tym bowiem przypadku kwantyfikator niejako ekonomizuje wypowiedź, nadając jej postać zwięzłą i przejrzystą. Istotne jest przy tym nadmienione już wyżej założenie o skończoności rozważanego zbioru; w przypadku bowiem zbioru nieskończonego jest oczywiste, że predykat $P(x)$ nie daje się wyrazić za pomocą formuły równoważnej z (19).

Odnotujmy następnie, że kwantyfikator szczegółowy możemy interpretować jako alternatywę nierozłączną, co zapiszemy:

$$(20) \quad \bigvee_x Q(x) = Q(a_1) + Q(a_2) + Q(a_3) + \dots + Q(a_n)$$

Przejdźmy do zilustrowania na przykładzie zdaniowym powyższych równoważności. Załóżmy, że zbiór U to zbiór liczb: $\{3, 6, 9, 12\}$. Predykat: $P(x) = x$ jest podzielne przez 3, przejdzie zatem w zdanie prawdziwe, gdy zapiszemy go w postaci następującej równoważności:

$$(21) \quad \bigwedge_x P(x) = 3 \text{ jest podzielne przez } 3 \text{ i } 6 \text{ jest podzielne przez } 3 \text{ i } 9 \text{ jest podzielne przez } 3 \text{ i } 12 \text{ jest podzielne przez } 3.$$

Ponieważ jest tak, że zbiór U jest zbiorem czteroelementowym, przy czym każdy z tych elementów ma własność P (bycia podzielnym przez 3), to zarówno prawa strona równości (21), jak i lewa są zdaniami prawdziwymi, a równość potraktowana jako ekwiwalencja posiadająca oba człony prawdziwe jest również zdaniem prawdziwym. Dodajmy, że między koniunkcją zdań jednostkowych a równoważnym im zapisem kwantyfikatorsowym istnieje jednakże pewna różnica interpretacyjna, bardzo wyraźnie podkreślana w literaturze logicznej. Uważa się mianowicie, że zdanie $\bigwedge_x P(x)$ daje pełniejszą informację o zbiorze U niż odpowiednia koniunkcja zdań jednostkowych, gdyż w zdaniu $\bigwedge_x P(x)$ stwierdza się nie tylko, że każdemu przedmiotowi x należącemu do U przysługuje własność P (w rozważanym przykładzie: bycia liczbą podzielną przez 3), ale ponadto wyrażenie $\bigwedge_x P(x)$ wskazuje, że w zbiorze U

nie istnieją przedmioty nie posiadające własności P . Ograniczenie to nie wynika z koniunkcji zdań jednostkowych.

Założmy następnie, że mamy dany taki oto predykat $Q(x) = x$ jest kwadratem liczby nieparzystej [przyjmujemy nadal, że predykat $Q(x)$ jest określony na podanym wyżej podzbiorze zbioru liczb naturalnych: $\{3, 6, 9, 12\}$]. Przekształcenie predykatu $Q(x)$ w zdanie za pomocą kwantyfikatora małego oraz jego równoważność z alternatywą nierozłączną zdań jednostkowych $Q(a)$ przedstawia następujący zapis:

$$(22) \quad \forall_x Q(x) = \begin{array}{l} 3 \text{ jest kwadratem liczby nieparzystej lub} \\ 6 \text{ jest kwadratem liczby nieparzystej lub} \\ 9 \text{ jest kwadratem liczby nieparzystej lub} \\ 12 \text{ jest kwadratem liczby nieparzystej.} \end{array}$$

Wykazaliśmy w ten sposób, że jeśli zbiór U jest zbiorem o skończonej ilości elementów, to kwantyfikator mały jest równoważny alternatywie nierozłącznej zdań jednostkowych. Alternatywa występująca po prawej stronie równości (22) jest prawdziwa, ponieważ jeden z jej składników (zdanie wyróżnione) jest prawdziwy. Predykat $Q(x)$ jest określony w założonym czteroelementowym zbiorze U , dlatego całość (22) jako ekwiwalencja o członach prawdziwych jest naturalnie też zdaniem prawdziwym.

O zastosowaniu funktorów logiki zdań w logice predykatów

Przyjąwszy za podstawę dalszych rozważań wprowadzone wyżej pojęcie predykatu, przejdźmy z kolei do omówienia zasad konstrukcji wyrażeń zdaniowych logiki predykatów za pomocą funktorów rachunku zdań.

Założmy, że dane są dwa predykaty jednoargumentowe: $P(x)$ i $Q(x)$ określone na zbiorze uniwersalnym U , przy czym zakładamy o tym zbiorze U , że zawiera co najmniej jeden element (nie jest po prostu zbiorem pustym). Korzystając z funktorów zdaniotwórczych o argumentach zdaniowych: koniunkcji, alternatywy nierozłącznej, implikacji, równoważności (ekwiwalencji), dysjunkcji i negacji, możemy budować dalsze predykaty określone również na zbiorze U .

I tak koniunkcja dwóch predykatów $P(x)$ i $Q(x)$ jest to predykat $P_1(x) = P(x) \cdot Q(x)$, przechodzący w zdanie prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy za zmienną indywiduową x podstawimy nazwy tych przedmiotów (elementów) należących do zbioru U , które posiadają zarazem własność P i Q . Rozważmy następujący przykład. Niech $P(x) = x$ jest liczbą parzystą, a $Q(x) = x$ jest podzielne przez 3. Predykat: $P_1(x) = x$ jest liczbą parzystą i x jest podzielne przez 3, jest określony na zbiorze liczb naturalnych (N) i przejdzie w zdanie prawdziwe tylko wtedy, gdy za zmienną x podstawimy liczby spełniające zarazem oba wymienione wyżej warunki; są to liczby parzyste i podzielne przez 3. Matryca tego predykatu jest następująca:

(m_4)

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
$P_1(x)$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	

Łatwo spostrzec, że matryca m_4 informuje, że np. dla $x = 4$ predykat $P_1(x) = P(x) \cdot Q(x)$ przechodzi w zdanie fałszywe, gdyż wyrażenie: „4 jest liczbą parzystą i podzielną przez 3”, jest zdaniem fałszywym (wobec fałszywości drugiego czynnika owej koniunkcji). Jeśli zaś $x = 12$, wtedy predykat $P_1(x)$ przechodzi w zdanie prawdziwe, wyrażenie bowiem: „12 jest liczbą parzystą i podzielną przez 3”, jest prawdziwe. Dodajmy, że zarówno predykat $P(x)$, jak i predykat będący koniunkcją predykatów: $P(x)$ i $Q(x)$, tj. $P_1(x)$, są predykatami jednoargumentowymi. A jest tak dlatego, że są one funkcjami jednej i tylko jednej zmiennej indywiduowej, mianowicie zmiennej x .

Alternatywę predykatów $P(x)$ i $Q(x)$ zapisujemy w sposób następujący: $P_2(x) = P(x) + Q(x)$. Predykat $P_2(x)$ staje się zdaniem prawdziwym, gdy co najmniej jeden z jego członów jest prawdziwy. Zilustrujmy ten rodzaj predykatu na następującym przykładzie. Załóżmy mianowicie, że $P(x) = x$ jest liczbą pierwszą, a $Q(x) = x$ jest liczbą parzystą; wtedy predykat $P_2(x)$ reprezentuje funkcję zdaniową: „ x jest liczbą pierwszą lub x jest liczbą parzystą”. Łatwo zauważyć, że funkcja ta przekształca się w zdanie prawdziwe wtedy, gdy za x podstawimy bądź liczbę pierwszą,

bądź liczbę parzystą. Podobnie jak w przypadku predykatu $P_1(x)$ i ten predykat możemy zilustrować za pomocą następującej matrycy:

(m_5)

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
$P_2(x)$	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	

Na podstawie matrycy m_5 stwierdzamy — co jest zresztą konsekwencją przyjętej definicji funktora alternatywy — że spełnienie jednego z warunków wymienionych w $P_2(x)$ jest wystarczające, by predykat ten stał się zdaniem prawdziwym. W ten sposób np. dla $x = 5$ wyrażenie zdaniowe $P_2(x)$ przechodzi w zdanie prawdziwe, gdyż jeden z członów alternatywy nierozłącznej: $P(x) + Q(x)$, jest prawdziwy, mianowicie $P(5) = 1$. Jeśli zaś zmienna indywiduowa x przyjmie wartość np. 9, wtedy predykat $P_2(x)$ staje się oczywiście zdaniem fałszywym, zarówno bowiem $P(9) = 0$, jak i $Q(9) = 0$.

W podobny sposób stosujemy oraz interpretujemy pozostałe z wymienionych wyżej funktorów rachunku zdań. Jeśli $P_3(x)$ jest predykatem utworzonym z implikacji: $P(x) \rightarrow Q(x)$, to predykat $P_3(x)$ będzie zdaniem fałszywym wtedy i tylko wtedy, gdy wyrażenie $P(x)$ przejdzie w zdanie prawdziwe, a $Q(x)$ — w fałszywe. Taka sytuacja powstanie np. wówczas, gdy $P(x) = x$ jest liczbą pierwszą, a $Q(x) = x$ jest największą liczbą naturalną. Otrzymane w ten sposób wyrażenie zdaniowe otrzymuje postać: $P_3(x) =$ — jeśli x jest liczbą pierwszą, to x jest największą liczbą naturalną. Poprzednik implikacji występującej po prawej stronie znaku równości jest wyrażeniem zdaniowym, które dla określonych wartości zbioru liczb naturalnych przechodzi w zdanie prawdziwe, następnik natomiast jest predykatem, który nie może przejść w zdanie prawdziwe; nie istnieje bowiem największa liczba naturalna, stąd pustość zbioru, którego dotyczy zmienna indywiduowa z predykatu będącego następnikiem, co przesądza o fałszywości tego wyrażenia zdaniowego dla dowolnej wartości rozważanego uniwersum liczbowego.

Przejdźmy następnie do scharakteryzowania funktora jednoargumentowego, mianowicie negacji przyzdaniowej. W zastosowa-

niu do predykatów funktor ten zanotujemy $P_4(x) = \sim P(x)$. Otóż predykat $P_4(x)$ przechodzi w zdanie prawdziwe tylko dla tych x należących do zbioru U , dla których predykat $P(x)$ staje się zdaniem fałszywym. Dla ilustracji założmy, że predykat $P(x)$ reprezentuje wyrażenie zdaniowe: „ x jest Francuzem”. Wtedy wyrażenie $P_4(x) =$ nieprawda, że x jest Francuzem, będzie prawdziwe, gdy za zmienną indywiduową x podstawimy np. nazwy osób: Arystoteles, Sokrates lub Epikur, zdanie bowiem: „Nieprawda, że Arystoteles był Francuzem”, jest naturalnie zdaniem prawdziwym. Jeśli zaś za zmienną x w predykanie $P_4(x)$ podstawimy nazwę jednostkową „H. Poincaré”, otrzymamy, rzecz oczywista, zdanie fałszywe: „Nieprawda, że H. Poincaré był Francuzem”. Tak więc w ostatnim z wymienionych przykładów predykat $P_4(x)$ reprezentujący negację przekształcił się w zdanie fałszywe, gdyż jego argument jest zdaniem prawdziwym. Korzystając z wprowadzonej symboliki na oznaczanie zdań prawdziwych („1”) i fałszywych („0”), wyżej scharakteryzowaną własność predykatu $P_4(x)$ możemy zanotować: $P_4(\text{H. Poincaré}) = 0$, jak też $P_4(\text{Arystoteles}) = 1$.

Na podstawie przytoczonych wyżej przykładów można sformułować, przynajmniej w sposób opisowy, zasadę ogólną zastosowań funktorów logiki zdań do logiki predykatów. Założmy w tym celu, że $\oplus$ jest symbolem dowolnego funktora dwuargumentowego rachunku zdań. Wtedy funktor $\oplus$ daje się zapisać w języku logiki predykatów jednoargumentowych w postaci następującej: $P_i(x) = P(x) \oplus Q(x)$, gdzie $i = 1, 2, \dots$. Dodajmy jeszcze, że predykat $P_i(x)$ jest określony w danym zbiorze U , jeśli jest tak, że dla dowolnego przedmiotu a należącego do U (gdzie a jest — ściślej mówiąc — nazwą jednostkową przedmiotu należącego do zbioru U) wartość logiczna zdania $P_i(a) = 1$ albo $P_i(a) = 0$, co też możemy zanotować w sposób nieco odmienny: $P_i(a) + \sim P_i(a) = 1$. Innymi słowy, dany predykat $P_i(x)$ jest określony w danym zbiorze U wtedy i tylko wtedy, gdy nazwy elementów należących do U przekształcają $P_i(x)$ w zdanie prawdziwe lub fałszywe. Co się zaś tyczy sposobu ustalenia wartości logicznej predykatu $P_i(x) = P(x) \oplus Q(x)$, w przypadku gdy za x podstawimy nazwę jednostkową a , to jest on dokładnie taki, jak przedstawiliśmy wy-

zej na przykładzie predykatów $P_1(x)$ i $P_2(x)$: opierając się na macy charakterystyki prawdziwościowej funktora $\oplus$, ustalamy — na mocy wartości logicznej zdań $P(a)$ i $Q(a)$ — wartość logiczną zdania $P_i(a)$. Jeśli np. za symbol $\oplus$ podstawimy funktor dysjunkcji „/”, to wartość logiczna zdania otrzymanego z predykatu $P_5(x) = P(x) / Q(x)$ przez podstawienie w predykatach $P(x)$ i $Q(x)$ odpowiednich wyrażeń zdaniowych, np. $P(x) = x$ jest większy od 5, $Q(x) = x$ jest podzielny przez 3, będzie równać się fałszowi dla $x = 9$, gdyż oba człony rozważanej dysjunkcji są prawdziwe: $P_5(9) =$ albo 9 jest większe od 5, albo 9 jest podzielne przez 3. Ale predykat $P_5(x)$ przejdzie w zdanie prawdziwe, gdy za zmienną x podstawimy liczbę 4: $P_5(4) =$ albo liczba 4 jest większa od liczby 5, albo 4 jest podzielne przez 3. Mamy zatem dysjunkcję, w której oba człony są fałszywe, co jest warunkiem wystarczającym prawdziwości tej dysjunkcji ($0/0 = 1$).

Tezy logiki predykatów jednoargumentowych

Należy zauważyć, że między kwantyfikatorem dużym a małym zachodzą zależności, które dają się scharakteryzować za pomocą odpowiednich formuł będących tezami rachunku kwantyfikatorów. Od charakterystyki tych właśnie tez rozpoczynamy analizę praw logiki predykatów jednoargumentowych. Rozważmy tezę następującej postaci:

$$T_{46}: \quad \sim \bigwedge_x P(x) = \bigvee_x \sim P(x)$$

Tezę tę czytamy — zdanie: „Nieprawda, że dla każdego x : P od x ”, jest równoważne zdaniu: „Istnieje takie x , że nie- P od x ”. Mówiąc swobodniej, teza T_{46} głosi, że zdanie: „Nieprawda, że każdy przedmiot x posiada własność P ”, jest równoważne zdaniu: „Istnieje taki przedmiot x — w ustalonym oczywiście zbiorze U — który nie posiada własności P ”. A oto przykład. Niech predykat $P(x)$ reprezentuje wyrażenie zdaniowe: „ x jest dowódcą kompanii”, a zbiorem U , czyli rozważanym uniwersum, którego podzbiorem jest P — ogół oficerów WP. Na mocy T_{46} zdanie: „Nieprawda, że każdy oficer WP jest dowódcą kompanii”, jest równoważne zda-

niu: „Istnieją tacy oficerowie, którzy nie są dowódcami kompanii”.

Przejdźmy do omówienia następnej tezy, która wskazuje na związek, jaki zachodzi między kwantyfikatorem małym a dużym. Zapis jej jest następujący:

$$T_{47}: \quad \sim \bigvee_x P(x) = \bigwedge_x \sim P(x)$$

Tezę tę czytamy — zdanie: „Nieprawda, że istnieje takie x , że P od x ”, jest równoważne zdaniu: „Dla każdego x : nie- P od x ”. Mówiąc nieco inaczej: teza T_{47} informuje, że jeśli nie istnieje taki przedmiot x — w ustalonym naturalnie zbiorze U — który posiadałby własność P , to o każdym przedmiocie x (z tegoż zbioru) prawdą jest, że nie posiada własności P . Wyjaśnijmy nieco szerzej tę zależność na następującym przykładzie. Niech predykat $P(x) = x$ jest liczbą pierwszą parzystą większą od dwóch. Wtedy zdanie: „Nieprawda, że istnieje taka liczba większa od 2, która jest zarazem liczbą pierwszą i parzystą” jest równoważne zdaniu: „Każda liczba pierwsza, większa od 2, nie jest liczbą parzystą”.

Tezy T_{46} i T_{47} nazywamy prawami De Morgana dla logiki predykatów albo dla rachunku kwantyfikatorów. Możemy zatem powiedzieć, że pierwsze prawo De Morgana T_{46} stwierdza, iż negując zdanie zaczynające się od kwantyfikatora dużego, otrzymujemy formułę, w której kwantyfikator mały występuje przed zanegowanym orzecznikiem. Teza T_{47} będąca drugim prawem De Morgana stwierdza, że negując formułę z kwantyfikatorem małym, otrzymujemy wyrażenie ekwiwalentne, w którym kwantyfikator duży występuje przed zanegowanym orzecznikiem.

Poprzedzając tezy T_{46} i T_{47} znakiem negacji, otrzymujemy definicje kwantyfikatora dużego za pomocą kwantyfikatora małego i odwrotnie. A oto zapis tych równoważności definicyjnych:

$$T_{48}: \quad \bigvee_x P(x) = \sim \bigwedge_x \sim P(x)$$

$$T_{49}: \quad \bigwedge_x P(x) = \sim \bigvee_x \sim P(x)$$

Na podstawie T_{48} i T_{49} jest oczywiste, że jeśli jest prawdziwe zdanie $\bigwedge_x P(x)$, to jest też prawdziwe $\sim \bigvee_x \sim P(x)$, jak też zdanie

$\bigvee_x P(x)$ pociąga za sobą prawdziwość $\sim \bigwedge_x \sim P(x)$. W ten sposób na mocy T_{49} zdanie: „Każdy oficer jest żołnierzem (ściślej: dla każdego x : jeśli x jest oficerem, to x jest żołnierzem)”, jest równoważne zdaniu: „Nieprawda, że istnieją tacy oficerowie, którzy nie są żołnierzami”. Na podstawie zaś T_{48} zdanie: „Istnieją tacy oficerowie, którzy są dowódcami dywizji”, znaczy tyle, co: „Nieprawda, że każdy oficer nie jest dowódcą dywizji” lub nieco inaczej: „Nieprawda, że żaden oficer nie jest dowódcą dywizji”. Tezy T_{48} i T_{49} będące — jak już nadmieniliśmy — definicjami wyrażeń kwantyfikatorowych znajdują zastosowanie przy konstrukcji dowodów. Wszędzie bowiem, gdzie w dowodzie występuje jeden z lewych członów owych tez, możemy go — na mocy równości — zastąpić prawym członem i odwrotnie.

Teżą następną jest prawo *dictum de omni*. W zapisie formalnym prawo to notujemy:

$$T_{50}: \quad \bigwedge_x P(x) \rightarrow P(a)$$

gdzie zarówno x , jak i a należą do zbioru U . Interpretacja tej tezy jest następująca: jeśli coś jest prawdą o każdym przedmiocie (z danego zbioru), to jest też prawdą o przedmiocie a , który też do owego zbioru należy. Jeśli np. o każdym ssaku jest prawdą, że należy do kręgowców, to jest prawdą o niedźwiedziu, iż jest on kręgowcem.

Do ważnych w zakresie logiki predykatów zaliczamy prawa wnoszenia dużego i małego kwantyfikatora przed nawiasy. Założmy, że mamy dane dwa predykaty: $P(x)$ i $Q(x)$. Utwórzmy z tych predykatów następujące wyrażenie:

$$T_{51}: \quad \left[\bigwedge_x P(x) \cdot \bigwedge_x Q(x) \right] = \bigwedge_x [P(x) \cdot Q(x)]$$

Tezę T_{51} należy rozumieć w sposób następujący: jeśli dany jest zbiór U , w którym określone są predykaty $P(x)$ i $Q(x)$, to wartość logiczna wyrażeń zdaniowych występujących po prawej i lewej stronie znaku równoważności („=”) jest zarazem prawdziwa lub zarazem fałszywa. I rzeczywiście, jeśli predykat $P(x)$ jest tożsamościowo prawdziwy w zbiorze U , tj. P jest podzbiorem właściwym zbioru U (każdy element zbioru U jest elementem

zbioru P), jak też jeśli predykat $Q(x)$ jest tożsamościowo prawdziwy w U , wtedy lewa strona tezy T_{51} jest prawdziwa (jako koniunkcja, której czynniki są prawdziwe), ale też na mocy przyjętych założeń, że każdy element zbioru U spełnia rozważane predykaty — prawdziwa jest i prawa strona tezy T_{51} . Jeśli natomiast jeden z predykatów $P(x)$ lub $Q(x)$ przechodzi w zbiorze U w zdanie fałszywe, wtedy zarówno lewa, jak i prawa strona tezy T_{51} staje się fałszywa, ale całość wyrażenia T_{51} jako ekwiwalencja jest zdaniem prawdziwym. Falsyfikacja całości (będących członami równoważności) przy założeniu, że jeden z czynników jest fałszywy, staje się oczywista, jeśli uwzględnimy, iż zdania $\bigwedge_x P(x)$ oraz $\bigsupset_x Q(x)$ połączone są znakiem koniunkcji, dla której sfalsyfikowania — jak wiemy — wystarczy fałszywość jednego z czynników. Możemy też eksplikować sposób rozumienia tezy T_{51} na następującym przykładzie zaczerpniętym — podobnie jak poprzednie — z języka potocznego. Niech $P(x) = x$ jest żołnierzem, a $Q(x) = x$ pełni czynną służbę wojskową. Przyjawszy, że rozważany zbiór U to zbiór utworzony z tych i tylko z tych elementów, którym przysługuje własność „bycia osobą wojskową”, tezę T_{51} odczytamy: zdanie „dla każdego x : x jest żołnierzem” i „dla każdego x : x pełni czynną służbę wojskową” jest równoważne wyrażeniu: „dla każdego x : x jest żołnierzem i x pełni czynną służbę wojskową”. Wykazaliśmy w ten sposób, że kwantyfikator duży możemy wynieść zarówno przed koniunkcję wyrażeń predykatowych, jak też wprowadzić go do wyrażenia koniunkcyjnego — prawa strona tezy T_{51} — do czego upoważnia ekwiwalencja będąca, jak wiadomo, wyrażeniem równoważnym koniunkcji implikacji prostej i odwrotnej.

Tezę T_{51} można zanotować w formie uogólnionej. W tym celu należy założyć, że rozważamy koniunkcję zdań utworzonych z n wyrażeń, gdzie n jest liczbą naturalną większą lub równą 2. Formułę tę zapisujemy:

$$\bigwedge_x P_1(x) \quad \bigwedge_x P_2(x) \cdot \dots \cdot \bigwedge_x P_n(x) = \bigwedge_x [P_1(x) \cdot P_2(x) \cdot \dots \cdot P_{n-1}(x) \cdot P_n(x)]$$

Ważna jest również w logice predykatów teza upoważniająca

do wyniesienia przed nawias kwantyfikatora małego, jeśli rozważane zdanie ma postać alternatywy, co notujemy:

$$T_{52}: \quad \bigvee_x P(x) + \bigvee_x Q(x) = \bigvee_x [P(x) + Q(x)]$$

Tezę powyższą czytamy: zdanie: „Istnieje takie x , że P od x lub istnieje takie x , że Q od x ”, jest równoważne zdaniu: „Istnieje takie x , że P od x lub Q od x ”. Dla dowodu tezy T_{52} założmy, że predykaty $P(x)$ i $Q(x)$ są określone na danym zbiorze U ($U \neq 0$). Jeśli zatem istnieje w zbiorze U chociaż jeden taki przedmiot, który przekształca wyrażenia $P(x)$ lub $Q(x)$ w zdania prawdziwe, to lewa strona równoważności T_{52} jest zdaniem prawdziwym (jako alternatywa nierozłączna), ale też na mocy tych samych zależności jest też prawdziwa i prawa strona tezy T_{52} . A co będzie, jeśli żaden przedmiot ze zbioru U nie będzie spełniał któregośkolwiek z dwu predykatów: $P(x)$ lub $Q(x)$, tzn. jeśli będzie tak, że zbiór $U = 0$? W tym przypadku, gdy żadnemu przedmiotowi ze zbioru U nie przysługuje własność P lub Q , wtedy zarazem lewa, jak i prawa strona równoważności T_{52} jest fałszywa. Całość wyrażenia T_{52} jednakże — jako ekwiwalencja — jest oczywiście prawdziwa, co dowodzi ważności tezy T_{52} . Dla zilustrowania tej tezy założmy, że predykat $P(x)$ jest funkcją zdaniową, której postać rozwiniętą notujemy: „ x jest dowódcą dywizji i pułkownikiem”, a predykat $Q(x) =$ „ x jest absolwentem Akademii Sztabu Generalnego”. Zbiorem U w tym przypadku niech będzie ogół oficerów WP. Podstawiając powyższe wyrażenia zdaniowe do tezy T_{52} , otrzymujemy zdanie: „Istnieje taki oficer (żołnierz), który jest zarazem dowódcą dywizji i pułkownikiem, lub istnieje taki oficer (żołnierz), który jest absolwentem Akademii Sztabu Generalnego”; wyrażenie to jest równoważne zdaniu: „Istnieje taki oficer, który jest dowódcą dywizji i pułkownikiem lub absolwentem Akademii Sztabu Generalnego”. Dodajmy, że przy tej interpretacji zarówno zdanie $\bigvee_x P(x)$, jak i $\bigvee_x Q(x)$ jest prawdziwe, istnieją bowiem rzeczywiście tacy dowódcy dywizji, którzy mają stopień pułkownika, jak też są absolwentami Akademii Sztabu Generalnego.

Należy odnotować, że kwantyfikatora dużego nie wolno wy-

nosić przed nawias, gdy rozważane zdanie jest ekwiwalencją, której członami są alternatywy. W ten sposób wyrażenie zdaniowe:

$$(x) \quad [\bigwedge_x P(x) + \bigwedge_x Q(x)] = \bigwedge_x [P(x) + Q(x)]$$

nie jest tezą logiczną, ponieważ lewa strona formuły (x) nie jest równoważna (pod względem prawdziwościowym) prawej stronie.

Innymi słowy, w zapisie (x) może być tak, że prawa strona owej formuły będzie zdaniem prawdziwym, a lewa — fałszywym. Zauważmy, że lewa strona wyrażenia (x) informuje, że jeden — co najmniej jeden — z predykatów: $P(x)$ lub $Q(x)$ jest tożsamościowo prawdziwy (naturalnie w uprzednio ustalonym zbiorze U). W prawej natomiast części wyrażenia (x) stwierdza się, że tożsamościowo prawdziwa jest alternatywa predykatów $P(x)$ i $Q(x)$. Otóż może zdarzyć się tak — co niebawem wykażemy — że żaden z rozważanych predykatów, wziętych oddzielnie, nie będzie tożsamościowo prawdziwy w danym zbiorze U , lecz w tymże zbiorze będzie prawdziwa alternatywa odpowiednich predykatów. Może zatem powstać taka sytuacja, że lewa strona rozważanej formuły [mamy nadal na uwadze wyrażenie (x)] będzie fałszywa, a strona prawa — przejdzie w zdanie prawdziwe. Jednakże wtedy całość — właśnie jako ekwiwalencja — stanie się zdaniem fałszywym.

Niech następujący przykład wyjaśni szerzej sposób rozumienia wyrażenia postaci (x). Załóżmy, że rozważanym zbiorem U jest pewien skończony podzbiór liczb naturalnych, mianowicie $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, predykat $P(x) = x$ jest liczbą parzystą, a predykat $Q(x) = x$ jest liczbą pierwszą. Przy tych założeniach wyrażenie:

$$(x_1) \quad \bigwedge_x P(x) + \bigwedge_x Q(x)$$

jest zdaniem fałszywym. Stwierdza się tu bowiem, że: dla każdego x należącego do U : x jest liczbą parzystą, lub dla każdego x : x jest liczbą pierwszą. Z łatwością spostrzegamy więc, że oba człony tej alternatywy są fałszywe, gdyż nie jest tak, aby każdy element zbioru U był liczbą parzystą czy też liczbą pierwszą, co przecież stwierdza się w zdaniu (x_1) .

Poddamy z kolei analizie logicznej prawy człon równoważności (x), tj. wyrażenie

$$(x_2) \qquad \bigwedge_x [P(x) + Q(x)]$$

W zdaniu (x_2) stwierdza się, że dowolna liczba zbioru U jest liczbą parzystą lub pierwszą, tzn. że przysługuje jej co najmniej jedna z tych dwu własności. Przyjmując za podstawę rozważany tu zbiór U spostrzegamy, że wyrażenie (x_2) staje się zdaniem prawdziwym. Funkcja zdaniowa bowiem: „ x jest liczbą parzystą lub x jest liczbą pierwszą”, jest spełnialna przez każdy element zbioru U (w tym znaczeniu spełnialna, że przekształca tę funkcję w zdanie prawdziwe). Innymi słowy, predykat postaci: $P_f(x) = P(x) + Q(x)$, jest w zbiorze U tożsamościowo prawdziwy.

Dowiedliśmy w ten sposób, że wyrażenia (x_1) oraz (x_2) nie są sobie równoważne, a zatem wyrażenie zdaniowe (x) nie jest tezą logiczną, co właśnie należało wykazać.

To zastrzeżenie, które uczyniliśmy względem formuły zdaniowej (x), zachowuje ważność tylko wtedy, gdy głównym funktorem w tym wyrażeniu jest ekwiwalencja; traci tę ważność, gdy funktor ekwiwalencji zastąpimy funktorem implikacji. Wiemy, że implikacja, zawsze ilekroć następnik jest prawdziwy, jest zdaniem prawdziwym. Stąd odmienna kwalifikacja prawdziwościowa wyrażenia zdaniowego (x) w przypadku, gdy występujący tam funktor ekwiwalencji zastąpimy funktorem implikacji.

Na podstawie definicji Df₁₅ (dotyczącej sumy zbiorów) stwierdzamy, że jeśli lewa strona wyrażenia (x) jest prawdziwa, to musi też być prawdziwa prawa strona. A to upoważnia do sformułowania następującej tezy:

$$T_{53}: \quad [\bigwedge_x P(x) + \bigwedge_x Q(x)] \rightarrow \bigwedge_x [P(x) + Q(x)]$$

twierdzenie powyższe czytamy: jeśli jest tak, że dla każdego x : P od x , lub dla każdego x : Q od x , to dla każdego x : P od x lub Q od x . W ujęciu nieco swobodniejszym tezę T_{53} możemy interpretować w ten sposób, że jeśli jest tak, iż każdy przedmiot x należący do zbioru U posiada własność P lub każdy przedmiot x ma własność Q , to prawdą jest, że wszelki przedmiot x ze zbioru

ru U posiada własność P lub własność Q (co najmniej jedną z tych własności, przy czym może mieć zarazem P i Q).

Łatwo również wykazać, że nie wolno zastąpić funktora implikacji funktorem równoważności w następującym wyrażeniu, które w podanym niżej zapisie jest tezą:

$$T_{54}: \bigvee_x [P(x) \cdot Q(x)] \rightarrow [\bigvee_x P(x) \cdot \bigvee_x Q(x)]$$

W poprzedniku tezy T_{54} twierdzi się, że istnieje taki przedmiot, który ma zarazem własność P i Q . W następniku natomiast stwierdza się, że istnieją przedmioty — mogą to być różne przedmioty — posiadające własność P i posiadające własność Q , przy czym może być tak, że jeden z nich będzie miał własność P , drugi zaś własność Q . Należy zauważyć, że zawsze ilekroć będzie prawdziwy poprzednik tezy T_{54} , to następnik też będzie prawdziwy (Df_{14}), chociaż nie odwrotnie: nie zawsze bowiem, gdy jest prawdziwy następnik, poprzednik musi być prawdziwy. Może się przecież zdarzyć, że w następniku będą brane pod uwagę dwa różne przedmioty — o czym już nadmieniliśmy i co przy tej konstrukcji następnika nie jest wykluczone. Wtedy byłoby tak, że następnik przeszedłby w zdanie prawdziwe, lecz poprzednik byłby fałszywy; iloczyn bowiem zbiorów P i Q byłby zbiorem* pustym. Na podstawie tego, co zostało powiedziane, z łatwością stwierdzamy, że każdy przedmiot, który spełnia poprzednik formuły T_{54} , spełnia też jej następnik. A to właśnie gwarantuje prawdziwość implikacji T_{54} .

Przejdźmy do następnej tezy logiki predykatów jednoargumentowych. Jest to teza postaci implikacyjnej traktująca o sposobie umieszczania kwantyfikatora dużego przed wyrażeniami implikacyjnymi, które występują w poprzedniku i następniku tej tezy. Załóżmy, że dana jest formuła implikacyjna zbudowana z predykatów $P(x)$ i $Q(x)$, której zapis jest następujący:

$$P(x) \rightarrow Q(x)$$

Poddawmy analizie to wyrażenie, biorąc za podstawę jego kształt formalny oraz walor prawdziwościowy w przypadku, gdy poprzedzimy go odpowiednim kwantyfikatorem. Zauważmy najpierw, że jest tezą następujące wyrażenie:

$$T_{55}: \bigwedge_x [P(x) \rightarrow Q(x)] \rightarrow [\bigwedge_x P(x) \rightarrow \bigwedge_x Q(x)]$$

Tezę tę czytamy: jeśli jest tak, że: dla każdego x : jeśli P od x , to Q od x , to jeśli dla każdego x : P od x , to dla każdego x : Q od x . Łatwo wykazać, że implikacja odwrotna nie zachodzi. Zasadność tezy T_{55} może być wykazana w sposób następujący. Załóżmy najpierw, że zbiór P zawiera się w zbiorze Q [inaczej mówiąc, między zbiorami P i Q zachodzi relacja inkluzji (Df_{17})], tj. każdy element zbioru P jest elementem zbioru Q . Ale wtedy implikacja: dla wszelkiego x : z tego, że x ma własność P , wynika, że x ma własność Q , na mocy założenia o zawieraniu się zbioru P w zbiorze Q — jest zdaniem prawdziwym, co jest jednocześnie stwierdzeniem prawdziwości poprzednika tezy T_{55} . Przy tym jednakże założeniu — co do zbiorów P i Q — prawdziwy jest również następnik tej tezy. Jeśli natomiast zbiór P nie zawiera się w zbiorze Q , wtedy poprzednik tezy T_{55} jest zdaniem fałszywym, gdyż nie jest tak, by każdy przedmiot, który ma własność P , miał też własność Q . Zauważmy jednakże, iż w tym przypadku, ponieważ poprzednik formuły implikacyjnej, jaką jest T_{55} , przeszedł w zdanie fałszywe, formuła ta jest naturalnie zdaniem prawdziwym (implikacja bowiem jest prawdziwa, gdy ma poprzednik fałszywy).

Następną tezę, którą omówimy, jest teza nazywana *prawem egzystencjalnej generalizacji*.

$$T_{56}: P(a) \rightarrow \bigvee_x P(x)$$

co czytamy: jeśli jest tak, że dany przedmiot a ma własność P , to istnieje taki przedmiot x , który ma własność P . Z tego np., że Bolesław Krzywousty rozgromił w roku 1109 wojska niemieckie dowodzone przez Henryka V na przedmieściu Wrocławia (Psim Polem później nazwanym), wynika, że istniał taki władca Polski, który w roku 1109 rozgromił wojska niemieckie na przedmieściach Wrocławia.

Kolejną i ostatnią z rozważanych tez w logice predykatów jednoargumentowych jest teza, którą notujemy:

$$T_{57}: \bigwedge_x \{ [P(x) \rightarrow Q(x)] \cdot P(x) \} \rightarrow Q(x)$$

W tezie powyższej stwierdza się, że jeśli ważna jest implikacja postaci $P(x) \rightarrow Q(x)$, jak też uznany jest jej poprzednik: $P(x)$, to uznajemy następnik tej implikacji: $Q(x)$. Łatwo spostrzec, że teza T_{57} jest odmianą prawa *ponendo ponens* dla logiki predykatów jednoargumentowych.

Na tym kończymy omawianie wybranych tez tego działu logiki predykatów. Należy dodać, że charakterystyka przytoczonych tu twierdzeń jest jedynie ilustracją sposobów konstrukcji, zapisu i pewnych zastosowań twierdzeń działu logiki predykatów do procedur zarówno dowodowych, jak i rozumowań innego typu. Idzie w tym przypadku o rozumowania niejednokrotnie występujące w różnych sytuacjach teoretycznych i zachowań praktycznych. Ponadto omówione przykłady lub część tych przykładów wskazują na możliwość określonych zastosowań przynajmniej niektórych tez logiki predykatów do rozumowań formułowanych na gruncie języka potocznego. Ostatni z wymienionych tu aspektów pragmatycznych logiki predykatów jednoargumentowych ma także niemałe znaczenie dla sytuacji informacyjnych, z jakimi spotykamy się w działaniach militarnych.

Relacje dwuczłonowe.

Podstawowe pojęcia i interpretacja

Teoria relacji jest jednym z głównych działów współczesnej logiki. Zainteresowanie tą teorią daje się uzasadnić zarówno jej interesującymi i płodnymi zastosowaniami (np. w metodologiach nauk szczegółowych⁵⁴), jak i inspiracjami poznawczymi. Nie podejmując szerzej tej problematyki, naszkicujemy jednak niektóre z jej aspektów, kierując się głównie względami pragmatycznymi, tj. możliwością zastosowań w różnych dziedzinach działań wojskowych; rozważaną problematykę ograniczymy do relacji dwuczłonowych.

⁵⁴ Por. S. Nowak, *Metodologia badań socjologicznych*, Warszawa 1970, s. 145 i n.

Wywody dotyczące pojęcia relacji dwuczłonowej poprzedzimy kilkoma uwagami, niejako wprowadzającymi do zagadnienia zasadniczego. Uwagi te będą dotyczyły mianowicie takich pojęć, jak pary uporządkowanej i iloczynu kartezjańskiego (nazywanego też produktem kartezjańskim). Otóż jeśli mamy dane dwa przedmioty a i b , to z przedmiotów tych możemy utworzyć parę uporządkowaną taką, że a będzie jej poprzednikiem, a b następnikiem. Symbolicznie parę uporządkowaną będziemy zapisywali w sposób następujący:

$$(1) \quad (a, b)$$

Ważne jest również to, że para uporządkowana (a, b) jest różna od pary uporządkowanej (b, a) , gdy $a \neq b$. I ogólnie: dwie pary uporządkowane (a, b) i (c, d) są równe, gdy jest tak, że $a = c$ oraz $b = d$, czyli gdy identyczne są zarówno ich poprzedniki, jak i następniki. Własność tę par uporządkowanych zanotujemy:

$$(2) \quad [(a, b) = (c, d)] = [(a = c) \cdot (b = d)]$$

Iloczynem kartezjańskim czy też produktem kartezjańskim danych zbiorów A i B nazywamy zbiór par uporządkowanych (a, b) takich, że $a \in A$ i $b \in B$. Iloczyn kartezjański zbiorów A i B notujemy:

$$(3) \quad A \times B$$

Relację przynależności danej pary uporządkowanej (x, y) do iloczynu kartezjańskiego zbiorów A i B zapiszemy:

$$(4) \quad (x, y) \in A \times B = x \in A \cdot y \in B$$

Formułę (4) czytamy: para uporządkowana (x, y) należy do zbioru $A \times B$ wtedy i tylko wtedy, gdy $x \in A$ i $y \in B$. Odnotujmy, że jeśli zbiór A zawiera n elementów, a zbiór B — m elementów, to iloczyn kartezjański zbiorów A i B : $A \times B$, jest zbiorem, do którego należy nm elementów będących właśnie parami uporządkowanymi. Powyższy wywód zilustrujmy na dwu zbiorach skończonych. W tym celu założmy, że $A = \{2, 3\}$, a $B = \{7, 8, 9\}$. Iloczynem kartezjańskim zbiorów A i B jest następujący zbiór:

$$(5) \quad A \times B = \{2, 3\} \times \{7, 8, 9\} = \{(2, 7), (2, 8), (2, 9), (3, 7), (3, 8), (3, 9)\}$$

Zważywszy, że zbiór A jest zbiorem dwuelementowym, a zbiór B — trzejelementowym, to jest oczywiste, iż iloczyn kartezjański tych zbiorów jest zbiorem sześćelementowym (tj. złożonym z sześciu par uporządkowanych). Aby szerzej wyjaśnić niektóre dalsze własności przysługujące iloczynom kartezjańskim, rozważmy dwa następujące przykłady. Niech $A = \{a, b, c\}$ i $B = \{a, c, d\}$. Na mocy przyjętych określeń iloczyn kartezjański $A \times B$ jest zbiorem dziewięcioelementowym, tj. zawierającym dziewięć par uporządkowanych:

$$(6) \quad A \times B = \{(a, a), (a, c), (a, d), (b, a), (b, c), (b, d), (c, a), (c, c), (c, d)\}$$

Następnie przy tych samych założeniach co do elementów tworzących zbiory A i B zbadajmy następujący iloczyn:

$$(7) \quad B \times A = \{(a, a), (a, b), (a, c), (c, a), (c, b), (c, c), (d, a), (d, b), (d, c)\}$$

Na podstawie (6) i (7) spostrzegamy, że mnożenie zbiorów nie jest przemienne, co *notabene* wynika też z przytoczonej wyżej definicji pary uporządkowanej. Innymi słowy, zbiór $A \times B \neq B \times A$. Tę własność iloczynu kartezjańskiego z całą wyrazistością uwidaczniają przytoczone wyżej przykłady: (6) i (7).

Po tych uwagach co do pary uporządkowanej i iloczynu kartezjańskiego możemy przejść do zdefiniowania ogólnego pojęcia relacji dwuczłonowej. I tak powiemy, że:

(Df₂₀) Relacją dwuczłonową [symbolicznie: $R(x, y)$ lub xRy] w iloczynie kartezjańskim $A \times B$ będziemy nazywali podzbiór zbioru $A \times B$.

Jeśli np. relacją $R(x, y)$ będzie: x jest dzielnikiem y , to relacja ta wyznacza w zbiorze $A \times B$ z przykładu (5) podzbiór $C = \{(2, 8), (3, 9)\}$. Każdy bowiem z elementów zbioru C , który jest w tym przypadku identyczny z relacją: xRy , przekształca predykat: x jest dzielnikiem y , w zdanie prawdziwe.

Zdefiniujemy następnie dwa kolejne pojęcia teorii relacji, mianowicie pojęcie dziedziny i przeciwdziedziny danej relacji R . Powiemy, że:

(Df₂₁) Zbiór $D(R)$ jest dziedziną danej relacji R wtedy i tylko wtedy, gdy do $D(R)$ należą wszystkie poprzedniki par uporządkowanych wyznaczonych przez relację R , co w postaci formalnej zanotujemy:

$$x \in D(R) = \bigvee_x (xRy)$$

Dany element x należy zatem do dziedziny D relacji R wtedy, gdy istnieje taki element y , że między elementami x i y zachodzi relacja R , albo też — co na to samo wychodzi — x tworzy z y parę uporządkowaną według R . Załóżmy, że relacją $R(x, y)$ jest predykat: x jest przełożonym y . Wtedy dziedziną relacji R , czyli poprzednikami par uporządkowanych (x, y) , będą te i tylko te osoby, które mają podwładnych; można by też powiedzieć, że dana osoba x należy do relacji „bycia przełożonym” wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje taki człowiek y , że x jest przełożonym y .

Przejdźmy do zdefiniowania pojęcia przeciwdziedziny danej relacji R . Powiemy, że:

(Df₂₂) Zbiór $D^*(R)$ jest przeciwdziedziną danej relacji $R(x, y)$ wtedy i tylko wtedy, gdy do $D^*(R)$ należą te i tylko te elementy, które stanowią następniki par uporządkowanych wyznaczonych w danym zbiorze C przez relację R , co notujemy:

$$y \in D^*(R) = \bigvee_x (xRy)$$

Mówimy zatem, że y należy do przeciwdziedziny $D^*(R)$ rozważanej relacji, gdy istnieje taki element x należący naturalnie do pary uporządkowanej (x, y) , że x pozostaje w relacji R do y . Aby zilustrować ostatnie z rozważanych pojęć na przykładzie z języka potocznego, załóżmy, że dana jest relacja: x jest starszy stopniem od y . Przyjmujemy ponadto, że idzie w tym przypadku o starszeństwo w stopniu wojskowym. W ten sposób przeciwdziedzinę utworzonej relacji będą stanowili ci i tylko ci żołnierze, którzy są młodszy stopniem względem innych żołnierzy. Łatwo zauważyć, że do przeciwdziedziny tej relacji będą należeli wszyscy szere-

gowcy, gdyż nie istnieje taki żołnierz, względem którego szeregowiec byłby starszy w stopniu wojskowym.

Korzystając z pojęć dziedziny i przeciwdziedziny danej relacji R , tworzymy pojęcie pola tej relacji. Formułując definicję powiemy:

(Df₂₃) P o l e m danej relacji R nazywamy sumę utworzoną z dziedziny i przeciwdziedziny R , co możemy też zanotować:

$$x \in P(R) = x \in D(R) + x \in D^*(R)$$

Dany element x należy więc do zbioru $P(R)$ wtedy i tylko wtedy, gdy należy do $D(R)$ lub do $D^*(R)$. W przytoczonym wyżej przykładzie, gdzie rozpatrywaliśmy relację: x jest starszy stopniem od y , polem jest ogół żołnierzy.

Badając relacje dwuczłonowe, zauważamy, że dają się one odwracać. I tak z tego, że A jest starszy od B , wynika, że B jest młodszy od A , czy też: jeśli A jest przełożonym B , to jest oczywiste, że B jest podwładnym A . Oznaczając jak poprzednio przez R relację, jaka zachodzi między x i y , relację zachodzącą między y i x , którą oznaczymy $\bar{R}$, będziemy nazywali konwersem (odwroceniem) relacji R . W ten sposób mając daną parę uporządkowaną (x, y) oraz relację R , jaka zachodzi między poprzednikiem a następnikiem tej pary, pojęcie konwersu danej relacji możemy zanotować:

$$(8) \quad x\bar{R}y = yRx$$

co czytamy: między elementami x i y zachodzi konwers relacji R wtedy i tylko wtedy, gdy między y i x zachodzi ta właśnie relacja R . Należy zauważyć, że konwers konwersu danej relacji R , symbolicznie: $\bar{\bar{R}}$, jest tą relacją R . Gdy mamy np. daną relację R : x jest wyższy od y , jej konwersem jest naturalnie relacja: y jest niższy od x . Z kolei konwersem tej ostatniej jest wyrażenie: x jest wyższy od y . I ogólnie omawianą własność konwersu danej relacji R notujemy:

$$(9) \quad x\bar{\bar{R}}y = xRy$$

Relacje dwuczłonowe klasyfikujemy odpowiednio ze względu na przysługujące im własności⁵⁵. Biorąc pod uwagę takie własności, relacje te dzielimy na:

- | | |
|--------------------|------------------------|
| a) zwrotne, | d) przeciwsymetryczne, |
| b) przeciwzwrotne, | e) antysymetryczne, |
| c) symetryczne | f) przechodnie. |

Dana relacja R jest *zwrotna* w zbiorze A , gdy dla każdego x należącego do A jest tak, że xRx , tj. gdy relacja ta zachodzi między danym przedmiotem a nim samym. Przykładem jest relacja „bycia równym” określona w zbiorze liczb rzeczywistych. Dla każdej bowiem liczby x prawdą jest, że $x = x$. I o relacji R powiemy, że jest *przeciwzwrotna* w zbiorze A , gdy dla każdego x należącego naturalnie do A jest nieprawdą, iż xRx . Taką relacją jest np. „być większym od”. Dla żadnej bowiem liczby nie jest prawdą, że $x > x$.

O relacji R powiemy, że jest *symetryczna*, gdy z tego, iż xRy , wynika, że yRx , co posługując się kwantyfikatorami możemy zanotować:

$$(10) \quad sym(R) = \bigwedge_x \bigwedge_x (xRy \rightarrow yRx)$$

W tej samej notacji możemy zapisać również relację zwrotną (*refl*) i przeciwzwrotną (*arefl*):

$$(11) \quad refl(R) = \bigwedge_x xRx$$

$$(12) \quad arefl(R) = \bigwedge_x \sim (xRx)$$

Relacja R jest *przeciwsymetryczna* w zbiorze A , gdy warunek xRy pociąga za sobą: nieprawdą, że yRx . Jeżeli np. x jest starszy od y , to nieprawdą, że y jest starszy od x . Relacja starszeństwa jest zatem relacją przeciwsymetryczną. Przeciwsymetrię relacji R daje się wyrazić za pomocą następującej formuły:

$$(13) \quad asym(R) = \bigwedge_x \bigwedge_y [(xRy) \rightarrow \sim (yRx)]$$

⁵⁵ Por. H. Rasiowa, *Wstęp do matematyki współczesnej*, wyd. cyt., jak też K. Pasenkievicz, *Logika ogólna*, Warszawa 1963, część I.

Formułę (13) czytamy: dana relacja R jest przeciwsymetryczna wtedy i tylko wtedy, gdy: dla każdego x i dla każdego y : jeśli relacja R zachodzi między x a y , to nieprawdą, że yRx .

Relacja R jest antysymetryczna w danym zbiorze A , gdy z tego, że dla wszelkich x i y należących do A jest tak, że jeśli xRy oraz yRx , to z tego wynika, iż $x = y$. Jeśli x jest większy lub równy y oraz y jest większy lub równy x , to z tego wnioskujemy, że x jest identyczny z y . W notacji sformalizowanej relację antysymetryczną zapisujemy:

$$(14) \quad \text{antysym}(R) = \bigwedge_x \bigwedge_y [(xRy) \cdot (yRx) \rightarrow (x = y)]$$

O danej relacji R powiemy, że jest przechodnia w zbiorze A , jeśli z tego, że xRy i yRz , wynika, iż xRz . I tak z tego, że Jan jest starszy od Piotra, a Piotr od Michała, wynika, że Jan jest starszy od Michała. Relację tę możemy też zanotować w postaci następującej formuły:

$$(15) \quad \text{trans}(R) = \bigwedge_x \bigwedge_y \bigwedge_z [(xRy) \cdot (yRz) \rightarrow (xRz)]$$

co czytamy: relacja R jest przechodnia wtedy i tylko wtedy, gdy: dla każdego x , y i z : jeśli xRy i yRz , to xRz . Jeśli a jest podzielne przez b i b jest podzielne przez c , to naturalnie a jest podzielne przez c . Relacja podzielności jest zatem relacją przechodnią. Nie jest natomiast przechodnią relacja „bycia znajomym”. Jeśli bowiem x jest znajomym y i y jest znajomym z , to x może, ale nie musi, być znajomym z . Ostatni z wymienionych rodzajów relacji nazywa się, jak łatwo się domyślić, relacją nieprzechodnią, co daje się w notacji formalnej zapisać:

$$(16) \quad \text{notrans}(R) = \bigwedge_x \bigwedge_y \bigwedge_z \{[(xRy) \cdot (yRz)] \rightarrow [(xRz) + \sim (xRz)]\}$$

Dla refleksji metodologicznej ważnych jest ponadto pięć następujących relacji:

g) spójne,

i) odwrotnie jednoznaczne,

j) jedno-jednoznaczne (doskonałe),

h) jednoznaczne,

k) porządkujące.

Zważywszy, że w wojskowych systemach kształcenia zagadnienia metodologiczne należą do niebagatelnych, scharakteryzujemy

pokrótkę każdą z wymienionych w punktach g (—k) relacji. Powiemy mianowicie, że:

(Df₂₄) Dana relacja R jest spójną (con) w zbiorze A wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego x i dla każdego y należących do A jest tak, że x jest identyczny z y lub relacja R zachodzi między x i y lub między y i x . Własność „bycia spójną” relacji R możemy zanotować w postaci następującej formuły:

$$\text{con}(R) = \bigwedge_x \bigwedge_y [(x = y) + (xRy) + (yRx)]$$

Aby zilustrować Df₂₄ na przykładzie zaczerpniętym z języka potocznego, założmy, że zbiorem A jest zbiór utworzony z żołnierzy należących do korpusu chorążych, przy czym zakładamy też, iż nie ma w rozważanym zbiorze dwu żołnierzy w tym samym stopniu. Mamy zatem zbiór A o następujących elementach:

$A =$ (młodszy chorąży, chorąży, starszy chorąży, chorąży sztabowy, starszy chorąży sztabowy).

Przyjmujemy ponadto, że relacją R określoną na zbiorze A jest relacja: x jest starszy lub równy stopniem z y . Łatwo zauważyć, że dowolna para elementów zbioru A spełnia relację R .

Relacje jednoznaczne [symbol: 1 — $Cls(R)$], nazywane też jedno-wieloznacznymi, charakteryzują się tym, że dla każdego elementu należącego do przeciwdziedziny tej relacji istnieje dokładnie jeden element należący do jej dziedziny; przedmiot natomiast należący do dziedziny może pozostawać w relacji jednoznacznej do więcej niż jednego przedmiotu będącego elementem przeciwdziedziny. Stąd też nazwa: relacja jedno-wieloznaczna. Uściślając powyższy wywód, powiemy, że:

(Df₂₅) Dana relacja R jest jednoznaczna lub jedno-wieloznaczna w zbiorze A , gdy jest tak, że dla każdego x , y i z , jeśli x pozostaje w relacji R do y oraz z pozostaje w tej relacji do y , to x jest identyczny z z , co w zapisie kwantyfikatorowym notujemy:

$$1 - Cls(R) = \bigwedge_x \bigwedge_y \bigwedge_z [(xRy) \cdot (zRy) \rightarrow (x = z)]$$

Przykładem może być relacja „...jest matką...”. O każdym bowiem człowieku jest prawdą, że ma tylko jedną matkę, lecz nie

odwrotnie, tj. są matki, które mają więcej niż jedno dziecko. Taką też relacją jest jedna z najpospolitszych w stosunkach wojskowych, mianowicie relacja: „ x jest przełożonym bezpośrednim y ”. Każdy bowiem żołnierz ma jednego i tylko jednego bezpośredniego przełożonego, chociaż każdy przełożony ma zazwyczaj więcej niż jednego bezpośredniego podwładnego.

O danej relacji R powiemy, że jest odwrotnie jednoznaczna, czy też — jak to niekiedy się mówi — wielo-jednoznaczna (symbol: $Cls — 1$), gdy dowolnemu przedmiotowi, który należy do dziedziny tej relacji, odpowiada dokładnie jeden przedmiot należący do jej przeciwdziedziny. Możemy więc powiedzieć, że:

(Df₂₆) Relacja R jest odwrotnie jednoznaczna lub wielo-jednoznaczna w zbiorze A , gdy dla każdego x , y i z należących do A : jeśli x pozostaje w relacji R do y i x pozostaje w tej relacji do z , to y jest identyczny z z . Zapis owej relacji w postaci formuły logiki predykatów jest następujący:

$$Cls — 1(R) \bigwedge_x \bigwedge_y \bigwedge_z [(xRy) \cdot (xRz) \rightarrow (y \doteq z)]$$

Za przykład takiej relacji może posłużyć predykat: x podlega bezpośrednio y , przy czym mamy na uwadze podległość w sensie wojskowym, tzn. że y jest przełożonym bezpośrednim x . Na podstawie bowiem przyjętych w wojsku zasad organizacyjnych wiadomo, że żołnierz może mieć — o czym już nadmieniliśmy — tylko jednego bezpośredniego przełożonego. Jeśli więc Jan podlega bezpośrednio Piotrowi i tenże Jan podlega bezpośrednio Pawłowi, to osoba, której podlega bezpośrednio Jan, ma po prostu dwa imiona, jak np. Paweł Piotr Kowalczyński.

Przejdźmy następnie do analizy relacji jedno-jednoznacznej, nazywanej też relacją doskonałą. Otóż wszelka relacja, która jest zarazem wielo-jednoznaczna i jedno-wieloznaczna jest zarazem relacją jedno-jednoznaczną (wzajemnie jednoznaczną). Relacje jedno-jednoznaczne zachodzą np. między punktami na płaszczyźnie a ich współrzędnymi lub też między punktami w terenie a ich topograficznym odwzorowaniem w kodzie mapy. Każdy bowiem obiekt w terenie daje się umiejscowić i zanotować w ko-

dzie mapy i każdy znak należący do kodu danej konkretnej mapy ma swój odpowiednik pozajęzykowy w postaci punktu w terenie, którego obrazem topograficznym jest owa mapa [z wyjątkiem znaków należących do opisu mapy (legendy)].

Ostatnią wreszcie z rozważanych przez nas relacji dwuczłonowych jest relacja zwana porządkującą; będziemy mówili przy tym o relacji porządkującej oraz o relacji częściowo porządkującej. Tworząc określenie definicyjne, powiemy, że:

(Df₂₇) Dana relacja R jest porządkująca w zbiorze A , gdy R jest spójna, przeciwsymetryczna i przechodnia w tymże zbiorze.

Jako ilustrację relacji porządkującej można przytoczyć np. alfabetyczny układ haseł we wszelkich słownikach lub encyklopediach. Każde bowiem trzy dowolne, lecz następujące po sobie hasła spełniają wymienione w tej relacji warunki, tj. zachodzą między nimi relacje spójności, przeciwsymetryczności i przechodności. Porządek częściowy zaś polega na tym, że między elementami zbioru, którego ta relacja dotyczy, spełnione są dwa warunki: przeciwsymetryczności i przechodności. Nie jest konieczne natomiast, aby spełniony był warunek spójności. Jako przykład możemy przytoczyć relację „...wyższy od...” określoną w zbiorze osób, w którym nie ma dwu osobników o równym wzroście.

Jeśli elementy zbioru A porządkuje relacja R oraz x i y należą do A , to wyrażenie: xRy czytamy: x poprzedza y lub: x jest wcześniejsze od y . Jeżeli ponadto rozważany zbiór jest zbiorem skończonym, wtedy istnieje taki element, który jest elementem pierwszym ze względu na R (nazywanym też minimum A), oraz taki, który jest elementem ostatnim, też naturalnie ze względu na relację R (maximum A).

Przyjmując, że przeciwdziedzinę relacji R tworzy zbiór elementów będących argumentami danej operacji, a dziedzinę relacji R zbiór wartości tej operacji i jest ponadto tak, że dla każdego elementu przeciwdziedziny istnieje dokładnie jeden odpowiadający mu element dziedziny relacji R , powiemy wtedy, że relacja R — będąca, jak z łatwością spostrzegamy, relacją jedno-

znaczoną — jest funkcją. Pojęcie zatem funkcji jest szczególnym przypadkiem pojęcia relacji, mianowicie jest to relacja jednoznaczna lub wzajemnie jednoznaczna (w przypadku funkcji monotonicznych rosnących albo malejących).

Sylogistyka a logika predykatów

Logika, której twórcą był Arystoteles ze Stagiry (384—322 p.n.e.), a systematyzatorem Andronikos z Rodos (I w. p.n.e.)⁵⁶, nazywana jest sylogistyką. Dotyczy ona przede wszystkim stosunków zachodzących między nazwami ogólnymi. Idzie mianowicie o to, jak ze zdań zbudowanych z takich nazw wynikają inne zdania, w których zarówno podmiot, jak i orzecznik są nazwami ogólnymi. U podstaw sylogistyki znajdują się cztery zdania określane mianem zdań *kategorycznych*. Jeśli przyjmiemy, że podmioty i orzeczniki będą reprezentowane odpowiednio przez symbole *S* i *P*, to owe zdania możemy zapisać:

- (1) zdanie ogólnotwierdzące: każde *S* jest *P* (*SaP*)
- (2) zdanie ogólnoprzeczące: żadne *S* nie jest *P* (*SeP*)
- (3) zdanie szczegółowotwierdzące: niektóre *S* jest *P* (*SiP*)
- (4) zdanie szczegółowoprzeczące: niektóre *S* nie jest *P* (*SoP*)

W notacji skrótowej podanej w nawiasach symbole *a*, *e*, *i* oraz *o* występujące w schematach *SaP*, *SiP*, *SeP* oraz *SoP* są odpowiednimi samogłoskami wyrazów łacińskich: *affirmo*, co znaczy „twierdzę” [(*SaP*) i (*SiP*)], oraz *nego* — „przeczę” [(*SeP*) i (*SoP*)]. Aby schematy utworzone ze zdań kategorycznych spełniały warunki formuł wnioskowania niezawodnego, powinien być m.in. spełniony postulat *niepustości* nazw reprezentowanych przez zmienne występujące w zapisie formalnym zdań kategorycznych. Idzie tu o zmienne, które w wyrażeniach (1) — (4) notowaliśmy za pomocą liter *S* i *P*. Za litery więc *S* i *P* oraz wyrażenia odpowiadające im uszczegółowioną kategorią syntaktyczną — należą one bowiem do kategorii syntaktycznej (uszczegółowionej) nazw ogólnych — nie możemy podstawić nazw pustych, jak też nazw wszechogarniających (np.

⁵⁶ Por. H. Greniewski, *Elementy logiki formalnej*, wyd. cyt.

coś, przedmiot itp.). Nie należy również — według J. Łukasiewicza — za występujące w schematach zdań kategorycznych zmienne podstawiać nazw jednostkowych⁵⁷. W ten sposób ustaliliśmy, że zmienne nazwowe *S* i *P* występujące w schematach zdań kategorycznych reprezentują nazwy ogólne i jako takie są symbolami klas niepustych.

Przejdźmy następnie do zilustrowania na przykładach zaczerpniętych z języka potocznego wspomnianych wyżej zdań kategorycznych. I tak niech w zdaniu pierwszym (*SaP*) podmiotem będzie zwrot „mieszkaniec Polski”, a orzecznikiem „Europejczyk”, w zdaniu drugim odpowiednio — „ssak” i „ryba”, w trzecim — „oficer” i „pilot”, i wreszcie w czwartym — „oficer” i „dowódca”. Po podstawieniu powyższych nazw za zmienne *S* i *P* w przytoczonych wyżej schematach zdań kategorycznych otrzymujemy następujące zdania:

- (5) Każdy mieszkaniec Polski jest Europejczykiem.
- (6) Żaden ssak nie jest rybą.
- (7) Niektórzy oficerowie są pilotami.
- (8) Niektórzy oficerowie nie są dowódcami.

W logice tradycyjnej — tak bowiem nazywa się logikę Arystotelesa — na podstawie zdań kategorycznych, ściślej, schematów zdań kategorycznych, formuluje się prawa wnioskowania bezpośredniego i pośredniego. Do znanych formuł wnioskowania bezpośredniego należą m.in. schematy polegające na konwersji, obwersji, kontrapozycji i inwersji zdań kategorycznych. Rozpowszechniony jest również (głównie za pośrednictwem szkolnych podręczników logiki) sposób wnioskowania bezpośredniego z wykorzystaniem tzw. kwadratu logicznego. Ten rodzaj wnioskowania nazywany bywa też „wnioskowaniem z opozycji”.

Zważywszy, że wykluczenie nazw pustych i wszechogarniających z zakresu zmiennych *S* i *P* znacznie zawęży zakres stosowalności formuł logicznych utworzonych ze zdań kategorycznych, nie będziemy szerzej zajmować się analizą tego rodzaju

⁵⁷ J. Łukasiewicz, *O sylogistyce Arystotelesa*, w: *Z zagadnień logiki i filozofii*, Warszawa 1961.

formuł, ale ograniczymy się do szkicowej ich charakterystyki. Odnotujmy też, iż współczesna logika — mamy tu na uwadze przede wszystkim logikę matematyczną — traktuje logikę arystotelesowską jako ubogi fragment intensywnie rozwijającego się jej działu, mianowicie logiki predykatów jednoargumentowych. Należy jednakże zauważyć, że znajomość logiki Arystotelesa ma nie tylko walor wiedzy historycznej. Nie straciła ona wszakże swego, chociaż jak powiedzieliśmy — znacznie ograniczonego, znaczenia dla codziennej praktyki postępowania racjonalnego. A ponadto uważne prześledzenie owych formuł jest niepoślednim treningiem dla wykształcenia umiejętności poprawnego wywodu logicznego. Z tych przede wszystkim względów omówimy niektóre z tej logiki.

Analizę schematów wnioskowania bezpośredniego rozpoczynamy od konwersji. Otóż formuły wnioskowania oparte na konwersji schematów zdań kategorycznych przyjmują w zapisie symbolicznym następującą postać:

$$t_1: SaP \rightarrow PiS$$

$$t_2: SeP \rightarrow PeS$$

$$t_3: SiP \rightarrow PiS$$

Wyrażenie t_1 (będące naturalnie tezą logiki nazw) czytamy: jeśli każde S jest P , to niektóre P są S . Podstawiając za zmienną nazwową S zwrot „dowódca batalionu”, a za P — „oficer”, otrzymujemy zdanie: jeżeli każdy dowódca batalionu jest oficerem, to niektórzy oficerowie są dowódcami batalionów. Zważywszy na prostotę i oczywistość tego typu wnioskowań, nie będziemy podawać dalszych przykładów na konwersję, pozostawiając to czytelnikowi jako ewentualne bardzo łatwe ćwiczenie.

Mówiąc ogólnie, wnioskowanie przez konwersję polega na tym, że w schemacie zdania kategorycznego $S \oplus P$ zmieniamy miejsca podmiotu i orzecznika, zachowując jakość zdania, tj. twierdzące pozostaje nadal twierdzącym, i podobnie: przeczące — przeczącym. Należy zauważyć, że formuły wnioskowania bezpośredniego typu $t_1 - t_3$ oparte są na dwojakiego rodzaju konwersji, mianowicie z wyklęj i z ograniczeniem. I tak teza t_1 jest przykładem zastosowania względem SaP konwersji z ogra-

niczeniem. Z łatwością można wykazać, chociażby na podanym wyżej przykładzie, że nie jest ważna jako formuła wnioskowania niezawodnego implikacja: $SaP \rightarrow PaS$. Poprzednik bowiem, w którym stwierdza się: każdy dowódca batalionu jest oficerem, byłby prawdziwy, a następnik: każdy oficer jest dowódcą batalionu, w sposób oczywisty fałszywy, co naturalnie obala ten schemat jako formułę wnioskowania logicznego.

Wyrażenia zdaniowe SeP i SiP poddajemy konwersji zwykłej, nazywanej również konwersją wprost. Nie podlega konwersji zdanie szczegółowo przeczące, gdyż — co z łatwością można wykazać — formuła $SoP \rightarrow PoS$ może prowadzić od prawdy do fałszu. Aby o tym przekonać się, założymy, że $SoP =$ niektóre ptaki nie są słowikami. Stosując podany schemat, otrzymujemy: jeśli niektóre ptaki nie są słowikami, to niektóre słowiki nie są ptakami. Podstawienie to przekształca zatem implikację $SoP \rightarrow PoS$ w zdanie fałszywe (prawdziwy poprzednik oraz fałszywy następnik), co tym samym obala schemat $SoP \rightarrow PoS$ jako formułę implikacyjną, która mogłaby służyć za podstawę wnioskowania logicznego. Tyle o konwersji zdań kategorycznych.

Przejdźmy następnie do omówienia schematów wnioskowania, w których dokonujemy tzw. obwersji. W notacji symbolicznej wnioskowanie na podstawie obwersji notujemy w postaci następujących formuł:

$$t_4: SaP = Se\sim P$$

$$t_5: SeP = Sa\sim P$$

$$t_6: SiP = So\sim P$$

$$t_7: SoP = Si\sim P$$

Wyrażenie t_4 będące formułą wnioskowania logicznego czytamy: każde S jest P wtedy i tylko wtedy, gdy żadne S nie jest $\sim P$. Na przykładzie zdaniowym interpretacja wnioskowania przez obwersję opartego na schemacie implikacyjnym t_4 przyjmuje następującą postać. Założymy, że zmienne nazwowe S i P reprezentują odpowiednio nazwy: pilot samolotu wojskowego, żołnierz. Po odpowiednim podstawieniu powyższych wyrażen nazwowych do tezy t_4 otrzymujemy zdanie: „Każdy pilot wojsko-

wego samolotu jest żołnierzem”, jest równoważne zdaniu: „Żaden pilot wojskowego samolotu nie jest nieżołnierzem”. Ilustrację zdaniową pozostałych schematów zdań kategorycznych występujących w obwersji — równie zresztą łatwą jak w konwersji — pozostawiamy jako ćwiczenie czytelnikowi.

Ogólnie powiemy, że obwersja zdań kategorycznych, ściślej — wnioskowanie przez obwersję, polega na tym, iż przekształcamy owe zdania albo schematy zdań w ten sposób, że z twierdzących powstają r ó w n o w a ż n e im przeczące, i odwrotnie: zdania przeczące stają się twierdzącymi; równoważność tę uzyskujemy poprzez zanegowanie orzeczników, co ilustrują tezy t_4 — t_7 .

Wnioskowanie przez k o n t r a p o z y c j ę c z ę ś c i o w ą polega na tym, że zdanie kategoryczne poddajemy najpierw obwersji, a następnie na otrzymanym wyrażeniu zdaniowym dokonujemy konwersji. A jeśli tę konwersję poddamy z kolei obwersji, otrzymamy jako rezultat schemat k o n t r a p o z y c y j i z u p e ł n e j. W notacji symbolicznej formuły kontrapozycji zapisujemy:

a) k o n t r a p o z y c j a c z ę ś c i o w a:

$$t_8: SaP \rightarrow \sim PeS$$

$$t_9: SeP \rightarrow \sim PiS$$

$$t_{10}: SoP \rightarrow \sim PiS$$

b) k o n t r a p o z y c j a z u p e ł n a:

$$t_{11}: SaP \rightarrow \sim Pa \sim S$$

$$t_{12}: SeP \rightarrow \sim Po \sim S$$

$$t_{13}: SoP \rightarrow \sim Po \sim S$$

Na podstawie np. tezy t_9 stwierdzamy: „Jeśli żaden chorąży nie jest oficerem, to niektórzy nieoficerowie są chorążymi”. Utworzona w ten sposób implikacja jest zdaniem prawdziwym. Korzystając zaś z tezy t_{11} , powiemy: „Jeśli każdy pilot jest odważnym człowiekiem, to każdy nieodważny człowiek jest niepilotem”. Na podstawie tez t_1 — t_{13} możemy konstruować odpowiednie schematy wnioskowania. Ze względu na ich prostotę nie będziemy podawać pełnej listy tych schematów, tj. odpowiadających każdej z trzynastu przytoczonych tu tez, lecz przytoczymy jedynie dla ilustracji trzy takie schematy oparte na tezach t_5 , t_8 i t_{12} .

a) $\frac{SeP}{\text{zatem: } Sa\sim P}$

b) $\frac{SaP}{\text{zatem: } \sim PeS}$

c) $\frac{SeP}{\text{zatem: } \sim Po\sim S}$

Rozumowanie według np. schematu a) ma przebieg następujący:

Żaden selenonauta nie jest daltonistą,
zatem: Każdy selenonauta jest niedaltonistą.

Odnosząc, że zdanie szczegółowotwierdzące (schemat: SiP) nie podlega kontrapozycji.

Tezy oparte na inwersji zdań kategorycznych mają następującą budowę:

a) inwersja częściowa:

$t_{14}: SaP \rightarrow \sim SoP$

$t_{15}: SeP \rightarrow \sim SiP$

b) inwersja zupełna:

$t_{16}: SaP \rightarrow \sim Si\sim P$

$t_{17}: SeP \rightarrow \sim So\sim P$

Inwersja zupełna polega — jak spostrzegamy — na dokonaniu konwersji na odpowiednim wyrażeniu zdaniowym, np. $\sim Pa \sim S$, tj. takim, które otrzymujemy z SaP przez kontrapozycję. Jeśli następnie na schemacie $\sim Si\sim P$ dokonamy obwersji, otrzymamy $\sim SoP$, czyli wyrażenie równokształtne z następnikiem tezy t_{14} będącej inwersją częściową zdania, którego schematem jest SaP . Na podstawie tez t_{14} — t_{17} otrzymujemy odpowiednie zdania implikacyjne, np. z tezy t_{15} otrzymujemy: „Jeśli żaden podoficer nie jest człowiekiem niewysportowanym, to niektórzy niepodoficerowie są ludźmi niewysportowanymi”.

Przedstawione wyżej cztery odmiany wnioskowania bezpośredniego można ująć w postaci tabeli (p. tabela 3).

Charakterystykę wnioskowania bezpośredniego na podstawie kwadratu logicznego⁵⁸ (wnioskowanie z „opozycji”) poprzedzimy

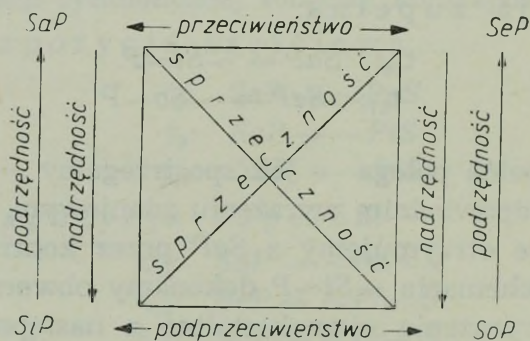
⁵⁸ Należy zauważyć, że tzw. kwadrat logiczny jest niejako środkiem mnemotechnicznym ułatwiającym zapamiętanie zależności między poszczególnymi zdaniami kategorycznymi.

Tabela 3

Rodzaj wnioskowania	SaP	SeP	SiP	SoP
Obwersja	$Se \sim P$	$Sa \sim P$	$So \sim P$	$Si \sim P$
Konwersja	PiS	PeS	PiS	non
Kontrapozycja: a) częściowa b) zupełna	$\sim PeS$ $\sim Pa \sim S$	$\sim PiS$ $\sim Po \sim S$	non non	$\sim PiS$ $\sim Po \sim S$
Inwersja: a) częściowa b) zupełna	$\sim SoP$ $\sim Si \sim P$	$\sim SiP$ $\sim So \sim P$	non non	non non

rysunkiem (rys. 31) oraz omówieniem stosunków zachodzących między zdaniami kategorycznymi w kwadracie logicznym.

Należy zauważyć, że rysunek ten jest jedynie mnemotechnicznym środkiem do zapamiętania tego, jaka jest wartość logiczna pozostałych zdań kategorycznych, jeśli założymy, że jedno z nich



Rys. 31

jest prawdziwe lub fałszywe. Istotną rolę odgrywają przy tym zaznaczone na rysunku stosunki, jakie zachodzą między poszczególnymi zdaniami kategorycznymi lub schematami takich zdań. Omówmy zatem te stosunki.

Stosunek przeciwieństwa zachodzący między zdaniami typu SaP i SeP polega na tym, że zdania te nie mogą być zarazem prawdziwe, chociaż może być tak, iż będą zarazem fałszywe. Z prawdziwości zatem jednego z tych zdań wynika prawdziwość negacji drugiego. I tak ze zdania: „Każdy ssak jest kręgowcem”, wynika zdanie: „Nieprawda,

że żaden ssak nie jest kręgowcem". Zauważmy przy tym, że implikacja odwrotna nie zachodzi: z prawdziwości negacji *SeP* nie wynika (w znaczeniu implikacyjnym) *SaP* ani też z negacji *SaP* nie wynika *SeP*. Na podstawie stosunku przeciwieństwa możemy sformułować dwie następujące tezy, które mogą być przyjęte za podstawę odpowiednich schematów wnioskowania bezpośredniego:

$$t_{18}: (SaP) \rightarrow \sim (SeP)$$

$$t_{19}: (SeP) \rightarrow \sim (SaP)$$

Stosunek podprzeciwieństwa zachodzący między zdaniami o postaci *SiP* oraz *SoP* wyraża się w tym, że zdania te nie mogą być zarazem fałszywe, chociaż mogą być jednocześnie prawdziwe. Z fałszywości zatem jednego z nich wynika prawdziwość drugiego, ale nie odwrotnie: na mocy prawdziwości któregośkolwiek z tych zdań nie możemy wnosić o wartości logicznej drugiego. Zależność tę możemy przedstawić w formie następujących wyrażeń implikacyjnych:

$$t_{20}: \sim (SiP) \rightarrow (SoP)$$

$$t_{21}: \sim (SoP) \rightarrow (SiP)$$

Zdania znajdujące się na przekątnych kwadratu (ściślej: na przedłużeniu owych przekątnych) pozostają do siebie w stosunku sprzeczności. Stosunek ten polega na tym, iż zdania, między którymi on zachodzi, nie mogą być zarazem ani prawdziwe, ani też fałszywe. Prawdziwość np. *SaP* pociąga za sobą fałszywość *SoP* i odwrotnie: fałszywość *SoP* upoważnia do uznania za prawdziwe zdania o schemacie *SaP*. W notacji symbolicznej zależność tę zapisujemy za pomocą następujących formuł:

$$t_{22}: (SaP) \rightarrow \sim (SoP)$$

$$t_{23}: (SeP) \rightarrow \sim (SiP)$$

$$t_{24}: (SiP) \rightarrow \sim (SeP)$$

$$t_{25}: (SoP) \rightarrow \sim (SaP)$$

Uogólniając charakterystykę stosunku sprzeczności zachodzącego między zdaniami kategorycznymi w kwadracie logicznym, możemy powiedzieć, że zdania pozostające w tym stosunku spełniają następujące równoważności:

$$t_{26}: SaP = \sim (SoP)$$

$$t_{27}: SeP = \sim (SiP)$$

Ilustrując na przykładzie zdaniowym np. tezę t_{26} , powiemy: każdy czołg jest wozem bojowym wtedy i tylko wtedy, gdy nie jest prawdą, że istnieją takie czołgi, które nie są wozami bojowymi.

Ostatni wreszcie ze stosunków zachodzących między zdaniami kwadratu logicznego to stosunek *podporządkowania*. Obejmuje on zarówno nadrzędność (rys. 31), tj. prawdziwościowe przyporządkowanie zdaniu o schemacie SaP zdania SiP i odpowiednio: zdania SoP zdaniu SeP , jak też obejmuje podrzędność polegającą na uzależnieniu zdań SaP oraz SeP od SiP i SoP w przypadku fałszywości tych ostatnich. Stosunek podporządkowania zachodzi zatem między danym zdaniem szczegółowym lub ogólnym a zdaniem, którego schemat znajduje się nad lub pod owym zdaniem. W ten sposób zdanie typu SiP jest podporządkowane zdaniu o schemacie SaP , tzn. z prawdziwości SaP wynika prawdziwość SiP . Ponadto fałszywość SiP pociąga za sobą również fałszywość SaP . Z prawdziwości natomiast SiP nie wynika, co jest zresztą oczywiste, prawdziwość SaP ani też jego fałszywość, co już w języku potocznym może być mniej oczywiste, gdyż zdanie SiP rozumiemy: co najmniej niektóre S jest P ; nie wykluczamy przy tym, że każde S jest P . Prawdziwe będą zarazem przy tym rozumieniu zdania szczegółowotwierdzącego dwie następujące wypowiedzi: a) każdy oficer jest żołnierzem, b) niektórzy oficerowie są żołnierzami. Analogiczne zależności — naturalnie *mutatis mutandis* — zachodzą między zdaniami symbolizowanymi przez formuły SoP i SeP .

W notacji symbolicznej zależności występujące między zdaniami kategorycznymi, które wyżej określiliśmy mianem stosunku podporządkowania, zapisujemy w postaci następujących tez:

$$\begin{aligned}
 t_{28}: & SaP \rightarrow SiP \\
 t_{29}: & SeP \rightarrow SoP \\
 t_{30}: & \sim(SiP) \rightarrow \sim(SaP) \\
 t_{31}: & \sim(SoP) \rightarrow \sim(SeP)
 \end{aligned}$$

Na podstawie twierdzenia t_{29} konstruujemy następującą implikację: jeśli żaden dowódca kompanii nie jest niewysportowany, to nawet niektórzy dowódcy kompanii nie są niewysportowani.

I na tym kończymy przegląd wzorów, na których opiera się schematy wnioskowania bezpośredniego. Przechodzimy następnie do również krótkiej charakterystyki formuł sylogistycznych wnioskowania pośredniego.

Należy nadmienić, że w logice arystotelesowskiej podstawową formą wnioskowania pośredniego jest sylogizm kategoryczny, którego przykładem może być następująca formuła⁵⁹:

(a) Jeżeli każde S jest M i każde M jest P ,
to
każde S jest P .

Korzystając z wprowadzonej wyżej symboliki, wyrażenie (a) można zapisać w następującej postaci:

$$(b) \quad [(SaM) \cdot (MaP)] \rightarrow (SaP)$$

Odnotujmy, iż zazwyczaj wyrażenie (b) zapisuje się w formie układu piętrowego; jest to zwyczaj przyjęty jeszcze z czasów średniowiecza, a upowszechniony za pośrednictwem głównie szkolnych podręczników logiki. W układzie piętrowym, będącym schematem wnioskowania, pierwsze dwa wiersze stanowią przesłanki, a wiersz trzeci występujący pod kreską jest schematem zdaniowym konkluzji. A oto zapis sylogizmu kategorycznego w postaci piętrowej:

$$(c) \quad \begin{array}{c} SaM \\ MaP \\ \hline SaP \end{array}$$

⁵⁹ Stwierdzenie, iż sylogizm kategoryczny Arystotelesa miał postać implikacyjną (a nie schematu wnioskowania), jest zasługą J. Łukasiewicza; por. *O sylogistyce Arystotelesa*, w: *Z zagadnień logiki i filozofii*, wyd. cyt., s. 220—227.

Wyraźnie jednakże zaznaczmy, że między zapisami (a) i (b) z jednej strony a zapisem (c) z drugiej zachodzi istotna różnica. Zauważmy mianowicie, że wyrażenia (a) i (b) jako formuły implikacyjne podlegają ocenie prawdziwościowej, tzn. jeśli za występujące w nich zmienne podstawimy odpowiednie nazwy, to przejdą w zdania prawdziwe lub fałszywe, czyli po prostu są wyrażeniami zdaniowymi. Ta kwalifikacja prawdziwościowa nie dotyczy schematu (c), który nie jest wyrażeniem zdaniowym. Schemat ten bowiem czytamy: „Każde S jest M ” i „Każde M jest P ”, a zatem: „Każde S jest P ”. Wyrażenie, ściślej — układ wyrażen, (c) składa się więc z trzech różnych zdań, które łącznie tworzą schemat wywodu logicznego. W wywodzie tym stwierdza się zależność konkluzji (SaP) od przesłanek (SaM oraz MaP), czego — jak łatwo zauważyć — nie czyni się w wyrażeniach implikacyjnych postaci (a) i (b).

Aby nie odbiegać od przyjętych zwyczajów notacji sylogizmów, jak też nie komplikować toku wywodów nad schematami sylogistycznymi wnioskowania pośredniego, będziemy w dalszych rozważaniach posługiwać się sposobem interpretacji, jaki prezentuje zapis przedstawiony wyżej jako schemat sylogizmu (c).

Każdy sylogizm typu (c) składa się — jak już nadmieniliśmy — z trzech podstawowych elementów: dwa pierwsze to przesłanki i trzeci — konkluzja. W zapisie (c) schematy przesłanek występują — jak już nadmieniliśmy — nad kreską, przy czym kolejność ich rozmieszczenia nie jest istotna, jakkolwiek istnieją i w tym względzie ustalone tradycją — jak to zobaczymy niżej — zwyczaje. Konkluzja w każdym ze schematów wnioskowania sylogistycznego znajduje się pod kreską. Zarówno w konkluzji, jak i w przesłankach będziemy z kolei rozróżniali określone symbole, przyporządkowując im odpowiednie określenia. I tak będziemy rozróżniali termin większy (P), mniejszy (S) i średni (M). W zależności od tego, czy w danej przesłance występuje termin większy czy też mniejszy, nazywamy taką przesłankę — odpowiednio do nazw terminów — przesłanką większą (MaP) lub przesłanką mniejszą (SaM). Termin średni występuje w obu przesłankach, lecz nie występuje w konkluzji. W zdaniu będącym konkluzją w omawianym schemacie wnioskowania opar-

tym na sylogizmie kategoriowym występuje jako podmiot termin mniejszy i jako orzecznik — termin większy.

W logice tradycyjnej ogół poprawnych sylogizmów dzieli się na cztery figury; podziału tego dokonuje się w zależności od położenia w odpowiednich przesłankach terminu średniego. I tak do pierwszej figury należą sylogizmy, w których termin średni jest podmiotem w przesłance większej i orzecznikiem w przesłance mniejszej, co w postaci schematu zapisujemy:

$$\begin{array}{l} \text{Figura I:} \quad \begin{array}{c} MP \\ SM \\ \hline SP \end{array} \end{array}$$

W figurze drugiej znajdują się sylogizmy, w których termin średni jest orzecznikiem w obu przesłankach. Schemat tej figury jest zatem następujący:

$$\begin{array}{l} \text{Figura II:} \quad \begin{array}{c} PM \\ SM \\ \hline SP \end{array} \end{array}$$

W sylogizmach należących do trzeciej figury termin średni zajmuje miejsce podmiotu w obu przesłankach. A w figurze czwartej jest on orzecznikiem w przesłance większej i podmiotem w przesłance mniejszej, a więc odwrotnie niż w figurze pierwszej. W układzie schematycznym struktura owych figur, w tym rozmieszczenie terminu średniego, przyjmuje następującą postać:

$$\begin{array}{l} \text{Figura III:} \quad \begin{array}{c} MP \\ MS \\ \hline SP \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Figura IV:} \quad \begin{array}{c} PM \\ MS \\ \hline SP \end{array} \end{array}$$

Sylogizmy występujące w poszczególnych figurach dzielimy na tryby. Podziału tego dokonujemy w zależności od tego, czy przesłanki są ogólne czy też szczegółowe, jak i od przeczącego lub twierdzącego charakteru przesłanek. W pierwszej figurze rozróżniamy np. cztery podstawowe tryby. Są to:

Barbara	Celarent	Darii	Ferio
<i>MaP</i>	<i>MeP</i>	<i>MaP</i>	<i>MeP</i>
<i>SaM</i>	<i>SaM</i>	<i>SiM</i>	<i>SiM</i>
<i>SeP</i>	<i>SeP</i>	<i>SiP</i>	<i>SoP</i>

Nadmienione nazwy trybów wskazują na jakościową (twierdzącą lub przeczącą) i ilościową (ogólną lub szczegółową) strukturę przesłanek. Tryb np. o nazwie *Barbara* ma obie przesłanki ogólnotwierdzące. Zauważmy, że informują o tym dwie pierwsze samogłoski w słowie „Barbara”. Powyższy tryb ma również ogólnotwierdzącą konkluzję; na fakt ten wskazuje ostatnia samogłoska w wyrazie „Barbara”. W analogiczny sposób należy rozumieć oczywiście nazwy pozostałych trybów, które zostaną podane w dalszych wywodach.

W sylogistyce stanowiącej — jak wyżej stwierdziliśmy — jądro logiki tradycyjnej rozróżnia się 24 tryby, po 6 w każdej figurze. Spośród tych 24 trybów wydziela się 5 trybów podrzędnych, co — jak zauważamy — pozwala stwierdzić, że trybów podstawowych mamy 19. Pełny zestaw ważnych sylogizmów kategoriycznych, ściślej — schematów wnioskowania opartych o owe sylogizmy, podstawowych i podrzędnych i ich rozmieszczenie w poszczególnych figurach przedstawia⁶⁰ poniższa tabela.

Tabela 4

Figury	T r y b y					
	1	2	3	4	5	6
I	Barbara	Celarent	Darii	Ferio	Barbari	Celeront
II	Cesare	Camestres	Festino	Baroco	Cesaro	Camestros
III	Darapti	Disamis	Datisi	Felapton	Bocardo	Ferison
IV	Bamalip	Calemes	Dimatis	Fesapo	Fresison	Calemos

Niech następujące przykłady zilustrują sposób zastosowania sylogizmów poszczególnych figur do konstruowania wywodów logicznych. I tak na podstawie trybu *Barbara* możemy wnioskować:

⁶⁰ Por. A. Mostowski, *Logika matematyczna*, wyd. cyt., s. 120.

Każdy mieszkaniec Sycylii jest mieszkańcem Włoch,
Każdy mieszkaniec Palermo jest mieszkańcem Sycylii,

zatem: Każdy mieszkaniec Palermo jest mieszkańcem Włoch.

Na podstawie trybu *C a m e s t r e s* możemy skonstruować następujący układ zdań występujących w roli przesłanek i konkluzji:

Każdy komunista jest ateistą,
Żaden buddysta nie jest ateistą,

zatem: Żaden buddysta nie jest komunistą.

Zastosowanie zaś trybu *D i s a m i s* do konstrukcji wywodu logicznego niech zilustruje następujący przykład:

Niektórzy oficerowie są lekarzami,
Każdy oficer jest żołnierzem,

zatem: Niektórzy żołnierze są lekarzami.

I wreszcie dla zilustrowania na toku przykładowym jednego z trybów figury czwartej, np. *C a l e m e s*, utwórzmy następujący układ zdań:

Każdy radiotelegrafista jest dobrym fachowcem,
Żaden dobry fachowiec nie jest człowiekiem niedokładnym,

zatem: Żaden człowiek niedokładny nie jest radiotelegrafistą.

Nadmieniliśmy wyżej, że spośród wymienionych w tabeli 24 trybów tylko 19 uznajemy za podstawowe, a pozostałe 5 określamy mianem podrzędnych. Są to tryby: Barbari, Celaront, Cesaro, Camestros i Calemos.

Analiza sylogistycznych formuł wnioskowania pośredniego z punktu widzenia logiki predykatów powoduje dalszą redukcję ilości trybów ważnych; okaże się mianowicie (jeśli odrzucimy założenie o niepustości), że spośród owych 19 trybów tylko 15 daje się interpretować za pomocą pojęcia predykatu jednoargumentowego. Ale o tym powiemy szerzej nieco dalej.

W tym miejscu natomiast zwrócimy uwagę na określoną konstrukcję schematu wnioskowania opartego na sylogizmie kate-

gorycznym, odbiegającą jednakże w formie zapisu od schematów wyżej rozważanych. Jest to sylogizm określany mianem *entymematu*. Otóż w rozumowaniach formułowanych w języku potocznym niektóre przesłanki są zazwyczaj przemilczane czy to ze względu na ich oczywistość, czy też z innych powodów, np. wyraźnej tendencji nieujawniania niektórych przesłanek, aby w ten sposób nie spowodować refleksji krytycznej u odbiorcy danej informacji. Dla pełniejszego wyjaśnienia takich sytuacji rozpatrzmy następujący przykład. Załóżmy mianowicie, że osoba Z wypowiada zdanie:

„Wszelka obojętność na działanie społecznie szkodliwe zasługuje na potępienie, bo nie przeciwstawia się narastaniu zła społecznego”.

W powyższym wywodzie konkluzją — jak łatwo spostrzec — jest zdanie: „Wszelka obojętność na działanie społecznie szkodliwe zasługuje na potępienie” (*SaP*). Ponadto mamy daną też przesłankę mniejszą: „Wszelka obojętność na działanie społecznie szkodliwe nie przeciwstawia się narastaniu zła społecznego” (*SaM*). Opuszczona natomiast została w wywodzie (1) przesłanka większa, którą na podstawie konkluzji i przesłanki mniejszej z łatwością odtwarzamy: „Wszelkie nieprzeciwstawianie się narastaniu zła społecznego zasługuje na potępienie” (*MaP*). W ten sposób odtworzyliśmy pełny wywód, który ma następującą konstrukcję (tryb Barbara):

- (2) Wszelkie nieprzeciwstawianie się narastaniu zła społecznego zasługuje na potępienie,
 Wszelka obojętność na działanie społecznie szkodliwe nie przeciwstawia się narastaniu zła społecznego,

zatem: Wszelka obojętność na działanie społecznie szkodliwe zasługuje na potępienie.

Wykazaliśmy więc, że rozumowanie przedstawione w postaci zdania (1) jest skrótowym zapisem wyvodu opartego na trybie Barbara; rozwiniętą postacią tego wyvodu jest naturalnie układ zdań (2), w którym odtworzyliśmy przesłankę większą opuszczoną w wywodzie (1). Tego rodzaju niepełne sylogizmy nazywamy

właśnie entymematami, przy czym niekoniecznie przesłanką opuszczoną musi być przesłanka większa, chociaż ją zazwyczaj opuszcza się; może być też opuszczona przesłanka mniejsza. Przykładem takiego entymematu jest następujące zdanie, będące skrótem podstawienia odpowiedniego schematu wnioskowania:

- (3) Żołnierz dobrze wyszkolony i zdyscyplinowany zasługuje na wyróżnienie, ponieważ rzetelna i sumienna służba w siłach zbrojnych PRL zasługuje na wyróżnienie.

Przesłanką mniejszą w tym rozumowaniu, zanotowaną w nieco swobodniejszej postaci, jest zdanie: „Żołnierz dobrze wyszkolony i zdyscyplinowany wykonuje rzetelnie i sumiennie obowiązki wynikające z pełnienia służby w siłach zbrojnych PRL”. Całość wywodu, opartego — podobnie jak w poprzednim przykładzie — również na trybie Barbara, możemy zanotować w postaci następującego układu zdań:

- (4) Wszelka rzetelna i sumienna służba w siłach zbrojnych PRL zasługuje na wyróżnienie (*MaP*),
Każdy żołnierz dobrze wyszkolony i zdyscyplinowany wykonuje rzetelnie i sumiennie obowiązki wynikające z pełnienia służby w siłach zbrojnych PRL (*SaM*),

zatem: Każdy żołnierz dobrze wyszkolony i zdyscyplinowany zasługuje na wyróżnienie (*SaP*).

Przejdźmy następnie do określenia warunków, których spełnienie decyduje o tym, czy dany tryb jest poprawnym schematem wnioskowania, czy też takim schematem nie jest. Otóż warunki te zostały sformułowane w logice tradycyjnej⁶¹, naturalnie — przy założeniu o niepustości nazw występujących w poszczególnych zdaniach kategoriycznych. A oto rejestr tych warunków.

1. Warunki dotyczące przesłanek:

- a) Termin średni powinien być identyczny w obu przesłankach. Jeśli jest inaczej, popełniamy błąd, zwany *quater-nio terminorum*.

⁶¹ Por. T. Czeżowski, *Logika, Podręcznik dla studiujących nauki filozoficzne*, Warszawa 1968, s. 131 i n.

- b) Termin średni przynajmniej w jednej z przesłanek powinien być rozłożony. Nadmienmy, że termin średni (M) jest rozłożony, tzn. wzięty w całym zakresie, gdy występuje w podmiocie zdania ogólnego lub w orzeczeniu zdania przeczącego.
- c) Obie przesłanki nie mogą być przeczące, tj. przynajmniej jedna powinna być twierdząca, ani też szczegółowe — co najmniej jedna powinna być ogólna.

2. Warunki dotyczące konkluzji:

- a) Zdanie będące konkluzją nie może być mocniejsze od którejkolwiek z przesłanek. Ustala się przy tym, że zdanie szczegółowe jest słabsze od ogólnego, przeczące — od twierdzącego. Jeśli więc jedna z przesłanek jest przecząca, konkluzja również musi być przecząca i podobnie — jeśli w przesłankach występuje zdanie szczegółowe, konkluzja nie może być ogólna.
- b) Konkluzja nie może być przecząca, jeśli żadna z przesłanek nie jest przecząca.
- c) Termin tylko wtedy może być rozłożony w konkluzji, jeśli był rozłożony w przesłance. W ten sposób ze schematu figury I

$$\begin{array}{c} MaP \\ SeM \\ \hline SeP \end{array}$$

nie możemy wnioskować o prawdziwości konkluzji SeP , mimo prawdziwości przesłanek: MaP i SeM , gdyż termin P rozłożony w konkluzji — jako orzecznik zdania przeczącego — nie jest rozłożony w przesłance. Łatwo przekonać się, że nieprzestrzeganie tego warunku prowadzi od prawdziwych przesłanek do fałszywego wniosku. Spostrzegamy to na następującym przykładzie:

Każdy dowódca pułku jest oficerem,
Żaden dowódca batalionu nie jest dowódcą pułku,

zatem: Żaden dowódca batalionu nie jest oficerem.

Wymienione tu warunki stanowią więc podstawę konstrukcji poprawnych trybów sylogistycznych. Wykazaliśmy ponadto, że na podstawie tych warunków możemy też poddać krytyce rozumowanie, co do którego nasuwa się spostrzeżenie, iż w oparciu o prawdziwe przesłanki usiłuje się stwierdzić prawdziwość konkluzji skądinąd znanej nam jako fałszywa.

Problemy tradycyjnej sylogistyki, z pozoru trywialne i nie wnoszące ze współczesnego punktu widzenia nic istotnego do naszej kultury logicznej, doczekały się bardzo obszernych i gruntownych studiów we współczesnej literaturze logicznej, głównie dzięki J. Łukasiewiczowi i jego uczniom⁶². Jeśli idzie o Łukasiewicza, wynikiem jego badań nad sylogistyką była najpierw aksjomatyzacja tego działu logiki [*Elementy logiki matematycznej*, 1929 (skrypt autoryzowany)], następnie monografia, której pierwsze opracowanie zaginęło w gruzach Warszawy, drugie, odtworzone, zostało wydane w roku 1957 w Oxfordzie pt.: *Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic* (*Sylogistyka arystotelesowska z punktu widzenia współczesnej logiki formalnej*).

Ze względu na ważność metodologiczną przytoczymy w tym miejscu aksjomatykę sylogistyki sformułowaną przez Łukasiewicza oraz sposób jej zastosowania na przykładzie wywodu niektórych tez. Otóż rozważany system aksjomatyczny zawiera dwa terminy pierwotne: „Każde ... jest ...”, oraz „Niektóre ... jest ...”, będące, jak wiadomo, funktorami zdaniotwórczymi od dwóch argumentów nazwowych. Wyrażenia te będziemy notować za pomocą wprowadzonej wyżej symboliki, tj. „a” oraz „i”. Dodajmy jeszcze, iż zastrzeżenia co do niepustości nazw występujących w tej teorii logicznej zachowują swą moc, tzn. za żadną ze zmiennych nazwowych występujących w systemie nie należy podstawiać takiej nazwy, jak np. „złota góra” lub „satyr”. System ten zawiera cztery następujące aksjomaty:

$$A_1^s: SaS$$

$$A_2^s: SiS$$

⁶² Istotny wkład wniósł do rozwoju teorii sylogistyki i jej interpretacji z punktu widzenia współczesnej logiki matematycznej prof. Jerzy Słupecki; por. *Z badań nad sylogistyką Arystotelesa*, Wrocław 1948.

$$A^s: [(MaP) \cdot (SaM)] \rightarrow (SaP)$$

$$A_4^s: [(MaP) \cdot (MiS)] \rightarrow (SiP)$$

Aksjomat A_3^s jest — jak zauważamy — znanym nam już trybem Barbara, a aksjomat A_4^s — trybem figury III, mianowicie Datisi. Oprócz wymienionych wyżej aksjomatów Łukasiewicz przyjmuje dwie następujące definicje:

$$Df_1^s: SoP \stackrel{df}{\sim} (SaP)$$

$$Df_2^s: SeP \stackrel{df}{\sim} (SiP)$$

W systemie tym zakłada się też, iż zachowują ważność wszystkie twierdzenia rachunku zdań. U podstaw rozważanego systemu aksjomatycznego znajduje się rachunek zdań będący teorią logicznie wcześniejszą dla tego systemu, co należy rozumieć w ten sposób, że do uzasadnienia twierdzeń sylogistyki wykorzystujemy tezy rachunku zdań, lecz nie odwrotnie. Łukasiewicz przyjmuje w konstruowanym systemie następujące określenie wyrażenia sensownego: „W wykładanym przez nas systemie sensowne jest każde wyrażenie, które powstaje z wyrażenia sensownego rachunku zdań przez zastąpienie wszystkich zmiennych zdaniowych przez jakieś z wyrażeń postaci: Uab , Iab , Oab , Yab ”⁶³. Należy dodać, że wyrażenia wyszczególnione przez Łukasiewicza czytamy: $Uab =$ każde a jest b , $Iab =$ niektóre a jest b , $Oab =$ niektóre a nie jest b oraz $Yab =$ żadne a nie jest b .

W rozpatrywanym systemie aksjomatycznym przyjmuje się też dwie reguły wnioskowania, mianowicie nieco zmodyfikowaną regułę podstawiania z rachunku zdań oraz regułę zastępowania, która umożliwia korzystanie z definicji Df_1^s i Df_2^s .

Sposób uzasadniania w omawianym systemie odpowiednich twierdzeń sylogistyki zilustrujemy na następującym przykładzie. Założmy, że należy uzasadnić następującą formułę:

$$(a_1^s) \quad \sim (SaP) \rightarrow (SoP).$$

Wprowadźmy do konstruowanego wywodu jedno z twierdzeń rachunku zdań, mianowicie tezę T_1 : $p \rightarrow p$. Struktura wywodu w oparciu o przyjęte wyżej założenia przyjmuje następującą po-

⁶³ J. Łukasiewicz, *Elementy logiki matematycznej*, Warszawa 1958, s. 89.

stać. Podstawiamy najpierw do T_1 za zmienną zdaniową wyrażenie $\sim (SaP)$ i otrzymujemy:

$$(a_2^s): \quad \sim (SaP) \rightarrow \sim (SaP)$$

Następnie na podstawie reguły zastępowania następnik wyrażenia (a_2^s) zastępujemy lewym członem definicji Df_1^s , w wyniku czego otrzymujemy:

$$(a_3^s): \quad \sim (SaP) \rightarrow (SoP),$$

co kończy dowód, (a_3^s) bowiem jest wyrażeniem równoważnym z (a_1^s) .

Przejdźmy z kolei do krytyki tradycyjnej sylogistyki, wychodząc z naszkicowanych wyżej założeń logiki predykatów. Zauważmy na wstępie, że zdania kategoryczne ogólne mogą być dwójako rozumiane, mianowicie jako zdania ogólne słabe lub jako zdania ogólne mocne. Zdanie SaP jest rozumiane słabo, gdy stwierdzamy, że jeśli dany przedmiot a ma własność S , to tenże przedmiot a ma własność P . Nie wiemy przy tym, czy w ogóle taki przedmiot istnieje. W interpretacji mocnej natomiast stwierdza się, że jeśli a ma własność S , to a ma własność P i ponadto istnieje takie a , które ma własność S . Ta dwoistość rozumienia dotyczy też zdania ogólnoprzeczącego. I tak zdanie typu SeP możemy rozumieć następująco: jeśli przedmiotowi a przysługuje własność S , to temuż przedmiotowi nie przysługuje własność P . Nie mówimy przy tym również i w tym przypadku nic o istnieniu a ; jest to naturalnie interpretacja słaba. A w interpretacji mocnej wyrażenie SeP przyjmuje postać: jeśli danemu przedmiotowi a przysługuje własność S , to a nie przysługuje własność P i istnieje taki przedmiot a , który ma własność S .

Należy podkreślić, że zdania kategoryczne szczegółowe interpretujemy wyłącznie jako zdania egzystencjalne, stwierdzające istnienie lub nieistnienie danego przedmiotu, tj. jako zdania wyłącznie mocne.

Terminy występujące w schematach zdań kategorycznych, ściślej — symbole takich terminów, są to, jak wiemy już z uwag poczynionych wyżej, zmienne, za które wolno podstawić — o czym

też już niejednokrotnie nadmienialiśmy — nazwy niepuste. Co się jednak stanie ze znanymi nam tezami sylogistyki, jeśli ten warunek nie będzie spełniony? Na to pytanie odpowiemy, korzystając z procedur postępowania przyjętych w logice predykatów. Zauważmy najpierw, że z charakterystyki predykatów wynika, iż danym zbiorom przedmiotów (rzeczywistych lub abstrakcyjnych) odpowiadają jedno-jednoznacznie odpowiednie predykaty jednoargumentowe, tzn. każdy zbiór wyznacza predykat jednoargumentowy, tj. ten, który jest w tym zbiorze określony, i odwrotnie: predykat jednoargumentowy — z wyjątkiem tożsamościowo fałszywego (wyznaczającego zbiór pusty) — wyznacza w określonym uniwersum niepusty zbiór charakterystyczny, którego elementy spełniają ten predykat, co należy rozumieć, że przekształcają go w zdanie prawdziwe. Otóż zakładając słabą interpretację ogólnych zdań kategoriycznych, możemy schematy tych zdań zanotować w sposób następujący:

$$(1) \quad SxP = \bigvee_x [S(x) \rightarrow P(x)]$$

$$(2) \quad SeP = \bigvee_x [S(x) \rightarrow \sim P(x)]$$

Zanotujmy następnie za pomocą kwantyfikatorów zdania kategoriyczne szczegółowe:

$$(3) \quad SiP = \bigvee_x [S(x) \cdot P(x)]$$

$$(4) \quad SoP = \bigvee_x [S(x) \cdot \sim P(x)]$$

W oparciu o znane nam już prawa rachunku zdań, mianowicie prawa De Morgana (T_7 i T_8), oraz tezy logiki predykatów (definicja kwantyfikatora dużego za pomocą znaku negacji i kwantyfikatora małego: T_{48} i T_{49}) możemy utworzyć następujące równoważności:

$$(5) \quad SaP = \bigwedge_x [S(x) \rightarrow P(x)] = \sim \bigvee_x [S(x) \cdot \sim P(x)]$$

$$(6) \quad SeP = \bigwedge_{x_1} [S(x) \rightarrow \sim P(x)] = \sim \bigvee_x [S(x) \cdot P(x)]$$

$$(7) \quad SiP = \sim \bigwedge_x [S(x) \rightarrow \sim P(x)] = \bigvee_x [S(x) \cdot P(x)]$$

$$(8) \quad SoP = \sim \bigwedge_x [S(x) \rightarrow P(x)] = \bigvee_x [S(x) \cdot \sim P(x)]$$

Na podstawie równoważności (5) — (8) możemy stwierdzić, że np. zdanie o schemacie *SaP* jest równoważne negacji zdania *SoP*, co potwierdza tezę t_{26} jako tezę logiki predykatów (5). Uwaga ta dotyczy również tezy t_{27} zanotowanej wyżej w postaci równoważności (6). Zachowuje także walor tezy logiki predykatów formuła opisująca konwersję zdania ogólnoprzeczącego, ważna bowiem jest równoważność:

$$(9) \quad \sim \bigvee_x [S(x) \cdot P(x)] = \sim \bigvee_x [P(x) \cdot S(x)]$$

jak też jest tezą logiki predykatów formuła dotycząca konwersji zdania kategorycznego szczegółowotwierdzącego. Zapis tej formuły jest następujący:

$$(10) \quad \bigvee_x [S(x) \cdot P(x)] = \bigvee_{x'} [P(x) \cdot S(x)]$$

Nie są natomiast tezami logiki predykatów — przy słabym rozumieniu zdań kategorycznych — twierdzenia oparte na stosunku przeciwieństwa (t_{20} i t_{21}) oraz podporządkowania (t_{28} i t_{29}). Nie jest też ważna konwersja zdania ogólnotwierdzącego, tj. formuła zanotowana wyżej jako teza t_1 . Z łatwością bowiem możemy przekonać się, że wykluczone przez logikę predykatów tezy sylogistyki przyjmują przy zastosowaniu kwantyfikatorów postać zdań fałszywych. Dla ilustracji zbadajmy następujące wyrażenie:

$$(x) \quad \bigwedge_x [S(x) \rightarrow P(x)] \rightarrow \bigvee_x [P(x) \cdot S(x)],$$

które — jak zauważamy — jest zapisem w języku logiki predykatów schematu konwersji właśnie zdania ogólnotwierdzącego. Aby wyrażenie (x) sfalsyfikować, wystarczy predykaty $S(x)$ i $P(x)$ zinterpretować w następujący sposób:

$S(x) = x$ jest królem Szwajcarii,

$P(x) = x$ jest brodaty.

Podstawiając bowiem do formuły (x) powyższe wyrażenia zdaniowe, otrzymujemy: Jeśli dla każdego x : jeżeli x jest królem Szwajcarii, to x jest brodaty, to: istnieje taki x : x jest brodaty i x jest królem Szwajcarii. Z łatwością spostrzegamy, że po podstawieniu powyższych zdań poprzednik formuły implikacyjnej (x) przechodzi w zdanie prawdziwe wobec oczywistej fałszywości występujących w nim zdań (Szwajcaria, jak wiadomo, nigdy nie była królestwem). Jest tak dlatego — przypomnijmy — że poprzednik ten jest również implikacją, której poprzednik i następnik są fałszywe, co jest warunkiem wystarczającym prawdziwości zdania implikacyjnego. Jednakże następnik formuły implikacyjnej (x) po podstawieniu do niego wymienionych wyżej wyrażen zdaniowych jest fałszywy, będąc bowiem wyrażeniem koniunkcyjnym o fałszywych czynnikach staje się zdaniem fałszywym (na mocy przyjętej definicji prawdziwości koniunkcji). W ten sposób implikacja (x) jest fałszywa, co obala t_1 jako tezę logiki predykatów.

Nadmieniliśmy już, że schematy sylogistyczne wnioskowania pośredniego ulegają również znacznej redukcji ilościowej w logice predykatów, naturalnie przy założeniu, iż nadajemy tzw. słabą interpretację zdaniom ogólnym. Odnotujmy mianowicie, że tracą ważność sylogizmy, w których obie przesłanki są ogólne, a wniosek jest zdaniem szczegółowym. Stąd z owych wymienionych 19 trybów podstawowych odpadają: Darapti, Felapton, Bamalip i Fesapo. Jak wskazują bowiem wymienione nazwy, struktura każdego z tych trybów jest właśnie taka, iż przesłanki mają postać zdań ogólnych, wnioski natomiast są w każdym z tych przypadków zdaniem szczegółowym.

Kończymy na tym przegląd problematyki należącej do teorii wynikania logicznego, obejmującej w przedstawionym tu zarysie dwa podstawowe działy, mianowicie dwuwartościowy rachunek zdań oraz fragment logiki jedno- i dwuargumentowych predykatów. Ważność tej dziedziny rozważań logicznych dla działań wojskowych, podobnie zresztą jak dla wszelkich działań racjonalnych, nie wydaje się budzić wątpliwości. Jedną z podstawowych korzyści ze studiów nad tą problematyką jest to, iż uświadamiamy sobie struktury wnioskowania niezawodnego, potrafimy je

tworzyć lub stosować już znane w różnych sytuacjach codziennej praktyki działań wojskowych. Nie bez znaczenia jest także to, że rozporządzając odpowiednim repertuarem pojęć i twierdzeń logicznych, znacznie łatwiej będziemy mogli studiować współczesną literaturę naukową, w tym i cybernetyczną oraz z dziedziny zarządzania i organizacji, co jest szczególnie istotne dla dalszego usprawnienia procesów dowodzenia realizowanych na różnych szczeblach struktury organizacyjnej naszych sił zbrojnych.

the first of these is the fact that the
the second is the fact that the
the third is the fact that the
the fourth is the fact that the
the fifth is the fact that the
the sixth is the fact that the
the seventh is the fact that the
the eighth is the fact that the
the ninth is the fact that the
the tenth is the fact that the

the eleventh is the fact that the
the twelfth is the fact that the
the thirteenth is the fact that the
the fourteenth is the fact that the
the fifteenth is the fact that the
the sixteenth is the fact that the
the seventeenth is the fact that the
the eighteenth is the fact that the
the nineteenth is the fact that the
the twentieth is the fact that the

the twenty-first is the fact that the
the twenty-second is the fact that the
the twenty-third is the fact that the
the twenty-fourth is the fact that the
the twenty-fifth is the fact that the
the twenty-sixth is the fact that the
the twenty-seventh is the fact that the
the twenty-eighth is the fact that the
the twenty-ninth is the fact that the
the thirtieth is the fact that the

Przystępując do rozważań nad problematyką metodologiczną, zauważmy, że znaczenie, w jakim posługujemy się słowem „nauka”, nie jest jednolite. Analiza bowiem zastosowań tego pojęcia wykazuje, na co zresztą zwraca się uwagę we współczesnej literaturze metodologicznej, że dotyczy ono co najmniej czterech różnych sytuacji komunikacyjnych⁶⁴. Możemy bowiem mówić o nauce w znaczeniu: dynamicznym, nazywanym też czynnościowym, przedmiotowym, dydaktycznym i instytucjonalnym. W rozumieniu dynamicznym lub czynnościowym nauka to tyle, co ogół czynności badawczych realizowanych w ustalonym czasie i miejscu przez ludzi, których nazywamy pracownikami nauki. W zastosowaniu do tego typu sytuacji używa się zazwyczaj zwrotu „praca naukowo-badawcza”, podkreślając w ten sposób, że idzie o czynność czy nawet o proces, a nie o wytwór pracy naukowej lub nauczanie. W tym znaczeniu używamy słowa „nauka” lub „naukowy”, gdy mówimy np. o pracy badawczej, a więc naukowej, np. Alberta Einsteina nad ogólną lub szczegółową teorią względności, jako pracy planowej, poprzez którą dąży się do realizacji określonych zamierzeń badawczych. W interpretacji przedmiotowej pojęcie nauki dotyczy wytworów pracy naukowej, tj. teorii, które niejako istnieją niezależnie od tego, czy ktoś *hic et nunc* rozważa je, myśli o nich czy też nie. Przedmiotowość nauki w tym znaczeniu to tyle, co jej obiektywi-

⁶⁴ Por. T. Kotarbiński, *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*, wyd. cyt.

zacja w postaci wartości kulturowych, utrwalonych w piśmie i nadających się do intersubiektywnego sprawdzenia i teoretycznie nieograniczonego rozprzestrzenienia informacyjnego. W ten sposób np. teoria względności, wytwór wieloletniej pracy uczonych, jest nauką istniejącą w postaci rozpraw, artykułów jak też wiedzy podmiotowej i intersubiektywnie sprawdzalnej grona osób wykształconych w zakresie fizyki relatywistycznej, a szczególnie tych, którzy zajmują się tą dziedziną zarówno w sensie nauczania jej przedmiotu, jak i prowadzenia w tym zakresie badań.

W znaczeniu dydaktycznym słowo „nauka” jest równoważne zwrotowi „praca dydaktyczna w wyższej uczelni w zakresie przedmiotów uznawanych za poznawczo lub technicznie (nauki inżynierskie) ważne”. Stąd określenie — *pracownicy naukowo-dydaktyczni*, którego używa się w różnych sytuacjach, mając na uwadze osoby nauczające w szkolnictwie wyższym: uniwersyteckim i politechnicznym. Zauważmy, że powyższe rozróżnienie, istotne — jeśli idzie o klasyfikację znaczeń słowa „nauka”, nie jest jednakże rozróżnieniem — nazwijmy go — podmiotowym; idzie o to, że ten, kto naucza, może — i zazwyczaj czyni to — podejmować problematykę badawczą, i odwrotnie: osoba zajmująca się niejako głównie badaniami — udziela się także w pracy dydaktycznej. Co więcej, znawcy historii i teorii nauki twierdzą, że *każdy* pracownik naukowy, jeśli chce być efektywny w swojej dziedzinie badań, powinien podejmować pracę dydaktyczną w zakresie uprawianej specjalności. Mówi się nawet, że jego obciążenie dydaktyczne nie powinno być mniejsze niż 40% obciążenia, jakie ma etatowy pracownik naukowo-dydaktyczny.

W rozumieniu wreszcie instytucjonalnym pojęcie nauki oznacza wszelkie instytucje, których zadaniem jest rozwój nauki w szerokim tego słowa znaczeniu. Idzie tu więc o planowanie działalności naukowej, jej finansowanie, ustalanie kierunków badań, ich priorytetu jak też upowszechnianie nauki poprzez jej nauczanie (w systemie głównie szkolnictwa wyższego), rozwój kadr naukowych, słowem — współprzyczynianie się do nakreślenia podstaw polityki rozwoju nauki, zapewnienie harmonijności i kompleksowości tego rozwoju. Funkcje te spełnia przede wszystkim Polska Akademia Nauk, następnie Ministerstwo Oświaty

i Szkolnictwa Wyższego oraz podległe im placówki, jak uczelnie (uniwersytety, akademie, politechniki i szkoły wyższe) oraz instytuty badawcze.

W zależności od tego, które z wyżej wymienionych znaczeń słowa „nauka” mamy na uwadze, będziemy różnie rozumieć pojęcie metodologii. I tak analiza czynności badawczych i nie tylko badawczych, ale występujących we wszelkim zachowaniu celowym, analiza przyjmująca za podstawę ocenę efektywności owych czynności, jest przedmiotem badań *prakseologii*, nazywanej również przez jej współtwórcę i systematyzatora, T. Kotarbińskiego, *metodologią ogólną*⁶⁵. Z kolei dyscyplina badawcza, w której docieka się warunków skuteczności nauczania, określana bywa mianem *metodyki*, a jej teoretyczną nadbudową jest — w węższym znaczeniu — *dydaktyka*, w szerszym — *pedagogika*, obejmująca swoim zakresem ogół problemów łączących się z procesami nauczania i wychowywania. Odnotujemy też, iż zarówno dydaktyka, jak i pedagogika pozostają w bliskich stosunkach z *prakseologią*, gdyż dla każdej z tych dziedzin idzie o optymalizację efektów działania podmiotowego: dla *prakseologii* wszelkiego działania celowego, dla *pedagogiki* — koncentrującego się na wszechstronnym doskonaleniu człowieka.

Zważywszy jednak, że tym, co główne w naszych rozważaniach, jest metodologia nauk, należy przejść do omówienia zagadnień dla tej dyscypliny istotnych, wskazując uprzednio możliwie wyraźnie na osobliwości przedmiotu jej badań, na problemy, które są dla niej reprezentatywne. Co do przedmiotu metodologii, jego charakterystyki, skorzystamy tu z uwag poczynionych przez jednego z wybitnych polskich metodologów, mianowicie Kazimierza Ajdukiewicza. Otóż autor ten pisze: „Metodologia nauk stara się przede wszystkim wyróżnić pewne typy czynności wykonywanych w pracy naukowej i poddać je analizie, doprowadzającej do wyraźnego zdania sobie sprawy z tego, na czym czynności danego typu polegają. Wyróżnia więc metodologia takie typy zabiegów poznawczych, jak np. uzasadnianie twierdzeń, wnioskowanie, rozwiązywanie zagadnień, opis i wyjaśnianie zjawisk, stawianie

⁶⁵ O istocie i zagadnieniach metodologii ogólnej (*prakseologii*), w: *Wybór Pism*, Warszawa 1957, t. I, s. 611—622.

i sprawdzanie hipotez, definiowanie terminów itd.”⁶⁶ Zależnie od stopnia ogólności badanych zagadnień, jak też zakresu generalizacji analizowanych i formułowanych pojęć w obrębie metodologii nauk wyróżniamy dwa podzakresy: ogólną metodologię nauk i metodologię szczegółową. Do zakresu tej pierwszej należą problemy dotyczące pośrednio lub bezpośrednio wszelkich badań naukowych, jak pojęcie metody naukowej, zasady formułowania i uzasadniania twierdzeń oraz definiowania pojęć, zasady ważne w języku każdej dyscypliny naukowej, następnie sprawy klasyfikacji i porządkowania zagadnień badawczych, typologia rozumowań i ich charakterystyka itd. Metodologia szczegółowa obejmuje zagadnienia reprezentatywne bądź dla poszczególnych dziedzin nauk, jak humanistyka, nauki przyrodnicze lub techniczne, bądź dla dyscyplin naukowych, jak nauki historyczne, matematyczne, fizyka, chemia, biologia, psychologia, pedagogika, ekonomia, nauki wojskowe (taktyka i sztuka operacyjna, strategia), socjologia itp. Jest oczywiste, że metodologia szczegółowa korzysta z wyników ogólnej metodologii nauk, przyczyniając się także własnymi wynikami do jej wzbogacenia i rozwoju. Zazwyczaj metodologie nauk szczegółowych są uprawiane w zakresie szerzej rozumianego przedmiotu danej dyscypliny; metodologię np. historii rozwija się jako jeden z kierunków należących do zakresu dyscyplin historycznych. Można ten fakt tłumaczyć m.in. tym, że specjalistami w zakresie metodologii nauk szczegółowych są zwykle reprezentanci poszczególnych dyscyplin, osoby gruntownie obeznane z przedmiotem dyscypliny, której metodologię uprawiają, co zresztą wydaje się konieczne dla kompetentnego rozwoju szczegółowych badań metodologicznych.

Nowym zjawiskiem w rozwoju nauki, nowym przynajmniej co do skali i doniosłości, jest wyłanianie się problemów interdyscyplinarnych oraz odpowiadający temu zjawisku rozwój refleksji metodologicznej. Przykładem takiej dyscypliny integrującej jest cybernetyka, która — jak to zwięźle określa Marian Mazur — jest nauką o sterowaniu⁶⁷. Poddając analizie najogólniejsze

⁶⁶ K. Ajdukiewicz, *Logika pragmatyczna*, wyd. cyt., s. 173.

⁶⁷ M. Mazur, *Cybernetyczna teoria układów samodzielnych*, Warszawa 1966, s. 11.

pojęcie układu sterowanego lub sterującego, cybernetyka — podobnie jak uczyniła to na początku naszego stulecia teoria mnogości z pojęciem zbioru — tworzy nową płaszczyznę refleksji metodologicznej, mianowicie płaszczyznę, na której węzłowym zagadnieniem staje się zagadnienie informacji ilościowej i jakościowej, transponowanie tej informacji, przekształcanie i akumulowanie. Problem ten, tj. dotyczący informacji w jej najogólniejszym rozumieniu, nie jest obojętny dla jakiegokolwiek dyscypliny badawczej. Stąd to niezwykle zainteresowanie cybernetyką, jej metodologicznymi i merytorycznymi propozycjami, zwłaszcza takimi jak traktowanie zależności między badanymi zjawiskami w kategorii sprzężeń zwrotnych ujemnych i dodatnich, zasilen energii i informacyjnych itd.

W zakresie metodologii nauk dotyczącej funkcjonalnego (czynnościowego) rozumienia pojęcia nauki, a więc teorii traktującej głównie o procedurach badawczych typowych dla pracy naukowej przeprowadzamy dalsze rozróżnienia, mianowicie rozróżniamy metodologię pragmatyczną ogólną i szczególną. Metodologia pragmatyczna ogólna jest dyscypliną, w zakresie której bada się procedury badawcze charakterystyczne dla wszelkich dociekań poszukiwawczych, jak np. konstrukcja i uzasadnianie modeli prac badawczych zespołowych i indywidualnych, sterowanie takimi badaniami, sposoby określania efektywności badań, ich zasięg oraz metody prognozowania i planowania itd. Możemy też powiedzieć, że do zakresu metodologii pragmatycznej w ogólnym rozumieniu jej przedmiotu należy analiza i krytyka postępowania uczonych ze względu na rezultatywność ich wysiłków badawczych, jak też ze względu na stosowane przez nich metody w zakresie formułowania i uzasadniania twierdzeń, definiowania pojęć, sprawdzania hipotez, tj. ich weryfikacji i falsyfikacji, czyli ogólnie: analiza krytyczna postępowania badawczego pod względem prawidłowości wyboru ogólnych zasad, na których została oparta dana procedura badawcza. Tak rozumiane pojęcie metodologii pragmatycznej jest szczególnym przypadkiem pojęcia ogólnej metodologii nauk. To, co jest charakterystyczne dla metodologii pragmatycznej, polega na tym, że ta ostatnia dotyczy głównie postępowania ba-

d a w c z e g o, oceny jego efektywności, podczas gdy ogólna metodologia nauk podejmuje oprócz tych i inne problemy, jak np. — o czym wyżej nadmieniliśmy — zasady przeprowadzania dowodów, klasyfikacji rozumowań itd. Metodologia pragmatyczna szczegółowa, będąca również szczególnym przypadkiem metodologii szczegółowej jako takiej, dotyczy procedur badawczych oraz ich krytycznej analizy w zakresie konkretnych dyscyplin badawczych.

Jedną z cech charakterystycznych metodologii pragmatycznej jest to, że zawiera się w niej — oprócz treści zobiektywizowanych — zespół pojęć i twierdzeń określających stosunek badającego podmiotu do przedmiotu badań oraz uzyskiwanych wyników. Ten — jak powiedzielibyśmy — subiektywny, podmiotowy aspekt metodologii to głównie ten fragment jej języka, w którym występują pojęcia asercji lub negacji odpowiednich twierdzeń, to również problem motywacji i celu, jaki stawia sobie badający podmiot, podejmując określone zadania epistemologiczne. Ze względu na ten właśnie podmiotowy charakter niektórych twierdzeń metodologii pragmatycznej, jej związek z postawą osoby prowadzącej badania lub podejmującej namysł metodologiczny nad daną teorią, metodologię tę włączamy do zakresu nauk humanistycznych, tj. nauk, w których oprócz takich kategorii epistemologicznych, jak p r a w d a i f a ł s z, występuje również kategoria wartości zrelatywizowanych np. do pojęć skuteczności, piękna lub pożyteczności. W ostatnim z wymienionych znaczeń możemy mówić zasadnie o cenności poznawczej wyniku, jak np. odkrycie w roku 1930 planety Pluton, czy też o doniosłości społecznej wyniku, jak odkrycie przez A. Fleminga w roku 1929 leczniczych własności penicyliny.

W odróżnieniu od przedstawionego wyżej humanistycznego rozumienia metodologii mówimy o metodologii a p r a g m a t y c z n e j, uwolnionej od tych podmiotowych elementów, które charakteryzują właśnie metodologię pragmatyczną. Przedmiotem metodologii apragmatycznej są zatem systemy dedukcyjne badane pod kątem ich formalnej struktury oraz interpretacji. Ze względu na te zadania, tj. problemy syntaktyczne i semantyczne, metodologia apragmatyczna stosuje środki językowe zbliżone pod

względem formy do języka matematyki, co przyczyniło się do tego, iż nazywana bywa również *meta matematyką* lub *metalogiką*. W dalszych wywodach zwrócimy uwagę przede wszystkim na problemy wchodzące w zakres metodologii pragmatycznej, gdyż są one najbliższe praktyce badawczej urzeczywistnianej w warunkach wojska.

Rozdział 1

METODOLOGICZNA CHARAKTERYSTYKA ROZUMOWAŃ I ICH KLASYFIKACJA

Jednym z istotnych problemów przynależnych do metodologii nauk jest analiza i klasyfikacja spotykanych w praktyce badawczej i innych działaniach celowych sposobów rozumowań, czyli takich procesów myślowych, w których podejmujemy sprawę uzasadniania twierdzeń, sprawdzania hipotez lub rozwiązywania określonych zagadnień. Ze względu na pewne własności, o których szerzej będzie mowa w dalszych rozważaniach, rozumowania dzielimy na *dedukcyjne* oraz *redukcyjne*.

Dedukcja to typ rozumowania, w którym za pomocą racji uzasadniamy następstwo, przy czym w dedukcji jako racja występują twierdzenia uznane. Stąd i następstwa wynikające z owych racji, według reguł dedukcji, są zdaniami uznanymi. Mówimy wtedy, że dane rozumowanie jest niezawodne. Redukcja natomiast jest rodzajem rozumowania, w którym uzasadnia się rację za pomocą następstwa, co pozbawia otrzymane tym sposobem zdania waloru niezawodności. Rozumowanie redukcyjne prowadzi zatem do uzasadnień uprawdopodobniających, naturalnie w przypadku, gdy rozważane twierdzenie dotyczy faktów nie dających się wyczerpać w określonej fazie postępowania badawczego. Przed przystąpieniem do szerszej charakterystyki każdego z wymienionych tu rodzajów rozumowania wyjaśnimy zastosowane przez nas w powyższym wywodzie pojęcie racji i następstwa. Załóżmy, że dane jest prawo, które daje się w postaci formalnej zanotować:

(v) Jeśli Q_1 , to Q_2 ,

gdzie litery Q_1 i Q_2 są zapisem formuł zdaniowych takich jak: Jeżeli na dany punkt a działają dwie siły S_1 i S_2 i są one przeciwnie skierowane (Q_1), to wypadkowa tych sił S będzie równa różnicy sił składowych i skierowana w stronę siły większej (Q_2). Otóż w wyrażeniu (v) stwierdza się stosunek racji (Q_1) do następstwa (Q_2) lub mówiąc nieco inaczej: związek racji z następstwem. Mówiąc najogólniej, w rozumowaniach dedukcyjnych mamy dane właśnie prawo postaci (v) oraz rację Q_1 i stąd — na mocy znanej już z przeprowadzonych wyżej wywodów reguły R_1 — uznajemy następstwo Q_2 . Tak więc w rozumowaniach dedukcyjnych racja jest przesłanką, a następstwo konkluzją wywoodu logicznego. Po tej krótkiej dygresji co do sposobu rozumienia pojęcia racji i następstwa przejdźmy do dalszej charakterystyki wymienionych wyżej rozumowań.

W zakresie rozumowań dedukcyjnych rozróżniamy dwa rodzaje procesów logicznych: wnioskowanie i dowodzenie. Wnioskowaniem nazywamy rozumowanie, w którym do znanej jako prawdziwa racji dobieramy nie znane pod względem wartości logicznej następstwo. We wnioskowaniu mamy dane trzy człony: (1) prawo stwierdzające związek racji z następstwem, (2) rację, która jest przesłanką rozumowania i (3) konkluzję. Ilustracją wnioskowania jest następujący wywód:

- (1) Dana figura D jest deltoidem wtedy i tylko wtedy, gdy jej boki spełniają warunki: $a = b$ i $c = d$,
 - (2) Figura geometryczna D' będąca czworobokiem na płaszczyźnie spełnia następujące warunki: $a = b$ i $c = d$,
-
- (3) zatem: Czworobok D' jest deltoidem.

Rozumowania oparte na dowolnym ze schematów wnioskowania pośredniego lub bezpośredniego, które rozważaliśmy w części poświęconej teorii wynikania logicznego, są rzecz oczywista przykładami procedur spełniających warunki wymagane od rozumowań określanych mianem wnioskowań.

Dowodzimy danego twierdzenia T wtedy, gdy dobieramy do niego — nie znając oczywiście jego wartości logicznej — rację,

o której wiemy, że jest prawdziwa. Dla ilustracji założmy, że dana jest teza⁶⁸, którą należy właśnie udowodnić:

T^x : Jeżeli n jest liczbą naturalną większą od jedności, to n ma przynajmniej jeden dzielnik będący liczbą pierwszą.

Przebieg rozumowania będącego dowodem tezy T^x jest następujący. Na mocy przyjętego w twierdzeniu T^x założenia wiemy, że liczba n jest większa od jedności, stąd jest oczywiste, że n ma dzielniki większe od jedności, gdyż jednym z nich jest właśnie n . Jeśli następnie przez q oznaczymy najmniejszy ze wszystkich dzielników liczby n , naturalnie większy od jedności, to stanie się oczywiste, że gdyby liczba q nie była liczbą pierwszą, to wobec założenia, iż $q > 1$, będzie ona miała dzielnik d taki, że $d \neq 1$ i $d \neq q$. Wobec tego mielibyśmy nierówność $1 < d < q$. Ale liczba d będąca dzielnikiem q , która z kolei jest dzielnikiem n , byłaby tym samym dzielnikiem n , przy czym byłby to dzielnik większy od jedności i mniejszy od q , co byłoby sprzeczne z przyjętą definicją liczby q . Wykazaliśmy w ten sposób, że q jest liczbą pierwszą. Dowód ten jest skonstruowany w ten sposób, iż przyjmując założenie co do liczby n i korzystając z definicji liczby pierwszej, wykazujemy, że zachodzi sprzeczność, jeśli przyjmiemy negację dowodzonej tezy. Całość zatem jest ilustracją dowodu nie wprost, którego teoretyczne podstawy i obszerną analizę znajdzie czytelnik w pracy Jerzego Słupeckiego i Ludwika Borkowskiego: *Elementy logiki matematycznej i teorii mnogości*.

Należy odnotować, że między wnioskowaniem a dowodzeniem zachodzi różnica, polegająca na odmiennym kierunku rozumowania. W dowodzeniu mianowicie idziemy od następstwa nie znanego jako prawdziwe lub fałszywe do racji prawdziwej; poszukujemy tu bowiem racji, z której na mocy odpowiednich reguł daje się następstwo wyprowadzić albo uzasadnić założeniowo. We wnioskowaniu zaś idziemy od znanej racji i wyraźnie ustalonej do następstwa nie znanego (pod względem jego wartości logicznej, bo o jego ewentualnym kształcie formalnym informuje nas schemat wnioskowania). Dodajmy, że zarówno we wnioskowaniu, jak i dowodzeniu przesłanka rozumowania jest tożsama z racją wyводу, a konkluzja — z następstwem.

⁶⁸ Por. W. Sierpiński, *Arytmetyka teoretyczna*, Warszawa 1955.

W rozumowaniach redukcyjnych, wśród których wyodrębniamy sprawdzanie i tłumaczenie, następstwo (*B*) jest przesłanką, a racja (*A*) — konkluzją. Istotne jest przy tym to, że prawdziwość następstwa (*B*) jedynie uprawdopodabnia prawdziwość racji (*A*), lecz nie gwarantuje tej prawdziwości, co ma miejsce we wnioskowaniu i dowodzeniu jako rozumowaniach logicznie niezawodnych. Zawodność tę można zilustrować na przykładzie formuły implikacyjnej: $p \rightarrow q$, gdzie przy prawdziwym następniku (*q*) poprzednik (*p*) może być fałszywy. Bywa tak zwłaszcza wtedy, gdy błędnie łączymy związkiem kauzalnym (przyczynowym) dwa fakty, nadając całości zdarzenia postać implikacji kauzalnej: Jeśli zajdzie zdarzenie *A*, pociągnie to za sobą zdarzenie *B*. Odwołując się do rozumowań spotykanych w praktyce codziennej i formułowanych w języku potocznym, możemy ten typ wywodu zilustrować w sposób następujący. Załóżmy, że kompania *N* wykonała z wynikiem bardzo dobrym jedno z trudniejszych strzelań z broni maszynowej. Nieostrożny dowódca batalionu, któremu podlega kompania *N*, przeprowadza następujące rozumowanie: „Żołnierze kompanii wykonali bardzo dobrze strzelanie (fakt *B*), ponieważ w przeddzień strzelania byli na interesującym filmie Grigorija Czuchraja »Czyste niebo« (*A*). W postaci implikacji tok rozumowania owego dowódcy batalionu można zanotować w sposób następujący: „Jeśli żołnierze będą uczęszczali na interesujące filmy, będą też dobrze wykonywali strzelania”. Nietrudno zauważyć, że jest to rozumowanie nie w pełni prawidłowe, gdyż nie kwestionując wpływu dobrego samopoczucia żołnierza na efekty jego strzelań, nie można jednak nie zauważyć, że czynnikiem rozstrzygającym jest w tym przypadku dobre wyszkolenie żołnierza, kompetentne i systematycznie przeprowadzane treningi itd. Fakt *B* zatem jest tylko częściowo wyjaśniony przesłanką *A*, przy czym jej rzeczywisty związek z owym faktem jest co najwyżej prawdopodobny. Podany wyżej przykład jest ilustracją rozumowania określanego mianem tłumaczenia: dowódca batalionu bowiem podjął próbę wyjaśnienia faktu za pomocą racji, których związek z tym faktem uważał za niewątpliwy, lecz jak wykazaliśmy, wcale nie niezawodny. Gdybyśmy natomiast po-

stąpili w ten sposób, że najpierw sformułowano by hipotezę stwierdzającą związek filmu fabularnego o treści wojennej z określonymi wynikami strzelań z broni maszynowej, a następnie zostałyby podjęta próba wykazania prawdziwości lub fałszywości tej hipotezy, wtedy owo rozumowanie byłoby również rozumowaniem redukcyjnym, lecz określilibyśmy je mianem sprawdzania, przy czym — podobnie jak poprzednio — jego walor logiczny byłby jedynie wartością probabilistyczną. I ogólnie: wszelkie rozumowania redukcyjne — z wyjątkiem indukcji enumeracyjnej* o skończonej ilości elementów, o czym powiemy niżej — zaliczamy do rozumowań *zawodnych*.

Przechodząc do nieco szczegółowszej analizy rozumowań *zawodnych*, do których oprócz redukcji należy też rozumowanie przez analogię, zauważmy, że sprawdzanie jest rodzajem rozumowania, w którym uzasadniamy (częściowo) prawdziwym następstwem (danym) rację, tj. sprawdzamy rację, dobierając do niej odpowiednie następstwa. Ogólny schemat postępowania jest przy tym następujący: mając daną rację, np. hipotezę *H*, dobieramy do niej znane jako prawdziwe następstwa. Jako następstwa mogą w tym przypadku wystąpić zdania spostrzeżeniowo uzasadnione, a więc zdania jednostkowe, dotyczące konkretnych faktów, o których traktuje rozważana hipoteza *H*. Dobierane w ten sposób następstwa bądź uprawdopodobniają rację — mówimy wtedy o pozytywnym wyniku sprawdzenia lub o weryfikacji hipotezy, bądź sprawdzaną hipotezę obalają — jest to naturalnie negatywny wynik sprawdzania, inaczej — falsyfikacja hipotezy *H*. Należy odnotować, że kierunek rozumowania w sprawdzaniu jest podobny jak we wnioskowaniu: przebiega od racji do następstwa.

Tłumaczeniem (wyjaśnianiem) nazywamy rozumowanie, w którym poszukujemy odpowiedzi na pytanie: dlaczego występuje to a to zjawisko, np. dlaczego Francuzi otaczają wciąż pamięć Joanny D'Arc? Odpowiadając stwierdzamy, że Francuzi czczą pamięć Joanny D'Arc dlatego, że przyczyniła się ona do uwolnienia w roku 1429 Orleanu od Anglików i koronacji Karola VII, co miało istotny wpływ na losy państwowości Francji.

* Metodę indukcji enumeracyjnej wyjaśniamy na s. 319.

Pełny zestaw racji uwikłanych w to rozumowanie jest następujący: Każdy, kto przyczynia się do wolności kraju rodzinnego, zasługuje na najwyższe uznanie (a). Joanna D'Arc przyczyniła się do wyzwolenia Francji od najazdu Anglików (b), stąd Joanna D'Arc jest postacią otaczaną powszechną czcią przez naród francuski.

Ogólne walory metodologiczne rozumowania określanego mianem tłumaczenia tak oto charakteryzuje prof. Kotarbiński: „Do tłumaczenia należą (...) wszelkie przypadki konstruowania hipotez przyrodoznawczych, boć granica między hipotezą przyrodoznawczą a prawem przyrodoznawczym rozplywa się. Harmonizuje to w zupełności z rozważanym obecnie rozumieniem tłumaczenia, nie wymagającym bynajmniej, aby dobierana racja skądinąd była nam znana jako prawdziwa. Jakkolwiek bowiem paradoksalnie to brzmi, jednakże w naukach i poza obrębem nauk to, co znane, tłumaczymy sobie częstokroć przez to, co tylko domyślne”⁶⁹. Nawiązując do końcowej uwagi prof. Kotarbińskiego, zauważmy, że ten z pozoru paradoksalny stan rzeczy powstaje dlatego, iż w wyjaśnianiu faktów empirycznych poszukujemy zależności ogólniejszych, takich, które obejmowałyby określone dziedziny rzeczywistości (np. prawo grawitacji tłumaczące zjawisko spadania ciał w kierunku środka Ziemi). Intencja ta przyświeca nam także w dziedzinie zjawisk społecznych. Poddając bowiem badaniom życie społeczne w różnych jego przejawach, jak np. ekonomicznych, kulturowych lub techniczno-cywilizacyjnych, dążymy również do sformułowania zależności (praw), które 1° — tłumaczą aktualne zdarzenia zachodzące w badanych społecznościach, 2° — tworzą spójną całość z naszą wiedzą o społeczeństwie, idzie przy tym o tę wiedzę, którą uważamy za wystarczająco sprawdzoną, i 3° — stanowić mogą podstawę do racjonalnego prognozowania, zazwyczaj probabilistycznego, przyszłych zdarzeń w rozważanym zakresie życia społecznego. Ten ostatni aspekt praw społecznych jest ze szczególną wyrazistością wydobywany przez nauki socjologiczne i ekonomiczne.

⁶⁹ T. Kotarbiński, *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*, wyd. cyt., s. 272—273.

W dotychczasowych rozważaniach użyliśmy parokrotnie pojęcia hipotezy, zwłaszcza w kontekście wywodów dotyczących metodologicznej charakterystyki sprawdzania i tłumaczenia. W związku z tym poświęcimy nieco uwagi temu pojęciu, ponieważ odgrywa ono niebagatelną rolę także w badaniach prowadzonych w siłach zbrojnych.

Pojęcie hipotezy nie jest jednoznaczne; zwraca się uwagę na co najmniej trzy następujące jego interpretacje: a) zdanie przyjęte prowizorycznie dla wyjaśnienia danego faktu, b) odpowiedź (niestanowcza) na pytanie: „Dlaczego dzieje się tak a tak?” c) zdanie przyjęte jako wyjaśnienie albo próba wyjaśnienia faktu nie podlegającego bezpośrednio obserwacji. Spośród wyróżnionych tu znaczeń najszersze jest naturalnie znaczenie pierwsze, węższe drugie, trzecie zaś krzyżuje się zakresowo z rozumieniem drugim. To, co znamienne dla wszelkich zdań będących hipotezami, polega na tym, iż są to zdania, które różnią się tym od twierdzeń, iż z biegiem czasu — w miarę rozwoju wiedzy — mogą być bądź obalone jako założenia wyraźnie fałszywe (taka np. okazała się hipoteza o istnieniu flogistonu czy też eteru), bądź przyjęte w postaci praw (tak się stało np. z heliocentryczną hipotezą Mikołaja Kopernika). Z punktu widzenia metodologicznego interesujące jest także to, że w hipotezie wyraża się swoisty stosunek osoby prowadzącej badanie do faktów będących przedmiotem badań, przy czym stosunek ten nie musi przybierać charakteru wartościującego w znaczeniu logicznym. Przez wartościowanie logiczne z kolei rozumiemy przypisywanie danemu wyrażeniu zdaniowemu wartości prawdy lub fałszu albo też określonego prawdopodobieństwa prawdy. Niekiedy bowiem wystarczy, że hipoteza — wespół z innymi tezami rozważanej teorii — ułatwia wyjaśnianie lub porządkowanie wiedzy o danej dziedzinie rzeczywistości, jest więc niejako zdaniem roboczym, warsztatowym, bez wyraźnego przyporządkowania jej wartości logicznych. Dodajmy jednak, że dla odrzucenia hipotezy wystarczy jeden fakt niezgodny z jej treścią, ściślej — potwierdzający jej negację. W metodologii nauk, zwłaszcza przyrodniczych, zwraca się uwagę na heurystyczną, tj. twórczą, rolę hipotez. Ze szczególną wyrazistością podkreśla

ten ich aspekt Carl G. Hempel, pisząc: „Przejście od danych do teorii wymaga udziału wyobraźni twórczej (podkreślenie S. J. S.). Hipotezy i teorie naukowe nie są wywodzone z zaobserwowanych faktów, lecz wymyślane w celu ich wyjaśnienia. Są one domysłami dotyczącymi związków, które mogą zachodzić między badanymi zjawiskami, prawidłowości i zasad, które mogą rządzić ich występowaniem”⁷⁰.

W sprawdzaniu hipotez istotną rolę odgrywa pojęcie implikacji testowej danej hipotezy H . Implikacja ta występuje wówczas, gdy z hipotezy H wynika logicznie zdanie $Z_{(h)}$. Schemat rozumowania, za pomocą którego odrzuca się hipotezę H , korzystając właśnie z pojęcia implikacji testowej, jest następujący:

- (1) Jeżeli hipoteza H jest zdaniem prawdziwym, to $Z_{(h)}$ jest też zdaniem prawdziwym,
- $S_{(h)}$ (2) Stwierdzamy, że $Z_{(h)}$ nie jest zdaniem prawdziwym,
- (3) zatem: Hipoteza H nie jest prawdziwa.

Schemat rozumowania $S_{(h)}$ jest — jak to natychmiast zauważamy — oparty na regule wnioskowania R_5 . Ta z kolei jest uzasadniona tezą *modus tollendo tollens*. Walor logiczny schematu $S_{(h)}$ jest taki jak reguły R_5 , tzn. schemat ten jest pod względem logicznym niezawodny. Zawsze ilekroć zdania (1) i (2) będą prawdziwe, nie mniejszą też wartość będzie miało zdanie (3). W przypadku gdy mamy daną zależność (1) oraz uznaną asercję zdania $Z_{(h)}$, co w postaci schematu notujemy:

- (1) Jeżeli hipoteza H jest zdaniem prawdziwym, to $Z_{(h)}$ jest też zdaniem prawdziwym,
- $S_{1(h)}$ (2) Stwierdzamy, że $Z_{(h)}$ jest zdaniem prawdziwym,
- (3) zatem: Hipoteza H jest prawdopodobnie prawdziwa,

konkluzja (3) jest zdaniem co prawda akceptowanym, lecz nie ma tej rangi ważności, którą uzyskuje w sytuacji $S_{(h)}$. Fakt potwierdzający hipotezę przyczynia się do dalszej jej ważności

⁷⁰ C. G. Hempel, *Podstawy nauk przyrodniczych*, Warszawa 1968, s. 29.

metodologicznej, nie przesądzając jednak jej wartości logicznej w dalszych badaniach. Schemat rozumowania $S_{1(h)}$ daje się zilustrować za pomocą następującego przykładu. Załóżmy, że występuje następująca zależność: Jeżeli każdy dowódca czołgu jest dobrym strzelcem (H), to również dowódcy czołgów T-54 wykonają strzelania z wynikiem pozytywnym ($Z_{(h)}$). Zdanie $Z_{(h)}$ jest naturalnie konsekwencją hipotezy H co do zdolności strzeleckich każdego dowódcy czołgu. Załóżmy następnie, że przeprowadzona została kontrola w jednostce czołgowej i rzeczywiście wszyscy dowódcy czołgów T-54 (tylko oni byli sprawdzani) wykonali strzelania z wynikiem pozytywnym. Co możemy w tej sytuacji powiedzieć o hipotezie H , która bądź jest zdaniem przyjętym przez uogólnienie (indukcję), bądź założeniem próbnym, wymagającym sprawdzenia? To, co w tej sytuacji jest dla nas niewątpliwe, dotyczy stanu rzeczy w kontrolowanej jednostce: prawdą jest bowiem, że każdy dowódca czołgu tej jednostki strzelał z wynikiem pozytywnym. Fakt ten jest częściowym potwierdzeniem rozważanej hipotezy i pozwala utrzymać ją nadal jako założenie robocze. Pełne jej sprawdzenie wymaga spełnienia kilku dodatkowych warunków: 1° — uściślenia hipotezy, ze wskazaniem, jakich warunków dotyczy, np. w jakim okresie pełnienia służby i na jakim sprzęcie przyznaje się dowódcom czołgów wysokie umiejętności strzeleckie, 2° — w jakich warunkach strzelanie należy przeprowadzić, aby przekonać się o tych sprawnościach (np. dziennych lub nocnych) itd. Istotne jest przy tym, że fakty pozytywne nie mogą wpłynąć rozstrzygająco na przekwalifikowanie zdania H , tj. na przyznanie mu walurowi tezy, czyli zdania, któremu przypisujemy bezapelacyjnie prawdziwość. Wyjątkiem jest taka sytuacja, w której sprawdzenie zdania H jest zupełne, tzn. każdy z faktów objętych zakresem konsekwencji hipotezy H spełnia warunki tej hipotezy; dodajmy jednak, że są to zazwyczaj przypadki mniej interesujące zarówno pod względem poznawczym, jak i praktycznym. Podany przykład jak i uwagi poprzedzające go stanowią uzupełnienie wywodów dotyczących tłumaczenia.

Mówiąc nieco ogólniej, możemy stwierdzić, że tłumaczenie, nazywane też eksplikacją lub wyjaśnianiem, jest rozumowaniem

przebiegającym od następstwa (B) do racji (A), pod tym względem jest więc podobne do dowodzenia.

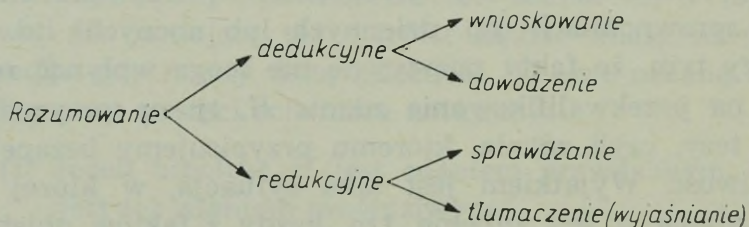
Ze względu na punkt wyjścia, jaki przyjmujemy w danym rozumowaniu, możemy ogół dotychczas przez nas rozpatrywanych rozumowań podzielić na dwie grupy:

- a) rozumowania progresywne,
- b) rozumowania regresywne.

Rozumowanie, w którym dobieramy następstwo do racji, tzn. jako punkt wyjścia przyjmujemy rację, co powoduje, że przechodzimy od racji do następstwa, określamy mianem rozumowania progresywnego. Jeśli natomiast dobieramy rację do następstwa, tzn. kierunek rozumowania jest taki, iż przechodzi się od następstwa do racji, powiemy wtedy, że rozumowanie jest regresywne.

Na podstawie przeprowadzonej wyżej charakterystyki metodologicznej rozumowań łatwo zauważyć, że do progresywnych zaliczamy wnioskowanie i sprawdzanie, do regresywnych zaś — dowodzenie i tłumaczenie.

Biorąc następnie za podstawę postępowanie polegające na dobieraniu następstw do racji (dedukcja) lub racji do następstw (redukcja), omówione wyżej typy rozumowań możemy przedstawić w postaci następującego schematu:



Rys. 32

Wprowadzone wyżej pojęcie dedukcji odbiega od potocznego rozumienia tego słowa, gdzie przez dedukcję — w odróżnieniu od indukcji — rozumie się proces myślowy polegający na przechodzeniu od ogółu do szczegółu; indukcja zaś — według tej interpretacji — jest to przechodzenie od szczegółu do ogółu.

W ten sposób według rozumienia potocznego za dedukcyjny powinien być uznany następujący schemat wnioskowania:

	Każdy filozof jest człowiekiem rozważnym,
(Syl)	Platon jest filozofem,

zatem: Platon jest człowiekiem rozważnym.

Zwyczaj takiego rozumienia dedukcji, jak to przedstawiliśmy na schemacie (Syl), który — dodajmy — jest zniekształconym sylogizmem „Barbara” (zniekształconym dlatego, że w przesłance mniejszej występuje nazwa jednostkowa), przyjął się i w języku potocznym utrwalił głównie poprzez nauczanie szkolne.

Ten potoczny sposób rozumienia dedukcji nie spełnia naturalnie tych warunków, jakie łączymy z tym pojęciem we współczesnej metodologii, gdzie np. znana już nam reguła wnioskowania R_5 jest regułą dedukcyjną, chociaż żadna z przesłanek w niej występujących nie jest ogólniejsza od konkluzji.

Odrębną kategorię rozumowań zbliżonych do redukcyjnych, będących w naszym przekonaniu odmianą wyjaśniania, są rozumowania określone mianem „przez analogię”. Ten rodzaj rozumowań polega na tym, że na podstawie podobieństwa pod określonym względem niektórych następstw posiadających daną rację, stwierdzamy, że kolejne następstwo również pod tym właśnie względem podobne do rozważanych, ma tę samą rację. A oto przykład. Załóżmy, że każdy ze znanych nam oficerów artylerii zna wyższą matematykę i poznajemy Piotra, o którym wiemy, że jest oficerem artylerii; stąd wnioskujemy przez analogię właśnie, że Piotr zna też wyższą matematykę. Racją, przyjmowaną niekiedy tylko w domysle — i to bardzo niewyraźnym — jest teza, że każdy oficer artylerii zna wyższą matematykę, co rzeczywiście od czasów co najmniej Napoleona I jest zdaniem prawdziwym. Schemat formalny rozumowania przez analogię można przedstawić następująco:

a_1 jest A , ponieważ:	a_1 jest A
	a_2 jest A
	a_3 jest A

a ponadto: a_1 jest B
 a_2 jest B
 a_3 jest B
 a_4 jest B

Mówiąc bardziej opisowo: ponieważ a_1 — a_3 są analogiczne ze względu na cechę A oraz a_1 — a_4 mają jako wspólną cechę B , stąd wnosimy, że a_4 ma też (przez analogię) cechę A .

Uznając dane następstwo dlatego, że jest ono pod określonym względem podobne do innych następstw hipotetycznej racji, niekoniecznie prawdziwej, nie jesteśmy jednak zobowiązani do wzmocnienia naszego przekonania o prawdziwości racji, której owo następstwo wydawałoby się uzasadnieniem. Stwierdzając np. na podstawie obserwacji bardzo nielicznych przypadków, że ten, ów i trzeci Hiszpan, którego znamy, jest uzdolniony pod względem muzycznym, możemy przez analogię wnosić, że i czwarty, którego spotkaliśmy ma także uzdolnienia muzyczne, chociaż — co jest oczywiste — nie akceptujemy tezy, że każdy Hiszpan jest muzykalny. Teza ta bowiem mogłaby być racją dla rozważanych przez nas następstw; co najwyżej skłonni jesteśmy przyjąć hipotezę, że większość Hiszpańców ma zdolności muzyczne. Ostatnie z tych przekonań stanowiłoby już pewną odmianę tłumaczenia. Zauważamy zatem, że rozumowanie przez analogię tłumaczy dane następstwo nie za pomocą racji, lecz koniunkcji innych następstw posiadających określony zespół cech wspólny z następstwem wyjaśnianym.

Poddając krytycznej analizie rozumowanie przez analogię, prof. Kotarbiński wskazuje jednocześnie okoliczności, które sprawiają, że ten rodzaj rozumowania zasługuje na zaufanie. Są to: „ilość podobnych wzajem danych faktycznych będących punktem wyjścia rozumowania, nieobecność lub mała liczebność danych faktycznych przeciwnych, bogactwo odległych względów, pod którymi dane obiekty są podobne do siebie i do tego obiektu, na który przenosimy pewną ich własność wspólną, należenie danych obiektów i owego obiektu do tej samej wspólnoty genetycznej (...) i w ogóle wszelkie względy uzasadniające ewentualną tezę, że znaczna większość obiektów (podkreślenie S. J. S.) klasy, do której należą wspólne obiekty dane

i obiekt, o którym się czegoś przez analogię domyślamy, posiada tę własność, którą z nich na niego przenosimy”⁷¹. Szczególną uwagę chcielibyśmy zwrócić na warunek, w którym mówi się o „znacznej większości obiektów klasy” posiadających daną własność w_0 . Rozumowanie bowiem przez analogię jest uzasadnione wtedy (ze względu naturalnie na cechę w_0), gdy pozostałe przedmioty nam znane i należące do tej samej klasy nie mają negacji cechy w_0 . Jeśli zaś znajduje się wśród nich taki przedmiot, któremu przysługuje $non-w_0$, wtedy rozumowanie przez analogię ze względu na w_0 nie jest uprawomocnione. Gdybyśmy np. znali oficerów artylerii nie znających wyższej matematyki (przez matematykę wyższą rozumiemy tu rachunek różniczkowy i całkowy w zakresie co najmniej funkcji jednej zmiennej rzeczywistej, elementy geometrii analitycznej oraz algebry liniowej z teorią wyznaczników), wówczas wniosek, iż skoro Piotr jest oficerem artylerii, to Piotr jest obeznany z elementami matematyki wyższej, nie byłby w rozumowaniu przez analogię uprawomocniony. Należy stwierdzić, że w praktyce dowódczej i sztabowej niejednokrotnie spotykamy sytuacje, w których zachodzi potrzeba korzystania ze schematów wnioskowania przez analogię; stąd też należy mieć na uwadze te zastrzeżenia, które zostały wyżej poczynione co do zasadności logicznej wniosków otrzymywanych tym sposobem. Z tego np., że pięciu ujętych żołnierzy nieprzyjaciela w różnych punktach rubieży obronnej pułku i w różnym czasie (w odstępie np. kilku dni) przynależy do N -tej jednostki, możemy oczekiwać — wnioskując przez analogię — że i szósty ujęty żołnierz na tej rubieży w niezbyt odległym czasie będzie również z N -tej jednostki (pod warunkiem oczywiście, iż w tym okresie nieprzyjaciel nie dokonał przegrupowania wojsk).

Warto też odnotować, że mimo zawodności rozumowaniu przez analogię przypisuje się *inwencyjność twórczą*, przy czym hipotezy, niekiedy bardzo prowizoryczne, jakie w toku tego rozumowania powstają, należy poddać rzetelnej pod względem metodologicznym analizie, której zasadniczym punktem jest uzasadnienie owych hipotez.

⁷¹ T. Kotarbiński, *Kurs logiki dla prawników*, wyd. cyt., s. 163.

ROZUMOWANIA INDUKCYJNE

Pojęcie indukcji występujące w ogólnej metodologii nauk należy do zakresu pojęć dotyczących rozumowań określanych mianem tłumaczenia. To, co jest charakterystyczne dla tej odmiany rozumowań indukcyjnych (tłumaczących), tzn. poddawanych analizie na terenie metodologii ogólnej, polega na tym, że racja, która jest nie znana, a której poszukujemy dla znanego następstwa, jest zazwyczaj hipotezą o uogólnionej postaci.

Zazwyczaj rozróżnia się dwa rodzaje indukcji: a) enumeracyjną, tj. przez wyliczenie następstw, które daną cechę posiadają, b) indukcję właściwą. Indukcja enumeracyjna może z kolei występować w dwóch odmianach: 1) indukcji wyczerpującej, nazywanej też zupełną, 2) indukcji niewyczerpującej (niezupełnej). Załóżmy, że sprawdzamy umiejętności topograficzne elewów N-tej szkoły podoficerskiej. Każdy z elewów otrzymuje mapę z zaznaczonym punktem, którego osiągnięcie w ściśle ustalonym czasie jest zadaniem będącym treścią przeprowadzanej kontroli. Jeżeli o tej godzinie, którą ustaliliśmy w zadaniu, wszyscy elewi objęci kontrolą, znajdują się na przewidzianym punkcie terenowym, powiemy, że każdy z elewów wykonujących zadanie umie posługiwać się w sposób właściwy mapą, busolą i innymi przyrządami, jak też wiadomościami, które w wykonywaniu zadania są niezbędne (zakładamy, naturalnie, że w wykonywaniu powyższego zadania zagwarantowane zostały warunki pełnej samodzielności pracy każdego z elewów). Jest to oczywiście przykład na rozumowanie określone wyżej mianem indukcji enumeracyjnej wyczerpującej. W formie uogólnionej można by ten sposób wnioskowania zanotować za pomocą następującego schematu:

	e_1 jest W
	e_2 jest W
Ind _E (w)	e_3 jest W
	
	e_n jest W

zatem: każde e jest W

W schemacie $\text{Ind}_E(w)$ zostało przyjęte oczywiste założenie, że wszystkich e jest dokładnie n . Łatwo zauważyć, że indukcja enumeracyjna zupełna jest rozumowaniem niezawodnym, co wyodrębnia ją spośród innych rodzajów tłumaczenia, które zaliczyliśmy do rozumowań 1° — redukcyjnych i 2° — zawodnych, (jest to zresztą konsekwencją definicyjną punktu 1°). Stanowi ona zatem wyjątek wśród rozumowań redukcyjnych; nie jest to jednakże wyjątek o dużej doniosłości metodologicznej, gdyż ten rodzaj rozumowania nie ma większego znaczenia w procedurze badawczej, chociaż nie jest pozbawiony walorów praktycznych. Jeśli np. otrzymujemy zaprezentowany wyżej wynik kontroli stanu wyszkolenia pododdziału, to taka informacja nie jest bez znaczenia co do dalszych decyzji łączących się z pracą szkoleniową i dowódczą w pododdziale, który był poddany owej kontroli. Podobnie, jeśli dowódca pododdziału sprawdza stan uzbrojenia u każdego ze swych podwładnych i stwierdza, że stan ten jest dobry, to, rozumując za pomocą indukcji enumeracyjnej zupełnej, dochodzi do wniosków, które mogą być ważne z punktu widzenia zadań, jakie ma wykonać pododdział. Struktura logiczna rozumowania $\text{Ind}_E(w)$ sprowadza się zatem do utworzenia koniunkcji zdań jednostkowych będących opisowymi charakterystykami elementów danej klasy przedmiotów, po czym formułujemy zdanie będące uogólnioną postacią czynników tworzących wspomnianą koniunkcję.

Przejdźmy do omówienia następnej sytuacji dotyczącej wnioskowania indukcyjnego. Załóżmy mianowicie, iż na podstawie wyników, jakie uzyskała N -ta kompania elewów danej szkoły podoficerskiej (w zakresie np. wiedzy taktycznej), formułujemy hipotezę, iż wszyscy elewi, którzy byli objęci analogicznym programem szkolenia, mają tę wiedzę — na poziomie kompanii N -tej. Postępujemy w tym przypadku według reguł indukcji enumeracyjnej nie wyczerpującej (niezupełnej), którą symbolicznie oznaczamy: $\text{Ind}_E(nw)$.

Schemat takiego rozumowania daje się przedstawić w sposób następujący:

$\text{Ind}_E(\text{nw})$

e_1 jest W

e_2 jest W

e_3 jest W

.....

zatem: wszelkie e jest W (prawdopodobnie).

Schemat powyższy różni się od $\text{Ind}_E(w)$ w sposób zasadniczy, gdyż tu na podstawie określonej reprezentacji wnioskujemy o całości, co naturalnie, przy uwzględnieniu szeregu warunków, jakie mogą zniekształcać obraz badanych faktów, upoważnia jedynie do wniosków prawdopodobnych. Odnotujmy, że stopień zaufania do tej odmiany indukcji będzie rozmaity, w zależności od sytuacji empirycznej, w której urzeczywistniamy ten rodzaj analizy myślowej i opartego na niej rozumowania. Domyśl, że każde zwierzę jest śmiertelne, oparty na znanych dotychczas faktach śmiertelności i braku faktów przeciwnych, jest domysłem dobrze uzasadnionym, czego np. nie można powiedzieć o zdaniu: każdy pierwszy wtorek czerwca jest dniem słonecznym, gdyż ten fakt, że tak było — powiedzmy — przez ostatnie 10 lat, wcale nie stanowi dostatecznego uzasadnienia dla przyjęcia powyższego uogólnienia. Zauważmy, iż mamy przy tego rodzaju uogólnieniach wyraźne poczucie logicznej zawodności takich generalizacji. Dzieje się tak dlatego, że nie są tu spełnione warunki istotne dla nadania waloru wysokiego prawdopodobieństwa wnioskowi osiągniętym w rozumowaniu, które w tym przypadku jest rozumowaniem o dużej inwencyjności, tj. ma walory rozumowania heurystycznego (twórczego). Jakież zatem warunki powinna spełniać indukcja enumeracyjna nie wyczerpująca, aby wnioski, które w jej zakresie otrzymujemy, miały wystarczający (dla podjęcia określonych decyzji) stopień wiarogodności? Otóż prawdopodobieństwo wniosków, do których dochodzi się tym sposobem, jest tym większe: 1) im liczniejsza jest reprezentacja danych, na podstawie których dokonano uogólnienia, 2) im dane te są wzajem bardziej zróżnicowane; dążymy przy doborze danych do znacznej heterogeniczności elementów stanowiących podstawę wnioskowania, 3) im większa była rola przypadku w doborze danych, tzn. wzrasta ranga faktów stanowiących zes-

pół następstw, gdy minimalizujemy wpływ intencji przyporządkowującej dobór faktów do uprzednio przyjętej hipotezy. Uwolnienie się od ostatniego z wymienionych czynników nie jest wcale takie łatwe, jak z pozoru mogłoby się wydawać. Możemy bowiem niekiedy wbrew uświadomionym intencjom zachowywać się tendencyjnie, dokonując wyboru i selekcji faktów ze względu na hipotezę, której przypisujemy — z przyczyn np. emocjonalnych — określone preferencje. Zawsze np. chętniej uwzględniamy fakty świadczące na korzyść hipotezy o wyższości drużyny piłkarskiej będącej naszym faworytem niż uzasadniające pogląd przeciwny.

Przechodząc do charakterystyki indukcji właściwej, należy podkreślić, że jedną z jej form jest indukcja eliminacyjna. Zasady tej indukcji, w różnym ujęciu, spotyka się co najmniej⁷² u trzech autorów; są to Franciszek Bacon (1561—1626), autor dzieła *Novum Organum*, w którym jest właśnie naszkicowany schemat indukcji eliminacyjnej, F. W. Herschel (1738—1822) oraz John Stuart Mill (1806—1873), który w dziele *System logiki* ... (1843) usystematyzował ujęcia poprzednie, nadając indukcji eliminacyjnej postać wyraźnie określonych schematów wnioskowania. Otóż Mill sformułował pięć rodzajów zależności, zwanych przez niego kanonami, jakie powinny występować między racją *Z* a następstwem *w*, aby można było uznać *Z* za zdanie wystarczające dla wyjaśnienia (tłumaczenia) *w*. A oto ich rejestr: 1) kanon zgodności, 2) kanon różnicy, 3) kanon zgodności i różnicy, 4) kanon zmian towarzyszących, 5) kanon reszt. Schemat rozumowania zbudowany według kanonu zgodności, nazwijmy go warunkiem pierwszym indukcji eliminacyjnej (v_1), notuje się zazwyczaj za pomocą określonego układu symboli. Załóżmy, że litery *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, oznaczają zdarzenia będące poprzednikami czasowymi zdarzeń *a*, *b*, *c*, *d* i *e*. Te ostatnie są względem zdarzeń, *A*, *B*, *C*, *D* i *E* następnikami czasowymi. Załóżmy ponadto, że występują zależności, które podajemy w tabeli (warunek v_1).

W strukturze poniższej tabeli będącej opisem kanonu zgodności zauważamy, że w każdym z czterech wierszy po stronie

⁷² Por. T. Kotarbiński, *Wykłady z dziejów logiki*, wyd. cyt., s. 220 i n.

warunek v_1

Poprzednik czasowy	Następnik czasowy
<i>A, B, C</i>	<i>a, b, c</i>
<i>A, D, E</i>	<i>a, d, e</i>
<i>A, B, D</i>	<i>a, b, d</i>
<i>A, C, E</i>	<i>a, c, e</i>

układu poprzedników czasowych pozostaje stale *A*, inne składniki ulegają natomiast zmianie. Ale też i po stronie następników bez zmian występuje w poszczególnych układach tylko *a*; na podstawie tego wnosimy, że zdarzenie *A* łączy się (co najwyżej) z faktem *a* czy też iż *A* jest przyczyną zdarzenia *a*.

Schemat wnioskowania utworzony na podstawie kanonu różnicy — określmy go mianem warunku drugiego indukcji eliminacyjnej (v_2) — możemy zapisać w sposób następujący:

warunek v_2

Poprzednik czasowy	Następnik czasowy
<i>A, B, C, D</i>	<i>a, b, c, d</i>
<i>B, C, E</i>	<i>b, c, e</i>
<i>C, D, E</i>	<i>c, d, e</i>
<i>B, D, E</i>	<i>b, d, e</i>

Dla powyższego schematu charakterystyczne jest to, że w każdym z wierszy ilekroć nie występuje *A*, nie występuje też *a*, przy jednoczesnej zmianie czynników *B, C, D* i *E*. Ten fakt skłania do wniosku, że *a* jest zależne od *A*.

Trzeci z kolei kanon — zgodności i różnicy — zawiera w swojej strukturze dwa poprzednie. Nazwijmy go warunkiem trzecim indukcji eliminacyjnej (v_3).

Istotą postępowania wyrażającego się w akceptacji warunku trzeciego (v_3) jest, iż traktując łącznie v_1 i v_2 wzmacniamy przez to uogólnienie dotyczące faktu, że zawsze ilekroć występuje *A*, zachodzi też — jako bezpośredni następnik czasowy — zdarzenie *a*.

warunek v_3

Poprzednik czasowy	Następnik czasowy
A, B, C	a, b, c
A, D, E	a, d, e
.....	
A, B, C, D	a, b, c, d
B, C, E	b, c, e
.....	

Kanon zmian towarzyszących, niech to będzie warunek czwarty (v_4) indukcji eliminacyjnej, jest zmodyfikowaną wersją kanonu różnicy. Głosi się w nim mianowicie, że zawsze ilekroć przy zmianie np. natężenia A zmienia się również pod względem natężenia a , inne składniki rozważanego układu pozostają przy tym bez zmiany, to A jest przyczyną zmian zachodzących w a . W postaci schematu zależność tę notujemy:

warunek v_4

Poprzednik czasowy	Następnik czasowy
A_1, B, C, D	a_1, b, c, d
A_2, B, C, D	a_2, b, c, d
A_3, B, C, D	a_3, b, c, d

Indeksy występujące przy symbolach oznaczających dane zdarzenie (w poprzednikach czasowych i następnikach czasowych) stanowią miary stopnia natężenia określonej cechy, przy czym wzrost liczby (od jedności w wierszu pierwszym do trzech w wierszu trzecim) jest odpowiedni do wzrostu nasilenia się badanej cechy.

Ostatni z rozważanych kanonów, mianowicie kanon reszt, oznaczymy go symbolem v_5 (warunek piąty indukcji eliminacyjnej), polega na tym, że dla ustalenia związków między zdarzeniem A i jego następnikiem czasowym a , eliminujemy inne, skądinąd już wiadome, związki między pozostałymi elementami

układu. W postaci schematu warunek ten daje się zanotować w sposób następujący:

warunek v_5

Poprzednik czasowy	Następnik czasowy
A, B, C, D	a, b, c, d
Zawsze ilekroć B , to również	b
„ „ „ C , „ „	c
„ „ „ D , „ „	d
Istnieje zatem związek między zjawiskiem A a następującym po nim zdarzeniem a	

Należy zauważyć, że indukcja eliminacyjna w ujęciu Milla to przede wszystkim zbiór metod, za pomocą których dąży się do wykrywania związków kauzalnych między parami zdarzeń. Ten jednakże sposób rozumowania spotkał się z krytyką, zwłaszcza ze strony prof. Kotarbińskiego, który wykazuje⁷³, że nie sposób jest spełnić warunki zalecane przez poszczególne kanony, aby ustalić związek przyczynowy między poprzednikiem czasowym, jakim jest zdarzenie A , oraz jego następnikiem a . Trudności owe wynikają z tego, że w tym samym czasie, gdy rozważamy parę zdarzeń A i a , występuje wiele oddziaływań, których nie możemy nie uwzględnić, a które również mogą mieć wpływ na a . Nie wchodząc szerzej w analizę i krytykę założeń indukcji eliminacyjnej (zainteresowanemu tą sprawą czytelnikowi proponujemy wymienioną w odsyłaczu 73 literaturę), dodajmy, że jej pożyteczność jest wyraźna wtedy, gdy rozważane zdarzenia dadzą się zinterpretować jako układy, które w języku cybernetyki (H. Greniewski) nazywa się układami względnie odosobnionymi⁷⁴. Możemy bowiem opierając się na danych empirycznych ustalić, jakie zależności przy rozpatrywaniu danej pary zdarzeń są mało prawdopodobne (w sensie oczywiście zależności przyczynowo-skutkowych), a jakie mogą występować w interesującym nas układzie. Wpływ, jaki wywiera np. przyciąganie

⁷³ T. Kotarbiński, *Wykłady z dziejów logiki*, wyd. cyt., s. 238 i n.

⁷⁴ Por. H. Greniewski, *Elementy cybernetyki*, Warszawa 1959.

grawitacyjne na zachowanie się danego zespołu osób (mamy przy tym na uwadze zespół zorganizowany i wykonujący określone zadanie), jest stały i może być z powodzeniem pominięty, gdy przedmiotem naszego zainteresowania są przyczyny stanów konfliktowych między niektórymi osobnikami tego zespołu. Przy takim podejściu do kanonów Milla ich ważność pragmatyczna może się okazać w niektórych, niezbyt skomplikowanych sytuacjach znaczna.

Rozdział 3

O PROBABILISTYCZNYCH ASPEKTACH WYJAŚNIANIA LOGICZNEGO

Zważywszy na szeroką stosowalność różnych procedur polegających na zastosowaniu logicznego pojęcia wyjaśniania, poświęcimy nieco uwagi jednej z odmian tego pojęcia, mianowicie wyjaśnianiu probabilistycznemu. Powiedzieliśmy wyżej, że wyjaśnianie jako sposób rozumowania redukcyjnego charakteryzuje się tym, że przebiega od następstwa (znanego) do racji (nie znanej), przy czym sytuacja powstaje tu tego rodzaju, że za pomocą następstwa uzasadniamy rację; stąd wyjaśnianie należy do rozumowań regresywnych i zawodnych.

Zazwyczaj ilekroć dążymy do wyjaśnienia za pomocą zdań $Z(p)$ określonego faktu (zdarzenia lub zjawiska), który to fakt może być opisany np. za pomocą zdania q , i jeśli stwierdzamy, że q jest prawdziwe, zapytujemy: dlaczego q ? Poszukujemy zatem racji p dla zdania q , przyjmując jako przesłankę wyводу owo właśnie zdanie q opisujące dany fakt. Otóż członami tak skonstruowanego rozumowania jest związek, naturalnie prawdopodobny, inaczej: probabilistyczny, określany przez implikację postaci: „jeśli p to q ” oraz zdanie, którego symbolem jest q . Z przeprowadzonej wyżej ogólnej charakterystyki rozumowań redukcyjnych wiemy, że prawdziwość zdania q nie uzasadnia w pełni p . Innymi słowy, z tego, że q prawdziwe, nie możemy w sposób stanowczy wnioskować o prawdziwości p . Niech następujący przykład zilustruje ten rodzaj zależności. Załóżmy, że po wycelowaniu do tarczy pociąg-

nęliśmy za język spustowy pistoletu, ale strzał nie nastąpił, co w tym przypadku potraktujemy jako zdarzenie opisywane przez q . Zapytajmy: dlaczego pistolet nie odpalił? Jest oczywiste, że odpowiedź na to pytanie będzie wyjaśnieniem zdarzenia stwierdzonego przez q . Będzie tak mianowicie wtedy, gdy zdanie będące odpowiedzią okaże się prawdziwe. Poszukując owego wyjaśnienia, poddamy analizie sytuację, w której zaszło owo zdarzenie. Nieco upraszczając rzeczywistą sytuację empiryczną, możemy przyjąć, że przyczyną nieodpalenia mogło być: niezbić przez iglicę spłonki naboju, wilgotność prochu znajdującego się w naboju, wilgotność spłonki i wreszcie powód niemal humorystyczny — brak naboju w komorze naboowej. Każda z tych przyczyn, wzięta oddzielnie może spowodować, jak wiadomo, zajście opisywanego faktu, tj. nieodpalenie naboju. Otóż przed sprawdzeniem, dlaczego nie nastąpił wystrzał, możemy tylko z pewnym prawdopodobieństwem wnioskować, że przyczyną jest np. uszkodzenie iglicy.

Doszliśmy zatem do nowego w naszych wywodach pojęcia, mianowicie pojęcia prawdopodobieństwa zajścia danego zdarzenia. Nadmienmy, że teoria prawdopodobieństwa jest jedną z intensywnie rozwijających się dziedzin matematycznych i że polska szkoła matematyczna ma w tym rozwoju niemały udział⁷⁵. Zwróćmy tu przede wszystkim uwagę, że pojęcie prawdopodobieństwa może być rozumiane w dwojaki sposób, mianowicie jako prawdopodobieństwo subiektywne oraz prawdopodobieństwo obiektywne. W znaczeniu subiektywnym, nazywanym także psychologicznym, dane zdarzenie A ma taki a taki stopień prawdopodobieństwa u danej osoby to tyle co: o zajściu zdarzenia A owa osoba jest przekonana w takim właśnie stopniu. Wśród znaczeń obiektywnych wyróżnia się kilka interpretacji i na niektóre z nich zwrócimy uwagę. Pierwszą wymieńmy interpretację matematyczną; w tym znaczeniu pojęcie prawdopodobieństwa, analogicznie do innych pojęć podstawowych matematyki, precyzuje się za pomocą odpowiedniej aksjomatyki. Jeśli np. przyjmujemy, że rozważane zdarzenie A daje się różnicować na k zda-

⁷⁵ Ważne znaczenie dla rozwoju tej teorii miały prace Stefana Mazurkiewicza, np. *Podstawy rachunku prawdopodobieństwa*, (opracowanie Jerzego Łosia), Warszawa 1956.

rzeń elementarnych należących do pełnego zbioru zdarzeń zawierającego n elementów, przy czym $k \leq n$, wówczas prawdopodobieństwo zdarzenia A będzie liczbą ułamkową, w której liczniku jest k , a w mianowniku n . Innymi słowy, prawdopodobieństwo zdarzenia A wyrazi się wtedy ułamkiem k/n . Otóż podstawowe własności tak rozumianego prawdopodobieństwa charakteryzuje się zazwyczaj za pomocą następującej aksjomatyki. Przyjmując, że litera Z oznacza pełny zbiór zdarzeń, a V zdarzenie niemożliwe, piszemy:

$$\begin{array}{ll} A_1^p & 0 \leq P(A) \leq 1 \\ A_2^p & P(Z) = 1 \\ A_3^p & P(V) = 0 \\ A_4^p & P(A+B) = P(A) + P(B) \end{array}$$

Aksjomat pierwszy dotyczy faktu, iż prawdopodobieństwo zdarzenia A jest liczbą nie mniejszą od zera i nie większą od jedności. W aksjomacie drugim głosi się, że prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na zajściu któregośkolwiek ze zdarzeń zbioru pełnego jest zdarzeniem pewnym, czyli wyraża się jednością. Aksjomat trzeci informuje, że prawdopodobieństwo zdarzenia niemożliwego równe jest zeru. I wreszcie w aksjomacie czwartym stwierdza się, że jeśli zdarzenia A i B wyłączają się, to prawdopodobieństwo sumy zdarzeń A i B równe jest sumie prawdopodobieństw tych zdarzeń; w przypadku natomiast, gdy takie zjawisko (wykluczania) nie zachodzi, liczba będąca sumą prawdopodobieństw będzie większa od liczby reprezentującej prawdopodobieństwo sumy, co za pomocą wzoru (dla dwu zdarzeń) zapiszemy:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

Suma prawdopodobieństw dwu zdarzeń A i B nie wykluczających się jest zatem większa od prawdopodobieństwa sumy tych zdarzeń o prawdopodobieństwo iloczynu zdarzeń A i B .

Dla zilustrowania wprowadzonych wyżej pojęć założmy, że dokonano jednorazowego rzutu dwiema rzetelnymi i rozróżnial-

nymi monetami. Zbiór zdarzeń elementarnych jest wtedy zbiorem czteroelementowym:

$$\begin{array}{cc} 0 & 0 & R & 0 \\ 0 & R & R & R \end{array}$$

Prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia polegającego na otrzymaniu np. w jednym rzucie dwu orłów jest równe $1/4$, orła zaś i reszki $1/2$, tj. na pierwszej monecie orła, a na drugiej reszki, lub odwrotnie: na pierwszej reszki, na drugiej — orła. Prawdopodobieństwo natomiast zdarzenia polegającego na wyrzuceniu orła lub reszki na którejkolwiek z monet jest liczbą równą jedności, gdyż zajście tego zdarzenia w rozważanym układzie jest zdarzeniem pewnym.

Jeśli zdarzenia A i B mogą zachodzić jednocześnie, tzn. zajście np. zdarzenia A nie wyklucza zajścia zdarzenia B , i jeśli ponadto zdarzenie A zachodzi dla k_1 spośród n równie możliwych zdarzeń elementarnych, natomiast B realizuje się w k_2 przypadkach też z n możliwych, to wtedy właśnie może powstać taka sytuacja, że zbiory zdarzeń realizujących się, tj. A i B , nie będą zbiorami rozłącznymi, co możemy też zapisać: $AB \neq 0$. Zależność tę, dotyczącą realizacji dwóch zdarzeń nie wykluczających się, można przedstawić za pomocą następującego wzoru:

$$P(A+B) \leq P(A)+P(B) = P(A)+P(B) - P(AB)$$

Zauważmy, że iloczynem dwu zdarzeń, A i B , podobnie zresztą jak w algebrze zbiorów, nazywamy zdarzenie takie, w którym występują zdarzenia elementarne należące jednocześnie do A i do B . Dla naszych wywodów założmy, że w k_1 oraz k_2 przypadkach realizacji odpowiednio zdarzeń A i B mamy m zdarzeń takich, które są częścią wspólną A i B . Przy tym założeniu prawdopodobieństwo sumy A i B daje się ująć w postaci następującego wzoru, będącego naturalnie zastosowaniem ostatniej z podanych formuł:

$$P(A+B) = \frac{k_1 + k_2 - m}{n} = \frac{k_1}{n} + \frac{k_2}{n} - \frac{m}{n}$$

gdzie — jak z łatwością spostrzegamy, $P(A) = \frac{k_1}{n}$, $P(B) = \frac{k_2}{n}$,

$P(AB) = \frac{m}{n}$. Dla uproszczenia rozważań założmy, że zdarzenia

A i B są niezależne, tzn. zajście jednego z tych zdarzeń nie wywiera wpływu na zajście drugiego; wtedy prawdopodobieństwo iloczynu zdarzeń A i B będzie równe iloczynowi prawdopodobieństw zajścia zdarzenia A oraz B , co notujemy:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$$

Mając sformułowane pojęcie prawdopodobieństwa iloczynu dwu zdarzeń niezależnych, możemy przejść do zilustrowania omówionego wyżej pojęcia prawdopodobieństwa sumy zdarzeń nie wykluczających się. Uczyńmy to na przykładzie zaczerpniętym z dziedziny działań militarnych. Założmy mianowicie, że z dwu dział możemy jednocześnie prowadzić ogień do samolotu przeciwnika. Założmy ponadto, że każde działo jest w takiej sytuacji, iż trafia w samolot trzema z pięciu wystrzelonych pocisków. Zakładamy też, iż zdarzenia A_1 i A_2 polegają na trafieniu w samolot odpowiednio przez działo I i działo II. Na podstawie tego, co zostało już wyżej powiedziane, jest oczywiste, że każde z tych dwu zdarzeń jest niezależne od pozostałego, jak też i to, iż zdarzenia te się nie wykluczają. Zapytajmy zatem, jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że samolot został trafiony przy jednorazowej salwie z obu dział. Prawdopodobieństwo owego zdarzenia obliczymy posługując się wprowadzonymi wyżej formułami na prawdopodobieństwo sumy dwu zdarzeń nie wykluczających się. Na podstawie przyjętych założeń wiadomo, że $P(A_1) = P(A_2) = 3/5$. Podstawiając tę liczbę do wzoru, otrzymujemy:

$$P(A_1 + A_2) = \frac{3}{5} + \frac{3}{5} - \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{5} - \frac{9}{25} = \frac{30 - 9}{25} = \frac{21}{25}$$

Wykazaliśmy w ten sposób, że w sytuacji scharakteryzowanej za pomocą przyjętych założeń prawdopodobieństwo trafienia jedną salwą z obu dział w samolot przeciwnika wynosi 0,84, podczas gdy prawdopodobieństwo trafienia z jednego działła równe jest 0,6.

Po tych uwagach dotyczących matematycznej interpretacji pojęcia prawdopodobieństwa, które *notabene* jest osnową innych znaczeń, powróćmy do analizy tego pojęcia i jego wieloznacznych ujęć. Otóż należy odnotować — na co zwraca uwagę również prof. Kotarbiński⁷⁶ — że w jednym ze znaczeń nadaje się pojęciu prawdopodobieństwa *sens metodologiczny*. A jest tak wtedy, gdy prawdopodobieństwo dotyczy stopnia uzasadnienia hipotezy naukowej. W tym znaczeniu powiemy, że hipoteza H_1 jest bardziej prawdopodobna od hipotezy H_2 , co notujemy $P(H_1) > P(H_2)$, gdy jest tak, że istnieją racje lepiej uzasadniające hipotezę H_1 od hipotezy H_2 . Logików i metodologów interesują niektóre zastosowania teorii prawdopodobieństwa do budowy schematów wnioskowania. Z tym łączy się odmiennosc w rozumieniu pojęcia prawdopodobieństwa. To, co jest charakterystyczne dla interpretacji tego pojęcia w logice, polega na tym, że prawdopodobieństwo dotyczy w tym przypadku zdań. Idzie mianowicie o prawdopodobieństwo zdania prawdziwego lub fałszywego w ustalonym zbiorze zdań logicznych. W ten sposób, rozważając prawdopodobieństwo prawdziwości zdania p ze względu na pewien zbiór zdań U_z i przesłankę q , dążymy do znalezienia takiej liczby u , która wskazywałaby stosunek podzbioru zdań prawdziwych do ogólnej liczby zdań występujących w zbiorze U_z . W przykładzie dotyczącym przyczyn nieodpalenia pistoletu zbiór U_z jest czteroelementowy; stąd prawdopodobieństwo tego, że jedno z tych zdań (przy założeniu naturalnie, iż każde z nich jest równie prawdopodobne) lub co najmniej jedno jest prawdziwe, wynosi $1/4$. Przypomnijmy, że przyjęliśmy założenie, iż tylko alternatywa (nierozłączna) przyczyn przez owe cztery zdania opisywanych mogła spowodować nieodpalenie.

W zapisie za pomocą symboli logicznych stosujemy do określenia prawdopodobieństwa racji następującą formułę:

$$q \xrightarrow{u} p$$

co czytamy: jeśli q , to prawdopodobnie p w stopniu u . Posługując się powyższą formułą oraz korzystając z podanego wyżej

⁷⁶ T. Kotarbiński, *Kurs logiki dla prawników*, wyd. cyt., s. 154.

przykładu, powiemy: jeśli wystrzał nie nastąpił (q), to prawdopodobieństwo tego, że spłonka jest wadliwa (np. wilgotna), równa się 0,25. Rozważaną tu implikację nazywamy⁷⁷ implikacją prawdopodobieństwa.

Uogólniając możemy powiedzieć, że wyjaśnianie probabilistyczne jest rozumowaniem, w którym jeśli racją dla q jest p (natomiast przesłanką dla p jest q), to zdanie symbolizowane przez q uprawdopodobnia rację p w stopniu u . Scharakteryzowaną w ten sposób procedurę wyjaśniania możemy, posługując się środkami zapisu formalnego, przedstawić w postaci następującego twierdzenia metodologicznego (T_m):

$$T_m: (p \rightarrow q) \rightarrow \bigvee_u (q \overset{u}{\rightarrow} p)$$

Tezę T_m czytamy: jeśli p jest racją dla q (z p wynika q), to istnieje takie u , że jeśli zachodzi q , to zachodzi prawdopodobnie p w stopniu u . W wyrażeniu T_m litera u — jest — jak łatwo zauważyć — symbolem liczby będącej miarą prawdopodobieństwa racji p dla zdania (następstwa) q .

Na podstawie tezy T_m możemy sformułować — podobną pod względem budowy logicznej do R_4 — regułę wnioskowania prawdopodobieństwowego dla rozumowań wyjaśniających. Regułę tę, którą będziemy nazywać probabilistyczną regułą wnioskowania, notujemy w sposób następujący:

$$R_m: \frac{(p \rightarrow q) \rightarrow \bigvee_u (q \overset{u}{\rightarrow} p) \quad (p \rightarrow q)}{\bigvee_u (q \overset{u}{\rightarrow} p)}$$

Trzeci wiersz reguły R_m jest hipotezą wyjaśniającą zdanie q przez rację p w stopniu u . Wyjaśnienie w tym przypadku ma wartość probabilistyczną mieszczącą się w przedziale liczbowym $(0, 1)$, przy czym pełne wyjaśnienie zdania q przez rację p następuje wtedy, gdy $u = 1$, tzn. gdy p jest racją niezawodną dla q . W przypadku zaś gdy $u = 0$, zdanie p jest bezwartościowe dla wyjaśnienia q . Innymi słowy — zdanie p należy

⁷⁷ Por. T. Czeżowski, *Logika. Podręcznik dla studiujących nauki filozoficzne*, wyd. cyt., s. 203 i n.

odrzuć jako rację dla zdania *q*. Na tym kończymy charakterystykę niektórych aspektów metodologicznych — dotyczących bowiem uzasadnień — rozumowań, polegających na wyjaśnianiu jednych zdań, uznanych za prawdziwe, za pomocą drugih, które przyjmujemy hipotetycznie jako racje dla tych pierwszych; należy zauważyć, że zazwyczaj przyjmując hipotetyczne racje czynimy to na podstawie ogólniejszych, znanych nam, zależności, na mocy których te właśnie, a nie inne racje uzyskują — wedle naszych przekonań — określone preferencje w stosunku do wyjaśnianych faktów.

Rozdział 4

O METODOLOGICZNEJ WAŻNOŚCI OBSERWACJI I EKSPERYMENTU

Z pojęciem wyjaśniania jako jednej z odmian rozumowania uzasadniającego łączy się pojęcie obserwacji i eksperymentu. Sposób rozumienia tych pojęć w języku ogólnej metodologii nauk jest określony rolą, jaką odgrywają procedury odpowiadające owym pojęciom. Przez obserwację np. rozumie się pewien typ postrzegania, mianowicie jest to takie postrzeganie, które urzeczywistniamy według ustalonego planu. Rozumiane w ten sposób pojęcie obserwacji jest poddawane dalszej analizie, w wyniku której przeprowadza się następujące rozróżnienia. Obserwacja może być mianowicie bezpośrednia albo pośrednia, zewnętrzna lub też wewnętrzna (introspekcja). Dana osoba dokonuje obserwacji zewnętrznej bezpośredniej przedmiotu *P* wtedy, gdy spostrzega — zgodnie z uprzednio przygotowanym planem — przedmiot *P*. Jeśli np. dowódca baterii spostrzega gołym okiem serię wybuchów pocisków w przewidywanym czasie i w okolicy, w której te wybuchy powinny nastąpić, powiemy, że dowódca baterii dokonuje obserwacji bezpośredniej zdarzenia, jakim jest właśnie owa seria wybuchów pocisków w rejonie celu. Podobnie postępuje np. instruktor prowadzący zajęcia z wychowania fizycznego, który śledzi (postrzega) poszczególne ruchy ćwiczącego żołnierza (np. jego

wysiłki na poręczach), aby wyłowić chyty nieprawidłowe, nie-ekonomiczne i w ten sposób przyczynić się — przez odpowiednie poinstruowanie — do podwyższenia sprawności ćwiczącego żołnierza.

Powiemy, że dana osoba dokonuje obserwacji zewnętrznej pośredniej przedmiotu *P* wtedy, gdy bądź na podstawie dokumentów lub innych śladów podejmuje zadanie wyjaśnienia zdarzeń, o których się mówi w owych dokumentach albo które pozostały jakieś inne świadectwo swojej bytności czasowo-przestrzennej, bądź jest tak, że dokonuje się tej obserwacji za pomocą odpowiedniej instrumentalizacji (np. w astronomii). Tenże dowódca baterii uzbrojony w lornetę nożycową będzie dokonywał również obserwacji — znacznie dokładniejszej — eksplozji pocisków, jednakże będzie to już obserwacja pośrednia zewnętrzna. Jeśli natomiast obserwator śledzący na wybranym odcinku zdarzenia zachodzące po stronie przeciwnika słyszy huk motorów charakterystyczny dla silników czołgowych i na tej podstawie formułuje domysł, że nieprzyjaciel wprowadza na obserwowany odcinek jednostki pancerne, powiemy wtedy, że jest to obserwacja pośrednia, tłumacząca dane fakty za pomocą innych faktów pozostających z pierwszymi w określonych związkach przyczynowo-skutkowych. Innymi słowy, na podstawie znaku (śladu), jakim jest praca silników, wnioskuje się o podejściu (zajściu faktu bezpośrednio nie obserwowanego) do danego odcinka naszej obrony jednostek pancernych lub zmotoryzowanych wojsk przeciwnika.

Obserwacja wewnętrzna może być również prowadzona za pośrednictwem pewnej instrumentalizacji, powiemy wtedy, że jest ona pośrednia, jak też możemy jej dokonywać niejako „na żywo”, a więc w sposób bezpośredni. Otóż obserwujemy w sposób pośredni stan np. naszych przeżyć myślowych, gdy słuchamy odtwarzanej z taśmy magnetofonowej prelekcji, którą, powiedzmy, wygłosiliśmy w dniu wczorajszym, lub też gdy obserwujemy — *post factum* — nasze zachowanie podczas wykonywania określonych zadań odtwarzane *hic et nunc* za pomocą taśmy filmowej lub magnetowidu. Stan np. zdenerwowania daje się obserwować za pomocą odpowiednich urządzeń do pomiaru przewodności

ci elektrycznej ciała. Jest to możliwe dlatego, iż podczas zdenerwowania następuje przyśpieszona praca serca, co powoduje odpowiednio szybsze krążenie krwi. Z kolei prowadzi to do zwiększenia wilgotności naskórka; wilgotność przyczynia się do lepszej przewodności elektrycznej, ta zaś daje się już dość dokładnie mierzyć za pomocą odpowiednich instrumentów. Mając ustalone zależności między stopniem wilgotności naskórka a stanem zdenerwowania, możemy z łatwością obserwować nasze stany wewnętrzne za pośrednictwem tak skonstruowanej instrumentalizacji, czyli w sposób pośredni. Dokonujemy zaś obserwacji wewnętrznej bezpośredniej wtedy, gdy np. stwierdzamy, że ta a ta piosenka wywołuje w nas przyjemne uczucia, po prostu nie tylko bawi, ale i wzrusza, podczas gdy inna nie daje takich skutków. Albo też jeśli chcemy np. przekonać się, który z dwu gatunków jabłek bardziej nam odpowiada, kosztujemy owoce pierwszego i drugiego gatunku, prowadząc jednocześnie obserwację zachodzących w nas zjawisk smakowych. Jest to naturalnie również przykład na obserwację wewnętrzną bezpośrednią.

Zwróćmy tu uwagę, że nie każde spostrzeganie nazwiemy obserwacją; zastrzeżenie to jest zresztą prostą konsekwencją przyjętego wyżej określenia pojęcia obserwacji jako *s p o s t r z e g a n i a p l a n o w e g o*, tj. podporządkowanego określönemu celowi. Idąc np. ulicą, spostrzegamy przejeżdżające obok autobusy, tramwaje lub przechodzące osoby, jednakże spostrzegane w tym przypadku fakty nie mają dla nas istotnego znaczenia; nie są bowiem ujęte w usystematyzowany ze względu na dany cel ciąg zdarzeń, tzn. nie tworzą całości uporządkowanej na podstawie uprzednio przyjętego schematu procedury obserwacyjnej. Może co prawda zdarzyć się, i w sytuacjach militarnych to się zdarza, że przypadkowe spostrzeżenie zainicjuje proces obserwacji. Jeśli np. ktoś spostrzeże, że z okna domu mieszkalnego wydobywają się kłęby dymu, a wewnątrz słyhać żałosny krzyk dziecka, to uzna takie spostrzeżenie za obserwację bardzo istotną dla podjęcia decyzji do natychmiastowego działania — przede wszystkim zaalarmowania osób będących w najbliższym otoczeniu, powiadomienia straży pożarnej, jak też pośpieszenia z osobistą pomocą. Podobnie — chociaż z całkiem innej dziedziny — jeśli pilot

wojskowy, prowadząc rozpoznanie stanowisk artyleryjskich nieprzyjaciela, wykryje nieoczekiwane wyrzutnie rakiet taktycznych, to nie może nie zmienić przyjętego uprzednio planu obserwacji i dalszych, łączących się z tym działań. W ten sposób wykazaliśmy, że niektóre spostrzeżenia nieplanowe mogą wpływać zasadniczo bądź na procedurę obserwacji, modyfikując ją odpowiednio do nowej sytuacji, bądź zainicjować obserwację i działanie całkiem nieoczekiwane, tym bardziej nie ujęte żadnym planem.

Z pojęciem obserwacji jako spostrzegania planowego, tj. takiego, za pomocą którego poszukuje się odpowiedzi na określone pytanie, łączy się pojęcie eksperymentu. Co to jest zatem eksperyment? Mówiąc ogólnie, eksperymentem w znaczeniu metodologicznym nazywa się postępowanie badawcze polegające na zmianie lub sekwencji zmian — w danej sytuacji jednego z czynników, aby w ten sposób sprawdzić hipotezę co do następstw owych zmian. Dodajmy, że poprawność przeprowadzenia eksperymentu będzie zachowana wtedy, gdy inne czynniki, których wpływu na przebieg eksperymentu nie wyklucza się, są poddane kontroli; stąd zazwyczaj w sytuacjach badań eksperymentalnych mamy dwie grupy czynników: grupę eksperymentalną i kontrolną.

W rozwoju dziejowym nauki problem eksperymentu jako metody postępowania naukowego został wyraźnie sformułowany w w. XVI przez Franciszka Bacona; od niego np. pochodzi pojęcie eksperymentu rozstrzygającego (krzyżowego), nazywanego niekiedy *experimentum crucis*. Dużą rangę przypisywał metodom eksperymentalnym, zwłaszcza w fizyce i chemii, francuski filozof o orientacji materialistycznej J. d'Alembert (1717—1783). Poznawczymi walorami eksperymentu zajmował się też A. Comte (1798—1857), znany również z tego, że zapoczątkował rodzaj refleksji nad rozwojem społecznym, którą to refleksję nazwał socjologią. Doniosłość jednakże oraz zakres zastosowań eksperymentu w dociekaniach naukowych znalazły systematyczne ujęcie u wspomnianego już J. S. Milla. Właśnie ugruntowaniu metod eksperymentalnych miały służyć i służyły sformułowane przez niego zasady indukcji eliminacyjnej (kanony). Nadmienmy, że we

współczesnej nauce eksperyment jako metoda postępowania badawczego znajduje szerokie zastosowanie, i to nie tylko w naukach przyrodniczych, ale też społecznych, zwłaszcza takich jak socjologia i psychologia. W wojsku metody eksperymentalne znajdują zastosowanie głównie w dyscyplinach społeczno-pedagogicznych.

Ze względu na cele badawcze eksperymenty dzieli się na cztery następujące grupy:

- a) diagnostyczne
- b) jakościowe
- c) ilościowe
- d) rozstrzygające (*experimentum crucis*).

Dany eksperyment jest diagnostyczny wtedy, gdy za jego pomocą oraz na podstawie dotychczasowej wiedzy w zakresie rozważanej dziedziny dążymy do zaklasyfikowania badanego faktu do określonej grupy lub do ustalenia własności, jakie przysługują badanym faktom. Jeśli np. przedmioty należące do klasy *X* posiadają określoną własność lub zachowują się (w przypadku np. osób) w pewien charakterystyczny sposób, to aby przekonać się, czy przedmiot *a* należy do *X*, wystarczy sprawdzić, jak *a* zachowuje się w określonej sytuacji lub czy *a* ma własność przysługującą innym przedmiotom zbioru *X*. Załóżmy, że zbiór *X* to ogół strzelców wyborowych batalionu *N*, natomiast *a*, niech nim będzie Jan, to żołnierz, co do którego nie mamy pewności, czy spełnia on nadal warunki strzelca wyborowego. Aby uwolnić się od tej wątpliwości, wystarczy sprawdzić, czy Jan strzela nadal, tak jak jest to wymagane od strzelca wyborowego. A oto inny przykład. Badając własności chemiczne i fizyczne gruntu księżycowego, ustalamy przynależność poszczególnych minerałów do znanych nam już na Ziemi jak też odkrywamy nowe, których dotychczas nie znaleźliśmy. Szeroko stosowane są eksperymenty diagnostyczne w pedagogice, gdzie za pomocą grup eksperymentalnych i kontrolnych ustala się np. efektywność danej metody nauczania, czyli jej zaklasyfikowanie (lub nie) do metod efektywnych.

Eksperymenty, za pomocą których wykrywamy zależności jakościowe, polegają na tym, że zmieniając np. natężenie jednego składnika danego układu (względnie odosobnionego) badamy jed-

nocześnie, jak zachowuje się drugi składnik. Jeśli np. badanym układem jest obwód prądu elektrycznego oraz przedmiotem eksperymentu jest wykrycie zależności (jakościowej) między natężeniem prądu a jasnością świecenia żarówki, to zmieniając taki czynnik jak natężenie, który jest w tej sytuacji czynnikiem uzależniającym, obserwujemy jednocześnie, jak „zachowuje się” czynnik uzależniony, mianowicie jasność żarówki. Podobnie dzieje się wtedy, gdy np. zmieniamy objętość danego naczynia napełnionego gazem po to, aby zaobserwować, jak będzie zmieniał się drugi czynnik — ciśnienie.

Eksperymenty dotyczące zależności ilościowych (niekiedy zależności te mogą występować łącznie z jakościowymi) są obecnie analizowane we współczesnej metodologii nauk; mają zwłaszcza dominującą pozycję wśród innych metod w tych dziedzinach, w których istotną rolę odgrywa pomiar. Chcąc np. ustalić wpływ wzrostu temperatury na zwiększenie się objętości danego metalu, mierzymy ów metal przed i po ogrzaniu, wykrywając w ten sposób wspomnianą zależność. Podobnie postępuje np. lekarz, gdy mierzy pacjentowi tętno przed i po wykonaniu kilkunastu przysiadów. Należy też odnotować, iż przytoczone tu przykłady są jednocześnie ilustracją jednej z zasad indukcji eliminacyjnej, mianowicie zasady nazywanej kanonem zmian towarzyszących.

I wreszcie eksperyment rozstrzygający (*experimentum crucis*), co dosłownie należałoby przetłumaczyć — eksperyment krzyżowy, dotyczy sytuacji, gdy mając dwie konkurencyjne hipotezy H_1 i H_2 należy ustalić (właśnie drogą eksperymentalną), która z tych hipotez lepiej tłumaczy dany fakt. Zazwyczaj metodologowie (K. Ajdukiewicz⁷⁸) jako przykład ilustrujący ten typ eksperymentu przytaczają rozstrzygnięcie sporu między zwolennikami korpuskularnej (cząsteczkowej) teorii światła, wywodzącej się od I. Newtona (1642—1727), a zwolennikami teorii falowej, której twórcą był holenderski fizyk i matematyk Ch. Huygens (1629—1695). Spór rozstrzygnął (zgodnie z ówczesną wiedzą) na korzyść teorii falowej fizyk francuski J. Foucault (1819—1868), znany w historii nauki również z tego, że za pomocą specjalnie skonstruowanego wahadła wykazał, iż Ziemia znajduje się w ruchu

⁷⁸ K. Ajdukiewicz, *Logika pragmatyczna*, wyd. cyt., s. 231 i n.

obrotowym. Przebieg rozumowania popartego eksperymentem był następujący. Na podstawie ówczesnej wiedzy o optyce występujące w fizyce zjawisko załamywania się promienia świetlnego przy przejściu z powietrza do wody w kierunku linii pionowej dawało się wytłumaczyć — przy założeniu teorii korpuskularnej — tylko wtedy, gdy przyjmowało się hipotezę, iż szybkość promienia świetlnego w powietrzu jest mniejsza niż w wodzie. W przypadku zaś teorii falowej to samo zjawisko znajduje wyjaśnienie przy przyjęciu hipotezy (konkurencyjnej względem newtonowskiej), że szybkość promienia świetlnego jest większa w powietrzu niż w wodzie. Rozstrzygające znaczenie eksperymentu Foucaulta polega na tym, że zmierzył on szybkość promienia świetlnego w powietrzu i w wodzie wykazując tym sposobem, że światło w wodzie rozchodzi się wolniej niż w powietrzu, co ostatecznie obaliło teorię (hipotezę) Newtona, a wzmocniło hipotezę Huygensa.

Na oddzielne omówienie zasługuje tzw. e k s p e r y m e n t m y ś l o w y. Polega on mianowicie na tym, że wyobrażamy sobie jakąś sytuację problemową i poprzez zmiany dokonywane w myśli analizujemy przypuszczalne ich następstwa; kierujemy się przy tym ogólniejszymi zależnościami, jakie łączą domniemane następstwa z czynnikami, co do których zakładamy, że powodują owe następstwa. Zauważmy, że tak właśnie postępujemy podczas wszelkich gier wojennych. Jeśli np. decyzja kontrolowanego dowódcy jest wyraźnie nietrafna, podajemy decydentowi skutki tej decyzji w postaci domniemanych następstw, którymi w tym przypadku są odpowiednie niepowodzenia i straty dowodzonych przez niego oddziałów. Postępujemy tak dlatego, że istnieją ogólne zależności między daną decyzją (trafną lub nietrafną) a sytuacją wojsk na polu walki. I konsekwencje podejmowanych decyzji — przy założeniu, że strona przeciwna działa również w sposób racjonalny (a innego założenia przyjmować nie należy) — dają się przewidywać z dość dużą dokładnością, co ma oczywiście nie-małe znaczenie kształcące dla dowódców biorących udział w tego rodzaju grach, jak też umożliwia optymalizację działań militarnych w ich fazie preparacyjnej. W sytuacjach bowiem walk rzeczywistych wszelkie omyłki — mimo ich również kształcącego

waloru — są nieporównywalnie kosztowniejsze; ceną ich bowiem może się stać życie żołnierza.

Problematyka dotycząca zastosowania metod eksperymentalnych w pracy wychowawczej i szkoleniowej wojsk stanowi oddzielną dziedzinę badań. Uwagi nasze traktujące o tym zagadnieniu ograniczyliśmy jedynie do naszkicowania niektórych pojęć z tego zakresu oraz wskazania wybranych procedur postępowania z zastosowaniem eksperymentu.

Rozdział 5

O NIEKTÓRYCH BŁĘDACH POPEŁNIANYCH W ROZUMOWANIACH

Wszelkie poprawne rozumowanie powinno spełnić dwa następujące warunki: 1) przyjęte w owym rozumowaniu przesłanki powinny być nie tylko prawdziwe, lecz także przekonywająco uzasadnione, 2) między przyjętymi przesłankami a wnioskami powinna istnieć zależność logiczna. Jeśli np. rozumowanie jest dedukcyjne, między przesłankami a wnioskiem (konkluzją) powinien zachodzić stosunek racji do następstwa określony przez odpowiednią formułę implikacyjną, będącą tezą w danej dziedzinie wiedzy. Otóż niespełnienie któregośkolwiek z tych warunków powoduje powstanie błędu w rozumowaniu. Zwrócimy uwagę na niektóre tylko z nich. Jeśli np. przesłanki są fałszywe, błąd, który wtedy powstaje, określamy mianem błędu materialnego w rozumowaniu. Wystarczy więc wykazać, że w danym wywodzie (nawet formalnie poprawnym) przesłanki są fałszywe, a wniosek na nich oparty może, chociaż nie musi być (z fałszywych przesłanek bowiem wniosek może być prawdziwy, lecz nie odwrotnie) uchylony. Jednym zaś z przypadków błędu polegającego na tym, że przesłanki nie są dostatecznie uzasadnione — co nie wyklucza naturalnie, że są prawdziwe — jest błąd (jako szczególny rodzaj błędu materialnego), zwany *petitio principii*, co w swobodnym przekładzie znaczy tyle, co postulowanie uzasadnienia przesłanki jako podstawy konkluzji. Dzieje się tak wtedy, gdy 1^o — skądinąd wiadomo, że zdania wystę-

pujące jako przesłanki nie zasługują (z oczywistych względów logicznych) na tę rolę, po prostu nie są wystarczająco uzasadnione, albo też 2° — w przesłankach głosi się już to, co powinno być stwierdzone w konkluzji. W ostatnim przypadku powiemy, że w danym rozumowaniu występuje błędne koło.

Jeśli natomiast między przesłankami a konkluzją nie zachodzi zależność logiczna, mówimy wtedy, że popełniono błąd formalny w rozumowaniu. Dobierając np. do prawdziwej tezy niewłaściwą ze względu na stosunek wynikania logicznego przesłankę, narażamy się na zarzut popełnienia błędu zwanego *ignoratio elenchi*, czyli nieświadomość tego, co należy udowodnić. Popełnia błąd *ignoratio elenchi* ten, kto na stawiane mu zarzuty odpowiada, że oskarżająca go osoba również nie jest nieposzlakowana (ten sposób obrony jest tu i ówdzie stosowany). Jest to rozumowanie pozbawione podstaw logicznych, chociaż może mieć reperkusje moralne, gdyż rzeczywiście od kogoś, kto domaga się ukarania winnego, należy oczekiwać postawy moralnie nienagannej. Otóż wadliwość zasadzającą się na tym, że odwołujemy się do racji moralnych, a nie logicznych, czy też argumentów emocjonalnych, określa się mianem argumentacji *ad hominem*. Należy dodać, że przy tego rodzaju argumentacji obwinionemu idzie zazwyczaj o to, by spowodować korzystny dla siebie stan uczuciowy u przysłuchujących się wywodom stron osób; środkiem, za pomocą którego obwiniony usiłuje ten cel osiągnąć, jest pomniejszenie prestiżu moralnego — jeśli zarzuty są prawdziwe — tego, kto formułuje przeciwko niemu takie czy inne obiekcje. Błąd formalny nazywany też bywa błędem *non sequitur* (z łac. — nie wynika), co jest tylko podkreśleniem jego istoty: brak mianowicie związku logicznego między przesłankami a jakoby z nich wynikającą konkluzją.

Przestrzeganie wymienionych wyżej warunków poprawności rozumowań zarówno co do struktury formalnej wywodu (unikanie błędu formalnego), jak i logicznej wartości przesłanek (w tym przypadku — przypominamy — idzie o wyeliminowanie oczywiście błędu materialnego) jest konieczne, by wnioski osiągnięte za pomocą wywodu logicznego mogły być uznane za poprawne.

Formułowanie praw naukowych przybiera zazwyczaj dwojaką postać; są to bądź zdania warunkowe, czyli wyrażenia o kształcie: jeśli p , to q , bądź zdania kategoryczne ogólne: każde a jest b . Te ostatnie zresztą dają się z łatwością przekształcić w okresy warunkowe, gdyż stwierdzenie: każde x jest y to przecież tyle co: jeśli coś jest x -em, to to coś jest też y -kiem.

Treścią praw naukowych są związki zachodzące między faktami należącymi do dziedziny tworzącej przedmiot refleksji naukowej. Rozumienie tych związków jest jednakże dość różne. Zauważmy, że w literaturze metodologicznej wyróżnia się pewne typy owych związków, mianowicie:

- 1) przyczynowe, inaczej kauzalne,
- 2) funkcyjne (funkcjonalizm),
- 3) kondycjonalne (kondycjonalizm).

O związku przyczynowym (kauzalnym) między faktem A a faktem B mówimy wtedy, gdy żywimy przekonanie (metodologicznie uzasadnione), że A jako przyczyna wywołuje B (skutek). Jako przyczynę np. wzrostu zachorowań typu nerwicowego (co zauważa się wyraźnie i z niepokojem w krajach o wysokiej cywilizacji technicznej) podaje się wysoką intensywność życia zawodowego oraz wysoką częstotliwość sytuacji stressowych. Mamy w tym przypadku zależności przyczynowe o hipotetycznej wartości, określanej zazwyczaj bądź intuicyjnie (na podstawie pewnej klasy przykładów), bądź bardziej precyzyjnie, za pomocą np. metod statystycznych.

Zadowalające pod względem metodologicznym określenie związków przyczynowych nie jest jednakże zadaniem łatwym i od czasów co najmniej Davida Hume'a (1711—1776), angielskiego filozofa o orientacji empirycznej, wielce kontrowersyjnym. Należy dodać, że popełniane tu niekiedy omyłki stają się niejednokrotnie podłożem fałszywych przekonań, graniczących z przesadami. Dzieje się tak dlatego, że współwystępowanie pewnych faktów powoduje złudzenie ich wzajemnego związku przyczynowego. W jednym np. z plemion afrykańskich czarno-

księżnik tego plemienia codziennie o świcie wznosił modły do swego bożka, aby nastąpił wschód Słońca. Ponieważ po owych modłach następował rzeczywiście fakt oczekiwany — Słońce wschodziło — stąd przekonanie współplemieńców o związku przyczynowym między czynnościami czarnoksiężnika a zjawiskiem wschodu Słońca. Może mniej prymitywne przesady, lecz o podobnym podłożu, spotyka się u ludzi wyznających różne światopoglądy religijne. Fakty te wskazują na dużą łatwość utrzymywania się złudzeń powstających zazwyczaj na tle uproszczonego, opartego na związkach głównie czasowo-przestrzennych, rozumienia pojęcia przyczyny.

Ustalenie rzeczywistego związku przyczynowego między faktami empirycznymi, tj. związku, u podstaw którego znajdują się prawidłowości przyrodzone, jest przedmiotem nauk przyrodniczych. Uczynimy jednakże spostrzeżenie, że w naukach tych niechętnie posługujemy się tradycyjnym pojęciem przyczyny, uważając je — i trudno naukom tym odmówić trafności uwag — za obciążone nie najlepszą, w sensie treści naukowo-poznawczych, tradycją oraz nie najciekawszymi sposobami interpretacji. Uczeni reprezentujący owe nauki wolą mówić o związkach funkcjonalnych, ponieważ podstawowa z nauk przyrodniczych fizyka dąży do przedstawienia występujących w jej zakresie zależności w postaci formuł matematycznych, w tym przede wszystkim — funkcji. W języku fizyki stwierdza się przecież, że dwa ciała uzyskują pod działaniem ustalonej siły (tej samej dla obu tych ciał) przyspieszenie odwrotnie proporcjonalne do ich mas (II zasada dynamiki). Na podstawie tej zależności (potwierdzałnej — naturalnie tylko w przybliżeniu — empirycznie, za pomocą odpowiednio wykonanego eksperymentu) fizyk ustala związek funkcyjny między siłą, masą a przyspieszeniem danego ciała, co następnie ujmuje się w postaci formuły:

$$a \text{ (przyspieszenie)} = \frac{F \text{ (siła)}}{m \text{ (masa)}}$$

Mamy tu więc przykład zależności funkcyjnej — w fizykalnym oczywiście rozumieniu pojęcia funkcji — zależności występującej

zresztą nie tylko w fizyce, ale też w innych naukach przyrodniczych, które w mniejszym lub większym stopniu stosują język matematyczny do opisu badanych przez siebie zjawisk. Można by też wskazać przykłady zastosowań tego rodzaju pojęć (właściwych funkcjonalizmowi) w dziedzinach pozaprzyrodniczych; co raz częściej bowiem korzystają z terminologii ukształtowanej w naukach matematycznych, w tym także z pojęcia funkcji, niektóre dyscypliny nauk społecznych, jak np. socjologia⁷⁹.

W naukach przyrodniczych lub, powiedzmy ostrożniej — głównie przyrodniczych, które w danej — zazwyczaj jeszcze słabo rozwiniętej — fazie kształtowania teorii nie korzystają w szerokim zakresie ze środków opisu matematycznego (np. fazę taką przynajmniej do niedawna zdawała się przechodzić biologia), stosuje się zasadę warunku wystarczającego i koniecznego (stąd nazwa kondycjonalizm, z łac. *conditio* — warunek) dla wyjaśnienia⁸⁰ zajścia danego zdarzenia. Najogólniej mówiąc, idzie w tym przypadku o to, aby wskazać — na mocy stwierdzonych empirycznie lub przyjętych w postaci hipotezy (opartej jednakże na dotychczasowej wiedzy w danym przedmiocie) — czynniki niezbędne do tego, aby mogły powstać okoliczności będące nie kwestionowanymi (ze względu na dany stan wiedzy) następstwami owych czynników. Sytuację, w której poddaje się analizie tego rodzaju zależności, można by scharakteryzować za pomocą następującego określenia definicyjnego:

(Df₂₈) Dane zjawisko *A* nazywamy warunkiem wystarczającym zjawiska *B* wtedy i tylko wtedy, gdy zawsze ilekroć występuje *A*, występuje również *B*. Warunkiem zaś koniecznym dla zajścia zjawiska *B* nazwiemy zjawisko *A* wtedy i tylko wtedy, gdy zawsze ilekroć nie występuje *A*, to nie występuje też *B*.

Na podstawie Df₂₈ warunkiem wystarczającym np. dla uśmiercenia ssaka jest przebicie mu serca, chociaż nie jest to warunek

⁷⁹ Por. J. S. Coleman, *Wstęp do socjologii matematycznej*, Warszawa 1968.

⁸⁰ Por. T. Czeżowski, *Główne zasady nauk filozoficznych*, wyd. cyt.

konieczny, ucięcie bowiem głowy daje — jak wiadomo — ten sam skutek.

W naukach, które posługują się tego typu wyjaśnianiem, prawa formułowane są w postaci implikacji: „jeśli p , to q ”, gdzie p jest warunkiem wystarczającym q , natomiast zajście zdarzenia opisywanego przez zdanie symbolizowane literą q jest warunkiem koniecznym dla p . Tak skonstruowana formuła zależności nomologicznej uwydatnia fakt, że istnieje ścisły związek między pojęciem warunku wystarczającego a koniecznego.

Nadmienmy, że kondycjonalizm jest poglądem metodologicznym, dającym się częściowo przynajmniej uzasadnić w zakresie nauk formułujących prawa w postaci zdań implikacyjnych lub im równoważnych z wyróżnieniem nielicznych czynników determinujących przebieg procesów, których owe prawa dotyczą. Ponieważ zarówno w naukach przyrodniczych, jak i technicznych, a nawet społecznych spotyka się sytuacje nadające się do opisu za pomocą środków językowych proponowanych przez kondycjonalizm, stąd jego terminologia i metody znajdują zastosowanie w metodologiach szczegółowych różnych nauk.

Pojęciem warunku koniecznego i wystarczającego posługujemy się też niejednokrotnie w naukach wojskowych. Mówimy bowiem, że sprawnie funkcjonująca w danym ugrupowaniu bojowym łączność jest warunkiem koniecznym efektywnego dowodzenia, chociaż nie jest warunkiem wystarczającym. Niezbędne są tu przecież kompetencje taktyczno-operacyjne i polityczne dowódców, jak też wysoka sprawność sztabów, za pomocą których przygotowuje się wszelkie istotne dla wojsk decyzje. Podobnie w marksistowsko-leninowskiej nauce wojennej, której podstawy stworzył Włodzimierz Lenin (1870—1924), wskazuje się na uzbrojenie armii i stan jej wyszkolenia jako składnik konieczny powodzenia w walce, chociaż po to, aby powstały warunki wystarczające do zwycięskiego przeprowadzenia kampanii, niezbędny jest m.in. wysoki poziom moralno-polityczny wojsk oraz społeczeństwa stanowiącego ośnowę wysiłku zbrojnego, jak też konieczne są wysokie kwalifikacje taktyczno-operacyjne dowódców i sztabów kierujących działaniem wojsk. Zagadnienia podejmowane przez współczesną metodologię nauk mają zatem szerokie

zastosowanie we współczesnej nauce wojennej rozwijanej przez państwa socjalistyczne. Jest to jednakże problem o doniosłości i zakresie wymagającym oddzielnego potraktowania.

Dokonaliśmy w ten sposób krótkiego przeglądu problematyki dotyczącej wybranych zagadnień metodologii pragmatycznej, w tym również przykładowych problemów z zakresu praw nauki, ich charakterystyki i typologii. Na tym kończymy analizę problemów metodologicznych, których naszkicowanie miało na celu głównie zapoznanie czytelnika ze stroną pojęciową języka metodologii oraz niektórymi metodami postępowania badawczego. Żywimy przekonanie, że te chociaż tylko szkicowe uwagi ułatwią zainteresowanemu czytelnikowi podjęcie samodzielnej lektury nad dziełami szerzej informującymi o tego typu zagadnieniach.

BIBLIOGRAFIA

- Ajdukiewicz K., *Język i poznanie*, t. I, Warszawa 1960; t. II, Warszawa 1965.
— *Logika pragmatyczna*, Warszawa 1965.
— *Zarys logiki*, Warszawa 1957.
- Åqvist L., *A new approach to the logical theory of interrogatives*, part one, Uppsala 1965.
- Belnap N. D., *An analysis of questions. Preliminary Report*, Kalifornia 1963.
- Birkhoff G. i Mac Lane S., *Przegląd algebry współczesnej*, Warszawa 1963.
- Borkowski L., *Logika formalna*, Warszawa 1970.
- Carnap R., *Filozofia jako analiza języka nauki*, Warszawa 1969.
- Church A., *Introduction to mathematical logic*, Princeton 1956.
- Coleman J. S., *Wstęp do socjologii matematycznej*, Warszawa 1968.
- Culbertson J. T., *Mathematics and logic for digital devices*, Toronto — Nowy Jork — Londyn 1959.
- Czeżowski T., *Główne zasady nauk filozoficznych*, wyd. III, Wrocław 1959.
— *Logika. Podręcznik dla studiujących nauki filozoficzne*, Warszawa 1968.
— *Odczyty filozoficzne*, Toruń 1958.
- Giedymin J., *Problemy, założenia, rozstrzygnięcia*, Poznań 1964.
- Greniewski H., *Elementy logiki formalnej*, Warszawa 1955.
— *Elementy cybernetyki*, Warszawa 1959.
— *Sprawy wszystkie i jeszcze inne*, Warszawa 1970.
- Grzegorzcyk A., *Zarys logiki matematycznej*, wyd. II, Warszawa 1969.
- Hempel C. G., *Podstawy nauk przyrodniczych*, Warszawa 1968.
- Jaczeński J., *Układy logiczne dla zastosowań przemysłowych*, Warszawa 1970.

- Kalużnin L. A., *Czto takoe matiematiczeskaja logika*, Moskwa 1964.
- Kokoszyńska M., *O dedukcji*, w: *Logiczna teoria nauki*, Warszawa 1966.
- Konieczny J., *Elementy prakseologii formalnej*, „Prakseologia”, Warszawa 1970, nr 35.
- Kotarbińska J., *Tak zwana definicja dejktyczna*, w: *Logiczna teoria nauki*, Warszawa 1966.
- Kotarbiński T., *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*, Wrocław — Warszawa — Kraków 1961.
- *Wykłady z dziejów logiki*, Łódź 1957.
 - *Wybór pism*, t. I, Warszawa 1957; t. II, Warszawa 1958.
 - *Kurs logiki dla prawników*, Warszawa 1963.
 - *Traktat o dobrej robocie*, wyd. III, Wrocław — Warszawa — Kraków 1965.
 - *Studia z zakresu filozofii, etyki i nauk społecznych*, Wrocław — Warszawa — Kraków 1970.
- Kubiński T., *Wstęp do logicznej teorii pytań*, Warszawa 1971.
- Kuhn T. S., *Struktura rewolucji naukowych*, Warszawa 1968.
- Kuratowski K., Mostowski A., *Teoria mnogości*, wyd. II, Warszawa 1966.
- Lazari-Pawłowska I., *O pojęciu typologicznym w humanistyce*, w: *Logiczna teoria nauki*, Warszawa 1966.
- Lenin W. I., *Zeszyty filozoficzne*, Warszawa 1956.
- Lewis C. J., Langford C. H., *Symbolic logic*, 1959.
- Ładosz J., *Wielowartościowe rachunki zdań a rozwój logiki*, Warszawa 1961.
- Łubnicki N., *Nauka poprawnego myślenia*, Warszawa 1963.
- Lukasiewicz J., *Elementy logiki matematycznej*, Warszawa 1958.
- *Z historii logiki zdań*, „Przegląd Filozoficzny”, nr 37/1934.
 - *O sylogistyce Arystotelesa*, w: *Z zagadnień logiki i filozofii*, Warszawa 1961.
- Mała *Encyklopedia Logiki*, Wrocław — Warszawa — Kraków 1970.
- Mazur M., *Cybernetyczna teoria układów samodzielnych*, Warszawa 1966.
- *Jakościowa teoria informacji*, Warszawa 1970.
- Mazurkiewicz S., *Podstawy rachunku prawdopodobieństwa*, Warszawa 1956.
- Mostowski A., *Logika matematyczna*, Warszawa — Wrocław 1948.
- Mostowski A. W., *Algebry Boole'a i ich zastosowania*, Warszawa 1964.
- Mostowski A. W., Pawlak Z., *Logika dla inżynierów*, Warszawa 1970.
- Nowak S., *Metodologia badań socjologicznych*, Warszawa 1970.
- Nowikow P. S., *Elementy matiematiczeskoj logiki*, Moskwa 1959.

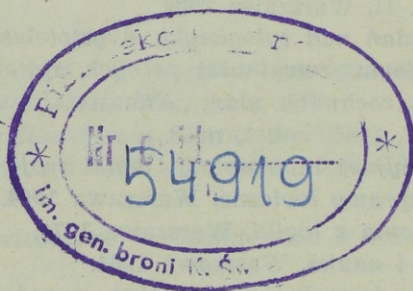
- Pasenkiewicz K., *Logika ogólna*, Warszawa 1967.
- Pawłowski T., *Metodologiczne zagadnienia humanistyki*, Warszawa 1969.
- Podgórecki A., *Charakterystyka nauk praktycznych*, Warszawa 1962.
- Pogorzelski W., *Klasyczny rachunek zdań. Zarys teorii*, Warszawa 1969.
- Przełęcki M., *Pojęcia teoretyczne a doświadczenie*, w: *Logiczna teoria nauki*, Warszawa 1966.
- Quine V. v. O., *Mathematical logic*, Cambridge 1958.
— *Z punktu widzenia logiki*, Warszawa 1969.
- Rasiowa H., *Wstęp do matematyki współczesnej*, Warszawa 1968.
- Reichenbach H., *Elementy logiki formalnej (fragmenty)*, w: *Logika i język*, Warszawa 1967.
- Scholz H., *Zarys historii logiki*, Warszawa 1965.
- Sierpiński W. (przy współudziale J. Łosia), *Arytmetyka teoretyczna*, Warszawa 1955.
- Słupecki J., Borkowski L., *Elementy logiki matematycznej i teorii mnogości*, wyd. II, Warszawa 1966.
- Słupecki J., *Z badań nad sylogistyką Arystotelesa*, Wrocław 1948.
— *Dowód aksjomatyzowalności pełnych systemów... — pełny trójwartościowy rachunek zdań*, „Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska”, 1946, vol. 1, nr 3.
— *Próba intuicyjnej interpretacji logiki trójwartościowej Łukasiewicza*, w: *Rozprawy logiczne*, Warszawa 1964.
- Stanosz B., *Ćwiczenia z logiki*, Warszawa 1970.
- Stonert H., *Język i nauka*, Warszawa 1964.
- Suszek R., *Logika formalna a niektóre zagadnienia teorii poznania*, w: *Logiczna teoria nauki*, Warszawa 1966.
— *Wykłady z logiki formalnej, część I*, Warszawa 1965.
- Szaniawski K., *Wnioskowanie czy behaviour?* w: *Logiczna teoria nauki*, Warszawa 1966.
- Szczepański J., *Odmiany czasu teraźniejszego*, Warszawa 1971.
- Tarski A., *O logice matematycznej i metodzie dedukcyjnej*, Lwów 1930.
— *Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnych*, Warszawa 1933.
— *O pojęciu wynikania logicznego*, „Przegląd Filozoficzny” 1936, rocz. 39, z. 1.
- Topolski J., *Metodologia historii*, Warszawa 1968.
- Wolter W., *Elementy logiki*, wyd. II, Kraków 1951.
- Zawadowski L., *Lingwistyczna teoria języka*, Warszawa 1966.
- Zieleniewski J., *Organizacja zespołów ludzkich. Wstęp do teorii organizacji i kierowania*, Warszawa 1965.

Ziomba Z., *Logika deontyczna jako formalizacja rozumowań normatywnych*, Warszawa 1969.

Ziemiński Z., *Logika praktyczna*, Warszawa 1963.

Żandarowska W., *O związkach pomiędzy wynikaniem, sprzecznością i zupełnością*, *Studia logica*, t. XVIII, Warszawa — Poznań 1966.

Żurawicki S., *Metodologiczne problemy nauk ekonomicznych*, Warszawa 1969.



SPIS TREŚCI

	str.
Słowo wstępne	7
Od autora	11
 CZĘŚĆ I	
Z ZAGADNIEŃ ANALIZY LOGICZNEJ JĘZYKA	17
Rozdział 1. Logiczna struktura języka. Kategorie syntaktyczne	18
Pojęcie języka i systemu językowego	21
Pojęcie zdania w logice. Zdanie proste i złożone	25
Struktura i analiza zdań prostych	26
O funkcjach semantycznych wyrażen. Oznaczanie, znaczenie i wyrażanie	33
Analiza stosunków zakresowych dwóch nazw ogólnych	48
Rola analizy logicznej języka w doskonaleniu rozkazodawstwa wojskowego	57
Rozdział 2. O błędach logicznych typu semantycznego	59
O poziomach (supozycjach) funkcjonowania wyrażen językowych	60
Błędy logiczne o podłożu semantycznym: ekwiwokacja, amfibologia, wyrażenia okazjonalne i niedopowiedzenia	62
Pojęcie absurdu i nonsensu z punktu widzenia semantyki logicznej	69
Zwalczanie błędów logicznych typu semantycznego czynnikiem usprawniającym wojskowy system informacyjny	73
Rozdział 3. Zasady budowy definicji semantycznych i ich zastosowania językowe	75
Struktura i zasady budowy definicji klasycznej	76
Definicje analityczne (sprawozdawcze) i projektujące	80
Definicje wyraźne i kontekstowe	94
O definicji ostensywnej (dejktycznej)	96
Rozdział 4. Warunki poprawności zdań definicyjnych. Błędy definicji (formalne i dydaktyczne)	98
Formalne warunki poprawności definicji oraz wadliwości typu formalnego	98
O warunkach sprawności dydaktycznej zdań definicyjnych	105
Rozdział 5. Z zastosowań definicji w języku wojskowym	107
Rozdział 6. Podział logiczny	109
Podstawowe zasady podziału logicznego	109
Klasyfikacja logiczna	114
Zastosowania zasad podziału i klasyfikacji logicznej do sytuacji militarnych	117

Rozdział 7. Zdania pytajne	119
Budowa i typy zdań pytajnych	120
Pozytywne lub negatywne założenie zdania pytajnego	123
Zastosowanie zdań pytajnych w systemie szkolenia wojskowego	126

CZĘŚĆ II

TEORIA WYNIKANIA LOGICZNEGO	133
------------------------------------	-----

Rozdział 1. Zarys dwuwartościowego rachunku zdań	134
Podstawowa symbolika rachunku zdań	136
Pojęcie wyrażenia funkcyjnego rachunku zdań	138
Charakterystyka prawdziwościowa wyrażen funkcyjnych	141
Tezy (prawa) logiczne ze zmiennymi zdaniowymi	159
(1) Prawa logiczne z jedną zmienną zdaniową	163
(2) Prawa logiczne z dwiema zmiennymi zdaniowymi	168
(3) Prawa logiczne z trzema i więcej zmiennymi zdaniowymi	193
O niektórych zasadach aksjomatycznej budowy rachunku zdań	206
O symbolice beznawiasowej J. Łukasiewicza	215
Uwagi o logice trójwartościowej	216
Rozdział 2. Algebra Boole'a a rachunek zdań	221
Rozdział 3. Interpretacja logiki zdań na układach przekąźnikowo-stykowych	235
Rozdział 4. Zarys logiki predykatów	240
Podstawowe pojęcia logiki predykatów	241
O zastosowaniu funktorów logiki zdań w logice predykatów	255
Tezy logiki predykatów jednoargumentowych	259
Relacje dwuczłonowe. Podstawowe pojęcia i interpretacja	268
Sylogistyka a logika predykatów	278

CZĘŚĆ III

Z ZAGADNIEŃ METODOLOGII NAUK	303
Rozdział 1. Metodologiczna charakterystyka rozumowań i ich klasyfikacja	309
Rozdział 2. Rozumowania indukcyjne	322
Rozdział 3. O probabilistycznych aspektach wyjaśniania logicznego	329
Rozdział 4. O metodologicznej ważności obserwacji i eksperymentu	336
Rozdział 5. O niektórych błędach popełnianych w rozumowaniach	343
Rozdział 6. Pojęcie prawa naukowego	345
Bibliografia	351

Biblioteka Główna
Akademii Obrony Narodowej

24469



20-054919-000-0