

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO
im gen. broni K. Świerczewskiego

KATEDRA Nr 7

Egz. Nr 9

mjr dypl. Józef ZABŁOTNI

TEORETYCZNE PODSTAWY STRZELANIA
ARTYLERII PRZECIWLOTNICZEJ

(Skrypt)

~~skrypt~~



4311

REMBERTÓW

LISTOPAD

1963



AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO
im gen. broni K. Świerczewskiego

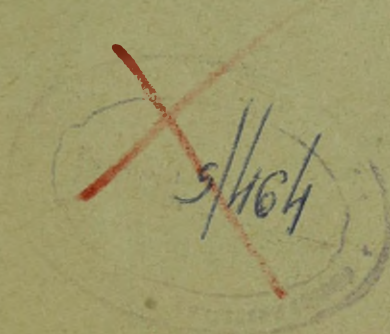
KATEDRA Nr 7

Egz. Nr 9

mjr dypl. Józef ZABŁOTNI

TEORETYCZNE PODSTAWY STRZELANIA
ARTYLERII PRZECIWLOTNICZEJ

(Skrypt)



REMBERTÓW

LISTOPAD

1963

AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO
im. gen. broni K. Swierczewskiego

KATEDRA Nr 7

" ZATWIERDZAM "

SZEF KATEDRY Nr 7

mjr dypl. Józef ZABŁOTNI

Temat: Teoretyczne podstawy strzelania artylerii przeciw-
lotniczej.

/ S k r y p t /



Zgadza się: 4319
Z-CA SZEF KATEDRY Nr 7



REMBERTÓW

WRZESIEŃ

1963 r.

1. Istota strzelania artylerii przeciwlotniczej do celów powietrznych.
2. Współrzędne celu powietrznego.
3. Czynniki ruchu celu.
4. Sposoby i metody rozwiązania zadania spotkania.
5. Prawa zmiany współrzędnych bieżącego położenia celu.
6. Prawa zmian współrzędnych wyprzedzonych.

i. Istota strzelania artylerii przeciwlotniczej do celów powietrz- nych

Strzelanie do celów powietrznych poruszających się w przestrzeni z dużą prędkością i posiadających znaczne możliwości manewrowe, zasadniczo różni się od strzelania do celów nieruchomych.

Przy strzelaniu do celów nieruchomych działo wycelowuje się w cel przez nastawienie na nim takich wartości azymutu i kąta podniesienia, przy których tor pocisku przejdzie przez cel.

Przy strzelaniu do celów powietrznych należy uwzględnić wyprzedzenie odpowiadające przesunięciu celu w czasie potrzebnym na przygotowanie działa do wystrzału i czasie lotu pocisku do celu, innymi słowy działo należy wycelować w punkt wyprzedzony leżący na hipotetycznym kursie celu. Do wyznaczenia współrzędnych punktu wyprzedzonego /rozwiązania zadania spotkania/ należy znać bieżące współrzędne celu, wielkość i kierunek wektora prędkości celu, a także charakter ruchu celu w czasie lotu pocisku do punktu wyprzedzonego.

Bieżące współrzędne celu określa się w wyniku śledzenia go przez RSA lub przyrządy optyczne /dalmierz, przezierniki itp/. Określenie wielkości i kierunku wektora prędkości celu, rozwiązanie zadania spotkania oraz określenie nastaw na działo /współrzędnych balistycznych/ dokonuje się w sposób ciągły przełącznik. Wypracowane nastawy są przekazywane synchronicznie w sposób ciągły na działa, a ponieważ czas roboczy

$\tau_r = 0$, działa są w sposób ciągły wycelowywane w punkt wyprzedzony i gotowe w dowolnym momencie do oddania wystrzału. W art. plot sk strzela się albo salwami, albo ogniem ciągłym w miarę gotowości działa, w bateriach mk - wyznaczonymi seriami lub ogniem ciągłym.

Zatem istota strzelania art.plot do ruchomych celów powietrznych polega na oddaniu, bez wstrzeliwania, szeregu obliczonych na skuteczne rażenie wystrzałów /salw/ z których każdy wykonany jest według nastaw dla nowego punktu wyprzedzonego.

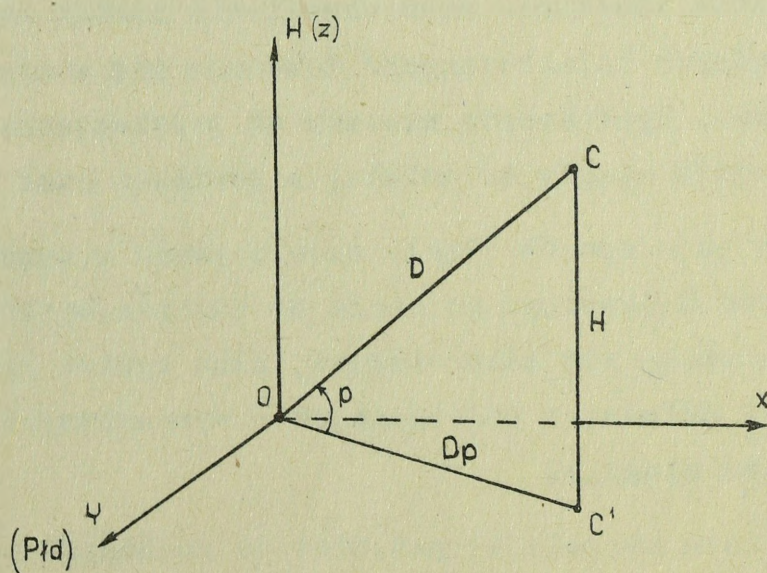
Przygotowanie pierwszego strzału /salwy/ rozpoczyna się od momentu uchwycenia celu przez RSA, przelicznik itp i kończy się w momencie wycelowania dział. W czas niezbędny na przygotowanie strzału /salwy/ zalicza się czas stabilizacji pracy przeciwnika /około 7 sek dla P-6/. Kolejne strzały /salwy/ przy strzelaniu z przelicznikiem przygotowywane są w sposób ciągły.

Cały proces przygotowania pierwszego i kolejnych strzałów można podzielić na następujące etapy:

- określenie współrzędnych bieżącego położenia celu i jego czynników ruchu;
- określenie położenia celu w momencie wystrzału;
- rozwiązanie zadania spotkania, które obejmuje: określenie współrzędnych punktu wyprzedzonego, określenie nastaw na działa i nastawy zapalnika, przekazanie i odbiór nastaw /wycelowanie dział/, załadowanie i odpalenie.

2. Współrzędne celu powietrznego

Współrzędnymi celu powietrznego nazywamy wielkości określające jego położenie względnie działa /przelicznika RSA itp/.



Rys. 1. Współrzędne celu powietrznego.

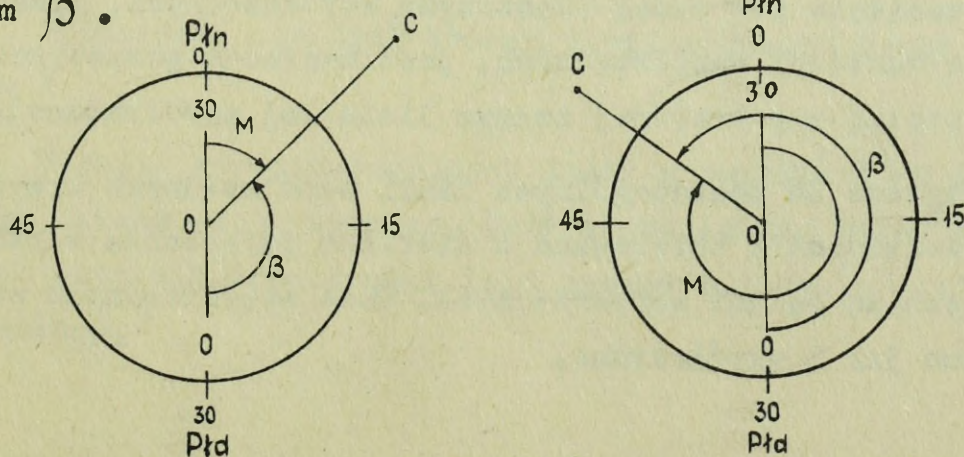
Do współrzędnych celu powietrznego zaliczamy:

- D - odległość rzeczywista - odległość od działa /RSA, przełicznika itp/ do celu;
- D_p - odległość pozioma - odległość do działa /RSA, przełicznika itp/ do rzutu celu na poziom działa;
- H - wysokość celu - odległość od celu do jego rzutu na poziom działa;
- X, Y - osie prostokątnego układu współrzędnych;
- p - kąt położenia celu - kąt zawarty między poziomem działa /RSA, przełicznika itp/ a odległością rzeczywistą;
- β - azymut przeciwlotniczy celu - kąt w płaszczyźnie poziomej zawarty między kierunkiem zasadniczym na południe magnetyczne, a kierunkiem na cel, mierzony odwrotnie w stosunku do ruchu wskazówek zegara.

Rzeczywistą i poziomą odległość, wysokość oraz osie X i Y zalicza się do współrzędnych liniowych, a kąt położenia i azymut do kątowych.

Odległość rzeczywistą określa się przy pomocy RSA lub dalmierza, a poziomą i wysokość przy pomocy przeliczaczy współrzędnych lub odpowiednich mechanizmów dalmierzy lub przeliczników.

Kąt położenia i azymut określone są przy pomocy RSA, przezierników celownika, dalmierzy, kątomierzem, busolą i innymi przyrządami służącymi do obserwacji i pomiarów. Przy pomiarze azymutu przyrządami stosowanymi w innych rodzajach wojsk /np. w artylerii naziemnej/, azymut plot możemy obliczyć wykorzystując zależność między azymutem magnetycznym M a przeciwlotniczym β .



Rys. 2 Zależność między β i M

Z rys. 2 wynika, że jeśli dany kierunek znajduje się na wschodniej części horyzontu /w prawo od linii północ - południe/ to suma kątów $\beta + M = 30 - 00$, a kąt β i M dla dowolnego kierunku nie będą większe od $30 - 00$, stąd:

$$\beta = 30 - 00 - M$$

Jeżeli dany kierunek znajduje się na zachodniej części horyzontu /w lewo od linii północ - południe/ to $\beta + M = 90 - 00$ a kąty β i M dla dowolnego kierunku nie będą większe od $60 - 00$, stąd

$$\beta = 90 - 00 - M$$

Położenie celu w przestrzeni względem działa /RSA, przelicznika itp/ określają tylko współrzędne tworzące układ współrzędnych. Układ współrzędnych tworzą współrzędne niezależne, to znaczy współrzędne nie związane ze sobą matematycznie, z których żadna nie może być wyznaczona przy pomocy dwóch pozostałych.

W artylerii przeciwlotniczej najczęściej stosowane są następujące układy współrzędnych:

- walcowy;
- stożkowy;
- sferyczny /biegunowy/;
- prostokątny.

Aby rozpatrzeć poszczególne układy współrzędnych przypomnijmy sobie niektóre pojęcia z geometrii analitycznej o płaszczyznach, liniach i osiach.

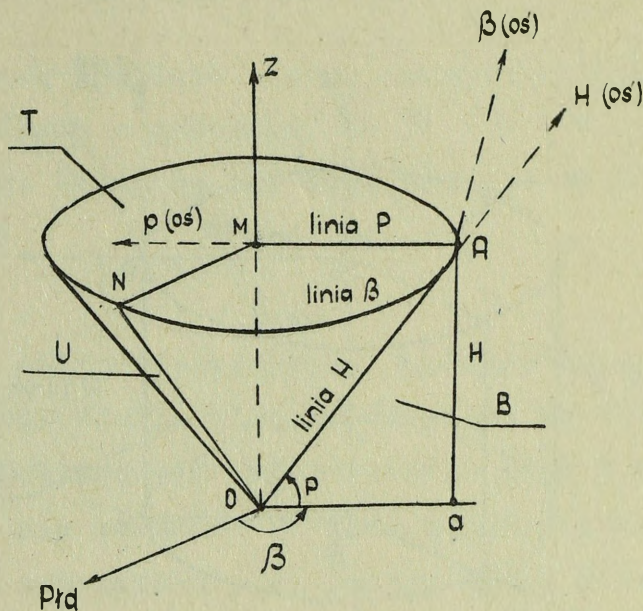
Miejscem geometrycznym punktów wyznaczonym przez stałą wartość współrzędnej jest płaszczyzna /powierzchnia/ danej współrzędnej.

Przecięcie się dwóch płaszczyzn współrzędnych, wyznaczonych przez stałe wartości współrzędnych, jest miejscem geometrycznym punktów trzeciej współrzędnej zwanym linią tej współrzędnej.

Styczne do poszczególnych linii współrzędnych w wyznaczonym punkcie przestrzeni i skierowane w kierunku wzrastania wartości współrzędnych są osiami współrzędnych. Osie współrzędnych oznaczają się tak samo jak i współrzędne.

Stożkowy układ współrzędnych

Stożkowy układ współrzędnych tworzą współrzędne: azymut β , kąt położenia p i wysokość H /rys. 4/.



Rys. 4. Stożkowy układ współrzędnych.

Azymut wyznacza półpłaszczyznę azymutu B , wysokość - płaszczyznę T , kąt położenia - powierzchnię kąta położenia U , będącą powierzchnią boczną stożka prostego z wierzchołkiem w początku układu, od której układ przyjął nazwę.

Przecięcie półpłaszczyzną B powierzchni U wyznacza linię wysokości /prosta OA / a płaszczyznę T - linię kąta położenia /prosta MA /. Przecięcie się płaszczyzny T z powierzchnią U wyznacza linię azymutu /łuk NA /.

Przecięcie się tych trzech linii wyznacza punkt położenia celu A w przestrzeni.

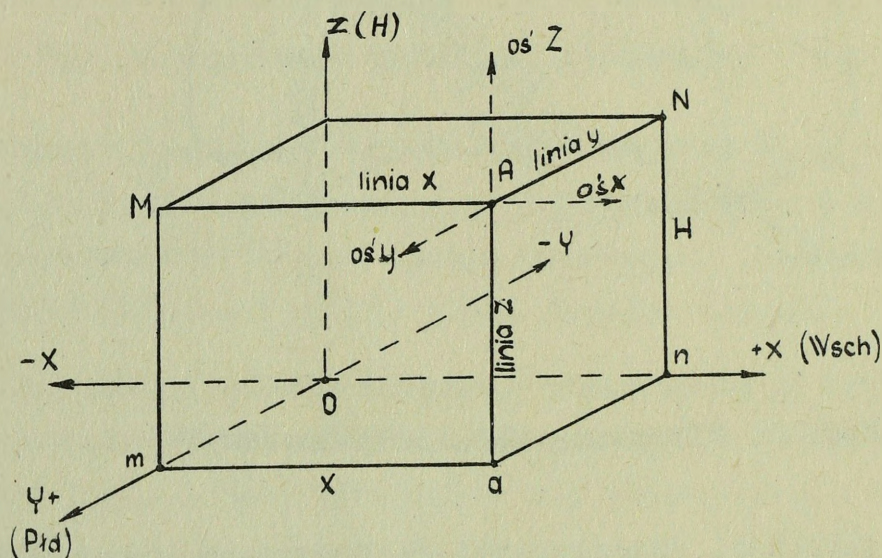
Osie współrzędnych tego układu, dla różnych punktów w przestrzeni posiadają różne położenie i nie są prostopadłe względem siebie.

Sferyczny układ współrzędnych jest zasadniczym, początkowym układem stosowanym we współczesnych przelicznikach i celownikach automatycznych. W tym układzie D jest określane albo przez RSA, albo przez dalmierz, a azymut i kąt położenia przez RSA, dalmierz lub inne przyrządy optyczne.

Prostokątny układ współrzędnych

Prostokątny układ współrzędnych tworzą trzy niezależne, wzajemnie prostopadłe osie współrzędnych X, Y, Z , przecinające się w początku układu O . Kierunki poszczególnych osi współrzędnych są następujące:

- X - wschód - zachód /kierunek wschód - dodatni/,
- Y - południe - północ /kierunek południe - dodatni/,
- Z - pokrywa się z kierunkiem wysokości.



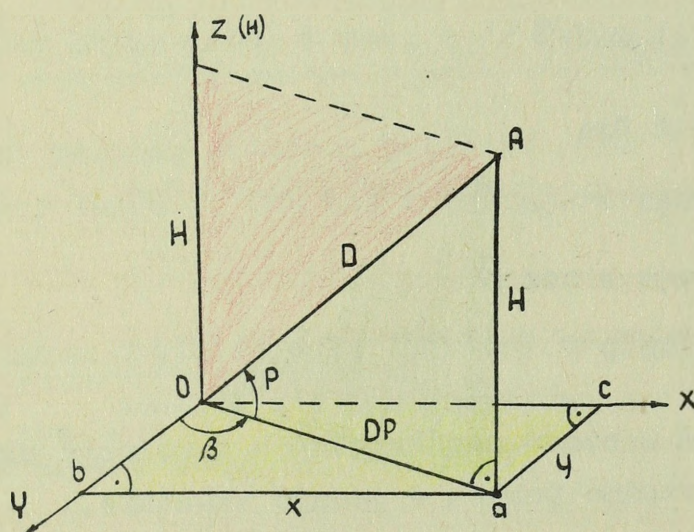
Rys. 6. Prostokątny układ współrzędnych.

Wszystkie płaszczyzny /osi X , osi Y i osi Z / wyznaczone przez wartości x, y i z są płaszczyznami równoległymi do płaszczyzn XOY , XOZ i YOZ . Linie współrzędnych pokrywają się z osiami współrzędnych i we wszystkich punktach przestrzeni zachowują stały kątunek i wzajemną prostopadłość /tym też układ ten przewyższa wszystkie układy uprzednio wymienione/.

Prostokątny układ współrzędnych ma szerokie zastosowanie we współczesnych przelicznikach jako układ wtórny wykorzystany do rozwiązania zadania spotkania.

Zależność między układami współrzędnych

Położenie tego samego punktu w przestrzeni można określić w jednym z wymienionych układów współrzędnych. Między współrzędnymi punktu w różnych układach istnieje wzajemna zależność matematyczna. Znajomość zależności między poszczególnymi układami jest niezbędna przy rozwiązywaniu zadania spotkania, gdzie wynika konieczność przechodzenia od jednego do drugiego układu współrzędnych.



Rys. 7 . Zależność matematyczna współrzędnych.

Przejdźcie od układu prostokątnego do innych układów można dokonać posługując się wzorami wynikającymi z rozpatrzenia następujących trójkątów /rys. 7/.

- z trójkąta a - OB.

$$\beta = \text{arc tg } \frac{x}{y} \quad (1)$$

$$D_p = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2)$$

- z trójkąta a - OA

$$D = \sqrt{x^2 + y^2 + H^2} \quad (3)$$

$$p = \arcsin \frac{H}{\sqrt{x^2 + y^2 + H^2}} \quad (4)$$

Należy jednak pamiętać, że wzór na obliczenie β daje dwa kąty, ponieważ tej samej wartości tangensa odpowiada dwa kąty różniące się o 180° . Dlatego też do jednoczesnego określenia azymutu według wartości x i y należy brać pod uwagę znaki tych współrzędnych.

Przejdźmy od dowolnego układu do układu prostokątnego możemy dokonać posługując się wzorami wynikającymi z trójkątów:

- z trójkąta a - OB

$$x = Dp \cdot \sin \beta$$

$$y = Dp \cdot \cos \beta \quad /5/$$

- z trójkąta a=Ob i OAa

$$x = D \cdot \cos p \sin \beta$$

$$y = D \cdot \cos p \cos \beta \quad /6/$$

$$H = D \cdot \sin p$$

Aby obliczyć wartość współrzędnych dowolnego układu należy znać współrzędne punktu w jednym układzie.

3. Czynniki ruchu celu

Współrzędne celu określają jego położenie w przestrzeni w stosunku do działła /przelicznika, RSA/. Przy rozwiązywaniu zadania spotkania należy znać oprócz współrzędnych jeszcze i charakter ruchu celu oraz umieć go wyrazić w formie wielkości, z którymi można przeprowadzić działania matematyczne.

Charakter ruchu celu można wyrazić różnymi sposobami:

- wektorem prędkości celu /jego długością i kierunkiem/;
- rzutami wektora prędkości celu na osie współrzędnych;
- prędkościami zmiany współrzędnych.

Bezpośrednie określenie wektora prędkości celu stosuje się tylko przy strzelaniu z celownikiem /mk/ z zasady według typu samolotu. Przy strzelaniu z przelicznikiem charakter ruchu celu wyraża się rzutami wektora prędkości na osie współrzędnych lub prędkościami zmiany współrzędnych.

Ponieważ określenie charakteru ruchu celu w ostateczności sprowadza się do wyznaczenia wektora prędkości celu możemy napisać, że:

wielkości określające długość i kierunek wektora prędkości celu w danym momencie są czynnikami ruchu celu.

Dla określenia wektora prędkości celu w przestrzeni wystarczy znać trzy niezależne czynniki ruchu. Trzy niezależne czynniki ruchu określające wielkość i kierunek wektora prędkości celu nazywamy układem czynników ruchu celu.

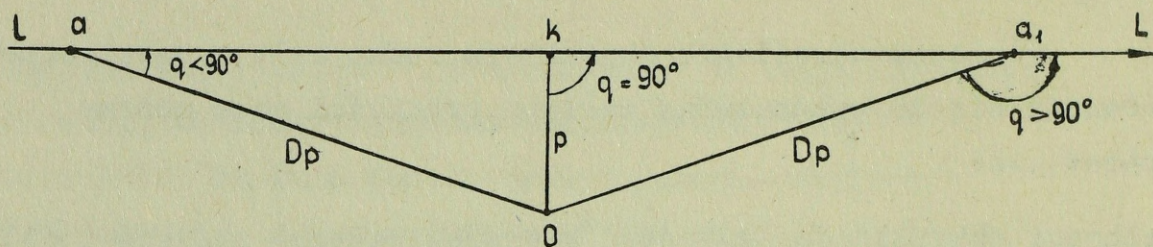
Układ czynników ruchu celu V poz, q / P lub q_k /, λ

Układ tworzą pozioma składowa prędkość celu V poz, kąt kursowy q lub parametr kursu P , lub kąt kursu q_k oraz kąt nachylenia kursu celu λ .

Pozioma składowa prędkość celu /pozioma prędkość celu względem ziemi / - V_{poz} równa się sumie geometrycznej prędkości celu względem powietrza V i prędkości wiatru W .

$$\bar{V}_{\text{poz}} = \bar{V} + \bar{W}$$

Kąt kursowy q = kąt w płaszczyźnie poziomej zawarty między rzutem kursu celu na poziom działa a kierunkiem na działło, mierzony w kierunku ruchu celu /rys. 8/,



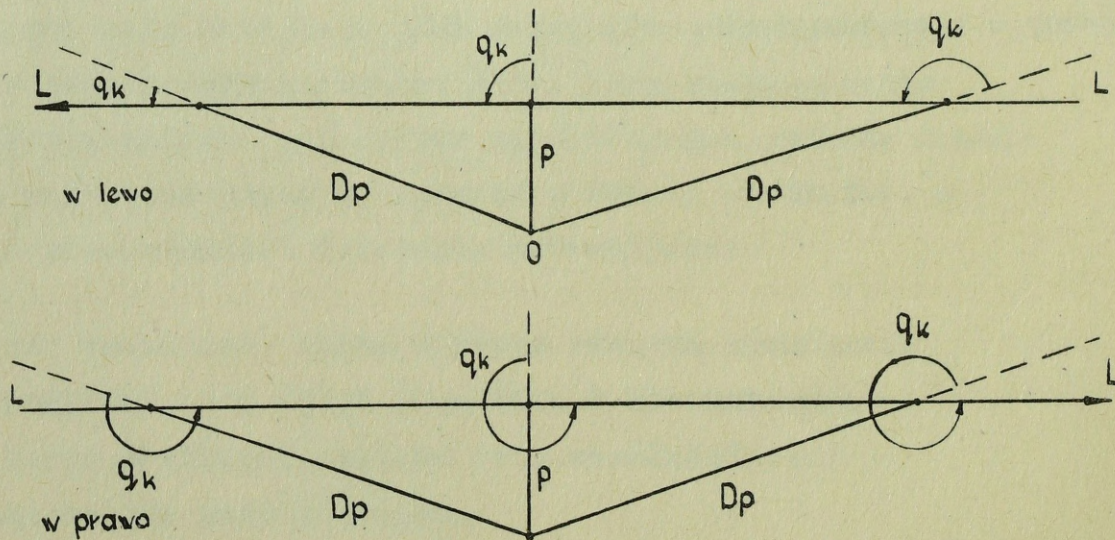
Rys. 8. Kąt kursowy

Kąt kursowy zmienia się od 0° do 180° . Gdy cel leci na baterię $q = 0^\circ$, od baterii $q = 180^\circ$.

Parametr kursu P - najkrótsza odległość od działa do rzutu kursu celu na poziom działa, innymi słowy parametr kursu określa oddalenie płaszczyzny kursu celu od działa, przeciętnika RSA itp. Między parametrem P, kątem kursowym q a odległością pionową D_p istnieje zależność matematyczna wynikająca z trójkąta Oak.

$$P = D_p \cdot \sin q \quad \text{*/}$$

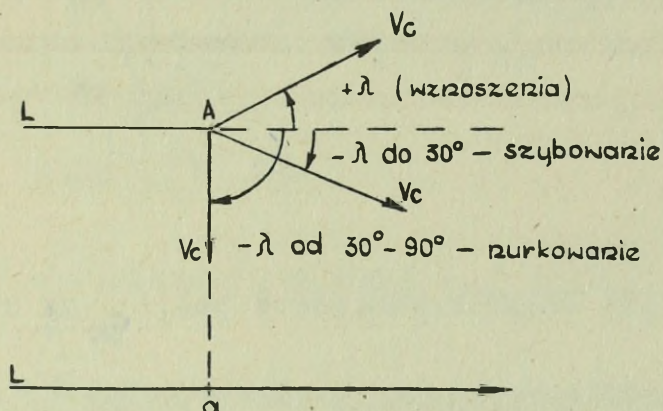
Kąt kursu q_k - kąt w płaszczyźnie poziomej zawarty między przedłużeniem odległości poziomej a rzutem kursu celu na poziom działa, mierzony w kierunku przeciwnym ruchowi wskazówek zegara od przedłużenia odległości poziomej do kierunku, w którym leci cel /rys. 9/.



Rys. 9. Kąt kursu.

Kąt kursu zmienia się od 0° - 360° . Przy ruchu celu w lewo kąt kursu zmienia się od 180° do 0° i na parametrze wynosi 90° , przy locie celu w prawo - od 180° - 360° i na parametrze wynosi 270° .

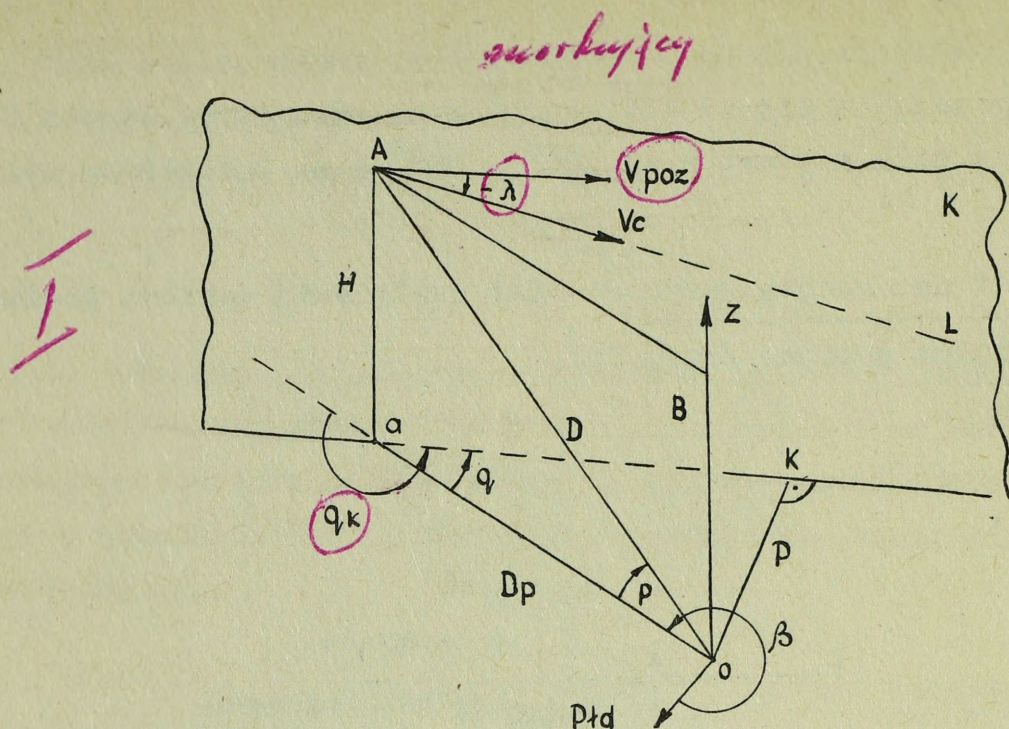
Kąt nachylenia kursu λ - kąt nachylenia wektora prędkości celu względem poziomu /rys. 10/.



Rys. 10. Kąt nachylenia kursu.

Przy wznoszeniu się celu kąt λ jest dodatni, przy obniżaniu /szykowaniu, nurkowaniu/ - ujemny.

Na rys. 11 przedstawiony jest układ czynników ruchu celu v_{poz} , q_k / q lub P /, λ Płaszczyzna B wyznaczona jest przez azymut celu β . Położenie płaszczyzny kursu K., względem płaszczyzny B wyznacza kąt kursu q_k lub kąt kursowy q , lub parametr kursu P, jeżeli wiadomo, że cel leci w prawo lub w lewo, ponieważ q i P wyznaczają dwa kursy celu względem baterii.



Rys. 11. Układ czynników V_{poz} , q_k / q lub P , λ

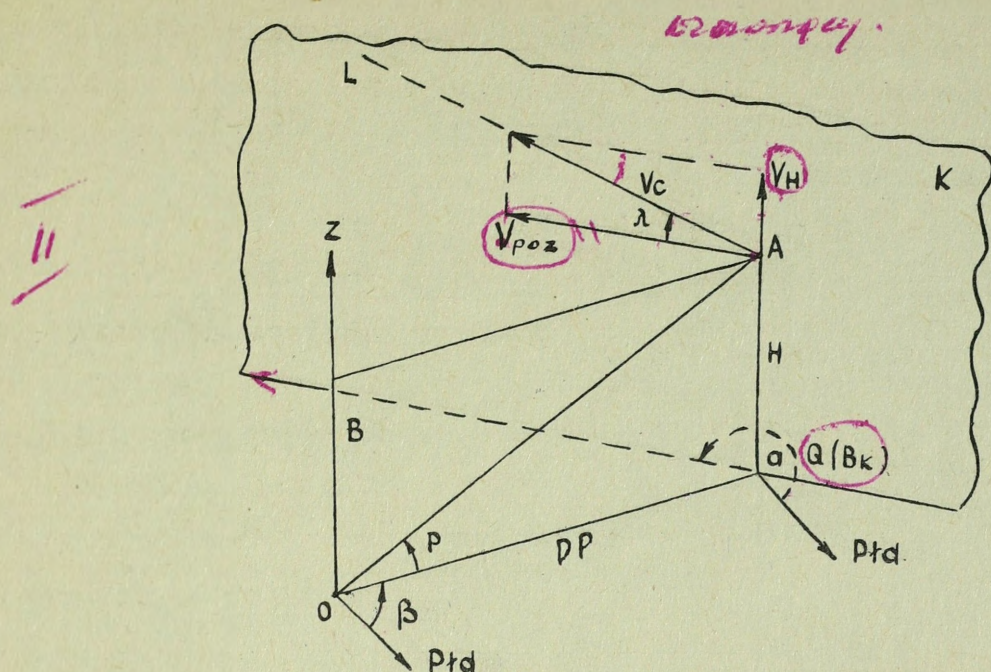
Punkt przyłożenia wektora prędkości A wyznacza układ współrzędnych. Wartość prędkości V_{poz} z kątem λ wyznaczają długość i kierunek wektora prędkości celu V_c na płaszczyźnie kursu K .

$$V_c = \frac{V_{\text{poz}}}{\cos \lambda}$$

Układ czynników ruchu celu z kątem kursu q_k , lub kątem kursowym q jest wykorzystywany przy konstrukcji automatycznych celowników art. plot mk, a z parametrem kursu P do wskazywania celów oraz do opracowywania i kontroli strzelań poligonowych. W konstrukcji przeciwników układy te nie mają zastosowania.

Układ czynników ruchu celu V_{poz} , Q , V_H

Układ tworzą: pozioma składowa prędkość celu V_{poz} , kąt drogi celu Q , pozioma składowa celu V_H /rys. 12/



Rys. 12. Układ czynników ruchu celu V_{poz} , Q , V_H

Kąt drogi celu Q lub inaczej azymut kursu celu β_K - kąt w płaszczyźnie poziomej zawarty między kierunkiem zasadniczym na południe magnetyczne a rzutem kursu celu na poziom działa /przelicznika/ mierzony w kierunku przeciwnym ~~przechodowi~~ ~~wskazówek zegara~~ od kierunku zasadniczego do kierunku w którym leci cel.

Kąt drogi celu Q / β_K / charakteryzuje kierunek lotu celu względem stron świata. Gdy cel leci na południe $Q = 0^\circ$, na wschód - $Q = 90^\circ$, na północ - $Q = 180^\circ$, a na zachód - $Q = 270^\circ$.

Pionowa składowa prędkość celu V_H - rzut prędkości celu V_c na kierunek wysokości.

Pionowa V_H i pozioma V_{poz} składowa prędkość celu wyznaczają wielkość i kierunek wektora prędkości celu V_c na płaszczyźnie kursu K , tzn:

$$\left. \begin{aligned} V_c &= \sqrt{V_{poz}^2 + V_H^2} \\ \lambda &= \text{arc tg } \frac{V_H}{V_{poz}} \end{aligned} \right\} \text{Pitagoras} \quad /9/$$

Położenie płaszczyzny kursu K względem płaszczyzny azymutu B wyznacza kąt drogi Q / β_K /. Punkt przyłożenia wektora V_c określa przyjęty układ współrzędnych.

Omówiony układ czynników wspólnie z innymi ma szerokie zastosowanie w konstrukcjach współczesnych przeliczników i pracach teoretycznych.

(11)

Układ czynników ruchu celu V_{Dp} , V_{β} , V_H

Układ tworzą rzuty wektora prędkości celu na osie walcowego układu współrzędnych:

- rzut V_c na oś odległości poziomej - V_{Dp} ,
- rzut V_c na oś azymutu - V_{β} ,
- rzut V_c na oś wysokości - V_H .

Punkt przyłożenia wektora prędkości celu może być określony przez różne układy współrzędnych, lecz wyznaczenie wielkości i kierunku wektora prędkości na płaszczyźnie kursu odbywa się w układzie walcowym, a czynniki ruchu V_{Dp} , V_{β} , i V_H są prędkościami zmiany współrzędnych tego układu, tzn:

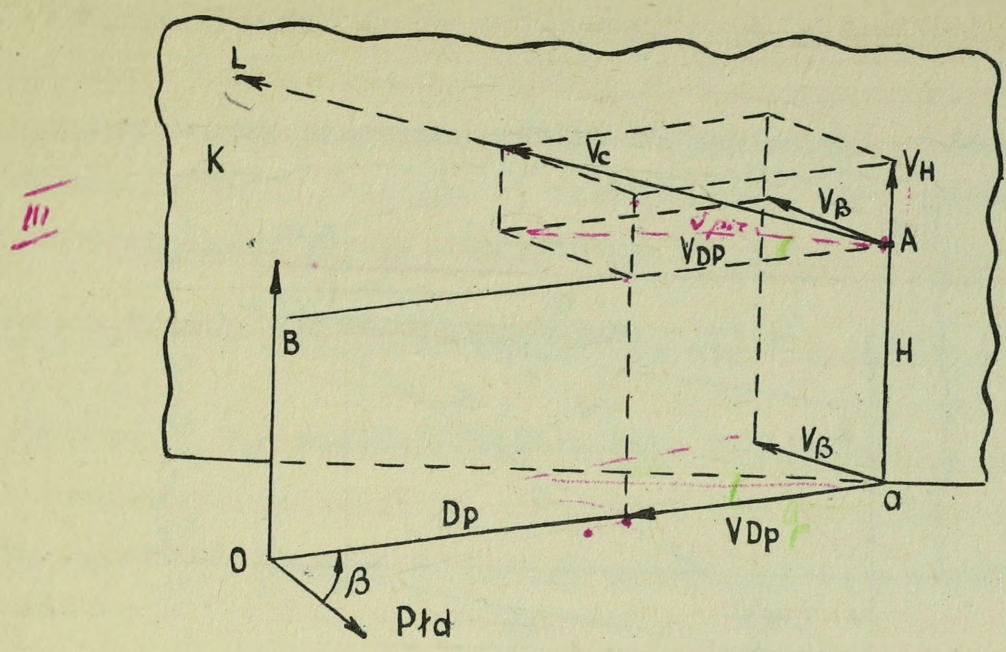
$$\left. \begin{aligned} V_{Dp} &= \frac{dDp}{dt} \\ V_{\beta} &= \frac{d\beta}{dt} \\ V_H &= \frac{dH}{dt} \end{aligned} \right\} /10/$$

Przy poziomym ruchu celu / $V_H = 0$ / składowe V_{Dp} i V_{β} wyznaczają poziomą składową prędkości celu

$$V_{\text{poz}} = \sqrt{V_{Dp}^2 + V_{\beta}^2} \quad /11/$$

Przy pochyłym ruchu celu / $V_H \neq 0$ / prędkość celu wyznaczona jest jako wypadkowa trzech składowych.

$$V_c = \sqrt{V_{Dp}^2 + V_{\beta}^2 + V_H^2} \quad /12/$$



Rys. 13. Układ czynników celu V_{Dp} , V_{β} , V_H

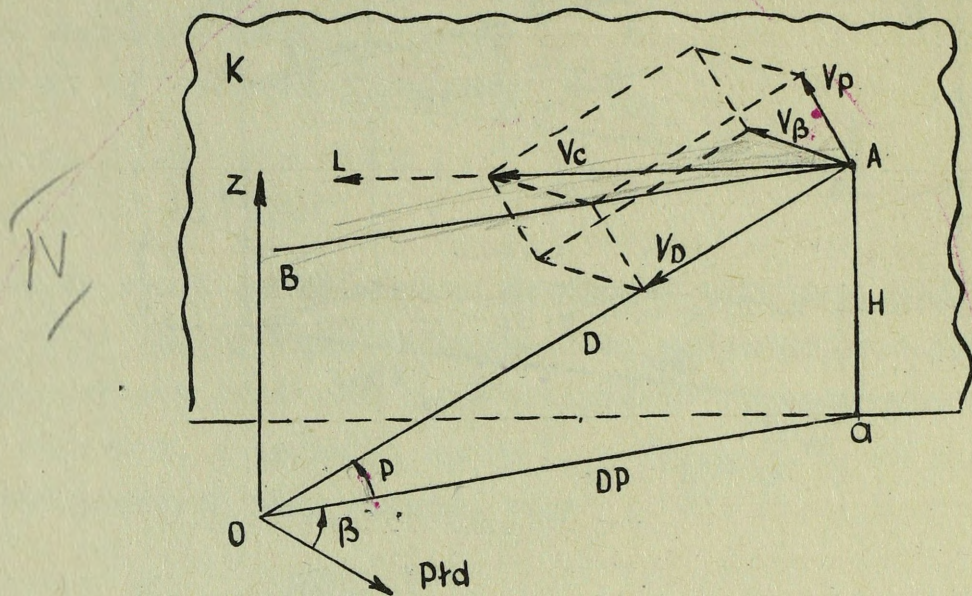
Przy prostoliniowym i jednostajnym ruchu celu wartości V_{Dp} i V_{β} zmieniają się ciągle w zależności do położenia celu na kursie, za wyjątkiem przypadku gdy $P = 0$, wtedy $V_{Dp} = V_{poz}$ a $V_{\beta} = 0$. Znaleźć V_{Dp} , V_{β} i V_H wynikają ze wzorów /10/,

V_{Dp} jest dodatnia przy ruchu celu od baterii i ujemna przy ruchu na baterię V_{β} - dodatnia przy ruchu celu w lewo a ujemną - w prawo; V_H - dodatnia przy wznoszeniu celu, ujemna - nurkowaniu /szybowaniu/.

N Układ czynników ^{ruchu} V_D , V_{β} i V_p

Układ tworzą rzuty wektora prędkości celu na osie sferycznego układu współrzędnych:

- rzut wektora prędkości na oś odległości rzeczywistej - V_D ,
- rzut wektora prędkości celu na oś azymutu - V_{β} ,
- rzut wektora prędkości celu na oś kąta położenia - V_p .



Rys. 14 Układ czynników ruchu V_D , V_β i V_p

Punkt przyłożenia A wektora prędkości celu wyznaczony jest przez sferyczny układ współrzędnych, a czynniki ruchu celu V_D , V_β i V_p są prędkościami zmian tych współrzędnych:

$$\left. \begin{aligned} V_D &= \frac{dD}{dt} \\ V_\beta &= \frac{dB/\beta}{dt} \\ V_p &= \frac{dp}{dt} \end{aligned} \right\} \quad /13/$$

Wszystkie trzy wartości zmieniają się ciągle w czasie ruchu celu za wyjątkiem przypadku, gdy parametr kursu celu równy jest zero $/P = 0/$. W tym przypadku $V_\beta = 0$, a jeżeli cel nurkuje bezpośrednio na baterię: $V_\beta = V_p = 0$ i $V_D = V_c$.

Znając wartość V_D , V_β i V_p wektor prędkości celu możemy obliczyć

$$V_c = \sqrt{V_D^2 + V_\beta^2 + V_p^2} \quad /14/$$

Powyższy układ czynników ruchu celu ma zastosowanie we współczesnych przelicznikach.

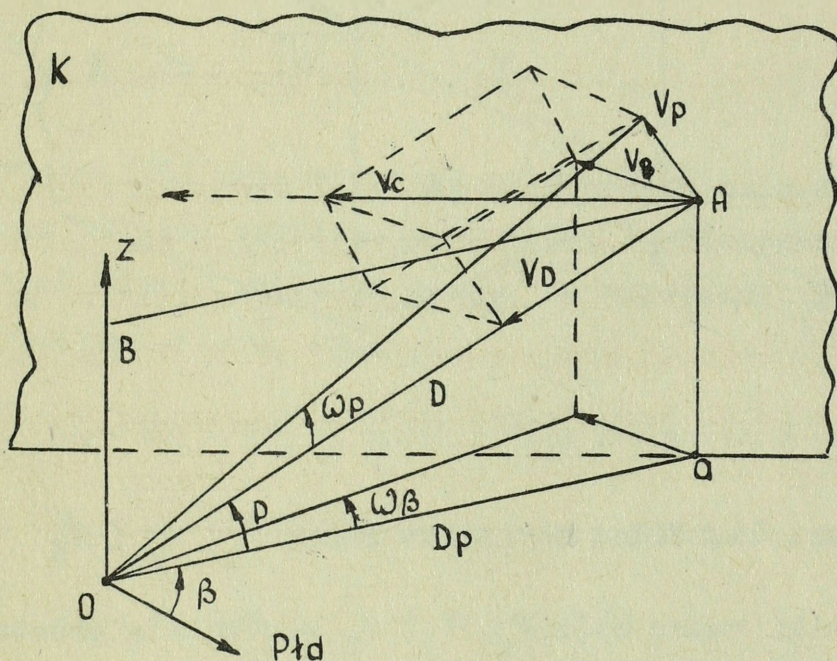
Układ czynników ruchu celu ω_β , ω_p i V_D

Układ tworzą prędkości kątowe zmiany azymutu i kąta położenia oraz prędkości zmiany, odległości rzeczywistej, tzn. prędkości zmiany współrzędnych układu sferycznego.

$$\omega_\beta = \frac{d\beta}{dt} - \text{prędkość kątowa azymutu}$$

$$\omega_p = \frac{dp}{dt} - \text{prędkość kątowa kąta położenia,}$$

$$V_D = \frac{dD}{dt} - \text{prędkość zmiany odległości rzeczywistej.}$$



Rys. 15. Układ czynników ruchu ω_β , ω_p i V_D

Wszystkie trzy wartości zmieniają się ciągle w czasie ruchu celu, za wyjątkiem prędkości, gdy parametr kursu celu równy jest zeru $/P = 0/$. W tym przypadku $\omega_\beta = 0$, a jeżeli cel nurkuje bezpośrednio na baterię, to $\omega_\beta = \omega_p = 0$ a $V_D = V_c$.

Powyższy układ czynników ruchu celu ma zastosowanie we współczesnych przelicznikach. *(niepisany)*

Układ czynników ruchu celu V_x , V_y i V_H

Układ tworzą rzuty wektora prędkości celu na osie prostokątnego układu współrzędnych:

rzystany jako układ wtórny /np. w P-6/.

Zależność między wynikami ruchu celu

Między czynnikami wchodzącymi w układy istnieje matematyczna zależność pozwalająca na obliczenie dowolnych czynników ruchu. Poniżej podamy niektóre częściej stosowane zależności:

$$\begin{aligned}
 V_{Dp} &= V_{poz} \cos q \\
 V_{\beta} &= V_{poz} \sin q \\
 V_H &= V_{poz} \tan q \\
 q &= q_k + \beta
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \text{III} \\ \text{II} \\ \text{I} \end{array} \right\} \text{/16/}$$

Wzory /16/ przedstawiają zależność między prostokątnym i sferycznym układem współrzędnych celu. Jeżeli wyznaczymy pochodne tych równań względem czasu, to otrzymamy zależności między czynnikami ruchu, tzn.:

$$\begin{aligned}
 V_x &= V_D \cdot \cos p \sin \beta - \omega_p D \sin p \sin \beta + \omega_\beta D \cos p \cos \beta \\
 V_y &= V_D \cdot \cos p \cos \beta - \omega_p D \sin p \cos \beta + \omega_\beta D \cos p \sin \beta \\
 V_H &= V_D \sin p - \omega_p D \cos \omega_p
 \end{aligned}$$

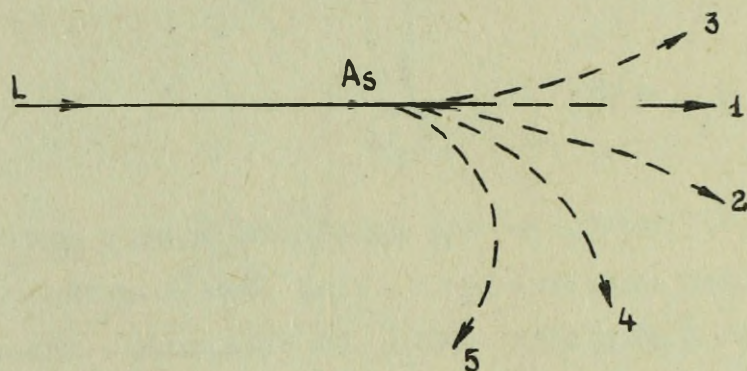
4. Sposoby i metody rozwiązania zadania spotkania

Hipotezy ruchu celu

Do rozwiązania zadania spotkania pocisku z celem w określonym punkcie w przestrzeni oraz w określonym momencie czasu niezbędna jest znajomość praw ruchu obydwu ciał i możliwości kierowania jednym z nich, w naszym przypadku prawem ruchu pocisku.

Prawo ruchu pocisku zostało opracowane przez balistykę i możemy z dowolną dokładnością znać drogę ruchu pocisku, jego prędkość w różnych punktach toru, czas lotu do różnych punktów w przestrzeni. Znany jest nam także wpływ balistycznych i meteorologicznych warunków na lot pocisku i położenie rozprysku.

Prawo ruchu celu dla danego wystrzału może być ustalone tylko do punktu w przestrzeni, w którym cel znajdzie się w momencie oddania wystrzału, przy ciągłym określaniu bieżących współrzędnych i czynników ruchu. Przy dalszym ruchu, tzw w czasie wyprzedzonym /na odcinku $A_s A_w$ / ustalone prawa ruchu może być naruszoną, czy to z woli pilota /w postaci manewru/ czy też z przyczyn niezależnych od jego woli /rys. 17/.



Rys. 17. Możliwe kursy celu po oddaniu wystrzału.

Jakim kursem cel poleci w czasie wyprzedzenia, trudno jest powiedzieć. Możemy jednak zakładać, że cel zachowa poprzedni charakter ruchu. Im czas wyprzedzenia będzie mniejszy, tym prawdopodobieństwo, że charakter ruchu celu w tym czasie będzie mniej się różnić od charakteru jego ruchu do momentu wystrzału. Z powyższego wynika konieczność zakładania pewnych hipotez ruchu celu w czasie wyprzedzenia.

Analiza charakteru działania bojowego lotnictwa /za wyjątkiem LM w czasie walki powietrznej/ pozwala stwierdzić, że najbardziej ogólną i prawdopodobną będzie hipoteza: w czasie wyprzedzenia charakter ruchu celu będzie taki sam jak do momentu wystrzału.

Oprócz tej hipotezy może być szereg szczególnych hipotez, które wynikają i są określane w zależności od bojowej działalności

lotnictwa oraz możliwości konstrukcyjnych przeliczników i celowników automatycznych. Najczęściej stosowanymi w art.plot. hipotezami ruchu celu są:

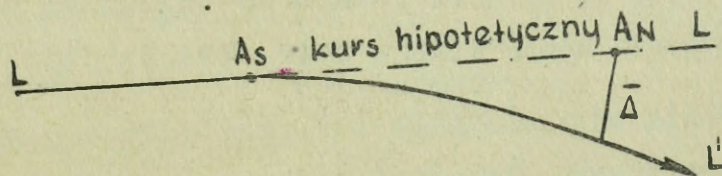
- 1 - w czasie wyprzedzenia cel porusza się prostoliniowo, jednostajnie i poziomo;
- 2 - w czasie wyprzedzenia cel porusza się prostoliniowo, jednostajnie w dowolnej płaszczyźnie;
- 3 - w czasie wyprzedzenia cel porusza się prostoliniowo w płaszczyźnie pochyłej ze stałym przyspieszeniem;
- 4 - w czasie wyprzedzenia cel porusza się jednostajnie po krzywej w płaszczyźnie poziomej.

Hipotezy te nie wykluczają jeszcze innych całkowicie różnych hipotez, jak również nie wykluczają pewnych zmian tej lub innej hipotezy przy opracowywaniu nowych przeliczników lub celowników.

Ruch celu według przyjętej hipotezy będzie możliwy w zasadzie tylko do momentu pojawienia się pierwszych tras/rozprysków/ obok celu, po czym lotnik może wykonać manewr przeciwartyleryjski.

Jeżeli lotnik wykona manewr, w wyniku którego kurs celu odchyła się od hipotetycznego, to zadanie spotkania nie będzie rozwiązane dla kursu rzeczywistego.

Oprócz powyższego każda hipoteza ruchu celu jest obciążona błędami ponieważ rzeczywisty ruch celu nigdy nie będzie dokładnie pokrywał się z ruchem hipotetycznym /rys. 18/. Błędy hipotezy będą tym większe im większy będzie czas wyprzedzenia.



Rys. 18. Błąd hipotezy ruchu celu.

Dla współczesnych przeliczników i celowników automatycznych, gdzie czas roboczy równy jest zeru, a czas wyprzedzenia - czasowi lotu pocisku, zmniejszenie czasu lotu pocisku można uzyskać tylko przez zwiększenie prędkości pocisku.

Wybór hipotezy ruchu celu jest niczym innym jak rozprzestrzenie wniosków o drodze ruchu celu do momentu wystrzału, na jego ruch w czasie wyprzedzonym. Zatem w przeliczniku przeprowadzana jest ekstrapolacja drogi celu w czasie wyprzedzenia zgodnie z założoną hipotezą, w związku z tym strzelający nie ma żadnego wpływu na rozwiązanie zadania spotkania w przypadku gdy cel będzie leciał wg innej hipotezy ruchu.

Z ekstrapolacją spotykamy się również w czasie nanoszenia kursu celu na stolik na podstawie wcięć, aby wyznaczyć przyszły kurs celu /ogień zaporowy/ oraz przy opracowywaniu wyników strzelań itp.

W czasie rozwiązywania zadań związanych z ekstrapolacją spotykamy się równocześnie z wypośrodkowaniem tych zależności, według których określa się ekstrapolowanie wartości zmiennej wielkości. Pod pojęciem wypośrodkowania zmiennej wielkości należy rozumieć wyznaczenie jej średniej wartości.

Określenie punktu strzału

Przy prostych i półautomatycznych sposobach strzelania od momentu początkowego /pkt A_0 / do momentu odpalenia /pkt A_s / upływa czas roboczy τ_r , niezbędny do obliczenia, przekazania i wykonania nastaw oraz załadowanie działa. Pod koniec czasu roboczego cel będzie znajdował się w pkt A_s , który należy określić.

Podczas znajdowania się celu w pkt A_1, A_2, A_3, A_0 określamy charakter ruchu celu przy określonej hipotezie. Na podstawie przyjętej hipotezy ekstrapolujemy kurs celu i od punktu A_0 odkładamy odcinek $V_c \cdot \tau_r = A_0 A_s$, na końcu którego będzie leżał pkt A_s /rys. 19/

Czas roboczy ustala się zawczasu i strzał oddaje się w momencie zakończenia tego czasu. Zmniejszenie czasu roboczego powoduje zmniejszenie wielkości ekstrapolowanej odcinka kursu, dzięki czemu zwiększa się skuteczność strzelania.

Dlatego też we współczesnym sprzęcie przeciwlotniczym, gdzie dane na działa przekazywane są synchronicznie i punktem strzału może być dowolny punkt na kursie, czas roboczy równa się zeru.

Istota rozwiązania zadania spotkania

Rozwiązanie zadania spotkania jest zasadniczym etapem przygotowania wystrzału /salwy/ w czasie którego określa się współrzędne punktu wyprzedzonego A_w tj. punktu, w którym według obiektu ^{celu} powinno nastąpić spotkanie pocisku z celem,

Istota rozwiązania zadania spotkania pocisku z celem polega więc na uzgodnieniu w czasie dróg celu i pocisku przebywanych z różnymi prędkościami /stała celu i zmienna pocisku/, tzn. należy obliczyć odcinek drogi celu równy:

$$V_c \cdot t = A_s - A_w$$

Rozwiązanie zadania spotkania przez różne przeliczniki /celowniki automatyczne/ może być przeprowadzone sposobem geometrycznym lub analitycznym.

Geometryczny sposób rozwiązania zadania spotkania polega na odtworzeniu w skali przez urządzenia przelicznika /celownika/ trójkąta wyprzedzenia w płaszczyźnie pochyłej / $A_s O A_w$ / lub poziomej / $a_s O a_w$ / /rys. 19/. Wektor wyprzedzonej odległości rzeczywistej /poziomej/ obliczany jest jako suma geometryczna wektorów.

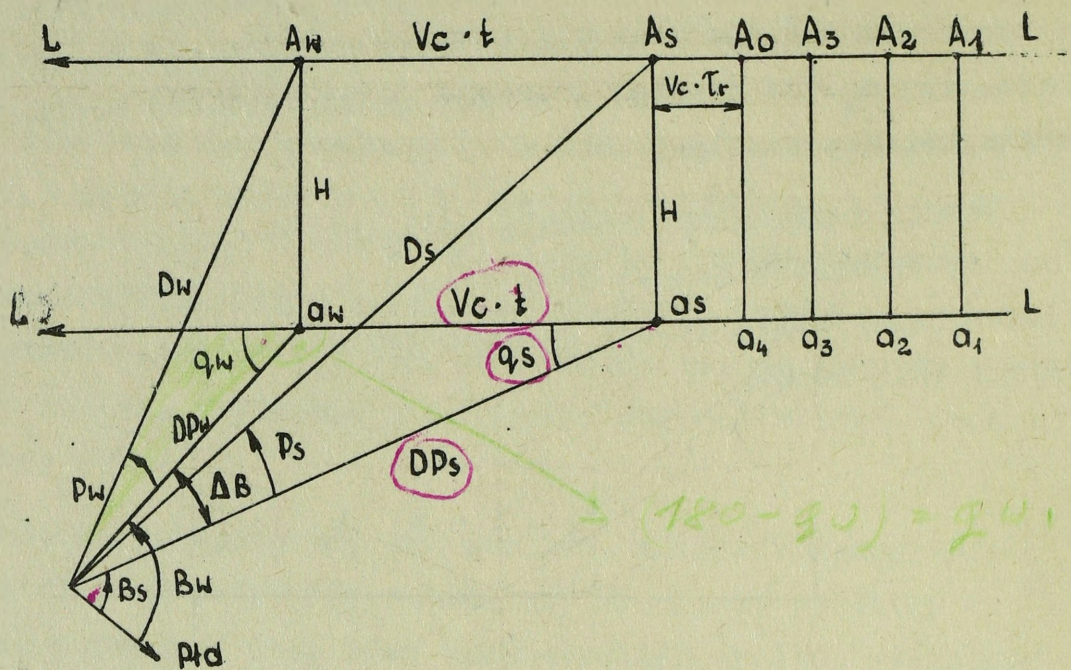
$$\bar{D}_w = \bar{D}_s + (\bar{V}_c \cdot t) \quad \text{lub} \quad \bar{D}_{pw} = \bar{D}_{ps} + (\bar{V}_c \cdot t)$$

/18/

gdzie

$$t = f(D_w, H) \quad \text{lub} \quad t = f(D_{pw}, H)$$

Analityczny sposób rozwiązania zadania polega na wykorzystaniu matematycznych zależności między elementami trójkąta wyprzedzenia w pochyłej lub poziomej płaszczyźnie.



Rys. 19. Trójkąt wyprzedzenia

Dla przybliżenia rozwiązania trójkąta w płaszczyźnie poziomej niezbędne są wartości: D_{ps} , H_s , β_s , V_c , q_s i λ . Na podstawie wartości oblicza się poziomą odległość wyprzedzenia.

$$D_{P_{w,i}} = \sqrt{D_{P_s}^2 + (V_c \cdot t_i)^2 - 2D_{P_s} V_c \cdot t_i \cdot \cos q_s} \quad /20/$$

gdzie:

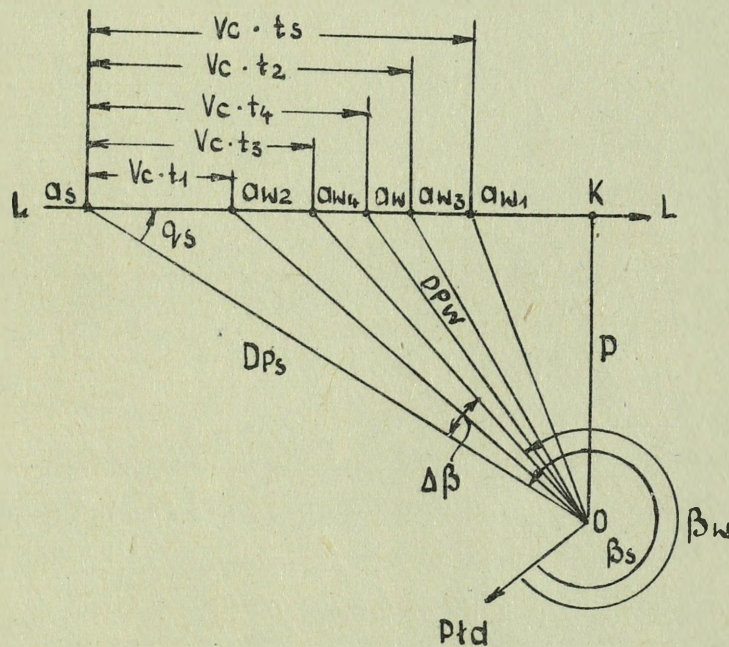
$$t = f(D_{P_{w,i}}, H_i) \quad /21/$$

Jak wynika z powyższego, tak przy geometrycznym, jak i analitycznym sposobie rozwiązania mamy układ dwóch równań o dwóch niewiadomych: $\{D_p \text{ i } t\}$. Równań tych zwykłymi metodami rozwiązać nie można, gdyż wielkości D_p i t są wzajemnie od siebie zależne. Dlatego przy rozwiązywaniu zadania spotkania, zarówno sposobem geometrycznym jak i analitycznym wykorzystuje się znaną w matematyce metodę kolejnych przybliżeń /prób i błędów/. Metoda ta jest stosowana zarówno w przelicznikach jak i celownikach automatycznych.

Metoda kolejnych przybliżeń

Aby wyznaczyć punkt wyprzedzany trzeba odłożyć od punktu A_s w kierunku ruchu celu odcinek $V_c \cdot t$, którego koniec wyznaczy punkt A_w . Ponieważ czas lotu pocisku do pkt A_w jest nieznan, cały proces rozwiązania dzieli się na etapy zwane przybliżeniami /rys. 20/. Każde przybliżenie zawiera w sobie rozwiązanie z określoną dokładnością, przy czym każde następne jest dokładniejsze w porównaniu z poprzednim /odległość poziomą wyprzedzoną oblicza się przy pomocy wzorów 20 i 21 i danych początkowych pkt A_s :

$Dp_s; H_s; \beta_s; V_c; q_s; \lambda$ dane początkowe
 $Dp_{w1} = \sqrt{\dots} \dots (20)$



Rys. 20. Metoda kolejnych przybliżeń.

Całkowicie dokładne rozwiązanie tego zadania jest niemożliwe, chociaż odcinki między punktami A_{wi} w kolejnych przybliżeniach są coraz mniejsze / $A_{w1} A_{w2} > A_{w2} A_{w3} > A_{w3} A_{w4} > \dots$ itd / i dążą do zera, jednak praktycznie go nie osiągną. Praktyczne przybliżenia przerywa się w momencie, gdy różnica czasów lotu pocisku do dwóch sąsiednich punktów będzie równa lub zmniejsza od wymaganej wartości " δ " określonej dokładnością tabel strzelniczych, tzn.

$$t_n - t_{n-1} \leq \delta$$

Praktycznie zadanie spotkania można uważać za rozwiązane, gdy

$$t_n - t_{n-1} = \delta \leq 0,01 \text{ sek}$$

Wielkość δ charakteryzuje dokładność rozwiązania zadania spotkania tą metodą. Ostatni określony punkt A_{wi} przyjmuje się za A_w .

Gdy cel leci na baterię przybliżenia obramowując punkt A_w zbliżają się do niego, w przypadku lotu od baterii, przybliżenia zbliżają się do punktu A_w z jednej strony /dopędzają/.

Dla wyznaczonego punktu A_w w wybranym układzie współrzędnych określa się współrzędne: D_w (D_{pw}), H i β_w . Azymut wyprzedzany jest sumą algebraiczną azymutu pkt strzału i wyprzedzenia kierunku:

$$\beta_w = \beta_s \pm \Delta \beta$$

/22/

gdzie:

$$\Delta \beta = \text{arc} \cdot \sin \frac{V_c \cdot t \cdot \sin \alpha_s}{D_{pw}}$$

/23/

Omówione wyżej metody kolejnych ^{obliczeń} stosowane są w przelicznikach /celownikach/ a także do teoretycznych obliczeń nastaw do strzelania.

Proste graficzne rozwiązanie zadania spotkania.

Proste graficzne rozwiązanie zadania spotkania ma szerokie zastosowanie przy badaniach strzelań, obliczenia nastaw początkowych a także kontroli strzelań poligonowych itp.

Aby rozwiązać zadanie spotkania tą metodą, należy uprzednio dla danej wysokości lotu celu wykreślić krzywą czasów lotu pocisku /rys. 21/

Punkt C ma tę osobliwość że leży zarówno na krzywej czasu lotu pocisku jak i prostej czasu lotu celu, tzn. czas lotu celu i pocisku jest równy dla rzutu punktu C na kurs celu.

Wynika to z rozpatrzenia dwóch trójkątów podobnych: $\Delta a_s N N_1$

i $\Delta a_s C a_w$

Z trójkątów tych wynika, że

$$\frac{a_s a_w}{C a_w} = \frac{a_s N}{N N_1} \quad \text{lub} \quad \frac{a_s a_w}{t} = \frac{V_c \cdot \tau}{t}$$

czyli

$$a_s a_w = \frac{V_c \cdot \tau \cdot t}{\tau} = V_c \cdot t$$

tzn. że odcinek $a_s a_w = V_c \cdot t$ wyraża w przyjętej skali długość wektora wyprzedzenia liniowego, a punkt \hat{a}_w jest rzeczywiście punktem wyprzedzonym.

Następne punkty a możemy wyznaczyć przez wykreślenie prostych czasu lotu celu w równoległych do początkowej w odstępnie strzelania, tzn. nanosimy kolejne punkty strzału w odległości jeden od drugiego równej:

$$a_{s_i} a_{s_{i+1}} = V_c \cdot \tau_s$$

a z wyznaczonych punktów a_{s_i} wykreślamy proste równoległe do $a_s C$ przez co otrzymamy szereg punktów C_i które po zrzutowaniu na kurs celu dadzą nam punkty a_{w_i} . W ten sposób możemy określić ilość pkt A_w tym samym ilości strzałów /salw/ na danym kursie.

Proste rozwiązanie graficzne jest bardzo dogodnie ponieważ na tym samym wykresie można wykreślić krzywe czasów lotu pocisku dla różnych wysokości.

Rozwiązanie odwrotne

Przy rozpatrywaniu zagadnień strzelania art.plc lub zestawieniu tabel dla niektórych strzelań wynika często konieczność rozwiązywania zadania spotkania wstecz dla określenia punktu strzału itd. w oparciu o założone współrzędne punktu wyprzedzonego.

Do rozwiązania zadania tym sposobem należy założyć współrzędne punktu wyprzedzonego: β_w, D_{pw}, H_w oraz czynniki ruchu V_c, q_w .
 Na podstawie tych danych wykreślamy kurs celu, położenie punktu A_w oraz z tabeli czas lotu pocisku. Mnożąc czas lotu pocisku przez V_c otrzymamy wartość Δs , która po odłożeniu w kierunku przeciwnym do ruchu celu wyznaczy położenie pkt A_s .

Współrzędne punktu A_s obliczamy rozwiązując trójkąt $Oa_w a_s$
 / Rys. 19/

skąd
$$D_{ps} = \sqrt{D_{pw}^2 + (V_c \cdot t)^2 - 2 D_{pw} \cdot V_c \cdot t \cos q_w} \quad /24/$$

Z tego samego trójkąta obliczamy wartość q_s sin (180 - q_w) = sin q_w

$$q_s = \arcsin \frac{D_{pw} \cdot \sin q_w}{D_{ps}} \quad /25/$$

Po obliczeniu wyprzedzenia w kierunku ze wzoru $\Delta \beta = q_w - q_s$ obliczamy azymut pkt A_s , który jest równy sumie algebraicznej.

$$\beta_s = \beta_w \pm \Delta \beta \quad /26/$$

5. Prawa zmiany współrzędnych bieżącego położenia celu

Jeżeli cel porusza się według określonego założenia /hipotezy/, to współrzędne celu będą zmieniały się według określonego prawa. Ponieważ podstawową hipotezą ruchu celu powietrznego jest hipoteza ruchu jednostajnego, prostoliniowego i poziomego, dlatego też rozpatrzmy prawo zmiany współrzędnych celu (β, p, D_p, D i H)

przy tej hipotezie ruchu celu.

Azymut celu i jego pochodne

Do rozpatrzenia prawa zmiany azymutu założmy, że cel porusza się z prawa na lewo ze stałą prędkością V_c , a za moment początkowy odczytywania czasu bieżącego T przyjmijmy punkt K , leżący na parametrze kursu /rys. 22/. Z rys. 22 wynika, że

$$\beta = \beta_p + \arcsin \frac{V_c \cdot T}{p} \quad /27/$$

/27/

Jeżeli oznaczymy

$$V_c / P = a$$

i podstawimy do wzoru /27/ to

otrzymamy

$$\beta = \beta_p + \text{arc tg}(a \cdot T) \quad /28/$$

gdzie a - wielkość stała dla danego kursu celu.

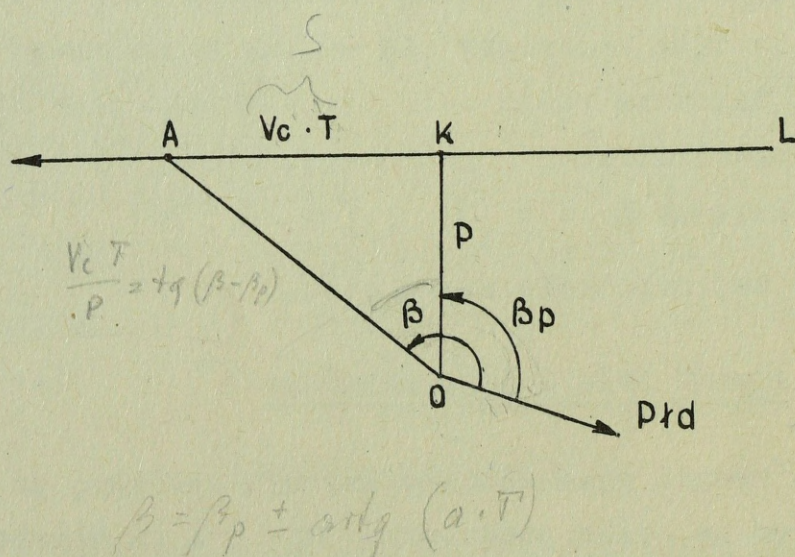
Wzór /28/ jest słuszny dla ruchu celu w lewo, gdzie dodatniemu przyrostowi czasu T odpowiada dodatni przyrost azymutu. Przy ruchu celu w prawo i tym samym sposobie odczytywania czasu T /do punktu K - dodatni, od pkt K - ujemny/ otrzymamy ujemny przyrost azymutu, stąd też ogólne równanie azymutu będzie.

$$\beta = \beta_p \pm \text{arc tg}(a \cdot T)$$

/29/

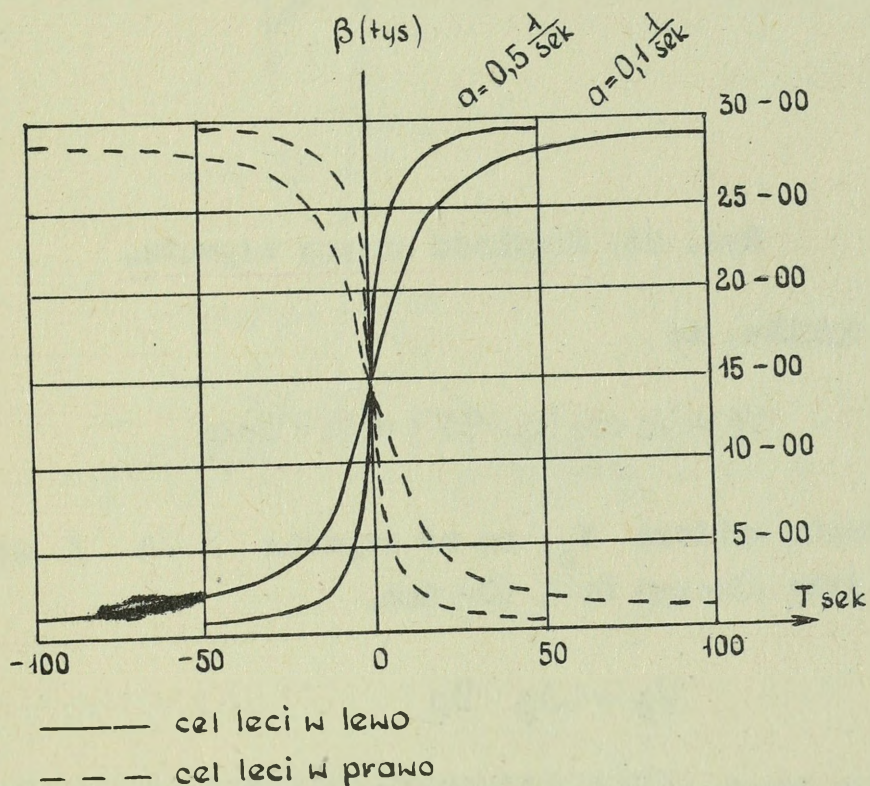
gdzie "+" odnosi się do ruchu celu w lewo, a "-" - w prawo.

W obydwu przypadkach wartość kąta określonego na podstawie tangensa zawarta jest w granicach 180° .



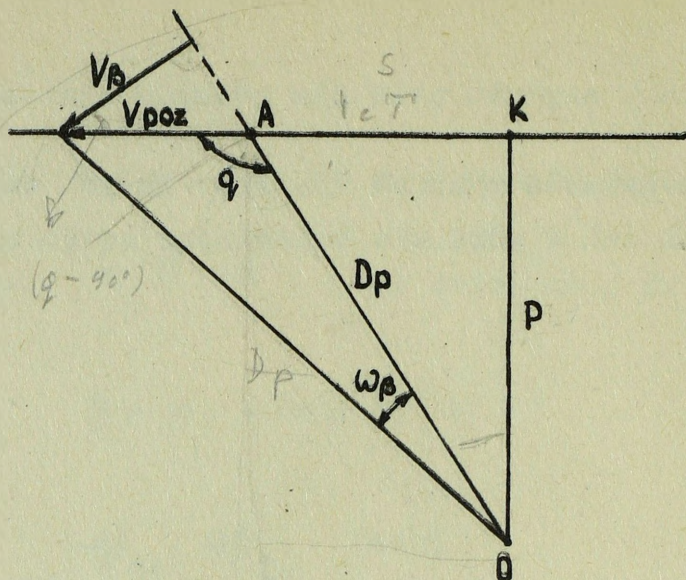
Rys. 22. Zależność azymutu od czasu bieżącego.

Wykres zmiany azymutu celu dla różnych wartości $a = V_c / P$
 $\beta_p = 15-00$. przedstawia rysunek 23. Przy innych wartości ^{ach} krzywe
przesuną się w dół lub w górę nie zmieniając swego kształtu.



Rys. 23. Wykres zmiany azymutu celu przy $\beta_p = 15-00$

Z punktu widzenia strzelania artylerii przeciwlotniczej
ważną jest znajomość pierwszej pochodnej azymutu, tzn. prędkości
zmiany azymutu $|\dot{\omega}_\beta|$. Rozpatrzmy to zagadnienie posługując się
rysunkiem 24.



Rys. 24. Prędkość zmiany azymutu.

Z rys. 24 wynika, że

$$V_{\beta} = V_c \cos(q - 90^{\circ}) = V_c \cdot \sin q \quad /30/$$

Wielkość rzutu wektora V_c na oś azymutu / V_{β} / można podstawić jako iloczyn D_p i $\omega_{\beta} \tan$.

$$V_{\beta} = \omega_{\beta} \cdot D_p \quad (\text{wzrost i zmniejszenie}) \quad /31/$$

Przyrównując prawe strony równań /30 i 31/ otrzymamy

$$\omega_{\beta} \cdot D_p = V_c \cdot \sin q$$

stad

$$\omega_{\beta} = \frac{V_c}{D_p} \sin q \quad \left\{ \frac{P}{D_p} = \sin q \right\} \quad /32/$$

Do praktycznych wyliczeń najcelowiej wyrazisz ω_{β} w funkcji czasu biegnącego T tan.

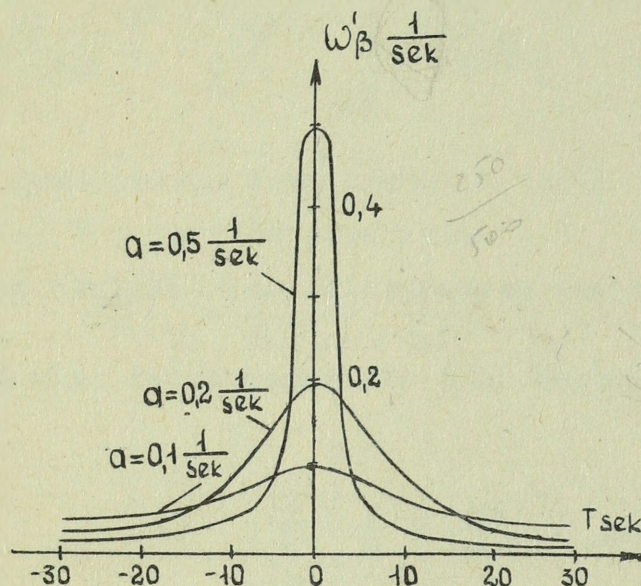
$$\omega_{\beta} = \frac{V_c}{D_p} \sin q = \frac{V_c \cdot P}{D_p^2} = \frac{V_c \cdot P}{p^2 + s^2} = \frac{V_c \cdot P}{p^2 + V_c^2 T^2} = \frac{\frac{V_c}{P}}{1 + \left(\frac{V_c}{P}\right)^2 T^2}$$

ponieważ $\frac{V_c}{P} = a$, to otrzymamy ostatecznie

$$\omega_{\beta} = \frac{a}{1 + a^2 T^2} = \frac{dB}{dT} \quad /33/$$

Ze wzoru /33/ wynika, że charakter zmiany krzywej ω_{β} w czasie określa tylko stosunek V_c/P i że krzywa $\omega_{\beta} = f(T)$ jest syme-

tryczną względem parametru kursu. W punktach kursu odległych od parametru tzn. gdzie $T \rightarrow \pm \infty$ wartość ω_β dąży do zera. Maksimum /minimum - krzywa może posiadać ujemną wartość przy ujemnym stosunku V_c / P krzywej występuje przy $T = 0$, tzn. gdy $\omega_\beta = a$ /rys. 25/.



✓ Rys. 25. Krzywa prędkości zmiany azymutu.

Rozpatrzmy z kolei przy jakiej wartości P wystąpią największe wartości ω_β przy określonej drodze celu S_1 .

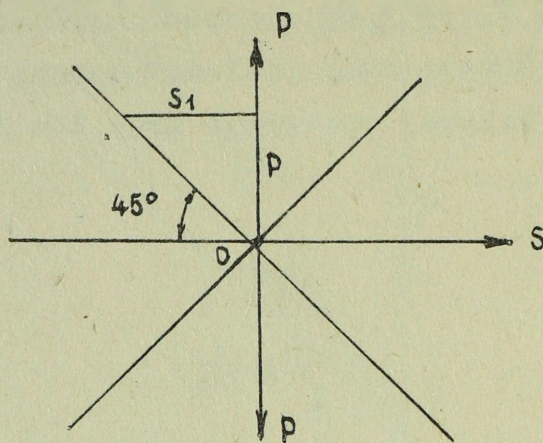
Różniczkując wyrażenie

$$\omega_\beta = \frac{V_c \cdot P}{p^2 + S^2}$$

względem P i przyrównując wynik do zera określimy wartość P

$$\omega_\beta' = \frac{d\omega_\beta}{dP} = V_c \frac{p^2 + S_1^2 - 2P^2}{(p^2 + S_1^2)^2} = V_c \frac{S_1^2 - P^2}{(p^2 + S_1^2)^2} = 0$$

Z powyższego wyrażenia możemy określić, że przy danej drodze celu S_1 , ω_β posiada maksymalną wartość przy kursie, gdzie $P = \pm S_1$. Zatem miejscem geometrycznym punktów, w których wystąpią maksymalne wartości ω_β przy danym kursie, są proste nachylone pod 45° do osi P i S /rys. 26/.



Rys. 26. Miejsce geometryczne największych wartości.

Największą wartość ω_β dla danej drogi celu S_1 znajdujemy ze wzoru:

$$\omega_{\beta N} = \frac{V_c}{2 S_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{V_c}{P} \quad /34/$$

Należy pamiętać, że ω_β na drodze S_1 będzie największa w przypadku, gdy $P = \pm S_1$, lecz przy $S = \pm S_1$ wartość jest dwukrotnie mniejsza od $\omega_{\beta \max} = a$.

Wyznaczając pochodną wyrażenie /33/ względem czasu otrzymamy przyśpieszenie zmiany azymutu /druga pochodna azymutu/.

$$\frac{V_c}{P} = e \quad // \quad \omega_\beta'' = \frac{d^2 \beta}{dT} = \left[\frac{2 a^3 T}{(1 + a^2 T^2)^2} \right] \quad /35/$$

We wzorze /33/ i /35/ występują znaki \pm o takim samym znaczeniu jak i we wzorze /29/.

Prędkość zmiany azymutu ω_β występuje przy danej prędkości katowej celowania $\omega_{\beta dz}$ strefę celowania w rejonie parametru. Rozpatrzmy poziomy i pionowy przekrój strefy oraz sposób jej wyznaczenia.

Jeżeli założymy, że $\omega_\beta = \omega_{\beta dz} = \text{const}$ i rozpatrzmy $\omega_{\beta dz}$ w układzie współrzędnych P i S, to przekształcając wyrażenie

$$\omega_{\beta dz} = \frac{V_c \cdot P}{p^2 + s^2}$$

otrzymamy

$$p^2 - \frac{V_c}{\omega_{\beta dz}} p + s^2 = 0$$

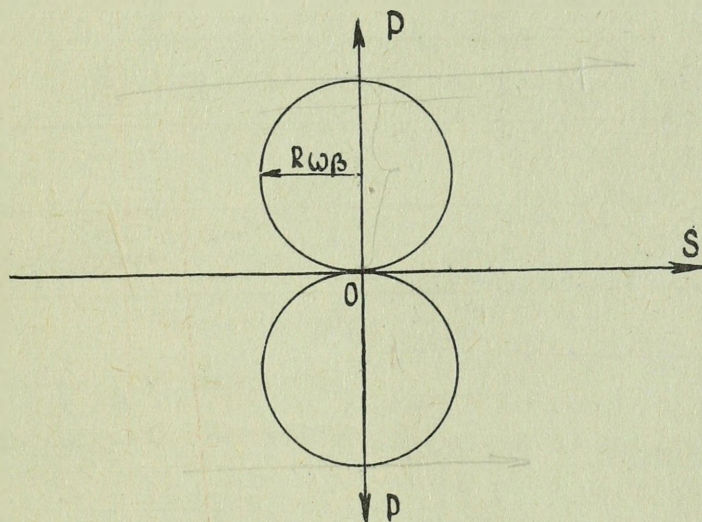
Po wprowadzeniu do lewej i prawej strony równanie wartości $(V_c/2\omega_{\beta dz})^2$ i wykonanie odpowiednich przekształceń, równanie przyjmie postać

$$\left(p - \frac{V_c}{2\omega_{\beta dz}} \right)^2 + s^2 = \left(\frac{V_c}{2\omega_{\beta dz}} \right)^2 \quad /36/$$

$$(P - R_{\omega\beta})^2 + S^2 = R_{\omega\beta}^2$$

Wyrażenie /35/ przedstawia sobą równanie okręgu ze środkiem przesuniętym wzdłuż osi P o wartość promienia

$$R_{\omega\beta} = \frac{V_c}{2\omega_{\beta dz} \text{ (rad)}} \quad /37/$$



Rys. 27. Poziomy przekrój strefy ograniczenia.

Przy ujemnej wartości $\omega_{\beta dz}$ koło przesuwają się od początku układu współrzędnych w kierunku ujemnych wartości osi P, przy dodatniej $\omega_{\beta dz}$ - w kierunku dodatnich wartości osi P. Strefa ograniczenia przy danej prędkości celowania działa przedstawia sobą dwa pionowe walce o podstawach kół /rys. 27/.

Przekrój pionowej tej strefy przy pewnych wartościach P, V_c i $\omega_{\beta dz}$ przedstawia sobą prostokąt o nieskończonej wysokości. Szerokość tego prostokąta możemy obliczyć przekształcając wzór /36/.

$$S_p = \pm \sqrt{P/2 R_{\omega\beta} - P}$$

/38/

Maksymalną szerokość rozpatrywanego przekroju otrzymamy przy

$$P = R \omega \beta \quad \text{tzn.}$$

$$S_{\max} = \pm R \omega \beta \quad /39/$$

Kąt położenia i jego pochodne

Znając wysokość i odległość poziomą możemy określić kąt położenia ze wzoru:

$$p = \arctg \frac{H}{D_p} \quad /40/$$

Podstawiając w miejsce odległości poziomej jej wyrażenie $D_p = \sqrt{P^2 + (V_c \cdot T)^2}$ otrzymamy

$$p = \arctg \frac{H/V_c}{\sqrt{P^2 + (V_c \cdot T)^2}} \quad /41/$$

Wyciągając poza znak pierwiastka wartość V_c otrzymamy

$$p = \arctg \frac{H/V_c}{\sqrt{(P/V_c)^2 + T^2}} \quad /42/$$

Wyrażenie /42/ wskazuje, że zależność $p = f(T)$ od trzech wielkości V_c , P i H można sprowadzić do dwóch wielkości H/V_c i P/V_c .

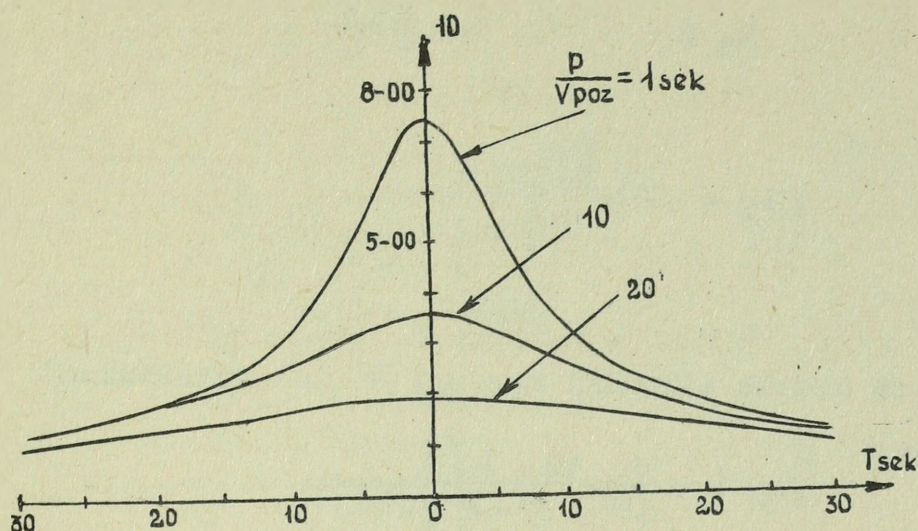
Jeżeli wyciągniemy poza znak pierwiastka wartość P to wyrażenie przyjmie postać

$$p = \arctg \frac{H/P}{\sqrt{1 + (V_c/P)^2 T^2}} \quad /43/$$

Z powyższych wzorów wynika, że kąt położenia osiąga maksimum przy $T = 0$, tzn. na parametrze i równa się

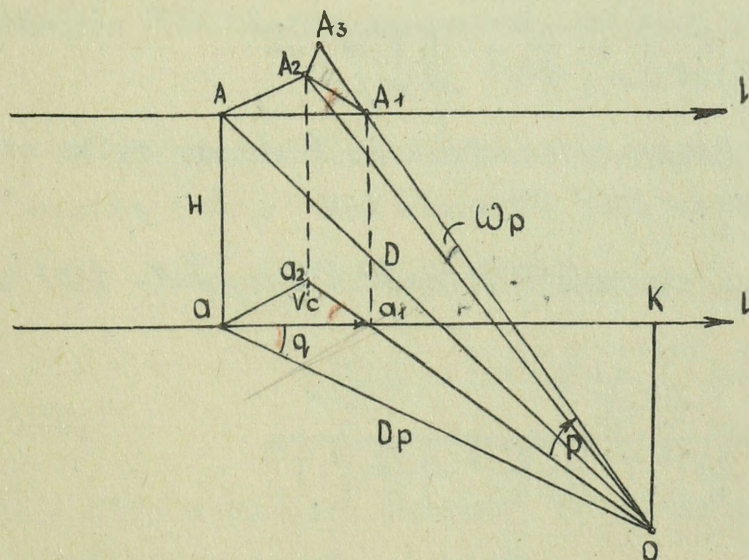
$$p_{\max} = \arctg \frac{H}{P} \quad /44/$$

Przy $T \rightarrow \pm \infty$ kąt położenia dąży do zera /rys. 28/



Rys. 28. Wykres zmiany kąta położenia w czasie.

Rozpatrzmy z kolei pierwszą pochodną kąta położenia /prędkość zmiany kąta położenia / ω_p / rys. 29/.



$$aK = S = Vc \cdot T$$

$$\cos \varphi = \frac{S}{Dp}$$

$$Dp = \sqrt{p^2 + S^2}$$

$$D = \sqrt{p^2 + H^2 + S^2}$$

Rys. 29. Prędkość zmiany kąta położenia

Z rys. 29 wynika, że $\omega_p = A_2 A_3 / D$, ponieważ wartość odcinka

$$A_2 A_3 = V_c \cdot \cos \varphi \frac{H}{D} \quad /45/$$

stąd

$$\omega_p = \frac{V_c H \cos \varphi}{D^2}$$

Zamieniając we wzorze czynniki $\cos \varphi$ i D^2 ich wyrażeniami

$$\omega_p = - \frac{V_c \cdot H \cdot S}{(p^2 + H^2 + S^2) \sqrt{p^2 + S^2}} \quad /46/$$

Dla praktycznych obliczeń najcelowiej wyrazić ω_p w funkcji czasu bieżącego T , tzn.

$$\omega_p = - \frac{V_c^2 H T}{(p^2 + H^2 + V_c^2 T^2) \sqrt{p^2 + V_c^2 T^2}} \quad /47/$$

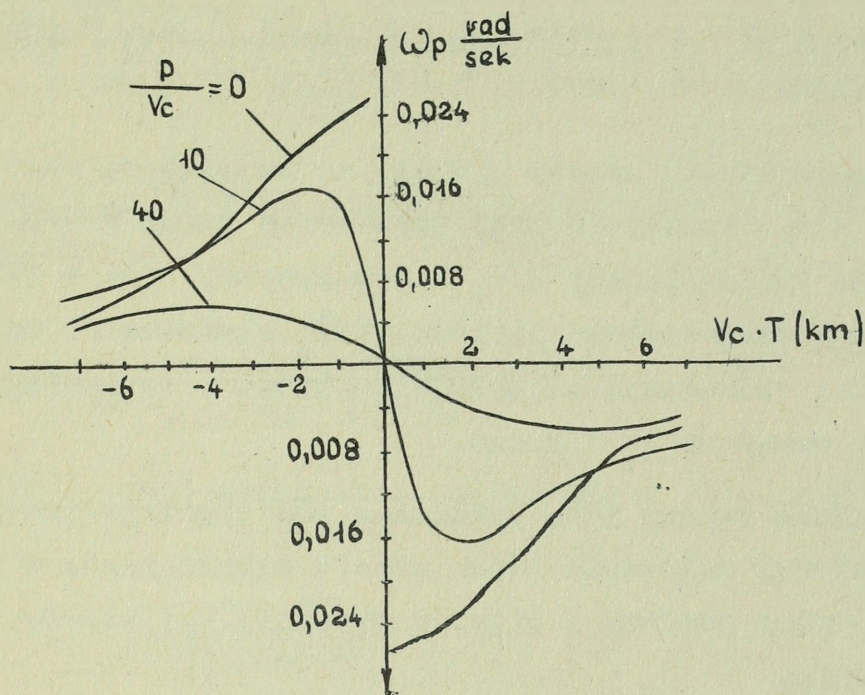
Z wyrażenia /47/ wynika, że prawo zmiany ω_p w funkcji T zależy od trzech wielkości: V_c , P i H , jednakże dzieląc licznik i mianownik wyrażenia /47/ przez V_c^3 otrzymamy równanie.

$$\omega_p = - \frac{\frac{H}{V_c} \cdot T}{\left[\left(\frac{P}{V_c} \right)^2 + \left(\frac{H}{V_c} \right)^2 + T^2 \right] \sqrt{\left(\frac{P}{V_c} \right)^2 + T^2}} \quad /48/$$

z którego wynika, że prawo zmiany ω_p w funkcji T zależy tylko od dwóch wielkości H/V_c i P/V_c .

Analogicznie dzieląc licznik i mianownik wyrażenia /47/ przez H^3 , otrzymamy

$$\omega_p = \frac{\left(\frac{V_c}{H} \right)^2 T}{\left[1 + \left(\frac{P}{H} \right)^2 + \left(\frac{V_c}{H} \right)^2 T^2 \right] \sqrt{\left(\frac{P}{H} \right)^2 + \left(\frac{V_c}{H} \right)^2 T^2}} \quad /49/$$



$$\omega_p = 15 \frac{\text{m}}{\text{sek}} = 0,25 \frac{1}{\text{sek}}$$

Rys. 30. Wykres zmiany \dot{p} w czasie przy różnych wartościach P/V_c i stałej wartości H/V_c

Drugą pochodną kąta położenia /przyspieszenie zmiany kąta położenia / ω_p'' dla warunków lotu celu $H = \text{const}$, $V_H = 0$, $S_H = S$, $V_c = V_{\text{poz}}$ możemy obliczyć

$$\omega_p'' = - \frac{V_c^2 H (D^2 p^2 - 2S^2 D p^2)}{D p^3 D^4} \quad /50/$$

$\omega_p'' = f/T/$ w postaci zależnej tylko od dwóch wielkości H/V_c i P/V_c przedstawia poniższe równanie.

$$\omega_p'' = - \frac{\frac{H}{V_c} \left\{ \left[\left(\frac{H}{V_c} \right)^2 + \left(\frac{P}{V_c} \right)^2 + T^2 \right] \left(\frac{P}{V_c} \right)^2 - 2T^2 \left[\left(\frac{P}{V_c} \right)^2 + T^2 \right] \right\}}{\left[\left(\frac{P}{V_c} \right)^2 + T^2 \right]^{3/2} \left[\left(\frac{H}{V_c} \right)^2 + \left(\frac{P}{V_c} \right)^2 + T^2 \right]^2} \quad /51/$$

Punkty ekstremalne krzywej $\omega_p = f/T/$ możemy obliczyć przy pomocy wzoru wyrażonego w funkcji dwóch wielkości P/V_c i H/V_c .

$$\omega_{p \max/\min} = \pm \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{H}{V_c}\right) \sqrt{-\left(\frac{P}{V_c}\right)^2 + \left(\frac{P}{V_c}\right) \sqrt{7\left(\frac{P}{V_c}\right)^2 + 8\left(\frac{H}{V_c}\right)^2}}{A} \quad /52/$$

gdzie:

$$A = \left[\left(\frac{H}{V_c}\right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{P}{V_c}\right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{P}{V_c}\right) \sqrt{7\left(\frac{P}{V_c}\right)^2 + 8\left(\frac{H}{V_c}\right)^2} \right] \sqrt{\frac{3}{4} \left(\frac{P}{V_c}\right)^2 + \frac{P}{4V_c} \sqrt{7\left(\frac{P}{V_c}\right)^2 + 8\left(\frac{H}{V_c}\right)^2}}$$

Z rozpatrzonych wzorów wynika, że największa wartość $\omega_{p \max}$ dla wysokości $H = H_1$, występuje przy parametrze kursu $P = 0$.

W szczególnym przypadku gdy $P/V_c = 0$ w krzywej $\omega_p = f(T)$ występuje przeskok. Przy wzrastającej wartości P/V_c ekstremalne punkty krzywej coraz bardziej oddają się od parametru kursu i coraz łagodniejsze jest przejście od maksimum do minimum.

Prędkość zmiany kąta położenia ω_p wywołuje przy danej prędkości katowej celowania ω_{pdz} strefę ograniczenia w rejonie parametru. Rozpatrzmy poziomy i pionowy przekrój tej strefy oraz sposób jej wyznaczenia.

Jeżeli do równania /45/ podstawimy: $\omega_p = \omega_{pdz}$ oraz $D^2 = D_p^2 + H^2$ to otrzymamy:

$$\omega_{pdz} = \frac{V_c \cdot H \cdot \cos \varphi}{D_p^2 + H^2} \quad /53/$$

stąd otrzymamy równanie poziomego przekroju strefy ograniczenia wywołanej prędkością zmiany azymutu /rys. 31/.

$$D_p = \sqrt{\frac{V_c \cdot H}{\omega_{pdz}} \cos \varphi - H^2}$$

/54/

Pierwsza składowa wyrażenia pod pierwiastkiem jest zawsze dodatnia ponieważ ujemnym wartościom $\cos \varphi$ odpowiadają ujemne wartości ω_{pi} odwrotnie.

Ze wzoru /54/ wynika, że $D_{p \max}$ występuje przy $\varphi = 0$ i $\varphi = 180^\circ$.

tzn.

$$D_{p \max} = \sqrt{\frac{V_c \cdot H}{\omega_{pdz}} - H^2}$$

/55/

Znajdźmy wysokość $H = H_n$, przy której $D_{p \max}$ wyznaczone wzorem /55/ osiąga największą wartość. Przyrównując do zera pochodną wysokości H podpierwiastkowego wyrażenia wzoru /55/

otrzymamy:

$$\frac{Vc}{(\omega_{pdz})} - 2H = 0 \quad /56/$$

stąd

$$H_m = \frac{1}{2} \frac{Vc}{(\omega_{pdz})} \quad /57/$$

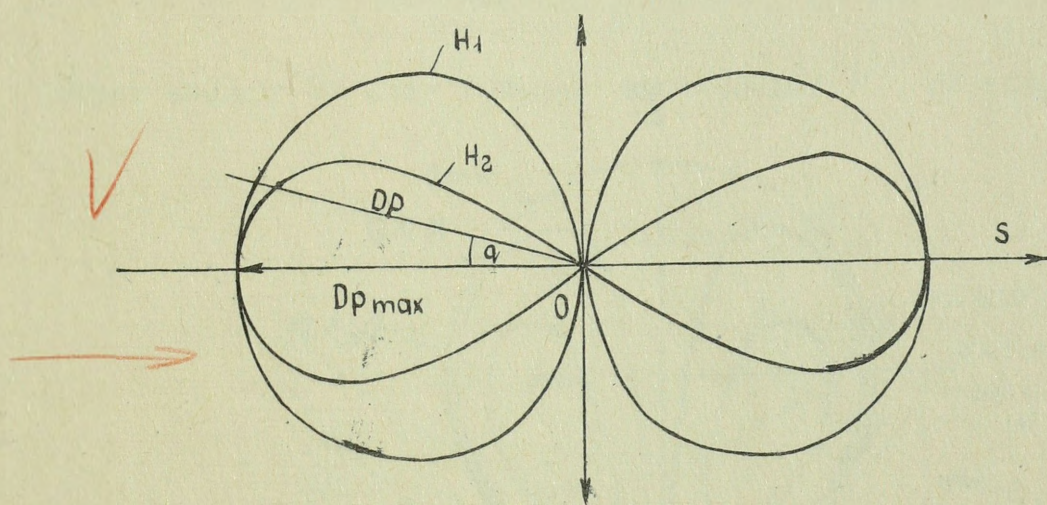
Podstawiając wyrażenie /57/ do wzoru /55/ otrzymamy wartość największej odległości

$$D_{p_{max},n} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Vc}{(\omega_{pdz})} \quad /58/$$

Wartość $D_{p_{max}}$ obliczona przy pomocy wzoru /55/ będzie równa zero przy

$$H_n = \frac{Vc}{(\omega_{pdz})}$$

/59/



Rys. 31. Poziomy przekrój strefy ograniczenia.

Z powyższego wynika, że poziome przekroje strefy ograniczenia występują od $H = 0$ do $H = H_m$. Przy $H_n = 1/2 H_m$ wymiary poziomego przekroju strefy są największe.

Wartości D_p obliczone ze wzoru 54 w granicach $H = 0$ do $H = H_m$ są równe zero przy kącie kursowym q wynikającym z równania

$$\frac{V_c \cdot H}{\omega_{pdz}} \cos q - H^2 = 0$$

/60/

stąd

$$\cos q_{gr} = \frac{\omega_{pdz} \cdot H}{V_c}$$

Dlatego też rzeczywiste wartości D_p wystąpią przy kątach kursowych q zmieniających się w granicach od $0 - q_{gr}$ do $+ q_{gr}$ i od $/180^\circ - q_{gr}/$ do $/180^\circ + q_{gr}/$

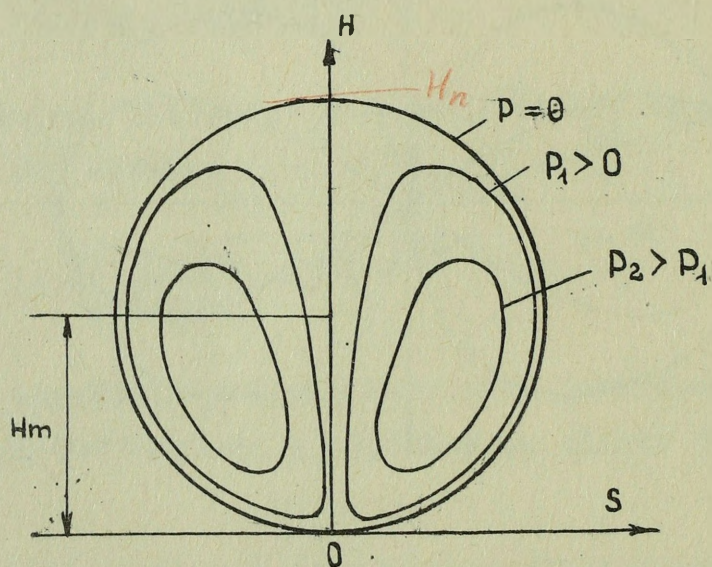
Pionowy przekrój strefy ograniczenia wywołanej prędkością zmiany kąta położenia wyznacza równanie krzywej otrzymane na płaszczyźnie kursu celu wyznaczonego parametrem $P = P_1$ i przy $\omega_p = \omega_{pdz}$. Podstawiając do wzoru /46/ powyższe wartości otrzymamy

$$\omega_{pdz} = - \frac{V_c H S}{(P_1^2 + H^2 + S^2) \sqrt{P_1^2 + S^2}}$$

/61/

stąd

$$H = \frac{1}{2} \frac{V_c S}{\omega_{pdz} \sqrt{P_1^2 + S^2}} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{V_c S}{\omega_{pdz} \sqrt{P_1^2 + S^2}}\right)^2 - (P_1^2 + S^2)}$$



Rys. 32. Pionowy przekrój strefy ograniczenia

3/ Odległość pozioma i jej pochodne

Odległość poziomą możemy określić przy pomocy następujących wzorów

$$\left. \begin{aligned} D_p &= D \cos p \\ D_p &= \frac{P}{\sin q} \\ D_p &= -\frac{S}{\cos q} \\ D_p &= \sqrt{P^2 + S^2} \end{aligned} \right\} \quad /62/$$

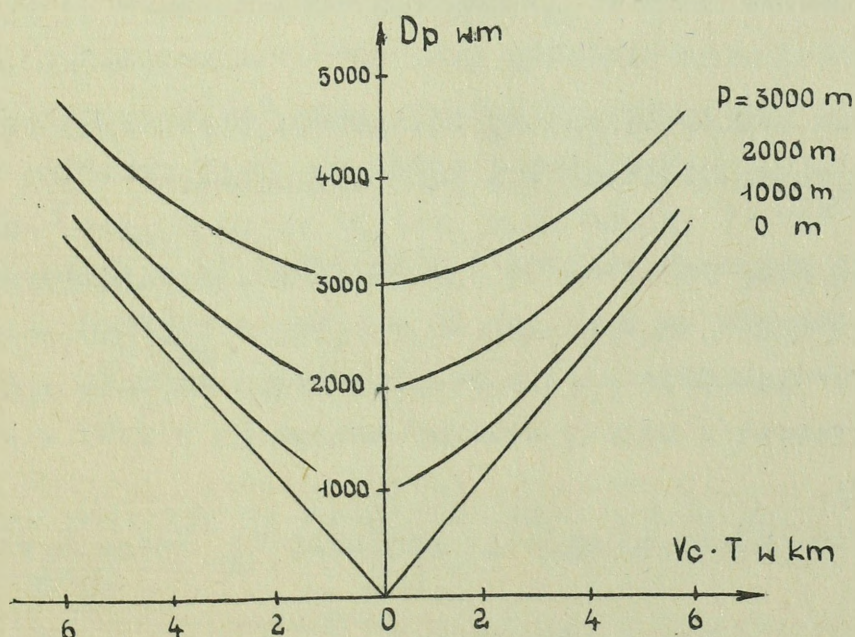
Zamieniając w ostatnim wzorze /62/ wartość S jej wyrażeniem $S = V_c \cdot T$, otrzymamy równanie odległości poziomej w funkcji bieżącego czasu T

$$\boxed{I} \quad \left\{ D_p = \sqrt{P^2 + V_c^2 T^2} \right\} \quad /63/$$

Z wyrażenia /63/ wynika, że krzywe $D_p = f(T)$, są symetryczne względem parametru kursu. Im bliżej parametru znajduje się cel tym mniejsza jest wartość D_p . Przy $T = S = 0$, tzn. na parametrze kursu otrzymujemy najmniejszą wartość odległości poziomej.

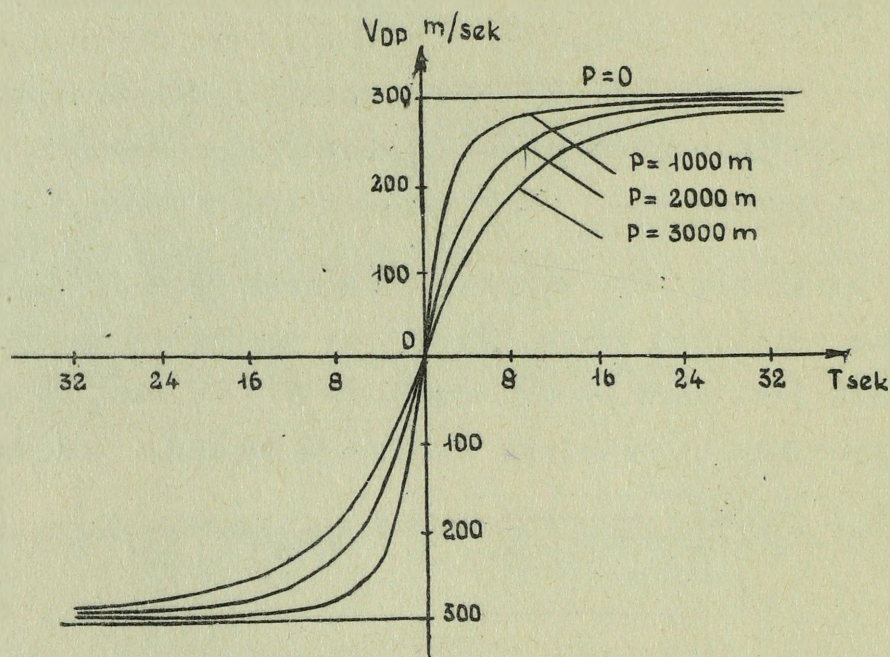
$$\boxed{D_{p \min} = P}$$

Wykres zmiany D_p przy różnych wartościach P przedstawia rys. 33.



Rys. 33. Wykres zmiany D_p w czasie przy różnych P .

Ze wzoru /63/ i rys. 33 wynika, że im mniejsza jest wartość P , tym prostsza jest krzywa $D_p = f/T/$ dla punktów^w bardziej oddalonych od parametru i tym gwałtowniejsza jest jej zmiana w rejonie parametru. W przypadku gdy $P = 0$ krzywa $D_p = f/T/$ przyjmuje postać dwóch prostych gwałtownie zmieniających swój kierunek przy przejściu przez punkt 0. Proste są asymptotami dla wszystkich pozostałych krzywych $D_p = f/T/$.



Rys. 34. Wykres prędkości zmiany odległości poziomej w czasie przy równych wartościach P i $V_c = 300$ m/sek.

Zgięcie krzywych wzrasta tym bardziej im większa jest prędkość celu V_c . Aby przejść od krzywych $D_p = f/T/$ sporządzonych dla określonej V_c , do krzywych odpowiadających prędkości celu V_c , m /przy tej samej skali wykresu / należy ścisnąć krzywą $D_p = f/T/$ w kierunku osi t "m" razy.

Prędkość zmiany odległości poziomej V_{Dp} można wyrazić wzorami

$$\left. \begin{aligned} V_{Dp} &= -V_c \cdot \cos \alpha \\ V_{Dp} &= \frac{V_c \cdot S}{D_p} \end{aligned} \right\} \quad /65/$$

Podstawiając do wzoru /64/ w miejsce D_p i S cel wyrażenia otrzymamy prędkość zmiany odległości poziomej V_{Dp} w funkcji bieżącego czasu T .

$$\boxed{V_{Dp} = V_c \frac{V_c - T}{\sqrt{p^2 + V_c^2 T^2}}} \quad /65/$$

Dzieląc licznik i mianownik równania /65/ przez $V_c \cdot T$ otrzymamy równanie $V_{Dp} = f/T/$ w postaci

$$\boxed{V_{Dp} = \pm V_c \frac{1}{\sqrt{1 + p^2/V_c^2 T^2}}} \quad /66/$$

Ze wzoru /65/ i /66/ wynika, że przy $T \rightarrow \pm \infty$ wartość V_{Dp} dąży do wartości ekstremalnych $\pm V_c$, a przy $T = 0$ wartość $V_{Dp} = 0$. Zatem V_{Dp} w miarę zbliżenia się celu do parametru kursu zmienia się od wartości $-V_c$ do zera i za parametrem dąży do $\pm V_c$.

Rozpatrzmy wpływ P i V_c na charakter krzywej $V_{Dp} = f/T/$. Ze wzoru /66/ wynika, że wielkość P określa tylko charakter zmiany krzywej i jest współczynnikiem przy wartości T , tzn. zmniejszenie P "m" razy odpowiada ekwiwalentnie zwiększeniu t "m" razy. Zatem, aby przejść do krzywej $V_{Dp} = f/T/$ odpowiadającej parametrowi kursu P , do krzywej odpowiadającej parametrowi P/m , należy wszystkie odcięte tej krzywej skrócić "m" razy.

Przejściu krzywej $V_{Dp} = f/T/$ od wartości $-V_c$ do $+V_c$ towarzyszy gwałtowny skok funkcji w rejonie parametru /rys. 34/.

Wpływ V_c na charakter krzywej $V_{Dp} = f/T/$ przedstawia się następująco. Zwiększenie V_c "m" razy powoduje odpowiednio zwiększenie rzędnych krzywych "m" razy kosztem V_c wchodzącej w licznik wzoru /66/. Wpływ wartości V_c w wyrażeniu podpierwiastkowym wzoru /66/ możemy wyrazić zmianą czasu T , tzn. zwiększenie V_c "m" razy odpowiada ekwiwalentnie zwiększeniu T "m" razy. Zatem, aby przejść od krzywej $V_{Dp} = f/T/$ przy danej V_c do krzywej przy $V_c \cdot m$, należy odcięte krzywej zmniejszyć "m" razy, a rzędne - zwiększyć "m" razy.

Drugą pochodną Dp /przyśpieszenie zmiany $Dp/ - V''_{Dp}$ możemy obliczyć ze wzoru

$$\boxed{V''_{Dp} = \frac{V_c^2 p^2}{Dp^3}} \quad /67/$$

Wzór /67/ można przekształcić do następujących postaci

$$V_{Dp}'' = \frac{V_c^2}{D_p} \sin^2 q \quad /68/$$

$$V_{Dp}'' = \frac{V_c^2 p^2}{(p^2 + V_c^2 T^2)^{3/2}} \quad /69/$$

Ze wzoru /69/ wynika, że przy zmianie T od $-\infty$ do zera, V_{Dp}'' zmienia się od zera do wartości maksymalnej równej

$$V_{Dp}''_{\max} = \frac{V_c^2}{p} \quad /70/$$

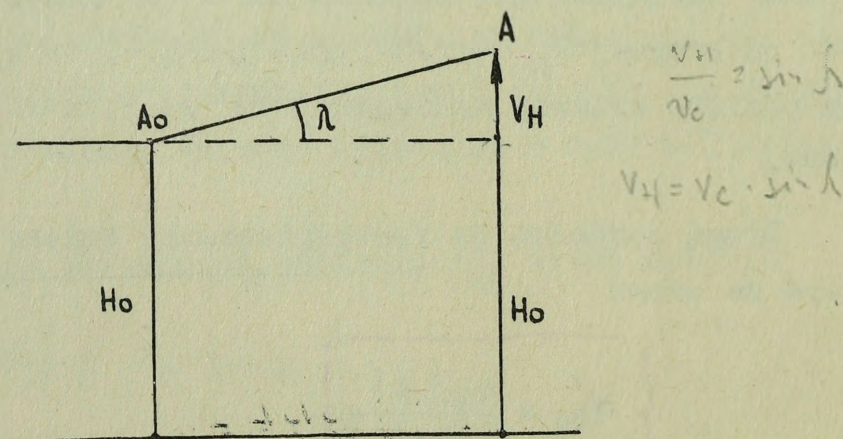
Przy dalszym wzroście t wartość V_{Dp}'' maleje asymptotycznie zbliżając się do zera przy $T \rightarrow +\infty$.

Zależność krzywej $V_{Dp}'' = f(T)$ od prędkości celu V_c i parametru kursu P wykazuje wzór /71/ otrzymany przez podzielenie licznika i mianownika wyrażenia /69/ przez P^3 , tzn.

$$V_{Dp}'' = \frac{V_c^2}{p} \frac{1}{\left(1 + \frac{V_c^2 T^2}{p^2}\right)^{3/2}} \quad /71/$$

4/ Wysokość celu

W przypadku poziomego ruchu celu wysokość jest wartością stałą, tzn. $H = \text{const}$, a prędkość zmiany wysokości $V_H = 0$. Charakter zmiany wysokości przy ruchu poziomym jest przedstawiony na rys. 35 linia przerywana.



Rys. 35. Zmiana wysokości celu.

Jeżeli cel porusza się jednostajnie w dowolnej płaszczyźnie, to wysokość celu zmienia się wg zależności.

$$H = H_0 + V_H \cdot T \quad /72/$$

Prędkość zmiany wysokości w tym przypadku jest wielkością stałą

$$V_H = \frac{dH}{dT} = V_c \cdot \sin \lambda = \text{const} \quad /73/$$

a jej wykres będzie przedstawiała prosta, nachylona względnie pozioma pod kątem λ /rys. 35 - linia ciągła/.

5) Odległość rzeczywista

Z rys. 1 wynika, że odległość rzeczywista równa się przerostkowi kwadratowemu z sumy kwadratów wysokości i odległości poziomej

$$D = \sqrt{H^2 + D_p^2} \quad /74/$$

Podstawiając wyrażenie D_p ze wzoru /63/ otrzymamy

$$D = \sqrt{H^2 + P^2 + V_c^2 T^2} \quad /75/$$

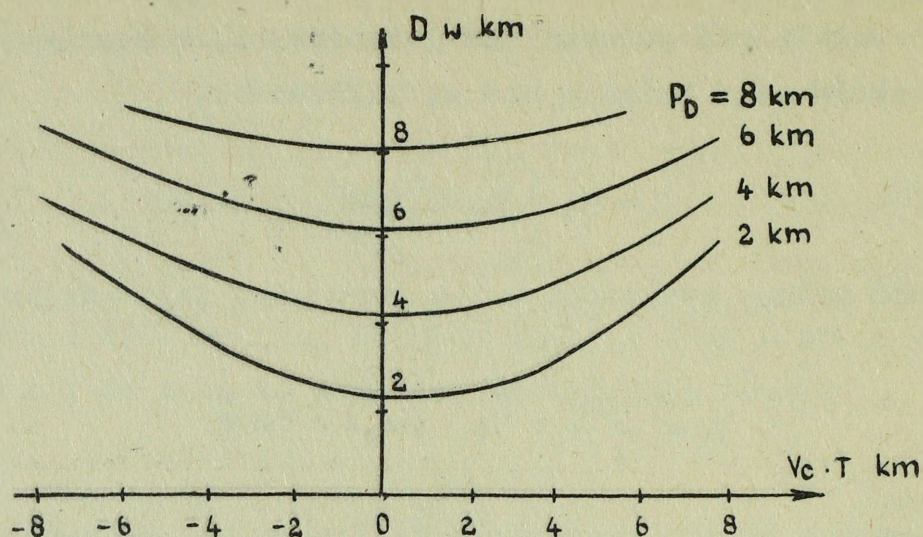
Wprowadzając oznaczenie P_D /parametr kursu w płaszczyźnie pochyłej/ równy

$$P_D = \sqrt{H^2 + P^2}$$

otrzymamy

$$\boxed{D = \sqrt{P_D^2 + V_c^2 T^2}} \quad /76/$$

Porównując równanie /76/ z /63/ można zauważyć, że prawo zmiany odległości rzeczywistej D jest podobne do prawa zmiany odległości poziomej D_p . Różnica polega na tym, że we wzorze /75/ w miejsce parametru kursu P podstawiona jest wartość P_D . Odległość rzeczywista celu w miarę zbliżenia się celu do parametru maleje, osiągając $D_{\min} = P_D$ na parametrze przy $T = 0$.



Rys. 36. Wykres zmiany odległości rzeczywistej.

Wykres /36/ przedstawia zmianę D przy jednostajnym, prostoliniowym i poziomym ruchu celu. Krzywe na wykresie tworzą rodzinę hiperbol.

Prędkość zmiany odległości rzeczywistej /pierwsza pochodna/ V_D można obliczyć różniczkując wyrażenie /76/ względem czasu.

$$V_D = V_c \frac{V_c \cdot T}{\sqrt{P_D^2 + V_c^2 T^2}} \quad /77/$$

Ze wzoru /77/ wynika, że V_D do parametru jest ujemna, a bezwzględna jej wartość zmienia się od $-V_c$ do zera na parametrze. Za parametrem V_D można dążyć do $+V_c$.

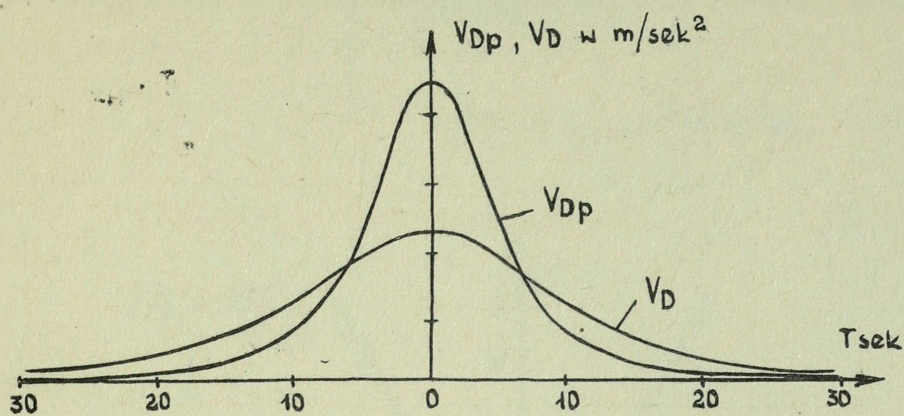
Wyznaczając pochodną wyrażenia /77/ otrzymamy przyspieszenie zmiany odległości rzeczywistej /druga pochodna odległość/.

$$V_D'' = \frac{V_c^2 P_D^2}{(P_D^2 + V_c^2 T^2)^{3/2}} \quad /78/$$

Przyspieszenie zmiany odległości rzeczywistej V_D'' przy zbliżeniu się celu do parametru wzrasta od zera do maksimum przy $T = 0$.

$$V_{D_{\max}}'' = \frac{V_c^2}{P_D} \quad /79/$$

a za parametrem - maleje do zera /rys. 37/.



Rys. 37. Wykres przyspieszenia zmiany D i Dp.

Krzywe pochodnych odległości rzeczywistej są symetryczne względem parametru.

Rozpatrzmy z kolei podany przekrój strefy ograniczenia wynikającej przy danej wartości $V_{D,PR}$ dla warunków lotu poziomego, zakładając, że $S = S_H$, $V_D = V_{D,PR}$ oraz posługując się wyrażeniami /77/.

otrzymamy
$$V_{D,PR} = \frac{V_c S}{\sqrt{p^2 + H^2 + S^2}}$$

Po podniesieniu obydwu stron równania do kwadratu i przekształceniu otrzymamy równanie

$$p^2 + H^2 + S^2 = \left(\frac{V_c}{V_{D,PR}} \right)^2 S^2 \quad /80/$$

Równanie /80/ jest równaniem hiperboli, które sprowadzone do ogólnej postaci będzie

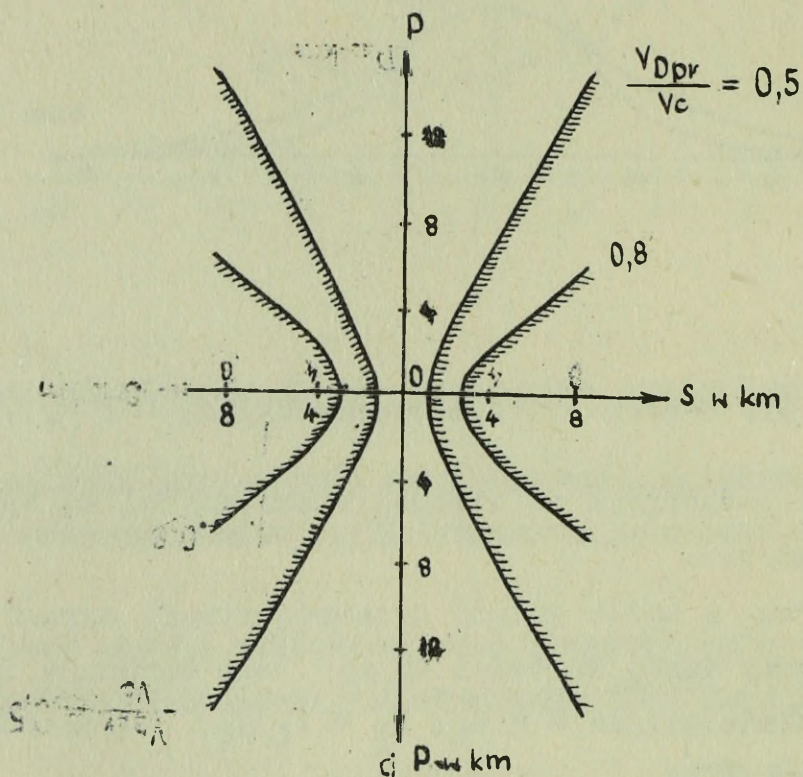
$$\frac{S^2}{a^2} - \frac{p^2}{b^2} = 1 \quad /81/$$

stąd

$$p = \pm \frac{b}{a} \sqrt{S^2 - a^2}$$

gdzie

$$\left. \begin{aligned} a^2 &= H^2 \frac{\left(\frac{V_{D,PR}}{V_c}\right)^2}{1 - \left(\frac{V_{D,PR}}{V_c}\right)^2} \\ b^2 &= H^2 \end{aligned} \right\} \quad /82/$$



Rys. 38. Przekrój poziomy strefy ograniczenia.

Na rys. 38 przedstawiony jest poziomy przekrój strefy ograniczenia dla $H = 2000$ m przy różnych stosunkach $V_{D,PR} / V_c$.

Współrzędne prostokątne

Założmy, że cel w momencie początkowym znajduje się w punkcie A /rys. 39/ leżącym na rzucie kursu celu LL. Współzrzednymi tego punktu są X_0 i Y_0 . Po upływie czasu T cel przeleci drogę $V_c \cdot T$ i znajdzie się w punkcie B.

Współzrzedne celu x i y przy jednostajnym ruchu będą zmieniały się jednostajnie i będą równe:

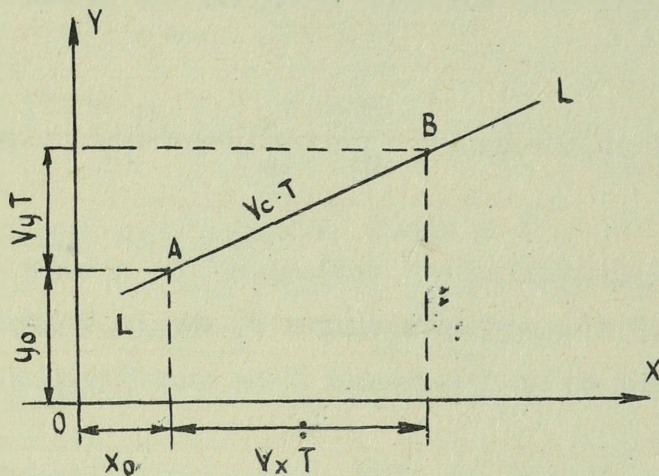
$$x = X_0 + V_x \cdot T \quad /83/$$

$$y = Y_0 + V_y \cdot T$$

$$V_c \cdot t = \sqrt{(V_x T)^2 + (V_y T)^2} \quad /84/$$

Jeżeli cel porusza się jednostajnie, prostoliniowo w dowolnej płaszczyźnie, to wysokość celu zmienia się wg tego samego prawa.

$$H = H_0 + V_H \cdot T \quad /85/$$



Rys. 39. Wykres zmiany współrzędnych X i Y.

Przy jednostajnym i prostoliniowym ruchu celu prędkość zmiany współrzędnych prostokątnych V_x , V_y , V_H jest wartością stałą, a ich znaki określa kierunek lotu celu względem osi współrzędnych.

6. Prawa zmian współrzędnych wyprzedzonych

Ogólna postać prędkości zmiany /pierwsza pochodna/ współrzędnych wyprzedzonych i funkcji balistycznych

Bieżące współrzędne celu można przedstawić w postaci funkcji $F /T/$, której odpowiada wyprzedzona wartość $F_W /T/$ związana z nią stosunkiem.

$$F_W (T) = F(T) + \int_T^{T+\tau_w} F'(T) dT \quad /86/$$

Wyprzedzona funkcja $F_W /T/$ równa jest co do wartości funkcji bieżącego położenia celu $F /T/$ w momencie czasu $/T + \tau_w /$

$$F_W (T) = F(T + \tau_w) \quad /87/$$

a prędkości ich zmiany /pierwsze pochodne/ w czasie są różne,

Różniczkując stosunek /87/ względem czasu, otrzymamy

$$F_W(T) = F'_{(T+\tau_w)}(T+\tau_w) \cdot (1 + \tau'_w) \quad /88/$$

Wielkość $F'_{(T+\tau_w)}(T+\tau_w)$ jest pochodną funkcji bieżących współrzędnych celu wzięta dla momentu osiągnięcia przez cel pkt Aw.

$$F'_{(T+\tau_w)}(T+\tau_w) = \frac{dF(T+\tau_w)}{d(T+\tau_w)} = \left[\frac{dF(\tau)}{d\tau} \right]_{\text{przy } \tau=T+\tau_w} \quad /89/$$

Dla dowolnej współrzędnej pochodną $F'_{(T+\tau_w)}(T+\tau_w)$ możemy otrzymać z pochodnej $F'/T/$ wziętej dla momentu czasu T, drogą zamiany współrzędnych bieżącego położenia celu dla czasu T na współrzędne wyprzedzone dla czasu $/T + \tau_w /$.

Ze wzoru /88/ wynika, że prędkość zmiany dowolnej wyprzedzonej funkcji współrzędnych $F'_W/T/$ równa się iloczynowi wielkości $/1 + \tau'_w /$ przez prędkość zamiany funkcji bieżących współrzędnych $F'/T/$ wziętej dla momentu czasu $/T + \tau_w /$.

We wzorze /88/ prędkości $F'/T/$ występuje pochodna czasu lotu pocisku τ'_w . Jeżeli wyrazimy $F'_W/T/$ tylko w funkcji prędkości zmiany współrzędnych bieżących, tzn.

$$F(T) = \tau \quad /90/$$

to prędkość zmiany czasu lotu pocisku do pkt Aw, zgodnie ze wzorem /88/ możemy zapisać

$$\tau'_w = \tau'_{(T+\tau_w)}(T+\tau_w) \cdot (1 + \tau'_w)$$

stąd

$$\tau'_w = \frac{\tau'_{(T+\tau_w)}(T+\tau_w)}{1 - \tau'_{(T+\tau_w)}(T+\tau_w)} \quad /91/$$

Z otrzymanego wyrażenia wynika, że szukana wartość $/1 + \tau'_w /$ będzie równać się

$$(1 + \tau'_w) = \frac{1}{1 - \tau'_{(T+\tau_w)}(T + \tau_w)} \quad /92/$$

Podstawiając otrzymane wyrażenie do wzoru /88/ otrzymamy ostateczne równanie prędkości zmiany wyprzedzonej funkcji współrzędnych.

$$F'_w(T) = \frac{F'_{(T+\tau_w)}(T + \tau_w)}{1 - \tau'_{(T+\tau_w)}(T + \tau_w)} \quad /93/$$

Tak więc prędkość zmiany wyprzedzonej funkcji $F'_w /T/$ wyraża się zależnością od prędkości zmiany funkcji bieżących współrzędnych $F'_{T+\tau_w} / T + \tau_w /$ i $\tau'_{T+\tau_w} / T + \tau_w /$ wziętych dla momentu czasu $T + \tau_w /$.

Dalsze przekształcenie wzoru /93/ do postaci praktycznej zależy od sposobu wyrażenia czasu lotu pocisku w funkcji współrzędnych geometrycznych.

Np. jeżeli czas lotu pocisku wyrażano w funkcji wysokości i odległości poziomej, tzn $t = f / H, D_p /$, to przy $H = \text{const}$ pochodna $\tau' / t /$ będzie równa

$$\tau'(t) = V_t = \frac{\partial t}{\partial D_p} \cdot \frac{\partial D_p}{\partial T} \quad /94/$$

ponieważ

$$\frac{d D_p}{d T} = \frac{V_c \cdot S}{D_p}$$

to

$$\tau'(t) = V_t = \frac{\partial t}{\partial D_p} \cdot \frac{V_c \cdot S}{D_p} \quad /95/$$

Wyrażenie /95/ dla momentu czasu $T + \tau_w /$, tzn. dla współrzędnych wyprzedzonych przy $H = \text{const}$ przyjmie postać

$$\tau'_{(T+\tau_w)}(T + \tau_w) = \left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p = D_{pw}} \cdot \frac{V_c S_w}{D_{pw}} \quad /96/$$

W tym przypadku wzór /93/ przyjmie postać

$$F'_w(T) = \frac{F'(T+\tau_w)(T+\tau_w)}{1 - \left(\frac{\partial t}{\partial D_p}\right)_{D_p=D_{pw}} \cdot \frac{V_c \cdot S_w}{D_{pw}}} \quad /97/$$

Jeżeli czas lotu pocisku $t = f(D, H)$ to we wzorze /96/ i /97/ należy zamienić D_p i D_{pw} odpowiednio przez D i D_w .

Jeśli funkcja $F/T/$ jest analityczna i wartość $F'/T/$ jest znana to pochodną $F' / T + \tau_w / / T + \tau_w /$ może być napisana bezpośrednio. Lecz gdy $F/T/$ jest złożoną funkcją balistyczną, to pochodną $F' / T + \tau_w / / T + \tau_w /$ można przy $H = \text{const}$ wyrazić wzorami

$$F'_{(T+\tau_w)}(T+\tau_w) = \left(\frac{\partial F}{\partial D_p}\right)_{D_p=D_{pw}} \frac{dD_p(T+\tau_w)}{dT} = \left(\frac{\partial F}{\partial D_p}\right)_{D_p=D_{pw}} \frac{V_c \cdot S_w}{D_{pw}} \quad /98/$$

lub

$$F'_{(T+\tau_w)}(T+\tau_w) = \left(\frac{\partial F}{\partial D}\right)_{D=D_w} \frac{dD(T+\tau_w)}{dT} = \left(\frac{\partial F}{\partial D}\right)_{D=D_w} \frac{V_c \cdot S_w}{D_w} \quad /99/$$

Wyrażenia $(\partial F / \partial D_p)_{D_p=D_{pw}}$ i $(\partial F / \partial D)_{D=D_w}$ są balistycznymi funkcjami i oblicza się je wg danych z tabel balistycznych będących funkcjami D_p i H lub D i H .

Prędkość punktu wyprzedzonego

Każdy punkt wyprzedzony A_w zawsze wyprzedza odpowiedni punkt strzału A_s o wartość $\Delta S = V_c \cdot \tau_w$. Ponieważ wartość ΔS jest zmienna, zatem zmienia się i prędkość ruchu punktu wyprzedzonego.

Prędkość punktu wyprzedzonego możemy obliczać jako prędkość zmiany wyprzedzonej drogi celu S_w . Korzystając ze wzoru /87/, dla rozpatrywanego przypadku otrzymamy.

$$F'_w(T) = S'_w = V_w \quad /100/$$

$$F'_{(T+\tau_w)}(T+\tau_w) = S'_{(T+\tau_w)}(T+\tau_w) = S'(T) = V_c \quad /101/$$

stąd zgodnie ze wzorem /93/ znajdziemy

$$V_w = \frac{V_c}{1 - \tau'_{(T+\tau_w)}(T+\tau_w)} \quad /102/$$

Na podstawie wzoru /88/ wyrażenie V_w może być zapisane w postaci

$$V_w = V_c (1 + \tau'_w) \quad /103/$$

Jeżeli czas lotu pocisku jest funkcją $t = f/D_p, H$ / lub $t = f/D, H$ / to V_w należy obliczać wg wzorów uwzględniających równanie /97/, tzn.

$$V_w = \frac{V_c}{1 - \left(\frac{\partial t}{\partial D_p}\right)_{D_p=D_{pw}} \frac{V_c \cdot S_w}{D_{pw}}} \quad \text{przy } H = \text{const} \quad /104/$$

lub

$$V_w = \frac{V_c}{1 - \left(\frac{\partial t}{\partial D}\right)_{D=D_w} \frac{V_c \cdot S_w}{D_w}} \quad \text{przy } H = \text{const} \quad /105/$$

Ze wzorów /104/ i /105/ wynika, że przy ujemnej wartości /do parametru/ prędkość punktu wyprzedzonego $V_w < V_c$ a przy dodatniej wartości S_w /za parametrem/ $V_w > V_c$

Prędkość pkt A_w jest równa prędkości celu $V_w = V_c$ wtedy, gdy mianownik wyrażenia /104/ jest równy jedności, tzn. gdy

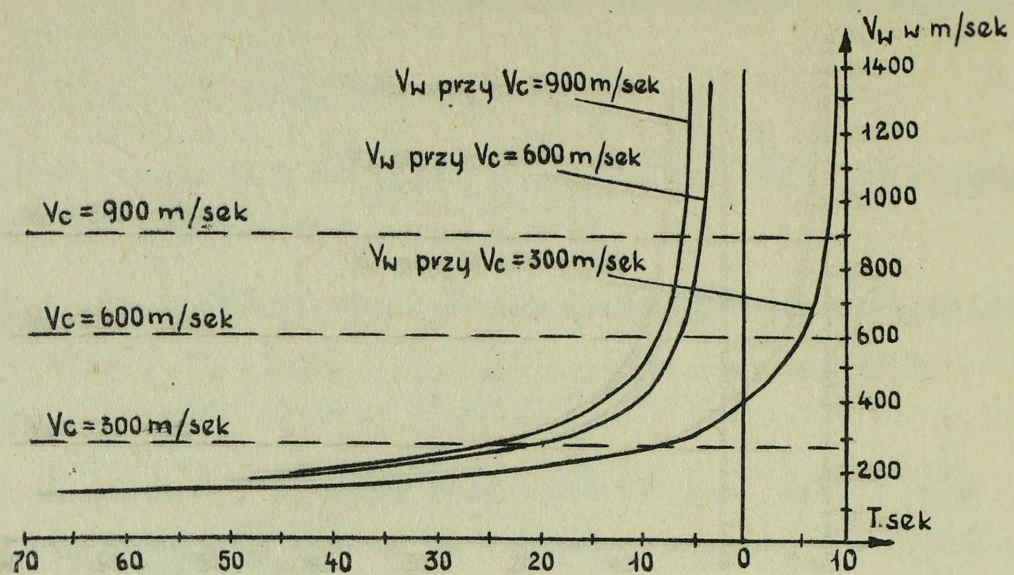
$$\left(\frac{\partial t}{\partial D_p}\right)_{D_p=D_{pw}} \cdot \frac{V_c \cdot S_w}{D_{pw}} = 0$$

stąd

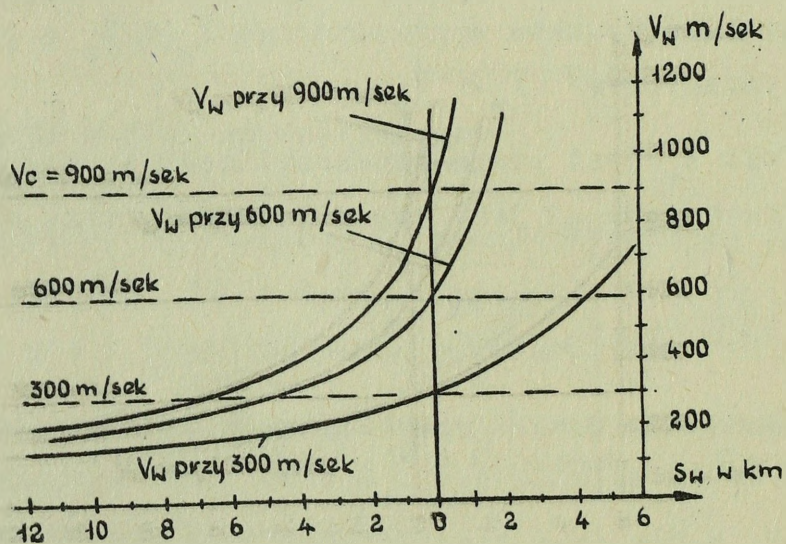
$$S_w = 0 \quad \text{lub} \quad S + V_c \cdot \tau_{w, \min} = 0$$

ponieważ $S = V_c \cdot T$, zatem czas bieżący przy którym $V_w = V_c$ będzie różny $T = -\tau_{w, \min}$ innymi słowy $V_w = V_c$ w punkcie leżącym przed parametrem w odległości najmniejszego wyprzedzenia.

Krzywe prędkości punktu wyprzedzonego dla $H = 4000$ m; $P = 1500$ m i $V_c = 300$ m/sek przedstawione są na rys. 40 jako funkcja czasu bieżącego T i na rys. 41 jako funkcja wyprzedzonej drogi celu.



Rys. 40. Prawo zmiany V_w w czasie T .



Rys. 41. Prawo zmiany V_w w wyprzedzonej drodze S_w .

Przedstawienie wykresów jako funkcji T umożliwienie scharakteryzowania zmiany wszystkich wielkości w czasie, a przedstawienie wykresów jako funkcji wyprzedzonej drogi celu S_w pozwala rozpatrywać różne pochodne względem parametru w układzie współrzędnych wyprzedzonych.

Strefa w której niemożliwie jest rozwiązanie zadania spotkania występuje przy końcu ^{kursu} strefie ostrzału a wyznaczają ją punkty w których prędkość punktu wyprzedzonego V_w dąży do nieskończoności. Po przejściu celu za ten punkt rozwiązanie zadania spotkania jest niemożliwe.

Ze wzorów /104/ i /105/ wynika, że $V_w = \infty$, gdy mianownik równa się zero. Dlatego też krzywa wyznaczająca granicę możliwości rozwiązania zadania spotkania będzie wyrażona równaniem.

$$\left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p = D_{pw}} \frac{V_c \cdot S_w}{D_{pw}} = 1 \quad /106/$$

lub

$$\left(\frac{\partial t}{\partial D} \right)_{D = D_w} \cdot \frac{V_c \cdot S_w}{D_w} = 1 \quad /107/$$

Wielkość $V_c S_w / D_w$ jest rzutem wektora V_c na wyprzedzoną odległość rzeczywistą. Wprowadzając oznaczenie $V_{Dw} = \frac{V_c \cdot S_w}{D_w}$ możemy zapisać wzór /107/ następująco

$$V_{Dw} = \left(\frac{\partial D}{\partial t} \right)_{D = D_w} \quad /108/$$

Z powyższego wynika, że V_w osiąga nieskończoność i rozwiązanie zadania będzie niemożliwe, gdy rzut V_c na D_w będzie równy pochodnej odległości w czasie lotu pocisku.

W szczególnym przypadku, gdy $P = 0$, $D_{pw} = S_w$, wyrażenie /106/ przyjmuje postać

$$\left(\frac{\partial t}{\partial D_p}\right)_{D_p=D_{pW}} = \frac{1}{V_c}$$

co oznacza, że

$$\left(\frac{\partial D_p}{\partial t}\right)_{D_p=D_{pW}} = V_c \quad /109/$$

Ze wyrażenia /109/ wynika, że przy $P = 0$, $V_W = \infty$ w punkcie, gdzie pochodna odległości w czasie lotu pocisku będzie równa prędkości celu.

Strefę w której rozwiązanie zadania spotkania jest niemożliwe /geometryczne miejsce punktów, gdzie $V_W = \infty$ możemy obliczyć posługując się wzorami /106 i 107/ metodą doboru S_W przy danej wartości P . Obliczenie możemy uprościć, gdy np: do wzoru /106/ podstawimy

$$\cos q_W = - \frac{S_W}{D_{pW}} \quad /110/$$

wtedy

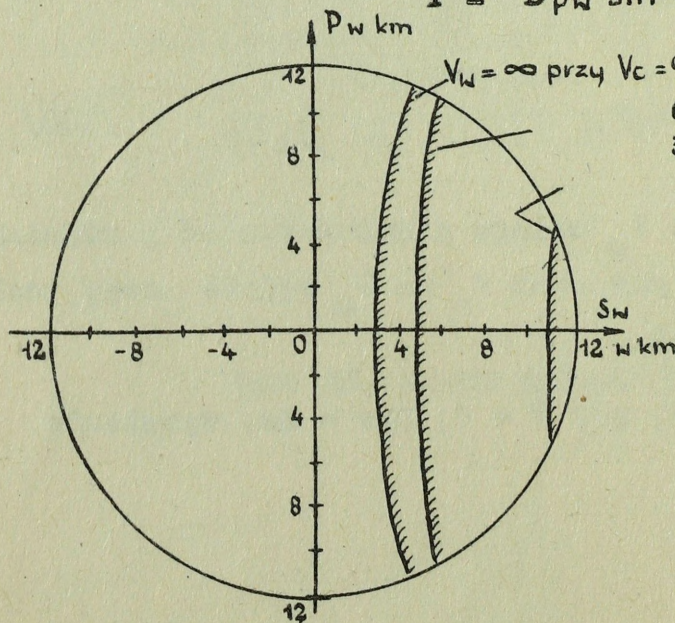
$$\left(\frac{\partial t}{\partial D_p}\right)_{D_p=D_{pW}} = - \frac{1}{V_c \cos q_W} \quad /111/$$

Zakładając szereg wartości q_W /rozpoczynając od 180° / obliczamy $\left(\frac{\partial t}{\partial D_p}\right)_{D_p=D_{pW}}$. Pochodną $\left(\frac{\partial t}{\partial D_p}\right)_{D_p=D_{pW}}$ możemy przedstawić w postaci wykresu /tabeli/ funkcji D_{pW} /wg tabel balistycznych/ przy założonych wartościach H . Stąd z kolei możemy wyznaczyć D_{pW} . Krzywą $V_W = \infty$ wykreśla się wg wartości q_W i D_{pW} lub wg odpowiadających im wartościom.

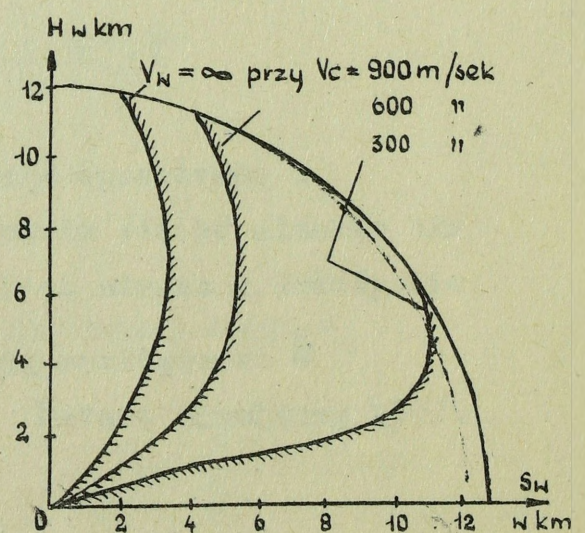
$$S_W = - D_{pW} \cos q_W$$

$$P = D_{pW} \sin q_W$$

i
j



rzut poziomy



rzut pionowy

Rys. 42. Przekrój pionowy i poziomy strefy w której zadanie spotkania jest niemożliwe.

Przekrój pionowy strefy ograniczenia rozwiązania zadania spotkania oblicza się przy pomocy wzoru /106/. Zakładając szereg wartości S_w oraz wyliczając dla danego P odpowiednie wartości

$$D_{pw} = \sqrt{P^2 + S_w^2}$$

oraz pochodne

$$\left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p = D_{pw}} = \frac{D_{pw}}{V_c \cdot S_w}$$

Ze sporządzonego wykresu $(\partial t / \partial D_p)_{D_p = D_{pw}} = f(D_{pw})$ przy $H = \text{const}$ określamy wartość H według wartości D_{pw} i $(\partial t / \partial D_p)_{D_p = D_{pw}}$.

Jeżeli rozwiązanie zadania spotkania przez przelicznik /celownik/ jest ograniczone jakąś wartością V_{wp} , to równanie krzywej w której $V_w = V_{wp}$ otrzymamy podstawiając do wzorów /104 i 105/ $V_w = V_{w,p}$ i rozwiązując je względem S_w

$$S_w = \left(\frac{1}{V_c} - \frac{1}{V_{w,p}} \right) \frac{D_{pw}}{\left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p = D_{pw}}} \quad /112/$$

lub

$$S_w = \left(\frac{1}{V_c} - \frac{1}{V_{w,p}} \right) \frac{D_w}{\left(\frac{\partial t}{\partial D} \right)_{D = D_w}} \quad 113/$$

Stosunek $D_w \left(\frac{\partial t}{\partial D} \right)_{D = D_w}$ / zmienia się w niedużym przedziale. Dlatego krzywa $V_w = V_{w,p}$ będzie zbliżona bardzo do krzywej $S_w = \text{const}$.

Krzywą $V_w = V_{w,p}$ dla konkretnej wysokości H celowo jest obliczać przy pomocy wzoru /14/ przekształcając go do postaci.

$$\left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p = D_{pw}} = \frac{\frac{1}{V_{w,p}} - \frac{1}{V_c}}{\cos q_w} \quad /114/$$

Zakładając wartości q_w obliczamy pochodną $(\partial t / \partial D_p)_{D_p = D_{pw}}$ i wg niej określamy D_{pw} .

Prędkość zmiany wyprzedzonej odległości poziomej

Wzór na obliczenie prędkości zmiany wyprzedzonej odległości poziomej wyprowadzony jest ze wzoru ogólnego /97/, tzn.

$$F'_{(T+\tau_w)}(T+\tau_w) = V D_p(T+\tau_w) (T+\tau_w) = \frac{V_c S_w}{D_{pw}} \quad /115/$$

stąd

$$V_{DpW} = \frac{\frac{V_c \cdot S_w}{D_{pW}}}{1 - \left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p=D_{pW}} \frac{V_c \cdot S_w}{D_{pW}}} \quad \text{przy } H = \text{const} \quad /116/$$

lub

$$V_{D_{pW}} = \frac{\frac{V_c \cdot S_w}{D_{pW}}}{1 - \left(\frac{\partial t}{\partial D} \right)_{D_p=D_{pW}} \frac{V_c \cdot S_w}{D_w}} \quad \text{przy } H = \text{const} \quad /117/$$

Wzór na obliczenie prędkości zmiany wyprzedzonej odległości poziomej zgodnie ze wzorem /88/ możemy zapisać w postaci

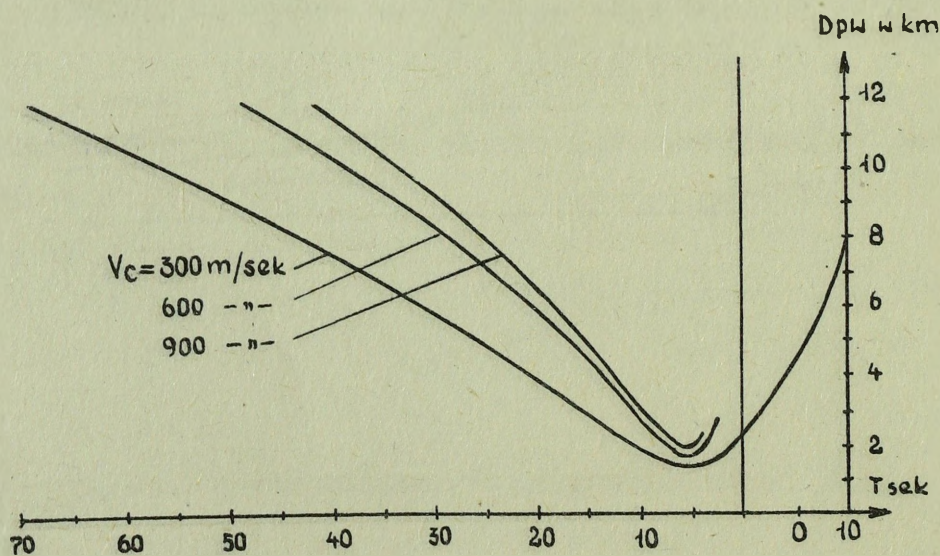
$$V_{D_{pW}} = \frac{V_c \cdot S_w}{D_{pW}} (1 + \tau'_w) \quad /118/$$

lub

$$V_{D_{pW}} = -V_c \cos q_w (1 + \tau'_w) \quad /119/$$

Do obliczeń najbardziej wygodne są wzory /116/ i /117/ ponieważ przy pomocy tych wzorów $V_{D_{pW}}$ obliczamy bezpośrednio ze współrzędnych punktu wyprzedzonego i V_c .

Na rys. 43 przedstawione są wykresy prędkości zmiany $V_{D_{pW}}$ przy $H = 4000$ i $P = 1500$ m.



Rys. 43. Prędkość zmiany D_{pW}

Jeżeli założymy stałą wartość $V_{D_{pw}, p}$ i chcemy znaleźć geometryczne miejsce punktów w których $V_{D_{pw}} = V_{D_{pw}, p}$ tzn. określić granicę strefy ograniczenia, to do tego wykorzystujemy wzór /116/ podstawiając do niego $V_{D_{pw}} = V_{D_{pw}, p}$.

$$V_{D_{pw}, p} = \frac{\frac{V_c \cdot S_w}{D_{pw}}}{1 - \left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p = D_{pw}} \frac{V_c \cdot S_w}{D_{pw}}} \quad /120/$$

Jeżeli do wzoru /120/ podstawimy $\cos q_w = - S_w / D_{pw}$, to otrzymamy

$$V_{D_{pw}, p} = \frac{-V_c \cos q_w}{1 + \left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p = D_{pw}} V_c \cos q_w} \quad /121/$$

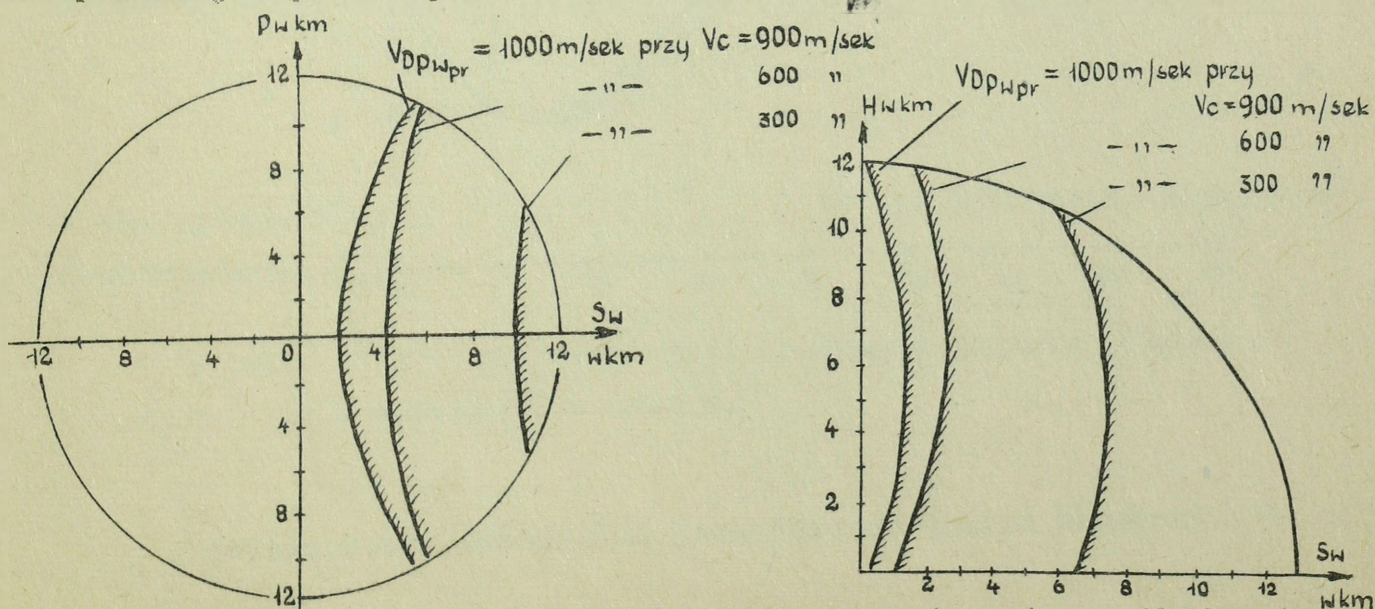
stad

$$\left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p = D_{pw}} = - \frac{1 + \frac{V_c}{V_{D_{pw}, p}} \cos q_w}{V_c \cos q_w} \quad /122/$$

Zakładając szereg q_w obliczamy $\left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p = D_{pw}}$ przy pomocy której i przy znanej H określamy D_{pw} . Obliczenie celowo jest rozpoczynać od $q_w = 180^\circ$, przy którym wzór /122/ upraszcza się do

$$\left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p = D_{pw}} = \frac{1 - V_c / V_{D_{pw}, p}}{V_c} \quad /123/$$

Na rys. 44 przedstawiony jest przekrój tej strefy w płaszczyźnie poziomej i pionowej dla $H = 4000$ m i $V_{D_{pw}, p} = 1000$ m/sek.



Rys.44. Przekrój poziomy i pionowy strefy ograniczenia wynikającej z prędkości zmiany.

Prędkość zmiany wyprzedzonej odległości rzeczywistej

Wzór na obliczenie prędkości zmiany wyprzedzonej odległości rzeczywistej V_{Dw} wyprowadzony jest ze wzoru ogólnego /93/, tzn.

$$F'_{(T+\tau_w)}(T+\tau_w) = V_{D(T+\tau_w)}(T+\tau_w) = \frac{V_c \cdot S_w}{D_w}$$

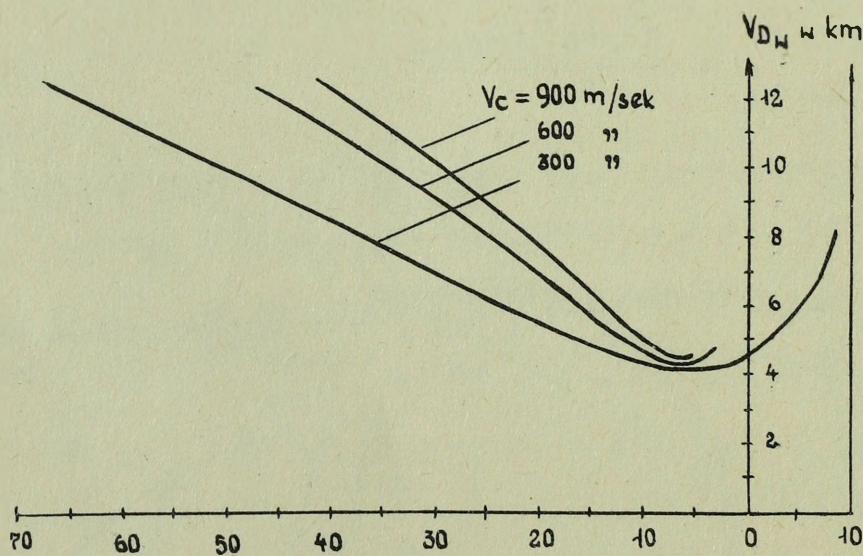
stąd

$$V_{Dw} = \frac{\frac{V_c \cdot S_w}{D_w}}{1 - \tau'_{(T+\tau_w)}(T+\tau_w)} \quad /124/$$

lub zgodnie ze wzorem /97/

$$V_{Dw} = \frac{\frac{V_c \cdot S_w}{D_w}}{1 - \left(\frac{\partial t}{\partial D_p}\right)_{D_p=D_{pw}} \frac{V_c \cdot S_w}{D_w}} \quad \text{przy } H = \text{const} \quad /125/$$

Prawo zmiany wyprzedzonej odległości rzeczywistej w funkcji czasu T i w funkcji S_w dla $H = 1000$ m i $P = 1500$ przedstawione jest na rys. 45.



Rys. 45. Prędkość zmiany wyprzedzonej odległości rzeczywistej .

Wzór /125/ jest najwygodniejszy do obliczenia prędkości zmiany wyprzedzonej odległości rzeczywistej.

Jeżeli założymy stałą szerokość $V_{D_{w,p}}$ i chcemy znaleźć geometrycznie miejsce punktów w których $V_{D_w} = V_{D_{w,p}}$ to podstawiając do wzoru /125/ powyższe równanie otrzymamy

$$V_{D_{w,p}} = \frac{\frac{V_c \cdot S_w}{D_w}}{1 - \left(\frac{\partial t}{\partial D} \right)_{D=D_w} \frac{V_c \cdot S_w}{D_w}} \quad /126/$$

Poziomy przekrój strefy ograniczenia wywołanej stałą wartością $V_{D_{w,p}}$, należy obliczać przy pomocy wzoru nieco przekształconego, a mianowicie

$$V_{D_{w,p}} = \frac{\frac{V_c \cdot S_w}{\sqrt{D_{p_w}^2 + H^2}}}{1 - \left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p=D_{p_w}} \frac{V_c \cdot S_w}{D_{p_w}}} \quad /127/$$

stad

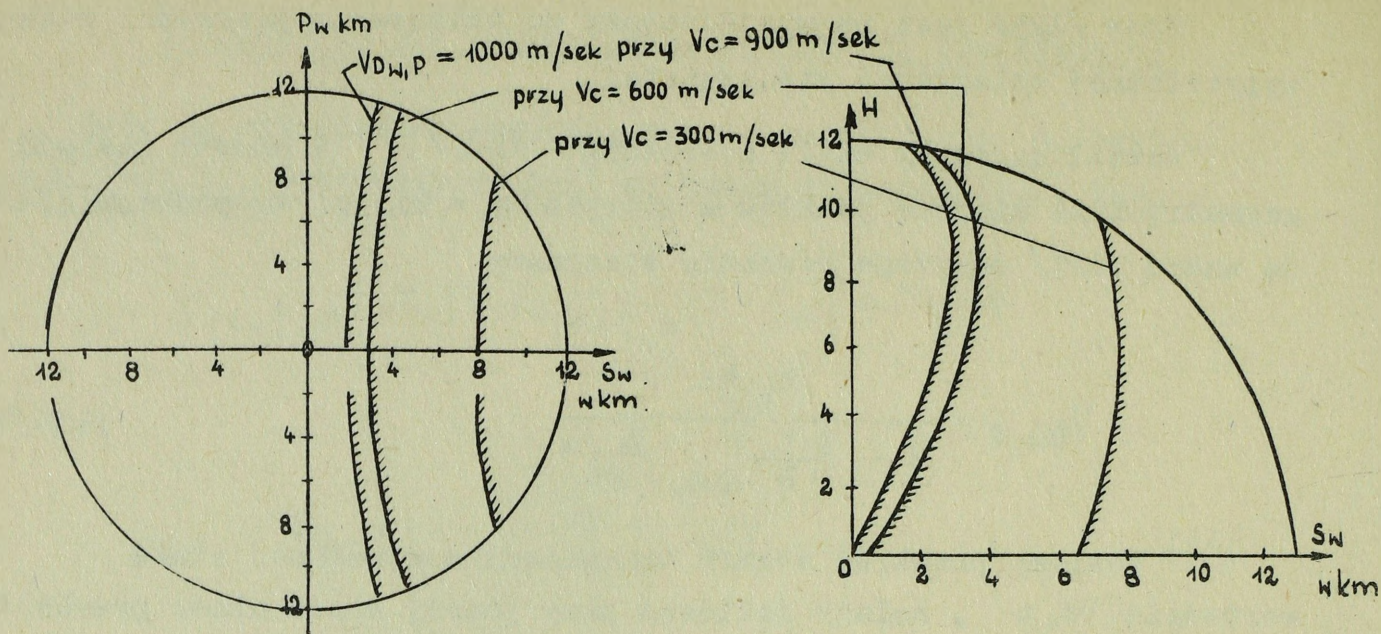
$$S_w = \frac{1}{V_c \left[\frac{1}{V_{D_{w,p}} \sqrt{D_w^2 + H^2}} + \frac{\left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p=D_{p_w}}}{D_{p_w}} \right]} \quad /128/$$

Zakładając szereg wartości D_{p_w} obliczamy $\left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p=D_{p_w}}$ jako funkcję D_{p_w} przy $H = \text{const}$ /wz.121/ i z kolei przy pomocy wzoru /128/ obliczamy wartości S_w , Wg. wartości D_{p_w} i S_w możemy obliczyć parametr kursu P , korzystając z wyrażenia

$$P = \sqrt{D_{p_w}^2 - S_w^2}$$

W ten sposób strefa $V_{D_w} = V_{D_{w,p}}$ będzie wyznaczona w układzie współrzędnych S_w i P .

Na rys. 46 przedstawiony jest poziomy i pionowy przekrój dla $V_{D_{w,p}} = 1000 \text{ m/sek.}$, $H = 4000 \text{ m.}$



Rys. 46. Poziomy i pionowy przekrój strefy.

Prędkość zmiany azymutu wyprzedzonego.

Prędkość zmiany azymutu wyprzedzonego przy stałej wysokości $H = \text{const}$ możemy obliczyć ze wzoru

$$\omega_{\beta_w} = \frac{\frac{V_c \cdot p}{D_{p_w}^2}}{1 - \left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p = D_{p_w}} \frac{V_c \cdot S_w}{D_{p_w}}}$$

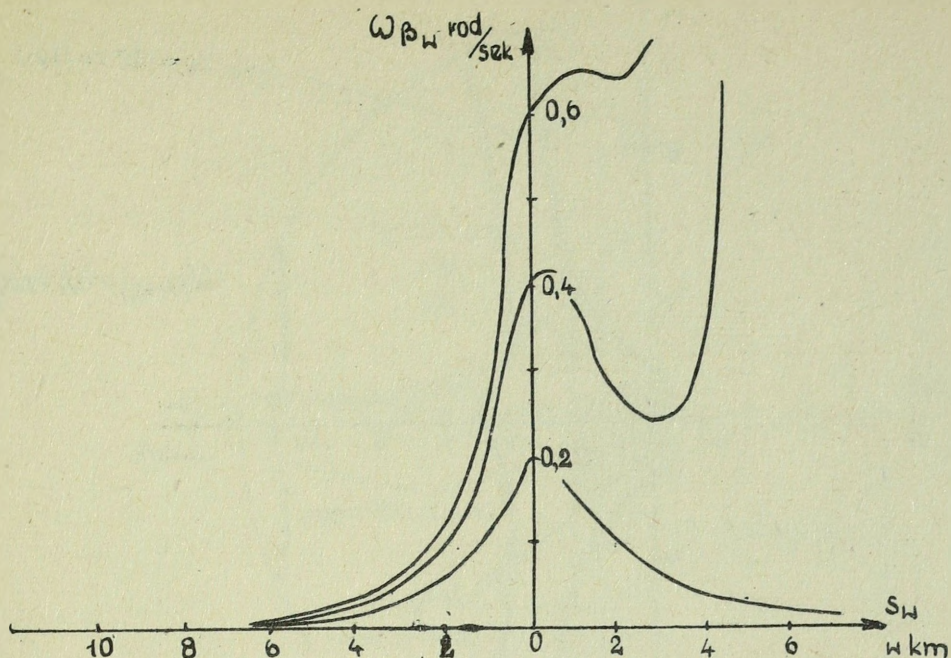
/129/

Pochodną $\left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p = D_{p_w}} = f(D_p, H)$ można odnaleźć z tabeli strzelniczych.

Prędkość zmiany azymutu wyprzedzonego uzależniona jest od prędkości celu. Przy $V_c < V_0$ maksimum ω_{β_w} występuje przy $S_w \approx 0$, a im większa prędkość celu tym dalej przesuwa się maksimum za parametr.

Przy $S_w = 0$ wielkość $D_{p_w} \approx P$ i zgodnie ze wzorem /129/ możemy zapisać, że

$$\omega_{\beta_w \max} \approx \frac{V_c}{p}$$

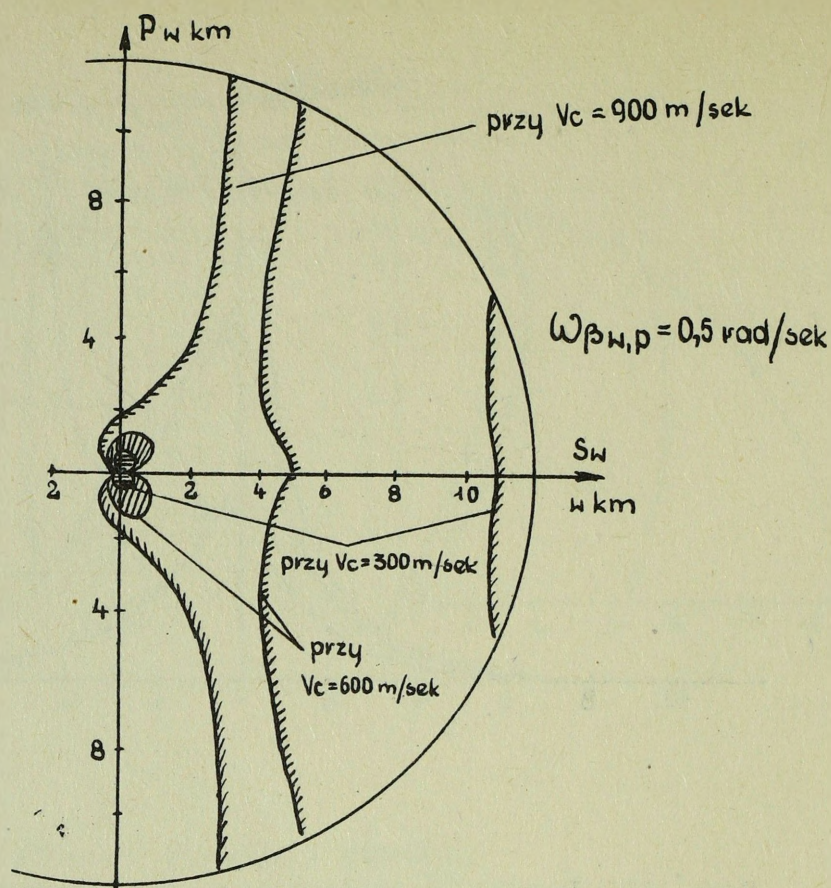


Rys. 47. Prędkość zmiany azymutu wyprzedzonego.

Strefę ograniczenia spowodowaną graniczną wartością $\omega_{\beta_w, P}$ możemy wyznaczyć podstawiając do wzoru /129/ równanie $\omega_{\beta_w} = \omega_{\beta_w, P}$

$$\omega_{\beta_w, P} = \frac{\frac{V_c \cdot P}{D_{p_w}^2}}{1 - \left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p = D_{p_w}} \frac{V_c \cdot S_w}{D_{p_w}}} \quad /130/$$

Obliczenia przy pomocy wzoru /130/ należy przeprowadzać metodą doboru wielkości S_w i odpowiadającej jej D_{p_w} i $(\partial t / \partial D_p)_{D_p = D_{p_w}}$ do chwili aż lewa strona równania będzie równa $\omega_{\beta_w, P}$. Strefę w rejonie parametru oblicza się rozpoczynając od wartości $S_w = 0$, przy której $D_{p_w} = P = V_c / \omega_{\beta_w, P}$.



Rys. 48. Poziomy przekrój strefy ograniczenia

Prędkość zmiany wyprzedzonego kąta położenia

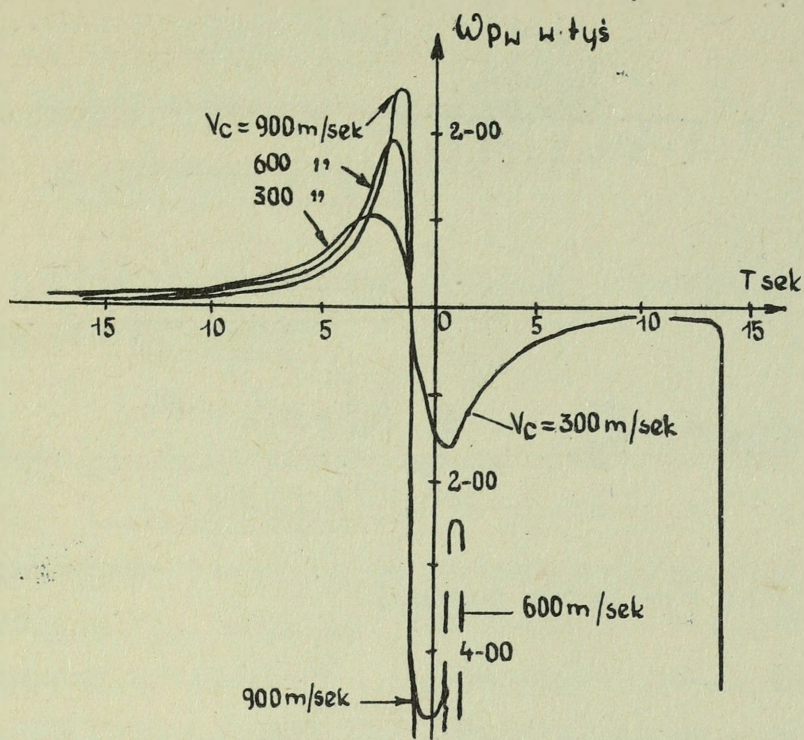
Prędkość zmiany wyprzedzonego kąta położenia, przy poziomym ruchu celu możemy obliczyć przy pomocy wzoru.

$$\omega_{p_w} = \frac{-\frac{V_c H S_w}{D_{p_w} D_w^2}}{1 - \left(\frac{\partial t}{\partial D_p}\right)_{D_p=D_{p_w}} \frac{V_c \cdot S_w}{D_{p_w}}} \quad /131/$$

Na rys. 49. przedstawiony jest wykres prędkości zmiany wyprzedzonego kąta położenia w funkcji bieżącego czasu T dla $H = 500$ m i $P = 500$ m.

Z wykresu wynika, że przy mniejszych prędkościach celu krzywa $\omega_{p_w} = f(T)$ lub $\omega_{p_w} = f(S_w)$ jest prawie symetryczna, chociaż bezwzględna wartość minimum za parametrem jest nieco większa od maksimum do parametru.

W punkcie gdzie rozwiązanie zadania jest niemożliwe, krzywa gwałtownie dąży do $-\infty$. Przy wzroście V_c coraz bardziej uwidacznia się asymetryczność krzywej i moment gwałtownego dążenia do $-\infty$ coraz bardziej przybliża się do parametru.



Rys. 49. Prędkość zmiany wyprzedzonego kąta położenia.

Przy założeniu stałej wartości $\omega_{pw,p}$, możemy wyznaczyć strefę ograniczenia ze wzoru

$$\omega_{pw,p} = \frac{\frac{V_c H S_w}{D_{pw} D_w^2}}{1 - \left(\frac{\partial t}{\partial D_p}\right)_{D_p=D_{pw}} \frac{V_c \cdot S_w}{D_{pw}}} \quad /132/$$

Strefa ograniczenia z zasady znajduje się nie dalej niż do dwóch kilometrów od działa. W tych granicach czas lotu pocisku może być bardzo dokładnie określony ze wzoru

$$t = f(H) D_p^2 + t_0 \quad /133/$$

gdzie t_0 - czas lotu pocisku przy $H = 0$

Różniczkując wyrażenie /133/ otrzymamy

$$\left(\frac{\partial t}{\partial D_p}\right)_{D_p=D_{pw}} = 2f(H) D_{pw} \quad /134/$$

Po podstawieniu wyrażenia /134/ do wzoru /132/ otrzymamy

/135/

$$\omega_{p_{w,p}} = \frac{-\frac{V_c H S_w}{D_{p_w} D_w^2}}{1 - 2V_c f(H) S_w}$$

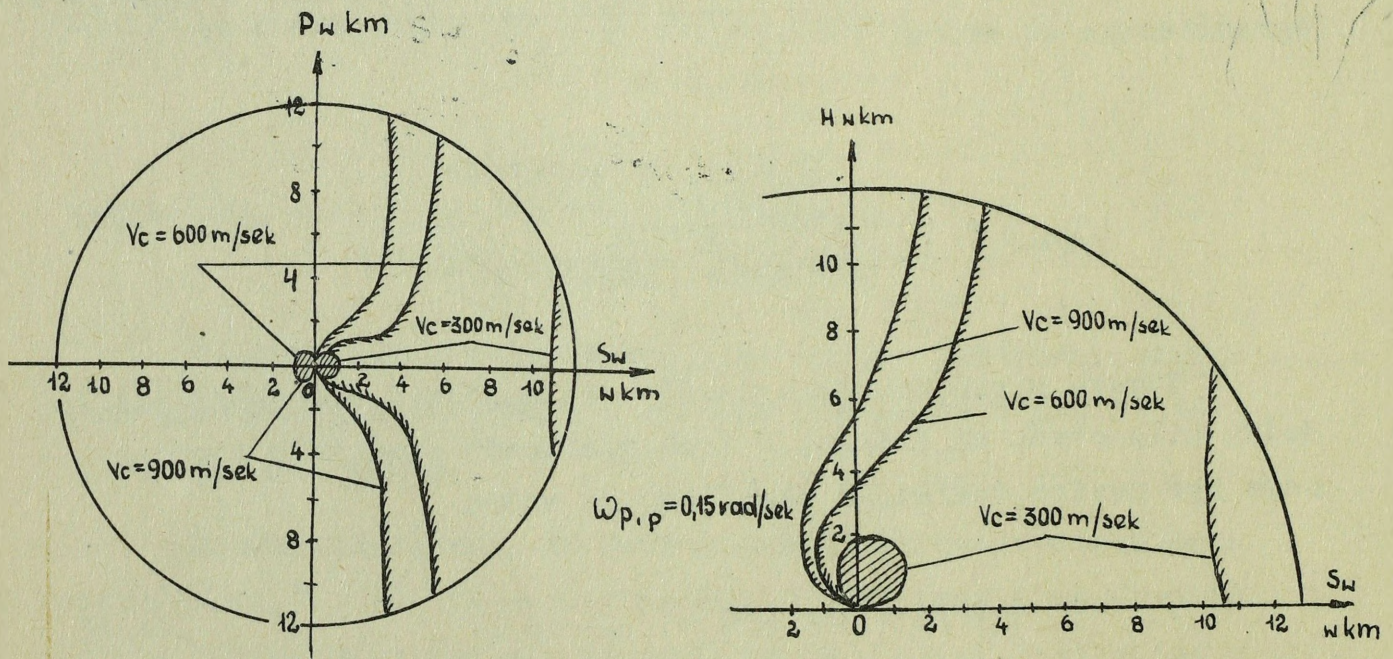
Ponieważ

$$\cos q_w = -\frac{S_w}{D_{p_w}} \quad \text{a} \quad D_w^2 = D_{p_w}^2 + H^2$$

to równanie /135/ można zapisać w postaci

$$\cos q_w = \frac{1}{\frac{V_c H}{\omega_{p_{w,p}} (D_{p_w}^2 + H^2)} - 2V_c f(H) D_{p_w}} \quad /136/$$

Na rys. 50 przedstawiona jest strefa ograniczenia wyprzedzenia kąta położenia przy $V_c = 300$ m/sek.



Rys. 50. Strefa ograniczenia wyprzedzenia kąta położenia.

Przy $V_c = 300$ m/sek strefa składa się z dwóch części, jednej w rejonie parametru i drugiej w końcu kursu. Przy większych prędkościach strefy te zlewają się w jedną.

Prędkość zmiany czasu wyprzedzonego

/czasu lotu pocisku/

Ogólna postać prędkości zmiany czasu wyprzedzonego zgodnie ze wzorem /91/ jest następująca

$$V\tau_w = \frac{\tau'_{(T+\tau_w)} (T + \tau_w)}{1 - \tau'_{(T+\tau_w)} (T + \tau_w)}$$

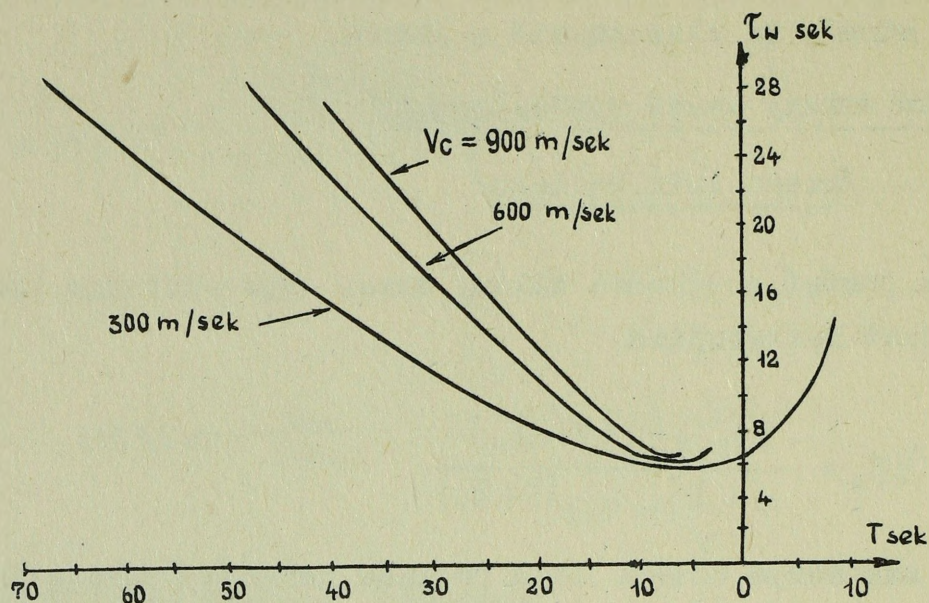
Przy założonym czasie lotu pocisku będącym funkcją D_p i H lub D i H wyrażenie $V\tau_w$ może być przedstawione wzorami, przy pomocy których, na podstawie założonych współrzędnych można bezpośrednio obliczyć prędkość zmiany czasu lotu pocisku /czasu wyprzedzonego/ tzn.

$$V\tau_w = \frac{\left(\frac{\partial t}{\partial D_p}\right)_{D_p=D_{pw}} \frac{V_c \cdot S_w}{D_{pw}}}{1 - \left(\frac{\partial t}{\partial D_p}\right)_{D_p=D_{pw}} \frac{V_c \cdot S_w}{D_{pw}}} \quad \text{przy } H = \text{const} \quad /137/$$

lub

$$V\tau_w = \frac{\left(\frac{\partial t}{\partial D}\right)_{D=D_w} \frac{V_c \cdot S_w}{D_w}}{1 - \left(\frac{\partial t}{\partial D}\right)_{D=D_w} \frac{V_c \cdot S_w}{D_w}} \quad \text{przy } H = \text{const} \quad /138/$$

Na rys. 51. Przedstawiony jest wykres prawa zmiany czasu lotu pocisku w funkcji czasu bieżącego, dla $H = 4000$ m, $P = 1500$ m i różnych prędkości.



Rys. 51. Prawo zmiany czasu lotu pocisku.

Jeżeli założona jest stała wartość prędkości zmiany czasu pocisku $V_{\tau_w} = V_{\tau_w, \rho}$, to równanie strefy granicznych prędkości zmiany zgodnie ze wzorem /137/ można wyrazić

$$V_{\tau_w, \rho} = \frac{\left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p = D_{p_w}} \frac{V_c \cdot S_w}{D_{p_w}}}{1 - \left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p = D_{p_w}} \frac{V_c \cdot S_w}{D_{p_w}}} \quad \text{przy } H = \text{const} \quad /139/$$

Ponieważ

$$\cos q_w = - \frac{S_w}{D_{p_w}}$$

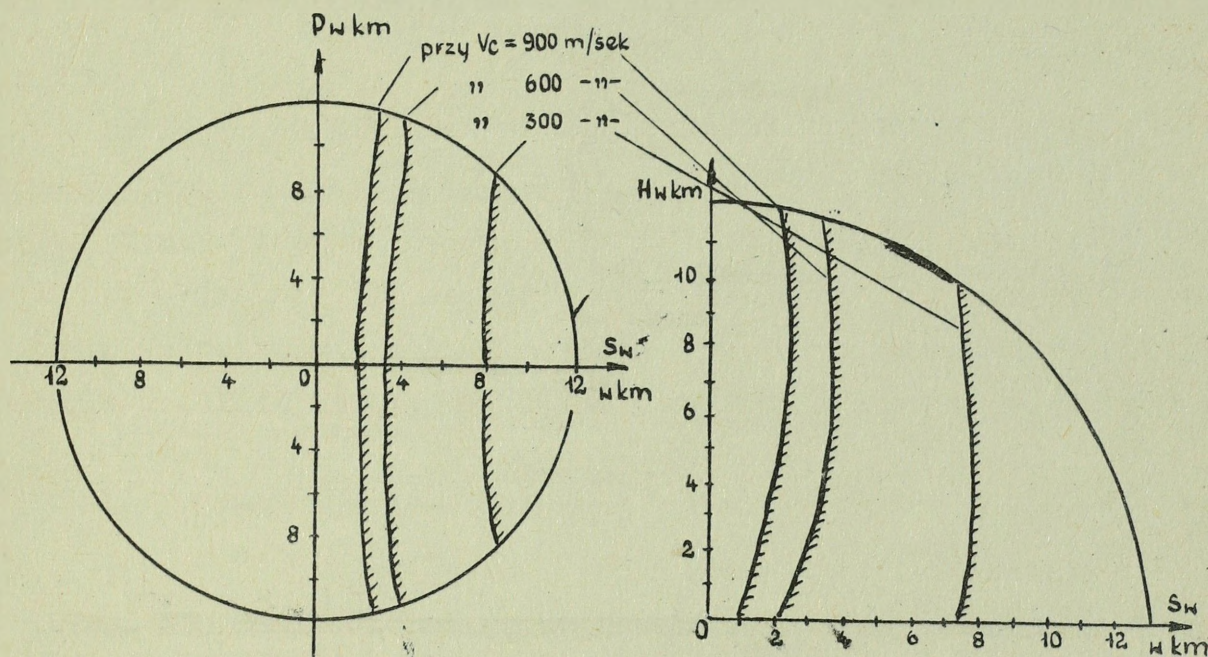
to

$$V_{\tau_w, \rho} = \frac{- \left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p = D_{p_w}} V_c \cdot \cos q_w}{1 + \left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p = D_{p_w}} V_c \cos q_w}$$

stąd

$$\left(\frac{\partial t}{\partial D_p} \right)_{D_p = D_{p_w}} = - \frac{1}{V_c \cos q_w \left(1 + \frac{1}{V_{\tau_w, \rho}} \right)} \quad \text{przy } H = \text{const}$$

Poziome przekroje strefy, ograniczenia prędkości zmiany czasu lotu pocisku należy obliczać zakładając szereg kątów kursowych Q_{μ} i przy pomocy wzoru /140/ obliczyć $(\partial t / \partial D_p)_{D_p = D_{p\mu}}$ a z kolei z zależności $(\partial t / \partial D_p)_{D_p = D_{p\mu}} = f(D_{p\mu})$ przy $H = \text{constans}$ określać $D_{p\mu}$. Obliczenia celowo jest rozpoczynać od wartości $Q_{\mu} = 180^{\circ}$.



Rys. 52, Strefy ograniczenia prędkości zmiany czasu lotu pocisku.

Na rys. 52 przedstawiony jest poziomy przekrój strefy ograniczenia prędkości zmiany czasu lotu przy wysokości $H = 4000$ m dla różnych prędkości celu i $V_t = 3$ sek/sek oraz poziomy przekrój przy $P = 0$.

OPRACOWAŁ:

mjr dypl. Józef ZABŁOTNI

Wykonano w 30 egz.

Egz.nr. 1-30 - Bibl.jawna

Wykonał mjr Zabłotni

Druk GB dn. 28.9.63r.

Nr.ks. 381/WW.-

CW-0-XV-1856



