590
14
25/B

AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO
im. generała broni K. Świerczewskiego

ODDZIAŁ WOJSK RAKIETOWYCH I ARTYLERII
KATEDRA TAKTYKI WOJSK RAKIETOWYCH I ARTYLERII

JAWNE
[redacted]
Egz. Nr 1

ppłk dypl. mgr Mieczysław CIECHANOWICZ

ROZWIĄZANIE NIEKTÓRYCH PROBLEMÓW OPTYMALNEGO WYKORZYSTANIA ŚRODKÓW JĄDROWYCH PRZY ZASTOSOWANIU TEORII GIER

(Rozprawa doktorska)

Biblioteka Szkoleniowa
6493
Akademii im. gen. bryg. K. Świerczewskiego
030689
ARCHIWUM
BIBLIOTEKI SZKOLENIOWEJ
AKADEMII SZTABU GENERALNEGO
im. gen. bryg. K. Świerczewskiego
30689

REMBERTÓW MAJ 1965

590
14
25/B

AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO
im. generała broni K. Świerczewskiego

ODDZIAŁ WOJSK RAKIETOWYCH I ARTYLERII
KATEDRA TAKTYKI WOJSK RAKIETOWYCH I ARTYLERII

JAWNE
[redacted]
Egz. Nr 1

ppłk dypl. mgr Mieczysław CIECHANOWICZ

ROZWIĄZANIE NIEKTÓRYCH PROBLEMÓW OPTYMALNEGO WYKORZYSTANIA ŚRODKÓW JĄDROWYCH PRZY ZASTOSOWANIU TEORII GIER

(Rozprawa doktorska)

Biblioteka Szkoleniowa
6493
030689
ARCHIWUM
BIBLIOTEKI SZKOLENIOWEJ
AKADEMII SZTABU GENERALNEGO
X30689

REMBERTÓW MAJ 1965

A K A D E M I A S Z T A B U G E N E R A L N E G O

im. gen. broni K. Świerczewskiego

ODDZIAŁ WOJSK RAKIETOWYCH I ARTYLERII
KATEDRA TAKTYKI WOJSK RAKIETOWYCH I ARTYLERII

Pnekl. prof. 12357.

[redacted] Egz.nr 1

ppłk dypl. mgr Mieczysław CIECHANOWICZ

ROZWIĄZANIE NIEKTÓRYCH PROBLEMÓW OPTYMALNEGO WYKORZYSTANIA ŚRODKÓW JĄDROWYCH PRZY ZASTOSOWANIU TEORII GIER

/Rozprawa doktorska/

Biblioteka Szkoleniowa Akademii Sztabu Generalnego im. gen. broni K. Świerczewskiego
06493

Opracowana pod kierownictwem naukowym płk dypl. prof. Józefa STACHOWSKIEGO

ARCHIWUM BIBLIOTEKI SZKOLENIOWEJ AKADEMII SZTABU GENERALNEGO im. gen. broni K. Świerczewskiego 30689

Sr. 136 !

T R E Ś Ć

W s t ę p 3

I. Ogólne zasady użycia broni jądrowej według poglądów głównych państw kapitalistycznych i własnego obozu. 16

II. Czynniki mające wpływ na wynik strzelania rakietami [redacted]. Wskaźniki skuteczności strzelania oraz analiza możliwości przyjęcia ich jako parametrów w aparacie teorii gier. 53

III. Modele matematyczne dla potrzeb określenia optymalnej decyzji użycia środków jądrowych. 76

IV. Przykładowe rozwiązanie problemu optymalnego użycia środków jądrowych do zwalczania sił żywych i środków ogniowych nieprzyjaciela. 153

V. Przykładowe rozwiązanie problemu optymalnego wyboru punktów zerowych uderzeń jądrowych podczas zwalczania celu kilkoma rakietami. 181

VI. Przykładowe rozwiązanie problemu optymalnego podziału zadań między pododdziały wykonujące uderzenia jądrowe. 197

Wnioski ogólne. 213

W S T Ę P

Jednym z najbardziej odpowiedzialnych przedsięwzięć każdego dowódcy jest podjęcie decyzji w określonych warunkach działania. Odpowiedzialność ta jeszcze bardziej wzrasta, jeśli zachodzi potrzeba powzięcia decyzji w sytuacji bojowej, kiedy trzeba decydować nie tylko o użyciu posiadanych środków materialnych lecz i o wykorzystaniu zasobów ludzkich, a więc pośrednio /a niekiedy nawet bezpośrednio/ o tym co jest bezcenne - o życiu ludzi. Dotychczas proces wypracowania decyzji jest realizowany, przeważnie tradycyjnym sposobem, przez dowódcę i sztab, przy wykorzystaniu głównie jakościowych metod i ocen, przy czym decydującą rolę odgrywa tu doświadczenie i intuicja poszczególnych osób uczestniczących w tym złożonym procesie. Na ogół trudno jest a priori określić czy decyzja jest dobra czy też nie. Obiektywną ocenę podjętej decyzji otrzyma się dopiero w praktycznym działaniu, a więc bezpośrednio w walce. Zatem osoba podejmująca decyzję powinna zrobić wszystko, aby w maksymalnym stopniu wyeliminować elementy ryzyka.

W związku z ciągłym rozwojem nauki i jej wspaniałymi osiągnięciami we wszystkich dziedzinach, stojąc przed problemem podjęcia decyzji, można coraz rzadziej odwoływać się do zdrowego rozsądku, zdawać się na intuicję, opierać się na własnym doświadczeniu. W warunkach współczesnej wojny, kiedy wojska dysponują dużą ilością nowoczesnego, wysoce skomplikowanego sprzętu technicznego, trudno jest wyobrazić dowodzenie wojskami bez wykorzystywania metod naukowych, umożliwiających rozsądne rozwiązywanie złożonych problemów.

Na ogół współcześni dowódcy intuicyjnie wyczuwają niedoskonałość stosowanych metod, chcieliby znać bodaj prawdopodobieństwo powodzenia zamierzonych działań dla każdego z możliwych wariantów, by móc wybrać najlepszy. Lecz jak dotąd, zbyt mało jest jeszcze prac, które naświetlałyby nowe metody /ich istotę, znaczenie i rolę w procesie podejmowania decyzji/ i przekonywały o ich wyższości nad konwencjonalnymi /tradycyjnymi/.

Celem niniejszej pracy jest próba wskazania możliwości praktycznego rozwiązywania niektórych problemów, dotyczących

użycia środków jądrowych, w oparciu o współczesne metody matematyczne. Przedmiot pracy stanowi przedstawienie tych problemów w ujęciu formalno-logicznym, umożliwiającym ich optymalizację.

Wiarogodną ocenę możliwych rezultatów użycia sił i środków można uzyskać tylko na podstawie ilościowej analizy związków i stosunków, wystarczająco opisujących istotę badanych procesów. Jednakże analiza badanego problemu nie dotyczy wyłącznie czynników ilościowych /mierzalnych/, lecz obejmuje również jego stronę jakościową. Jeśli przyjmiemy, że każdy proces posiada dwie strony: ilościową i jakościową, to analiza jakościowej strony problemu powinna poprzedzać analizę strony ilościowej. Zatem analiza strony ilościowej jest kontynuacją jakościowej i daje ona wiarygodną ocenę, jeśli tylko jest stosowany obiektywny aparat poznawczy.

Najbardziej odpowiednim aparatem dla opracowania metod podejmowania najkorzystniejszych /optymalnych/ decyzji prowadzenia działań bojowych są badania operacji[1/]. Sama definicja badań operacji nie jest jeszcze jednoznacznie określona.

Np.: Ph. M. Morse i M.E. Kimball definiują badania operacji jako[2/]: ... "metodę naukową, dostarczającą do dyspozycji dowództwa wojskowego albo innego organu wykonawczego ilościowe podstawy do powzięcia decyzji do działania wojsk lub innych organizacji znajdujących się pod ich kierownictwem".

Każde działanie bojowe charakteryzuje duża ilość obiektywnych czynników i warunków, które można ująć i przeanalizować metodami matematycznymi, jak np.: stosunek sił własnych i nieprzyjaciela, skutki wykonywanego ognia, właściwości sprzętu bojowego, możliwości środków transportowych, warunki terenowe itp. Jednak metody analityczne należy stosować nie jako antytezę zdrowego rozsądku, a jako środek pozwalający

---

1/ W naszym słownictwie termin ten nie został jeszcze definitywnie ustalony, gdyż obok tego często są używane między innymi określenia: badania operacyjne, analiza operacyjna, programowanie matematyczne.

2/ Ph. Morse, G.E. Kimball - Methods of Operations Research. Tłum. - Metody badania operacji. Wyd. ASG 1962r. s. 23. Inne definicje patrz np.: Bolszaja Sowietskaja Encykłopedia t. 51 s. 216; W. Sadowski - Teoria podejmowania decyzji. Polskie Wydawnictwo Gospodarcze, Warszawa 1960r., s. 19.

zjednoczyć doświadczenia specjalistów różnych dziedzin celem otrzymania rezultatów wychodzących poza możliwości pojedynczych osób.

Szczególne znaczenie ma fakt, że można analizować matematycznie nie tylko procesy uwarunkowane przyczynowo, ale również zjawiska powstające w wyniku współudziału licznych wydarzeń uzależnionych od przypadku. Podczas gdy do całkiem niedawna można było stosować metody matematyczne prawie wyłącznie w tak zwanych naukach ścisłych i technice, w ciągu ostatnich lat nauczono się posługiwać metodami matematycznymi przy badaniu procesów uzależnionych od swobodnej decyzji dwu lub więcej przeciwników. Powstała więc możliwość badania za pomocą metod matematycznych tak złożonych procesów - jak działania bojowe.

Metody badań operacji posiadają zatem określone możliwości. Mają one kapitalne znaczenie w naszej epoce, w której "skracanie czasu" nie pozwoli już człowiekowi opierać się jedynie na doświadczeniu, wyrobieniu operacyjno-taktycznym i umiejętnościach jakościowej oceny czynników warunkujących dane zjawisko. Rozwój techniki jest tak gwałtowny, że mózg ludzki musi się odwoływać do osiągnięć współczesnej nauki i korzystać z urządzeń technicznych, żeby poprawnie reagować na wynikające problemy.

Nie jest to jednak abdykacja człowieka, gdyż mózg ludzki sam jest twórcą problemu i on dokonuje ostatecznego wyboru, co pozostaje jego przywilejem. Nie zrzekając się prawa, które człowiek musi zawsze zachować - prawa wyboru decyzji - może on używać aparatu badań operacji dla przemyślanego, a nie uczuciowego wyboru.

Człowiek nie powinien ślepo kierować się wynikami otrzymanymi z zastosowania metod matematycznych, a brać również pod rozwagę cały szereg czynników i warunków, które nie mogą być wyrażone ilościowo /np. stan moralno-polityczny, wyszkolenie wojsk itp/ i tylko wtedy podejmować ostateczną decyzję. Jeżeli jednak nie uwzględni się danych uzyskanych z analizy ilościowej, decyzja będzie zawierać wiele istotnych mankamentów.

W warunkach współczesnych, wyjątkowo złożonych działań bojowych, podjęcie odpowiedzialnej decyzji związane jest

z koniecznością uwzględnienia dużej ilości różnorodnych czynników. Pełne ich uwzględnienie, przy rozwiązywaniu szczególnie ważnych zadań, możliwe jest tylko przy pomocy naukowej argumentacji, naukowych metod badań operacji, umożliwiających znalezienie ilościowych podstaw decyzji.

Można jeszcze spotkać się z argumentacją, że działania wojenne zawierają zbyt wiele czynników przypadkowych i dlatego nie można je analizować w oparciu o metody matematyczne. Bezsprzecznie - charakter tych działań jest złożony, jednak między występującymi czynnikami zachodzą ścisłe zależności, które można wyrazić w postaci ilościowej. Wspaniałe osiągnięcia nowoczesnej matematyki umożliwiają stosowanie jej w szerokim zakresie dla potrzeb rozwiązywania problemów operacyjno-taktycznych. Prowadzone w wielu armiach badania dowiodły, że prawie wszystkie sytuacje występujące na polu walki dadzą się ująć w ścisłe związki i zależności.[1/] Przedstawienie badanego procesu w formie ścisłych, logicznych zależności, tłumaczących znane wielkości, pozwala znaleźć obiektywne rozwiązanie, gdyż wówczas zadania operacyjno-taktyczne rozwiązuje się jak logiczno-matematyczne.

Warto w tym miejscu przytoczyć fragment z książki W. Siniaka "Elektroniczne maszyny liczące - zastosowanie wojskowe"[2/], w której czytamy: "Historycznie ukształtowane metody i środki dowodzenia, obliczone na zabezpieczenie efektywnego zastosowania piechoty, artylerii lufowej i lotnictwa tłokowego, okazują się nieprzydatne dla działań bojowych w warunkach szerokiego stosowania broni masowego rażenia. Zastosowanie nowych rodzajów broni wymaga nie tylko przeglądu i uściślenia poszczególnych zasad nauki wojennej, ale również w szeregu przypadków - opracowania nowych zasad, pryncypialnie różniących_się_od dotychczasowych".

1/ Patrz np.: M.R. Sztarski, Wojsko a badania operacji, Wyd.MON, Warszawa 1963r.; Operational Rasearch in Practice.Report of a NATO Conference. Tłum. - Issledowanije opieracji na praktikie. Materiały konfierencji NATO. Wojennoje Izdatielstwo Ministierstwa Obrony SSSR, Moskwa 1962r; M. Dresher, Games of Strategy, Theory and Applications, tłum. Strategiczeskije igry. Teoria i priłożenija. Izdatielstwo "Sowietskoje Radio" - Moskwa - 1964 r.

2/ Wydawnictwo MON, Warszawa - 1964r., Tłumaczenie z rosyjskiego.

W badaniach operacji zakłada się, że dla każdego działania można znaleźć najlepsze wykonanie i że doprowadza do niego raczej systematyczna analiza niż intuicja lub naśladownictwo. Stąd zaleca się etapowe rozwiązywanie każdego problemu. Można wyodrębnić następujące cztery zasadnicze etapy procesu badawczego[1/].

Etap pierwszy polega na sformułowaniu problemu. Chodzi tu o ścisłe sformułowanie o czym mamy decydować, co jest celem działania, jakie są warunki w których działamy. Czynność ta wymaga dokładnego przemyślenia wszystkich związków zachodzących w danym problemie. /Pomijając wyjątki, każdy problem jest funkcjonalnie powiązany z innymi problemami/. Dalszą czynnością jest zbadanie stanu faktycznego, określenie niezbędnych parametrów i krytyczne ich przeanalizowanie. Należy również ustalić specyficzne właściwości i trudności, a także możliwe zmiany rozpatrywanego procesu w działaniu. Tak przeprowadzone sformułowanie problemu powinno doprowadzić do jednoznacznego określenia kryterium efektywności[2/], stanowiącego ilościową miarę jego funkcjonowania. Wybór kryterium dla określenia optymalnej decyzji stanowi jeden z zasadniczych celów badań operacji. Od prawidłowości tego wyboru niemal całkowicie zależy wiarogodność otrzymanych rezultatów.

Drugim etapem jest konstrukcja modelu matematycznego. Etap ten jest najważniejszym przy rozwiązywaniu dowolnego problemu. Model jest odzwierciedleniem stanu lub sytuacji, którą należy przebadać. Powinien on uwidaczniać wzajemną współzależność poszczególnych wielkości. Model taki jest instrumentem, przy pomocy którego można studiować skutki dokonywanych zmian. Może on być wykresem, tabelą, funkcją matematyczną, układem równań /nierówności/ lub w innej postaci. W zależności od stopnia abstrakcyjności problemu opuszcza się czynniki drugorzędne, jednakże tylko te, które nie ograniczą możliwości praktycznej oceny. W wielu wypadkach konieczne

---

1/ Niektórzy autorzy [61] , [63] , [70] , [75] , wyróżniają inne, lub nawet więcej etapów, wydaje się jednak, że można je sprowadzić do czterech zasadniczych, o ktprych tu mowa.

2/ Szczegółowe wyjaśnienie tego pojęcia podaje płk dypl. J. SKIBIŃSKI w rozprawie doktorskiej nt.: "Teoria przewagi sił zbrojnych. Zarys metodologii wyznaczania efektywności wysiłku wojsk". ASG Rembertów - 1963r.

jest późniejsze wyeliminowanie uproszczonych założeń, aby otrzymać realniejsze wyniki. Ogólnie model matematyczny przedstawia oddziaływanie badanego problemu w postaci funkcji wielu zmiennych, z których pewne zmienne mogą być zależne od innych. Poszczególne zmienne mogą podlegać dodatkowym określonym ograniczeniom.

Etap trzeci polega na rozwiązaniu modelu, czyli na wyznaczeniu decyzji optymalnej. Sprawa umiejętności wyznaczenia decyzji optymalnej jest rzeczą podstawową. Wielki wzrost znaczenia badań operacji w ostatnim czasie ma swoje źródło niewątpliwie w tym, że wielu problemów nie da się rozwiązać bez modeli matematycznych, które z kolei można obliczać za pomocą elektronicznych maszyn liczących.

Zależnie od charakteru modelu, do jego rozwiązania stosuje się różne działy matematyki, o których będzie mowa niżej.

Czwarty etap to weryfikacja modelu i uzyskanego rozwiązania. Gdy został zbudowany model i znaleziono jego rozwiązanie - jest rzeczą konieczną zweryfikowanie modelu i rozwiązania, zanim rozwiązanie to znajdzie zastosowanie w praktyce. Chodzi więc o konfrontację uzyskanego rozwiązania z rzeczywistością w takim zakresie, w jakim to jest możliwe. Jest to końcowy etap postępowania badawczego, przedstawiający bardzo uciążliwy i pracochłonny proces, realizowany najczęściej w drodze eksperymentu /jeżeli eksperyment jest możliwy/. Niejednokrotnie eksperyment ten trzeba będzie przeprowadzić w formie jednej lub zaledwie kilku operacji doświadczalnych. Należy również liczyć się z tym, że jeden eksperyment może nie potwierdzić wyników uzyskanych na drodze analitycznej.

Rozwiązanie modelu pozostaje optymalnym dopóty, dopóki zmienne niezależne od decyzji dowódcy /parametry/, zachowują założone wartości oraz dopóki zależności między zmiennymi występującymi w modelu są stałe. Jednak życie nie jest statyczne, podlega ono ciągłym zmianom. Stopień zmian tych zmiennych powoduje różnice w rozwiązaniach modelu. W związku z tym zachodzi konieczność prowadzenia kontroli rozwiązania w taki sposób, ażeby mieć możność określenia istotnych zmian i reguły rozwiązania, uwzględniającej te zmiany.

W niniejszej pracy etap ten nie jest rozważany, gdyż z uwagi na rozwiązywane problemy /użycie środków jądrowych/, nie może być mowy o przeprowadzeniu eksperymentu w warunkach pokojowych.

Jak wspomniano niżej, do rozwiązania modelu, zależnie od charakteru studiowanego procesu, stosuje się różne gałęzie matematyki: analiza matematyczna, rachunek prawdopodobieństwa, statystyka matematyczna, logika matematyczna, metody numeryczne oraz specjalne działy, jak: programowanie liniowe i nieliniowe, programowanie dynamiczne, teoria masowej obsługi, teoria gier[1/] i inne.

Główną treścią teorii gier jest wypracowanie metod podejmowania optymalnych decyzji użycia sił i środków w konkretnych sytuacjach konfliktowych. Konfliktowy charakter sytuacji polega na przeciwstawności celów działania stron, przy czym rezultaty działania zależą od poczynionych przedsięwzięć strony przeciwnej. Teoria gier pozwala uwzględniać elementy przypadkowości, niekompletność informacji, a także wpływ działania przeciwnika przy różnych wariantach realizacji zamierzonej operacji. Stąd wypływa zasadnicze znaczenie teorii gier w rozwiązywaniu skomplikowanych problemów wojskowych.

Redaktor przekładu rosyjskiego, pracy J.D. Williamsa pt.: "The Compleat Strategyst", J.A. Polietajew następująco formułuje znaczenie teorii gier dla potrzeb wojskowych. "Nie będzie przesadą stwierdzenie, że teoria gier stanowi matematyczną podstawę sztuki wojennej"[2/].

Jedną z głównych zalet teorii gier jest to, że jej metody umożliwiają ocenę wpływu przeciwdziałań przeciwnika. Jednakże uwzględnienie możliwości strony przeciwnej zależy bezpośrednio od posiadanych informacji. Wynika stąd duża rola i odpowiedzialność organów rozpoznania w zakresie zdobywania i dostarczania, w odpowiednim czasie, informacji o hie-

---

1/ Niekiedy, dla podkreślenia, że nie chodzi tu o gry o charakterze rozrywkowym, dla których odpowiednim aparatem jest rachunek prawdopodobieństwa, używany jest termin teoria gier strategicznych.

2/ J.D. Williams, The Compleat Strategyst. Tłum.Sowierszennyj stratieg. Wyd. Sowietskoje Radio, Moskwa - 1960r.,s. 9.

przyjacielu. Chociaż teoria gier umożliwia znalezienie optymalnego rozwiązania nawet przy niekompletnej informacji, to jednak w żadnym przypadku nie może być mowy o uzyskaniu realnych przesłanek działania, opierając się na niewiarygodnych lub fikcyjnych danych o stronie przeciwnej. Zagadnienie uzyskiwania informacji o nieprzyjacielu nie jest treścią pracy.

W oparciu o metody stosowane w badaniach operacji, w niniejszej pracy sformułowano i rozwiązano modele niektórych problemów wykorzystania środków jądrowych. W szczególności rozwiązano następujące problemy.

a/ Określenie optymalnego sposobu użycia środków jądrowych do zwalczania sił żywych i środków ogniowych nieprzyjaciela.

W dotychczasowej praktyce problem wykorzystania środków jądrowych, do zwalczania sił przeciwnika, rozwiązywany jest w oparciu o tradycyjne metody. Ogólny limit środków jądrowych przydzielony na operację /walkę/ dzielony jest, według decyzji dowódcy odnośnego szczebla, na poszczególne dnie operacji /etapy/ względnie zadania i związki taktyczne. Następnie dla środków jądrowych, przewidzianych do użycia w danym dniu, wyznacza się obiekty rażenia nieprzyjaciela. Wyboru obiektów /celów/ rażenia środkami jądrowymi dokonuje się wychodząc z potrzeb rozbicia głównych sił nieprzyjaciela oraz posiadanej ilości jednostek jądrowych. Z kolei oblicza się przewidywane straty przeciwnika, w wyniku wykonanych uderzeń jądrowych. Na tej podstawie określa się zadania bojowe związków taktycznych /oddziałów/. Jednakże metody te nie gwarantują optymalnego wykorzystania środków jądrowych i posiadają wiele mankamentów. W zasadzie wybór obiektów uderzeń jądrowych dokonywany jest tylko w oparciu o intuicję, bez szczegółowej analizy odnośnie jego racjonalności. Nie jest również dokładnie określany wpływ uderzeń jądrowych na działanie własnych wojsk. Ponadto szczególnie słabą stroną jest fakt nieuwzględniania możliwości przeciwdziałania strony przeciwnej jej środkami jądrowymi i wpływu uderzeń jądrowych nieprzyjaciela na wykonanie zadania. Oceniając nieprzyjaciela bierze się pod uwagę jedynie jego środki napadu jądrowego /przenoszenia ładunków jądrowych/ i milcząco zupeł-

nie pomija się ocenę możliwości wykonania uderzeń na nasze wojska, zmniejszając przez to ich efektywność. Taki stan rzeczy istnieje dlatego, że konwencjonalne metody nie są doskonałe, bowiem nie zawierają odpowiedniego aparatu poznawczego, umożliwiającego dokonywania szczegółowych analiz, zestawiania bilansu sił, porównań itp. Przy jakościowo nowych środkach walki koniecznym jest, w procesie wypracowywania decyzji, stosowanie metod gwarantujących uzyskanie optymalnych rozwiązań. Najodpowiedniejszym aparatem są badania operacji, które w pracy zastosowano do rozwiązania omawianego problemu.

b/ Określenie optymalnego wariantu punktów zerowych podczas zwalczania obiektu kilkoma środkami jądrowymi.

Często na polu walki zachodzi potrzeba zwalczania pewnych obiektów nieprzyjaciela kilkoma jednostkami jądrowymi. W aktualnie obowiązujących wydawnictwach zagadnienie to nie jest w sposób analityczny szczegółowo rozwiązane. Ogólne wskazówki w tym zakresie są wyłącznie natury strzelecko-technicznej i dotyczą mechanicznego rozkładu punktów zerowych w głąb i w-szerz celu. Brane są przy tym pod uwagę wyłącznie sumaryczne błędy środkowe strzelania i rozmiary obiektu. Nie są natomiast uwzględniane aspekty natury operacyjno-taktycznej. Ponadto występują tu podobne ujemne strony, które zasygnalizowano przy omawianiu poprzedniego problemu. Stąd w prosty sposób wynika niedoskonałość wyboru punktów zerowych uderzeń jądrowych, przy stosowaniu obowiązujących sposobów, zatem nie mogą one zapewnić racjonalnego wyboru. Sformułowany w niniejszej pracy model matematyczny tego problemu pozwala uwzględniać możliwe sposoby ugrupowania zwalczanego obiektu, różne warianty rozmieszczenia punktów zerowych uderzeń jądrowych oraz wpływ uderzeń przeciwnika na rezultat działań. Rozwiązanie modelu pozwala wyznaczyć optymalny wybór punktów zerowych, w oparciu o przyjęte kryterium efektywności.

c/ Określenie optymalnego podziału zadań między poszczególne pododdziały /oddziały/ wykonujące uderzenia jądrowe.

Zazwyczaj na polu walki będzie znajdowała się duża ilość celów podlegająca zwalczaniu środkami jądrowymi. Obiek-

ty te będą różnorodne ze względu na położenie, wielkość, charakter ukryć, wrażliwość itp. Ilość celów często będzie przekraczała możliwości jednoczesnego ich zwalczania, z uwagi na ograniczoność środków przenoszenia ładunków jądrowych. Powstaje w związku z tym bardzo istotny problem - podziału zadań ogniowych między pododdziały wykonujące uderzenia jądrowe. Jest rzeczą oczywistą, że jeżeli zadowolimy się jakimkolwiek podziałem, wówczas rozwiązanie jest wręcz banalne. Jeśli natomiast żądamy jak najefektywniejszego wykorzystania środków - racjonalnego podziału zadań ogniowych - wtedy już rozwiązanie nie jest proste. O tym można się przekonać, określając ilość możliwych wariantów realizacji zadania. Np. gdy uderzenia jądrowe może wykonywać pięć pododdziałów rakiet i zachodzi potrzeba zwalczania czterech celów - ilość możliwych wariantów realizacji zadania wynosi 120. Ilość ta gwałtownie wzrasta, wraz z powiększaniem się ilości celów, względnie pododdziałów, a tym bardziej przy równoczesnym ich wzroście. Nie może więc być mowy o przeanalizowaniu i porównaniu poszczególnych wariantów, bez opracowania specjalnej metody. Należy nadmienić, że we wszystkich oficjalnych wydawnictwach problem ten jest po prostu przemilczany. Jeśli zaś zachodzi potrzeba praktycznego rozwiązywania tego zadania na ćwiczeniach, czy podczas zajęć szkoleniowych, robi się to w oparciu o niedoskonałą argumentację. Przy takiej metodzie postępowania ustalenie optymalnego wariantu może być tylko dziełem przypadku. Mając na uwadze tę niedoskonałość, w niniejszej pracy przedstawiono model, przy pomocy którego stosunkowo prosto można określić optymalny wariant podziału zadań ogniowych, uwzględniając jednocześnie możliwe zmiany ugrupowania obiektów i różne moce ładunków jądrowych.

Literaturę przedmiotu można podzielić na dwa działy. Dział pierwszy - literatura dotycząca zasad wykorzystania wojsk rakietowych, w tym i użycia środków jądrowych. Dział drugi - dotyczy teorii gier i jej zastosowań.

W podręcznikach i publikacjach przedstawiane są ogólne koncepcje użycia środków jądrowych przez naszych przeciwników. Szczególnie dużo miejsca poświęca się w nich zagadnieniom technicznym, związanym z możliwościami środków prze-

noszenia ładunków jądrowych oraz ze skutkami wykonywanych uderzeń. Przy czym bardzo często, w różnych źródłach, dane te są kontrowersyjne. Daje się zauważyć brak syntetycznego, całościowego opracowania zasad wykorzystania środków jądrowych, według poglądów naszych potencjalnych przeciwników.

Literatura dotycząca zasad użycia własnych środków jądrowych jest dość obszerna. Można ją podzielić na dwie kategorie. W pierwszej - rozpatrywane są zagadnienia strzelecko-techniczne i rażące działanie środków jądrowych, bez powiązania z zadaniami operacyjno-taktycznymi. W drugiej - rozważane są problemy użycia oddziałów /pododdziałów/ rakiet i środków jądrowych od strony operacyjno-taktycznej. Opracowania te siłą rzeczy formułują tylko pewne ogólne wskazania jakimi należy się kierować przy wykorzystaniu środków jądrowych.

Zasadniczą wspólną ujemną cechą, wszystkich opracowań dotyczących użycia środków jądrowych, jest to, że nie wskazują one sposobów zapewniających optymalne ich wykorzystanie.

Literatura z teorii gier jest niezmiernie obfita. Obejmuje ona zarówno opracowania bardzo popularne [85], [87], jak też szczegółowe, formalne ujęcia od strony matematycznej [47], [84]. Ponadto są prace [18a], [37], [55], [63], [76] traktujące o zastosowaniu teorii gier do rozwiązywania konkretnych zagadnień. Jednakże tylko nieliczni autorzy czynią próby rozwiązywania problemów wojskowych. Do nich można zaliczyć M. Dreshera [18a], który podaje możliwość rozwiązania, metodami teorii gier, szeregu przykładów zaczerpniętych z dziedziny działań bojowych wojsk. Przykłady te są rozpatrywane bez powiązania z ogólną sytuacją operacyjno-taktyczną i dlatego nie przedstawiają one większego praktycznego znaczenia. W zbiorze artykułów [55] jest między innymi próba zastosowania teorii gier do oceny skutków uderzeń jądrowych. Przykład ten jest na tyle abstrakcyjny i uproszczony, że nie może być mowy o jego wykorzystaniu w praktyce. Liczne przykłady w innych pracach dotyczą bądź bardzo wycinkowych zagadnień wojskowych, bądź różnorodnych problemów ekonomicznych i z tego względu przedstawiają znikomą wartość praktyczną przy rozstrzyganiu problemów natury operacyjno-taktycznej.

Wspomniane wyżej słabe strony, zarówno w odniesieniu do zasad wykorzystania środków jądrowych jak i zastosowania

teorii gier dla potrzeb wojskowych, spowodowały podjęcie próby teoretycznego zbadania i sprecyzowania ogólnych metod, umożliwiających racjonalne wykorzystanie środków jądrowych.

W procesie rozwiązywania poszczególnych zagadnień, wyciągania określonych wniosków, stosowano metodę indukcyjną i dedukcyjną. Pierwszą - wykorzystywano do badania problemu w oparciu o istniejące wyniki, celem opracowania przesłanek do dalszych uogólnień. Drugą metodę stosowano w tych przypadkach, kiedy chodziło o uzyskanie wniosków szczegółowych z całokształtu obrazu badanego zjawiska. Obiema metodami posługiwano się równolegle i we wzajemnym ich powiązaniu. Oprócz tego stosowano metody: analizy, porównania, syntezy, abstrakowania i uogólniania. Zastosowanie określonej metody badawczej czy typu wnioskowania warunkowane było, w poszczególnych przypadkach, ich największą przydatnością. Zastosowanie wymienionych metod badawczych umożliwiło właściwe ujęcie całości rozpatrywanego problemu. Zasadniczym aparatem matematycznym, który wykorzystano przy rozstrzyganiu rozpatrywanych zagadnień, jest teoria gier. W szczególności praca jest oparta na klasie gier macierzowych zerowych. Posługując się tą klasą gier opracowano modele umożliwiające określenie optymalnego sposobu użycia środków jądrowych w konkretnych sytuacjach pola walki.

Struktura pracy i jej układ są następujące: W rozdziale pierwszym omówione są ogólne zasady użycia środków jądrowych, według poglądów naszych pontencjalnych przeciwników i własnego obozu, w ujęciu konwencjonalnym. Zawarto w nim krótką charakterystykę środków przenoszenia ładunków jądrowych oraz analizę możliwego wzmocnienia związków operacyjnych i taktycznych tak środkami jądrowymi jak i środkami do ich przenoszenia. Treść tej części nosi charakter ogólny i stanowi ona podstawę dla dalszych rozważań. Rozdział drugi obejmuje charakterystykę czynników wpływających na wynik strzelania rakietami jądrowymi oraz aktualnie przyjmowane wskaźniki skuteczności strzelania. Przeanalizowane w nim zagadnienia umożliwiają zrozumienie istotnych czynników technicznych wpływających na wynik uderzeń jądrowych oraz stosowanych obliczeń przy ocenie skutków. Treść tego rozdziału

wydaje się niezbędna dla całościowego ujęcia tematu. W trzecim rozdziale sformułowane są modele matematyczne dla potrzeb określenia optymalnego wykorzystania środków jądrowych. Z uwagi na to,.że przedstawienie w jednym modelu kilku problemów sprawiłoby dużo trudności i niezmiernie go skomplikowało, opracowano trzy modele umożliwiające rozwiązanie podstawowych zagadnień. Pierwszy model dotyczy wykorzystania środków jądrowych podczas zwalczania sił żywych i środków ogniowych nieprzyjaciela, drugi - wyboru punktów zerowych przy zwalczaniu celu kilkoma jednostkami jądrowymi, trzeci - podziału zadań ogniowych między pododdziały wykonujące uderzenia jądrowe. Są to w zasadzie najbardziej istotne problemy, które należy rozstrzygać, w zakresie użycia środków jądrowych. Dla lepszego zrozumienia zasad budowy modeli, w rozdziale tym omówiono w dużym skrócie podstawowe pojęcia i definicje teorii gier oraz istotę równań Lanchestera i możliwość przyjęcia ich jako kryterium efektywności przy optymalizacji użycia środków jądrowych. Dalsze rozdziały poświęcone są ilustracji omówionych metod określania optymalnego sposobu użycia środków jądrowych. Na konkretnych przykładach pokazano metodę opracowywania poszczególnych modeli i ich rozwiązywania.

Praktyczna przydatność opracowanych modeli polega na możliwości zaprogramowania ich na elektroniczne maszyny liczące i przez to uzyskania rozwiązania w czasie, zależnym tylko od szybkości pracy maszyny.

I. OGÓLNE ZASADY UŻYCIA BRONI JĄDROWEJ WEDŁUG POGLĄDÓW GŁÓWNYCH PAŃSTW KAPITALISTYCZNYCH I WŁASNEGO OBOZU

Jedną z charakterystycznych i zasadniczych cech współczesnego pola walki jest masowe stosowanie środków rażenia o niespotykanej dotychczas sile - broni rakietowo-jądrowej. Ta jakościowo nowa broń, umiejętnie wykorzystana, jest w stanie decydować nie tylko o losach pojedynczych bitew, ale nawet o przebiegu całej wojny. "Zastosowanie broni jądrowej przy nieograniczonych możliwościach przenoszenia jej przy pomocy rakiet nad dowolny cel i w czasie liczonym minutami - mówił minister obrony ZSRR w swym wystąpieniu na XXII zjeździe KPZR - pozwala w jak najkrótszym terminie osiągnąć zdecydowane rezultaty na dowolnej odległości i na ogromnym obszarze". Należy pamiętać o tym, że groźba wybuchu nowej wojny światowej - wojny nuklearnej, w której będą stosowane jakościowo inne środki walki zbrojnej, będzie istniała dopóty, dopóki istnieje z natury zaborczy i agresywny imperializm. Stąd bezpośrednio wynika konieczność wnikliwego studiowania rozwoju techniki rakietowej i zasad jej wykorzystania przez naszych potencjalnych przeciwników oraz doskonalenia metod użycia i określania realnego wpływu na działania wojsk, własnych uderzeń jądrowych.

Poniżej zostaną scharakteryzowane zasady użycia broni jądrowej według poglądów głównych państw kapitalistycznych, a także poglądy naszego obozu dotyczące tego problemu.

1. Ogólne zasady użycia broni jądrowej oraz jej możliwości według poglądów głównych państw kapitalistycznych

Teoretycy wojskowi Zachodu poświęcają dużo uwagi problemom przyszłej wojny i związanemu z tym zagadnieniu użycia środków masowego rażenia. Ogłoszona przez Mc Namarę tzw. teoria pauzy dopuszcza możliwość prowadzenia działań wojennych środkami konwencjonalnymi ale nie wyklucza stosowania broni jądrowej. O tym, że państwa imperialistyczne stale rozwijają swoją potęgę militarną, głównie poprzez zwiększone wydatki na broń jądrową, może świadczyć chociażby budżet głównego mocarstwa imperialistycznego - Stanów Zjednoczonych. W budżecie amerykańskim na rok 1963/64, z ogólnej sumy 122,5 miliarda dolarów, na obronę przypada 55,4 miliarda dolarów, co stanowi

wzrost o 4% w porównaniu z budżetem poprzedniego roku.... Dla amerykańskiej nuklearnej siły "odwetowej" taki zastrzyk pieniężny stanowić będzie poważny bodziec[1].

Z tego bezpośrednio wynika rola jaką imperialiści przeznaczają dla broni jądrowej. Uważają oni broń jądrową za główny, decydujący czynnik zwycięstwa.

Obok rozwoju lotnictwa kładzie się wzmożony nacisk na rozwój pocisków rakietowych. Rozwój pocisków rakietowych zmierza do uzyskania doskonalszych środków przenoszenia i osiągnięcia zarówno małych jak i dużych mocy ładunków jądrowych. Państwa zachodnie posiadają na wyposażeniu wojsk różnorodne typy środków przenoszenia i moce ładunków jądrowych. Rozpiętość ładunków jądrowych waha się od 0,1 KT do 10 MT. W niektórych publikacjach podawane są wiadomości o możliwości użycia bomb o olbrzymiej mocy - 100 MT lub większych[2]. Według oficjalnych danych amerykańskie zapasy amunicji jądrowej wynoszą około 50000 ładunków, z czego około 33000 ładunków znajduje się prawdopodobnie w gotowości do natychmiastowego użycia. Stany Zjednoczone zmagazynowały na terytorium Europy około 10000 ładunków ogólnej mocy 400 MT[3].

Charakterystyka niektórych ładunków jądrowych oraz środków ich przenoszenia jest zawarta w załączniku 1 i 2.

W państwach zachodnich przyjmuje się następującą klasyfikację pocisków rakietowych :[4]

- pociski naziemne;
- pociski przeciwlotnicze i przeciwrakietowe;
- pociski lotnicze;
- pociski do zwalczania okrętów podwodnych;
- pociski rozpoznawcze.

Pociski naziemne dzielą się na :

- pociski strategiczne;
- pociski taktyczno-operacyjne;

1/ E.Bauer "Tendencje militarne Zachodu /Stanów Zjednoczonych, Wielkiej Brytanii i Francji/", Wojskowy Przegląd Zagraniczny - 5/1963 r.

2/ E.S. Shire "Znaczenie obrony cywilnej", Wojskowy Przegląd Zagraniczny nr 5/1963 r. str. 37.

3/ Biuletyn Informacyjny nr 2/64/, s. 27.

4/ Krótki informator o podstawowym uzbrojeniu i sprzęcie bojowym głównych państw kapitalistycznych. Cz.I - Dane taktyczno-techniczne. Sztab Generalny - Zarząd II, Warszawa - 1964 r. s. 13.

- pociski taktyczne;
- pociski przeciwpancerne.

Wśród pocisków strategicznych wyróżnia się :
- pociski dalekiego zasięgu;
- pociski średniego zasięgu;

Pociski taktyczno-operacyjne są dzielone na :
- samoloto-pociski;
- pociski rakietowe.

Natomiast pociski taktyczne dzielą się na kierowane i niekierowane.

Z przeglądu załączników 1 i 2 bezpośrednio widać, że nasi przeciwnicy dysponują dużym wachlarzem mocy ładunków jądrowych jak też i środków ich dosyłania. Rozpiętość mocy od 0,1 KT do kilku MT, umożliwia głównym państwom kapitalistycznym wyposażenie w broń jądrową wszystkie rodzaje sił zbrojnych, w tym i wojska lądowe. Broń jądrowa jest środkiem nie tylko naczelnego dowództwa, przeznaczonym do wykorzystania w celach strategicznych, ale jest również stosowana dla wykonania zadań operacyjnych i taktycznych. Przydziela się ją grupom armii, armiom polowym, korpusom armijnym, dywizjom, brygadom, a w przyszłości, jak przewidują zachodni teoretycy wojskowi, będzie ona stanowić uzbrojenie i niższych szczebli.

Dowództwo amerykańskie uważa, że broń jądrowa w przyszłej wojnie będzie stosowana na szeroką skalę. Niektórzy generałowie uważają wprost broń jądrową za tak nierozłączny składnik arsenału wojennego jak i proch. Część teoretyków wojskowych państw zachodnich liczy na jej stosowanie nawet w wojnach lokalnych /mimo oficjalnego lansowania teorii pauzy/.

Dowództwo amerykańskie poświęca dużo uwagi opracowaniu nowych typów środków dosyłania ładunków jądrowych do celu. Przy tym zasadniczy nacisk kładzie się na rozwój kierowanych i niekierowanych pocisków rakietowych. Swiadczyć o tym mogą opracowane w ostatnich latach nowe typy pocisków rakietowych: "Sergeant", "Pershing", "Davy Crockett", "Shillelagh" oraz będący w stadium laboratoryjnym "Lance". Na uzbrojenie artylerii wprowadza się samobieżne armaty 175 mm, przystosowane do strzelania pociskami jądrowymi. Ponadto w 1964 r. przewiduje_się_wprowadzenie amunicji_jądrowej do_haubic 155 mm[1/]. -

1/ Biuletyn informacyjny nr 2/64/, s. 32-33.

Zasadniczym sposobem wykorzystania środków jądrowych jest zmasowane ich użycie dla zapewnienia wykonania głównych zadań. Oprócz tego aktualne regulaminy amerykańskie określają szczegółowe zasady dotyczące stosowania broni jądrowej. Przewidują one centralny rozdział rakiet /pocisków/ jądrowych oraz kontrolę organów nadrzędnych nad jej rozchodowywaniem, poprzez zatwierdzanie i uzgadnianie planów użycia tych środków. W toku operacji /walki/ następuje decentralizacja użycia środków jądrowych. Podczas trwania działań każdy dowódca dysponujący środkami przenoszenia ładunków jądrowych może wykonywać uderzenia według własnej decyzji. Ponadto podkreślają konieczność zgrupowania wysiłków uderzeń jądrowych na korzyść głównego zgrupowania wojsk, a także jako szczególnie ważny element uważają szybkie wykonanie uderzeń dla uzyskania pełnego zaskoczenia przeciwnika.

Na podstawie regulaminów oraz doświadczeń z ćwiczeń i manewrów można stwierdzić, że broń jądrową planuje się wykorzystać do następujących zadań :

- zniszczenia amunicji jądrowej przeciwnika i środków do jej przenoszenia;
- zabezpieczenia przełamania obrony nieprzyjaciela na całą głębokość oraz wysadzenia taktycznych i operacyjnych desantów powietrznych;
- zabezpieczenia wprowadzenia do bitwy /walki/ drugich rzutów i odwodów celem rozwinięcia natarcia;
- odparcia kontrataków i przeciwuderzeń nieprzyjaciela i walki z jego podchodzącymi odwodami;
- utworzenia rubieży zaporowych przez zniszczenie mostów, węzłów dróg i innych obiektów;
- niszczenia stanowisk dowodzenia, węzłów łączności i magazynów zaopatrzeniowych[1/].

Dla wykonania tych zadań mogą być wykorzystane środki napadu jądrowego wojsk lądowych oraz lotnictwa.

Armia polowa Stanów Zjednoczonych może dysponować następującymi rodzajami środków dosyłania ładunków jądrowych do celu kierowane pociski rakietowe "Redstone", "Corporal", "Lacrosse", niekierowane pociski rakietowe

1/ Zasady użycia broni jądrowej w celach operacyjno-taktycznych. Sztab Generalny, Zarząd II, Warszawa - 1961 r.

"Honest John" i "Little John" oraz działa 280 mm, 203,2 mm i "Davy Crockett".

Pociski "Redstone" są zastępowane pociskami "Pershing", pociski "Corporal" - pociskami "Sergeant", pociski "Lacrosse", "Honest John", "Little John" mająbbyć zastąpione pociskami "Lance". Pociski "Lance" przewiduje się wprowadzić na uzbrojenie po 1965 r. Ponadto wycofywane są działa 280 mm.

Pociski rakietowe "Redstone" /"Pershing"/ używa się do rażenia ważnych obiektów i dużych zgrupowań wojsk, rozmieszczonych na głębokich tyłach przeciwnika.

Pociski rakietowe "Corporal" /"Sergeant"/ planuje się wykorzystywać do zwalczania zasadniczych celów przeciwnika, znajdujących się w taktycznej i bliższej operacyjnej głębokości.

Pociski rakietowe "Lacrosse", "Honest John" i "Little John" /"Lance"/ przewiduje się wykorzystywać do niszczenia obiektów i wojsk, w tym i celów o małych wymiarach, rozmieszczonych w taktycznej głębokości.

Armaty 280 mm przeznacza się do ogólnego wsparcia ogniowego armii polowej i korpusu armijnego.

Haubice 203,2 mm wykorzystuje się dla zapewnienia wsparcia ogniowego korpusu armijnego i dywizji.

Pociski "Davy Crockett", biorąc pod uwagę ich zasięg i moc głowicy, należy przypuszczać, że będą używane przede wszystkim do niszczenia stanowisk ogniowych artylerii atomowej i rakietowej o małym zasięgu, kompanijnych punktów oporu, umocnień polowych, ześrodkowań broni pancernej itp[1/].

Wprowadzane na uzbrojenie od 1964 r. pociski "Shillelagh" są przeznaczone do niszczenia umocnień polowych, broni pancernej i bezpośredniego wsparcia wojsk.

Zmasowane użycie środków jądrowych, zdaniem zachodnich kół wojskowych, zwielokrotnia możliwości wykonania zadań przez wojska lądowe. Środki te stwarzają sprzyjające warunki dla pokonania obrony przeciwnika na dużą głębokość zgrupowaniami dysponującymi wielką siłą uderzeniową i mocą ogniową. Środki jądrowe i możliwości dosyłania ich do celu przy pomocy kierowanych i niekierowanych pocisków rakietowych oraz lotnictwa,

---

1/ Wojskowy Przegląd Zagraniczny, nr 4/1962 r.

dają możność osiągnięcia zdecydowanych celów współczesnych działań bojowych. Broń jądrowa pozwala, drogą wykonania manewru ogniem, ześrodkować w dowolnym rejonie praktycznie nieograniczoną moc ogniową, w ciągu krótkiego czasu.

Zagadnieniu wykonania niespodziewanego uderzenia poświęca się dużą uwagę. Uważa się, że uderzenia jądrowe wykonane z pełnym zaskoczeniem, z uwagi na ogromną moc niszczącą, mogą zadać przeciwnikowi takie straty w sile żywej i sprzęcie bojowym, jak nigdy dotychczas. Broń jądrowa sprzyja osiągnięciu zaskoczenia, gdyż przy jej wykorzystaniu nie zachodzi potrzeba ześrodkowywania, przed rozpoczęciem działań, dużej ilości wojsk i techniki bojowej, a same działania można realizować bez długiego okresu ogniowego przygotowania. Jednakże dla wykorzystania skutków uderzeń jądrowych i prowadzenia działań zaczepnych koniecznym jest, w odpowiednim momencie, posiadanie niezbędnych sił i środków na decydującym kierunku.

Należy zauważyć, że sposób wykorzystania środków jądrowych, według poglądów amerykańskich, określa się ich ilością oraz innymi czynnikami. W ostatnich latach obserwuje się wzrost ilości środków jądrowych przydzielanych związkom operacyjnym i taktycznym. Wynika to z nagromadzenia znacznych zapasów tej broni.

Na podstawie materiałów z ćwiczeń i manewrów wynika, że ilościowe wzmocnienie środkami jądrowymi w latach 1953-1959 przedstawiało się następująco :[1/]

TABELA 1

	Data			
	1953-1954	1955	1956-1957	1958-1959
Ilość amunicji jądrowej przydzielona grupie armii na operację	-	-	250-270	do 300
Ilość amunicji jądrowej przydzielona armii polowej na operację	30-35	35-60	60-120	do 180

Z tabeli widać, że ilość środków jądrowych przydzie-

1/ "Użycie broni jądrowej w celach operacyjno-taktycznych", Sztab Generalny, Zarząd II, Warszawa 1961 r. str. 39.

lanych na operację wzrosła w latach 1958-1959 sześciokrotnie, w stosunku do lat 1953-1954; trzy do sześć razy w porównaniu z rokiem 1955 i półtora do trzech razy w stosunku do lat 1956-1957. Za ostatnie lata brak jest szczegółowych danych z tej dziedziny. W zasadzie przyjmuje się takie wzmocnienie, które ich zdaniem, jest niezbędne dla osiągnięcia celów współczesnych operacji.

Grupa armii, większość środków jądrowych przydziela armiom polowym, zdecydowanie podkreślając ważność armii na głównym kierunku uderzenia. Na przykład, w jednym z ćwiczeń /operacja obronno-zaczepna w początkowym okresie wojny/ grupa armii otrzymała 280 jednostek jądrowych. Z liczby tej, 220 wydzielono do dyspozycji armii polowych, przy czym armia na głównym kierunku uderzenia otrzymała 180, a armia na pomocniczym kierunku - 40 jednostek jądrowych[1/].

Podział środków jądrowych w armii działającej na głównym kierunku przedstawiało się następująco.

Z ogólnej ilości środków jądrowych - 45% wykorzystywano według planu dowódcy armii, a 55% przydzielono do dyspozycji dowódców korpusów.

Na korzyść korpusu działającego na kierunku głównego uderzenia planowano użyć 82 jednostki jądrowe, czyli około 46% ogółu armii.

Ogólna moc środków jądrowych przydzielonych armii polowej wynosiła 3486 KT, przy czym w dyspozycji armii pozostawiono ładunki o łącznej mocy 1778 KT, a korpusy otrzymały 1708 KT. Widać więc, że zarówno pod względem ilości jak i ogólnej mocy, prawie jednakową ilością dysponowała tak armia jak i korpusy.

Ze 180 jednostek jądrowych - 74 /41%/ mogą być przenoszone przy pomocy środków o zasięgu ponad 30 km, a pozostałe - środkami o zasięgu do 30 km.

Ładunki o mocy 28 KT i większej stanowiły tylko 38% całości jednostek jądrowych przydzielonych armii polowej. Tak więc przeważająca większość uderzeń jądrowych wykonywanych środkami armii była mocy 17 KT i mniejszej.

Na podstawie danych oficjalnych wydawnictw dotyczą-

1/ Tamże - str. 40.

cych sił zbrojnych państw kapitalistycznych wynika, że grupa armii na operację zaczepną może otrzymać do 300 jednostek jądrowych, armia polowa - do 180, korpus armijny - 20-80.

Ilość środków jądrowych przydzielanych armii polowej nie jest stała, zależy ona od roli i miejsca w ugrupowaniu operacyjnym grupy armii i jak wynika z materiałów szkoleniowych armia otrzymywały 50, 80, 87, 120, 136 i 160 jednostek jądrowych. Podział jednostek jądrowych na środki do ich przenoszenia oraz między korpusy jest z reguły różnorodny, gdyż przy ich podziale uwzględnia się zadania związków taktycznych.

Uogólniając można stwierdzić, że w operacjach zaczepnych armie polowe 40-45% środków jądrowych wykorzystują zgodnie z ich planami, natomiast 55-60% przydzielają korpusom armijnym do wykorzystania zgodnie z decyzją odnośnych dowódców.

Na operacje obronne armie polowe mogą otrzymać mniej środków jądrowych. Z materiałów szkoleniowych wynika, że ilość środków może być różna i średnio wynosi 41, 90, 95 jednostek jądrowych. Podobnie jak i w operacjach zaczepnych, część środków pozostawia się w dyspozycji armii, a część rozdziela się między korpusy. Jeden z wariantów podziału środków jądrowych w operacji obronnej jest przedstawiony niżej[1/].

TABELA 2

Moc w KT	Ilość	W dyspozycji dowódcy armii	Przydzielono korpusom			Środki do przenoszenia amunicji
			1KA	2KA	3KA	
2	6	2	2	-	2	Artyleria polowa
10	8	3	4	-	1	Naziemne pociski "Honest John"
20	15	-	5	6	4	Inne pociski rakietowe
50	10	-	4	6	-	
75	1	1	-	-	-	
100	1	1	-	-	-	Lotnictwo
Razem	41	7	15	12	7	

1/ Tamże str. 43.

Przykłady z ćwiczeń wskazują na tendencje dalszego zwiększania ilości środków jądrowych dla związków operacyjnych w obronie. Na przykład, w ćwiczeniach dowódczo-sztabowych sił zbrojnych NATO we wrześniu 1959 r. pod kryptonimem "Boczny krok", amerykańska armia polowa w składzie czterech korpusów armijnych wykonała umownie około 205 uderzeń jądrowych w ciągu sześciu dni operacji obronnej początkowego okresu wojny. Srednio w ciągu doby wykonywano około 34 uderzeń na korzyść wojsk armii[1/]. W ćwiczeniu pod kryptonimem "Southex-63" przeprowadzonym przez siły zbrojne NATO, we wrześniu 1963 r., nt. "Prowadzenie operacji obronnej w początkowym okresie wojny, organizacja i wykonanie przeciwuderzenia, a następnie przejścia do ogólnego przeciwnatarcia we współdziałaniu z desantem powietrznym i morskim" w ciągu czterech dni operacji wykonano 108 uderzeń jądrowych o łącznej mocy około 5 MT[2/]. W "Vademecum o armiach obcych" /Wyd. Szefostwo Artylerii WP, 1964 r./ zaznaczono, że wzmocnienie amerykańskich związków taktycznych i operacyjnych w działaniach obronnych nie różni się zasadniczo od wzmocnienia w działaniach zaczepnych. W odniesieniu do innych armii /np. Wielkiej Brytanii i Francji/, zróżnicowanie we wzmocnieniu występuje w zależności od rodzaju działań bojowych.

Z powyższych rozważań wynika wyróżnianie korpusu działającego na kierunku głównego uderzenia, przez przydzielanie większej ilości środków niż pozostałym. Dowódcy korpusów armijnych, przydzielone im środki jądrowe, rozdzielają między dywizje, pozostawiając część w swojej dyspozycji. Ilość środków jądrowych przydzielonych dywizjom zależna jest od ich zadań. Srednio tak dywizja piechoty /zmechanizowana/ jak i pancerna w działaniach zaczepnych może otrzymać około 9 środków jądrowych. Liczba ta, zależnie od konkretnych warunków, może być mniejsza lub większa. Wariant podziału środków jądrowych w korpusie armijnym ilustruje niżej zamieszczona tabela.

- -

1/ Tamże str. 43.
2/ Biuletyn informacyjny nr 2/64/, s. 117.

TABELA 3

Moc w KT	Ogółem na korpus armijny	W dyspozycji dowódcy korpusu	Przydzielono dywizjom			
			1 DP	2 DP	3 DP	DPanc
1-2	8	3	2	1	1	1
10	9	4	3	-	1	1
20	9	4	2	1	1	1
50	2	2	-	-	-	-
75	2	2	-	-	-	-
Razem:	30	15	7	2	3	3

Z załączonej tabeli widać, że w tym wariancie w dyspozycji dowódcy korpusu pozostaje 50% środków jądrowych, a pozostałe 50% przydziela się dywizjom, przy czym rozdział ten jest nierównomierny. Jednakże pod względem mocy, według decyzji dowódcy korpusu wykorzystuje się 70% ogólnego potencjału jądrowego, gdyż z reguły pozostawiane są ładunki o większej mocy.

Oprócz ładunków jądrowych, związki taktyczne i operacyjne otrzymują w ramach wzmocnienia środki do ich przenoszenia, niezależnie od organicznych. Wzmocnienie związków taktycznych i operacyjnych środkami dosyłania ładunków jądrowych do celu, według poglądów dowództwa paktu NATO, powinno być jednakowe zarówno w działaniach zaczepnych jak i obronnych. Takie stanowisko argumentują niemożliwością wykonania na większą skalę przegrupowań oddziałów odwodu naczelnego dowództwa. Poza tym uważają za bardziej celowe, ze względu na zapewnienie ścisłego współdziałania między dowódcami ogólnowojskowymi i dowódcami oddziałów /pododdziałów/ rakiet, przydzielać te środki na dłuższy okres czasu.

Wzmocnienie związków operacyjnych i taktycznych może wynosić :[1/]

- grupy armii - 44-66 dywizjonów wyrzutni naziemnych pocisków rakietowych, 38-57 dywizjonów artylerii atomowej;

1/ Vademecum o armiach obcych. Wyd. Szefostwo Artylerii WP, Wydział Rozpoznawczy, Warszawa 1964 r., s. 16.

- armii polowej - 22 dywizjony wyrzutni naziemnych pocisków rakietowych, 19 dywizjonów artylerii atomowej;
- korpusu armijnego - 7 dywizjonów wyrzutni naziemnych pocisków rakietowych, 6 dywizjonów artylerii atomowej.

Z przytoczonych danych wynika duża rola korpusów armijnych w wykonywaniu uderzeń jądrowych, z uwagi na dysponowanie przeważającą większością środków przenoszenia ładunków jądrowych w skali armii. W dyspozycji dowódcy armii polowej pozostawia się znikomą ilość środków. Na podkreślenie zasługuje znamienny fakt wzrostu, w ostatnich latach, ciężaru gatunkowego oddziałów pocisków rakietowych. O ile do roku 1958 przewidywano przydzielanie armii polowej sześć dywizjonów wyrzutni pocisków rakietowych i dwadzieścia jeden dywizjonów artylerii polowej, to obecnie armia może otrzymać jedną grupę i dwadzieścia jeden dywizjonów wyrzutni pocisków rakietowych oraz dziewiętnaście dywizjonów artylerii zdolnej do wykonywania uderzeń jądrowych. Wynika stąd nie dwuznacznie przypisywanie dużej roli oddziałom środków naziemnych, które mogą wykonywać uderzenia pociskami jądrowymi. Wysuwanie tych wojsk na pierwszy plan, dyktują ich ogromne możliwości bojowe i niezależność użycia od warunków meteorologicznych oraz stanu obrony przeciwlotniczej obiektu, na który jest wykonywane uderzenie.

Biorąc pod uwagę podany wyżej wariant wzmocnienia armii polowej i korpusu armijnego oraz uwzględniając organiczne środki dywizji, w armii polowej może znajdować się około 370 a w korpusie armijnym około 120 wyrzutni /dział/ do przenoszenia ładunków jądrowych /bez dział "Davy Crockett"/.

Z przytoczonych danych widać, iż armia polowa i korpusy armijne dysponują dostatecznie dużą ilością wyrzutni i dział zdolnych do przenoszenia ładunków jądrowych. Jednakże ogromna większość tych środków, bo aż 97,1% w armii może wykonywać uderzenia jądrowe na maksymalną głębokość do 30 km /licząc od rejonów ich rozmieszczenia/, a tylko 2,4% - na głębokość do 120 km i 0,5% - na głębokość do 560 km. W korpusie armijnym natomiast 2,4% środków posiada maksymalny zasięg do 120 km, a pozostałe 97,6% może prowadzić ogień tylko na głębokość do 30-50 km.

Oprócz tego należy mieć na uwadze małą szybkostrzelność pocisków kierowanych "Redstone" /2-3 pociski na dobę/ i "Corporal" /1 pocisk w ciągu 1,5 - 2 godzin/, /"Sergeant" - 2 pociski dziennie/. W związku z tym, do wykonania uderzeń jądrowych w głębi operacyjnej, w interesach armii może być szeroko wykorzystywane lotnictwo oraz przeciwlotnicze kierowane pociski rakietowe.

Porównując przytoczone dane widzimy, że w skali armii jest kilka razy więcej środków dosyłania niż jednostek jądrowych a w korpusie armijnym - półtora do sześciu razy więcej. Wynika stąd możliwość jednoczesnego wykonania uderzeń jądrowych dowolną ilością jednostek, w granicach ich przydziału. Z kolei wypływa następny wniosek, że na polu walki będzie dokonywany manewr jednostkami jądrowymi, a nie środkami ich dosyłania.

Regulaminy amerykańskie ściśle określają odległości, na jakich mogą być rozmieszczane poszczególne typy środków przenoszenia ładunków jądrowych, od przedniego skraju wojsk własnych. Przedstawiają się one następująco:[1/]

- grupa wyrzutni pocisków rakietowych "Redstone" - 65-90 km;
- dywizjon wyrzutni pocisków rakietowych "Corporal" - nie bliżej niż 30 km;
- dywizjon wyrzutni pocisków rakietowych "Lacrosse" - nie bliżej niż 10 km;
- dywizjon wyrzutni pocisków rakietowych "Honest John" - do 10 km;
- dywizjon armat 280 mm - 8-10 km;
- dywizjon haubic 203,2 mm - do 8 km;
- bateria haubic 203,2 mm /organiczna artylerii dywizji/ - 4-6 km.

Biorąc pod uwagę wyżej podane zasady rozmieszczenia oraz minimalny i maksymalny zasięg środków, można orientacyjnie określić, jakimi środkami będą wykonywane uderzenia jądrowe na poszczególne obiekty. Mianowicie :

1/ Narazie brak jest danych odnośnie zasad ugrupowywania nowo wprowadzanych środków.

- na dywizje pierwszego rzutu operacyjnego armii mogą wykonywać uderzenia : pododdziały 203,2 mm haubic, 280 mm armat, niekierowanych pocisków rakietowych "Honest John" i kierowanych pocisków rakietowych "Lacrosse" /"Lance"/;
- na ugrupowanie rakiet operacyjno-taktycznych, drugi rzut operacyjny armii i obiekty tyłowe: dywizjony kierowanych pocisków rakietowych "Corporal" i grupy "Redstone" /"Pershing", "Sergeant"/;
- na obiekty położone głębiej: grupy kierowanych pocisków rakietowych "Redstone" /"Pershing"/ oraz lotnictwo.

Jest kwestią bezsporną, że dywizjony "Corporal" i "Redstone" /"Sergeant", "Pershing"/ mają możliwość wykonywania uderzeń również na ugrupowanie dywizji pierwszego rzutu. Jednakże z uwagi na znikomy procent tych środków jest mało prawdopodobne wykorzystywanie ich do tego rodzaju zadań.

Srodków o maksymalnym zasięgu do 30 km, zarówno w skali armii polowej jak i korpusu armijnego, jest przeważająca większość, stąd można wnioskować iż będą im przydzielane raczej ładunki o mniejszej mocy od 1 KT do 28 KT. Uderzenia tej mocy będą wykonywane przede wszystkim na dywizje pierwszego rzutu. Gęstość uderzeń zależy od wielu czynników i może w przygotowaniu jądrowym wynosić 4-9 i więcej na dywizje pierwszego rzutu oraz 2-4 - na dywizje drugiego rzutu[1/]. Przy czym na dywizje drugiego rzutu będą z reguły wykonywane uderzenia o większej mocy, od 9 KT do 350 KT i większe. Uwzględniając promienie rażenia wybuchów jądrowych odpowiedniej mocy w odniesieniu do konkretnych obiektów oraz inne czynniki wpływające na wynik uderzeń, można określić oczekiwane straty własnych wojsk na skutek uderzeń jądrowych przeciwnika.

Wojskowe koła zachodnie zwracają dużą uwagę na dokładność planowania użycia broni jądrowej. W dywizji, korpusie armijnym i armii polowej opracowuje się jednolity plan wsparcia jądrowego. Uwidacznia się w nim uderzenia wykonywane w okresie przygotowania jądrowego i planowane uderzenia w następnym okresie /na żądanie/. Główną część planu stanowi okres

1/ Wojennaja myśl nr 4/1959 r. str. 152.

przygotowania jądrowego, na który planuje się wykorzystanie 60-70% ogólnej ilości jednostek jądrowych przydzielanych związkowi operacyjnemu /taktycznemu/. W początkowym okresie wojny ilość ta może być mniejsza i sięgać 10-15% ogółu jednostek jądrowych. Podczas ćwiczeń w latach 1956-1961 przygotowanie jądrowe wykonywano drogą jednoczesnego uderzenia na zawczasu wybrane cele na dużej głębokości i kończono 20-30 minut przed atakiem. Ich zdaniem zapewnia to zaskoczenie, uzyskane na czas danych o skutkach uderzeń jądrowych i pełne wykorzystanie rezultatów przez nacierające wojska. W ostatnich latach rozpatrywano również możliwość wykonywania przygotowania jądrowego na 1-4 godzin przed rozpoczęciem ataku. W tym wariancie przewidywano porażenie przeciwnika nie tylko poprzez falę uderzeniową i promieniowanie świetlne, lecz przede wszystkim przez promieniowanie przenikliwe. Na głębokości taktycznej będą wykonywane przeważnie wybuchy powietrzne, wysokie i niskie. Natomiast wybuchy naziemne mogą być wykonywane na głębokich tyłach na odwody, węzły dróg, stacje kolejowe, przeprawy i inne ważne obiekty.

Szczególną uwagę zwraca się na wykrycie i potwierdzenie we właściwym czasie położenia celów dla uderzeń jądrowych. Czas od wykrycia celu do wykonania na niego uderzenia powinien być jak najkrótszy. Regulaminy podkreślają, że może to być osiągnięte przez :

- prowadzenie ciągłego i aktywnego rozpoznania wszystkimi środkami będącymi w dyspozycji dowódców;
- użycie do wykonania uderzeń jądrowych środków, które mogą najprędzej obezwładnić dany cel;
- wymianę danych o nieprzyjacielu ze sztabami nadrzędnymi i sąsiadami;
- utrzymanie amunicji jądrowej i środków do wykonania uderzeń jądrowych w stałej gotowości bojowej;
- szybką analizę celu i wydanie rozkazu na wykonanie uderzenia[1/].

1/ Zasady użycia broni jądrowej w celach operacyjno-taktycznych, Sztab Generalny, Zarząd II, Warszawa 1961r. str.50.

Broń jądrową, zarówno przed rozpoczęciem operacji /walki/ jak i w toku jej trwania, używa się z innymi środkami rażenia, przede wszystkim lotnictwem i artylerią. W czasie trwania operacji /walki/ uderzenia jądrowe wykonuje się na nowo wykryte cele z takim wyliczeniem, aby zapewnić realizację zadań przede wszystkim na kierunku głównego uderzenia. Na ten okres może pozostawać w armii polowej około 30% ogółu jednostek jądrowych, w korpusie armijnym i dywizji - około 40-50%. Dowódcy odnośnych szczebli rozdzielają okresowo środki jądrowe będące w ich rezerwie do dyspozycji podwładnych. Dowódca armii przydziela część swojej rezerwy korpusom armijnym, a dowódcy korpusów - dywizjom. Tak na przykład, podczas jednego z ćwiczeń, przed przystąpieniem do drugiego dnia operacji dowódca armii posiadał 26 jednostek jądrowych, dowódcy dwóch korpusów po dwie, a dowódca jednego korpusu - trzy jednostki jądrowe. Na trzeci dzień operacji dowódca armii ze swej rezerwy przydzielił poszczególnym korpusom odpowiednio cztery, dwie i jedną jednostkę jądrową.

Tak więc w działaniach zaczepnych, zgodnie z zasadami głównych państw kapitalistycznych, uderzenia jądrowe wykonuje się na znaczną głębokość podczas przygotowania jądrowego oraz w czasie trwania operacji /walki/.

Zagadnieniu użycia broni jądrowej w działaniach obronnych poświęca się także wiele uwagi. Zdaniem Amerykanów, niespodziewane i zmasowane wykonanie uderzeń jądrowych we współdziałaniu z innymi środkami rażenia, pozwala na osiągnięcie podstawowego celu obrony - stworzenie dogodnych warunków na przejście do działań zaczepnych - mniejszymi siłami i w krótkim czasie. Przewidują oni wykonywanie uderzeń jądrowych dla izolacji rejonu działań bojowych drogą stworzenia barier zagradzających oraz do wsparcia wojsk. Bariery zagradzające mają uniemożliwić dopływ sił do rejonu działań bojowych oraz utrudnić większe przerzuty wojsk i dowóz zaopatrzenia. Zamierza się to osiągnąć poprzez wykonanie uderzeń jądrowych na najważniejsze węzły komunikacyjne w głębi operacyjnej.

Oprócz tego przewidują użycie środków jądrowych do zwalczania zasadniczych elementów ugrupowania bojowego przeciwnika, przede wszystkim do niszczenia środków napadu jądro-

wego, składów rakiet jądrowych, organów dowodzenia i obiektów tyłowych. Zniszczenie /obezwładnienie/ tych celów ma zapewnić swobodę działań wojsk będących w obronie.

Podobnie jak i w działaniach zaczepnych opracowują plan wsparcia jądrowego, jako część składową planu wsparcia ogniowego wojsk w operacji obronnej. W planie wsparcia jądrowego przewidują uderzenia na czas kontrprzygotowania, okres walki w taktycznej i operacyjnej głębokości obrony oraz w celu zabezpieczenia kontrataków i przeciwuderzeń.

Kontrprzygotowanie uważają za jedno z zasadniczych przedsięwzięć, którego celem jest osłabienie sił nacierającego i głównie zniszczenie zgrupowań przygotowanych do natarcia. Dla osiągnięcia tych celów stawia się zadania środkom rozpoznania, by wykryły obiekty uderzeń w momencie najbardziej dogodnym do ich zwalczania. Momentem tym jest rozwijanie się wojsk do natarcia. Na kontrprzygotowanie może być zużyte 25-30% ogółu środków jądrowych przydzielonych związkowi operacyjnemu /Taktycznemu/. Na jednym z ćwiczeń, podczas obrony ruchowej, korpus amerykański dla załamania natarcia przeciwnika zużył około 30 z przydzielonych mu jednostek jądrowych. Podczas kontrprzygotowania zalecają wykorzystywać ładunki jądrowe o mocy 20 KT i większej. Według ich obliczeń, dla skutecznego obezwładnienia sił w rejonie wyjściowym do natarcia, zajmujących obszar do 100 km^2, wystarczą cztery uderzenia jądrowe po 20 KT. Ta ilość uderzeń jądrowych całkowicie uczyni niezdolnych do walki ponad 30% ludzi i sprzętu technicznego dywizji, nawet wtedy, gdy 50% z nich będzie znajdować się w ukryciach[1/].

W zasadach prowadzenia działań obronnych przewiduje się wciąganie przeciwnika do specjalnie przygotowanych "worków", gdzie powinien on zostać zniszczony uderzeniami jądrowymi i kontratakami wojsk. Dla zapewnienia powodzenia kontrataków drugich rzutów /odwodów/, z reguły poprzedzane są one uderzeniami jądrowymi na zasadnicze obiekty przeciwnika. Ilość uderzeń zależna jest od szczebla i zadania stawianego kontratakującym siłom. Na jednym z ćwiczeń do zabezpieczenia kontrataku drugiego rzutu dywizji użyto siedem

---

1/ Tamże, str. 52.
Należy zauważyć, że podstawą tych obliczeń jest przyjmowane 50% prawdopodobieństwo trafienia w cel.

jednostek jądrowych o mocy od 2 do 20 KT. Dla zabezpieczenia kontrataku korpuśnego może być użyte do 40% całości środków korpusu. Jeden z przykładów podaje, że do wsparcia kontrataku drugiego rzutu korpusu zużyto jedenaście jednostek jądrowych o mocy od 2 do 100 KT. Natomiast do jednoczesnego zabezpieczenia przeciwuderzenia armijnego i odwodu korpuśnego może być wykonanych do 20 i więcej uderzeń jądrowych. W ramach zabezpieczenia wykonania przeciwuderzenia /kontrataków/, uderzeniami jądrowymi niszczy się w pierwszym rzędzie środki napadu jądrowego przeciwnika oraz główne zgrupowanie wojsk w rejonie włamania.

Zarówno w działaniach zaczepnych jak i obronnych masowanie sił i środków na głównych kierunkach osiąga się głównie przez zmasowane użycie broni jądrowej na tych kierunkach. Ześrodkowywanie dużej ilości wojsk uważa się za niecelowe, z uwagi na możliwość ich zniszczenia uderzeniami jądrowymi strony przeciwnej. W związku z tym dąży się do maksymalnego rozśrodkowywania wojsk, tak aby jednym uderzeniem jądrowym małej mocy nie została zniszczona więcej niż jedna kompania /bateria/. Stąd też odpowiednio zwiększyły się normy operacyjno-taktyczne.

W n i o s k i

a/ Wojskowe koła zachodnie przywiązują dużą uwagę do sprawy wykorzystania środków jądrowych jako narzędzia, przy pomocy którego można osiągać rezultaty na skalę taktyczną, operacyjną i strategiczną. Stąd duży nacisk na rozwój rakiet, które są zasadniczym środkiem przenoszenia ładunków jądrowych do celu.

b/ Regulaminy ani też materiały z ćwiczeń nie podają metod określania na ile wykonywane uderzenie jądrowe ułatwią realizację zadań stawianych wojskom lub o ile w związku z tym mogą być mniejsze własne siły. Należy sądzić, że wyboru obiektów dla wykonania uderzeń dokonuje się tradycyjnymi sposobami, gdyż brak jest danych wskazujących na stosowanie metod naukowych w tej dziedzinie.

c/ Nasi przeciwnicy dysponują dużą różnorodnością ładunków jądrowych oraz środków dosyłania ich do celu. Przeważająca jednak większość środków naziemnych, w związkach

operacyjnych i taktycznych, posiada stosunkowo mały zasięg /do 30 km/. Jednak wzory będące w stadium laboratoryjnym /np. "Lance"/ wskazują na rozwój w kierunku uzyskania większych donośności dla sprzętu związków taktycznych.

Ilość środków jądrowych przydzielana związkom operacyjnym i taktycznym, w działaniach zaczepnych i obronnych, może być różna i zależy od ich roli i miejsca w ugrupowaniu operacyjnym wyższego związku.

d/ W każdym rodzaju działań bojowych opracowuje się jednolity plan użycia środków jądrowych. Zwraca się przy tym uwagę na element zaskoczenia i masowania środków jądrowych na głównych kierunkach dla realizacji podstawowych zadań. Dokładne rozpoznanie obiektu i wybór najodpowiedniejszego momentu na wykonanie uderzenia jądrowego uważa się za bardzo istotny czynnik skuteczności ognia.

e/ Dość duże ilości środków jądrowych, jakimi mogą dysponować związki operacyjne i taktyczne oraz maksymalne rozśrodkowywanie wojsk przeciwnika, wskazują na konieczność bardzo wnikliwego i szczegółowego, opartego na uzasadnionych podstawach naukowych, planowania użycia własnych środków jądrowych. Każdorazowo powinno się dążyć do osiągnięcia optymalnego wariantu wykorzystania dysponowanych jednostek jądrowych. Oprócz tego należy umieć określić efektywność wykonywanych uderzeń jądrowych oraz ich wpływ na wykonanie zadań przez własne wojska. Zasadniczym problemem, który stąd wynika, jest umiejętność uwzględniania również możliwych przeciwdziałań nieprzyjaciela /jego uderzeń jądrowych/ i na podstawie tego wyciągania wniosków odnośnie powodzenia planowanych działań bojowych.

f/ Masowe użycie ładunków jądrowych o mocy mniejszej niż 1 KT wywrze określony wpływ na charakter zmian w taktyce wojsk lądowych. Ten wpływ jest obecnie jeszcze niedoceniony, na ogół niechętnie mówi się o jego konsekwencjach. Jest przecież oczywiste, że efektywność uderzenia np. 10 pocisków o mocy 0,1 KT jest o wiele większa niż jednego pocisku o mocy 1 KT. Stąd wyłania się konieczność poszukiwania nowych sposobów najbardziej efektywnego wykorzystania własnych środków jądrowych i działania wojsk.

2. Ogólne zasady użycia własnych środków jądrowych oraz ich możliwości

W miarę rozwoju techniki rakietowej oraz doskonalenia teoretycznych zasad prowadzenia współczesnych działań bojowych wzrasta rola i znaczenie broni masowego rażenia, w tym głównie środków jądrowych. Nikt dzisiaj nie ma wątpliwości, że podstawę decyzji stanowi sposób wykorzystania środków jądrowych /na tym szczeblu, który nimi dysponuje/, gdyż są one decydującym czynnikiem osiągnięcia przewagi nad nieprzyjacielem i w jej rezultacie - zwycięstwa.

Regulamin polowy podkreśla, że broń jądrowa jest głównym środkiem rażenia we współczesnej walce. Może ona spowodować w krótkim czasie duże straty w ludziach i bojowym sprzęcie technicznym, zburzyć obiekty, oddziaływać moralnie na wojska i stworzyć dogodne warunki do osiągnięcia powodzenia w walce.

Broń jądrowa może być użyta we wszystkich rodzajach działań bojowych. W tym celu wykorzystuje się pociski, miny, bomby, torpedy i rakiety z ładunkami jądrowymi. Broń jądrową stosuje się niespodziewanie i zazwyczaj na głównym kierunku, równocześnie lub stopniowo na całą głębokość działań bojowych, w pierwszej kolejności na obiekty znajdujące się przed wojskami i w niedużej odległości, których zniszczenie może mieć decydujący wpływ na organizację i charakter działań bojowych oraz na osiągnięcie powodzenia w wykonywaniu zadań.

Broń jądrowa w działaniach zaczepnych umożliwia sparaliżowanie obrony nieprzyjaciela na całej głębokości, szybkie zniszczenie lub skuteczne obezwładnienie ważnych ognisk oporu i jego odwodów oraz zapewnia zdecydowane działanie wojsk z zachowaniem szybkiego tempa[1/].

Uderzenia jądrowe, w połączeniu z innymi środkami rażenia mają decydujący wpływ na rozbicie nieprzyjaciela i zapewnienie wysokiego tempa natarcia. Srodki jądrowe wykorzystuje się przede wszystkim dla zdobycia przewagi ogniowej nad nieprzyjacielem. Osiąga się to poprzez niszczenie środków napadu jądrowego, składów i punktów zaopatrywania w broń specjal-

1/ Regulamin polowy sił zbrojnych Polskiej Rzeczypospolitej Ludowej /dywizja/, Wyd. MON, 1960 r., str. 17-18.

ną oraz punktów dowodzenia wojsk rakietowych i lotnictwa. Zniszczenie tych obiektów zapewnia wywalczenie i utrzymanie przewagi ogniowej oraz swobodę realizacji zadań przez wojska. Należy jednak mieć na względzie, że z uwagi na brak w pewnych momentach możliwości zniszczenia wszystkich środków przeciwnika lub trudności w ich rozpoznaniu, w każdym przypadku potencjalną możliwość nieprzyjaciela do wykonania uderzeń na ugrupowanie naszych wojsk. W wyniku jego uderzeń zmniejszy się efektywność bojowa wojsk, co należy uwzględniać podczas planowania operacji /walki/. Nierozsądnym by było przyjmować iż potencjał jądrowy przeciwnika zostanie kompletnie zniszczony.

Kolejnymi obiektami na które wykonuje się uderzenia jądrowe są zgrupowania wojsk nieprzyjaciela. Uderzenia na te cele umożliwiają uzyskanie korzystnego stosunku sił w wojskach lądowych, gwarantującego ostateczną likwidację ocalałych spod uderzeń oddziałów i pododdziałów nieprzyjaciela. Znaczenie roli wojsk lądowych w osiągnięciu zwycięstwa mocno zaakcentował marszałek Związku Radzieckiego Czujkow w artykule opublikowanym na łamach "Izwiestia" z dnia 22.12.1963r. W artykule tym pisze między innymi. "Radziecka nauka wojenna uważa, iż zwycięstwo w przyszłej wojnie nuklearnej, jeśli rozpętają ją imperialistyczni agresorzy, da się osiągnąć jedynie dzięki zespolonym wysiłkom wszystkich rodzajów wojsk. Niewątpliwie decydującą rolę w osiągnięciu podstawowych celów wojny odegrają strategiczne wojska rakietowe". Analizując rozwój nauki wojennej i różnych rodzajów wojsk w epoce broni nuklearnej, marszałek Czujkow wykazuje bezpodstawność teorii "o możliwości osiągnięcia celów wojny dzięki jednemu rodzajowi wojsk... lub o zastąpieniu ludzi maszynami i utworzeniu niewielkich, w wysokim stopniu zmechanizowanych armii". W obecnych warunkach - czytamy dalej w artykule - wojska lądowe "stanowią nie tylko obowiązującą, lecz również niezwykle ważną część składową sił zbrojnych".

Stwierdzenia te wskazują na konieczność określania realnych zadań dla wojsk lądowych, uwzględniając rezultaty wykonanych uderzeń jądrowych, szczególnie w odniesieniu do sił żywych i sprzętu bojowego.

Nieodłącznym elementem zwalczania zgrupowań przeciwnika, jest niszczenie /obezwładnienie/ jego organów dowodze-

nia. Zwalczanie tych obiektów powoduje dezorganizację dowodzenia i utrudnia nieprzyjacielowi swobodę użycia jego środków napadu jądrowego. Sparaliżowanie systemu dowodzenia pozbawia nieprzyjaciela zdolności stawiania zdecydowanego i zorganizowanego oporu.

Dla zdezorganizowania systemu zaopatrywania nieprzyjaciela, środki jądrowe używa się również do niszczenia jego obiektów tyłowych. Uderzenia jądrowe wykonuje się przede wszystkim na składy amunicji, materiałów pędnych, środków materiałowo-technicznych oraz ważne węzły komunikacyjne.

Jak już wspomniano wyżej, środki jądrowe używa się głównie do wywalczenia przewagi ogniowej nad nieprzyjacielem i nieprzerwane jej utrzymywanie przez cały czas trwania działań. Osiąga się to wspólnym wysiłkiem sił i środków naczelnego dowództwa oraz Frontu i armii używając rakiety strategiczne, operacyjno-taktyczne, lotnictwo oraz inne środki rażenia. Utrzymanie wywalczonej przewagi ogniowej nad nieprzyjacielem osiąga się przede wszystkim środkami Frontu i armii.

W ramach walki o przewagę ogniową główne miejsce zajmuje niszczenie środków napadu jądrowego nieprzyjaciela. Srodki te niszczy się natychmiast po ich wykryciu zarówno w okresie przygotowawczym, jak i w czasie trwania działań. Srodki napadu jądrowego o znaczeniu operacyjno-taktycznym niszczy się środkami Frontu i armii, a taktyczne - środkami dywizji.

Zasadniczymi obiektami rażenia dla środków armijnych będą:

- dywizjony kierowanych pocisków rakietowych "Corporal", /"Sergeant"/, "Redstone", /"Pershing"/ w rejonach ześrodkowania i na stanowiskach startowych;
- dywizjony i baterie kierowanych przeciwlotniczych pocisków rakietowych "Nike Hercules" i "Hawk" na stanowiskach startowych;
- armijne punkty zaopatrywania broni specjalnej.

Obiektami rażenia dla środków dywizyjnych będą:

- pododdziały pocisków rakietowych "Lacrosse", "Honest John" i "Little John" /"Lance"/;
- baterie /dywizjony/ haubic 203,2 mm oraz armat 280 mm /155 mm, 175 mm/.

Nie wyklucza się również możliwości użycia środków armijnych do niszczenia taktycznych środków napadu jądrowego nieprzyjaciela.

Srodki napadu jądrowego nieprzyjaciela niszczy się z reguły pojedynczymi uderzeniami jądrowymi. Największy efekt osiąga się przez wykonanie uderzeń jądrowych na punkty zaopatrzenia i składy broni specjalnej, a także na pododdziały rakietowe nieprzyjaciela znajdujące się w rejonach ześrodkowania /wyładowania/, ponieważ jednym uderzeniem można zniszczyć większą ilość amunicji jądrowej oraz wyrzutni i innych urządzeń specjalnych.

Niszczenie lub obezwładnianie wojsk nieprzyjaciela osiąga się przez wykonanie pojedynczych, grupowych i zmasowanych uderzeń przy użyciu ładunków jądrowych. Obiektami rażenia dla środków armijnych mogą być odwody korpusu armijnego i armii polowej, natomiast dla środków dywizyjnych - odwody dywizji oraz siły znajdujące się w pierwszym rzucie. Najbardziej celowe jest niszczenie /obezwładnianie/ wojsk nieprzyjaciela znajdujących się w rejonach ześrodkowania lub w rejonach wyładowania /załadowania/.

W oficjalnych wydawnictwach[1/] podane są następujące definicje pojedynczych, grupowych i zmasowanych uderzeń jądrowych.

Pojedyncze uderzenie jądrowe jest to uderzenie jedną rakietą zapewniające rażenie celu /obiektu/.

Grupowe uderzenie jądrowe jest to uderzenie kilkoma rakietami wykonane na obiekt, którego rażenie nie zapewnia pojedyncze uderzenie jądrowe lub gdy ze względu na sytuację użycie jednej rakiety o dużej mocy jest niecelowe.

Zmasowane uderzenie jądrowe jest to połączenie pojedynczych i grupowych uderzeń jądrowych, wykonanych jednocześnie lub w krótkim okresie czasu w celu rażenia głównego zgrupowania nieprzyjaciela.

Zmasowanymi uderzeniami jądrowymi osiąga się główne zadania operacji.

- -

1/ Zasady użycia wojsk rakietowych i artylerii w walce i operacji /Podręcznik/, Wydawnictwo MON, Warszawa 1963r., s. 6.

Dla osiągnięcia zamierzonych skutków uderzeń jądrowych niezbędnym jest posiadanie dokładnych i wiarygodnych danych z rozpoznania. Zagadnieniu rozpoznania dla potrzeb wykoniania ognia jądrowego poświęca się dużą uwagę we wszystkich rodzajach działań bojowych. W związku z krótkim okresem przygotowawczym do operacji, jak również z gwałtownymi zmianami w toku jej trwania, zachodzi konieczność zachowania bezwzględnej ciągłości i realizowania w krótkim czasie wszystkich przedsięwzięć związanych z rozpoznaniem. Ogólnie biorąc zdobywanie danych z rozpoznania zarówno według głębokości, jak i terminu ich zdobycia winno znacznie wyprzedzać konkretne zadanie ogniowe. Zapewnia to otrzymywanie pełnych i aktualnych danych o obiektach /celach/ uderzeń jądrowych.

Ogólnie przyjmuje się, że rozpoznanie prowadzone dla potrzeb ognia jądrowego powinno ustalić :

- miejsce rozmieszczenia składów rakiet i ładunków jądrowych oraz baz i warsztatów ich elaboracji;
- rejony ześrodkowania /wyczekiwania/ i stanowisk startowych pododdziałów rakiet "Little John", "Honest John", "Lacrosse", "Sergeant", "Corporal", "Pershing", "Redstone" i innych oraz artylerii 203,2 mm i 280 mm;
- stanowiska startowe samolotów pocisków;
- stanowiska startowe przeciwlotniczych pocisków rakietowych;
- lotniska i rozmieszczenie na nich lotnictwa bombowego, myśliwsko-bombowego, myśliwskiego, rozpoznawczego i transportowego;
- ośrodki dowodzenia i powiadamiania lotnictwa;
- stanowiska dowodzenia i węzły łączności dywizji, korpusów armijnych, armii polowych i grupy armii;
- rejony ześrodkowania wojsk /szczególnie wojsk pancernych/, możliwe rubieże ich rozwinięcia do bitwy oraz kierunki działania;
- punkty i ośrodki oporu nieprzyjaciela oraz stopień ich inżynieryjnej rozbudowy;
- składy i magazyny amunicji, materiałów pędnych i uzbrojenia;
- węzły /stacje/ kolejowe i drogowe, ciaśniny, przeprawy, mosty, wiadukty, tunele i ważne urządzenia hydrotechniczne;

- porty i bazy morskie /podczas działań na kierunku nadmorskim/.

Wynika stąd, że rozpoznanie powinno ustalić nie tylko pojedyncze ważne obiekty, lecz i cały system rozmieszczenia sił i środków, nieprzyjaciela, ich możliwości, główne zgrupowanie wojsk i szereg innych danych niezbędnych dla wykonania uderzeń jądrowych w najbardziej odpowiednim czasie i miejscu. Wykrycie wszystkich zasadniczych obiektów uderzeń jądrowych oraz wiarogodne i dokładne ustalenie charakteru każdego z nich jest bardzo złożonym zadaniem rozpoznania. Złożoność wykonywania zadań rozpoznania, manewrowy charakter współczesnych działań, szybko zmieniające się sytuacje bojowe oraz stosowanie różnorodnych środków maskowania, zakłóceń i przeciwdziałania radioelektronicznego, nie zawsze pozwolą na uzyskanie pełnych danych o obiekcie uderzenia jądrowego. Szczególnie może to mieć miejsce w odniesieniu do takich obiektów uderzeń jądrowych jak zgrupowania wojsk. Nie zawsze bowiem będzie można dokładnie określić szczegółowe rozmieszczenie poszczególnych oddziałów /pododdziałów/, stopień wykonanych przedsięwzięć związanych z obroną przed środkami masowego rażenia oraz inne czynniki wpływające na wynik uderzeń jądrowych. W takim przypadku, jeśli będzie zachodziła konieczność zwalczania danego obiektu, siłą rzeczy będziemy mieli szereg możliwych alternatyw realizacji zadania ogniowego. Powstaje więc problem wyboru najkorzystniejszej alternatywy, spośród wszystkich możliwych.

Dla realizacji zadań ogniowych przy użyciu środków jądrowych, związki operacyjne dysponują oddziałami rakiet operacyjno-taktycznych i lotnictwem, natomiast związki taktyczne - pododdziałami rakiet taktycznych.

Brygada rakiet operacyjno-taktycznych, występująca organicznie na szczeblu armii, posiada sześć wyrzutni. Dywizjon rakiet taktycznych, jako organiczny pododdział dywizji, posiada trzy wyrzutnie. Ponieważ skład armii ogólnowojskowej nie jest stały, stąd i ilość wyrzutni rakietowych będzie wielkością zmienną, zależną od ilości dywizji. Przyjmując przeciętnie, że armia składa się z pięciu dywizji, będzie ona dysponowała 21 wyrzutniami rakiet operacyjno-taktycznych i taktycznych. W przypadku wykonywania przez armię szczególnie

ważnego zadania, na jej korzyść mogą być wykonane uderzenia jądrowe siłami i środkami Frontu.

Zasięg ognia, jako jeden z ważnych elementów możliwości bojowych wojsk rakietowych, zależy głównie od donośności znajdujących się na uzbrojeniu wzorów rakiet oraz oddalenia rejonów stanowisk startowych od czołowych oddziałów walczących wojsk /z uwzględnieniem pasa bezpieczeństwa i minimalnej odległości strzelania/.

Armijna brygada rakiet operacyjno-taktycznych po zajęciu rejonu stanowisk startowych w odległości 30-50 km od linii denarkacyjnej /przedniego skraju/ może zwalczać rakietami jądrowymi obiekty nieprzyjaciela na głębokość około 120-140 km, tj. na głębokość ugrupowania operacyjnego armii polowej.

Dywizjony rakiet taktycznych, zajmując rejony stanowisk startowych, w odległości 6-10 km od czoła walczących wojsk, mogą zwalczać rakietami jądrowymi obiekty nieprzyjaciela rozmieszczone na głębokości około 20-25 km, tj. na głębokość ugrupowania dywizji pierwszego operacyjnego rzutu armii polowej.

Oddziały rakietowe Frontu są w stanie razić obiekty nieprzyjaciela rozmieszczone na głębokości 400 km i więcej.

Do momentu rozpoczęcia operacji zaczepnej, ze względu na maksymalne przybliżenie rejonów stanowisk startowych, głębokość rażenia nieprzyjaciela środkami jądrowymi będzie największo. Z kolei w miarę rozwoju działań głębokość rażenia będzie się zmniejszać, aż do momentu wykonania przesunięcia do nowych rejonów stanowisk startowych.

We współczesnych warunkach uderzenia jądrowe nabrały samodzielnej roli, gdyż niekiedy można przy ich użyciu osiągać zasadniczy cel - rozbicie nieprzyjaciela. Rola ta jest wprost proporcjonalna do ilości i mocy środków jądrowych. Ilość środków jądrowych przydzielanych armii ogólnowojskowej określa dowódca Frontu w zależności od składu i rozmieszczenia sił nieprzyjaciela, zakresu zadań wykonywanych na kierunku działania armii środkami strategicznymi i frontowymi oraz w zależności od roli, miejsca i zadań armii w operacji frontowej, a także ilości środków jądrowych będących w dyspozycji dowódcy Frontu.

Armia na operację zaczepną może otrzymać 30-40 i więcej jednostek jądrowych, w tym około 1/3 będą stanowiły rakiety operacyjno-taktyczne i około $\frac{2}{3}$ - rakiety taktyczne. Rakiety operacyjno-taktyczne oraz lotnicze bomby jądrowe pozostają w dyspozycji dowódcy armii i są wykorzystywane zgodnie z jego decyzją, natomiast rakiety taktyczne przydziela się dywizjom.

Dywizja, zależnie od roli i miejsca w ugrupowaniu operacyjnym armii, może otrzymać na dzień walki 4-6 do 10 rakiet jądrowych. Są one wykorzystywane zgodnie z decyzję dowódcy dywizji, chociaż niekiedy z limitu dywizji uderzenia jądrowe mogą być wykonywane w interesie armii, na rozkaz dowódcy armii.

Ilość środków jądrowych przydzielanych związkom operacyjnym i taktycznym nie jest wielkością stałą, o czym mogą świadczyć przykłady z przeprowadzonych ćwiczeń.

W ćwiczeniu pod kryptonimem "Łaba" przeprowadzonym w styczniu 1960 r. na temat: "Operacja zaczepna Frontu", strona własna /17 dywizji/ dysponowała 70 jednostkami jądrowymi o łącznej mocy 3160 KT, podczas gdy nieprzyjaciel /14 dywizji/ posiadał 60 jednostek jądrowych o łącznej mocy 2430 KT.

W marcu 1961 r. na ćwiczeniu "Odwet", Front /14 dywizji/ na operację zaczepną otrzymał 82 jednostki jądrowe o łącznej mocy 2460 KT. Nieprzyjaciel /12 dywizji/ natomiast posiadał 65 jednostek jądrowych o ogólnej mocy 1950 KT.

Podczas ćwiczenia "Operacja zaczepna Frontu" pod kryptonimem "Wybrzeże" /czerwiec 1961 r./, strona własna /17 dywizji/ posiadała 150 jednostek jądrowych o łącznej mocy 5120 KT.

Na ćwiczeniu "Bałtyk-Odra" przeprowadzonym w październiku 1962r., 10 A w składzie dwie DZ i dwie DPanc otrzymała na operację 27 jednostek jądrowych. Spośród tej ilości na poszczególne moce przypadało: 5 KT - 6; 10 KT -5; 20 KT -5; 30 KT - 4; 50 KT - 3; 75 KT - 2; 100 KT - 1; 150 KT - 1. Łączna przydzielona moc wynosiła 850 KT. W ogólnej ilości środków jądrowych, pięć jednostek stanowiły bomby lotnicze o sumarycznej mocy 120 KT, co wynosi 18,5% całości jednostek jądrowych oraz 14,1%, jeśli chodzi o moc. Aczkolwiek brak jest danych dotyczących podziału środków jądrowych na

dywizje, to z przydziału rakiet taktycznych można wnioskować, że dywizje przeciętnie mogły otrzymać po trzy jednostki jądrowe, bowiem armia otrzymała tylko 12 rakiet taktycznych.

Podział środków jądrowych w 10 A według zadań przedstawiał się następująco.:

Na zadanie bliższe wydzielono 15 jednostek jądrowych, z tego w pierwszym dniu operacji na poszczególne zadania przeznaczono :

- wprowadzenie 10 A do bitwy - 5 rakiet jądrowych;
- forsowanie kanału ELBA-TRAVE - 2 rakiety jądrowe;
- wprowadzenie do bitwy drugiego rzutu armii /DZ/ - 1 rakieta jądrowa;
- niszczenie środków napadu jądrowego nieprzyjaciela - 2 rakiety jądrowe.

W drugim dniu operacji na :

- forsowanie Kanału Kilońskiego - 1 rakieta jądrowa;
- niszczenie środków napadu jądrowego nieprzyjaciela - 2 rakiety jądrowe;
- odwody nieprzyjaciela - 2 bomby jądrowe.

Na zadanie dalsze wydzielono - 6 rakiet i 2 bomby jądrowe, a w rezerwie pozostawiono - 3 rakiety i 1 bombę jądrową[1/].

W opracowanym przez Akademię Sztabu Generalnego ćwiczeniu głównym na rok 1963/64 "Operacja zaczepna armii w początkowym okresie wojny" przydzielono armii 29 jednostek jądrowych, w tym 9 rakiet operacyjno-taktycznych, 15 rakiet taktycznych i 5 bomb lotniczych.

Natomiast w ćwiczeniu szkieletowym przeprowadzonym w czerwcu 1964r. przez Akademię Sztabu Generalnego na temat: "Działania bojowe dywizji w początkowym okresie wojny", dla armii /pięć dywizji/ na operację zaczepną przydzielono 48 jednostek jądrowych. Z ilości tej - 26 stanowiły rakiety taktyczne, 16 - rakiety operacyjno-taktyczne, 6 - bomby lotnicze. Łączna moc rakiet jądrowych taktycznych i operacyjno-taktycznych wynosiła 694 KT.

1/ Dane dotyczące wzmocnienia 10A opracowano na podstawie wydawnictwa MON, Warszawa, listopad 1962r., "Doświadczenia i wnioski z ćwiczenia "Bałtyk-Odra".

Przytoczone przykłady z ćwiczeń wskazują na różnorodność przydziału środków jądrowych, dla związków operacyjnych i taktycznych, zarówno co do ilości jak i ogólnej mocy. W każdym jednak przypadku ilość jednostek jądrowych, jaką mogą dysponować dowódcy odnośnych szczebli, nie jest nieograniczona, co powinno być czynnikiem determinującym ich jak najefektywniejsze, optymalne w danych warunkach, wykorzystanie. Poza tym należy mieć na uwadze dużą kosztowność tych środków i dlatego też nigdy nie powinno się zbyt pochopnie podejmować decyzji odnośnie użycia broni jądrowej. Decyzja dotycząca wykonania uderzeń jądrowych musi być oparta na silnych argumentach, że dane uderzenie jest rzeczywiście opłacalne, z operacyjno-taktycznego punktu widzenia. Argumenty te należy podbudowywać ścisłymi obliczeniami, wykorzystując osiągnięcia współczesnej nauki. Jednym z kardynalnych problemów jaki stąd wypływa, a którego próby rozwiązania nie zostały dotychczas poczynione, jest umiejętność określenia wpływu uderzeń jądrowych na działania własnych wojsk, na wykonanie stawianych im zadań. Jest chyba kwestią bezsporną, że nieumiejętne wykorzystanie tak potężnych środków rażenia, może spowodować załamanie wszystkich planowanych przedsięwzięć. O znaczeniu uderzeń jądrowych dla przebiegu działań bojowych, marszałek Związku Radzieckiego Zacharow, pisał w jednym z artykułów następująco. "Posiadanie przez współczesne armie broni rakietowo-jądrowej, która pozwala zadawać uderzenia o niebywałej sile i razić w krótkim czasie najważniejsze strategiczne i operacyjne obiekty, w jeszcze większym stopniu uzależnia przebieg i wynik walki zbrojnej nie tylko od wyników początkowego okresu wojny, lecz głównie od początkowego uderzenia środkami jądrowymi". 1/

Wypowiedź ta w sposób dobitny wskazuje jak duże znaczenie posiada właściwy wybór obiektów i punktów zerowych uderzeń jądrowych. Ważne jest przy tym, aby w wyniku uderzeń jądrowych osiągnąć rezultat nie gorszy od przewidywanego. Można wskazać wiele przykładów z ćwiczeń świadczących o mało przemyślanym, zbyt pochopnym wykorzystywaniu tych zasadniczych środków rażenia.

1/ Marszałek Związku Radzieckiego M. Zacharow, "Waczelnyj pieriod Wielikoj Otieczestwiennoj Wojny i jewo uroki", Wojenno-Istoriczeskij Żurnał nr 7/1961r., s. 13.

Na jednym z ćwiczeń, oficerowie sztabu armii zajmujący się planowaniem użycia broni jądrowej, zdecydowali do zniszczenia drugiego rzutu brygady nieprzyjaciela użyć rakietę operacyjno-taktyczną o mocy 20 KT. Dokładne obliczenia pokazały, że w tym przypadku można było zadać tylko 3% strat celowi, na który planowano wykonać uderzenie jądrowe. Natomiast przy szczegółowszej analizie obiektu i posiadanych środków okazało się, że używając rakietę taktyczną o mocy 5 KT można było osiągnąć wymagany efekt.

Innym przykładem obrazującym pochopność wykorzystywania środków jądrowych, może być decyzja dowódcy armii aby do zniszczenia mostu użyć rakietę operacyjno-taktyczną o mocy 50 KT. Jak ta decyzja jest daleka od możliwej, niech świadczy fakt, że do wykonania danego zadania /uwzględniając odległość strzelania/ należałoby użyć 20 rakiet o mocy po 50 KT[1/].

Na zagadnienie wykorzystania środków jądrowych zwrócił również uwagę marszałek Związku Radzieckiego A. Greczko w swoim wystąpieniu podczas omawiania ćwiczenia "Bałtyk-Odra". Powiedział on między innymi. "Nie można jednak zgodzić się z jego decyzją /tzn, dowódcy armii - wyjaśnienie moje/ o użyciu środków jądrowych. W decyzji wskazano, że wydzielone środki jądrowe będą wykorzystane nazajutrz, tj. 7.10, w zależności od sytuacji. Nie zostały określone, choćby z grubsza, nie tylko obiekty, lecz także rejony uderzeń jądrowych, i w ogóle nie wskazano do rozwiązania jakiego głównego zadania armii przeznacza się środki jądrowe.

Bezwzględnie należało w przeddzień, tj. pod koniec dnia 6.10, określić wstępnie, na jakie obiekty wykonać w dniu 7.10 uderzenia jądrowe. Rozpoznanie w ciągu nocy, a następnie w ciągu dnia, dostarczyłoby uzupełniających danych, niektóre bowiem cele mogły zmienić swoje położenie lub pojawić się nowe ważne cele. Wszystkie te dane z rozpoznania należy na czas uwzględniać"[2/].

1/ Patrz: płk dypl. prof. J. STACHOWSKI "Wnioski z ćwiczeń szkieletowych okresu letniego 1961r. w zakresie wykorzystania ognia jądrowego", Zbiór prac Akademii nr 4/17/1961 r.

2/ Doświadczenia i wnioski z ćwiczenia "Bałtyk-Odra", Wydawnictwo MON, Warszawa listopad 1962r., s. 168.

Tych kilka przykładów wskazuje na konieczność ciągłego doskonalenia metod wykorzystywania środków jądrowych, umiejętności przewidywania realnych rezultatów uderzeń, niezbędność uwzględniania wszystkich aktualnie wpływających czynników na wynik uderzenia. Decyzje dotyczące użycia środków jądrowych muszą stanowić warunek powodzenia uderzeń wojsk i wypływać z konkretnie wytworzonej sytuacji pola walki. Tylko pełne przeświadczenie o słuszności podjętej decyzji na wykonanie uderzeń jądrowych, poparte gruntowną naukową analizą całokształtu położenia wojsk własnych i nieprzyjaciela, może całkowicie gwarantować optymalność użycia tych środków.

W niektórych materiałach można znaleźć ustalone a priori moce i ilości środków jądrowych do zniszczenia poszczególnych rodzajów celów. Na przykład podaje się, że dywizję nieprzyjaciela można porazić 4-5 uderzeniami jądrowymi, uzyskując wyeliminowanie z walki 4-5 batalionów piechoty /czołgów/. Dalej stwierdza się, że dla zniszczenia batalionu piechoty /siła żywa odkryta/ należy użyć rakietę operacyjno-taktyczną o mocy 10-15 KT, a dla zniszczenia sił żywych i środków ogniowych batalionu piechoty w punktach oporu - rakietę taktyczną o mocy 3-20 KT, natomiast batalion piechoty w rejonie ześrodkowania można zniszczyć używając rakietę taktyczną o mocy 3 KT. Jeżeli siły żywe znajdują się w czołgach niezbędne jest użycie rakiety taktycznej o mocy 20 KT i więcej.[1/]

Wydaje się, że określanie zawczasu mocy rakiet jądrowych do zwalczania poszczególnych obiektów jest problematyczne i mało realne. Nie można bowiem z góry przewidzieć stopnia rozśrodkowania wojsk i formy ich ugrupowania - a te czynniki w sposób bardzo istotny wpływają na stopień zadawanych strat. Poza tym zniszczenie jest pojęciem względnym, o czym jest mowa w dalszej części pracy. Zresztą we wspomnianym skrypcie również jest o tym mowa. Zdaniem autora, niezbędną moc rakiety do zwalczania danego celu można określić po ustaleniu wszystkich istotnych czynników, dotyczących obiektu uderzenia jądrowego, wpływających na wynik uderzenia oraz wymaganego stopnia zadawanych strat. Można więc tego dokonać bezpośred-

1/ płk dypl. Stanisław LEWANDOWSKI, ppłk dypl. Julian KACZMAREK "Użycie i działanie wojsk rakietowych i artylerii w operacji zaczepnej armii ze szczególnym uwzględnieniem początkowego okresu wojny", skrypt ASG, październik 1963 r.

nio przed wykonaniem uderzenia jądrowego, biorąc każdorazowo pod uwagę konkretne warunki.

Jednym ze szczególnie ważnych problemów, jaki wyłania się podczas planowania użycia środków jądrowych i w ogóle działań bojowych, jest zagadnienie wpływu wykonywanych uderzeń jądrowych na realizację zadań przezbzwiązki i oddziały ogólnowojskowe. Błędem by było gdybyśmy przy planowaniu działań bojowych nie uwzględniali możliwych skutków uderzeń jądrowych przeciwnika, podczas gdy zawsze bierze się pod uwagę jego konkretne siły konwencjonalne i ewentualny sposób ich użycia. Jednakże autorowi są znane tylko nieliczne prace, w których poruszany jest ten problem i czynione pewne próby częściowego rozwiązania. Do tych można zaliczyć pracę doktorską płk dypl. Ernesta WISNIEWSKIEGO na temat: "Niektóre problemy działań zaczepnych wojsk lądowych w początkowym okresie wojny". W pracy tej wyraźnie uwidacznia się wspomniany problem, jednakże próby jego rozwiązania dalekie są od doskonałych. Charakteryzując możliwości bojowe wojsk, autor wymienionej pracy pisze między innymi. "Na ogólną możliwość pobicia określonych sił nieprzyjaciela w konkretnym czasie, na konkretną głębokość i w konkretnym pasie składają się obecnie możliwości środków jądrowych /masowego rażenia/ i możliwości sił konwencjonalnych. /Uszczpulone oczywiście o przewidywane straty, jakie poniosą własne wojska od uderzeń broni masowego rażenia przeciwnika/. Im większe straty poniosą wojska przeciwnika od broni masowego rażenia, tym mniej sił będą musiały rozbić w bezpośrednich starciach siły konwencjonalne /lub tym większe będą możliwości wojsk konwencjonalnych w osiągnięciu dużego rozmachu operacji w czasie i przestrzeni/. Jeżeli chcemy więc określić szerokość pasa działania Frontu o składzie 15-18 dywizji, to powinniśmy przyjąć postulowaną, uwarunkowaną koniecznymi do osiągnięcia celami operacji, głębokość jego działania /ujmowaną w czasie/, uwzględnić straty /zniszczenia i obezwładnienia/ jakie może zadać przeciwnikowi użycie własnej broni jądrowej, straty, jakie ewentualnie ponieść mogą własne wojska od uderzeń broni jądrowej przeciwnika oraz wielkość sił nieprzyjaciela, jaką może rozbić Front w bezpośrednich starciach przy użyciu sił konwencjonalnych. Front siłami konwencjonalnymi może rozbić

w przybliżeniu około 8-12 dywizji. Do tej liczby dodać należy ilość kilku dywizji /np. 3-4/ rozbitych w wyniku uderzeń jądrowych".

I tu właśnie daje się zauważyć duża niekonsekwencja. O ile w treści rozważań wskazana jest konieczność uwzględniania strat, jakie może zadać przeciwnik uderzeniami, o tyle w konkluzji nie jest już to brane pod uwagę. Jeszcze większą wątpliwość mogą budzić możliwości rozbicia uderzeniami jądrowymi 3-4 dywizji nieprzyjaciela. Liczba ta jest niczym nie uzasadniona. Również w innym miejscu cytowanej pracy, przy określaniu ilości środków jądrowych zapewniającej osiągnięcie wymaganego stosunku sił konwencjonalnych, nie uwzględnia się możliwych strat od broni jądrowej przeciwnika. Stąd bezpośrednio wypływa wniosek, że po pierwszym uderzeniu jądrowym nieprzyjaciela, wszystkie obliczenia dotyczące możliwości bojowych pozostaną realne tylko w kalkulacjach, gdyż rzeczywista sytuacja bojowa będzie przedstawiała się z gruntu odmiennie.

Z powyższych rozważań nasuwa się nieodparcie konieczność uwzględniania wpływu obustronnego użycia środków jądrowych przy badaniu i porównywaniu możliwości bojowych /stosunku sił/ wojsk konwencjonalnych. Wydaje się więc, że z uwagi na jakościowe nowe warunki prowadzenia działań bojowych, należy wykorzystywać nowe, odpowiadające zmienionemu charakterowi pola walki, metody i sposoby określania efektywności bojowej stron. Najodpowiedniejszym aparatem do tego są metody stosowane w badaniach operacyjnych. Niniejsza praca stanowi próbę rozwiązania problemów wykorzystania środków jądrowych, uwzględniając możliwe uderzenia jądrowe strony przeciwnej, w oparciu o aparat matematyczny teorii gier. Ponieważ całościowe i kompletne rozstrzygnięcia tego tak istotnego obecnie zagadnienia napotkałoby na ogromne trudności i wymagałoby zaangażowania większego kolektywu, dlatego chociażby częściowe rozwiązanie wspomnianego problemu powinno stanowić przyczynek do dalszych, kompleksowych badań. Należy zdawać sprawę z tego, że dla osiągnięcia skucesu nie wystarczy posiadać przewagę w środkach jądrowych. Te dwie kategorie nie są jednoznaczne, gdyż wchodzi tu jeszcze w rachubę, bardzo ważny - bodaj zasadniczy czynnik, umiejętność wykorzystania posiadanych środków.

W żadnych oficjalnych materiałach nie ma ściśle sprecyzowanych zasad wykorzystania środków jądrowych, wszelkie sformułowania mają charakter bardzo ogólny i dotyczą raczej zadań operacyjno-taktycznych jakie są wykonywane przy użyciu tych środków. Na podstawie aktualnie obowiązujących wydawnictw można by sformułować następujące ogólne zasady dotyczące użycia środków jądrowych:

- uzyskanie zaskoczenia i uprzedzenie nieprzyjaciela w wykonaniu uderzeń jądrowych;
- pierwszeństwo i natychmiastowe wykonywanie uderzeń jądrowych na wykryte i potencjalnie zdolne do wykonania uderzeń, środki napadu jądrowego nieprzyjaciela;
- zmasowane wykorzystanie na kierunku głównego uderzenia i do rozbicia zasadniczych zgrupowań przeciwnika;
- osiągnięcie odpowiednich rezultatów wykonywanych uderzeń jądrowych;
- centralny podział środków jądrowych i dysponowanie nimi przez związki operacyjne i taktyczne;
- przestrzeganie bezpieczeństwa własnych wojsk.

Ważnym zagadnieniem związanym z wykorzystaniem środków jądrowych jest planowanie ihc użycia. Z uwagi na to, że większość środków jądrowych przydzielanych na operację /około 80%/ stanowią rakiety, stąd w głównej mierze planowaniem użycia tych środków zajmują się sztaby wojsk rakietowych i artylerii. Ogół środków jądrowych posiadanych przez związek operacyjny /taktyczny/ rozdziela się na wykonanie zadań operacyjno-taktycznych w ramach zadania wykonywanego przez związek ogólnowojskowy. Przy tym wydziela się rakiety do zwalczania środków napadu jądrowego nieprzyjaciela. W ramach zadań operacyjno-taktycznych wyróżnia się zadania ogniowe wojsk rakietowych /obiekty uderzeń jądrowych/, wykorzystując dane z rozpoznania odnośnie sił nieprzyjaciela i spodziewanego charakteru jego działań. Na każdy obiekt /cel/ uderzenia wydziela się pewną ilość rakiet, wychodząc z konieczności osiągnięcia odpowiedniego skutku oraz uwzględniając ilość posiadanych środków jądrowych. Na dokładnie rozpoznane obiekty planuje się konkretnie uderzenia jądrowe, natomiast na pozostałe

cele planuje się orientacyjnie, przewidując tylko ilość rakiet i wykonawców. W miarę uzupełniania danych z rozpoznania, planowanie udokładnia się, ustalając między innymi punkty zerowe uderzeń jądrowych. Na szczeblu armii odzwierciedlenie planowania użycia środków jądrowych znajduje wyraz w planie użycia wojsk rakietowych i artylerii armii, mapie kierowania ogniem dowódcy wojsk rakietowych i artylerii armii oraz planie operacji. Należy podkreślić, że w dokumentach opracowywanych przez sztab wojsk rakietowych i artylerii mogą być uwidocznione uderzenia jądrowe wykonywane przez lotnictwo. Natomiast w planie operacji, opracowywanym przez oddział operacyjny armii, zawsze uwidacznia się zarówno uderzenia wojsk rakietowych jak i lotnictwa. Na szczeblu dywizji planowane uderzenia jądrowe ujmuje się na mapie kierowania ogniem dowódcy artylerii dywizji oraz w planie ognia. Oprócz tego planowane uderzenia jądrowe uwidacznia się na mapie decyzji dowódcy dywizji i w planie współdziałania.

Z uwagi na dysponowanie środkami jądrowymi w zasadzie przez dwa rodzaje wojsk, wojska rakietowe i lotnictwo /nie uwzględniamy w rozważaniach posiadania tych środków przez marynarkę wojenną/, zachodzi potrzeba koordynacji planowania uderzeń jądrowych. Ciągłość współdziałania związków /oddziałów/ rakiet ze związkami /oddziałami/ ogólnowojskowymi i lotnictwem, w toku operacji /walki/ jest zasadniczym warunkiem pomyślnych działań. Współdziałanie w zakresie wykonania uderzeń jądrowych przez związki rakietowe Frontu i lotnictwo, organizuje dowódca Frontu. Dokonuje się przy tym podziału obiektów między poszczególnych wykonawców ognia jądrowego /związki rakietowe Frontu, oddziały rakietowe warmii, lotnictwo/. Ponadto uzgadnia się cele, czas i miejsca uderzeń jądrowych. Dowódca armii organizuje współdziałanie między oddziałami rakietowymi i lotnictwem wsparcia armii oraz oddziałami rakietowymi dywizji. Dokonuje on podziału obiektów ognia między wykonawców według ich głębokości i rozmieszczenia, określając rodzaj wybuchu i czas wykonania uderzenia. Dla lotnictwa wyznacza się zwykle obiekty, do których wojska rakietowe ognia nie prowadzą. Dowódcy wojsk rakietowych i artylerii utrzymują ciągłe współdziałanie związków /oddziałów/ rakiet z lotnictwem i innymi rodzajami wojsk zgod-

nie z otrzymanymi zadaniami.

Trzeba jednakże podkreślić, że stosowane obecnie metody podziału obiektów między wykonawców oraz ilości środków jądrowych na poszczególne cele, jak też wyboru obiektów dla uderzeń jądrowych nie gwarantują optymalności wykorzystania tych środków. Dysproporcja między możliwościami broni jądrowej i sposobami jej wykorzystania będzie istniała dopóty, dopóki nie staną się powszechne jakościowo nowe metody, metody ilościowe, oparte na współczesnych osiągnięciach nauki.

Pojawienie się broni jądrowej wpłynęło także na charakter prowadzenia współczesnych działań obronnych. Broń rakietowo-jądrowa daje możność w pełni udaremnić przygotowywane lub rozpoczęte natarcie nieprzyjaciela, czyli osiągnąć taki efekt jakiego nie można uzyskać żadnymi innymi środkami. Ogólne zasady prowadzenia działań obronnych dyktują wymagania w zakresie użycia środków jądrowych. Uderzenia jądrowe,pod warunkiem racjonalnego ich wykorzystania, mogą w zdecydowany sposób zmienić stosunek sił - zmniejszyć efektywność nacierających zgrupowań nieprzyjaciela i spowodować tym samym bardziej dogodne warunki dla własnych, broniących się wojsk. Użycie środków jądrowych w obronie określają cele operacji /walki/, ugrupowanie wojsk, charakter prawdopodobnych działań nieprzyjaciela oraz możliwości dysponowanych środków.

Podczas operacji obronnej armii środki jądrowe wykorzystuje się do wykonania następujących zasadniczych zadań :

- wywalczenia przewagi ogniowej nad nieprzyjacielem;
- rozbicia przygotowujących się do natarcia zgrupowań nieprzyjaciela i zerwania jego natarcia;
- niszczenia wojsk nieprzyjaciela, które włamały się w ugrupowanie własnych wojsk lub rozbicia jego desantów wysadzonych w głębi;
- rozbicie zgrupowań nieprzyjaciela na kierunkach kontrataków i przeciwuderzeń;
- stworzenia warunków dla przejścia własnych wojsk do przeciwnatarcia;
- dezorganizacji systemu dowodzenia i pracy tyłów nieprzyjaciela.

Wywalczenie przewagi ogniowej nad nieprzyjacielem, podobnie jak i w działaniach zaczepnych, osiąga się poprzez niszczenie, uderzeniami jądrowymi, środków napadu jądrowego nieprzyjaciela, składów broni jądrowej, lotnictwa na lotniskach, ośrodków naprowadzania oraz stanowisk dowodzenia i powiadamiania lotnictwa. Zadanie to jest realizowane bez przerwy w toku całego czasu trwania działań obronnych.

Rozbicie przygotowanych do natarcia zgrupowań nieprzyjaciela zazwyczaj osiąga się przez wykonanie grupowych i zmasowanych uderzeń jądrowych, zarówno środkami wojsk rakietowych jak i lotnictwa.

Odparcie natarcia nieprzyjaciela i zniszczenie jego wojsk, które wdarły się w obronę, osiąga się drogą wykonania uderzeń jądrowych na jego środki napadu jądrowego, odwody operacyjne i taktyczne w rejonach ześrodkowania i podczas marszu oraz na oddziały będące w bezpośredniej styczności z własnymi wojskami. W ramach zwalczania desantów powietrznych wykonuje się uderzenia na wojska nieprzyjaciela w rejonach wyjściowych do desantowania i w rejonach lądowania/zrzutu/ desantów powietrznych.

Możliwości związków ogólnowojskowych w zakresie wykonania wymienionych zadań zależą od ilości i mocy przydzielonych rakiet /bomb/ jądrowych oraz ilości środków ich przenoszenia. Ilość rakiet /bomb/ jądrowych przydzielonych związkom prowadzącym operację /walkę/ obronną, zależy od celu operacji /walki/, składu i zadań broniących się wojsk oraz sił i charakteru działań nieprzyjaciela. Jeśli związki ogólnowojskowe przechodzą do działań obronnych w toku natarcia, wówczas w zasadzie będą posiadały te same środki jądrowe, co podczas prowadzenia działań zaczepnych. W przypadku organizacji obrony w innych warunkach, ilość środków jądrowych przydzielanych armii /dywizji/ może być mniejsza.

W n i o s k i

a/ Dysponowanie środkami jądrowymi przez związki operacyjne /taktyczne/ znacznie zwiększa ich efektywność bojową i przez to daje możność realizacji poważnych zadań dotyczących rozbicia określonych sił nieprzyjaciela. Możliwości bojowe związków ogólnowojskowych są funkcją rezul-

tatów wykonanych uderzeń jądrowych.

b/ Broń jądrowa, przy racjonalnym jej wykorzystaniu, jest w stanie samodzielnie rozstrzygać szereg zadań w zakresie rozbicia sił nieprzyjaciela i w każdym wypadku stanowi podstawę zamiaru /decyzji/ dowódcy odnośnego szczebla.

c/ Ilość środków jądrowych wydzielanych związkom w działaniach zaczepnych /obronnych/ zależy od ich roli i miejsca w ugrupowaniu operacyjnym, przewidywanych zadań i sił nieprzyjaciela oraz ilości środków posiadanych przez szczebel nadrzędny. Ogólnie armia może otrzymać 30-40 i więcej, dywizja - do 10 środków jądrowych.

d/ Planowane użycie środków jądrowych przez wojska rakietowe i lotnictwo powinno być ujmowane w jednym planie opracowywanym przez zespół odpowiedzialny za ten dział. Dotychczasowa, pewnego rodzaju dwutorowość w planowaniu /wojska rakietowe oddzielnie i lotnictwo oddzielnie/, nie sprzyja najefektywniejszemu wykorzystaniu tych środków.

e/ Powstaje nieodparta konieczność poszukiwania i stosowania nowych metod naukowych przy określaniu i porównywaniu efektywności wojsk własnych i przeciwnika, zarówno w siłach konwencjonalnych jak też broni jądrowej. Pomocne w tym względzie mogą być metody matematyczne stosowane w badaniach operacyjnych, które zapewniają optymalność rozwiązań.

f/ W związku z ograniczonością środków jądrowych wyłania się potrzeba optymalnego ich wykorzystywania. Z tym też wiąże się problem określania wpływu uderzeń jądrowych na realizację zadań przez własne wojska, uwzględniając pewną możliwość wykonania uderzeń przez nieprzyjaciela i przez to zmniejszenie efektywności naszych sił. Złożoność tego problemu jest znaczna i dlatego wydaje się, że próby jego rozwiązania mogą być czynione tylko w oparciu o osiągnięcia współczesnej matematyki, szczególnie jej dyscyplinę wiążącą się z sytuacjami konfliktowymi - teorię gier.

II. CZYNNIKI MAJĄCE WPŁYW NA WYNIK STRZELANIA RAKIETAMI JĄDROWYMI. WSKAŹNIKI SKUTECZNOŚCI STRZELANIA ORAZ ANALIZA MOŻLIWOŚCI PRZYJĘCIA ICH JAKO PARAMETRÓW W APARACIE TEORII GIER

Decyzja na wykonanie ognia jądrowego powinna być oparta na przesłankach materialnych, że wykona się przewidziane zadanie, czyli - uzyska odpowiedni wynik strzelania. Wynik strzelania rakietami jądrowymi zależy od szeregu czynników. Najważniejszymi z nich są :

- rażące działanie wybuchu jądrowego;
- rodzaj celu;
- błędy określenia nastaw do ognia skutecznego;
- błędy rozrzutu.

1/ Rażące działanie wybuchu jądrowego.

Cechą wyróżniającą wybuch jądrowy w porównaniu z wybuchem zwykłym jest to, że energia wydzielona na jednostkę masy wybuchowej w pierwszym przypadku jest nieporównanie większe niż w drugim. Ilość wyzwolonej energii może być obliczona przy pomocy wzoru Einsteina :

$$E = mc^2,$$

gdzie m - defekt masy;
c - prędkość światła.

Prowadzi to do wytworzenia niezmiernie wysokich temperatur, a w związku z tym do silnego promieniowania cieplnego rozgrzanej masy gazu. Zjawisko promieniowania cieplnego nie odgrywa istotnej roli w wybuchu zwykłym, jest natomiast jednym z ważniejszych efektów przy wybuchu jądrowym w powietrzu.

Drugą cechą specyficzną wybuchu jądrowego jest emisja innych promieniowań: w chwili wybuchu /tj. w okresie do jednej minuty od początku eksplozji/ następuje emisja promieniowania gamma i neutronów, mogących mieć zgubny wpływ na organizmy żywe; zaś przez dłuższy czas po wybuchu produkty rozszczepienia, które są z reguły ciałami promieniotwórczymi, mogą osiąść na pewnym obszarze terenu, wywołując jego kontaminację /skażenie/ promieniotwórczą.

Promieniowanie gamma i neutronowe, wysyłane podczas wybuchu nazywamy promieniowaniem przenikliwym, zaś długotrwałe promieniowanie beta i gamma produktów rozszczepienia - promieniowaniem kontaminacji.

Podczas wybuchu powietrznego około 85% energii wybuchu wydziela się w postaci energii kinetycznej. Większą jej część /55% całości energii wybuchu/ stanowi fala uderzeniowa, a pozostałą część /około 30% całej energii wybuchu/ - promieniowanie cieplne. Na promieniowanie kontaminacji przypada około 10%, a na promieniowanie przenikliwe około 5% energii wybuchu.

Przy wybuchu powietrznym czynnikami rażenia są :

- fala uderzeniowa;
- promieniowanie cieplne;
- promieniowanie przenikliwe.

Natomiast podczas wybuchu naziemnego dochodzi jeszcze jeden czynnik - promieniotwórcze skażenie terenu.

Wskutek wyzwolenia się gorących i szybko rozprzestrzeniających się gazów natychmiast po wybuchu powstaje fala uderzeniowa, która odłącza się po kilku sekundach od kuli ognistej i rozprzestrzenia się początkowo z szybkością wielokrotnie większą od szybkości dźwięku. Ponieważ prędkość rozchodzenia się zaburzeń w powietrzu rośnie z jego temperaturą, obszar znajdujący się bezpośrednio za frontem ciśnienia, a więc w przestrzeni ogrzanej przez adiabatyczne sprężenie powietrza, posuwa się szybciej niż sam front, dogania go i w ten sposób zmienia przebieg samego zaburzenia. Prędkość ruchu tego powietrza może wywoływać huraganowe wiatry okresami do 1000 km/godz. W miarę oddalania się od miejsca wybuchu, za frontem ciśnienia wytwarza się silna fala podciśnienia. Nadciśnienie na czole /froncie/ fali uderzeniowej jest większe niż biegnące za nim podciśnienie. Czas trwania obu faz jest znacznie dłuższy niż w przypadku wybuchów ładunków zwykłych. Po wybuchu jądrowym faza dodatnia trwa blisko sekundę, ujemna - kilka sekund.

Dużą rolę w mechaniźmie rozchodzenia się frontu ciśnienia gra fala odbita od powierzchni ziemi. W szczególności ważne jest to, że w przypadku wybuchu jądrowego, gdzie

zaburzenie jest bardzo silne, fala odbita rozchodzi się w powietrzu nieco ogrzanym przez falę padającą, ma więc prędkość rozchodzenia się większą niż ta ostatnia. W związku z tym nie tylko kąt padania jest większy od kąta odbicia, lecz nakładanie się fal padającej i odbitej, zwłaszcza w pobliżu ziemi, prowadzi do wytworzenia obszaru, w którym powstaje nowe zjawisko, zwane odbiciem nieregularnym i w którym ciśnienie dodatkowo wzrasta. Może być ono 2 do 8 razy większe niż na czole fali padającej.

Przy wybuchu naziemnym ciśnienie i prędkość wiatrów w pobliżu punktu zerowego są znacznie większe niż przy wybuchu powietrznym. Natomiast dalej od punktu zerowego wybuch powietrzny powoduje powstanie większego nadciśnienia i większej prędkości wiatrów niż wybuch naziemny.

Organizm ludzki jest już wrażliwy na stosunkowo niewielkie nadciśnienia, rzędu 0,5 atmosfery - błona bębenkowa, a nadciśnienia rzędu 1 atmosfery prowadzą często do rozedmy płuc i śmierci. Ogólnie przyjmuje się, że przy nadciśnieniu 0,2-0,25 kG/cm^2 następują lekkie porażenia, przy nadciśnieniu 0,3-0,6 kG/cm^2 - średnie porażenia. Przy średnich porażeniach ludzie nie są zdolni do dalszej walki.

Z powyższego wnioskujemy, że głównym parametrem charakteryzującym falę uderzeniową jest nadciśnienie /Δ pf/ na czole. Jego wielkość zależy od mocy ładunku jądrowego, rodzaju wybuchu i odległości od punktu zerowego i można je obliczyć według następujących wzorów.

Dla wybuchu naziemnego :

$$\Delta p_f = 1{,}06 \frac{\sqrt[3]{k}}{r} + 4{,}3 \frac{\sqrt[3]{k^2}}{r^2} + 13{,}9 \frac{k}{r^3} \quad \left[\frac{kG}{cm^2}\right],$$

gdzie: k = 0,5q /q - równoważnik trotylowy w kg/;
r = odległość od środka wybuchu w metrach.

Dla wybuchu powietrznego:

$$\Delta p_f' = p \,/1 + 3{,}5 \frac{p+1}{p+7} + 3{,}5 \frac{p+1}{p+7} \cdot \frac{H}{r_1^2 + H^2} / \left[\frac{kG}{cm^2}\right],$$

gdzie: $p = p$ dla jednorodnej atmosfery[1] oblicza się ze wzoru

$$p = /0{,}84 \frac{\sqrt[3]{k}}{r} + 2{,}7 \frac{\sqrt[3]{k^2}}{r^2} + 7 \frac{k}{r^3} / \left[\frac{kG}{cm^2}\right] ;$$

r_1 - odległość od punktu rzutu środka wybuchu w metrach;
H - wysokość wybuchu w metrach;

$$r = \sqrt{r_1^2 + H^2} .$$

Wysoka temperatura, która powstaje przy eksplozji, przeprowadza w stan gazowy cały materiał rakiety jądrowej. Wytworzona gorąca masa gazu wysyła promieniowanie cieplne, którego widmo sięga od podczerwieni do promieni X. Energia wypromieniowana, pochłaniana przez otaczające powietrze - rozgrzewa je, przez co rozmiary obszaru wysokiej temperatury rosną, zaś temperatura i ciśnienie spadają. Po 10^{-4} sekundy od chwili wybuchu temperatura tak powstałej kuli ognistej, w przypadku ładunku o mocy 20 KT, jest rzędu 300 000° K. Natężenie jej promieniowania w dziedzinie widzialnej widma jest wówczas w odległości 9 km około 100 razy silniejsze niż natężenie światła dochodzącego do nas od słońca. Czas trwania promieniowania cieplnego wynosi kilka skund i jest on zależny od mocy wybuchu jądrowego. Działanie jego jest w wysokim stopniu zależne od przezroczystości powietrza dla światła widzialnego i dla podczerwieni oraz od stężenia zawartych w powietrzu zawiesin /mgła, pył/. Jest ono poza tym zależne od zdolności odbijania przez różne obiekty. Materiały silnie rozpraszające /odznaczające się barwą jasną/ pochłaniają mniejszą ilość energii niż ciała słabo rozpraszające /ciemne/. Pozornie małe ilości ciepła, które uzyskuje 1 cm^2 powierzchni, mogą doprowadzić do wytworzenia bardzo wysokiej temperatury powierzchniowej ciał pochłaniających, gdyż absorpcja promie-

---

1/ Przy badaniu powietrznej fali uderzeniowej zakłada się, że fala uderzeniowa rozprzestrzenia się w takim jednorodnym środowisku powietrznym, którego stan charakteryzują dane międzynarodowej atmosfery wzorcowej :
- ciśnienie powietrza = 1,033 kg/cm^3;
- gęstość powietrza ρ_o = 0,125 kg sek^2/m^4;
- temperatura powietrza T_o = 288°K;
- prędkość rozchodzenia się dźwięku C_o = 340 m/sek.

niowań odbywa się zwykle w warstwie o nieznacznej grubości /rzędu np. 0,1 mm/. Skutki wywołane promieniowaniem cieplnym są bardziej szkodliwe dla organizmu ludzkiego niż skutki spowodowane nadciśnieniem, jeśli nie uwzględniać wtórnych czynników działania ostatniego /rozrzucanie odłamków, walenie się budowli, walenie się drzew itp/.
Jako zasadniczy parametr rażącego działania promieniowania cieplnego przyjmuje się efektywny impuls cieplny lub impuls cieplny.

Impuls cieplny jest to ilość energii cieplnej przypadająca na powierzchnię 1 cm^2, prostopadłą do kierunku promieniowania, w czasie jego trwania. Znając ogólną ilość energii cieplnej /Q/ wydzieloną podczas wybuchu jądrowego, impuls cieplny można obliczyć przy pomocy następujących wzorów.
Dla wybuchu powietrznego :

$$U = \frac{Q}{4\pi\ 10^{10}\ r^2} \exp\ \left(-k\ /r - R/\right) \left[\frac{cal}{cm^2}\right],$$

Dla wybuchu naziemnego :

$$U = \frac{0{,}5\ Q}{4\pi 10^{10} r^2} \exp\ \left(-k\ /r - R/\right) \left[\frac{cal}{cm^2}\right],$$

gdzie: k - współczynnik osłabienia promieniowania przez atmosferę, średni dla całego widma promieniowania

/$k = \frac{4}{d}$, d - widzialność atmosfery w km^{-1}/,

Q - energia cieplna w kaloriach;

r - odległość od środka wybuchu w km;

R - średni promień świecącej sfery w km.

Efektywny impuls świetlny wyraża zdolność zapalenia lub rażenia ciała na skutek promieniowania cieplnego. Określa się go z następującej zależności :

$$U_e = \frac{6U}{\sqrt[6]{q}} \left[\frac{cal}{cm^2\ sek^{1/2}}\right]$$

Promieniowanie przenikliwe, na które składają się nautrony i promienie gamma, jest jeszcze bardziej długotrwałe od promieniowania cieplnego. Jest ono dostrzegalne jeszcze

po upływie 50 sekund od chwili wybuchu. Jednakże natężenie jego jest wówczas bardzo słabe. Właściwością promieniowania przenikliwego jest możliwość przenikania promieni przez różne przeszkody, zwłaszcza promieni gamma i ich szkodliwe oddziaływanie na organizmy żywe przez jonizację tkanek i organów. Objawy napromienienia u poszczególnych osób zależą w dużym stopniu od ogólnego stanu zdrowia i wieku. Powszechnie przyjmuje się, że napromienienie całego ciała 400-500 rentgenami uchodzi za dawkę w 50% śmiertleną dla ludzi, a już przy 100 rentgenach występują poważne objawy choroby.

Dawka promieniowania /D_p/ jest to całkowita liczba par jonów wytworzonych w $dncm^3$ ośrodka przez cały czas działania promieniowania, wyraża się ją jako sumę dawki promieniowania gamma /D_g/ i dawki promieniowania neutronowego /D_n/.

$$D_p = D_g + D_n .$$

Dla oceny natężenia promieniowania używa się określenia "moc dawki" wyrażaną w rentgenach[1/] /biologicznych rentgenorównoważnikach/ na jednostkę czasu.

Podczas wybuchów naziemnych powstaje dodatkowy czynnik rażenia - promieniotwórcze skażenie terenu, które stanowi jedno z większych niebezpieczeństw towarzyszących wybuchowi jądrowemu. Przy wybuchu powietrznym, kiedy kula ognista nie styka się z ziemią, skondensowane cząstki pyłu mają średnicę kilku tysięcznych milimetra i dlatego są unoszone bardzo wysoko do stratosfery, gdzie zostają przechwycone przez wiejące, przeważnie strefowo, wiatry. Lokalny opad promieniotwórczy, który w kilka godzin po wybuchu opada na większym obszarze wokół centrum wybuchu, ma istotny wpływ jedynie przy wybuchach naziemnych lub przynajmniej takich, gdzie kula ognista styka się z ziemią. Wówczas duże masy ciał ulegają mniejszej lub większej aktywacji wskutek działania neutronów wyzwolonych podczas eksplozji i mieszają się z produktami rozpadu. Z tej

---

1/ Rentgen jest to dawka promieniowania gamma, przy której w 1 cm^3 suchego powietrza o temperaturze 0^oC i ciśnieniu 760 mm słupka rtęci powstaje $2{,}08 \cdot 10^3$ par jonów niosących jednostkę elektryczną ładunku. W biologicznych rentgenorównoważnikach wyraża się dawkę promieniowania neutronowego, działanie jednej jednostki jest równe działaniu jednego rentgena.

mieszaniny kondensują się przy ochładzaniu stosunkowo duże cząstki pyłu promieniotwórczego, które w zależności od swej wielkości są unoszone na różną wysokość przez wznoszącą się chmurę atomową; jednak pod wpływem siły ciążenia już po kilku godzinach lub dniach ponownie opadają na ziemię. Można przyjąć, że przeciętnie 80% uniesionego pyłu promieniotwórczego spada ponownie w postaci lokalnego opadu promieniotwórczego, przy czym oczywiście w najbliższej okolicy miejsca wybuchu opadają najpierw cięższe cząstki pyłu /już po kilku godzinach/, podczas gdy lżejsze opadają dopiero po kilku dniach w odległości setek kilometrów od miejsca wybuchu. Pozostałych 20% zostaje wyniesionych do stratosfery. Osadzanie się lokalnego opadu promieniotwórczego jest uzależnione w dużym stopniu od siły i kierunku wiatrów podczas i po wybuchu. W praktycznych obliczeniach przyjmuje się, że przez cały czas i na wszystkich wysokościach wiatr wieje w określonym kierunku i z niezmienną siłą. W tych warunkach opad promieniotwórczy układa się w kształcie cygara.

Stopień promieniotwórczego skażenia terenu określa się jako natężenie promieniowania beta i gamma wyrażane w rentgenach na godzinę.

Z przedstawionych rozważań wynika wielostronność rażącego działania wybuchu jądrowego, ze względu na występowanie kilku głównych czynników rażenia. Rażenie celu jednocześnie kilkoma lub tylko jednym z czynników zależy od rodzaju celu, rodzaju i mocy wybuchu oraz odległości od miejsca wybuchu. W odniesieniu do siły żywej rozróżnia się następujące stopnie rażenia :

- śmiertelne;
- ciężkie;
- średnie;
- lekkie.

Do oceny stopnia uszkodzeń bojowego sprzętu technicznego przyjmuje się następującą klasyfikację :

- Całkowite zniszczenie - bojowy sprzęt techniczny nie nadaje się do naprawy;
- poważne uszkodzenia - uszkodzenia wymagające naprawy głównej w zakładach;

- średnie uszkodzenia - uszkodzenia wymagające naprawy średniej w centralnych, frontowych lub armijnych warsztatach naprawczych;

- lekkie uszkodzenia - uszkodzenia, które mogą być usunięte siłami obsługi lub w warsztatach naprawczych oddziału.

Do obliczenia strat bierze się pod uwagę średnie rażenia zarówno stanu osobowego jak i techniki bojowej.

Ten sam czynnik rażenia wybuchu jądrowego może razić określony cel w różnym stopniu, zależnie od szeregu warunków i dlatego a prori można określić tylko prawdopodobieństwo uzyskania odpowiedniego stopnia rażenia.

Wielkości prawdopodobieństwa odpowiedniego stopnia rażenia, podaje warunkowe prawo rażenia.

2/ Warunkowe prawo rażenia[1/]

Warunkowym prawem rażenia nazywamy prawo wyrażające zależność między prawdopodobieństwem rażenia celu a wielkością czynnika rażenia.

Wielkości prawdopodobieństw rażenia celu przez poszczególne czynniki określone metodą doświadczalną. Opierając się na prawie wielkich liczb, przyjęto wartości częstości rażenia celów czynnikami rażenia jako wartości prawdopodobieństwa rażenia celu tymi czynnikami.

Różne cele będą w zasadzie w zróżnicowanym stopniu rażone tym samym czynnikiem, dlatego też inne będą prawa warunkowe dla każdego rodzaju celu. Stąd każdorazowo należy określać :

- p_r / Δp_f/ - prawdopodobieństwo rażenia celu w zależności od wielkości nadciśnienia na czole fali uderzeniowej;
- p_r /U_e/ - prawdopodobieństwo rażenia celu w zależności od wielkości efektywnego impulsu cieplnego;
- p_r /D_p/ - prawdopodobieństwo rażenia celu w zależności od wielkości całkowitej dawki promieniowania.

1/ Bardziej szczegółowe wyjaśnienie wymienionych praw i pojęć można znaleźć w pracy [40] oraz podręczniku "Strzelanie rakietami operacyjno-taktycznymi" cz. II. Wyd. MON - 1964 r.

Wartości warunkowego prawa rażenia można przedstawić w postaci wykresu /patrz załącznik nr 3/.

Należy jednak stwierdzić, że posługiwanie się warunkowym prawem rażenia nie jest wygodne. Wygodniejszym jest prawo wyrażające prawdopodobieństwo rażenia celu zależnie od jego odległości od wybuchu. Zależność tę nazywamy płaszczyznowym prawem rażenia.

3/ Płaszczyznowe prawo rażenia

Znając czynniki rażenia i ustalone prawa rażenia w zależności od każdego z nich, nietrudno określić płaszczyznowe prawo rażenia celu każdym z tych czynników oddzielnie, a następnie znaleźć liczbowe charakterystyki płaszczyznowych praw. Jednakże wykorzystanie otrzymanego w ten sposób płaszczyznowego prawa rażenia, np. w odniesieniu do siły żywej, byłoby niewygodne. Istota tkwi w tym, że przy wybuchu jądrowym jeden i ten sam cel może być z różnym prawdopodobieństwem rażony jednym z czynników, lub jednocześnie kilkoma czynnikami rażenia. Aby uniknąć korzystania z kilku płaszczyznowych praw jednocześnie, wprowadzono pojęcie prawa płaszczyznowego kombinowanych porażeń.

Płaszczyznowym prawem kombinowanych porażeń siły żywej nazywamy funkcjonalną zależność prawdopodobieństwa rażenia siły żywej, uwzględniając działanie wszystkich rażących czynników, od współrzędnych celu względem epicentrum wybuchu. Znając płaszczyznowe prawo kombinowanych porażeń, łatwo jest określić jego liczbowe charakterystyki: powierzchnię i promień obliczeniowej strefy kombinowanych porażeń.

Można wykazać, że prawdopodobieństwa rażenia siły żywej każdym z rażących czynników oddzielnie są niezależne. Opierając się na tym stwierdzeniu, dla określenia prawdopodobieństwa kombinowanych porażeń i tego elementarnego celu wystarczy znać tylko prawdopodobieństwo rażenia celu w wyniku działania każdego z rażących czynników oddzielnie. Ponieważ interesuje nas nie prawdopodobieństwo rażenia celu jednym, określonym czynnikiem rażącym, lecz prawdopodobieństwo rażenia co najmniej jednym ze wszystkich czynników, stąd możemy je określić ze wzoru :

$$p_r/X_iY_i/ = 1-\left[1 - p_{r_i}/\Delta p_f/\right] \cdot \left[1 - p_{r_i}/U_e/\right] \cdot \left[1-p_{r_i}/D_p/\right]$$

lub

$$p_r/X_iY_i/ = 1 - q_i/\Delta p_f/ \cdot q_i/D_p/ \cdot q_i/U_e/$$

gdzie: - $p_r/X_iY_i/$ - prawdopodobieństwo kombinowanych porażeń /z uwzględnieniem wszystkich czynników rażenia/;

- $p_{r_i}/\Delta p_f/$, $p_{r_i}/U_e/$, $p_{r_i}/D_p/$ - prawdopodobieństwo rażenia odpowiednio falą uderzeniową, promieniowaniem cieplnym i promieniowaniem przenikliwym;

- $p_{r_i}\left[\Delta p_f/X_iY_i/\right]$, $U_e/X_iY_i/$, $D_p/X_iY_i/$;

- $q_i/\Delta p_f/$, $q_i/U_e/$, $q_i/D_p/$ - odpowiednie prawdopodobieństwa nierażenia tymi czynnikami.

Otrzymana w ten sposób zależność prawdopodobieństwa $p_r/X_iY_i/$ od odległości elementarnego celu od epicentrum wybuchu jądrowego stanowi prawo płaszczyznowe kombinowanych porażeń siły żywej. Zależność ta przykładowo jest przedstawiona na wykresie /załącznik nr 4/.

W analogiczny sposób można określić płaszczyznowe prawo rażenia w odniesieniu do innych celów.

4/ Obliczeniowa strefa rażenia wybuchu jądrowego

Płaszczyznowe prawo rażenia określa pełną charakterystyką rażącego działania wybuchu jądrowego. Jednakże ujemną stroną tego prawa jest to, że wymaga ono każdorazowo pracochłonnych obliczeń oddzielnie dla każdego rodzaju celu. Podczas planowania uderzeń jądrowych w sztabach, kiedy zawsze istotną rolę odgrywa czas, konieczne jest posługiwanie się bardziej prostymi sposobami. Tą prostszą, lecz nie całkiem pełną, charakterystyką rażącego działania wybuchu jądrowego jest obliczeniowa strefa rażenia.

Obliczeniowa strefa rażenia jest pewnym uproszczeniem płaszczyznowego prawa rażenia, przez zastąpienie obszaru pod powierzchnią na równoważną jemu powierzchnię prostokąta. Zastąpiono więc prawo rzeczywiste prawem równego prawdopodobieństwa. Powierzchnię koła o promieniu R_s nazywamy obliczeniową strefą rażenia /S_s/.

$$S_s = \pi R_s^2 \ .$$

Wielkość tę oblicza się wychodząc z twierdzenia, że wartość oczekiwana rażonej powierzchni celu przy jednym wybuchu jest równa prawdopodobieństwu rażenia na danej odległości. Stąd

$$S_s = S_r \cdot p$$

gdzie: S_r - strefa rażenia wybuchu;
p - prawdopodobieństwo rażenia celów na obszarze danej strefy.

Z uwagi na zależność p od promienia rażenia wybuchu /R/, obliczeniową strefę rażenia określamy przez zsumowanie kolejnych pierścieni rażenia, czyli otrzymamy:

$$S_s = \sum_{i=1}^{i=n} S_i \cdot p_{i_s} \ ,$$

gdzie: $S_i = \pi /R_i^2 - R_{i-1}^2 1/$ - powierzchnia i - tego pierścienia,

$p_{is} = \frac{p_i + p_{i-1}}{2}$ - średnia wartość prawdopodobieństwa rażenia w i - tym pierścieniu.

Zatem obliczeniowa strefa rażenia jest suma wartości oczekiwanej pokrycia powierzchni, na której rażone są wszystkie cele.

Porównania płaszczyznowego prawa rażenia z obliczeniową strefą rażenia można dokonać z wykresu /załącznik nr 5/. Na podstawie wypośrodkowanych wartości obliczeniowej strefy rażenia zostały sporządzone wykresy do oceny skuteczności strzelania, przy pomocy których można określać między innymi i wielkość promienia obliczeniowej strefy rażenia, znając moc, rodzaj wybuchu oraz rodzaj celu /załącznik nr 6 i 7/.

5/ Rodzaje celów

Wydawać by się mogło, że określenie celów dla uderzeń jądrowych nie przedstawia szczególnych trudności. Jednakże zgłębiając to zagadnienie, okazuje się ono jednym z bardziej skomplikowanych zadań. Sedno sprawy zawarte jest w tym, że

przy ustalaniu zasadniczych parametrów celu i ich wartości liczbowych wynikają poważne trudności. Wszystkie dane dotyczące celu mają zasadniczy wpływ na decyzję wykonania uderzenia jądrowego /moc ładunku, rodzaj wybuchu, wymagany stopień zadawanych strat, rodzaj środka przenoszenia/. Chociaż cele naziemne mają pewne cechy wspólne, jak np., że są nieruchome lub poruszają się z niedużą prędkością, to jednak istnieje wiele właściwości różnicujących je. Do najważniejszych właściwości wyróżniających cele można zaliczyć : zajmowaną powierzchnię, rozśrodkowanie poszczególnych elementów, wrażliwość na czynniki rażenia, warunki terenowe.

Dla praktycznego rozwiązywania zagadnień użycia środków jądrowych wszystkie cele umownie dzieli się na dwie grupy:

- cele pojedyncze;
- cele grupowe.

Za cele pojedyncze uważa się te, które w rezultacie wybuchu jądrowego mogą być zniszczone całkowicie lub wcale. Cele te zajmują powierzchnię niewspółmiernie małą w porównaniu ze strefą rażenia wybuchu i prawdopodobnymi uchyleniami błędów strzelania. Cel pojedynczy może składać się z kilku elementarnych celów, lecz zawsze wśród nich da się wyróżnić jeden zasadniczy, którego zniszczenie będzie równoznaczne ze zniszczeniem całego celu.

Za cele grupowe uważa się takie, które w wyniku wybuchu jądrowego mogą być zniszczone całkowicie, częściowo względnie wcale nie zniszczone. Cele te z reguły zajmują znaczną powierzchnię i składają się z wielu celów elementarnych. Ponieważ celem elementarnym jest jednostka uzbrojenia, sprzętu lub siły żywej, stąd w zasadzie prawie nigdy nie będziemy posiadali informacji o ich szczegółowym rozmieszczeniu. Wychodząc z tego założenia przyjmuje się równomierność rozmieszczenia wszystkich elementarnych celów na całej powierzchni celu grupowego. Takie założenie bardzo upraszcza obliczenia skutków wykonywanych uderzeń jądrowych, gdyż pozwala przyrównać procent rażonej powierzchni celu do procentu rażonych celów.

Cele grupowe, ze względu na kształt zajmowanej powierzchni, dzieli się na: cele powierzchniowe i cele liniowe.

Dla każdego rodzaju celu /pojedynczy, powierzchniowy-liniowy/ w sposób odmienny określa się wskaźniki skuteczności strzelania.

6/ Błędy występujące podczas strzelania.

Zazwyczaj wszystkie przyczyny błędów strzelania dzieli się na następujące grupy:

- błędy określenia współrzędnych celu /punktu zerowego/;
- błędy przygotowania topogeodezyjnego;
- błędy przygotowania meteorologicznego;
- błędy przygotowania balistycznego i technicznego;
- błędy przygotowania danych do strzelania;
- błędy technicznego rozrzutu rakiet.

Uchylenie się punktu upadku rakiety od planowanego punktu zerowego wybuchu jest powodowane błędami określenia nastaw do ognia skutecznego i rozrzutu. Sumaryczne błędy środkowe położenia punktu wybuchu można określić przy pomocy wzorów :

$$U_D = \sqrt{E_D^2 + U_g^2} \ ,$$

$$U_k = \sqrt{E_k^2 + U_s^2} \ ,$$

gdzie: U_D - sumaryczny błąd środkowy położenia punktu wybuchu w donośności;

E_D - błąd środkowy określenia nastaw w donośności;

U_g - uchylenie środkowe w głąb;

U_k - sumaryczny błąd środkowy położenia punktu wybuchu w kierunku;

E_k - błąd środkowy określenia nastaw w kierunku;

U_s - uchylenie środkowe wszerz.

Pewne średnie wielkości wymienionych błędów zostały uwzględnione przy sporządzaniu wykresów do oceny skuteczności strzelania.

7/ Wskaźniki skuteczności strzelania

Liczbowe charakterystyki, określane przy ocenie skuteczności strzelania, przyjęto nazywać wskaźnikami skuteczności strzelania.

Można je podzielić na trzy grupy:

- wskaźniki pewności zadania celowi strat określonej wielkości;

- wskaźniki średnich oczekiwanych strat;
- wskaźniki ekonomiczności strzelania.

Przez straty rozumiemy stopień rażenia celu, wyrażony loczbą, częścią lub procentem rażonych elementów celu. W tych przypadkach, kiedy wszystkie elementy celu są jednorodne i rozłożone równomiernie na całej powierzchni celu, przez straty rozumiemy zazwyczaj wielkość, część lub procent rażonej powierzchni celu, tj. powierzchnię celu objętą strefą /strefami/ rażenia rakiety.

W zależności od charakteru celu i zadań ogniowych, jako wskaźniki pewności zadania celowi strat przyjmuje się:

- prawdopodobieństwo trafienia rakiety w cel;
- prawdopodobieństwo rażenia celu;
- prawdopodobieństwo rażenia nie mniej od wymaganej części celu.

W charakterze wskaźników średnich oczekiwanych strat wykorzystuje się:

- wartość oczekiwaną ilości, części, procentu rażenia elementów celu;
- wartość oczekiwaną wielkości /części, procentu/ rażenia powierzchni celu.

Wskaźniki ekonomiczności strzelania charakteryzują ekonomiczność zużycia rakiet i mocy ładunków przy wykonywaniu określonego zadania.

Wybór wskaźników skuteczności strzelania powinien być dokonywany stosownie do charakteru celu, zadań strzelania i zadania, dla rozwiązania którego określa się skuteczność strzelania.

Wskaźnikiem skuteczności strzelania do celów pojedynczych jest prawdopodobieństwo rażenia celu.

Zależnie od rozmiarów celu grupowego może on być rażony całkowicie lub częściowo. Jeśli w wyniku strzelania możliwe jest całkowite rażenie celu, wówczas jako wskaźnik skuteczności przyjmuje się prawdopodobieństwo rażenia celu. W przypadkach, kiedy możliwe jest tylko częściowe rażenie celu, przy ocenie skuteczności strzelania przyjmuje się prawdopodobieństwo rażenia nie mniej od wymaganej części celu i wartość oczekiwaną rażonej części celu.

Podczas planowania uderzeń jądrowych wygodniej jest określać nie prawdopodobieństwo rażenia żądanej części celu, a minimalną rażoną część celu z żądaną pewnością. Korzystając z założenia o jednorodności i równomiernym rozmieszczeniu celów elementarnych, dla oceny skuteczności strzelania do celu grupowego wygodnie jest przyjmować: minimalną rażoną powierzchnię celu z żądaną pewnością, wartość oczekiwaną rażonej powierzchni celu i maksymalnie możliwą rażoną powierzchnię celu.

Wymienione wskaźniki liczbowe wszechstronnie charakteryzują możliwy rezultat strzelania do celu grupowego: minimalny możliwy wynik strzelania osiągany z wysokim stopniem pewności, średni i największy oczekiwany rezultat strzelania.

Przy określaniu wymaganych mocy ładunków jądrowych i zużycia rakiet podczas wykonywania różnych zadań ogniowych, oficjalnie przyjmuje się ustalone wielkości wskaźników skuteczności strzelania.

Dla zniszczenia szczególnie ważnych celów pojedynczych /środki napadu jądrowego/ przyjęto, że prawdopodobieństwo rażenia celu powinno być nie mniejsze niż 90%.

Podczas prowadzenia ognia celem zniszczenia celów grupowych, w składzie których są środki napadu jądrowego, wymaga się, aby z prawdopodobieństwem 90% minimalna rażona powierzchnia celu była nie mniejsza niż 80%, a przy niszczeniu ześrodkowanej siły żywej, techniki i innych celów grupowych - nie mniej niż 40%.

Przytoczone wielkości wskaźników skuteczności strzelania, nie przedstawiają absolutnego znaczenia, w pewnym sensie są umownymi i wymagają udokładnienia. Rozpatrzmy nieco szerzej zagadnienie niszczenia celów grupowych. Podchodząc formalnie, można by uważać cel za zniszczony w przypadku zadania mu 40% strat. Jak mało realne jest takie rozumowanie mogą świadczyć następujące przykłady. Nie będzie zbyt jaskrawą niedorzecznością, jeśli za zniszczony przyjmiemy taki cel, w którym 40% strat zostało równomiernie rozłożone na wszystkie cele elementarne. Przy czym przez "zniszczenie" powinniśmy rozumieć taki stan celu, przy którym nie jest on zdolny do stawiania zorganizowanego oporu, bez uzupełnienia poniesionych strat,

w żadnym natomiast przypadku nie można tego utożsamiać z pojęciem unicestwienia celu w sensie fizycznym. Inaczej zaś wygląda zagadnienie, jeśli straty odnosimy nie do celów elementarnych, a do poszczególnych elementów wchodzących w skład celu grupowego. Na przykład, w przypadku zniszczenia /unicestwienia/ dwóch dywizji, spośród pięciu, wchodzących w skład armii, armia ponosi 40% strat i zgodnie z formalną interpretacją można by uważać ją za zniszczoną. Jednak nie jest to zgodne ze stanem faktycznym, bo przecież pozostałe trzy dywizje posiadają pełną sprawność bojową i całkowicie są zdolne do walki. Analogicznie można rozumować i w stosunku do niższych związków /oddziałów/. Nawet kompletne zniszczenie dwóch, spośród czterech, zasadniczych oddziałów dywizji /50% strat/ nie oznacza jeszcze zniszczenia całej dywizji. Jeszcze bardziej niedorzecznym by było, gdybyśmy za zniszczone uważali te dwa oddziały dywizji, które poniosły 40% strat i tym samym całą dywizję za zniszczoną. Również zniszczenie /nawet całkowite/ np. trzech pododdziałów danego oddziału, jeśli oddział składa się z pięciu pododdziałów, nie oznacza, że oddział został zniszczony. Natomiast bezspornym faktem jest, że zadanie danemu obiektowi /np. związkowi taktycznemu, oddziałowi/ strat określonej wielkości oznacza zmniejszenie jego efektywności bojowej o tę wielkość. Powstaje w związku z tym dylemat, kiedy dany cel grupowy uważać za faktycznie zniszczony. Trudno jest dać na to wiążącą odpowiedź, gdyż może tu w grę wchodzić cały szereg czynników, które trudno jest uwzględnić. Formalnie rzecz biorąc, cel będzie zniszczony /w ścisłym tego słowa znaczeniu/ wtedy, kiedy jego efektywność bojowa będzie równa lub bardzo bliska zera. Dlatego też przy rozwiązywaniu praktycznych zadań należy zawsze, w miarę możności, dążyć do uzyskania maksymalnego stopnia zadawanych strat. Pewne odstępstwo od tej zasady można zrobić w odniesieniu do celów tego rzędu jak batalion i mniejszych. W przypadku zniszczenia w wymienionych pododdziałach 40% celów elementarnych, można je uważać za zniszczone, przy czym nie może to być utożsamiane z unicestwieniem celu jako całości.

Jak wspomniano wyżej, wskaźnikiem skuteczności strzelania do celów pojedynczych jest prawdopodobieństwo rażenia celu. Jeśli Ug = Us = U oraz planowany punkt zerowy pokrywa się ze

środkiem celu, wówczas wzór na prawdopodobieństwo rażenia ma postać :

$$p = 1 - \exp /- \rho^2 \frac{R^2}{U^2} / ,$$

gdzie: ρ = 0,477... - stały współczynnik;
R - promień strefy rażenia wybuchu jądrowego;
U - charakterystyka rozrzutu.

Gdy strzelanie wykonuje się przy użyciu n jednostek jądrowych, wówczas prawdopodobieństwo rażenia celu p_n przynajmniej jedną jednostką wynosi :

$$p_n = 1 - /1 - p/^n .$$

Nieco odmiennie oblicza się zużycie rakiet podczas zwalczania celu grupowego, jeśli zadania nie można wykonać jedną rakietą jądrową. W tym przypadku wychodzi się z żądania, aby wymagana powierzchnia rażenia była równa sumie stref rażenia używanych rakiet jądrowych tj. :

$$S_w = \sum_{i=1}^{i=n} S_i ,$$

gdzie: S_w - wymagana powierzchnia rażenia;
S_i - powierzchnia strefy rażenia i - tej rakiety.

Jeżeli rakiety są jednakowej mocy wówczas :

$$R_w^2 = \sum_{i=1}^{i=n} R_i^2 = nR^2 ,$$

gdyż $R_1 = R_2 = ... = R_n$,

gdzie: R_w - promień wymaganej powierzchni rażenia;
R - promień rażenia jednej rakiety;
n - ilość rakiet.

Z powyższej zależności można bezpośrednio obliczyć niezbędną ilość rakiet dla wykonania zadania zwalczania celu grupowego. Otrzymamy :

$$n = /\frac{R_w}{R}/^2 .$$

Wykorzystując to równanie można określić, ile ładunków o mniejszej mocy należy użyć zamiast jednego ładunku o odpowiednio większej mocy i odwrotnie. Równanie wyrażające tę zależność ma postać :

$$n = \sqrt[3]{\left(\frac{q_w}{q_p}\right)^2} \quad \text{lub} \quad \log n = \frac{2}{3}\left(\lg q_w - \lg q_p\right) ,$$

gdzie: q_w - wymagana moc ładunku jądrowego dla wykonania danego zadania;

q_p - moc posiadanych ładunków jądrowych.

Należy zaznaczyć, że wzór umożliwiający dokonywania zamiany mocy rakiet nie jest w pełni adekwatny, gdyż nie uwzględnia ewentualnego, częściowego nakładania się stref rażenia wybuchów poszczególnych rakiet jądrowych. Ponadto należy mieć na uwadze, że powierzchnia w kształcie prostokąta lub koła nie da się całkowicie pokryć mniejszymi powierzchniami kół bez ich wzajemnego zachodzenia na siebie. Jeśli więc obliczymy sumę powierzchni stref rażenia kilku rakiet, odpowiadającą wymaganej powierzchni rażenia, to z góry możemy być przekonani o niemożności rażenia całej tej powierzchni. Jednakże podczas praktycznego rozwiązywania zadań można wykorzystywać wspomnianą zależność, gdyż popełniane błędy nie są dużego rzędu i w związku z tym nie będą one miały istotnego wpływu na obliczanie wskaźników skuteczności strzelania.

Jednym z wymienionych uprzednio wskaźników skuteczności strzelania jest wartość oczekiwana rażonej części /powierzchni/ celu, któremu poświęcimy nieco więcej uwagi. Wartość oczekiwana /M/ rażnej powierzchni celu lub wartość oczekiwana strat charakteryzuje średni oczekiwany wynik strzelania do danego celu. Im mniejsze są odchylenia poszczególnych wielkości od średniej wartości oczekiwanej, tym większą cenność przedstawia wartość oczekiwana spodziewanych strat - jako wskaźnik skuteczności strzelania.

Wartość oczekiwaną spodziewanych strat celu grupowego, w stosunku do którego zakłada się jednorodność i równomierne rozmieszczenie celów elementarnych, określa się jako sumę par iloczynów poszczególnych wielkości rażenia przez odpowiadające im prawdopodobieństwa. Praktycznie bardziej dogodnym okazało

się znajdowanie wartości oczekiwanej rażenia celu w głąb /Mg/ i wszerz /Ms/, przyjmując pokrycie celu strefą rażenia w głąb i wszerz - jako niezależne. W tym przypadku wartość oczekiwaną możemy obliczyć przy pomocy wzoru :

$$M = 100 \cdot Mg \cdot Ms \quad [\%]$$

Zgodnie z metodą określania wartości oczekiwanej cel przyjmuje się jako prostokąt o bokach G_c i S_c, a strefę rażenia za kwadrat o boku a = 1,77 R, gdzie R - promień rażenia rakiety.

Jeżeli planowany punkt zerowy pokrywa się ze środkiem celu, to wartość oczekiwaną pokrycia celu strefą rażenia w głąb /Mg/ i wartość oczekiwaną pokrycia celu strefą rażenia wszerz /Ms/ określa się ze wzoru :

$$Mg = \frac{U_D}{G_c}\left\{\frac{Gc + a}{2}\,\Phi\left(\frac{Gc + a}{2}\right) - \frac{Gc - a}{2}\,\Phi\left(\frac{Gc - a}{2}\right) - 4{,}4 \cdot \left[\varphi\left(\frac{Gc - a}{2}\right) - \varphi\left(\frac{Gc + a}{2}\right)\right]\right\},$$

$$Ms = \frac{U_K}{Sc}\left\{\frac{Sc + a}{2}\,\Phi\left(\frac{Sc + a}{2}\right) - \frac{Sc - a}{2}\,\Phi\left(\frac{Sc - a}{2}\right) - 4{,}4 \cdot \left[\varphi\left(\frac{Sc - a}{2}\right) - \varphi\left(\frac{Sc + a}{2}\right)\right]\right\}$$

gdzie: $\Phi(\beta) = \frac{2\rho}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\beta} \exp\left(-\rho^2 \cdot z^2\right) dz$ - funkcja Laplace'a;

$\varphi(x) = \frac{\rho}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\rho^2 \cdot x^2\right)$ - funkcja gęstości rozkładu normalnego;

U_D , U_k - sumaryczne błędy środkowe.

/Wartości funkcji $\Phi(\beta)$ i $\varphi(x)$ są podawane w specjalnych tablicach/.

W przypadku kiedy planowany punkt zerowy nie pokrywa się ze środkiem celu, wartości Mg i Ms w przybliżeniu określa się ze wzorów :

$$Mg = 0{,}5\,(M'_g + M''_g),$$

$$Ms = 0{,}5\,(M'_s + M''_s),$$

gdzie: M'_g /M'_s/ - wartość oczekiwana pokrycia przedziału rów-

nego głębokości /szerokości/ celu plus dwie wielkości oddalenia punktu zerowego od środka celu, tj. przedziału Gc + 2d lub Sc + 2d;

M''_g /M''_s / - wartość oczekiwana pokrycia przedziału równego głębokości /szerokości/ celu minus dwie wielkości oddalenia punktu zerowego od środka celu, tj. przedziału Gc - 2d lub Sc - 2d.

Jeśli d > 0,5 Gc lub d > 0,5 Sc, rówczas w powyższych wzorach zamiast sumy należy wziąć różnicę.

Gdy cel grupowy składa się z obiektów, których położenie, wymiary oraz wrażliwość są znane, wówczas można określić prawdopodobieństwo rażenia każdego obiektu /p_i/. Wtedy wartość oczekiwaną ilości rażonych obiektów znajduje się jako sumę prawdopodobieństw rażenia poszczególnych obiektów, czyli

$$M = \sum_{i=1}^{i=n} p_i .$$

Należy podkreślić, że wartość czekiwana jest zasadniczym wskaźnikiem skuteczności strzelania, jeśli do jednego celu wykonuje się uderzenie n rakietami jądrowymi, ponieważ określenie wielkości pewnie rażonej części celu /So/ w tym przypadku jest bardzo kłopotliwe. Stąd, też, rozpatrując zagadnienie optymalnego wykorzystania środków jądrowych, przy zastosowaniu teorii gier, kiedy z reguły wchodzi w rachubę większa ilość jednostek jądrowych, naturalnym oszacowaniem wyników będzie przyjęcie wartości oczekiwanej.

Gdy do zwalczania celu potrzeba użyć kilka rakiet ważnym problemem, który należy rozwiązać, jest określenie ilości, rodzaju i wysokości wybuchów, a szczególnie miejsca punktów zerowych. Zadanie określenia optymalnej ilości punktów zerowych i najdogodniejszego ich rozmieszczenia, przy strzelaniu kilkoma rakietami, jest niezmiernie trudne. W aktualnie obowiązujących wydawnictwach, zagadnienie to nie posiada ogólnych analitycznych rozwiązań. Wydaje się, że można otrzymać dostatecznie dokładne rozstrzygnięcie tego problemu, przy pomocy teorii gier, co zostanie przedstawione w dalszej części pracy.

Optymalnym nazywamy taki wybór punktów zerowych, który

przy zużyciu n rakiet czyni strzelanie najbardziej skutecznym i ekonomicznym, z szeregu możliwych. Tak więc wskaźniki skuteczności strzelania, określające stopień rażenia celu przy optymalnym wyborze punktów zerowych, powinny posiadać wartość maksymalną, a wskaźniki ekonomiczności - minimalną.

Wskaźnikiem ekonomiczności strzelania jest faktyczne zużycie mocy ładunków jądrowych na jednostkę /procent/ wartości oczekiwanej rażonej części celu /pewnie rażonej części celu/. Oznaczając stosunek ogólnej mocy ładunków jądrowych i wartości oczekiwanej rażonej części celu przez E, wskaźnik ekonomiczności strzelania można przedstawić w postaci :

$$E = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} q_i}{M_n} .$$

W przypadku szczególnym, gdy n = 1

$$E = \frac{q}{M} .$$

Jednoczesne zwiększenie skuteczności i ekonomiczności strzelania można osiągnąć tylko drogą optymalnego wyboru punktów zerowych i zwiększenia dokładności strzelania.

Jeżeli cel posiada względnie regularne kształty i jeżeli prawdziwa jest dla niego hipoteza o równomiernym rozmieszczeniu celów elementarnych i ich jednorodności, wtedy punkt zerowy zawsze wybiera się w środku geometrycznym celu. Jest to oczywiste, gdyż każde przesunięcie punktu zerowego od środka celu niezwłocznie prowadzi do obniżenia skuteczności i ekonomiczności strzelania.

Jeśli cel składa się z oddzielnych jednorodnych obiektów, wówczas współrzędne punktu zerowego określa się ze wzorów:

$$X_z = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} X_i \, Sc_i}{\sum_{i=1}^{i=k} Sc_i},$$

$$Y_z = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} Y_i \, Sc_i}{\sum_{i=1}^{i=k} Sc_i},$$

gdzie: X_z, Y_z - współrzędne punktu zerowego;

X_i, Y_i - współrzędne środka i - tego obiektu;

Sc_i - powierzchnia i - tego obiektu;

k - ilość obiektów w danym celu.

Należy jednak zaznaczyć, że wskazaną metodę określania punktu zerowego nie zawsze można stosować. Kiedy odległość między obiektami jest większa od promienia rażenia, to oczywiście nie ma sensu wyznaczanie punktu zerowego między nimi. Lepiej jest wtedy zrezygnować zupełnie z rażenia niektórych obiektów, a zadać większe straty innym.

Bardziej skomplikowane staje się to zagadnienie, gdy zachodzi potrzeba wyboru punktów zerowych, podczas zwalczania celu grupowego kilkoma rakietami. W tym przypadku podawane są tylko ogólne zasady, którymi można się posługiwać, a mianowicie :

- ilość punktów zerowych przy strzelaniu n rakietami powinna być równa ilości rakiet, jeśli cel grupowy posiada wymiary większe niż 4 Ug /4 U_s/; w przeciwnym razie wybiera się jeden punkt zerowy;

- odległości między punktami zerowymi powinny być równe ilorazowi połowy głębokości /szerokości/ celu i ilości rakiet, czyli :

$$d_g = 0{,}5\,\frac{Gc}{n}\,, \qquad d_s = 0{,}5\,\frac{Sc}{n}\,,$$

gdzie: d_g, d_s - odległości między sąsiednimi punktami zerowymi odpowiednio w głąb i wszerz;

Gc, Gs - głębokość i szerokość celu;

n - ilość rakiet.

Niekiedy rozkładu punktów zerowych dkonuje się tylko w głąb lub tylko wszerz.

Wymienione zasady i wzory dotyczące rozkładu punktów zerowych, przy wykonywaniu kilku uderzeń do jednego celu, nie są doskonałe, gdyż nie gwarantują optymalnego ich wyboru.

W n i o s k i

1. Zasadniczymi parametrami charakteryzującymi rażące działanie wybuchu jądrowego są :
   - nadciśnienie na czole fali uderzeniowej / Δp_f/;
   - impuls cieplny /U/ lub efektywny impuls cieplny /U_e/, /jako wynik promieniowania cieplnego/;
   - dawka promieniowania przenikliwego;
   - stopień promieniotwórczego skażenia terenu.

2. Jako wielkość określającą rażenie poszczególnymi czynnikami przyjmuje się średni stopień porażeń kombinowanych - w odniesieniu od ludzi i średnie uszkodzenia - w odniesieniu do sprzętu bojowego.

3. Przy określaniu skuteczności strzelania posługujemy się płaszczyznowym prawem rażenia i obliczeniową strefą rażenia wybuchu jądrowego.

4. Duży wpływ na wynik uderzenia jądrowego posiada rodzaj celu /charakter, stopień rozśrodkowania, wrażliwość, wymiary, kształt zajmowanej powierzchni itp/, a także wielkość błędów występujących podczas strzelania.

5. Wskaźnikami skuteczności strzelania rakietami jądrowymi są:
   - prawdopodobieństwo rażenia celu /p/;
   - pewnie rażona część /powierzchnia/ celu /S_0/;
   - maksymalnie rażona część /powierzchnia/ celu /S_{max}/;
   - wartość oczekiwana rażonej części /powierzchni/ celu /M/.

6. Zasadniczym wskaźnikiem skuteczności strzelania, przy wykonywaniu kilku uderzeń do jednego celu, jest wartość oczekiwana rażonej części /powierzchni/ celu. Stąd w aparacie teorii gier ten wskaźnik zostanie wykorzystany jako szacunkowe kryterium otrzymywanych wyników.

7. Dotychczas nie został definitywnie rozwiązany problem optymalnego wyboru punktów zerowych, gdy do zwalczania celu należy użyć kilka rakiet jądrowych. Istniejące ogólne wskazania nie gwarantują najbardziej dogodnego rozkładu punktów zerowych i przez to nie zapewniają

osiągnięcia maksymalnych wielkości wskaźników skuteczności i minimalnych wielkości wskaźników ekonomiczności strzelania. Wypływa stąd potrzeba szukania bardziej doskonałych metod rozwiązania omawianego zagadnienia.

III. MODELE MATEMATYCZNE DLA POTRZEB OKRESLENIA OPTYMALNEJ DECYZJI UŻYCIA SRODKOW JADROWYCH

Przy rozwiązywaniu praktycznych zadań występujących na polu walki zachodzi potrzeba analizy sytuacji, w których z reguły mamy do czynienia z dwiema przeciwstawnymi /wrogimi/ stronami, dążącymi do przeciwstawnych celów. Rezultat każdego przedsięwzięcia jednej ze strony zależy od tego, co uczyni przeciwnik. Takie sytuacje nazywamy sytuacjami konfliktowymi.

W zasadzie każda sytuacja podczas działań wojennych jest sytuacją konfliktową: każda z walczących stron stara się wszelkimi dostępnymi jej środkami nie dopuścić do sukcesu przeciwnika. Do sytuacji konfliktowych zalicza się i te, które wynikają przy wyborze systemu uzbrojenia, sposobów jego zastosowania i w ogóle podczas planowania i prowadzenia wszelkich działań bojowych. Jest kwestią bezsporną, że przy rozwiązywaniu podobnych zagadnień powinno się brać pod uwagę realne przeciwdziałanie przeciwnika, a w przypadku braku dostatecznych informacji - przeciwdziałanie najmniej dla nas korzystne.

Zagadnienie wykorzystania środków jądrowych stanowi podstawę decyzji /zamiaru/ podejmowanej przez osobę /zespół osób/, która posiada do dyspozycji te środki. Od rezultatów uzyskanych dzięki wykonaniu uderzeń jądrowych w decydującym stopniu będą zależały wyniki realizacji zadań stawianych związkom /oddziałom/ ogólnowojskowym. Stąd też, w każdym przypadku staramy się użyć środki jądrowe tak, aby osiągnąć jak największy efekt. Jako kryterium efektywności wykorzystuje się przy tym zazwyczaj jeden ze wskaźników skuteczności strzelania. Za bardziej efektywny uważa się taki przypadek w którym osiąga się bezwzględnie większe wskaźniki. Jednakże z uwagi na dużą ilość i różnorodność celów wystę-

pujących na polu walki trudno jest, w oparciu tylko o intuicję, odpowiedzieć czy wybrany wariant jest najlepszy, czy wobec tego nie można by uzyskać większego efektu, przyjmując inny sposób wykorzystania posiadanych środków. Najistotniejszym słabym punktem intuicyjnego podejścia do tego tak ważkiego problemu jest to, że nie w pełni można uwzględnić ewentualne działanie /przeciwdziałanie/ przeciwnika, mające na celu obniżenie efektu naszych poczynań. A przecież przeciwnik przedstawia sobą istotę rozumną, starającą się wykorzystać wszystkie nasze słabe strony dla uzyskania maksymalnych efektów. W żadnym razie nie można nie doceniać potencjalnego wroga i uważać go za prosty zdeterminowany mechanizm. Przy takim ustawieniu zagadnienia, pomocnym aparatem dla jego rozwiązania, może być teoria gier strategicznych. Jednakże z uwagi na niezmiernie zawiły problem, nawet przy zastosowaniu tej metody, nie można żądać natychmiastowych, rewelacyjnych rozwiązań. Wydaje się jednak, że rezultaty otrzymane przy zastosowaniu teorii gier mogą być przyczynkiem do dalszych badań i stanowić jednocześnie podstawę racjonalnego działania.

Z danych liczbowych przytoczonych w pierwszym rozdziale wyraźnie widać ograniczoność ilości środków jądrowych przydzielanych związkom operacyjnym /taktycznym/. Nie można więc je używać w dowolnych ilościach, a z uwagi na mnogość celów występujących na polu walki, nie będzie możliwości zwalczania wszystkich celów uderzeniami jądrowymi. Stąd więc osoby odpowiedzialne za planowanie użycia środków jądrowych stają każdorazowo przed problemem wyboru odpowiednich celów dla odpowiednich mocy ładunków jądrowych. Tradycyjnymi metodami wyboru dokonuje się przez porównanie opłacalności /ważności/ poszczególnych celów. Pojęcia te nie są jednak ściśle precyzowane i dlatego z reguły opłacalność celu, dla wykonania uderzeń jądrowych, określa się intuicyjnie, biorąc w zasadzie pod uwagę tylko osiągane wskaźniki skuteczności strzelania. Oczywiście przy stosowaniu takiej metody rozumowania i wnioskowania zawsze jesteśmy narażeni na duże ryzyko co do słuszności dokonanego wyboru. Można generalnie stwierdzić, że otrzymanie rozwiązania optymalnego będzie tylko dziełem przypadku, gdyż bez zastosowania ścisłych metod nie ma żadnych podstaw do oceny podjętej decyzji. Już na podstawie tych

krótkich rozważań wynika potrzeba stosowania takich metod, które umożliwiałyby dokonanie jednoznacznej oceny decyzji dotyczącej użycia środków jądrowych.

Równocześnie z określeniem optymalnych sposobów stosowania środków jądrowych, poszukuje się możliwie najskuteczniejszych sposobów obrony przed ich niszczącym działaniem. Jednym z zasadniczych sposobów obrony jest odpowiednie rozmieszczenie /rozczłonkowanie i rozśrodkowanie/ wojsk na polu walki. O decydującej roli rozmieszczenia wojsk można przekonać się na prostym przykładzie. Jeżeli wojska przeciwstawnych stron są w bezpośredniej styczności i ugrupowanie ich jest płytkie, wówczas zarówno jedna jak i druga strona posiadają ograniczenia w użyciu środków jądrowych podyktowane względami bezpieczeństwa własnych wojsk. Następnie, im związek /oddział, pododdział/ jest bardziej rozśrodkowany, to znaczy zajmuje większą powierzchnię, tym większą moc środka jądrowego należy użyć aby osiągnąć żądany skutek i odwrotnie. Jednakże wielkość powierzchni zajmowanej przez poszczególne elementy ugrupowania bojowego związku /oddziału/ nie może być dowolna, istnieje bowiem pewna optymalna wielkość - najbardziej odpowiednia z operacyjno-taktycznego punktu widzenia. Na przykład, ppłk BIDZIŃSKI w pracy doktorskiej określa, że optymalna powierzchnia ugrupowania stutysięcznej armii wyposażonej w transportery opancerzone powinna wynosić 16914 km^2, a wyposażonej w samochody - 18378 km^2, natomiast dziesięciotysięcznej dywizji odpowiednio 321 km^2 i 510 km^2 :1/ Aby móc jednak stwierdzić, o przydatności danej formy ugrupowania bojowego, biorąc pod uwagę możliwe uderzenia jądrowe, wydaje się słusznym przyjęcie jako kryterium efektywności - prawo zależności kwadratowej Lanchestera [46].

Z szeregu zadań wykonywanych przy użyciu środków jądrowych, ważne miejsce zajmuje zwalczanie środków napadu jądrowego nieprzyjaciela. Na prioritet tego zadania nad innymi, bardzo wyraźnie wskazują wszystkie oficjalne wydawnictwa /w tym głównie instrukcje i regulaminy/ tak naszego obozu jak i państw kapitalistycznych. Ponieważ zagadnieniu zwal-

1/ ppłk dypl. Bogusław BIDZIŃSKI "Wpływ broni rakietowo-jądrowej na operacyjne ugrupowanie armii w działaniach zaczepnych". Rozprawa doktorska, REMBERTÓW, styczeń 1963 r. str. 33.

czania środków napadu jądrowego nieprzyjaciela poświęcono dotychczas dość dużo uwagi, między innymi napisano kilka rozpraw doktorskich, dlatego też w niniejszej pracy nie będzie rozpatrywane optymalne użycie środków jądrowych w odniesieniu do tego zadania. Natomiast główna uwaga zostanie zwrócona na określenie optymalnego wykorzystania środków jądrowych przy zwalczaniu sił żywych i środków ogniowych nieprzyjaciela.

Zanim przejdziemy do rozpatrzenia metody opracowania i rozwiązania modelu matematycznego odzwierciedlającego realną sytuację, omówimy krótko zasadnicze pojęcia i istotą teorii gier oraz równań Lanchestera.

1. Podstawowe pojęcia i definicje teorii gier

Celem teorii gier jest opracowanie wskazówek dla racjonalnego działania każdego z przeciwników w sytuacji konfliktowej. Obfitość takich sytuacji w realnej rzeczywistości współczesnego pola walki, czyni teorię gier niezbędnym aparatem przy rozwiązywaniu tych tak istotnych i skomplikowanych problemów.

Każda sytuacja konfliktowa, wzięta bezpośrednio z praktyki, jest dość złożona, a jej analiza utrudniona istnieniem licznych czynników ubocznych. Aby umożliwić analizę matematyczną danej sytuacji, trzeba uwolnić się od drugorzędnych /ubocznych, nieistotnych/ czynników i zbudować uproszczony, w pewnym sensie sformalizowany, model sytuacji. Taki model nazywamy grą.

Gra różni się tym od rzeczywistej sytuacji konfliktowej, że jest prowadzona według ściśle określonych reguł. Rozwój gry w czasie przedstawiamy jako ciąg następujących po sobie etapów, czyli ruchów. Ruchem w teorii gier nazywa się wybór jednej z wielu alternatyw przewidzianych regułami gry. Ruchy dzielą się na określone i losowe.

Ruchem określonym - nazywamy świadomy wybór i urzeczywistnienie, przez jedną ze stron, jednego z możliwych w danej sytuacji - ruchów. Zbiór możliwych alternatyw przy każdym określonym ruchu jest dany przez reguły gry i zależy od całego ciągu poprzednich ruchów obu stron.

Ruchem losowym nazywa się wybór z szeregu możliwości,

dokonany nie przez uczestnika gry, a przez jakikolwiek mechanizm wyboru losowego. Przykładowo, ruchem losowym mogą być np. warunki atmosferyczne, na które żadna ze stron nie ma wpływu.

Na to, żeby gra była określona matematycznie, potrzeba aby reguły gry podawały rozkład prawdopodobieństw możliwych wyników przy każdym ruchu losowym.

W grze mogą się ścierać cele dwu lub więcej przeciwników; w pierwszym wypadku gra nazywa się dwuosobową, w drugim - wieloosobową. Uczestnicy gry wieloosobowej mogą w trakcie gry tworzyć koalicje - stałe lub czasowe. Gdy w grze wieloosobowej są dwie stałe koalicje, gra taka staje się grą dwuosobową. Gry dwuosobowe mają największe znaczenie praktyczne.

Gry dzielą się nie tylko według rodzaju ruchów i ilości uczestników, lecz także podług charakteru i ilości informacji o działaniu przeciwnika, dostępnej dla każdej ze stron. Wyodrębnioną klasę stanowią tak zwane gry o kompletnej informacji, są to takie gry, w których każda strona zna przy każdym określonym ruchu wyniki wszystkich poprzednich ruchów, tak określonych, jak i losowych. Jednak większość gier mających praktyczne znaczenie nie należy do klasy gier o kompletnej informacji, ponieważ nieznajomość powodów działania przeciwnika zwykle jest istotnym elementem sytuacji konfliktowych.

Jednym z podstawowych pojęć teorii gier jest pojęcie strategii. Strategią danej strony nazywa się zbiór reguł, określających w zależności od sytuacji, która się wytworzyła w trakcie gry, jednoznacznie wybór każdego określonego ruchu przez tę stronę.

Zazwyczaj wybór każdego określonego ruchu zostaje dokonany przez uczestnika w czasie gry w zależności od wytworzonej konkretnej sytuacji. Jednakże rzecz teoretycznie się nie zmieni jeśli sobie wyobrazimy, że strona dokonuje wcześniej wszystkich tych wyborów. W tym celu dana strona powinna uprzednio zestawić wszystkie sytuacje możliwe w czasie gry i przewidzieć swoje rozwiązanie dla każdej z nich. Jest to w zasadzie /przynajmniej teoretycznie/ możliwe dla dowolnej gry. Jeśli taki system rozwiązania zostanie przyjęty, to powiemy, że uczestnik wybrał określoną strategię /zbiór strategii/.

W zależności od liczby możliwych strategii gry dzielą się na skończone i nieskończone.

Grą skończoną nazywamy grę, w której każda strona ma tylko skończoną liczbę strategii. Gra skończona, w której strona P ma m strategii, a strona R ma n strategii nazywa się grą m x n.

Przypuśćmy, że każda strona wybrała określoną strategię. Niech dla jednej strony będzie to strategia P_i dla drugiej - R_j. Jeśli gra składa się tylko z ruchów określonych, towwybór strategii P_i i R_j jednoznacznie określa wartość gry, to znaczy wygraną.

Jeśli w grze oprócz ruchów określonych występują i ruchy losowe, to wygrana, przy strategiach P_i i R_j jest zmienną losową, zależną od wyników wszystkich ruchów losowych. W takim przypadku naturalnym oszacowaniem wygranej jest wartość oczekiwana.

W grze dwuosobowej z diametralnie przeciwstawnymi celami, zwiększenie wygranej jednej strony oznacza zmniejszenie wygranej - drugiej. Nie naruszając ogólnych zasad, można przyjąć sumę wygranych obu stron równą zero i traktować wygraną jednej strony jako przegraną drugiej. Gry takie noszą nazwę gier o sumie zero.

Niemal wszystkie gry dwuosobowe realizowane są w następujący sposób. Dane są dwa zbiory X i Y oraz funkcja rzeczywista dwóch zmiennych $z = f(x,y)$, gdzie $x \in X$ i $y \in Y$.

Strony P i R wybierają po jednym elemencie x i y odpowiednio ze zbiorów X i Y i po ujawnieniu tych wyborów jedna ze stron płaci drugiej wartość równą $f(x,y)$. Można się umówić, że zawsze strona P płaci stronie R, nie oznacza to jednak, że strona R stoi na stracownej pozycji, gdyż w rzeczywistości płaci ona tylko wtedy, gdy wartość funkcji $f(x,y)$ jest dodatnia, zaś ujemne wartości tej funkcji odpowiadają jego wygranej. Zbiory X i Y nazywamy zbiorami strategii, funkcję $z = f(x,y)$ - funkcją wypłaty.

Takie gry nazywa się grami macierzowymi lub prostokątnymi. /Należy zaznaczyć, że gry macierzowe nie stanowią szczególnej klasy gier, gdyż wiele różnorodnych gier można sprowadzić do postaci gier macierzowych/.

Nazwę tą wyjaśnia następująca interpretacja gry tego typu.

Macierz posiadająca m wierszy i n kolumn, nazywa się macierzą m x n, a grę o macierzy m x n, grą m x n.

Proces gry m x n o macierzy

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots & a_{1j} & \cdots\cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots & a_{2j} & \cdots\cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{i1} & a_{i2} \cdots & a_{ij} & \cdots\cdots & a_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} \cdots & a_{mj} & \cdots\cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

można przedstawić następująco. Strategiami stron P i R są tutaj odpowiednio wiersze i kolumny macierzy M, funkcja wypłaty wynosi $f\ /i,j/ = a_{ij}$, gdzie $i \in /1,2, \ldots\ldots, m/$, $j \in /1,2, \ldots\ldots, n/$.

Jeśli strona P wybrała i - ty wiersz macierzy M, strona R wybrała j- tą kolumnę tej macierzy, wtedy strona R płaci P wartość równą a_{ij}, tj. wartość równą elementowi macierzy M, znajdującemu się w i-tym wierszu i j-tej kolumnie.

Celem strony P jest naturalnie, otrzymanie możliwie dużej wygranej. Natomiast cel strony R polega na tym, aby spowodować możliwie małą wygraną strony P. Dlatego postępowanie obu stron w grze macierzowej powinno opierać się na następującym rozumowaniu.

Niech strona P wybierze pewną swoją strategię i. Wówczas w najgorszym przypadku /a w teorii gier zakłada się, że strony są bardzo ostrożne i liczą na najmniej sprzyjający dla siebie obrót wypadków; taka najmniej dogodna dla strony P sytuacja może mieć miejsce, na przykład wówczas, gdy strategia i będzie znana stronie R/ otrzyma on wygraną równą min a_{ij}. Aby wyeliminować czynnik ryzyka i jednocześnie zapewnić

sobie możliwie dużą wygraną strona P powinna wybrać swoją strategię i_o tak, aby maksymizować tę swoją najmniejszą wygraną, tj.

$$\min_j a_{i_o j} = \max_i \min_j a_{ij} \qquad /1/.$$

Oznacza to, że prawa strona równania /1/ jest gwarantowaną wygraną P.

Strona R natomiast dla zagwarantowania sobie możliwie małej przegranej powinna wybrać tę strategię jo, dla której wartość $\max_i a_{ij}$ jest najmniejsza, tj. :

$$\max_i a_{i j_o} = \min_j \max_i a_{ij} \qquad /2/$$

Prawa strona równania /2/ jest tą wartością wygranej strony P, powyżej której, przy prawidłowym działaniu przeciwnika, otrzymać ona nie może.

Liczby $W_1 = \max_i \min_j a_{ij}$ i $W_2 = \min_j \max_i a_{ij}$ nazywamy odpowiednio dolną i górną wartością gry, zaś odpowiadające tym liczbom strategie i_o i j_o nazywamy strategiami minimaksymalnymi.

Jeżeli zachodzi równość między wyrażeniami /1/ i /2/, tj.:

$$\max_i \min_j a_{ij} = \min_j \max_i a_{ij} \qquad /3/$$

wówczas wygrana strony P jest liczbą określoną, gra ma tak zwany punkt siodłowy, wygrana /3/ nazywa się wartością gry i jest równa elementowi macierzy $a_{i_o j_o}$. Gry takie nazywamy grami z punktem siodłowym.

Elementowi macierzy $a_{i_o j_o}$ /punktowi siodłowemu/ odpowiada para strategii minimaksymalnych /$i_{o j_o}$/. Te strategie nazywają się optymalnymi, a ich zbiór - rozwiązaniem gry.

Jeżeli równość /3/ zastąpimy nierównością

$$\max_i \min_j a_{ij} < \min_j \max_i a_{ij} \qquad /4/$$

wtedy strona P widząc, że wybór strategii i_o zapewnia jej wygraną nie sięgającą górnej wartości gry, naturalnie powinna spróbować poszukać dalszych możliwości zwiększenia wygranej. Analogicznie powinna postępować i strona R.

Dodatkowe możliwości stron polegają na tym, że mogą one wybierać swoje strategie /tj. wiersze i kolumny macierzy/ losowo i niezależnie jedna od drugiej. Losowy wybór swoich strategii przez daną stronę, nazywa się strategią mieszaną tej strony, w odróżnieniu od jednej strategii, którą nazywamy strategią czystą.

W grze m x n strategią mieszaną strony P będziemy nazywać uporządkowany układ m liczb rzeczywistych nieujemnych spełniających warunek

$$\sum_{i=1}^{i=m} x_i = 1;$$

przy czym można rozpatrywać je jako częstości, z którymi P wybiera swoje strategie ze zbioru i, i $\in$ /1,2,...., m/.

W dalszym ciągu będziemy wykorzystywać symbol S_m dla oznaczenia zbioru m - wymiarowych wektorów /strategii mieszanych/.

Analogicznie, strategią mieszaną strony R będziemy nazywać zbiór Sn, tj. uporządkowany układ liczb rzeczywistych nieujemnych $y_1, y_2, \ldots\ldots, y_n$ spełniających warunek

$$\sum_{j=1}^{j=n} y_j = 1.$$

Jest rzeczą oczywistą, że każda czysta strategia x_k jest szczególnym przypadkiem strategii mieszanej /x_1 x_2, ..., x_n , gdzie $x_k = 1$, i $x_i = 0$ dla $i \neq k$.

Jeśli P stosuje strategię mieszaną $X = x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$, a R stosuje strategię mieszaną $Y = y_1, y_2, \ldots\ldots, y_n$/ , to wartość oczekiwaną wygranej dla P określa się wzorem :

$$E\ /X, Y/ = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_i\, y_j .$$

Jeżeli okaże się, że dla pewnego $X^* \in S_m$ i pewnego $Y^* \in S_n$ i dla wszystkich $X \in S_m$ i wszystkich $Y \in S_n$

$$E\ /X, Y^*/ \leq E\ /X^*, Y^*/ \leq E\ /X^*, Y/ \qquad /5/,$$

wówczas X^* i Y^* nazywamy optymalnymi strategiami mieszanymi odpowiednio P i R, a $E\ /X^*, Y^*/$ - wartością gry. Jeżeli X^*

Y^* są optymalnymi strategiami P i R, to niekiedy uporządkowaną parę X^* i Y^* nazywamy rozwiązaniem gry.

Istota intuicyjnej adekwatności powyższych określeń polega na następującym. Jeśli X^* i Y^* są strategiami mieszanymi spełniającymi warunek /5/, wówczas P stosując strategię X^* może być pewnym, że w najgorszym wypadku otrzyma $E\ /X^*\ ,\ Y^*/$, niezależnie od tego co uczyni R.

Analogicznie, R stosując strategię Y^* może nie dać wygrać dla P więcej niż $E\ /X^*,\ Y^*/$. Tak więc $E\ /X^*\ ,\ Y^*\ /$ jest tą sumą, którą P może otrzymać wybierając X^* , a R może ograniczyć tę sumę, wybierając Y^* .

Jeśli dwie wielkości

$$V_1 = \max_{X \in S_m} \min_{Y \in S_n} E\ /X, Y/$$

i

$$V_2 = \min_{Y \in S_n} \max_{X \in S_m} E\ /X, Y/$$

istnieją i są równe, wtedy istnieją strategie mieszane spełniające warunek /5/, a więc gra posiada wartość /oznaczamy ją przez V/ i obie strony posiadają strategie optymalne.

Wypowiedziane wyżej twierdzenie wyraża treść tak zwanego fundamentalnego twierdzenia teorii gier. Niekiedy jest ono nazywane twierdzeniem o minimaksie.

Twierdzenie to ma następującą treść:[1/]

"Niech

$$A = \begin{bmatrix} a_{11}, a_{12}, \ldots\ldots\ldots a_{1n} \\ a_{21}, a_{22}, \ldots\ldots\ldots a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}\ a_{m2}\ldots\ldots\ldots\ldots a_{mn} \end{bmatrix}$$

- pewna macierz, i niech wartość oczekiwana wygranej $E\ /X,Y/$ dla dowolnego $X = /x_1, x_2, \ldots, x_m/$ i dowolnego $Y = /y_1, y_2, \ldots y_n/$, będących odpowiednio elementami zbiorów S_m i S_n, określ-

---

1/ J.C.C. McKinsey "Introduction to the theory of games", tłumaczenie rosyjskie "Wwiedienije w tieoriju igr", Gosudarstwiennoje Izdatielstwo Fiziko-Matiematiczeskoj Litieratury, Moskwa - 1961 r., str. 49.

lona następująco :

$$E\,/X, Y/ = \sum_{i=1}^{m} \sum_{i=j}^{n} a_{ij}\, x_1\, y_j \,.$$

Wówczas wielkości

$$\max_{X \in S_m} \quad \min_{Y \in S_n} \quad E\,/X, Y/$$

i

$$\min_{Y \in S_n} \quad \max_{X \in S_m} \quad E/X, Y/$$

istnieją i są równe".

Twierdzenie to może być również sformułowane następująco. "Każda gra macierzowa posiada wartość; każda strona w grze macierzowej posiada zawsze strategię optymalną".

Metody rozwiązywania gier macierzowych nie są jednolite. Niektóre proste przypadki można rozwiązywać przy pomocy prostych działań arytmetycznych lub wykreślnie. Pewne typy gier dają się rozwiązać metodami programowania liniowego. Jednak najbardziej ogólną metodą umożliwiającą określenie strategii optymalnych i wartości gry jest metoda, w której zasadniczym aparatem matematycznym jest algebra macierzy. Ta metoda najlepiej nadaje się do obliczeń wykonywanych przez elektroniczne maszyny cyfrowe.

Niektóre sposoby rozwiązywania gier macierzowych zostaną przedstawione niżej, przy rozpatrywaniu optymalizacji użycia środków jądrowych w konkretnych sytuacjach taktycznych.

2/ Równania Lanchestera

W każdym konflikcie zbrojnym między dwiema stronami, główną uwagę zwraca się na stronę ilościową nawet wówczas, gdy wynik jest oceniany w przybliżeniu. Istotną bowiem rolę odgrywa nie tylko przewidywane zwycięstwo lecz również i straty obu stron, które można traktować jako funkcję czasu.

Podejmując decyzję na prowadzenie działań bojowych pożądanym by było dać odpowiedź, kiedy zostanie osiągnięte zwycięstwo lub kiedy straty własnych sił będą minimalne, względnie kiedy większość sił zostanie zniszczona. Odkąd zwycięzca posiada więcej strat niż wymaga tego wygranie.

walki, powstaje problem odnośnie angażowania dodatkowych sił ponad konieczne minimum. Zaangażowanie dodatkowych sił powiększa skalę strat, jako funkcji ogólnej ilości użytych jednostek, podczas gdy siły te można by użyć w innej walce /na innym kierunku/.

Jedną z najstarszych zasad odnośnie prowadzenia wojen jest pogląd, że wojnę wygrywa się mając przewagę sił nad siłami przeciwnika. Pogląd ten wyraża zasadę "koncentracji sił". Zasadę tę matematycznie dowiódł w roku 1916 matematyk angielski F.W. Lanchester. Lanchester wyprowadził równanie, na podstawie którego doszedł do twierdzenia, że w warunkach pola walki /bitwy/ efektywność bojowa określonych sił zbrojnych walczących stron jest wprost proporcjonalna do iloczynu średniej efektywności każdej jednostki przez kwadrat liczby dysponowanych jednostek. Twierdzenie to może być również sformułowane inaczej: efektywność bojowa stron wyraża się stosunkiem kwadratów ilości strat poniesionych w walce. Tak wypowiedziane prawo Lanchestera może być wyrażone następującą zależnością:[1/]

$$E = \frac{x_o^2 - x^2}{y_o^2 - y^2} \qquad /1/$$

lub

$$\alpha /x_o^2 - x^2/ = \beta /y_o^2 - y^2/ \qquad /2/$$

gdzie: E - efektywność bojowa względna stron walczących, przy czym jako kryterium efektywności przyjęto stosunek strat ponoszonych przez obie strony;

x_o - początkowa ilość sił jednej strony /w chwili rozpoczęcia walki/;

x - końcowa ilość sił jednej strony /po zakończeniu walki/;

y_o, y - odpowiednio początkowa i końcowa ilość sił drugiej strony;

α - efektywność bojowa jednostki strony x;

β - efektywność bojowa jednostki strony y.

Aczkolwiek stwierdzenie to, ani same równania, nie mogą prowadzić do daleko idących uogólnień, tym niemniej warto temu problemowi poświęcić nieco więcej uwagi i zbadać możli-

1) Ph. M. Morse, G.E. Kimball - Wyd. Nauk. str. 148

wości wykorzystania otrzymanych wyników jako pomocniczego kryterium przy rozwiązywaniu zagadnienia optymalizacji użycia środków jądrowych.

Studiując istotę tego prawa i zachodzące w nim zmiany, należy wyjaśnić charakter pewnych założeń dotyczących problemu walki. Zakłada się, że liczba jednostek x_0 jednej strony wiąże się w walce z y_0 jednostkami drugiej strony. Zasadniczym celem walki jest zniszczenie jednostek przeciwnika, przy czym teoretycznie walka może trwać tak długo, aż nie zostaną zniszczone wszystkie jednostki strony przeciwnej. Efektywność bojowa α / β / jest wyrażana jako zdolność zniszczenia jednej jednostki przeciwnika w ciągu określonej jednostki czasu. W ogólnym przypadku liczba zniszczeń na jednostkę czasu może być uważana jako zmienna losowa o wartości oczekiwanej α / β /, która jest zależna od ilości jednostek każdej ze stron. Rozpatrywaną sytuację można uczynić bardziej realną, przez uwzględnienie strat innych niż z powodu akcji przeciwnika. Straty powstałe poza bezpośrednim starciem obu stron przyjęto nazywać stratami operacyjnymi. /Można je w pewnym sensie utożsamiać z ubytkami naturalnymi/. Straty operacyjne mogą być uważane jako proporcjonalne do liczby jednostek uczestniczących w danej walce. W dalszych rozważaniach przyjmiemy, że efektywność i skala strat operacyjnych jest stała w czasie i stała dla wszystkich jednostek. Dla pełnej swobody analizy matematycznej omawianej sytuacji, jej model może być przyjmowany jako ciągły.

Próbę przedstawienia walki przy pomocy ścisłych zależności matematycznych zapoczątkowaną przez Lanchestera, rozwinęło szereg autorów. Wymienić tu należy cytowaną już pracę Ph. M. Morse a i G.E. Kimball a pt.: "Methods of Operations Research". Autorzy tej pracy rozważali przebieg całej wojny, tj. serię pojedynczych bitew /oczywiście w wojnie bez użycia broni jądrowej/, analizowanych przez Lanchestera i wyrażających się jego równaniami. Rozwinięcie to przyjęło postać dwóch uogólnionych równań różniczkowych, wyrażających skuteczność działania obu przeciwstawnych stron :

$$\frac{dx}{dt} = P - ax - \beta y \qquad /3/,$$

$$\frac{dy}{dt} = Q - by - \alpha x \qquad /4/.$$

gdzie: P - możliwości uzupełniania strat strony M;
Q - możliwości uzupełniania strat strony N;
a,b - procent strat operacyjnych odpowiednio strony M i N;
x,y - ilość jednostek odpowiednio strony M i N.

Równania te słownie wyrażają zmianę liczebności sił poszczególnych stron w obranej jednostce czasu, jako różnicę pomiędzy możliwością uzupełniania strat a stratami operacyjnymi i stratami wojennymi. Człony równań $-\alpha x$ i $-\beta y$ wyrażają szybkość zmian liczebności danej strony, to znaczy, wraz ze wzrostem sił jednej strony maleją siły strony przeciwnej.

Jeśli weźmiemy pod uwagę stosunkowo krótki okres czasu, wówczas nie popełniając większego błędu możemy przyjąć, że obie strony nie posiadają możliwości uzupełniania strat, tj. P= 0 i Q = 0. Kładąc te wartości do /3/ i /4/ otrzymamy bardziej uproszczoną postać tych równań, mianowicie :

$$\frac{dx}{dt} = - ax - \beta y \qquad /5/$$

$$\frac{dy}{dt} = - by - \alpha x. \qquad /6/$$

Równania /5/ i /6/ tworzą układ równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu. Rozwiązując ten układ równań przy warunkach początkowego $x\,/o/ = x_o$ i $y/o/ = y_o$ otrzymamy następujące wartości na x i y /jako funkcje czasu/ : 1/

$$x\,/t/ = x_o \exp\,/-mt/ \left\{ \cosh nt - \frac{1}{n}\left[\frac{y_o}{x_o}\beta + \frac{1}{2}\,/a - b/\right] \cdot \sin hnt \right\}$$

$$y\,/t/ = y_o \exp\,/-mt/ \left\{ \cosh nt - \frac{1}{n}\left[\frac{x_o}{y_o} + \frac{1}{2}\,/b - a/\right] \cdot \sin hnt \right\} \qquad /8/;$$

gdzie:

$$m = \frac{1}{2}\,/a + b/ \;;$$

$$n = \left[\alpha\beta + \frac{1}{4}\,/b - a/^2\right]^{\frac{1}{2}} .$$

1/ R.E.Bach, J.L. Dolansky, H.L. Stubss "Some Recent Contributions to the Lanchester Theory of Combat", Operations Research, Vol. 10, num. 3, 1962 r.

Jeżeli walka będzie trwała krótko, bez szkody dla ogólności rozważań można przyjąć, że straty operacyjne są bardzo małe, a stąd mogą nie być brane pod uwagę. Jeśli weźmiemy skrajny przypadek, tj. według poprzednio przyjętych oznaczeń, a = b = 0, wówczas równania /5/ i /6/ zredukują się do postaci.

$$\frac{dx}{dt} = -\beta y \; ; \; \frac{dy}{dt} = -\alpha x \qquad /9/$$

Rozwiązując ten układ równań dla warunków początkowych

$$x\,/0/ = x_0 \; , \qquad y\,/0/ = y_0 \qquad /10/$$

otrzymamy :

$$x = -\frac{1}{2}\,/y_0 - x_0/\,\exp\,/\alpha t/ + \frac{1}{2}\,/x_0 + y_0/\,\exp\,/-\alpha t/ \qquad /11/,$$

$$y = \frac{1}{2}\,/y_0 - x_0/\exp\,/\alpha t/ + \frac{1}{2}\,/x_0 + y_0/\exp\,/-\alpha t/ \qquad /12/.$$

Podnosząc /25/ i /26/ stronami do kwadratu oraz odejmując pierwsze równanie od drugiego, będziemy mieli,

$$y_0^2 - y^2 = x_0^2 - x^2 \qquad /13/$$

Szczegółowe rozwiązanie - patrz załącznik nr 8.

Ze wzorów /7/ i /8/ wynika, że rozwiązania równań /5/ i /6/ są dość skomplikowane i interpretacja ich jest stosunkowo trudna. Jednak sytuacja znacznie się upraszcza, jeżeli nie będziemy brali pod uwagę strat operacyjnych. To pewne uproszczenie nie odbiega daleko od realnych sytuacji bojowych, jeśli tylko rozpatrywany czas działań nie będzie zbyt długi. Warunki te będą spełnione w przypadku rozważania jednej bitwy czy też operacji. Nie popełniamy tym samym istotnego błędu, gdyż rzeczywiście w toku trwania jednej bitwy /operacji/ tylko w bardzo nielicznych wypadkach uzupełnia się straty bojowe, a straty operacyjne /naturalny ubytek stanu osobowego, moralne zużycie sprzętu bojowego i straty spowodowane innymi przyczynami niż bezpośrednie oddziaływanie przeciwnika/ będą stanowiły bardzo znikomy procent całości sił i wobec tego mogą być przyjmowane jako równe zeru w tym sensie, że nie będą wywierały zasadniczego wpływu na wartość bojową wojsk. Opierając się na przytoczonych argumentach analizę walki można przepro-

wadzić w oparciu o rozwiązanie równań różniczkowych Lanchestera /9/. W dalszej części pracy zostaną one wykorzystane jako kryterium efektywności przy określaniu optymalnego sposobu użycia środków jądrowych.

Wszelkie sytuacje bojowe są niezmiernie złożone i dlatego aby móc je analizować przy wykorzystaniu współczesnych metod matematycznych nieuniknione są pewne uproszczenia. Należy jednak pamiętać, że przyjmowane założenia nie mogą wypaczać zasadniczego charakteru sytuacji. Przy tym warunku wszystkie wyniki otrzymane drogą rozumowań opartych na naukach ścisłych zawsze będą stanowiły realną wskazówkę dla podjęcia, jeśli nawet nie optymalnej, to w każdym razie rozsądnej decyzji.

Biorąc za podstawę wspomniane wyżej kryterium efektywności oraz inne niezbędne czynniki, można zbudować model matematyczny danej sytuacji, umożliwiający określenie optymalnego sposobu wykorzystania środków jądrowych. Trudno by było zbudować jeden model odpowiadający wszystkim konkretnym warunkom, dlatego celowym będzie przedstawienie możliwych sytuacji w postaci kilku modeli. Do najbardziej typowych zadań zaliczamy następujące :

- określenie optymalnego sposobu użycia środków jądrowych do zwalczania sił żywych i środków ogniowych;
- określenie optymalnego wariantu punktów zerowych podczas zwalczania celu kilkoma środkami jądrowymi;
- optymalny podział zadań między poszczególne pododdziały /oddziały/ wykonujące uderzenia jądrowe.

3. Sformułowanie modelu matematycznego dla określenia optymalnego sposobu użycia środków jądrowych do zwalczania sił żywych i środków ogniowych nieprzyjaciela.

Rozważmy następującą sytuację ogólną. Dwie przeciwstawne strony, które w dalszej części będziemy nazywać "czerwoni" i "niebiescy", dysponując odpowiednią ilością środków jądrowych i sił ogólnowojskowych, dla realizacji postawionych im zadań muszą stoczyć walkę między sobą. Jednym z głównych celów każdej ze stron jest rozbicie przeciwnika, gdyż jest to podstawowym warunkiem wykonania zadania. W

rozbiciu zasadniczych sił przeciwnika decydującą rolę odgrywają środki jądrowe. Każda strona dąży do organizacji działań w ten sposób, aby zadając maksymalne straty przeciwnikowi jednocześnie minimizować straty własnych wojsk. Straty jednej strony są funkcją sposobu użycia środków jądrowych strony przeciwnej, przy czym funkcja ta osiąga wartość maksymalną, przy optymalnym wariancie wykorzystania środków jądrowych. Strona podlegająca rażeniu środkami jądrowymi może minimizować zadawane jej straty przez przyjęcie odpowiedniego ugrupowania. Decyzja więc, zarówno dotycząca użycia środków jądrowych jak i ugrupowania wojsk, nie będzie jednoznaczna. Powstaje więc konieczność dokonania wyboru spośród wszystkich możliwych alternatyw realizacji planowanych zamierzeń - najlepszej, z punktu widzenia przyjętego kryterium efektywności. Wyboru optymalnej alternatywy można dokonać przy pomocy teorii gier na podstawie niżej przedstawionego modelu. Łatwo jest zauważyć, że odpowiednią będzie klasa gier macierzowych.

Wprowadźmy następujące oznaczenia :

C^k - wariant ugrupowania bojowego strony "czerwonych", /k = 1,2, ..., m/;

W_i^k - miejsce danego elementu ugrupowania bojowego /W_i/ w zależności od przyjętego wariantu ugrupowania związku /oddziału/ "czerwonych" /i = 1,2, ..., r/;

$\gamma_i^k xp$ - początkowy stan sił w i - tym elemencie ugrupowania "czerwonych", $0 \leq \gamma_i^k \leq 1$;

xp - ogólny początkowy stan sił "czerwonych";

$\lambda_i^{k,}$ - wartość oczekiwana strat ponoszonych przez element W_i^k "czerwonych" po wykonaniu uderzeń jądrowych przez stronę "niebieskich";

D^l - wariant ugrupowania bojowego strony "niebieskich", / l = 1,2,....., n /;

V_j^l - miejsce danego elementu ugrupowania bojowego /V_j/ w zależności od przyjętego wariantu ugrupowania związku /oddziału/ "niebieskich" /j = 1,2,....., u /;

$\eta_j^{l y_p}$ - początkowy stan sił w j-tym elemencie ugrupowania "niebieskich", $0 \leq \eta_j^{l} \leq 1$;

y_p - ogólny początkowy stan sił "niebieskich";

μ_j^{ls} - wartość oczekiwana strat ponoszonych przez element V_j "niebieskich" po wykonaniu uderzeń jądrowych przez stronę "czerwonych".

Niech "czerwoni" przyjmą jeden z możliwych wariantów ugrupowania, w którym położenie dowolnego elementu jest określone symbolem W_i^1. "Niebiescy" znając przyjęte ugrupowanie bojowe przez przeciwnika, decydują się wykonać uderzenie jądrowe na wybrane cele. Na każdy cel przewiduje się wykonać pewną ilość uderzeń określonej mocy. W wyniku uderzeń jądrowych cele zostaną rażone, a wartość oczekiwana rażonej ilości celów λ_i^{ks} zależy od ilości i typu środków, charakteru i wymiarów celu oraz błędów strzelania. Wielkość tę można obliczyć jednym ze sposobów omówionych w poprzednim rozdziale lub przy pomocy wykresów /załącznik nr 6 i 7/.

Ponieważ interesuje nas wartość oczekiwana ocalałej /nierażonej/ ilości celów, obliczymy więc ją z prostej równości

$$\lambda_i^k = 1 - \lambda_i^{ks} \qquad /1/$$

gdzie λ_i^k - wartość oczekiwana ocalałej części celu W_i^k przy wykonaniu przez "niebieskich" uderzenia jądrowego.

"Niebiescy" również mogą przyjąć jeden z możliwych wariantów ugrupowania l /$l = 1,2, \ldots, n$/. Załóżmy, że w przyjętym wariancie położenie dowolnego elementu ugrupowania /celu/ jest określone symbolem V_j^1. "Czerwoni" wiedząc jakie ugrupowanie wybrali przeciwnicy, planują wykonać uderzenia jądrowe na poszczególne cele. Ilość i typy używanych środków jądrowych bezpośrednio wpływają na wielkość wartości oczekiwanej rażonych celów. Jeżeli na cel V_j^1 wykonywane jest uderzenie jądrowe, wówczas wartość oczekiwana rażonej ilości celów wyniesie μ_j^{ls}, a nierażonej ilości

$$\mu_j^{l} = 1 - \mu_j^{ls} \qquad /2/$$

Podczas rozpatrywania zagadnienia wyboru celów dla uderzeń jądrowych, możliwe warianty ugrupowania przeciwnika i rozmieszczenie jego poszczególnych elementów, można ustalić na podstawie znajomości ogólnych zasad prowadzenia działań bojowych i przyjmowanych norm operacyjno-taktycznych. Chodzi bowiem o to, aby zawczasu rozpatrzyć przyjęte a priori alternatywy i wybrać spośród nich najbardziej efektywny sposób użycia środków jądrowych. Znajomość jedynej formy ugrupowania przeciwnika należy traktować jako przypadek szczególny i wtedy całe rozumowanie bardzo znacznie się upraszcza. Ilości i rodzaje środków, jakimi nieprzyjaciel może wykonać uderzenia, określamy wychodząc z żądania osiągnięcia jak najlepszych efektów, z jego punktu widzenia.

Aby zbudować model omawianego problemu należy najpierw zestawić wartości oczekiwane nierażonej ilości celów dla strony "czerwonej" i strony "niebieskiej" przy możliwych wariantach ugrupowania i wykorzystania środków jądrowych. Wartości te są przedstawione w macierzach zamieszczonych niżej.

Macierz 1

Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił "czerwonych" przy przyjęciu wariantu ugrupowania C^k i zastosowaniu przez "niebieskich" odpowiedniego sposobu użycia środków jądrowych

Strategie "niebieskich" / Strategie "czerwonych"			Warianty ugrupowania									
			D^1				.....	D^n				
			Warianty użycia środków jądrowych									
			B_{11}	B_{12}	.....	B_{1n}	.....	B_{u1}	B_{u2}	.....	B_{un}
Warianty ugrupowania	C^1	Rozmieszczenie poszczególnych elementów	W_1^1	$\lambda^1_{111}\gamma^1_1 x_p$	$\lambda^1_{112}\gamma^1_1 x_p$	.....	$\lambda^1_{11n}\gamma^1_1 x_p$	.....	$\lambda^1_{1u1}\gamma^1_1 x_p$	$\lambda^1_{1u2}\gamma^1_1 x_p$	.....	$\lambda^1_{1un}\gamma^1_1 x_p$
			W_2^1	$\lambda^1_{211}\gamma^1_2 x_p$	$\lambda^1_{212}\gamma^1_2 x_p$	.....	$\lambda^1_{21n}\gamma^1_2 x_p$	.....	$\lambda^1_{2u1}\gamma^1_2 x_p$	$\lambda^1_{2u2}\gamma^1_2 x_p$	.....	$\lambda^1_{2un}\gamma^1_2 x_p$
			...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
			W_r^1	$\lambda^1_{v11}\gamma^1_v x_p$	$\lambda^1_{v12}\gamma^1_v x_p$	.....	$\lambda^1_{v1n}\gamma^1_v x_p$	.....	$\lambda^1_{vu1}\gamma^1_v x_p$	$\lambda^1_{vu2}\gamma^1_v x_p$	.....	$\lambda^1_{vun}\gamma^1_v x_p$
	...		...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
	C^m		W_1^m	$\lambda^m_{111}\gamma^m_1 x_p$	$\lambda^m_{112}\gamma^m_1 x_p$	.....	$\lambda^m_{11n}\gamma^m_1 x_p$	.....	$\lambda^m_{1u1}\gamma^m_1 x_p$	$\lambda^m_{1u2}\gamma^m_1 x_p$	.....	$\lambda^m_{1un}\gamma^m_1 x_p$
			W_2^m	$\lambda^m_{211}\gamma^m_2 x_p$	$\lambda^m_{212}\gamma^m_2 x_p$	.....	$\lambda^m_{21n}\gamma^m_2 x_p$	.....	$\lambda^m_{2u1}\gamma^m_2 x_p$	$\lambda^m_{2u2}\gamma^m_2 x_p$	.....	$\lambda^m_{2un}\gamma^m_2 x_p$
			...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
			W_r^m	$\lambda^m_{v11}\gamma^m_v x_p$	$\lambda^m_{v12}\gamma^m_v x_p$	.....	$\lambda^m_{v1n}\gamma^m_v x_p$	.....	$\lambda^m_{vu1}\gamma^m_v x_p$	$\lambda^m_{vu2}\gamma^m_v x_p$	.....	$\lambda^m_{vun}\gamma^m_v x_p$

W macierzy tej:

B_{jl} - jeden z wariantów użycia środków jądrowych przez "niebieskich" przeciwko "czerwonych", /j = 1,2, ..., u/, /l = 1,2, ..., n/. Na przykład B_{j1} można interpretować następująco: na element W_1^k używa się a_1 środków 1-go typu, a_2 środków 2-go typu, ..., a_n środków q-go typu; na element W_2^k używa się b_1 środków 1-go typu, b_2 środków 2-go typu, ..., b_n środków gogo typu; ...., na element W_r^k używa się Z_1 środków 1-go typu, Z_2 środków 2-go typu, ... Z_n środków g-go typu;

λ_{ijl}^k - oznacza wartość oczekiwaną nierażonej ilości celów i - tego elementu przy k-tym wariancie ugrupowania "czerwonych" i B_{jl} wariancie użycia środków jądrowych przez "niebieskich".

Jeżeli przez λ_{ijl}^{ks} oznaczymy wartość oczekiwaną rażonej ilości celów, wówczas

$$\lambda_{ijl}^k = 1 - \lambda_{ijl}^{ks} \qquad /3/.$$

Dane niezbędne dla wypełnienia macierzy 1 można uzyskać następująco. Warianty ugrupowania "czerwonych" /jeżeli pod tym pojęciem będziemy rozumieli własne siły/, ilości występujących elementów, ich miejsce w ugrupowaniu bojowym, wielkości rejonów, warunki obrony przed bronią masowego rażenia i inne czynniki wpływające na wynik uderzenia jądrowego oraz ilości sił w poszczególnych elementach - będą w całości znane, gdyż to zależy wyłącznie od naszej decyzji. Należy zaznaczyć, że pod pojęciem "wariant ugrupowania" należy rozumieć każdą, choćby najmniejszą zmianę w ugrupowaniu wojsk, dotyczącą bądź ilości elementów, bądź ich rozmieszczenia, względnie maskowania lub też budowy obiektów pozornych i inne.

Istotnym czynnikiem będzie posiadanie niekompletnych informacji o stronie przeciwnej. Wychodząc jednak z warunku, że cele działania nieprzyjaciela są diametralnie przeciwstawne naszym oraz, że jest on istotą tak samo rozumną i będzie czynił wszystko aby walkę zaplanować i realizować jak najlepiej, można przeanalizować i zestawić możliwe alternatywy jego poczynań. Nie rozsądnym by było przyjęcie założenia o

nieposiadaniu żadnych informacji o przeciwniku, gdyż w takim przypadku na nic by się zdało nawet super szczegółowe planowanie z naszej strony. W takiej sytuacji dowolny wariant działania byłby "optymalny". Stąd też taką ewentualność należy z góry wykluczyć. Natomiast posiadanie chociażby szczątkowych, fragmentarycznych danych o nieprzyjacielu, może stanowić realną przesłankę do analizy jego sił i możliwości. Na przykład, mając informację o ilości i typach środków przenoszenia ładunków jądrowych, wychodząc z ogólnie przyjmowanych norm wzmocnienia, można uzyskać przynajmniej szacunkowe dane odnośnie ilości i mocy ładunków jądrowych. Posiadanie zaś tych danych umożliwia zwariantowanie ich użycia, w zależności od przyjętej przez naszą stronę formy ugrupowania.

Jest kwestią bezsporną, że w każdej sytuacji intencją dowódców wszystkich szczebli powinno być uzyskanie maksymalnej ilości informacji o przeciwniku, gdyż stopień trudności planowania działań jest odwrotnie proporcjonalny do posiadanych danych z rozpoznania.

Elementy macierzy, jak wspomniano wyżej, przedstawiają wartość oczekiwaną nierażonej ilości celów. Można je w prosty sposób obliczyć, znając rozmieszczenie środków napadu jądrowego nieprzyjaciela, ich zasadnicze parametry, ilości i moce używanych rakiet jądrowych, rodzaje wybuchów oraz dane dotyczące obiektu uderzenia.

Tak zbudowana macierz stanowi jeden z pomocniczych elementów niezbędnych dla sformułowania zasadniczego modelu. Macierz ta jest fragmentarycznym odzwierciedleniem całości sytuacji, gdyż uwzględnia wykorzystanie środków jądrowych tylko przez jedną ze stron - "niebieskich".

Dla pełnego przedstawienia omawianej sytuacji, należy ponadto zestawić w postaci macierzy możliwe kombinacje uderzeń jądrowych "czerwonych", zależnie od przyjętych wariantów ugrupowania "niebieskich" i odpowiadające im wartości oczekiwane nierażonych ilości celów w poszczególnych elementach ugrupowania przeciwnika.

Macierz ta jest przedstawiona niżej.

Macierz 2

Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił "niebieskich" przy przyjęciu wariantu ugrupowania V_j^1 i zastosowania przez "czerwonych" odpowiedniego sposobu użycia środków jądrowych

Strategie "niebieskich" / Strategie "czerwonych"			Warianty ugrupowania D^1		.....		.....	Warianty ugrupowania D^n		.....	
			Rozmieszczenie poszczególnych elementów								
			V_1^1	V_2^1	.....	V_u^1	.....	V_1^n	V_2^n	.....	V_u^n
Warianty ugrupowania	C^1	Warianty użycia środków jądrowych A_{11}	$M_{111}^1 \eta_1^1 \gamma_p$	$M_{211}^1 \eta_2^1 \gamma_p$	.....	$M_{u11}^1 \eta_u^1 \gamma_p$	.....	$M_{111}^n \eta_1^n \gamma_p$	$M_{211}^n \eta_2^n \gamma_p$	.....	$M_{u11}^n \eta_u^n \gamma_p$
		A_{12}	$M_{112}^1 \eta_1^1 \gamma_p$	$M_{212}^1 \eta_2^1 \gamma_p$	.....	$M_{u12}^1 \eta_u^1 \gamma_p$	.....	$M_{112}^n \eta_1^n \gamma_p$	$M_{212}^n \eta_2^n \gamma_p$	.....	$M_{u12}^n \eta_u^n \gamma_p$
		⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮			⋮
		A_{1r}	$M_{11r}^1 \eta_1^1 \gamma_p$	$M_{21r}^1 \eta_2^1 \gamma_p$	.....	$M_{u1r}^1 \eta_u^1 \gamma_p$	.....	$M_{11r}^n \eta_1^n \gamma_p$	$M_{21r}^n \eta_2^n \gamma_p$	.....	$M_{u1r}^n \eta_u^n \gamma_p$
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮			⋮
	C^m	A_{m1}	$M_{1m1}^1 \eta_1^1 \gamma_p$	$M_{2m1}^1 \eta_2^1 \gamma_p$	.....	$M_{um1}^1 \eta_u^1 \gamma_p$	.....	$M_{1m1}^{12} \eta_1^n \gamma_p$	$M_{2m1}^n \eta_2^n \gamma_p$	.....	$M_{um}^n \eta_u^n \gamma_p$
		A_{m2}	$M_{1m2}^1 \eta_1^1 \gamma_p$	$M_{2m2}^1 \eta_2^1 \gamma_p$	.....	$M_{um2}^1 \eta_u^1 \gamma_p$	.....	$M_{1m2}^n \eta_1^n \gamma_p$	$M_{2m2}^n \eta_2^n \gamma_p$	.....	$M_{um2}^n \eta_u^n \gamma_p$
		⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮			⋮
		A_{mr}	$M_{1mr}^1 \eta_1^1 \gamma_p$	$M_{2mr}^1 \eta_2^1 \gamma_p$	.....	$M_{umr}^1 \eta_u^1 \gamma_p$	.....	$M_{1mr}^n \eta_1^n \gamma_p$	$M_{2mr}^n \eta_2^n \gamma_p$	.....	$M_{umr}^n \eta_u^n \gamma_p$

W macierzy tej poszczególne symbole oznaczają :

A_{ki} - jeden z wariantów użycia środków jądrowych przez "czerwonych" przeciwko "niebieskim" /k = 1,2,...., m/, /i = 1,2, ..., r/. Na przykład A_{ki} można interpretować następująco: na element V_1^1 używa się α_1 środków 1-go typu, α_2 środków 2-go typu, ..., α_m środków h-go typu; na element V_2^1 używa się β_1 środków 1-go typu, β_2 środków 2-go typu, ..., $_m$ środków h-go typu; ....., na element V_u^1 używa się ψ_1 środków 1-go typu, ψ_2 środków 2-go typu, ...,ψ_m środków h-go typu;

μ_{jki}^{l} - oznacza wartość oczekiwaną nierażonej ilości celów jego elementu przy l-tym wariancie ugrupowania "niebieskich" i przy A_{ki} wariancie użycia środków jądrowych przez "czerwonych".

Omówmy krótko sposób sporządzenia tej macierzy. Aby móc wypełnić poszczególne jej elementy, niezbędnym jest posiadanie informacji dotyczących sił i możliwości przyjęcia ugrupowania przez przeciwnika. O ile zdobycie wiadomości o siłach przeciwnika nie będzie z zasady stanowiło zadanie nie do wykonania i wobec tego można przyjmować, że dane te będziemy posiadali prawie zawsze, o tyle o jego ugrupowaniu będą informacje odnoszące się do konkretnie, w danej chwili przyjętego wariantu. Jeśli uderzenia jądrowe z naszej strony będzie można wykonać niezwłocznie, wtedy oczywiście w rachubę wejdzie tylko jedna ewentualność. Natomiast w przypadku nie posiadania dokładnych informacji o ugrupowaniu przeciwnika lub przewidując możliwość dokonania zmian w rozmieszczeniu poszczególnych elementów /dokonanie przegrupowań/, należy przeanalizować konkretne jego możliwości i zestawić możliwe warianty jego ugrupowania. Ocenione warianty ugrupowania jako możliwe, wpisujemy w górnej części macierzy. W zależności od tego zestawiamy wszystkie możliwe kombinacje użycia własnych środków jądrowych i wypisujemy je w lewej części macierzy. Z kolei, w sposób opisany wyżej, obliczamy elementy macierzy, które przedstawiają nierażoną ilość celów w danym elemencie ugrupowania bojowego przeciwnika.

Obie te macierze /macierz 1 i 2 / stanowią podstawę do opracowania zasadniczej macierzy, uwzględniającej możliwe ugrupowania i warianty użycia środków jądrowych przez każdą ze stron /"czerwonych" i "niebieskich"/.

Do sporządzenia tej macierzy wykorzystamy prawo zależności kwadratowej Lanchestera, gdyż je przyjmiemy za kryterium efektywności.

Zostało udowodnione, że jeśli poszczególne elementy ugrupowania bojowego po poniesieniu strat /od uderzeń jądrowych/ nawiązują walkę między sobą, to oczekiwana liczba rażonych celów /żołnierzy/, jako funkcja czasu trwania walki, podlega prawu rażenia Lanchestera. Tak więc, jeśli element W_i^k jest zaangażowany w walce z elementem V_j^l i jeżeli oczekiwana liczba ocalałych celów /żołnierzy/ w dowolnym momencie czasu t jest równa x - dla strony "czerwonej" i y - dla strony "niebieskiej" /oraz gdy nie uwzględniamy strat operacyjnych i nie bierzemy pod uwagę możliwości uzupełniania strat/, wówczas równania Lanchestera przyjmują postać /2.9/.

Biorąc pod uwagę czas, w ciągu którego elementy ugrupowania bojowego prowadzą walkę, przegrupowują się oraz wielokrotnie powtarzając stosowanie tego prawa, można określić zwycięzcę, albo dokładniej - oczekiwaną liczbę ocalałych celów /żołnierzy/ w każdej ze stron. Ponieważ w naszym interesie będzie leżało osiągnięcie maksymalnej wielkości tej wartości, więc tym samym będzie można ocenić, który /czy też które - jeżeli w rachubę będzie wchodziło kilka/ z wariantów użycia środków jądrowych jest optymalny. Jednocześnie również określimy najlepszy wariant ugrupowania własnych wojsk.

Oczekiwana liczba ocalałych celów jest funkcją czasu. Jeżeli czas, w ciągu którego jedna ze stron traci całkowicie swoje siły, nazwiemy "czasem rażenia", to jako wartość charakteryzującą optymalność podjętych decyzji można przyjąć ilość sił ocalałych po stronie "czerwonych", lub ilość sił ocalałych po stronie "niebieskich", po zakończniu czasu rażenia.

Ilość sił pozostałych, po którejkolwiek ze stron, po zakończeniu czasu rażenia oblicza się, rozwiązując równania /2.9/. Rozwiązanie tych równań otrzymujemy w postaci /2.13/, czyli $y_o^2 - y_.^2 = x_o^2 - x_.^2$,

gdzie: x_o - początkowy stan sił "czerwonych";

x - końcowy stan sił "czerwonych";

y_o - początkowy stan sił "niebieskich";

y - końcowy stan sił "niebieskich".

Obliczmy więc, na podstawie tego równania, końcowy stan sił "czerwonych". Zgodnie z tym co powiedziano wyżej, po zakończeniu czasu rażenia, strona "niebieska" kompletnie straci swoje siły, czyli można przyjąć $y = 0$.

Podstawiając tę wartość do wyrażenia /2.13/ otrzymamy :

$$y_o^2 = x_o^2 - x^2 ,$$

a stąd

$$x = \sqrt{x_o^2 - y_o^2} \qquad /4/.$$

Weźmy początkowo pod uwagę, dla wyjaśnienia metody postępowania, że ugrupowanie "czerwonych" składa się tylko z jednego elementu W_1^1 oraz, że "niebiescy" wykonują uderzenie jądrowe B_{11}. Wówczas wartość oczekiwana nierażonych sił w elemencie W_1^1 wynosi $\lambda_{111}^1 \gamma_1^1 x_p$ /patrz macierz 1/. W tym przypadku $\gamma_1^1 x_p$ możemy przyjmować równą x_p, gdyż umownie narazie założyliśmy, że całe ugrupowanie "czerwonych" stanowi tylko jeden element, a więc jako początkowy stan sił "czerwonych" musimy wziąć $\lambda_{111}^1 x_p$. Kładąc tę wartość za x_o do /4/ dostaniemy

$$x = \sqrt{/\lambda_{111}\ x_p/^2 - y_o^2} .$$

Równanie to wyraża stan sił "czerwonych" po zakończeniu walki. Wielkość tę można przedstawić w zależności od stanu początkowego. W tym celu dzieląc obie strony równości przez x_p otrzymamy

$$\frac{x}{x_p} = \sqrt{\frac{/\lambda_{111}\ x_p/^2}{x_p^2} - \frac{y_o^2}{x_p^2}} ,$$

czyli

$$\frac{x}{x_p} = \sqrt{/\lambda_{111}/^2 - \frac{y_o^2}{x_p^2}} \qquad /5/.$$

Tym samym wyrażenie /5/ jest znormalizowane względem x_p. Wartość różnicy podpierwiastkowej może być zarówno dodatnia jak i ujemna, zależnie od wielkości odjemnej i odjemnika. Ponieważ w zbiorze liczb rzeczywistych nie istnieją pierwwiastki z liczb ujemnych, stąd naturalnym będzie przyjęcie wartości bezwzględnej pod znakiem pierwiastka. Jednakże pojawienie się ujemnej wartości podpierwiastkowej wskazuje na ujemny końcowy stan sił "czerwonych", to zaś oznacza odniesienie sukcesu przez "niebieskich", czyli zniszczenie "czerwonych", a bezwzględna wartość tej liczby wskazuje końcowy stan sił "niebieskich". Tak więc do strony "czerwonej" odnoszą się tylko dodatnie wartości podpierwiastkowe. Uwzględniając to, /5/ napiszemy w postaci :

$$\frac{x}{x_p} = /\mathrm{sgn}/ \sqrt{\left| /\lambda_{111}/^2 - \frac{y_o^2}{x_p^2} \right|} \cdot \quad 1/$$

W ten sposób określiliśmy stan sił "czerwonych" po zakończeniu walki zakładając, że ugrupowanie składa się z jednego elementu na który zostało wykonane uderzenie przez "niebieskich", a wartość oczekiwana nierażonych sił w tym elemencie wynosiła λ^1_{111} stanu początkowego.

Jeżeli ugrupowanie będzie składało się z kilku elementów, na przykład według wariantu C^1, a "niebiescy" wykonają uderzenia jądrowe B_{11}, wtedy "czerwoni" rozpoczną działania bojowe mając następujący stan sił :

$$x_o^2 = /\lambda^1_{111}\ \gamma^1_1 x_p/^2 + /\lambda^1_{211}\ \gamma^1_2 x_p/^2 + \ldots + /\lambda^1_{r11}\ \gamma^1_r x_p/^2 ,$$

lub zapisując w formie skróconej

$$x_o^2 = \sum_{i=1}^{i=r} /\lambda^1_{i11}\ \gamma^1_i x_p/^2 .$$

Wynosząc x_p^2 przez znak sumy, równość tę możemy napisać

1/ /sgn/ $\sqrt{|a|}$ oznacza znak algebraiczny a.

$$x_o^2 = x_p^2 \sum_{i=1}^{i=r} / \lambda_{i11}^1 \quad \gamma_i^1 /^2 \qquad /6/$$

Kładąc /6/ do /4/ i dokonując analogicznych rozumowań i przekształceń jak w przypadku jednego elementu, określimy stan sił "czerwonych" po zakończeniu walki. Będzie on wynosił

$$\frac{x}{x_p} = /sgn/ \sqrt{\left| \sum_{i=1}^{i=r} / \lambda_{i11}^1 \gamma_i^1 /^2 - \frac{y_o^2}{x_p^2} \right|} \qquad /7/.$$

Równanie /7/ pozwala obliczyć końcowy stan sił "czerwonych" przy ugrupowaniu według pierwszego wariantu i wykonaniu przez "niebieskich" uderzeń jądrowych zgodnie z kombinacją B_{11}, ale bez uwzględnienia uderzeń jądrowych "czerwonych". Wobec tego rozpatrzmy jak zmieni się ten stan gdy "czerwoni" przyjmą ugrupowanie C^1 i wariant użycia środków jądrowych A_{11}, zaś "niebiescy" - ugrupowanie D^1 i użycie środków jądrowych według wariantu B_{11}.

W takim wypadku stan sił, z którym "niebiescy" rozpoczną działania bojowe będzie wynosił

$$y_o^2 = /\mu_{111}^1 \eta_1^1 y_p/^2 + /\mu_{211}^1 \eta_2^1 y_p/^2 + \ldots + /\mu_{u11}^1 \eta_u^1 y_p/^2 ,$$

względnie

$$y_o^2 = y_p^2 \sum_{j=1}^{j=u} / \mu_{j11}^1 \eta_j^1 /^2. \qquad /8/.$$

Kładąc /8/ do /7/ dostaniemy

$$\frac{x}{x_p} = /sgn/ \sqrt{\left| \sum_{i=1}^{r} / \lambda_{i11}^1 \gamma_i^1 /^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2} \sum_{j=1}^{u} / \mu_{j11}^1 \eta_j^1 /^2 \right|} \qquad /9/.$$

Otrzymaliśmy tym samym oczekiwany końcowy stan sił "czerwonych" znormalizowany względem stanu początkowego, przy strategii "czerwonych" $C^1 A_{11}$ /pierwszy wariant ugrupowania i pierwszy wariant użycia środków jądrowych/ i strategii "niebieskich" $D^1 B_{11}$ /pierwszy wariant ugrupowania i pierwszy wariant użycia środków jądrowych/.

Dla uproszczenia dalszych zapisów przyjmijmy następujące oznaczenie prawej strony równania /9/.

$$f\,/C^1 A_{11}\,,\, D^1 B_{11}/ = /\mathrm{sgn}/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{r} /\lambda^1_{i11}\quad \gamma^1_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\sum_{j=1}^{u} /\mu^1_{j11}\ \eta^1_j/^2\right|} \qquad /10/.$$

W analogiczny sposób należy obliczyć oczekiwany stan sił po zakończeniu walki, dla wszystkich możliwych strategii /sposobów działania/ obu stron. Przedstawmy je dla kilku sposobów.

Dla strategii C^1A_{11} i D^1B_{12}

$$f\,/C^1 A_{11}\,,\, D^1 B_{12}/ = /\mathrm{sgn}/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{r} /\lambda^1_{i12}\ \gamma^1_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\sum_{j=1}^{u} /\mu^1_{j11}\,\eta^1_j/^2\right|}\ .$$

Dla strategii C^1A_{11} i D^1B_{1n}

$$f\,/C^1 A_{11}, D^1 B_{1n}/ = /\mathrm{sgn}/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{r} /\lambda^1_{i1n}\quad ^1_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\sum_{j=1}^{u} /\mu^1_{j11}\ \eta^1_j/^2\right|}\ .$$

Dla strategii C^1A_{11} i D^nB_{u1}

$$f\,/C^1 A_{11}, D^n B_{u1}/ = /\mathrm{sgn}/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{r} /\lambda^1_{iu1}\ \gamma^1_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\sum_{j=1}^{u} /\mu^n_{j11}\ \eta^n_j/^2\right|}\ .$$

Dla strategii $C^1 A_{11}$ i D^nB_{un}

$$f\,/C^1 A_{11}\,,\, D^n B_{un}/ = /\mathrm{sgn}/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{r} /\lambda^1_{iun}\ \gamma^i_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\sum_{j=1}^{u} /\mu^n_{j11}\,\eta^n_j/^2\right|}\ .$$

W podobny sposób należy określić końcowy stan sił dla wszystkich pozostałych kombinacji strategii obu stron. Ogólna ilość tych wyrażeń będzie równa r . m . u . n. Aby uniknąć zbędnych zapisów napiszmy ogólny wzór funkcji f. Można go wyrazić w postaci

$$f\,/C^k A_{ki},\ D^1 B_{j1}/ = /\mathrm{sgn}/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{r} /\lambda^{k}_{ij1}\ \gamma^{k}_{i}/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\ \sum_{j=1}^{u} /\mu^{1}_{jki}\ \eta^{1}_{j}/^2\right|} \qquad /11/,$$

lub oznaczając :

$$R_{ki} = R_{ki}\,/C^k, A_{ki}/, \quad N_{j1} = N_{j1}\,/D^1, B_{j1}/, \qquad /12/$$

$$f\,/R_{ki}, N_{j1}/ = /\mathrm{sgn}/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{r} /\lambda^{k}_{ij1}\ \gamma^{k}_{i}/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\ \sum_{j=1}^{u} (\mu^{1}_{jki}\ \eta^{1}_{j})^2\right|}$$

/13/,

gdzie: k = 1,2, ..., m;
i = 1,2, ..., r;
j = 1,2, ..., u;
1 = 1,2, ..., n.

Zatem /13/ przedstawia wszystkie możliwe wartości oczekiwane stanu sił "czerwonych" po zakończeniu walki, zależnie od przyjętych strategii przez każdą ze stron. Wartości te są zestawione w macierzy 3.

Macierz 3

Macierz przedstawiająca końcowy stan sił po zakończeniu walki zależnie od przyjętych wariantów ugrupowania i sposobów użycia środków jądrowych

Strategie "niebieskich" / Strategie "czerwonych"			Warianty ugrupowania									
			D^1				....	D^n				
			Warianty użycia środków jądrowych									
			B_{11}	B_{12}	....	B_{1n}	....	B_{u1}	B_{u2}	....	B_{un}	
Warianty ugrupowania	C^1	Warianty użycia środków jądrowych A_{11}	$f/R_{11},N_{11}/$	$f/R_{11},N_{12}/$	....	$f/R_{11},N_{1n}/$	....	$f/R_{11},N_{u1}/$	$f/R_{11},N_{u2}/$	....	$f/R_{11},N_{un}/$	
		A_{12}	$f/R_{12},N_{11}/$	$f/R_{12},N_{12}/$	....	$f/R_{12},N_{1n}/$	....	$f/R_{12},N_{u1}/$	$f/R_{12},N_{u2}/$	....	$f/R_{12},N_{un}/$	
		⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮		⋮	
		A_{1r}	$f/R_{1r},N_{11}/$	$f/R_{1r},N_{12}/$	....	$f/R_{1r},N_{1n}/$	....	$f/R_{1r},N_{u1}/$	$f/R_{1r},N_{u2}/$	....	$f/R_{1r},N_{un}/$	
	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮		⋮	
	C^m	A_{m1}	$f/R_{m1},N_{11}/$	$f/R_{m1},N_{12}/$	....	$f/R_{m1},N_{1n}/$	....	$f/R_{m1},N_{u1}/$	$f/R_{m1},N_{u2}/$	....	$f/R_{m1},N_{un}/$	
		A_{m2}	$f/R_{m2},N_{11}/$	$f/R_{m2},N_{12}/$	....	$f/R_{m2},N_{1n}/$	....	$f/R_{m2},N_{u1}/$	$f/R_{m2},N_{u2}/$	....	$f/R_{m2},N_{un}/$	
		⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮		⋮	
		A_{mr}	$f/R_{mr},N_{11}/$	$f/R_{mr},N_{12}/$	....	$f/R_{mr},N_{1n}/$	....	$f/R_{mr},N_{u1}/$	$f/R_{mr},N_{u2}/$	....	$f/R_{mr},N_{un}/$	

Jest rzeczą oczywistą, że w interesie "czerwonych" leży aby funkcja /13/ osiągnęła wartość maksymalną, zaś celem działania "niebieskich" jest minimizowanie tej wartości. Strona "czerwona" maksymizując /13/ osiągnie tym większą wartość tego wyrażenia, im przyjmie lepszy wariant działania /strategię/. Trafność wyboru określonej strategii, zależy od ilości posiadanych informacji o przeciwniku. Większa ilość informacji zapewnia wybór lepszej strategii, przy niezbyt dostatecznej ilości informacji zmniejszają się szanse wybrania najlepszej strategii. Decydując się na przyjęcie danej strategii musimy się liczyć z rozsądnym działaniem przeciwnika to znaczy, że uczyni on wszystko aby nasza wygrana była możliwie mała. Tak więc wybierając strategię k i przeciwnik zastosuje taką strategię j l, że wygrana α_{ki} będzie wynosiła.

$$\alpha_{ki} = \min_{j\,l} f\ /R_{ki}, N_{jl}/.$$

Lecz z kolei można przyjąć taką strategię k i aby α_{ki} było możliwie największe. Dla "czerwonych" istnieje taka strategia, która gwarantuje osiągnięcie maksimum α_{ki}. Jeżeli wielkość tę oznaczymy przez α, to

$$\alpha = \max_{k\,i}\ \min_{j\,l} f\ /R_{ki}, N_{jl}/ \qquad /14/.$$

Strategia, odpowiadająca wartości α, jest maksyminimalną i stosowanie jej gwarantuje wygraną nie mniejszą niż α, gdyż uwzględnione zostało najmniej korzystne działanie przeciwnika. Zgodnie z terminologią teorii gier, wyrażenie /14/ jest dolną wartością gry.

W podobnej sytuacji jest i przeciwnik. Przyjmując jakąkolwiek ze swoich strategii l j musi się liczyć z takim działaniem "czerwonych" k i, przy którym jego przegrana /czy też wygrana, "czerwonych"/ będzie największa. Oznaczając tę wartość przez $\beta_{j\,l}$ otrzymamy

$$\beta_{jl} = \max_{k\,i} f\ /R_{ki}, N_{jl}/.$$

Widząc to, przeciwnik może dokonać wyboru, tak, aby minimizować tę wielkość. Oznaczając minimalną wartość β_{jl} przez β możemy napisać

$$\beta = \min_{jl} \max_{ki} f /R_{ki}, N_{jl}/ \qquad /15/.$$

Wartość β jest gwarantowaną maksymalną przegraną "niebieskich" i nosi nazwę górnej wartości gry, zaś odpowiadająca jej strategia nazywa się strategią minimaksymalną. Stosowanie tej strategii zapewnia przegraną nie większą niż β .

Z definicji wartości /14/ i /15/ w sposób oczywisty wynika następująca nierówność

$$\max_{ki} \min_{jl} f/R_{ki}, N_{jl}/ \leqslant \min_{jl} \max_{ki} f/R_{ki}, N_{jl}/ \qquad /16/.$$

Istnienie równości między lewą i prawą stroną wyrażenia /16/, tj. $\alpha = \beta$ jest przypadkiem szczególnym. Oznacza to istnienie w grze punktu siodłowego i wobec tego strategie odpowiadające tej wartości są dla obu stron czystymi strategiami optymalnymi, gwarantującymi wygraną /przegraną/ równą wartości gry. Przyjmując za wartość gry symbol H otrzymamy

$$H = \max_{ki} \min_{jl} f/R_{ki}, N_{jl}/ = \min_{jl} \max_{ki} f/R_{ki}, N_{jl}/ \qquad /17/.$$

Spełnienie warunku /17/ może mieć miejsce na przykład wtedy, gdy obie strony będą posiadały pełne informacje o sposobach działania przeciwnika.

Jednakże sytuacje takie w rzeczywistych warunkach bojowych będą sporadyczne lub w ogóle niemożliwe, gdyż zawsze istotą sytuacji konfliktowych jest nieznajomość działań przeciwnika. Dlatego też w znacznej większości przypadków będziemy zmuszeni analizować sytuacje dla których wyrażenie /16 / stanowi ostrą nierówność, tj.

$$\max_{ki} \min_{jl} f/R_{ki}, N_{jl}/ < \min_{jl} \max_{ki} f/R_{ki}, N_{jl}/ \qquad /18/$$

lub

$$\alpha < \beta$$

Gdy spełniony jest warunek /18/ "czerwoni" posiadają możliwość powiększenia wygranej ponad minimalną wartość α . Możliwość tę można zrealizować poprzez stosowanie nie jednej a kilku strategii z określonymi częstościami. Stosowanie kilku korzystnych strategii nie przedstawia trudności, bowiem zmiana obiektów uderzeń jądrowych jest prostą czynnością, a zmiana

wariantu ugrupowania bojowego może poprostu polegać na przegrupowaniu pewnego elementu lub zastosowaniu pozornych celów /maskowanie/. Takie postępowanie może tylko utrudnić przeciwnikowi wybór optymalnego sposobu działania. Lecz jednocześnie i "niebiescy" mają szansę zmniejszenia wartości gry, co jest głównym ich celem, drogą przyjęcia strategii mieszanej.

W celu wyznaczenia wartości gry /oczekiwanej wartości końcowego stanu sił "czerwonych"/ przy stosowaniu strategii mieszanej, wprowadźmy oznaczenia częstości ich stosowania. Niech: p_{ki} - częstość stosowania przez "czerwonych" strategii R_{ki};

q_{jl} - częstość stosowania przez "niebieskich" strategii N_{jl}.

Stąd każdemu wariantowi działania "czerwonych" przypisujemy określoną częstość jego stosowania /p_{ki}/, a przeciwnikowi - /q_{jl}/. Jest zupełnie oczywiste, że częstości stosowania strategii wyraźnie niekorzystnych, będą równe zero. Ponadto sumy częstości obu stron powinny odpowiednio spełniać warunki

$$\sum_{\substack{i=1 \\ k=1}}^{\substack{i=r \\ k=m}} p_{ki} = 1; \qquad \sum_{\substack{j=1 \\ l=1}}^{\substack{j=u \\ l=n}} q_{jl} = 1 \qquad /19/.$$

Wartość oczekiwana końcowego stanu sił "czerwonych", uwzględniając wszystkie możliwe warianty działania jednej i drugiej strony, wyniesie

$$E\,/X,Y/ = \sum_{\substack{i=1 \\ k=1}}^{\substack{i=r \\ k=m}} \sum_{\substack{j=1 \\ l=1}}^{\substack{j=u \\ l=n}} p_{ki}\, q_{jl}\; f/R_{ki}, N_{jl}/ \qquad /20/,$$

gdzie: $X = \left| p_{11}, p_{12} \cdots\cdots, p_{1r}, \cdots\cdots p_{m1}, p_{m2}, \cdots p_{mr} \right|$;

$Y = \left| q_{11}, q_{12} \cdots\cdots, q_{1n}, \cdots\cdots q_{u1}, q_{u2}, \cdots q_{un} \right|$

Przy strategiach mieszanych dolną i górną wartość oczekiwaną końcowego stanu sił /wartość gry/ obliczamy z wyrażeń

$$\alpha_m = \max_X \min_Y \sum_{\substack{k=1 \\ i=1}}^{\substack{k=m \\ i=r}} \sum_{\substack{j=1 \\ l=1}}^{\substack{j=u \\ l=n}} p_{ki}\, q_{jl}\, f/R_{ki},\ N_{jl}/ \qquad /21/,$$

$$\beta_m = \min_Y \max_X \sum_{\substack{k=1 \\ i=1}}^{\substack{k=m \\ i=r}} \sum_{\substack{j=1 \\ l=1}}^{\substack{j=u \\ l=n}} p_{ki}\, q_{jl}\, f/R_{ki},\ N_{jl}/ \qquad /22/.$$

Na mocy fundamentalnego twierdzenia teorii gier[1/], dla omawianego przypadku wartości α_m i β_m istnieją i są równe, czyli

$$\alpha_m = \beta_m \qquad /23/.$$

Na ogół rozwiązanie gry o większej ilości wierszy i kolumn wymaga dużo pracochłonnych obliczeń. Stąd też tradycyjne metody rachunkowe nie są przydatne wtedy, kiedy istotną rolę odgrywa czas otrzymania wyniku. Jest więc kwestią bezsporną, że tylko zastosowanie do tego celu maszyn matematycznych daje pełne możliwości wykorzystania rezultatów obliczeń w realnych sytuacjach bojowych. Jednakże przy macierzach dużego rzędu i czas pracy maszyny jest dość długi. Na przykład maszyna matematyczna "Strieła", macierz rzędu m x n < 500 rozwiązuje w ciągu 8-10 minut, natomiast gdy macierz jest rzędu mxx n 1500 na rozwiązanie jej potrzebuje 25-40 minut. Chociaż macierz omawianego problemu z reguły nie będzie dużego rzędu, gdyż w rachubę będzie wchodziło zwykle kilka możliwych wariantów ugrupowań i kilka /niekiedy kilkanaście/ wariantów użycia środków jądrowych z każdej strony, tym niemniej zawsze powinniśmy dążyć by macierz była możliwie mała.

Zmniejszenie ilości wierszy i kolumn macierzy można dokonać drogą wykreślenia strategii wyraźnie niekorzystnych. Aby to zrobić należy zauważyć, że w macierzy 3 zachodzą następujące zależności.

1/ Każda gra prostokątna posiada wartość; gracz w grze prostokątnej zawsze posiada strategię optymalną. J.C.C. McKinsey "Introduction to the theory of games", tłumaczenie rosyjskie, Gosudarstwiennoje Izdatielstwo Fiziko-Matiematiczeskoj Litieratury, Moskwa 1960 r. str. 52.

Oznaczmy najpierw wyrażenie podpierwiastkowe w /13/ przez t, to znaczy

$$t = \sum_{i=1}^{r} /\lambda^{k}_{ijl}\gamma^{k}_{i}/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2} \sum_{j=1}^{u} /\mu^{l}_{jki}\eta^{l}_{j}/^2 .$$

Jeżeli $t_2 > t_1$, to $f/t_2/ > f/t_1/$.

Jeżeli $t_2 > t_1 > 0$, to $f/t_2/ - f/t_1/ = \sqrt{t_2} - \sqrt{t_1} > 0$

Jeśli zaś $t_2 > 0 > t_1$, to $f/t_2/ - f/t_1/ = \sqrt{t_2} - \sqrt{|t_1|} > 0$

Natomiast, jeśli $0 > t_2 > t_1$, to $|t_1| > |t_2|$ i wtedy $f/t_2/ - f/t_1/ = -\sqrt{|t_2|} + \sqrt{|t_1|} > 0$.

Na podstawie tego łatwo jest porównać wszystkie elementy danego wiersza /kolumny/ macierzy z pozostałymi wierszami /kolumnami/.

Ponieważ strona "czerwona" jest zainteresowana w osiągnięciu możliwie dużych wartości oczekiwanych końcowego stanu sił, więc jej strategiami niekorzystnymi będą te, przy których wszystkie odpowiadające im elementy okażą się mniejsze /lub równe/ od odpowiednich elementów innej strategii. W przypadku zachodzenia równości między odpowiednimi elementami dwóch strategii, wtedy obie są jednakowo korzystne i można nie brać pod uwagę dowolną z nich, gdyż jest ona zbędna jako dublująca inną. Zatem strategiami niekorzystnymi "czerwonych" będą strategie $C^{k}A_{ki}$ - spełniające zależność

$$f/R_{ki},N_{jl}/ \leq f/R_{ab},N_{jl}/, \text{ dla } k\neq a,\ i\neq b,\ j=1,2,\ldots,u,$$

$$l = 1,2,\ldots,n \qquad /25/.$$

Celem działania "niebieskich" jest uzyskanie możliwie małej wartości oczekiwanej końcowego stanu sił /bezwzględne wartości liczb ujemnych oznaczają końcowy stan sił "niebieskich"/, dlatego też jej strategiami niekorzystnymi będą te kolumny macierzy, których wszystkie elementy okażą się większe /lub równe/ od odpowiednich elementów innej kolumny. Stąd strategiami niekorzystnymi "niebieskich" będą strategie $D^{l}B_{jl}$ spełniające zależność

$f/R_{ki}, N_{jl}/ \geqslant f/R_{ki}, N_{cd}/$, dla $j \neq c$, $l \neq d$, $k = 1,2,\ldots, m$,

$i = 1,2, \ldots, r$ /26/.

Wyeliminowanie strategii niekorzystnych jednej i drugiej strony powinno być dokonane przed przystąpieniem do rozwiązania gry. Strategie optymalne dla obu stron można znaleźć rozwiązując następujące układy nierówności :

$$
\begin{aligned}
& f/R_{11}, N_{11}/p_{11} + f/R_{12}, N_{11}/p_{12} + \ldots + f/R_{1r}, N_{11}/p_{1r} + \ldots + \\
& + f/R_{m1}, N_{11}/p_{m1} + f/R_{m2}, N_{11}/p_{m2} + \ldots + f/R_{mr}, N_{11}/p_{mr} \geqslant H \\
& f/R_{11}, N_{12}/p_{11} + f/R_{12}, N_{12}/p_{12} + \ldots + f/R_{1r}, N_{12}/p_{1r} + \ldots + \\
& + f/R_{m1}, N_{12}/p_{m1} + f/R_{m2}, N_{12}/p_{m2} + \ldots + f/R_{mr}, N_{12}/p_{mr} \geqslant H \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad /27/ \\
& f/R_{11}, N_{1n}/p_{11} + f/R_{12}, N_{1n}/p_{12} + \ldots + f/R_{1r}, N_{1n}/p_{1r} + \ldots + \\
& + f/R_{m1}, N_{1n}/p_{m1} + f/R_{m2}, N_{1n}/p_{m2} + \ldots + f/R_{mr}, N_{1n}/p_{mr} \geqslant H \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
& f/R_{11}, N_{u1}/p_{11} + f/R_{12}, N_{u1}/p_{12} + \ldots + f/R_{1r}, N_{u1}/p_{1r} + \ldots + \\
& + f/R_{m1}, N_{u1}/p_{m1} + f/R_{m2}, N_{u1}/p_{m2} + \ldots + f/R_{mr}, N_{u1}/p_{mr} \geqslant H \\
& f/R_{11}, N_{u2}/p_{11} + f/R_{12}, N_{u2}/p_{12} + \ldots + f/R_{1r}, N_{u2}/p_{1r} + \ldots + \\
& + f/R_{m1}, N_{u2}/p_{m1} + f/R_{m2}, N_{u2}/p_{m2} + \ldots + f/R_{mr}, N_{u2}/p_{mr} \geqslant H \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
& f/R_{11}, N_{un}/p_{11} + f/R_{12}, N_{un}/p_{12} + \ldots + f/R_{1r}, N_{un}/p_{1r} + \ldots + \\
& + f/R_{m1}, N_{un}/p_{m1} + f/R_{m2}, N_{un}/p_{m2} + \ldots + f/R_{mr}, N_{un}/p_{mr} \geqslant H
\end{aligned}
$$

gdzie :

$$0 \leq p_{11} \leq 1;\quad 0 \leq p_{12} \leq 1, \ldots, \quad 0 \leq p_{1r} \leq 1, \ldots, \quad 0 \leq p_{m1} \leq 1,$$

$$0 \leq p_{m2} \leq 1, \ldots, \quad 0 \leq p_{mr} \leq 1;$$

$$\sum_{i=1}^{i=r} \sum_{k=i}^{k=m} p_{ki} = 1 \; ; \qquad /27/$$

p_{ki} - częstość stosowania strategii R_{ki}.

$$f/R_{11},N_{11}/q_{11} + f/R_{11},N_{12}/q_{12} + \ldots + f/R_{11},N_{1n}/q_{1n} + \ldots +$$
$$+ f/R_{11},N_{u2}/q_{u2} + f/R_{11},N_{u2}/q_{u2} + \ldots + f/R_{11},N_{un}/q_{un} \leq H$$
$$f/R_{12},N_{11}/q_{11} + f/R_{12},N_{12}/q_{12} + \ldots + f/R_{12},N_{1n}/q_{jn} + \ldots +$$
$$+ f/R_{12},N_{u1}/q_{u1} + f/R_{12},N_{u2}/q_{u2} + \ldots + f/R_{12},N_{un}/q_{un} \leq H$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$f/R_{1r},N_{11}/q_{11} + f/R_{1r},N_{12}/q_{12} + \ldots + f/R_{1r},N_{1n}/q_{1n} + \ldots +$$
$$+ f/R_{1r},N_{u1}/q_{u1} + f/R_{11},N_{u2}/q_{u2} + \ldots + f/R_{1r},N_{un}/q_{un} \leq H$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots /28/$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$f/R_{m1},N_{11}/q_{11} + f/R_{m1},N_{12}/q_{12} + \ldots + f/R_{m1},N_{1n}/q_{jn} + \ldots +$$
$$+ f/R_{m1},N_{u1}/q_{u1} + f/R_{m1},N_{u2}/q_{u2} + \ldots + f/R_{m1},N_{un}/q_{un} \leq H$$
$$f/R_{m2},N_{11}/q_{11} + f/R_{m2},N_{12}/q_{12} + \ldots + f/R_{m2},N_{1n}/q_{1n} + \ldots +$$
$$+ f/R_{m2},N_{u1}/q_{u1} + f/R_{m2},N_{u2}/q_{u2} + \ldots + f/R_{m2},N_{un}/q_{un} \leq H$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$f/R_{mr},N_{11}/q_{11} + f/R_{mr},N_{12}/q_{12} +\ldots+ f/R_{mr},N_{1n}/q_{1n} +\ldots+$$

$$+ f/R_{mr},N_{u1}/q_{u1} + f/R_{mr},N_{u2}/q_{u2} +\ldots+ f/R_{mr},N_{un}/q_{un} \leq H$$

gdzie:

$$0 \leq q_{11} \leq 1, \quad 0 \leq q_{12} \leq 1, \ldots, \quad 0 \leq q_{1n} \leq 1, \ldots, \quad 0 \leq q_{u1} \leq 1,$$

$$0 \leq q_{u2} \leq 1, \ldots, \quad 0 \leq q_{un} \leq 1;$$

$$\sum_{l=1}^{l=n} \sum_{j=1}^{j=u} q_{jl} \; ; \qquad /28/.$$

q_{jl} - częstość stosowania strategii N_{jl}.

Układ nierówności /27/ pozwala wyznaczyć strategie optymalne i ich częstości strony "czerwonych" oraz wartość gry, zaś układ nierówności /28/ - "niebieskich".

Tak więc równanie /13/, macierz /3/, zależności /25/ i /26/ oraz układy nierówności /27/ i /28/ stanowią ogólny model matematyczny, umożliwiający określenie optymalnego sposobu użycia środków jądrowych do zwalczania sił żywych i środków ogniowych nieprzyjaciela.

Rozwiązanie układów nierówności /27/ i /28/ znajduje się metodami programowania liniowego. Ogólna metoda jest następująca[1/].

Podzielmy układ nierówności /27/ przez dodatnie H i oznaczmy

$$\frac{p_{11}}{H} = \xi_{11}, \quad \frac{p_{12}}{H} = \xi_{12}, \ldots, \quad \frac{p_{1r}}{H} = \xi_{1r}, \ldots, \quad \frac{p_{m1}}{H} = \xi_{m1},$$

$$\frac{p_{m2}}{H} = \xi_{m2}, \ldots, \quad \frac{p_{mr}}{H} = \xi_{mr}.$$

Warunki /27/ możemy więc napisać następująco :

$$\sum_{k=1}^{k=m} \sum_{i=1}^{i=r} f/R_{ki},N_{11}/\ \xi_{ki} \geq 1,$$

1/ Zob. J.S. WENCEL "Elementy teorii gier", Państwowe Wydawnictwo Naukowe Warszawa 1961 r., str. 58.

$$\sum_{\substack{k=1\\i=1}}^{\substack{k=m\\i=r}} f/R_{ki}, N_{12}/\ \xi_{ki} \geq 1,$$

.....

.....

.....

$$\sum_{\substack{k=1\\i=1}}^{\substack{k=m\\i=r}} f/R_{ki},\ N_{1n}/\ \xi_{ki} \geq 1,$$

.....

.....

.....

$$\sum_{\substack{k=1\\i=1}}^{\substack{k=m\\i=r}} f/R_{ki},\ N_{u1}/\ \xi_{ki} \geq 1,$$

.....

.....

.....

$$\sum_{\substack{k=1\\i=1}}^{\substack{k=m\\i=r}} f/R_{ki},\ N_{u2}/\ \xi_{ki} \geq 1,$$

.....

.....

.....

$$\sum_{\substack{k=1\\i=1}}^{\substack{k=m\\i=r}} f/R_{ki},\ N_{un}/\ \xi_{ki} \geq 1,$$

/29/

gdzie ξ_{ki} /k=1,1,...., m, i = 1,2,....,r/ są liczbami nieujemnymi.

Ponieważ $\sum_{\substack{k=1\\i=1}}^{\substack{k=m\\i=r}} p_{ki} = 1,$

więc ξ_{ki} spełniają warunek

$$\sum_{\substack{k=1\\i=1}}^{\substack{k=m\\i=r}} \xi_{ki} = \frac{1}{H} \qquad /30/$$

"Czerwoni" chcą uczynić gwarantowaną wartość oczekiwaną końcowego stanu sił możliwie wielką; w przypadku tym prawa strona równości /30/ przyjmuje oczywiście możliwie małą wartość. A więc zadanie wyznaczenia strategii optymalnej /strategii korzystnych i ich częstości/ "czerwonych" oraz wartości stanu końcowego /wartości gry/, sprowadza się do znalezienia takich nieujemnych wielkości ξ_{11}, ξ_{12},...., ξ_{1r},...., ξ_{m1}, ξ_{m2},...., ξ_{mr} spełniających warunki /29/, żeby ich suma

$$\Phi = \sum_{i=1}^{i=r} \sum_{k=1}^{k=m} \xi_{ki}$$

była możliwie mała.

W podobny sposób można wyznaczyć strategię optymalną "niebieskich". Układ nierówności /28/ podzielony przez dodatnie H i oznaczmy :

$$\frac{q_{11}}{H} = \Psi_{11}, \quad \frac{q_{12}}{H} = \Psi_{12}, \ldots, \quad \frac{q_{1n}}{H} = \Psi_{1n}, \ldots, \quad \frac{q_{u1}}{H} = \Psi_{u1},$$

$$\frac{q_{u2}}{H} = \Psi_{u2}, \ldots, \quad \frac{q_{un}}{H} = \Psi_{un}.$$

Wtedy warunki /29/ możemy napisać w postaci :

$$\sum_{l=1}^{l=n} \sum_{j=1}^{j=u} f/R_{11}, N_{jl}/ \Psi_{jl} \leq 1,$$

$$\sum_{l=1}^{l=n} \sum_{j=1}^{j=u} f/R_{12}, N_{jl}/ \Psi_{jl} \leq 1,$$

.....

.....

.....

$$\sum_{l=1}^{l=n} \sum_{j=1}^{j=u} f/R_{1r}, N_{jl}/ \Psi_{jl} \leq 1,$$

.....

.....

.....

$$\sum_{j=1}^{j=u}\sum_{l=1}^{l=n} f/R_{m1},N_{jl}/\ \Psi_{jl} \leq 1,$$

$$\sum_{j=1}^{j=u}\sum_{l=1}^{l=n} f/R_{m2},N_{jl}/\ \Psi_{jl} \leq 1, \qquad /31/$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\sum_{j=1}^{j=u}\sum_{l=1}^{l=n} f/R_{mr},N_{jl}/\ \Psi_{jl} \leq 1,$$

gdzie Ψ_{jl} /j = 1,2,...., u, l=1,2,.....,n/ są liczbami nieujemnymi.

Z uwagi na to, że

$$\sum_{j=1}^{j=u}\sum_{l=1}^{l=n} q_{jl} = 1,$$

więc Ψ_{jl} spełniają warunek

$$\sum_{j=1}^{j=u}\sum_{l=1}^{l=n} \Psi_{jl} = \frac{1}{H} \qquad /32/$$

Celem działania "niebieskich" jest minimizowanie wartości oczekiwanej końcowego stanu sił; w przypadku tym prawa strona równości /32/ przyjmuje możliwie dużą wartość. Stąd też wyznaczenie strategii optymalnej niebieskich sprowadzi się do znalezienia takich nieujemnych wartości Ψ_{11}, Ψ_{12},...., Ψ_{1n},....., Ψ_{u1}, Ψ_{u2},...., Ψ_{un}, spełniających warunki /31/, aby ich suma

$$K = \sum_{j=1}^{j=u}\sum_{l=1}^{i=n} \Psi_{jl}$$

była możliwie duża.

Wyznaczenia strategii optymalnych można dokonać również inną metodą, opierając się na twierdzeniu podawanym przez J.C.C. McKinsey'a[1].

Twierdzenie to ma następującą treść :

"Niech Γ - gra prostokątna o macierzy A. Przypuśćmy, że $X \in T_1 \ /\Gamma/$ i $Y \in T_2 \ /\Gamma/$. Wówczas warunkiem koniecznym i dostatecznym na to, żeby $X \in K\left[T_1 \ /\Gamma/\right]$ i $Y \in K\left[T_2 \ /\Gamma/\right]$ jest to, aby istniał minor B macierzy A rzędu r, taki, że

$$J_r \ /\text{adj } B/ \ J'_r \neq 0$$

$$V = \frac{|B|}{J_r \ /\text{adj } B/ \ J'_r}, \qquad /33/$$

$$\dot{X} = \frac{J_r \text{ adj } B}{J_r \ /\text{adj } B/ \ J'_r}, \qquad /34/$$

$$\dot{Y} = \frac{J_r \ /\text{adj } B/'}{J_r \ /\text{adj } B/ \ J'_r}, \qquad /35/$$

gdzie $\dot{X}$ jest wektorem otrzymanym z X drogą wykreślenia elementów, odpowiadających wykreślonym wierszom przy tworzeniu minora B z macierzy A, a $\dot{Y}$ jest wektorem otrzymanym z Y drogą wykreślenia elementów, odpowiadających wykreślonym kolumnom przy tworzeniu minora B z macierzy A".

W wyrażeniach /33/, /34/, /35/ poszczególne symbole oznaczają:

- B - minor[2], rzędu r, macierzy gry;

1/ Twierdzenie to jest przytoczone w pracy "Introduction to the theory of games". Zob. tłumaczenie rosyjskie "Wwiedienije wtieoriju igr", Gosudarstwiennoje Izdatielstwo Fiziko-Matiematiczeskoj Literatury, Moskwa 1960r., str. 95.

2/ Minor B macierzy A oznacza poprostu macierz rzędu mniejszego lub równego macierzy A. Dlatego też traktując minor oddzielnie, możemy go nazywać macierzą. Na przykład z macierzy $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix}$ można utworzyć następujące minory /macierze 2 x 2/

$$\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix}.$$

- adj B - macierz dołączona macierzy B;
- /adj B/' - macierz przestawiona macierzy dołączonej /adj B/;
- J_r - macierz składająca się z jednego wiersza, w której wszystkie elementy są równe jedności $J_r = |1 \ldots\ldots 1|$;
- J_r' - macierz przestawiona macierzy J_r ;
- |B| - wyznacznik macierzy B;
- $\mathcal{V}$ - wartość gry.

Składowe wektorów $\dot{X}$ i $\dot{Y}$ wyznaczają częstości stosowania poszczególnych strategii odpowiednio jednej i drugiej strony.

Przytoczona wyżej metoda jest ogólną metodą rozwiązywania gier prostokątnych i bardziej przydatna dla obliczeń przy pomocy elektronicznych maszyn matematycznych, niż sposób opisany poprzednio. Stąd więc do ogólnego modelu omawianego problemu zamiast układów nierówności /27/ i /28/ mogą wchodzić wyrażenia /33/, /34/ i /35/, jeżeli macierz 3 oznaczymy przez A, a $\mathcal{V} = H$.

Reasumując rozważania dotyczące problemu optymalnego wykorzystania środków jądrowych do zwalczania sił żywych i środków ogniowych nieprzyjaciela należy stwierdzić, że jedynie pomocnym aparatem do rozwiązania tego zagadnienia jest teoria gier. Zbudowanie macierzy odzwierciedlającej daną sytuację na ogół nie przedstawia większych trudności, a znalezienie strategii optymalnej, w przypadku istnienia punktu siodłowego, jest rzeczą wręcz banalną. Jeśli natomiast punktu siodłowego nie ma, a macierz jest rzędu większego niż 2 x 2, obliczenia stają się pracochłonne i wówczas w warunkach, kiedy zależy na jak najszybszym otrzymaniu wyników, celowym jest wykorzystywanie elektronicznych maszyn matematycznych. Dla skrócenia czasu trwania obliczeń, mogą być zawczasu opracowane odpowiednio podprogramy, a niektóre stale występujące niezmienne wielkości - wprowadzone do pamięci maszyny.

4. Sformułowanie modelu matematycznego dla określenia optymalnego wariantu punktów zerowych podczas zwalczania celu kilkoma środkami jądrowymi.

Poprzednio została omówiona ogólna metoda określania optymalnego sposobu użycia środków jądrowych w odniesieniu do zwalczania sił żywych i środków ogniowych nieprzyjaciela. Zbudowany do tego celu model matematyczny uwzględnia ugrupowanie wojsk obu stron oraz wydzielone ilości środków jądrowych do zwalczania poszczególnych elementów /obiektów/, zależnie od ich wielkości /liczebności/ i miejsca w ugrupowaniu bojowym. W modelu tym nie bierze się natomiast pod uwagę rozmieszczenia punktów zerowych uderzeń jądrowych. Nie uwzględnianie tego nie jest przypadkiem, poprostu nie jest to możliwe, gdyż cały model musiałby być bardzo skomplikowany, co przekreślałoby jego wartość użyteczną, zaś szczegółowa analiza byłaby niezmiernie trudna, nawet przy użyciu maszyn matematycznych.

Dlatego wydaje się konieczne opracowanie oddzielnego modelu matematycznego, przy pomocy którego można by wyznaczyć optymalny wybór punktów zerowych uderzeń jądrowych. Sposoby omówione w rozdziale II nie gwarantują otrzymania najlepszego wariantu. Za punkt wyjścia całości rozważań przyjmiemy, że przy pomocy poprzedniego modelu został wyznaczony optymalny wariant użycia środków jądrowych. Wariant ten określa tylko ogólną ilość i rodzaje /moc/ środków jądrowych, które przewiduje się wykonać na poszczególne elementy ugrupowania bojowego strony przeciwnej. Dla tej liczby środków można wybrać na ogół bardzo wiele różnych możliwości realizacji uderzeń jądrowych, ze względu na rozmieszczenie punktów zerowych. Jest rzeczą oczywistą, że wyraźnie niekorzystne warianty wyboru punktów zerowych można wykluczyć, bez żadnego posługiwania się jakimkolwiek metodami. Jeśli natomiast w grę będzie wchodziło kilka jednakowo możliwych, wtedy już intuicyjne sposoby nie pozwolą określić, który jest lepszy z uwagi na osiągnięcie większych efektów. Wtedy trzeba już zastosować metody gwarantujące najlepszy rozdział. Jest kwestią bezsporną, że w pewnych szczególnych przypadkach konkretnie istniejące warunki podyktują jednoznaczne rozwiązanie. Będzie to miało miejsce wówczas, gdy obiekty uderzeń jądrowych stanowią oddzielne cele i do każdego z nich używa się

jednej rakiety, nawet jeśli jest to cel grupowy. Jednakże sytuacja wyraźnie się zmieni, jeżeli do jednego celu należy /przewiduje się/ wykonać kilka uderzeń, przy czym nie da się wyróżnić odrębnych obiektów lub można dokładnie ustalić tylko niektóre z nich. W takim przypadku, dla dokonania optymalnego wyboru punktów zerowych pomocną staje się teoria gier, umożliwiająca zbudowanie odpowiedniego modelu i jego szczegółową analizę.

Dla potrzeb sformułowania modelu matematycznego omawianej sytuacji wprowadźmy następujące oznaczenia :

- x_p - ogólny początkowy stan sił "czerwonych";
- $\gamma_i x_p$ - początkowy stan sił w i-tym elemencie ugrupowania bojowego "czerwonych", $0 \leq \gamma_i \leq 1$, /i=1,2,....,r/;
- Z_k - wariant wyboru punktów zerowych uderzeń jądrowych "czerwonych" przy przyjętym /jednym/ sposobie ugrupowania bojowego, /k=1,2,.....,s/;
- $\lambda_{ijl}\ \gamma_i x_p$ - wartość oczekiwana ilości pozostałych sił w elemencie W_i "czerwonych" w zależności od wariantu B_{jl} użycia środków jądrowych przez stronę "niebieskich";
- V_j^l - miejsce danego elementu V_j "niebieskich" zależne od przyjętego wariantu ugrupowania bojowego l, /j=1,2,..., u, l = 1,2, ..., n/;
- y_p - ogólny początkowy stan sił "niebieskich";
- $\eta_j^l\ y_p$ - początkowy stan sił w j- tym elemencie ugrupowania "niebieskich", $0 < \eta_j^l \leq 1$;
- $\mu_{ji}^l\ \eta_j^l\ y_p$ - wartość oczekiwana ilości pozostałych sił w j- tym elemencie ugrupowania "niebieskich" po wykonaniu przez "czerwonych" uderzeń jądrowych przy wyborze punktów zerowych według k-go wariantu.

W charakterze kryterium efektywności przyjmiemy wartość oczekiwaną końcowego stanu sił, po zakończeniu działań bojowych, określaną przy pomocy równań różniczkowych Lanchestera /2.9/.

Aby zbudować model matematyczny należy w pierwszym rzędzie zestawić możliwe warianty wyboru punktów zerowych uderzeń jądrowych i określić wartość oczekiwaną strat zadawanych poszczególnym elementom ugrupowania bojowego prze-

ciwnika. Mając obliczoną tę wielkość, łatwo jest ustalić wartość oczekiwaną pozostałych /nierażonych/ sił. Niezbędne informacje, o stronie własnej i przeciwniku, dla obliczenia wartości oczekiwanej zawsze będziemy posiadać, gdyż bez tego nie mogłoby być mowy o planowaniu uderzeń jądrowych. Otrzymane wyniki wypisujemy w formie macierzy, która jest pomocniczą do zestawienia macierzy, uwzględniającej również i uderzenia strony przeciwnej.

Macierz 4

Macierz wartości oczekiwanych nierażonych sił "niebieskich" w poszczególnych elementach ugrupowania w zależności od przyjętego wariantu punktów zerowych uderzeń jądrowych "czerwonych".

Strategie "niebieskich" / Strategie "czerwonych"		Warianty ugrupowania								
		D^1				....	D^n			
		Rozmieszczenie poszczególnych elementów								
		V_1^1	V_2^1	.....	V_u^1	....	V_1^n	V_2^n	....	V_u^n
Warianty wyboru punktów zerowych	z_1	$M_{11}^1 \eta_1^1 y_p$	$M_{21}^1 \eta_2^1 y_p$	.....	$M_{u1}^1 \eta_u^1 y_p$	....	$M_{11}^n \eta_1^n y_p$	$M_{21}^n \eta_2^n y_p$	....	$M_{u1}^n \eta_u^n y_p$
	z_2	$M_{12}^1 \eta_1^1 y_p$	$M_{22}^1 \eta_2^1 y_p$	.....	$M_{u2}^1 \eta_u^1 y_p$	....	$M_{12}^n \eta_1^n y_p$	$M_{22}^n \eta_2^n y_p$	....	$M_{u2}^n \eta_u^n y_p$
		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	z_s	$M_{1s}^1 \eta_1^1 y_p$	$M_{2s}^1 \eta_2^1 y_p$	.....	$M_{us}^1 \eta_u^1 y_p$	....	$M_{1s}^n \eta_1^n y_p$	$M_{2s}^n \eta_2^n y_p$	....	$M_{us}^n \eta_u^n y_p$

Macierz ta nie uwzględnia możliwości przyjęcia różnorodnych form ugrupowania przez "czerwonych", gdyż zakłada się, że został ustalony optymalny sposób ugrupowania wojsk i użycia środków jądrowych, drogą rozwiązania poprzedniego modelu. Obecnie natomiast rozpatruje się kwestię jaka z możliwych alternatyw wyboru punktów zerowych, dla ustalonej już ilości środków jądrowych, jest najlepsza. W tym celu wzięto pod uwagę wszystkie ewentualności ugrupowania przeciwnika. W przypadku gdy znane będzie konkretne rozmieszczenie sił nieprzyjaciela i z oceny będzie wynikała niemożliwość dokonania żadnych zmian w jego ugrupowaniu, do momentu wykonania uderzeń jądrowych "czerwonych", wtedy całe zagadnienie znacznie się uprości, a wybór optymalnego rozłożenia punktów zerowych, nie będzie przedstawiał najmniejszych trudności. Dlatego też w pracy tego przypadku nie bierze się pod uwagę.

Oprócz opracowanej wyżej macierzy 4, należy ponadto zestawić wyniki uderzeń jądrowych "niebieskich" na ustalone ugrupowanie "czerwonych". Wyniki te celowym jest również zapisać w postaci wartości oczekiwanych nierażonej ilości sił. Jeżeli rozpatruje się te same warianty użycia środków jądrowych przez stronę "niebieskich" wówczas można wykorzystać odpowiednie obliczenia zawarte w macierzy 1. Jednakże w odniesieniu do przeciwnika można by postąpić analogicznie jak i do strony własnej. To znaczy, z rozwiązania poprzedniego modelu określić optymalny wariant ugrupowania i użycia środków jądrowych "niebieskich", a następnie biorąc pod uwagę tylko ustalone rozwiązanie, rozpatrzyć zagadnienie optymalnego wyboru punktów zerowych dla danej ilości środków jądrowych. W jednym i drugim przypadku metoda postępowania będzie identyczna, a wobec tego dla jej ilustracji w pracy rozpatruje się możliwość przyjęcia przez przeciwnika różnorodnych form ugrupowania i wariantów użycia środków jądrowych, nie zastanawiając się nad optymalizacją wyboru punktów zerowych.

Zestawienie wyników uderzeń jądrowych strony "niebieskich" na ugrupowanie "czerwonych" jest przedstawione w macierzy 5.

Macierz 5

Macierz wartości oczekiwanych nierażonych sił "czerwonych" w poszczególnych elementach ugrupowania w zależności od wariantu użycia środków jądrowych "niebieskich"

Strategie "niebieskich" / Strategie "czerwonych"		Warianty ugrupowania D^1		.....		.....	D^n		.....	
		Warianty użycia środków jądrowych								
		B_{11}	B_{12}	.....	B_{1n}	.....	B_{u1}	B_{u2}	.....	B_{un}
Ilość i rozmieszczenie elementów w przyjętym wariancie ugrupowania	W_1	$\lambda_{111}\gamma_1{}^{x}{}_{p}$	$\lambda_{112}\gamma_1{}^{x}{}_{p}$	.....	$\lambda_{11n}\gamma_1{}^{x}{}_{p}$	.....	$\lambda_{1u1}\gamma_1{}^{x}{}_{p}$	$\lambda_{1u2}\gamma_1{}^{x}{}_{p}$	.....	$\lambda_{1un}\gamma_1{}^{x}{}_{p}$
	W_2	$\lambda_{211}\gamma_2{}^{x}{}_{p}$	$\lambda_{212}\gamma_2{}^{x}{}_{p}$	.....	$\lambda_{21n}\gamma_2{}^{x}{}_{p}$	.....	$\lambda_{2u1}\gamma_2{}^{x}{}_{p}$	$\lambda_{2u2}\gamma_2{}^{x}{}_{p}$	.....	$\lambda_{2un}\gamma_2{}^{x}{}_{p}$
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
	W_r	$\lambda_{r11}\gamma_r{}^{x}{}_{p}$	$\lambda_{r12}\gamma_r{}^{x}{}_{p}$	.....	$\lambda_{r1n}\gamma_r{}^{x}{}_{p}$	.....	$\lambda_{ru1}\gamma_r{}^{x}{}_{p}$	$\lambda_{ru2}\gamma_r{}^{x}{}_{p}$	.....	$\lambda_{run}\gamma_r{}^{x}{}_{p}$

Zestawienie tej macierzy nie przedstawia żadnych trudności, gdyż jest analogiczne do omówionego poprzednio.

Korzystając z danych zawartych w obu powyższych macierzach, można przystąpić do wypełniania elementów ogólnej macierzy. Elementami tej ogólnej macierzy będą wartości oczekiwane końcowego stanu sił /po zakończeniu walki/, przy czym wartości dodatnie odpowiadają odniesieniu sukcesu przez "czerwonych" zaś ujemne - przez "niebieskich". Dla obliczenia poszczególnych wartości wykorzystujemy rozwiązania równań różniczkowych /2.9/.

Określmy więc wartości oczekiwane końcowego stanu sił zależnie od odpowiednich strategii obu stron.

Dla strategii Z_1 /pierwszy wariant wyboru punktów zerowych przez "czerwonych"/, B_{11} /pierwszy wariant ugrupowania i odpowiadający mu sposób użycia środków jądrowych "niebieskich"/.

$$\frac{x}{x_p} = /\mathrm{sgn}/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{i=r} / \lambda_{i11}\ \gamma_1/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2} \sum_{j=1}^{j=u} /\mu^1_{j1}\ \eta^1_j/^2\right|}$$

W dalszym ciągu będziemy przyjmować symbol $h/Z_i, B_{j1}/$ na oznaczenie wartości oczekiwanej końcowego stanu sił, tak więc dla strategii Z_1, B_{11} napiszemy

$$h\ /Z_1, B_{11}/ = /\mathrm{sgn}/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{i=r} / \lambda_{i11}\ \gamma_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p} \sum_{j=1}^{j=u} /\mu^1_{j1}\ \eta^1_j/^2\right|}$$

Dla strategii Z_1 i B_{12},

$$h\ /Z_1, B_{12}/ = /\mathrm{sgn}/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{i=r} / \lambda_{i12}\ \gamma_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2} \sum_{j=1}^{j=u} /\mu^1_{j1}\ \eta^1_j/^2\right|}.$$

Dla strategii Z_1 i B_{1n}

$$h\ /Z_1, B_{1n}/ = /\mathrm{sgn}/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{i=r} / \lambda_{i1n}\ \gamma_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2} \sum_{j=1}^{j=u} /\mu^1_{j1}\ \eta^1_j/^2.\right|}$$

Dla strategii Z_1 i B_{u1}

$$h\ /Z_1, B_{u1}/ = /\mathrm{sgn}/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{i=r} / \lambda_{iu1}\ \gamma_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2} \sum_{j=1}^{j=u} /\mu^n_{j1}\ \eta^n_j/^2.\right|}$$

Dla strategii Z_1 i B_{u2}

$$h\,/Z_1,B_{u2}/ = /sgn/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{i=r} /\lambda_{iu2}\gamma_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\sum_{j=1}^{j=u} /\mu_{j1}^{n}\eta_j^{n}/^2\right|}.$$

Dla strategii Z_1 i B_{un}

$$h\,/Z_1,B_{un}/ = /sgn/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{i=r} /\lambda_{iun}\gamma_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\sum_{j=1}^{j=u} /\mu_{j1}^{n}\eta_j^{n}/^2\right|}.$$

Dla strategii Z_2 i B_{11}

$$h\,/Z_2,B_{11}/ = /sgn/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{i=r} /\lambda_{i11}\gamma_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\sum_{j=1}^{j=u} /\mu_{j2}^{1}\eta_j^{1}/^2\right|}.$$

Dla strategii Z_2 i B_{12}

$$h\,/Z_2,B_{12}/ = /sgn/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{i=r} /\lambda_{i12}\gamma_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\sum_{j=1}^{j=u} /\mu_{j2}^{1}\eta_j^{1}/^2\right|}.$$

Dla strategii Z_2 i B_{1n}

$$h\,/Z_2,B_{1n}/ = /sgn/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{i=r} /\lambda_{i1n}\gamma_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\sum_{j=1}^{j=u} /\mu_{j2}^{1}\eta_j^{1}/^2\right|}.$$

Dla strategii Z_2 i B_{u1}

$$h\,/Z_2,B_{u1}/ = /sgn/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{i=r} /\lambda_{iu1}\gamma_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\sum_{j=1}^{j=u} /\mu_{j2}^{n}\eta_j^{n}/^2\right|}.$$

Dla strategii Z_2 i B_{u2}

$$h\,/Z_2,B_{u2}/ = /sgn/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{i=r} /\lambda_{iu2}\gamma_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\sum_{j=1}^{j=u} /\mu_{j2}^{n}\eta_j^{n}/^2\right|}.$$

Dla strategii Z_2 i B_{un}

$$h\,/Z_2,B_{un}/ = /sgn/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{i=r} /\lambda_{iun}\gamma_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\sum_{j=1}^{j=u} /\mu_{j2}^{n}\eta_j^{n}/^2\right|}.$$

Dla strategii Z_s i B_{11}

$$h\,/Z_s, B_{11}/ = /\mathrm{sgn}/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{i=r} /\lambda_{i11}\,\gamma_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\sum_{j=1}^{j=u} /\mu_{js}^{1}\,\eta_j^{1}/^2\right|}.$$

Dla strategii Z_s i B_{12}

$$h\,/Z_s, B_{12}/ = /\mathrm{sgn}/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{i=r} /\lambda_{i12}\,\gamma_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\sum_{j=1}^{j=u} /\mu_{js}^{1}\,\eta_j^{1}/^2\right|}.$$

Dla strategii Z_s i B_{1n}

$$h\,/Z_s, B_{1n}/ = /\mathrm{sgn}/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{i=r} /\lambda_{i1n}\,\gamma_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\sum_{j=1}^{j=u} /\mu_{js}^{1}\,\eta_j^{1}/^2\right|}.$$

Dla strategii Z_s i B_{u1}

$$h\,/Z_s, B_{u1}/ = /\mathrm{sgn}/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{i=r} /\lambda_{iu1}\,\gamma_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\sum_{j=1}^{j=u} /\mu_{js}^{n}\,\eta_j^{n}/^2\right|}.$$

Dla strategii Z_s i B_{u2}

$$h\,/Z_s, B_{u2}/ = /\mathrm{sgn}/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{i=r} /\lambda_{iu2}\,\gamma_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\sum_{j=1}^{j=u} /\mu_{js}^{n}\,\eta_j^{n}/^2\right|}.$$

Dla strategii Z_s i B_{un}

$$h\,/Z_s, B_{un}/ = /\mathrm{sgn}/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{i=r} /\lambda_{iun}\,\gamma_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\sum_{j=1}^{j=u} /\mu_{js}^{n}\,\eta_j^{n}/^2\right|}.$$

Obliczone wyniki należy zestawić w formie macierzy przedstawionej niżej.

Macierz wartości oczekiwanej końcowego stanu sił w zależności od przyjętego wariantu wyboru punktów zerowych przez "czerwonych" oraz ugrupowania i sposobu użycia środków jądrowych przez "niebieskich".

Strategie "niebieskich" / Strategie "czerwonych"		Warianty ugrupowania i użycia środków jądrowych								
		B_{11}	B_{12}	....	B_{1n}	....	B_{u1}	B_{u2}	....	B_{un}
Warianty wyboru punktów zerowych	Z_1	$h/Z_1,B_{11}/$	$h/Z_1,B_{12}/$	....	$h/Z_1,B_{1n}/$	....	$h/Z_1,B_{u1}/$	$h/Z_1,B_{u2}/$	....	$h/Z_1,B_{un}/$
	Z_2	$h/Z_2,B_{11}/$	$h/Z_2,B_{12}/$	....	$h/Z_2,B_{1n}/$	....	$h/Z_2,B_{u1}/$	$h/Z_2,B_{u2}/$	....	$h/Z_2,B_{un}/$
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮	⋮
	Z_s	$h/Z_s,B_{11}/$	$h/Z_s,B_{12}/$	....	$h/Z_s,B_{1n}/$	....	$h/Z_s,B_{u1}/$	$h/Z_s,B_{u2}/$	....	$h/Z_s,B_{un}/$

Aby z wszystkich wariantów wybrać optymalny sposób rozmieszczenia punktów zerowych uderzeń jądrowych, należy przeanalizować macierz 6. Decydując się na wybór danej strategii musimy zawsze liczyć się z rozsądnym działaniem przeciwnika, w którego interesie leży minimizowanie wartości zawartych w macierzy. Tak więc, jeśli wybierzemy strategię Z_k /k=1,2,....,s/, to strona przeciwna zastosuje taką strategię B_{jl} /j=1,2,.....,u; l=1,2,..., n/, że wartość oczekiwana końcowego stanu sił będzie wynosić

$$\alpha_k = \min_{jl} h/Z_k, B_{jl}/.$$

Jednakże spośród strategii Z_k istnieje taka, która gwarantuje osiągnięcie maksimum tej wartości, stanowiącej minimalną wygraną "czerwonych". Oznaczając tę wielkość przez α otrzymamy

$$\alpha = \max_{k} \min_{jl} h/Z_k, B_{jl}/ \qquad /36/$$

Stosowanie strategii Z_k zapewnia osiągnięcie wartości oczekiwanej końcowego stanu sił nie mniejszej niż α, gdyż zostało uwzględnione działanie przeciwnika najbardziej niekorzystne. Jest-ć to tym samym najostrożniejsza strategia "czerwonych".

Strona przeciwna jest w podobnej sytuacji. Jeśli na przykład wybierze strategię B_{jl}, wówczas "czerwoni" przyjmą taki wariant punktów zerowych, który będzie zapewniał uzyskanie maksymalnej wartości oczekiwanej końcowego stanu sił, tj.

$$\beta_{jl} = \max_{k} h/Z_k, B_{jl}/.$$

Lecz w zbiorze strategii "niebieskich" znajduje się wariant gwarantujący uzyskanie minimum tej wartości, która stanowi maksymalną wygraną "czerwonych" /przegraną niebieskich/. Jeśli wielkość tę oznaczymy przez β wówczas

$$\beta = \min_{jl} \max_{k} h/Z_k, B_{jl}/ \qquad /37/$$

W przypadku zachodzenia równości między zależnościami /36/ i /37/, tj. kiedy

$$\max_{k} \min_{jl} h/Z_k, B_{jl}/ = \min_{jl} \max_{k} h/Z_k, B_{jl}/ \qquad /38/$$

strategie Z_k i B_{jl} są strategiami optymalnymi odpowiednio jednej i drugiej strony. Zapewniają one osiągnięcie wygranej /przegranej/ równej elementowi macierzy $h/Z_{k_o}, B_{j_o l_o}$ / odpowiadającemu strategiom Z_{ko} i B_{jolo}. W takim razie każda ze stron, nie chcąc działać na własną niekorzyść, powinna stosować tylko ten jeden wariant. Bowiem w teorii gier dowodzi się, że każde odstępstwo od strategii optymalnej jest niekorzystne dla odstępującego, jeśli tylko druga strona trzyma się swojej strategii optymalnej. Oznaczając strategię optymalną strony "czerwonych" przez Z_k^*, a strony "niebieskiej" przez B_{jl}^*, na mocy wspomnianego twierdzenia zachodzi następująca nierówność

$$h/Z_k, B_{jl}^*/ \leq h/Z_k^*, B_{jl}^*/ \leq h/Z_k^*, B_{jl}/ \qquad /39/.$$

Jeżeli równość /38/ nie będzie spełniona, wtedy istnieje szansa uzyskania większej wartości oczekiwanej końcowego stanu sił niż wynika to z wyrażenia /36/. Możliwość uzyskania większej wartości polega na stosowaniu strategii mieszanej, a nie jednej, czystej strategii gwarantującej osiągnięcie wygranej równej α . Aby móc wyznaczyć optymalną strategię mieszaną "czerwonych", należy najpierw z macierzy 6 wykreślić wszystkie strategie niekorzystne. Niekorzystnymi będą te strategie, przy których wartość oczekiwana końcowego stanu sił będzie mniejsza lub równa niż przy innych strategiach. Zatem wykreśleniu podlegają wszystkie te strategie "czerwonych" Z_k dla których zachodzi nierówność

$$h/Z_k, B_{jl}/ \leq h/Z_i, B_{jl}/, \text{ dla } k \neq i, \; /j=1,2,\ldots,u;$$

$$l=1,2,\ldots,n/ \qquad /40/.$$

W analogiczny sposób powinna postąpić i strona przeciwna. Niekorzystnymi strategiami "niebieskich" będą te, dla których wartość oczekiwana końcowego stanu sił będzie większa lub równa niż przy innych strategiach. Stąd "niebiescy" nie powinni brać pod uwagę wszystkich tych strategii B_{jl}, które spełniają nierówność

$$h/Z_k, B_{jl}/ \geq h/Z_k, B_{ab}/, \quad \text{dla} \quad j \neq a \quad \text{lub} \quad l \neq a,$$

$$/k = 1,2,\ldots, s/ \qquad /41/.$$

Po tak przeprowadzonej operacji, w rachubę wejdą tylko strategie korzystne jednej i drugiej strony.

Optymalne strategie mieszane obu stron można wyznaczyć jedną z metod opisanych przy omawianiu poprzedniego modelu. Odpowiednie układy nierówności przyjmą postać :

$$h/Z_1,B_{11}/p_1 + h/Z_2,B_{11}/p_2 + \dots + h/Z_s,B_{11}/p_s \geqslant H$$
$$h/Z_1,B_{12}/p_1 + h/Z_2,B_{12}/p_2 + \dots + h/Z_s,B_{12}/p_s \geqslant H$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$h/Z_1,B_{1n}/p_1 + h/Z_2,B_{1n}/p_2 + \dots + h/Z_s,B_{1n}/p_s \geqslant H \quad /42/.$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$h/Z_1,B_{u1}/p_1 + h/Z_2,B_{u1}/p_2 + \dots + h/Z_s,B_{u1}/p_s \geqslant H$$
$$h/Z_1,B_{u2}/p_1 + h/Z_2,B_{u2}/p_2 + \dots + h/Z_s,B_{u2}/p_s \geqslant H$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$h/Z_1,B_{un}/p_1 + h/Z_2,B_{un}/p_2 + \dots + h/Z_s,B_{un}/p_s \geqslant H$$

gdzie:

$$0 \leq p_1 \leq 1, \quad 0 \leq p_2 \leq 1, \dots, \quad 0 \leq p_s \leq 1,$$

$$\sum_{k=1}^{k=s} p_k = 1, \qquad /42/$$

p_k - częstość stosowania strategii Z_k.

Tak więc układ nierówności /41/ pozwala wyznaczyć częstość stosowania strategii korzystnych przez stronę "czerwonych" oraz wartość gry H.

Natomiast częstość stosowania strategii korzystnych przez stronę "niebieskich" otrzymuje się z rozwiązania poniższego układu nierówności

$$h/Z_1,B_{11}/q_{11} + h/Z_1,B_{12}/q_{12} + \dots + h/Z_1,B_{1n}/q_{1n} + \dots +$$
$$+ h/Z_1,B_{u1}/q_{u1} + h/Z_1,B_{u2}/q_{u2} + \dots + h/Z_1,B_{un}/q_{un} \leq H$$

$$h/Z_2,B_{11}/q_{11} + h/Z_2,B_{12}/q_{12} + \dots + h/Z_2,B_{1n}/q_{1n} + \dots +$$
$$+ h/Z_2,B_{u1}/q_{u1} + h/Z_2,B_{u2}/q_{u2} + \dots + h/Z_1,B_{un}/q_{un} \leq H \quad /43/$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$h/Z_s,B_{11}/q_{11} + h/Z_s,B_{12}/q_{12} + \dots + h/Z_s,B_{1n}/q_{1n} + \dots +$$
$$+ h/Z_s,B_{u1}/q_{u1} + h/Z_s,B_{u2}/q_{u2} + \dots + h/Z_s,B_{un}/q_{un} \leq H$$

gdzie:

$0 \leq q_{11} \leq 1, \quad 0 \leq q_{12} \leq 1, \dots, \quad 0 \leq q_{1n} \leq 1, \dots, \quad 0 \leq q_{u1} \leq 1,$

$0 \leq q_{u2} \leq 1, \dots, \quad 0 \leq q_{un} \leq 1,$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ \iota=1}}^{\substack{j=u \\ \iota=n}} q_{j\iota} = 1, \qquad /43/$$

$q_{j\iota}$ - częstość stosowania strategii $B_{j\iota}$.

Strategie optymalne obu stron oraz wartość oczekiwaną końcowego stanu sił można też obliczyć z następujących wyrażeń.

$$H = \frac{|C|}{J_r/\text{adj } C/\ J_r'} \qquad /44/$$

$$\dot{X} = \frac{J_r \text{ adj } C}{J_r/\text{adj } C/\ J_r'} \qquad /45/$$

$$\dot{Y} = \frac{J_r/\text{adj } C/'}{J_r/\text{adj } C/\ J_r'} \qquad /46/$$

gdzie: C - minor macierzy 6;

$$J_r/\text{adj } C/\ J_r' \neq 0,$$

Zatem macierz 6, zależności /40/ i /41/ oraz układy nierówności /42/ i /43/ stanowią ogólny model dla wyznaczenia optymalnego wariantu wyboru punktów zerowych uderzeń jądrowych podczas zwalczania celu kilkoma jednostkami. Zamiast układów nierówności /42/ i /43/ jako część składowa modelu

mogą wchodzić wyrażenia /44/, /45/ i /46/. W jednym i drugim przypadku otrzymamy identyczny wynik.

Jak wspomniano uprzednio, model ten może być również zbudowany w oparciu o prognozowanie wyboru punktów zerowych uderzeń jądrowych przez przeciwnika wtedy, gdy z rozwiązania pierwszego modelu wyznaczymy jego optymalny wariant ugrupowania i odpowiadający mu sposób użycia środków jądrowych. Przy tak ustawionym zagadnieniu macierz wartości oczekiwanych, końcowego stanu sił będzie mniejszego rzędu, gdyż dla każdej ze stron zostanie uwzględniony jeden /niekiedy kilka/ wariant ugrupowania i pewna ilość wariantów wyboru punktów zerowych.

Oznaczając przez Z_k /k = 1,2, ..., s/ możliwe rozmieszczenia punktów uerowych uderzeń jądrowych "czerwonych", przez $T_ł$ /ł = 1,2, ..., z/ - "niebieskich", a przez

$$g\,/Z_k,T_ł/ = /\mathrm{sgn}/\sqrt{\left|\sum_{i=1}^{i=r} /\lambda_{ił}\,\gamma_i/^2 - \frac{y_p^2}{x_p^2}\sum_{j=1}^{j=u} /\mu_{jk}\,\eta_j/^2\right|}.$$

funkcję końcowego stanu sił, zasadniczą macierz można napisać w postaci przedstawionej niżej.

Macierz 7

Macierz wartości oczekiwanej końcowego stanu sił w zależności od przyjętych wariantów wyboru punktów zerowych uderzeń jądrowych przez obie strony i jednego wariantu ugrupowania.

		Warianty wyboru punktów zerowych			
		T_1	T_2	.....	$T_ł$
Warianty wyboru punktów zerowych	Z_1	$g/Z_1,T_1/$	$g/Z_1,T_2/$	.....	$g/Z_1,T_ł/$
	Z_2	$g/Z_2,T_1/$	$g/Z_2,T_2/$	.....	$g/Z_2,T_ł/$
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	Z_s	$g/Z_s,T_1/$	$g/Z_s,T_2/$	.....	$g/Z_s,T_ł/$

Obliczenia związane z wyznaczeniem strategii optymalnych i wartości gry dokonuje się analogicznymi metodami, które zostały omówione wyżej.

Szczegółowa metoda rozwiązywania obu przedstawionych modeli matematycznych będzie przedstawiona w następnych rozdziałach, podczas rozpatrywania konkretnych przykładów.

5/ Sformułowanie modelu matematycznego dla określenia optymalnego podziału zadań między pododdziały wykonujące uderzenia jądrowe.

Cele dla uderzeń jądrowych, występujące na polu walki, będą bardzo różnorodne ze względu na położenie, wielkość, charakter ukryć, wrażliwość itp., przy czym ich ilość często będzie przekraczała możliwości jednoczesnego zwalczania. Wyłania się stąd nadzwyczaj istotny problem, absorbujący stosunkowo dużo czasu sztabom odpowiedzialnym za planowanie uderzeń jądrowych - podział zadań ogniowych między poszczególne pododdziały rakiet. Na pozór mogłoby się wydawać, że rozwiązanie tego problemu nie jest trudne. Co prawda nie jest ono niemożliwe, tym nie mniej do prostych nie należy. Żeby się o tym przekonać,

wystarczy uzmysłowić, że jeżeli mamy 3 pododdziały i 3 cele do zwalczania, to ilość możliwych wariantów realizacji tego zadania wynosi 6, natomiast przy 4 pododdziałach i 3 celach ilość ta powiększa się do 24, a już przy 5 pododdziałach i 4 celach wynosi 120 i ogólnie $\frac{n!}{/m-n/!}$, jeśli $n \geqslant m$, lub $\frac{m!}{/m-n/!}$, jeśli $m \geqslant n$, gdzie m - ilość pododdziałów, n - ilość celów. Tak więc, ilość możliwych wariantów realizacji zadania odpowiada ilości wariacji z n elementów po m. Bezwzględnie, gdy nie zależy nam na najlepszym podziale, a zadawala nas dowolny - wtedy zadanie jest zupełnie błahe i nie przedstawia żadnego problemu. Jednakże takie traktowanie sprawy nie może być brane pod uwagę, gdyż jest sprzeczne z elementarnymi zasadami ekonomiczności wykorzystania sił i środków. Główną dewizą każdej działalności, a więc w tym i prowadzenia działań bojowych, jest uzyskanie maksymalnego efektu przy minimalnym nakładzie sił i środków. Niekiedy może jeszcze dochodzić warunek: w najkrótszym czasie lub w określonym czasie. A więc w odniesieniu do podziału zadań ogniowych, będzie każdorazowo chodziło o określenie optymalnego wariantu. Optymalnym będzie ten, przy którym osiągnie się maksimum lub minimum przyjętego kryterium efektywności. Na ogół zbiór możliwych wariantów realizacji zadań ogniowych będzie składał się z wielu elementów, stąd też aby wybrać z niego optymalny - należy opracować specjalną metodę, gdyż intuicyjny wybór zawsze będzie niedoskonały.

Dla określenia modelu, przy pomocy którego można by jednoznacznie ustalić optymalny wariant podziału zadań ogniowych dla pododdziałów wykonujących uderzenia jądrowe, rozpatrzymy i przeanalizujemy następującą sytuację.

Przyjmijmy, że należy spodziewać się j /j= 1,2,...,n/ celów grupowych nieprzyjaciela, które zdecydowano się zwalczać uderzeniami jądrowymi. O konkretnym rozmieszczeniu tych obiektów nie posiadamy szczegółowych danych. Jednakże na podstawie uzyskanych informacji istnieje podstawa do ustalenia możliwych wariantów ugrupowania poszczególnych obiektów nieprzyjaciela. Przy czym pod pojęciem "wariant ugrupowania" należy rozumieć każdą zmianę w dowolnym obiekcie odnośnie jego miejsca w ugrupowaniu bojowym, wielkości zajmowanego rejonu, stopnia roz-

członkowania, warunków obrony przed bronią masowego rażenia i inne. Posiadanie informacji o szczegółowym rozmieszczeniu wszystkich zwalczanych celów, przy założeniu, że do momentu wykonania uderzeń jądrowych położenie ich nie ulegnie żadnej zmianie, należy uważać za przypadek szczególny. W tym szczególnym przypadku sytuacja będzie znacznie uproszczona i analiza jej stosunkowo łatwa. Bowiem po stronie przeciwnika będzie brany pod uwagę tylko jeden wariant ugrupowania i po stronie własnej - różne możliwości realizacji tego zadania.

Dalej załóżmy, że dla realizacji zwalczania tych j obiektów dysponujemy i /i=1,2,...,m/ pododdziałami rakiet. Każdy pododdział może wykonać uderzenie rakietą jądrową o mocy Q_k [1] /k=1,2,3/. Możliwość wykonania uderzenia przez dany pododdział do konkretnego obiektu jest uwarunkowana pewnymi ograniczeniami.

Przy tak ustawionych warunkach istota zadania sprowadza się do wyznaczenia optymalnego wariantu podziału zadań ogniowych, spośród wszystkich możliwych. Żeby jednak autorytatywnie stwierdzić, który wariant jest najlepszy, trzeba ustalić co przyjmować za kryterium oceny.

W tym przypadku jako kryterium efektywności należy przyjąć wskaźnik ekonomiczności strzelania. Wskaźnikiem ekonomiczności strzelania będziemy nazywać faktyczne zużycie mocy ładunków jądrowych na jednostkę /procent/ wartości oczekiwanej rażonej części celu. Oznaczając stosunek ogólnej mocy użytych ładunków jądrowych i wartości oczekiwanej rażonej części celu przez E, wskaźnik ekonomiczności strzelania można przedstawić w postaci

$$E = \frac{\sum_{k=1}^{k=w} Q_k}{M_w} \qquad /47/$$

Jeśli uderzenie jądrowe wykonuje się tylko jedną rakietą, wówczas

$$E = \frac{Q}{M} \qquad /47/.$$

1/ W ogólnym przypadku można by wziąć dowolną skończoną ilość rodzajów rakiet. Jednakże i przy ograniczeniu ich do trzech, ogólność rozważań nie zostaje zawężona, natomiast obecnie dla celów szkolnych przyjmuje się po trzy rodzaje mocy ładunków jądrowych dla RT i ROT.

Znając ilość pododdziałów, które mogą wykonywać uderzenia, moce ładunków jądrowych oraz ilość celów, ich charakterystykę i prawdopodobne rozmieszczenie, można obliczyć wskaźniki ekonomiczności strzelania do każdego celu przez dowolny pododdział. Wyniki te są przedstawione w formie macierzy 8.

Elementy tej macierzy obliczamy następująco. Najpierw obliczamy wartość oczekiwaną rażenia danego celu przy użyciu odnośnego pododdziału i rakiety określonej mocy, według wzoru:

$$M = 100 \cdot Mg \cdot Ms \quad [\%] \qquad /48/.$$

gdzie: Mg - wartość oczekiwana rażenia celu w głąb;
Ms - wartość oczekiwana rażenia celu wszerz.

Mg i Ms oblicza się przy pomocy następujących wzorów :

$$Mg = \frac{U_D}{Gc}\left\{\frac{Gc+a}{2}\Phi\left(\frac{Gc+a}{2}\right) - \frac{Gc-a}{2}\Phi\left(\frac{Gc-a}{2}\right) - 4{,}4\left[\varphi\left(\frac{Gc-a}{2}\right) - \varphi\left(\frac{Gc+a}{2}\right)\right]\right\},$$

$$Ms = \frac{U_K}{Sc}\left\{\frac{Sc+a}{2}\Phi\left(\frac{Sc+a}{2}\right) - \frac{Sc-a}{2}\Phi\left(\frac{Sc-a}{2}\right) - 4{,}4\left[\varphi\left(\frac{Sc-a}{2}\right) - \varphi\left(\frac{Sc+a}{2}\right)\right]\right\}^{1/}$$

Z kolei moc użytej rakiety dzielimy przez uzyskaną wartość oczekiwaną rażenia celu i otrzymujemy odpowiedni wskaźnik ekonomiczności strzelania.

Należy podkreślić, że niektóre elementy macierzy 8 mogą być równe zeru. Wskaźnik ekonomiczności strzelania przyjmujemy równy zero, jeżeli nie będzie spełniony chociażby jeden z następujących warunków.

1/ Odległość strzelania i-go pododdziału rakiet do j-go celu nie może przekraczać maksymalnej donośności rakiet i nie może być mniejsza od minimalnej odnośności.
2/ Używając rakietę określonej mocy do zwalczania j-go celu powinno się osiągnąć wymagany efekt /uzyskać żądaną pewnie rażoną część celu/.
3/ Czas osiągnięcia gotowości pododdziału do startu rakiety nie może być późniejszy od ustalonego czasu zwalczania danego celu.

1/ Znaczenie symboli użytych we wzorach na Mg i Ms jest podane w rozdziale II.

Macierz wskaźników ekonomiczności strzelania

Pododdziały rakiet		Moce ładunków jądrowych	Warianty ugrupowania i obiekty npla / Pododdziały i moce rakiet	Warianty ugrupowania								
				U_1		.....	C_n	.....	U_1			
				Rozmieszczenie poszczególnych obiektów								
				C_1	C_2	.....	C_n	.....	C_1	C_2	.....	C_n
	P_1		Q_1	E_{11}^{11}	E_{11}^{12}	.....	E_{11}^{1n}	.....	E_{11}^{11}	E_{11}^{12}	.....	E_{11}^{1n}
	P_1		Q_2	E_{12}^{11}	E_{12}^{12}	.....	E_{12}^{1n}	.....	E_{12}^{11}	E_{12}^{12}	.....	E_{12}^{1n}
	P_1		Q_3	E_{13}^{11}	E_{13}^{12}	.....	E_{13}^{1n}	.....	E_{13}^{11}	E_{13}^{12}	.....	E_{13}^{1n}
	P_2		Q_1	E_{21}^{11}	E_{21}^{12}	.....	E_{21}^{1n}	.....	E_{21}^{11}	E_{21}^{12}	.....	E_{21}^{1n}
	P_2		Q_2	E_{22}^{11}	E_{22}^{12}	.....	E_{22}^{1n}	.....	E_{22}^{11}	E_{22}^{12}	.....	E_{22}^{1n}
	P_2		Q_3	E_{23}^{11}	E_{23}^{12}	.....	E_{23}^{1n}	.....	E_{23}^{11}	E_{23}^{11}	.....	E_{23}^{1n}
	P_m		Q_1	E_{m1}^{11}	E_{m1}^{12}	.....	E_{m1}^{1n}	.....	E_{m1}^{11}	E_{m1}^{12}	.....	E_{m1}^{1n}
	P_m		Q_2	E_{m2}^{11}	E_{m2}^{12}	.....	E_{m2}^{1n}	.....	E_{m2}^{11}	E_{m2}^{12}	.....	E_{m2}^{1n}
	P_m		Q_3	E_{m3}^{11}	E_{m3}^{12}	.....	E_{m3}^{1n}	.....	E_{m3}^{11}	E_{m3}^{12}	.....	E_{m3}^{1n}

4/ Przy wykonywaniu uderzenia przez dowolny pododdział rakietą danej mocy, na dowolny cel, musi być zachowane pełne bezpieczeństwo własnych wojsk.

W przypadku, gdy wskaźnik ekonomiczności strzelania jest równy zero, oznacza to, że dany pododdział nie może wykonywać uderzenia do odnośnego obiektu przy użyciu rakiety określonej mocy. Takie przypadki łatwo jest ustalić, jeśli na wskaźniki występujące w macierzy przyjmiemy następujące oznaczenie.

$$E_{ik}^{tj} = \prod_{\alpha=1}^{\alpha=4} b_\alpha \quad E_{ik}^{tj} \qquad /49/,$$

gdzie: $i=1,2,\ldots,m$;
$k=1,2,3$;
$t=1,2,\ldots,l$;
$j=1,2,\ldots,n$;

$$b_1 = \begin{cases} 1, & \text{jeżeli } D_{min} \leq D_i^{tj} \leq D_{max} \\ 0, & \text{jeżeli } D_i^{tj} < D_{min} \text{ lub } D_i^{tj} > D_{max} \end{cases};$$

$$b_2 = \begin{cases} 1, & \text{jeżeli } S_{oik}^{tj} \geq S_o^{tj} \\ 0, & \text{jeżeli } S_{oik}^{tj} < S_o^{tj} \end{cases};$$

$$b_3 = \begin{cases} 1, & \text{jeżeli } T_{ik}^{tj} \leq T^{tj} \\ 0, & \text{jeżeli } T_{ik}^{tj} > T^{tj} \end{cases};$$

$$b_4 = \begin{cases} 1, & \text{jeżeli } L_{ik}^{tj} < L^{tj} \\ 0, & \text{jeżeli } L_{ik}^{tj} \geq L^{tj} \end{cases}.$$

W wyrażeniach b_α poszczególne symbole oznaczają:

- D_{min} - minimalna donośność rakiet;
- D_{max} - maksymalna donośność rakiet;
- D_i^{tj} - odległość strzelania i-go pododdziału do j-go celu, przy t-tym wariancie ugrupowania;

- S_{oik}^{tj} - pewnie rażona część celu uzyskana podczas strzelania i-go pododdziału rakietą o mocy Q_k do j-go celu w t-tym ugrupowaniu;
- S_o^{tj} - wymagana do osiągnięcia pewnie rażona część celu przy zwalczaniu j-go celu w t-tym ugrupowaniu;
- T_{ik}^{tj} - czas osiągnięcia gotowości i-go pododdziału do startu rakiety Q_k dla zwalczania j-go celu w t-tym ugrupowaniu;
- T^{tj} - czas zwalczania j-go obiektu w t-tym ugrupowaniu;
- L_{ik}^{tj} - odległość bezpieczna wojsk własnych podczas wykonywania uderzenia jądrowego przez i-ty pododdział rakietą o mocy Q_k na j-ty cel w t-tym ugrupowaniu;
- L^{tj} - odległość na jakiej znajdują się własne wojska od j-go celu.

Tak więc macierz 8 wskazuje nam które cele, zależnie od ich rozmieszczenia, mogą być zwalczane przez dany pododdział, rakietą określonej mocy, przy spełnieniu wszystkich wspomnianych wyżej wymagań. Aby móc określić optymalny wariant podziału zadań ogniowych, należy zestawić wszystkie możliwe i przy pomocy odpowiedniej metody wybrać najlepszy. W tym przypadku można zastosować aparat teorii gier.

Ilość wszystkich możliwych wariantów podziału zadań ogniowych będzie równa ilości wariacji bez powtórzeń, odpowiednio zmniejszonej w związku z istnieniem wartości zerowych w macierzy 8, z liczby celów n po i.k elementów /i - ilość pododdziałów, k - ilość rodzajów rakiet/, jeśli $n \geqslant i.k$, lub z liczby i.k po n elementów, jeśli $n < i.k$.

Oprócz tego dla każdego wariantu należy obliczyć sumaryczny wskaźnik ekonomiczności strzelania. Otrzymane wyniki możemy zestawić w postaci nowej macierzy.

Macierz 9

Macierz sumarycznych wskaźników ekonomiczności strzelania zależnych od wariantu podziału zadań ogniowych i rozmieszczenia celów nieprzyjaciela.

Warianty ugrupowania celów / Warianty podziału zadań ogniowych	U_1	U_2	...	U_t	...	U_l
W_1	$E/W_1,U_1/$	$E/W_1,U_2/$	...	$E/W_1,U_t/$	...	$E/W_1,U_l/$
W_2	$E/W_2,U_1/$	$E/W_2,U_2/$	...	$E/W_2,U_t/$	...	$E/W_2,U_l/$
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
W_s	$E/W_s,U_1/$	$E/W_s,U_2/$	...	$E/W_s,U_t/$	...	$E/W_s,U_l/$
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
W_r	$E/W_r,U_1/$	$E/W_r,U_2/$	...	$E/W_r,U_t/$	...	$E/W_r,U_l/$

$W_1, W_2, \ldots, W_r$ oznaczają wszystkie możliwe warianty podziału zadań ogniowych, z uwzględnieniem zerowych elementów w macierzy 8.

$U_1, U_2, \ldots, U_l$ - wszystkie możliwe warianty rozmieszczenia poszczególnych celów nieprzyjaciela, na które planuje się wykonać uderzenia jądrowe.

$E/W_s,U_t/$ - sumaryczny wskaźnik ekonomiczności strzelania odpowiadający s-temu wariantowi podziału zadań ogniowych i t-temu wariantowi rozmieszczenia celów, czyli

$$E/W_s,U_t/ = \sum_{\substack{i=1\\k=1}}^{\substack{i=m\\k=3}} \sum_{\substack{j=1\\t=1}}^{\substack{j=n\\t=1}} E_{ik}^{tj} \qquad /50/.$$

Wartości E_{ik}^{tj} bierzemy z macierzy 8.

Mając zestawione wszystkie możliwe warianty podziału zadań ogniowych i odpowiadające im sumaryczne wskaźniki ekonomiczności strzelania, zależnie od rozmieszczenia celów, sprowadziliśmy tym samym rozpatrywaną sytuację do gry prostokątnej dwuosobowej. Strona własna, chcąc osiągnąć najlepsze efekty będzie dążyć do uzyskania możliwie małych wartości sumarycznych wskaźników ekonomiczności strzelania. Wynika to stąd, że im mniejszy jest wskaźnik ekonomiczności /zużyta moc ładunku jądrowego na jednostkę wartości oczekiwanej rażonej części celu/, a przy tym według założenia osiąga się wymagany rezultat, tym strzelanie jest efektywniejsze. Stąd też optymalnym będzie ten wariant podziału zadań ogniowych, przy którym wskaźnik ekonomiczności strzelania będzie minimalny.

Mając to na uwadze powinniśmy porównać wszystkie elementy danego wiersza macierzy 9 z odpowiednimi elementami pozostałych wierszy i wykluczyć warianty niekorzystne. Niekorzystnym będzie ten wariant podziału zadań, przy którym wszystkie wskaźniki ekonomiczności strzelania będą większe lub równe od wskaźników ekonomiczności przy innym wariancie podziału.

Tak więc z macierzy 9 należy wykreślić wszystkie te wiersze, które spełniają zależności :

$$E/W_s,U_t/ \geqslant E/W_p,U_t/ \quad \text{dla} \quad s \neq p, \quad s=1,2,\ldots,m, \quad t=1,2,\ldots,l \qquad /51/.$$

Również i po stronie przeciwnika musimy wyeliminować te warianty ugrupowania, które z jego punktu widzenia nie jest celowym stosować. W interesie przeciwnika leży, aby osiągnąć możliwie dużą wartość wskaźnika ekonomiczności, gdyż jego cel działania jest przeciwstawny naszemu. Stąd niekorzystnymi wariantami ugrupowania przeciwnika będą te, przy których spełniona jest następująca nierówność

$$E/W_s,U_t/ \leqslant E/W_s,U_f/, \quad \text{dla} \quad f \neq t, \quad s=1,2,\ldots,., \quad t=1,2,\ldots,l \qquad /52/.$$

Gdy w macierzy 9 pozostaną tylko korzystne warianty, dla jednej strony - podziału zadań i dla drugiej - ugrupowania, można przystąpić do wyznaczania optymalnego sposobu działania. Decydując się na wybranie jednego z korzystnych wariantów podziału zadań ogniowych, należy uwzględnić, że można

spotkać najmniej sprzyjający dla nas wariant ugrupowania celów, to jest osiągnąć największy sumaryczny wskaźnik ekonomiczności, spośród wszystkich możliwych dla danej strategii. Inaczej można tłumaczyć to faktem, że przeciwnik zawsze będzie się starał przyjąć najdogodniejsze ugrupowanie, z własnego punktu widzenia. Uwzględnienie najmniej sprzyjającego dla nas ugrupowania przeciwnika, eliminuje w dużym stopniu ryzyko, jeśli tylko wzięliśmy pod uwagę wszystkie jego możliwe warianty. Oznaczając przez α_s największą wartość sumarycznego wskaźnika ekonomiczności przy wyborze s-tego wariantu podziału zadań ogniowych, możemy napisać równość

$$\alpha_s = \max_t \; E/W_s, U_t/ \qquad /53/.$$

Jednakże spośród wszystkich wartości α_s można wybrać najmniejszą. Osiągnięcie minimalnej wartości α_s zapewnia odpowiedni podział zadań. Otóż z wszystkich wariantów podziału zadań ogniowych istnieje taki, który umożliwia zminimizowanie wartości α_s. Jeśli tę minimalną wartość α_s oznaczymy przez α, wówczas ma miejsce następująca zależność

$$\alpha = \min_s \max_t \; E/W_s, U_t/ \qquad /54/.$$

Wariant podziału zadań ogniowych zapewniający osiągnięcie wskaźnika ekonomiczności nie większego niż α jest najostrożniejszym, można by powiedzieć - asekuracyjnym. Nie można natomiast stwierdzić, czy jest on optymalnym, gdyż w tym przypadku α stanowi górną wartość gry.

Aby móc odpowiedzieć, czy dany wariant podziału zadań jest optymalny, czy też nie, trzeba jeszcze określić dolną wartość gry. Określimy ją drogą następującego rozumowania. Jeżeli przeciwnik przyjmie dany sposób ugrupowania celów, musi on z kolei liczyć na najbardziej niepomyślny bieg wypadków, czyli uzyskanie najmniejszego wskaźnika ekonomiczności strzelania. Oznaczmy tę najmniejszą wartość dla t-tego wariantu przez β_t. Możemy wtedy napisać :

$$\beta_t = \min_s \; E/W_s, U_t/ \qquad /55/$$

Mając zestawione wszystkie te najmniejsze wartości

można wybrać taki wariant ugrupowania, dla którego β_t będzie liczbą największą. Przyjmując na oznaczenie tej liczby symbol β otrzymamy

$$\beta = \max_t \min_s E/W_s, U_t/ \qquad /56/.$$

Jest to dolna wartość gry. Dla dowolnego przypadku zachodzi następująca nierówność

$$\max_t \min_s E/W_s, U_t/ \leq \min_s \max_t E/W_s, U_t/ \qquad /57/.$$

Nierówność ta pokazuje, że jeżeli będziemy stosowali wariant podziału zadań ogniowych odpowiadający uzyskaniu sumarycznego wskaźnika ekonomiczności strzelania równego α , to niezależnie od tego co uczyni przeciwnik, w żadnym wypadku wartość ta nie może być większa. Jednakże odpowiadający temu podział zadań nie jest optymalny.

W szczególnym przypadku może zachodzić równość między wyrażeniami /54/ i /56/, to jest

$$\max_t \min_s E/W_s, U_t/ = \min_s \max_t E/W_s, U_t/ \qquad /58/.$$

Istnienie powyższej równości oznacza, że macierz 8 posiada punkt siodłowy. Natomiast wariant podziału zadań ogniowych przy którym spełniona jest zależność /58/ - jest optymalny. Gwarantuje on uzyskanie sumarycznego wskaźnika ekonomiczności strzelania równego elementowi macierzy, odpowiadającego wariantowi podziału zadań Ws_o i wariantowi ugrupowania U_{t_o} , tj. wielkość jego będzie równa $E/W_{s_o}, U_{t_o}/$. Gdy przeciwnik, wbrew naszej ocenie przyjmie inny wariant ugrupowania, spośród możliwych, to wskaźnik ekonomiczności nigdy nie wzrośnie, a może tylko zmaleć, co zawsze jest dla nas korzystne.

Częściej jednak będzie zachodziła ostra nierówność między wyrażeniami /54/ i /56/, to znaczy

$$\max_t \min_s E/W_s, U_t/ < \min_s \max_t E/W_s, U_t/ \qquad /59/.$$

Warunek ten wskazuje na realną możliwość uzyskania mniejszej wartości wskaźnika ekonomiczności niż

$$\alpha = \min_s \max_t E/W_s, U_t/$$

Wartość, którą można osiągnąć /oznaczmy ją przez v /, jest zawarta między β i α , czyli

$$\beta < v < \alpha \qquad /60/.$$

Możliwość tę można zrealizować poprzez stosowanie nie jednego a kilku wariantów podziału zadań ogniowych z odpowiednimi częstościami /strategia mieszana/. Każdorazowo celowym jest znaleźć różnicę między górną i dolną wartością gry. Porównanie to pozwoli uzyskać informację o celowości stosowania strategii mieszanej. Wydaje się, że jeżeli różnica ta będzie nieznaczna, nie ma sensu wyznaczanie optymalnej strategii mieszanej. Jako nieistotną różnicę można przyjmować wartość mniejszą niż 0,001 KT na jeden procent wartości oczekiwanej rażonej części celu. Tak więc, gdy

$$\alpha - \beta < \varepsilon \quad , \text{ gdzie } \varepsilon = 0{,}001 \text{ KT/\%} \qquad /61/,$$

strategia mieszana pozwoli uzyskać tylko nieznaczne zmniejszenie wskaźnika ekonomiczności i wtedy wariant podziału zadań ogniowych gwarantujący uzyskanie wartości nie większej niż α /aczkolwiek nie jest optymalny/, można przyjmować do realizacji. Uzyskiwana przy tym efektywność zmniejszy się tylko o wartość mniejszą niż ε , w porównaniu z wariantem optymalnym. Takie podejście do rozwiązania celowym jest stosować szczególnie wtedy, kiedy brak czasu nie pozwala na dokonanie dokładnych obliczeń.

W przypadku gdy nierówność /61/ nie jest spełniona, wówczas należy określić optymalną strategię mieszaną. Wyznaczenia optymalnej strategii mieszanej dokonuje się jedną z metod omówionych przy poprzednich modelach. Jednakże musimy mieć na uwadze, że w omawianej sytuacji dążymy do uzyskania minimalnej wartości sumarycznego wskaźnika ekonomiczności strzelania /wartości gry/, a stąd całość rozumowania podczas rozwiązywania tej gry musi ulec modyfikacji.

Częstości z jakimi powinno się stosować korzystne warianty podziału zadań ogniowych /optymalna strategia mieszana/ oraz uzyskiwaną przy tym wartość sumarycznego wskaźnika ekonomiczności strzelania, wyznaczamy rozwiązując układ nierówności :

$$E/W_1,U_1/p_1 + E/W_2,U_1/p_2 + \ldots + E/W_s,U_1/p_s + \ldots + E/W_r,U_1/p_r \leq v$$

$$E/W_1,U_2/p_1 + E/W_2,U_2/p_2 + \ldots + E/W_s,U_2/p_s + \ldots + E/W_r,U_2/p_r \leq v$$

$$\ldots\ldots\ldots

$$\sum_{t=1}^{t=l} q_t = 1;$$

q_t - częstość stosowania t-tego wariantu.

Stąd macierze 8 i 9, zależności /51/ i /52/ oraz warunek /58/ stanowią ogólny model dla określenia optymalnego wariantu podziału zadań ogniowych, jeżeli macierz 9 posiada punkt siodłowy, a w przypadku braku punktu siodłowego na ogólny model składają się macierze 8 i 9, zależności /51/ i /52/ oraz układy nierówności /62/ i /63/.

Układ nierówności /62/ rozwiązujemy w następujący sposób. Dzielimy wszystkie nierówności stronami przez dodatnie v i oznaczamy

$$\frac{p_1}{v} = \delta_1 \quad , \frac{p_2}{v} = \delta_2 \quad ,\ldots, \quad \frac{p_s}{v} = \delta_s \quad ,\ldots, \quad \frac{p_r}{v} = \delta_r \quad ,$$

a układ nierówności zapisujemy w postaci :

$$E/W_1,U_1/\delta_1 + E/W_2,U_1/\delta_2 +\ldots+ E/W_s,U_1/\delta_s +\ldots+ E/W_r,U_1/\delta_r \leq 1$$

$$E/W_1,U_2/\delta_1 + E/W_2,U_2/\delta_2 +\ldots+ E/W_s,U_2/\delta_s +\ldots+ E/W_r,U_2/\delta_r \leq 1$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad /64/$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$E/W_1,U_t/\delta_1 + E/W_2,U_t/\delta_2 +\ldots+ E/W_s,U_t/\delta_s +\ldots+ E/W_r,U_t/\delta_r \leq 1$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$E/W_1,U_l/\delta_1 + E/W_2,U_l/\delta_2 +\ldots+ E/W_s,U_1/\delta_s +\ldots+ E/W_r,U_l/\delta_r \leq 1$$

Ponieważ częstości stosowania poszczególnych wariantów podziału zadań ogniowych /p_s/ spełniają warunek

$$\sum_{s=1}^{s=r} p_s = 1,$$

więc wprowadzone nowe zmienne, muszą spełniać zależność

$$\sum_{s=1}^{s=r} \delta_s = \frac{1}{v} \qquad /65/.$$

Naszym celem działania jest wybranie takiego wariantu podziału zadań, aby wartość Γ była minimalna. Tak więc znalezienie strategii optymalnej sprowadza się do następującego zadania: znaleźć takie nieujemne wielkości δ_1, δ_2,...., δ_s,..., δ_r spełniające warunki /64/, żeby ich suma /65/ była możliwie duża. Takie zadanie na ogół rozwiązuje się metodami programowania liniowego.

W analogiczny sposób rozwiązuje się układ nierówności /63/ z tym, że odpowiednią formę liniową należy minimizować.

Niezależnie od omówionej metody, wartość Γ sumarycznego wskaźnika ekonomiczności strzelania oraz optymalne strategie mieszane dla obu stron /warianty podziału zadań dla naszej strony i warianty ugrupowania dla przeciwnika oraz częstości ich stosowania/ można obliczyć przy pomocy wzorów /33/, /34/ i /35/.

Sformułowany w ten sposób model matematyczny nadaje się również do wykorzystania dla określenia optymalnego wariantu podziału zadań ogniowych między pododdziały rakiet, podczas zwalczania, uderzeniami jądrowymi, celów pojedynczych. Pewne różnice wystąpią tylko w odniesieniu do kryterium efektywności i wymagań osiągnięcia żądanych wskaźników skuteczności strzelania. Jako kryterium efektywności należy w tym wypadku przyjąć zużywaną moc ładunku jądrowego na jednostkę prawdopodobieństwa rażenia celu. A więc będzie to także wskaźnik ekonomiczności strzelania, gdyż im mniejsza będzie jego wartość, tym uderzenie będzie efektywniejsze. Jest rzeczą oczywistą, że w rachubę mogą wchodzić tylko takie przydziały celów poszczególnym pododdziałom, przy których osiągane jest nie mniejsze od żądanego prawdopodobieństwa rażenia celu.

Z przedstawionych rozważań wynika konieczność dokonywania szeregu wyliczeń związanych z określeniem optymalnego wariantu podziału zadań ogniowych, przy czym niektóre z nich są dość pracochłonne, a liczba wariantów znacznie wzrasta wraz ze wzrostem ilości pododdziałów i celów. W sytuacjach bojowych współczesnego pola walki decydującą rolę odgrywa czas, ten więc czynnik determinuje potrzebę wykorzystywania do obliczeń elektronicznych maszyn matematycznych.

W n i o s k i :

1. Pierwszy model matematyczny daje możność określenia optymalnego sposobu wykorzystania środków jądrowych do zwalczania sił żywych i środków ogniowych nieprzyjaciela. Jego niezmiernie istotną cechą jest to, że uwzględnia możliwe sposoby ugrupowania obiektów nieprzyjaciela podlegających rażeniu oraz ewentualne przeciwdziałanie przeciwnika w zakresie wykonania uderzeń jądrowych na nasze ugrupowanie. Pozwala on również wariantować sposoby ugrupowania własnych sił i wybrać spośród nich najlepszy z punktu widzenia przyjętego kryterium efektywności. Wykorzystanie w modelu równań różniczkowych Lanchestera, charakteryzujących efektywność walki, umożliwia ustalenie końcowego efektu w zależności od początkowego stanu sił obu stron /stosunku sił/.

   Zbudowanie modelu w realnych warunkach pola walki nie przedstawia poważniejszych trudności, gdyż o własnej stronie zawsze będą pełne dane, natomiast możliwe działania przeciwnika można prognozować na podstawie posiadanych o nim informacji. Należy podkreślić, że model matematyczny tym wierniej odzwierciedla daną sytuację, im pełniejsze i wiarogodniejsze są dane z rozpoznania nieprzyjaciela. Jednakże nawet fragmentaryczne informacje o stronie przeciwnej, pozwalają sformułować model, a wyniki otrzymane z jego rozwiązania zawsze będą stanowiły konkretny argument przy podejmowaniu decyzji.

2. Jednym z zagadnień, które należy rozwiązywać podczas planowania uderzeń jądrowych, jest ustalenie punktów zerowych wybuchów, w przypadku zwalczania obiektu nieprzyjaciela kilkoma jednostkami jądrowymi. Ogólne wskazówki w tym zakresie nie gwarantują najlepszego rozmieszczenia punktów zerowych. Zbudowany dla tego celu model matematyczny pozwala uwzględnić możliwe warianty ugrupowania zwalczanego celu, wpływ uderzeń przeciwnika na ostateczny rezultat działań oraz wszystkie ewentualności rozmieszczenia punktów zerowych własnych uderzeń jądrowych. Rozwiązanie modelu pozwala, w oparciu o przyjęte kryterium efektywności, wyznaczyć optymalny wybór punktów zerowych, zapewniający osiągnięcie maksymalnej wartości występującego w nim miernika naszych przedsięwzięć.

3. Obok wspomnianych już problemów związanych z użyciem środków jądrowych wyłania się jeszcze jeden - podział zadań ogniowych między poszczególne pododdziały rakiet wykonujące uderzenia jądrowe. Trafne rozwiązanie tego zagadnienia tradycyjnymi metodami jest wręcz niemożliwe, nawet przy stałym ugrupowaniu celów przeciwnika, gdyż ilość możliwych wariantów realizacji zadań gwałtownie się mnoży wraz ze wzrostem ilości celów i pododdziałów. Opracowany model pozwala stosunkowo prostymi metodami określić optymalny wariant podziału zadań ogniowych, przy spełnieniu wymagań w zakresie żądanych wyników uderzeń i ograniczeń wykonania ognia przez poszczególne pododdziały.

4. Wiarogodność otrzymanych wyników będzie tym większa im realniej zostanie odzwierciedlona w modelu dana sytuacja. Trzeba jednakże zdawać sprawę, że w modelu nie zawsze mogą być adekwatnie przedstawione wszystkie zależności i związki występujące w realnej rzeczywistości, stąd otrzymane wyniki nie koniecznie muszą stanowić gotową decyzję. Dla podjęcia ostatecznej decyzji zawsze potrzebny będzie człowiek, który zważy całość problemu opisanego przy pomocy liczb, jak również te elementy których ilościowo ująć się nie da i dopiero na podstawie tego określi optymalny sposób działania.

   Jednak trzeba z całym naciskiem podkreślić, że jeżeli w modelu matematycznym uwzględnimy dosłownie wszystkie parametry i zależności funkcjonalne występujące w rozpatrywanej sytuacji, to otrzymany wynik będzie niezaprzeczalnie optymalną decyzję. W omawianych problemach będzie to miało miejsce w szczególności w odniesieniu do podziału zadań ogniowych między pododdziały rakiet wykonujące uderzenia jądrowe.

5. Konieczność wykonywania dużej ilości pracochłonnych obliczeń oraz ogromne znaczenie czynnika czasu na współczesnym polu walki, zmusza do korzystania z pomocy elektronicznych maszyn matematycznych przy rozwiązywaniu modelu. Zastosowanie maszyn radykalnie skróci czas otrzymania wyniku, gdyż pewne podprogramy na maszynę mogą być opracowane zawczasu, a występujące stałe wielkości - wprowadzone do pamięci maszyny.

6. Z uwagi na to, że gros zagadnień taktycznych da się przedstawić w postaci modelu, metody matematyczne powinny być powszechnie stosowane do rozwiązywania zadań natury operacyjno-taktycznej w szkoleniu wojsk i sztabów. W oparciu o ścisłe metody rozumowania i wnioskowania można znacznie lepiej i bardziej konkretnie podejmować wiele decyzji, których wynik, przy tradycyjnych metodach postępowania, zależy wyłącznie od doświadczenia dowódcy i sztabu, ich przyzwyczajeń, stopnia emocjonalnego zaangażowania, odporności psychicznej itp.

IV. PRZYKŁADOWE ROZWIĄZANIE PROBLEMU OPTYMALNEGO UŻYCIA ŚRODKÓW JĄDROWYCH DO ZWALCZANIA SIŁ ŻYWYCH I ŚRODKÓW OGNIOWYCH NIEPRZYJACIELA

Dla ilustracji szczegółowej metody postępowania przy ustalaniu optymalnego sposobu użycia środków jądrowych rozpatrzmy w miarę możności konkretną sytuację bojową w oparciu o następujące założenia.

Własna dywizja zmechanizowana, w składzie: trzy pułki zmechanizowane i jeden pułk czołgów organizuje działania zaczepne. Dywizji czasowo została podporządkowana bateria rakiet taktycznych z innej dywizji.

Dowódca dywizji, wypracowując zamiar walki, polecił sztabowi przeanalizować i ustalić najcelowsze wykorzystanie środków jądrowych, uwzględniając kilka wariantów ugrupowania bojowego. Dla stworzenia dogodnych warunków rozpoczęcia działań zaczepnych przewiduje się użyć następującą ilość środków jądrowych:

- rakiety taktyczne: dwie o mocy po 3 KT;
  jedna o mocy 10 KT;
  jedna o mocy 20 KT;
- rakiety operacyjno-taktyczne, jedna o mocy 40 KT.

Warianty użycia środków jądrowych oraz ugrupowania zasadniczych elementów dywizji i pułków są przedstawione na schematach /załączniki 9-17/.

Na podstawie posiadanych informacji o nieprzyjacielu wiadomo, że w pasie natarcia dywizji organizuje obronę dywizja zmechanizowana Stanów Zjednoczonych, w składzie czterech brygad zmechanizowanych /razem dwa bataliony czołgów i osiem batalionów piechoty zmotoryzowanej/.

Celem osłabienia natarcia naszych wojsk, nieprzyjaciel ma możność użycia następujących środków jądrowych :

- dwa pociski jądrowe o mocy po 1,5 KT /haubice 203,2 mm/;
- dwa pociski jądrowe o mocy po 2,5 KT /"Honest John"/;
- jeden pocisk jądrowy o mocy 9 KT /"Honest John"/;
- jeden pocisk jądrowy o mocy 28 KT /"Corporal"/.

Możliwe warianty ugrupowania przeciwnika oraz sposoby użycia środków jądrowych ilustrują schematy /załącznik nr 9-17/.

W pierwszym przewidywanym wariancie ugrupowania, nieprzyjaciel posiada na odcinku przełamania w pierwszym rzucie brygad - cztery bataliony piechoty zmotoryzowanej, tj. 0,45 sił, w drugim rzucie brygad - batalion czołgów i batalion piechoty zmotoryzowanej - 0,22 sił, w drugim rzucie dywizji - brygadę zmechanizowaną - 0,33 sił dywizji.

Na podstawie prawdopodobnego rozmieszczenia poszczególnych elementów nieprzyjaciela oraz danych odnośnie ugrupowania własnych pododdziałów rakietowych i rodzajów używanych środków, można obliczyć wartości oczekiwane rażenia celów, przy różnych wariantach wykorzystania środków jądrowych.

1. Pierwszy wariant ugrupowania nieprzyjaciela i pierwszy wariant użycia własnych środków jądrowych.

a/ Uderzenie rakietą jądrową o mocy 3 KT na kompanię piechoty i BZ.

Cel - siły żywe w transzejach. Powierzchnia celu - 2,5 km^2. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 13 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,45.

b/ Uderzenie rakietą jądrową o mocy 3 KT na kompanię piechoty 2 BZ.

Cel - siły żywe w transzejach. Powierzchnia celu - 2,5 km^2. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 15 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,47.

Można stąd obliczyć średnią wartość oczekiwaną rażenia wszystkich sił, znajdujących się w pierwszym rzucie brygad. Będzie ona równa /0,45 + 0,47/ : 12 = 0,076.

Natomiast wartość oczekiwana nierażonych sił, znajdujących się w pierwszym rzucie brygad równa jest iloczynowi ilości sił i wartości oczekiwanej ich nierażenia, czyli

$$0{,}45y_p \cdot 0{,}924 = 0{,}416\ y_p,$$

gdzie: y_p - ogólny początkowy stan sił dywizji nieprzyjaciela.

c/ Uderzenie rakietą jądrową o mocy 20 KT na batalion czołgów 2 BZ.

Rodzaj celu - siły żywe w czołgach. Powierzchnia celu - 10 km^2. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 20 km. Wartość oczeki-

wana rażonej części celu wynosi 0,22.

Srednia wartość oczekiwana rażenia sił drugiego rzutu brygad jest równa 0,11.

Wartość oczekiwana nierażonych sił, znajdujących się w drugim rzucie brygad wynosi

$$0,89 \cdot 0,22y_p = 0,196y_p.$$

d/ Uderzenie rakietą jądrową o mocy 10 KT na batalion piechoty zmotoryzowanej 3 BZ. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Powierzchnia celu - 12 km^2. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 24 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,48.

e/ Uderzenie rakietą jądrową o mocy 40 KT na batalion czołgów 3 BZ. Rodzaj celu - siły żywe w czołgach. Powierzchnia celu - 10 km^2. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 80 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,32.

Srednia wartość oczekiwana rażenia sił drugiego rzutu dywizji jest równa 0,267.

Zaś wartość oczekiwana nierażenia sił, znajdujących się w drugim rzucie dywizji wyniesie

$$0,733 \cdot 0,33y_p = 0,242y_p.$$

Tak więc przy pierwszym wariancie ugrupowania przeciwnika i pierwszym wariancie użycia własnych środków jądrowych, wartości oczekiwane nierażonych sił w poszczególnych rzutach nieprzyjaciela są równe :

- w pierwszym rzucie brygad - 0,416 y_p;
- w drugim rzucie brygad - 0,196 y_p;
- w drugim rzucie dywizji - 0,242 y_p.

2/ Pierwszy wariant ugrupowania przeciwnika i drugi wariant użycia własnych środków jądrowych

Drugi wariant użycia środków jądrowych różni się tym od pierwszego, że na batalion czołgów 2 BZ wykonuje się dodatkowo uderzenie jądrowe o mocy 10 KT i przez to nie wykonuje się uderzenia na batalion piechoty zmotoryzowanej 3 BZ.

Ze względu na inny sposób użycia środków jądrowych, ulegną zmianie odpowiednie wartości oczekiwane nierażonych sił przeciwnika, w porównaniu z poprzednimi.

W pierwszym rzucie brygad wartość ta pozostanie bez zmian.

W drugim rzucie brygad wartość oczekiwana nierażonych sił zmieni się, gdyż dodatkowo wykonywane jest jedno uderzenie. To samo dotyczy i drugiego rzutu dywizji, na który wykonuje się tylko jedno uderzenie /poprzednio dwa/. Obliczmy więc te wartości.

Wykonując uderzenie rakietami jądrowymi o mocy 20 KT i 10 KT na batalion czołgów 2 BZ uzyskujemy wartość oczekiwaną rażenia celu równą 0,38.

A stąd można obliczyć wartość oczekiwaną nierażenia sił drugiego rzutu brygad, która wynosi

$$0{,}81 \cdot 0{,}22y_p = 0{,}178y_p.$$

Natomiast wartość oczekiwana nierażonych sił w drugim rzucie dywizji wyniesie

$$0{,}893 \cdot 0{,}33y_p = 0{,}275y_p.$$

Możemy więc zestawić wartości oczekiwane nierażonych sił nieprzyjaciela przy drugim wariancie użycia środków jądrowych. Wynoszą one:

- w pierwszym rzucie brygad - $0{,}416a_p$;
- w drugim rzucie brygad - $0{,}178y_p$;
- w drugim rzucie dywizji - $0{,}275y_p$.

3/ Pierwszy wariant ugrupowania nieprzyjaciela i trzeci wariant użycia własnych środków jądrowych.

Na pierwszy rzut brygad wykonuje się dwa uderzenia jądrowe po 3 KT /jak w pierwszym wariancie/ oraz dodatkowo uderzenie jądrowe o mocy 10 KT.

a/ Uderzenie jądrowe o mocy 10 KT na batalion piechoty zmotoryzowanej 2 BZ. Rodzaj celu - siły żywe w transzejach. Powierzchnia celu - 9 km^2. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 13 km. Wartość oczekiwana rażenia celu wynosi 0,22.

Srednia wartość oczekiwana rażenia sił pierwszego rzutu brygad jest rpwna 0,095, a wartość oczekiwana nierażonych sił wynosi

$$0{,}905 \cdot 0{,}45y_p = 0{,}407y_p .$$

Na drugi rzut brygad uderzenia jądrowe - jak w pierwszym wariancie.

Na drugi rzut dywizji wykonuje się uderzenie o mocy 40 KT, lecz nie na batalion czołgów, a na batalion piechoty zmotoryzowanej.

b/ Uderzenie jądrowe o mocy 40 KT na batalion piechoty zmotoryzowanej 3 BZ. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Powierzchnia celu - 12 km^2. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 74 km. Wartość oczekiwana rażonych sił wynosi 0,82.

Stąd wartość oczekiwana nierażonej ilości sił drugiego rzutu dywizji jest równa

$$0{,}727 \cdot 0{,}33y_p = 0{,}240y_p .$$

Zestawiając wartości oczekiwane nierażonej ilości sił przeciwnika, przy trzecim wariancie użycia środków jądrowych, otrzymujemy

- w pierwszym rzucie brygad - $0{,}407y_p$;
- w drugim rzucie brygad - $0{,}196y_p$;
- w drugim rzucie dywizji - $0{,}240y_p$.

W drugim przewidywanym wariancie ugrupowania nieprzyjaciela, w pasie natarcia naszej dywizji, posiada on w pierwszym rzucie brygad - cztery bataliony piechoty zmotoryzowanej tj. 0,4 sił dywizji, w drugim rzucie brygad - dwa bataliony piechoty zmotoryzowanej i batalion czołgów - 0,3 sił dywizji, w drugim rzucie dywizji - brygadę zmechanizowaną - 0,3 sił dywizji.

Określmy więc wartości oczekiwane nierażonej ilości sił przeciwnika dla poszczególnych wariantów użycia własnych środków jądrowych.

4. Drugi wariant ugrupowania nieprzyjaciela i pierwszy wariant użycia własnych środków jądrowych.

a/ Na pierwszy rzut brygad wykonuje się te same uderzenia i na te cele co i przy pierwszym wariancie ugrupowania przeciwnika.

Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił wyniesie

$$0,924 \cdot 0,4y_p = 0,370y_p.$$

b/ Na drugi rzut brygad wykonuje się uderzenie o mocy 20 KT, na batalion czołgów /jak w pierwszym wariancie ugrupowania przeciwnika/.

W Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił wyniesie

$$0,927 \cdot 0,3y_p = 0,278y_p.$$

c/ Na drugi rzut dywizji wykonuje się uderzenia jądrowe na te same obiekty co i w pierwszym wariancie ugrupowania przeciwnika.

Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił wyniesie

$$0,733 \cdot 0,3y_p = 0,220y_p.$$

5. Drugi wariant ugrupowania nieprzyjaciela i drugi wariant użycia własnych środków jądrowych.

a/ Uderzenia jądrowe na pierwszy rzut brygad - jak poprzednio.

Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił - $0,370y_p$.

b/ Uderzenia jądrowe na drugi rzut brygad. Na batalion czołgów 2 BZ - rakiety o mocy 20 KT i 10 KT. Rodzaj celu - siły żywe w czołgach. Powierzchnia celu - 10 km^2. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 20 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,38.

Stąd wartość oczekiwana nierażonej ilości sił drugiego rzutu brygad jest równa

$$0,873 \cdot 0,3y_p = 262y_p.$$

c/ Na drugi rzut dywizji, w tym wariancie, wykonuje się jedno uderzenie jądrowe o mocy 40 KT - na batalion czołgów.

Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił drugiego rzutu dywizji wynosi

$$0,893 \cdot 0,3y_p = 0,268y_p.$$

6. Drugi wariant ugrupowania nieprzyjaciela i trzeci wariant użycia własnych środków jądrowych.

a/ Uderzenia jądrowe na pierwszy rzut brygad - bez zmian.

b/ Uderzenia jądrowe na drugi rzut brygad.

Uderzenie rakietą jądrową o mocy 40 KT na batalion czołgów 2 BZ. Rodzaj celu - siły żywe w czołgach. Powierzchnia celu - 10 km^2. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 65 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,34.

Uderzenie rakietą jądrową o mocy 20 KT na batalion piechoty zmotoryzowanej 2 BZ. Rodzaj celu - siły żywe w transzejach. Powierzchnia celu - 9 km^2. Odległość strzelania 18 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,38.

Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił drugiego rzutu brygad jest równa

$$0,76 \cdot 0,3y_p = 0,228y_p.$$

c/ Na drugi rzut dywizji wykonywane jest tylko uderzenie rakietą jądrową o mocy 10 KT.

Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił drugiego rzutu dywizji wynosi

$$0,84 \cdot 0,3y_p = 0,252y_p.$$

7. Trzeci wariant ugrupowania przeciwnika i pierwszy wariant użycia własnych środków jądrowych.

a/ Uderzenia jądrowe na pierwszy rzut brygad - bez zmian.

b/ Na drugi rzut brygad wykonywane jest uderzenie jądrowe o mocy 20 KT - na batalion czołgów. Powierzchnia celu 9 km^2. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 18 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,26.

A więc wartość oczekiwana nierażonej ilości sił drugiego rzutu brygad będzie równa

$$0,913 \cdot 0,3y_p = 0,274y_p.$$

c/ Uderzenia jądrowe na drugi rzut dywizji.

Uderzenie rakietą jądrową o mocy 40 KT na batalion czołgów 3 BZ. Rodzaj celu - siły żywe w czołgach. Długość celu - 7 km. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 80 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,24.

Uderzenie rakietą jądrową o mocy 10 KT na batalion piechoty zmotoryzowanej. Rodzaj celu - siły żywe odkryte.

Długość celu - 7 km. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 30 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,38.

Zatem wartość oczekiwana nierażonej ilości sił drugiego rzutu dywizji będzie równa.

$$0,793 \cdot 0,3y_p = 0,238y_p.$$

8. Trzeci wariant ugrupowania nieprzyjaciela i drugi wariant użycia własnych środków jądrowych.
   a/ Uderzenia jądrowe na pierwszy rzut brygad - bez zmian.
   b/ Na batalion czołgów /drugi rzut 2 BZ/ wykonuje się uderzenie o mocy 20 KT i 10 KT. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,42.

   Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił w drugim rzucie brygad wynosi

$$0,86 \cdot 0,3y_p = 0,258y_p.$$

   c/ Na batalion czołgów /drugi rzut dywizji/ wykonywane jest uderzenie o mocy 40 KT.

   Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił drugiego rzutu dywizji wynosi

$$0,92 \cdot 0,3y_p = 0,276y_p.$$

9. Trzeci wariant ugrupowania nieprzyjaciela i trzeci wariant użycia własnych środków jądrowych.

   a/ Uderzenie jądrowe na pierwszy rzut brygad - bez zmian.
   b/ Na batalion czołgów 2 BZ - 40 KT. Powierzchnia celu 9 km^2. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 20 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu - 0,36.

   Na batalion piechoty zmotoryzowanej 2 BZ - 20 KT. Rodzaj celu - siły żywe w transzejach. Powierzchnia celu - 9 km^2. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 18km. Wartość oczekiwana rażonej części celu - 0,38.

   Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił drugiego rzutu brygad wynosi

$$0,753 \cdot 0,3y_p = 0,227y_p.$$

   c/ Na batalion piechoty zmotoryzowanej /drugi rzut dywizji/ wykonuje się uderzenie rakietą jądrową o mocy 10 KT.

Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił drugiego rzutu dywizji wynosi

$$0,873 \cdot 0,3y_p = 0,262y_p.$$

Mając obliczone wartości oczekiwane nierażonej ilości sił przy poszczególnych wariantach ugrupowania nieprzyjaciela i użycia własnych środków jądrowych, możemy przedstawić je w formie macierzy.

Macierz wartości oczekiwanych nierażonej ilości sił nieprzyjaciela przy różnych wariantach ugrupowania i odpowiednich wariantach użycia własnych środków jądrowych

Strategie własne: Warianty ugrupowania	Strategie własne: Warianty użycia środków jądrowych	Strategie nieprzyjaciela	Warianty ugrupowania: D^1 — Rozmieszczenie poszczególnych elementów x/ V_1^1	V_2^1	V_3^1
C^1		A_{11}	$0,416y_p$	$0,196y_p$	$0,242y_p$
		A_{12}	$0,416y_p$	$0,178y_p$	$0,275y_p$
		A_{13}	$0,407y_p$	$0,196y_p$	$0,240y_p$
C^2		A_{21}	$0,416y_p$	$0,196y_p$	$0,242y_p$
		A_{22}	$0,416y_p$	$0,178y_p$	$0,275y_p$
		A_{23}	$0,407y_p$	$0,196y_p$	$0,240y_p$
C^3		A_{31}	$0,416y_p$	$0,196y_p$	$0,242y_p$
		A_{32}	$0,416y_p$	$0,178y_p$	$0,275y_p$
		A_{33}	$0,407y_p$	$0,196y_p$	$0,240y_p$

Warianty ugrupowania: D^2 — Rozmieszczenie poszczególnych elementów x/ V_1^2	V_2^2	V_3^2	D^3 — V_1^3	V_2^3	V_3^3
$0,370y_p$	$0,278y_p$	$0,220y_p$	$0,370y_p$	$0,274y_p$	$0,238y_p$
$0,370y_p$	$0,262y_p$	$0,268y_p$	$0,370y_p$	$0,258y_p$	$0,276y_p$
$0,370y_p$	$0,228y_p$	$0,252y_p$	$0,370y_p$	$0,227y_p$	$0,262y_p$
$0,370y_p$	$0,278y_p$	$0,220y_p$	$0,370y_p$	$0,274y_p$	$0,238y_p$
$0,370y_p$	$0,262y_p$	$0,268y_p$	$0,370y_p$	$0,258y_p$	$0,276y_p$
$0,370y_p$	$0,228y_p$	$0,252y_p$	$0,370y_p$	$0,227y_p$	$0,262y_p$
$0,370y_p$	$0,278y_p$	$0,220y_p$	$0,370y_p$	$0,274y_p$	$0,238y_p$
$0,370y_p$	$0,262y_p$	$0,268y_p$	$0,370y_p$	$0,258y_p$	$0,276y_p$
$0,370y_p$	$0,228y_p$	$0,252y_p$	$0,370y_p$	$0,227y_p$	$0,262y_p$

x/ Przez elementy ugrupowania bojowego należy rozumieć odpowiednio pierwszy rzut brygad, drugi rzut brygad oraz drugi rzut dywizji.

W analogiczny sposób należy dokonać obliczeń dla przewidywanych wariantów ugrupowania własnych wojsk i wariantów użycia środków jądrowych przez nieprzyjaciela.

W pierwszym przewidywanym wariancie ugrupowania do pierwszego rzutu pułków zostają wydzielone cztery bataliony piechoty zmotoryzowanej i siedem kompanii czołgów /cztery z pz i trzy z pcz/, tj. 0,46 sił dywizji, do drugiego rzutu pułków - dwa bataliony piechoty zmotoryzowanej i cztery kompanie czołgów /dwie z pz i dwie z pcz/ - 0,25 sił dywizji, do drugiego rzutu dywizji - pułk zmechanizowany - 0,29 sił dywizji.

Zależnie od sposobów użycia środków jądrowych przez nieprzyjaciela, stany sił w poszczególnych elementach ugrupowania ulegną zmniejszeniu. Wyniki te są przedstawione niżej.

10. Pierwszy wariant ugrupowania własnych wojsk i pierwszy wariant użycia środków jądrowych przez nieprzyjaciela.

a/ Na pierwszy rzut pułków przewiduje się wykonać trzy uderzenia jądrowe, dwa o mocy po 1,5 KT i jedno o mocy 2,5 KT.

Uderzenie jądrowe o mocy 2,5 KT na kompanię piechoty 2/3 pz. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Powierzchnia celu - 1 km^2. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 14 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,82[x/].

Uderzenie jądrowe o mocy 1,5 KT na kompanię piechoty 1/2 pz. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Powierzchnia celu - 1 km^2. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 9 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,65.

---

x/ Z uwagi na różnorodność danych odnośnie błędów rozrzutu poszczególnych rodzajów sprzętu nieprzyjaciela oraz trudności ustalenia błędów określania nastaw do ognia skutecznego, w obliczeniach przyjęto sumaryczne błędy środkowe rakiet "Honest John" równe naszym rakietom taktycznym, a "Corporal" - rakietom operacyjno-taktycznym. Sumaryczne błędy środkowe haubic 203,2 mm przyjęto równe 180 m. Promienie rażenia rakiet jądrowych brano równe naszym środkom, a dla mocy 1,5 KT przyjęto promień rażenia sił żywych odkrytych równy 620 m. Przyjęte założenia nie uszczuplają ogólności rozważań.

Uderzenie jądrowe o mocy 1,5 KT na kompanię piechoty 2/2 pz. wszystkie pozostałe warunki - jak wyżej.

Srednia wartość oczekiwana rażenia sił pierwszego rzutu pułków będzie równa /0,82 + 0,65 + 0,65/ : 19=0,112.

Stąd wartość oczekiwana nierażonej ilości sił pierwszego rzutu pułków wyniesie.

$$0,888 \cdot 0,46x_p = 0,408x_p,$$

gdzie: x_p - ogólny początkowy stan sił dywizji.

b/ Na drugi rzut pułków przewiduje się wykonać dwa uderzenia jądrowe, jedno o mocy 9 KT, drugie o mocy 2,5 KT.

Uderzenie jądrowe o mocy 2,5 KT na 3/3 pz. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Powierzchnia celu - 10 km^2. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 22 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,30.

Uderzenie jądrowe o mocy 9 KT na drugi rzut 1 pcz /dwie kompanie czołgów/. Rodzaj celu - siły żywe w czołgach. Powierzchnia celu 4 km^2, Odległość strzelania 20 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu - 0,35.

Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił drugiego rzutu pułków wynosi

$$0,81 \cdot 0,25x_p = 0,203x_p.$$

c/ Na drugi rzut dywizji przewiduje się wykonanie jednego uderzenia.

Uderzenie jądrowe o mocy 28 KT na 1/4 pz. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Powierzchnia celu - 12 km^2. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 80 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu - 0,70.

Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił drugiego rzutu dywizji będzie równa.

$$0,825 \cdot 0,29x_p = 0,239x_p.$$

11. Pierwszy wariant ugrupowania własnych wojsk i drugi wariant użycia środków jądrowych przez nieprzyjaciela.

W tym wariancie, w porównaniu z poprzednim, zamiast uderzenia jądrowego o mocy 2,5 KT na kompanię 2/3 pz, wykonuje się uderzenie o mocy 2,5 KT na 3/2 pz.

a/ Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił pierwszego rzutu pułków wyniesie.

$$0,932 \cdot 0,46x_p = 0,429x_p.$$

b/ Uderzenie jądrowe o mocy 2,5 KT na 3/2 pz. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Powierzchnia celu - 12 km^2. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 22 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu - 0,24.

Stąd wartość oczekiwana nierażonej ilości sił drugiego rzutu pułków wynosi

$$0,714 \cdot 0,25x_p = 0,179x_p.$$

c/ Uderzenia na drugi rzut dywizji pozostają bez zmian, a więc wartość oczekiwana nierażonej ilości sił będzie taka sama jak poprzednio, czyli $0,239x_p$.

12. Pierwszy wariant ugrupowania własnych sił i trzeci wariant użycia środków jądrowych przez nieprzyjaciela.

W tym przypadku środki jądrowe są wykorzystywane podobnie jak i w pierwszym wariancie, z tym, że na 3/2 pz wykonuje się uderzenie jądrowe o mocy 28 KT, zamiast na 1/4 pz.

a/ Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił pierwszego rzutu pułków jest taka sama jak i w pierwszym wariancie, tj. $0,408\ x_p$.

b/ Uderzenie jądrowe o mocy 28 KT na 3/2 pz. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Powierzchnia celu - 12 km^2. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 70 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu - 0,72.

Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił drugiego rzutu pułków wynosi

$$0,622 \cdot 0,25x_p = 0,156x_p.$$

c/ Na drugi rzut dywizji nie jest wykonywane żadne uderzenie, a więc wartość oczekiwana nierażonej ilości sił wynosi $0,29x_p$.

13. Drugi wariant ugrupowania własnych wojsk i pierwszy wariant użycia środków jądrowych przez nieprzyjaciela.

W drugim wariancie ugrupowania ilości sił w poszczególnych rzutach są takie same jak i w pierwszym wariancie.

a/ Uderzenia jądrowe na pierwszy rzut pułków - jak w pierwszym wariancie ugrupowania.

Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił pierwszego rzutu pułków wynosi 0,408 x_p.

b/ Uderzenia jądrowe na drugi rzut pułków.

Uderzenie jądrowe o mocy 2,5 KT na 3/3 pz. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Długość celu - 6 km. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 22 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu - 0,28.

Uderzenie jądrowe o mocy 9 KT na drugi rzut 1 pcz /dwie kompanie czołgów/. Rodzaj celu - siły żywe w czołgach. Długość celu - 3 km. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 20 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu - 0,37.

W tym wypadku wartość oczekiwana nierażonej ilości sił drugiego rzutu pułków wynosi

$$0,842 \cdot 0,25x_p = 0,211x_p.$$

c/ Uderzenie jądrowe o mocy 28 KT na 1/4 pz. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Długość celu - 6 km. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 80 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu - 0,43.

Stąd wartość oczekiwana nierażonej ilości sił drugiego rzutu dywizji wynosi

$$0,857 \cdot 0,29x_p = 0,249x_p.$$

14. Drugi wariant ugrupowania własnych wojsk i drugi wariant użycia środków jądrowych przez nieprzyjaciela.

W tym wariancie środki jądrowe są używane podobnie jak i poprzednio, z tą różnicą, że uderzenie o mocy 2,5 KT zamiast na pierwszy rzut używa się na drugi rzut pułków /3/2 pz/.

a/ Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił pierwszego rzutu pułków wynosi 0,429 x_p.

b/ Warunki wykonania uderzenia jądrowego o mocy 2,5 KT na 3/2 pz są analogiczne jak i na 3/3 pz, w poprzednim wariancie.

Tak więc wartość oczekiwana nierażonej ilości sił dru-

giego rzutu pułków jest równa.

$$0,758 \cdot 0,25x_p = 0,190x_p.$$

c/ Na drugi rzut dywizji - to samo uderzenie co i poprzednio. Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił drugiego rzutu dywizji - $0,249x_p$.

15. Drugi wariant ugrupowania własnych wojsk i trzeci wariant użycia środków jądrowych przez nieprzyjaciela.

a/ Na pierwszy rzut pułków wykonuje się jedno uderzenie jądrowe o mocy 2,5 KT oraz dwa uderzenia o mocy po 1,5 KT. Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił pierwszego rzutu pułków wynosi $0,408x_p$.

b/ Na drugi rzut pułków wykonuje się następujące uderzenia jądrowe: na 3/3 pz - 2,5 KT, na drugi rzut 1 pcz - 9 KT, na 3/2 pz - 28 KT. Wartość oczekiwana rażenia 3/2 pz wynosi 0,54.

Stąd wartość oczekiwana nierażonej ilości sił drugiego rzutu pułków jest równa

$$0,68 \cdot 0,25x_p = 0,17x_p.$$

c/ Na drugi rzut dywizji nie są wykonywane żadne uderzenia jądrowe.

16. Trzeci wariant ugrupowania własnych wojsk i pierwszy wariant użycia środków jądrowych przez nieprzyjaciela.

W wariancie tym do pierwszego rzutu pułków wydziela się 0,59 sił dywizji, do drugiego rzutu pułków - 0,29 sił dywizji i do drugiego rzutu dywizji - 0,12 sił dywizji. Ilość i moce uderzeń jądrowych wykonywanych na poszczególne rzuty - jak niżej.

a/ Pierwszy rzut pułków.

Uderzenie jądrowe o mocy 2,5 KT na kompanię piechoty 2/3 pz. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Długość celu 2 km. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 14 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,68.

Uderzenie jądrowe o mocy 1,5 KT na kompanię piechoty 1/2 pz. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Długość celu - 2 km. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 9 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu - 0,50.

Warunki wykonania uderzenia na kompanię 2/2 pz - jak wyżej.

Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił pierwszego rzutu pułków wynosi

$$0,93 \cdot 0,59x_p = 0,549x_p.$$

b/ Drugi rzut pułków.

Uderzenie jądrowe o mocy 2,5 KT na 3/3 pz. Wartość oczekiwana rażonej części celu - 0,28.

Uderzenie jądrowe o mocy 9 KT na 3/4 pz. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Długość celu - 7 km. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania - 22 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu - 0,37.

Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił drugiego rzutu pułków wynosi

$$0,78 \cdot 0,29x_p = 0,226x_p.$$

c/ Drugi rzut dywizji.

Uderzenie jądrowe o mocy 28 KT na kompanię czołgów 1 pcz. Rodzaj celu - siły żywe w czołgach. Długość celu - 1,5 km. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania - 80 km. Wartość oczekiwana rażonej części celu - 0,58.

Stąd wartość oczekiwana nierażonej ilości sił drugiego rzutu dywizji wynosi

$$0,884 \cdot 0,12x_p = 0,106x_p.$$

17. Trzeci wariant ugrupowania własnych wojsk i drugi wariant użycia środków jądrowych przez nieprzyjaciela.

W tym przypadku wszystkie uderzenia jądrowe są wykonywane na te same obiekty co i poprzednio, z tą różnicą, że rakietę o mocy 2,5 KT używa się na 3/2 pz, a nie na kompanię 2/3 pz.

Dlatego też wartości oczekiwane nierażonych ilości sił wynoszą :

- pierwszego rzutu pułków - $0,565x_p$;
- drugiego rzutu pułków - $0,204x_p$;
- drugiego rzutu dywizji - $0,106x_p$.

18. Trzeci wariant ugrupowania własnych wojsk i trzeci wariant użycia środków jądrowych przez nieprzyjaciela.

Wariant użycia środków jądrowych tym różni się od pierwszego, że na 3/2 pz wykonuje się uderzenie o mocy 28 KT, zamiast na kompanię 1 pcz.

Tak więc wartości oczekiwane nieratonych ilości sił dla tego wariantu wynoszą:

- pierwszego rzutu pułków - $0,549x_p$;
- drugiego rzutu pułków - $0,174x_p$;
- drugiego rzutu dywizji - $0,12\ x_p$.

Po dokonaniu tych obliczeń można przedstawić je w formie macierzy, w której zostaną uwzględnione wszystkie rozpatrywane warianty.

Macierz wartości oczekiwanych nierażonej ilości własnych sił przy różnych wariantach ugrupowania i odpowiednich wariantach użycia środków jądrowych przez nieprzyjaciela.

Strategie nieprzyjaciela / Strategie własne			Warianty ugrupowania									
			D^1			D^2			D^3			
			Warianty użycia środków jądrowych									
			B_{11}	B_{12}	B_{13}	B_{21}	B_{22}	B_{23}	B_{31}	B_{32}	B_{33}
Warianty ugrupowania	C^1	Rozmieszczenie poszczególnych elementów W_1^1	$0,408x_p$	$0,429x_p$	$0,408x_p$	$0,408x_p$	$0,429x_p$	$0,408x_p$	$0,408x_p$	$0,429x_p$	$0,408x_p$
		W_2^1	$0,203x_p$	$0,179x_p$	$0,156x_p$	$0,203x_p$	$0,179x_p$	$0,156x_p$	$0,203x_p$	$0,179x_p$	$0,156x_p$
		W_3^1	$0,239x_p$	$0,239x_p$	$0,29\ x_p$	$0,239x_p$	$0,239x_p$	$0,29x_p$	$0,239x_p$	$0,239x_p$	$0,29x_p$
	C^2	W_1^2	$0,408x_p$	$0,429x_p$	$0,408x_p$	$0,408x_p$	$0,429x_p$	$0,408x_p$	$0,408x_p$	$0,429x_p$	$0,408x_p$
		W_2^2	$0,211x_p$	$0,190x_p$	$0,170x_p$	$0,211x_p$	$0,190x_p$	$0,170x_p$	$0,211x_p$	$0,190x_p$	$0,170x_p$
		W_3^2	$0,249x_p$	$0,249x_p$	$0,29x_p$	$0,249x_p$	$0,249x_p$	$0,29\ x_p$	$0,249x_p$	$0,249x_p$	$0,29x_p$
	C^3	W_1^3	$0,549x_p$	$0,565x_p$	$0,549x_p$	$0,549x_p$	$0,565x_p$	$0,549x_p$	$0,549x_p$	$0,565x_p$	$0,549x_p$
		W_2^3	$0,226x_p$	$0,240x_p$	$0,174x_p$	$0,226x_p$	$0,204x_p$	$0,174x_p$	$0,226x_p$	$0,204x_p$	$0,174x_p$
		W_3^3	$0,106x_p$	$0,106x_p$	$0,12x_p$	$0,106x_p$	$0,106x_p$	$0,12x_p$	$0,106x_p$	$0,106x_p$	$0,12x_p$

Na podstawie wartości liczbowych zawartych w obu macierzach należy zestawić macierz ogólną, odzwierciedlającą rezultaty działania obu stron. Dla zbudowania tej macierzy wykorzystuje się wzór /13 - rozdział III/.

Przykładowo obliczymy kilka elementów nowej macierzy.

Dla pierwszego wariantu użycia własnych środków jądrowych i pierwszego wariantu ugrupowania oraz pierwszego wariantu użycia środków jądrowych przez nieprzyjaciela i jego pierwszego wariantu ugrupowania, odpowiedni element macierzy będzie równy

$$f/C_1^1 A_{11}, D^1 B_{11}/ = /sgn/ \sqrt{\left| 0{,}408^2 + 0{,}203^2 + 0{,}239^2 - \right.}$$

$$\left. - /0{,}436^2 + 0{,}196^2 + 0{,}242^2/ \frac{y_p^2}{x_p^2} \right| =$$

$$= /sgn/ \sqrt{\left| /0{,}265 - 0{,}270 \frac{y_p^2}{x_p^2} \right|}$$

Dla drugiego wariantu użycia własnych środków jądrowych i drugiego wariantu ugrupowania oraz trzeciego wariantu użycia środków jądrowych przez nieprzyjaciela i drugiego wariantu ugrupowania, odpowiedni element macierzy wynosi

$$f/C^2 A_{22}, D^2 B_{23}/ = /sgn/$$

$$\sqrt{\left| 0{,}408^2 + 0{,}170^2 + 0{,}29^2 - /0{,}370^2 + 0{,}262^2 + 0{,}268^2/ \frac{y_p^2}{x_p^2} \right|} =$$

$$= /sgn/ \sqrt{\left| /-0{,}279 - 0{,}277 \frac{y_p^2}{x_p^2} / \right|}$$

Analogiczne obliczenia należy dokonać dla wszystkich możliwych zestawień działania wojsk własnych i przeciwnika.

Aby urpościć dalsze zapisy wprowadzimy następujące oznaczenia :

$$\frac{y_p^2}{x_p^2} = k,$$

$$/sgn/ \sqrt{|a|} = f/a/,$$

np. $/sgn/ \sqrt{\left| 0{,}279 - 0{,}277 \frac{y_p^2}{x_p^2} \right|} = f\ /0{,}279 - 0{,}277k/.$

Wykorzystując wprowadzone oznaczenia oraz po wykonaniu odpowiednich obliczeń, końcowy stan sił własnych względem stanu początkowego i w zależności od początkowego stosunku sił, uwzględniając wszystkie możliwe warianty ugrupowania i użycia środków jądrowych przez obie strony, ilustruje przedstawiona macierz.

Macierz wartości oczekiwanych końcowego stanu własnych sił w zależności od przyjętych wariantów ugrupowania i użycia środków jądrowych przez każdą ze stron

Strategie nieprzyjaciela / Strategie własne	D^1B_{11}	D^1B_{12}	D^1B_{13}	D^2B_{21}	D^2B_{22}	D^2B_{23}	D^3B_{31}	D^3B_{32}	D^3B_{33}
C^1A_{11}	f/0,265-0,270k/	f/0,273-0,270k/	f/0,275-0,270k/	f/0,265-0,263k/	f/0,273-0,263k/	f/0,275-0,263k/	f/0,265-0,269k/	f/0,273-0,269k/	f/0,275-0,269k/
C^1A_{12}	f/0,265-0,280k/	f/0,273-0,280k/	f/0,275-0,280k/	f/0,265-0,277k/	f/0,273-0,277k/	f/0,275-0,277k/	f/0,265-0,280k/	f/0,273-0,280k/	f/0,275-0,280k/
C^1A_{13}	f/0,265-0,262k/	f/0,273-0,262k/	f/0,275-0,262k/	f/0,265-0,252k/	f/0,273-0,252k/	f/0,275-0,252k/	f/0,265-0,257k/	f/0,273-0,257k/	f/0,275-0,257k/
C^2A_{21}	f/0,273-0,270k/	f/0,282-0,270k/	f/0,279-0,270k/	f/0,273-0,263k/	f/0,282-0,263k/	f/0,279-0,263k/	f/0,273-0,269k/	f/0,282-0,269k/	f/0,279-0,269k/
C^2A_{22}	f/0,273-0,280k/	f/0,282-0,280k/	f/0,279-0,280k/	f/0,273-0,277k/	f/0,282-0,277k/	f/0,279-0,277k/	f/0,273-0,280k/	f/0,282-0,280k/	f/0,279-0,280k/
C^2A_{23}	f/0,273-0,262k/	f/0,282-0,262k/	f/0,279-0,262k/	f/0,273-0,252k/	f/0,282-0,252k/	f/0,279-0,252k/	f/0,273-0,257k/	f/0,282-0,257k/	f/0,279-0,257k/
C^3A_{31}	f/0,364-0,270k/	f/0,372-0,270k/	f/0,346-0,270k/	f/0,364-0,263k/	f/0,372-0,263k/	f/0,346-0,263k/	f/0,364-0,269k/	f/0,372-0,269k/	f/0,346-0,269k/
C^3A_{32}	f/0,364-0,280k/	f/0,372-0,280k/	f/0,346-0,280k/	f/0,364-0,277k/	f/0,372-0,277k/	f/0,346-0,277k/	f/0,364-0,280k/	f/0,372-0,280k/	f/0,346-0,280k/
C^3A_{33}	f/0,364-0,262k/	f/0,372-0,262k/	f/0,346-0,262k/	f/0,364-0,252k/	f/0,372-0,252k/	f/0,346-0,252k/	f/0,364-0,257k/	f/0,372-0,257k/	f/0,346-0,257k/

Dodano!

Tak przedstawioną sytuację można traktować jako grę, w której strona własna stara się maksymizować wielkość końcowego stanu sił, zaś nieprzyjaciel - minimizować /ujemne wartości faktycznie odpowiadają odniesieniu sukcesu przez przeciwnika/.

Metody stosowane w teorii gier pozwalają wyznaczyć z tej macierzy, optymalny sposób użycia środków jądrowych, przy odpowiednim wariancie ugrupowania własnych wojsk i przewidywanych możliwych sposobach działania przeciwnika. Aby określić czy dana gra posiada rozwiązanie w postaci strategii czystej, czy też w postaci strategii mieszanej, należy zbadać istnienie punktu siodłowego.

W tym celu musimy określić dolną i górną wartość gry. Ponieważ przeciwnik jest zainteresowany w osiągnięciu najmniejszych wartości zawartych w macierzy, stąd decydując się na wybór którejkolwiek własnej strategii, powinniśmy być przygotowani na uzyskanie minimalnej wygranej. Wypiszmy wszystkie te wartości dla poszczególnych strategii.

Dla strategii C^1A_{11} :

$$\alpha_{11} = \min_{jl} f/C^1A_{11}, D^jB_{jl}/ = f/0,265 - 270\ k/,$$

gdzie: $j = 1,2,3$;
$l = 1,2,3$.

Dla strategii C^1A_{12} :

$$\alpha_{12} = \min_{jl} f/C^1A_{12}, D^jB_{jl}/ = f/0,265 - 0,280\ k/.$$

Dla strategii C^1A_{13} :

$$\alpha_{13} = \min_{jl} f/C^1A_{13}, D^jB_{jl}/ = f/0,265 - 0,262\ k/.$$

Dla strategii C^2A_{13} :

$$\alpha_{21} = \min_{jl} f/C^2A_{21}, D^jB_{jl}/ = f/0,273 - 0,270\ k/.$$

Dla strategii C^2A_{22} :

$$\alpha_{22} = \min_{jl} f/C^2A_{22}, D^jB_{jl}/ = f/0,273 - 0,280\ k/.$$

Dla strategii C^2A_{23} :

$$\alpha_{23} = \min_{jl} f/C^2A_{23}, D^jB_{jl}/ = f/0,273 - 0,262\ k/.$$

Dla strategii C^3A_{31} :

$$\alpha_{31} = \min_{jl} f/C^3A_{31}, D^jB_{jl}/ = f/0,346 - 0,270\ k/.$$

Dla strategii C^3A_{32} :

$$\alpha_{32} = \min_{jl} f/C^3A_{32}, D^jB_{jl}/ = f/0,346 - 0,280\ k/.$$

Dla strategii C^3A_{33} :

$$\alpha_{33} = \min_{jl} f/C^3A_{33}, D^jB_{jl}/ = f/0,346 - 0,262\ k/.$$

Wartości α_{ki} /k = 1,2,3; i = 1,2,3/ odpowiadają najmniej korzystnemu działaniu przeciwnika. Jednak spośród własnych strategii możemy wybrać taką, dla której liczba α_{ki} będzie największa. Oznaczając ją przez α otrzymamy :

$$\alpha = \max_{ki} \alpha_{ki},$$

czyli

$$\alpha = \max_{ki} \min_{jl} f/C^kA_{ki}, D^jB_{jl}/.$$

Tak więc

$$\alpha = f/0,346 - 0,262\ k/.$$

Jest to dolna wartość gry. Osiągnięcie tej wielkości

mamy zagwarantowane, bez względu na to co uczyni przeciwnik, bowiem przy jej wyznaczaniu braliśmy najgorszy dla nas wariant jego działania. Odpowiadająca tej wielkości strategia jest maksyminimalną. Jednakże bez określenia górnej wartości gry, nie można stwierdzić, czy jest ona strategią optymalną. W związku z tym należy wyznaczyć górną wartość gry.

Przeciwnik, decydując się na wybór jednej ze swoich strategii, musi liczyć się z najmniej korzystnym dla siebie obrotem wypadków. Na każdą jego strategię możemy odpowiedzieć taką strategią własną, że wygrana będzie wartością największą. Oznaczając wartość tę przez β_{jl} możemy napisać

$$\beta_{jl} = \max_{ki} \; f/C^k A_{ki}, D^j B_{jl}/.$$

Wypiszmy te wartości dla wszystkich strategii przeciwnika.
Dla strategii $D^1 B_{11}$:

$$\beta_{11} = \max_{ki} \; f/C^k A_{ki}, D^1 B_{11}/ = f/0,364-0,262k/.$$

Dla strategii $D^1 B_{12}$:

$$\beta_{12} = \max_{ki} \; f/C^k A_{ki}, D^1 B_{12}/ = f/0,372-0,262k/.$$

Dla strategii $D^1 B_{13}$:

$$\beta_{13} = \max_{ki} f/C^k A_{ki}, D^1 B_{13}/ = f/0,346-0,262k/.$$

Dla strategii $D^2 B_{21}$:

$$\beta_{21} = \max_{ki} f/C^k A_{ki}, D^2 B_{21}/ = f/0,364-0,252k/.$$

Dla strategii $D^2 B_{22}$:

$$\beta_{22} = \max_{ki} f/C^k A_{ki}, D^2 B_{22}/ = f/0,372-0,252k/.$$

Dla strategii D^2B_{23} :

$$\beta_{23} = \max_{ki} f/C^kA_{ki}, D^2B_{23}/ = f/0,346-0,252k/.$$

Dla strategii D^3B_{31} :

$$\beta_{31} = \max_{ki} f/C^kA_{ki}, D^3B_{31}/ = f/0,364-0,257k/.$$

Dla strategii D^3B_{32} :

$$\beta_{32} = \max_{ki} f/C^kA_{ki}, D^3B_{32}/ = f/0,372-0,257k/.$$

Dla strategii D^3B_{33} :

$$\beta_{33} = \max_{ki} f/C^kA_{ki}, D^3B_{33}/ = f/0,346-0,257k/.$$

Spośród wszystkich największych wartości uzyskiwanych przy poszczególnych strategiach przeciwnika i najmniej korzystnych naszych strategiach, może on wybrac taką, dla której liczba ta będzie najmniejsza. Oznaczając ją przez β otrzymamy

$$\beta = \min_{jl} \max_{ki} f/C^kA_{ki}, D^jB_{jl}/,$$

czyli

$$\beta = f/0,346-0,262k/.$$

Jest to górna wartość gry. Odpowiadająca jej strategia jest minimaksymalną strategią przeciwnika, gwarantującą, że nasza strona nie osiągnie więcej niż β .
Z uwagi na to, że

$$\alpha = f/0,346-0,262\ k/.$$

oraz

$$\beta = f/0,346-0,262\ k/$$

są sobie równe, czyli

$$\max_{ki}\min_{jl} f/C^{k}A_{ki}, D^{j}B_{jl}/ = \min_{jl}\max_{ki} f/C^{k}A_{ki}, D^{j}B_{jl}/,$$

wnioskujemy o istnieniu punktu siodłowego. Zatem wspólna wartość dolnej i górnej wartości gry, jest wartością gry. Strategie odpowiadające tej wartości są czystymi strategiami optymalnymi odpowiednio dla jednej i drugiej strony.

Otrzymaliśmy zatem jednoznaczne rozwiązanie rozpatrywanej sytuacji. Z rozwiązania tego wynika, że optymalną strategią własnej strony jest użycie środków jądrowych według trzeciego wariantu i przyjęcie ugrupowania wojsk również według trzeciego wariantu /strategia $C^{3}A_{33}$/.

Natomiast optymalną strategią przeciwnika jest wykorzystanie środków jądrowych według trzeciego wariantu i przyjęcie ugrupowania według pierwszego wariantu /strategia $D^{1}B_{13}$/.

Zastosowanie strategii optymalnej zapewnia nam uzyskanie wartości oczekiwanej końcowego stanu sił nie mniejszej niż

$$H = f/0,346-0,262k/,$$

zaś przeciwnikowi, że my nie uzyskamy większej wartości niż H.

Jeżeli więc strony nie chcą działać na własną niekorzyść, powinny zawsze stosować swoje strategie optymalne, gdyż każde odstępstwo, przynosi tylko niekorzyść dla odstępującego. Łatwo to jest pokazać.

Jeśli na przykład własna strona będzie się trzymała strategii optymalnej, a przeciwnik przyjmie inną strategię, np.. $D^{2}B_{22}$, wówczas wartość oczekiwana końcowego stanu naszych sił wynosi

$$H_1 = f/0,372-0,252k/,$$

a więc $H_1 > H$, co w żadnym wypadku nie jest korzystne dla nieprzyjaciela. Relacja ta będzie zachodziła przy naszej strategii optymalnej i dowolnej strategii przeciwnika - różnej od optymalnej.

Analogicznie, jeśli przeciwnik będzie stosował swoją strategię optymalną, strona własna zaś odstąpi od strategii optymalnej i przyjmie na przykład strategię $C^{2}A_{21}$, wtedy wartość oczekiwana końcowego stanu naszych sił wyniesie

$$H_2 = f\ /0{,}279 - 0{,}270k/,$$

czyli $H < H_2$, a to nie jest dla nas korzystne.

Widać stąd, że jedynie rozsądne działanie jest zagwarantowane przy strategiach optymalnych, gdyż eliminują one w dużym stopniu czynnik ryzyka.

Z określenia H bezpośrednio widać, że wartość oczekiwana końcowego stanu własnych sił zależy od

$$k = \frac{y_p^2}{x_p^2},$$

czyli od stosunku początkowego stanu sił. Chcąc zatem obliczyć tę wartość, należy znać wielkość k. Wielkość tę jesteśmy w stanie określić na podstawie znajomości sił nieprzyjaciela i własnych.

Określmy wartość oczekiwaną końcowego stanu sił własnych dla k = 0,534. Dla tej wartości k mamy

$$H = f/0{,}346-0{,}140/ \leq f/0{,}206/,$$

skąd, pamiętając, że $f/a/ = /\mathrm{sgn}/ \sqrt{|a|}$, otrzymujemy

$$H = 0{,}453.$$

Wiedząc jednak, że wartość gry /H/ jest normalizowana względem początkowego stanu sił własnych, czyli $H = \frac{x}{x_p}$, możemy obliczoną wartość napisać w postaci

$$\frac{x}{x_p} = 0{,}453,$$

a stąd

$$x = 0{,}453x_p.$$

Tak więc, dla k = 0,534, wartość oczekiwana końcowego stanu sił /x/ wynosi 0,453 początkowego stanu sił własnych $/x_p/$.

Szczególnie interesujący jest przypadek, gdy wartość oczekiwana końcowego stanu sił staje się równa zeru. Może on być wykorzystany do określania efektywności środków jądrowych, wyrażonej przez ilość rażonych sił przeciwnika.

Dla H = 0 mamy

$$0{,}346 - 0{,}262 \frac{y_p^2}{x_p^2},$$

więc

$$x_p = 0{,}866 y_p.$$

Inaczej mówiąc, przy optymalnym wariancie wykorzystania środków jądrowych przez obie strony, dla zrównoważenia sił przeciwnika, własnej stronie wystarczy posiadać 0,866 stanu jego sił.

Ciekawy jest również przypadek, kiedy początkowe stany sił obu stron są równe. Wówczas wartość oczekiwana końcowego stanu własnych sił wynosi

$$H = f/0{,}346-0{,}262/,$$

a stąd otrzymujemy

$$x = 0{,}29 x_p.$$

Oznacza to, że gdyby walka była prowadzona do momentu kompletnego zniszczenia przeciwnika, wtedy po naszej stronie pozostałoby 0,29 początkowego stanussił.

Należy zaznaczyć, że w przykładzie tym rozpatrzono sytuację jednorazowego użycia środków jądrowych przez każdą ze stron. W rzeczywistych warunkach pola walki środki jądrowe, w określonym rodzaju działań bojowych /przy wykonywaniu przez związek taktyczny danego zadania/, będą z reguły używane wielokrotnie. W takich wypadkach, aby móc określić końcowy rezultat walki, należy przed każdym wykonaniem uderzenia jądrowego /uderzeń jądrowych/ ustalić jego optymalny wariant, w sposób analogiczny do opisanego wyżej. Każdorazowa optymalizacja użycia środków jądrowych gwarantuje najbardziej efektywne ich wykorzystanie i pozwala realnie określić końcowy rezultat walki. Daje to możliwość wyeliminowania ryzyka i stanowi podstawę do podjęcia ostatecznej decyzji, jeśli nie optymalnej, to w każdym przypadku - rozsądnej.

Oprócz określenia optymalnego wariantu użycia środków jądrowych, rozwiązanie omówionego modelu umożliwia ustalić najlepszy wariant ugrupowania wojsk, a także niezbędny stosunek

początkowego stanu sił, dla zapewnienia wygrania walki.

Rozpatrzony przykład jest stosunkowo prosty, gdyż chodziło jedynie o ilustrację metody. Rozwiązanie sytuacji bardziej złożonej z jednej strony przekraczało możliwości autora, z uwagi na niemożliwość korzystania z elektronicznych maszyn liczących, a z drugiej strony - nie wniosłoby do zagadnienia nowych treści i w znacznym stopniu utrudniłoby zrozumienie istoty opracowanego modelu.

V. PRZYKŁADOWE ROZWIĄZANIE PROBLEMU OPTYMALNEGO WYBORU PUNKTÓW ZEROWYCH UDERZEŃ JĄDROWYCH PODCZAS ZWALCZANIA CELU KILKOMA RAKIETAMI

Szczegółową metodę postępowania przy określaniu optymalnego wyboru punktów zerowych uderzeń jądrowych rozpatrzymy na następującym przykładzie.

Dywizja zmechanizowana /drugi rzut armii/ ma być wprowadzona do bitwy celem rozbicia dywizji nieprzyjaciela. Własna dywizja wykonuje marsz po dwóch marszrutach, mając w pierwszym rzucie pułk czołgów i pułk zmechanizowany. Dowódca armii dla stworzenia dogodnych warunków działania, do zwalczania dywizji nieprzyjaciela wydzielił cztery rakiety operacyjno-taktyczne /trzy po 40 KT i jedna 20 KT/.

Oddziały nieprzyjaciela znajdują się w rejonach ześrodkowania, jednakże z dokonanej oceny wynika, że do momentu wykonania uderzeń jądrowych mogą się one znaleźć w ugrupowaniu marszowym. Stąd też dla określenia punktów zerowych uderzeń jądrowych przyjęto dwa jednakowo możliwe warianty ugrupowania przeciwnika.

Z posiadanych informacji o nieprzyjacielu wiadomo, że dywizja składa się z trzech brygad zmechanizowanych, przy czym 1 BZ posiada trzy bataliony piechoty zmotoryzowanej, 2 BZ - trzy bataliony piechoty zmotoryzowanej i batalion czołgów, 3 BZ - dwa bataliony piechoty zmotoryzowanej i batalion czołgów. Przyjęto, że przeciwnik ma możność wykonania na naszą dywizję pięciu uderzeń jądrowych /jedno o mocy 47 KT, dwa o mocy po 28 KT i dwa o mocy po 9 KT/. Przewiduje się możliwość wykonania uderzeń według jednego z trzech wariantów.

Zadanie polega na wybraniu optymalnego wariantu punktów zerowych uderzeń jądrowych wykonywanych na dywizję nieprzyjaciela, uwzględniając jego możliwe ugrupowanie i sposoby użycia środków jądrowych.

Wybór punktów zerowych własnych uderzeń oraz warianty użycia środków jądrowych przez nieprzyjaciela są przedstawione na schematach /załącznik nr 18-23/.

Posiadając dane o ugrupowaniu przeciwnika i rozmieszczeniu własnych pododdziałów rakiet, łatwo jest obliczyć wartość oczekiwaną rażenia poszczególnych celów. Obliczmy ją dla dwóch przewidywanych sposobów ugrupowania nieprzyjaciela i kilku przyjętych wariantów punktów zerowych uderzeń jądrowych.

A. Dywizja nieprzyjaciela znajduje się w rejonie ześrodkowania.

1. Pierwszy wariant wyboru punktów zerowych uderzeń jądrowych.

Na 1 BZ wykonuje się uderzenie jądrowe o mocy 20 KT. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Wybuch powietrzny. Powierzchnia celu 63 km^2. Odległość strzelania 120 km.

Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,18.

Na 2 BZ wykonuje się dwa uderzenia jądrowe o mocy po 40 KT. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Wybuch powietrzny. Powierzchnia celu - 76 km^2. Odległość strzelania 120 km.

Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,35.

Na 3 BZ wykonuje się uderzenie o mocy 40 KT. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Wybuch powietrzny. Powierzchnia celu - 64 km^2. Odległość strzelania - 130 km.

Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,22.

Na podstawie tych wyników można obliczyć wartość oczekiwaną nierażonej ilości sił w poszczególnych oddziałach, w odniesieniu do ogółu sił dywizji /y_p/. Wartości te przedstawiają się następująco :

1 BZ - $0,246y_p$;

2 BZ - $0,260y_p$;

3 BZ - $0,234y_p$.

2. Drugi wariant wyboru punktów zerowych uderzeń jądrowych.

Warunki wykonania uderzeń na oddziały dywizji nieprzy-

jaciela pozostają te same co i poprzednio, ulegają natomiast zmianie ilości i moce ładunków jądrowych.

Na 1 BZ wykonuje się dwa uderzenia jądrowe o mocy po 40 KT. Wartość oczekiwana rażonej części celu - 0,44.

Na 2 BZ wykonuje się jedno uderzenie o mocy 20 KT. Wartość oczekiwana rażonej części celu - 0,14.

Na 3 BZ - uderzenia jak poprzednio.

Stąd wartości oczekiwane nierażonej ilości sił wynoszą:

1 BZ - $0,168y_p$;

2 BZ - $0,344y_p$;

3 BZ - $0,234y_p$.

3. Trzeci wariant wyboru punktów zerowych uderzeń jądrowych.

Na 1 BZ wykonuje się jedno uderzenie jądrowe o mocy 40 KT. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,23.

Na 2 BZ wykonuje się jedno uderzenie jądrowe o mocy 40 KT. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,20.

Na 3 BZ wykonuje się jedno uderzenie jądrowe o mocy 40 KT i jedno - o mocy 20 KT. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,36.

Tak więc dla trzeciego wariantu punktów zerowych uderzeń jądrowych wartość oczekiwana nierażonej ilości sił wynosi:

1 BZ - $0,231y_p$;

2 BZ - $0,320y_p$;

3 BZ - $0,192y_p$.

B. Dywizja nieprzyjaciela znajduje się w ugrupowaniu marszowym.

1. Pierwszy wariant wyboru punktów zerowych uderzeń jądrowych.

Na batalion piechoty zmotoryzowanej 1 BZ przewiduje się wykonać jedno uderzenie jądrowe o mocy 40 KT. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Wybuch powietrzny. Długość kolumny - 8 km. Odległość strzelania 120 km.

Wartość oczekiwana rażonej części celu /brygady/ wynosi 0,14.

Na kolumnę 2 BZ przewiduje się wykonać dwa uderzenia jądrowe o mocy po 40 KT. Jako obiekty uderzenia przyjmuje się

bataliony piechoty zmotoryzowanej o długości kolumn 8 km. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 120 km.

Wartość oczekiwana rażonej części celu /brygady/ wynosi 0,26.

Jedno uderzenie jądrowe o mocy 40 KT przewiduje się wykonać na kolumnę batalionu piechoty zmotoryzowanej 3 BZ. Długość kolumny - 8 km. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 130 km.

Wartość oczekiwana rażonej części celu /brygady/ wynosi 0,17.

Możemy stąd obliczyć wartość oczekiwaną nierażonej ilości sił w poszczególnych brygadach. Wynosi ona :

1 BZ - $0,258y_p$;

2 BZ - $0,296y_p$;

3 BZ - $0,249y_p$.

2. Drugi wariant wyboru punktów zerowych uderzeń jądrowych.

W drugim wariancie uderzenia jądrowe przewiduje się wykonać następująco.

Na 1 BZ dwa uderzenia jądrowe po 40 KT. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,35.

Na 2 BZ jedno uderzenie jądrowe o mocy 20 KT. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,10.

Na 3 BZ jedno uderzenie jądrowe o mocy 40 KT. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,17.

Na podstawie tych wyników obliczamy wartość oczekiwaną nierażonej ilości sił w poszczególnych brygadach. Wynosi ona:

1 BZ - $0,195y_p$;

2 BZ - $0,360y_p$;

3 BZ - $0,249y_p$.

3. Trzeci wariant wyboru punktów zerowych uderzeń jądrowych.

W tym wariancie uderzenia jądrowe przewiduje się wykonać w następujący sposób.

Na 1 BZ jedno uderzenie jądrowe o mocy 40 KT. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,17.

Na 2 BZ jedno uderzenie jądrowe o mocy 40 KT. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,13.

Na 3 BZ jedno uderzenie jądrowe o mocy 40 KT i jedno o mocy 20 KT. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,31.

Stąd więc wartość oczekiwana nierażonej ilości sił w odpowiednich brygadach wynosi :

1 BZ - $0,249y_p$;

2 BZ - $0,348y_p$;

3 BZ - $0,207y_p$.

Obliczone wartości możemy zestawić w formie macierzy. Macierz wartości oczekiwanych nierażonej ilości sił nieprzyjaciela zależnie od sposobu ugrupowania i przyjętego wariantu punktów zerowych własnych uderzeń jądrowych.

Strategie nieprzyjaciela / Strategie własne		Warianty ugrupowania					
		D^1			D^2		
		Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił w poszczególnych oddziałach					
		1 BZ	2 BZ	3 BZ	1 BZ	2 BZ	3 BZ
Warianty wyboru punktów zerowych	Z_1	$0,246y_p$	$0,260y_p$	$0,234y_p$	$0,258y_p$	$0,296y_p$	$0,249y_p$
	Z_2	$0,168y_p$	$0,344y_p$	$0,234y_p$	$0,195y_p$	$0,360y_p$	$0,249y_p$
	Z_3	$0,231y_p$	$0,320y_p$	$0,192y_p$	$0,249y_p$	$0,348y_p$	$0,207y_p$

W podobny sposób należy obliczyć wartości oczekiwane nierażonej ilości własnych sił, dla przewidywanych sposobów użycia środków jądrowych przez nieprzyjaciela. Weźmiemy pod uwagę trzy możliwe sposoby.

a/ Pierwszy sposób użycia środków jądrowych przez nieprzyjaciela.

Przy tym sposobie uderzenia jądrowe są wykonywane następująco.

Na 1 pcz dwa uderzenia jądrowe o mocy po 9 KT. Jako obiekty uderzeń przyjmuje się kompanie czołgów. Rodzaj celu - siły żywe w czołgach. Długość kolumny - 2,5 km. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania 90 km.

Wartość oczekiwana rażonej części celu /pułku/ wynosi 0,11.

Na 2 pz przewiduje się wykonać jedno uderzenie jądrowe o mocy 28 KT. Jako obiekt uderzenia przyjmuje się jeden z batalionów piechoty zmotoryzowanej. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Długość kolumny - 6 km. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania - 90 km.

Wartość oczekiwana rażonej części celu /pułku/ wynosi 0,15.

Na 3 pz przewiduje się wykonać jedno uderzenie jądrowe o mocy 28 KT. Jako obiekt uderzenia przyjmuje się jeden z batalionów piechoty zmotoryzowanej. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Długość kolumny - 6 km. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania - 110 km.

Wartość oczekiwana rażonej części celu /pułku/ wynosi 0,14.

Na 4 pz przewiduje się wykonać jedno uderzenie o mocy 47 KT. Jako obiekt uderzenia przyjmuje się jeden z batalionów piechoty zmotoryzowanej. Rodzaj celu - siły żywe odkryte. Długość kolumny - 6 km. Wybuch powietrzny. Odległość strzelania - 110 km.

Wartość oczekiwana rażonej części celu /pułku/ wynosi 0,17.

Można więc na podstawie tych wyników obliczyć wartość oczekiwaną nierażonej ilości sił w poszczególnych pułkach, w odniesieniu do ogólnego stanu sił dywizji /x_p/. Wynosi ona:

1 pcz - $0,116x_p$;

2 pz - $0,247x_p$;

3 pz - $0,249x_p$;

4 pz - $0,241x_p$.

b/ Drugi sposób użycia środków jądrowych przez nieprzyjaciela.

Zakładamy, że przy tym sposobie warunki wykonania uderzeń jądrowych nie ulegają zmianie, zaś na poszczególne obiekty wykorzystuje się inne środki.

Na 1 pcz - uderzenie jądrowe o mocy 47 KT. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,11.

Na 2 pz wykonuje się dwa uderzenia jądrowe, jedno o mocy 28 KT i drugie o mocy 9 KT. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,25.

Na 3 pz wykonuje się uderzenie jądrowe o mocy 28 KT. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,14.

Na 4 pz wykonuje się uderzenie jądrowe o mocy 9 KT. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi 0,10.

Dla tego sposobu użycia środków jądrowych przez nieprzyjaciela, wartość oczekiwana nierażonej ilości sił jest równa :

1 pcz - $0,116x_p$;

2 pz - $0,218x_p$;

3 pz - $0,249x_p$;

4 pz - $0,261x_p$.

c/ Trzeci sposób użycia środków jądrowych przez nieprzyjaciela.

W tym wariancie środki jądrowe wykorzystuje się następująco.

Na 1 pcz - 28 KT i 9 KT. Wartość oczekiwana rażonej części celu - 0,15.

Na 2 pz - 9 KT, na 3 pz - 28 KT, na 4 pz - 47 KT. Wartość oczekiwana rażonej części celu wynosi odpowiednio 0,10; 0,14 i 0,17.

Stąd wartość oczekiwana nierażonej ilości sił w poszczególnych pułkach jest równa :

1 pcz - $0,111x_p$;

2 pz - $0,261x_p$;

3 pz - $0,249x_p$;

4 pz - $0,241x_p$.

Obliczone wartości zestawmy w formie macierzy.

Macierz wartości oczekiwanych nierażonej ilości sił własnych w zależności od wariantu użycia środków jądrowych przez nieprzyjaciela.

Strategie nieprzyjaciela / Strategie własne		Warianty użycia środków jądrowych B_{11}	B_{12}	B_{13}
Wartość oczekiwana nierażonej ilości sił w poszczególnych oddziałach	1 pcz	$0,116x_p$	$0,116x_p$	$0,111x_p$
	2 pz	$0,247x_p$	$0,218x_p$	$0,261x_p$
	3 pz	$0,249x_p$	$0,249x_p$	$0,249x_p$
	4 pz	$0,241x_p$	$0,261x_p$	$0,241x_p$

Wykorzystując dane zawarte w obu macierzach, można zbudować ogólną macierz odzwierciedlającą wartość oczekiwaną końcowego stanu własnych sił zależnie od przyjętego wyboru punktów zerowych uderzeń jądrowych i sposobów działania nieprzyjaciela. Poszczególne elementy tej macierzy oblicza się przy pomocy wzoru /13 - rozdział III/.

Obliczmy przykładowo kilka z tych wartości.

Dla pierwszego wariantu wyboru punktów zerowych własnych uderzeń jądrowych i pierwszego sposobu ugrupowania nieprzyjaciela oraz jego pierwszego wariantu użycia środków jądrowych mamy :

$$h/Z_1, B_{11}/ = /sgn/ \sqrt{\left| 0,116^2 + 0,247^2 + 0,249^2 + 0,241^2 - /0,246^2 + 0,260^2 + 0,234^2/ \frac{y_p^2}{x_p^2} \right|} =$$

$$= /sgn/ \sqrt{\left| /0,195 - 0,183 \frac{y_p^2}{x_p^2} \right|}$$

Dla drugiego wariantu wyboru punktów zerowych własnych uderzeń jądrowych i pierwszego sposobu ugrupowania nieprzyjaciela oraz jego drugiego wariantu użycia środków jądrowych mamy :

$$h/Z_2, B_{12}/ = /sgn/$$

$$\sqrt{\left| 0{,}116^2 + 0{,}218^2 + 0{,}249^2 + 0{,}261^2 - /0{,}168^2 + 0{,}344^2 + 0{,}234^2 / \frac{y_p^2}{x_p^2} \right|} =$$

$$= /sgn/ \sqrt{\left| 0{,}191 - 0{,}201 \frac{y_p^2}{x_p^2} \right|}$$

Dla trzeciego wariantu wyboru punktów zerowych własnych uderzeń jądrowych i pierwszego sposobu ugrupowania nieprzyjaciela oraz jego trzeciego wariantu użycia środków jądrowych odpowiedni element mącierzy będzie równy :

$$h/Z_3, B_{13}/ = /sgn/$$

$$\sqrt{\left| 0{,}111^2 + 0{,}261^2 + 0{,}249^2 + 0{,}241^2 - /0{,}231^2 + 0{,}320^2 + 0{,}192^2 / \frac{y_p^2}{x_p^2} \right|} =$$

$$= /sgn/ \sqrt{\left| 0{,}201 - 0{,}193 \frac{y_p^2}{x_p^2} \right|}$$

Dla pierwszego wariantu wyboru punktów zerowych własnych uderzeń jądrowych i drugiego sposobu ugrupowania nieprzyjaciela oraz jego pierwszego wariantu użycia środków jądrowych odpowiedni element macierzy będzie równy :

$$h/Z_1, B_{21}/ = /sgn/ \cdot \sqrt{\left| 0{,}195 - 0{,}215 \frac{y_p^2}{x_p^2} \right|} .$$

Dla drugiego wariantu wyboru punktów zerowych własnych uderzeń jądrowych i drugiego sposobu ugrupowania nieprzyjaciela oraz jego drugiego wariantu użycia środków jądrowych odnośny element macierzy wynosi :

$$h/Z_2, B_{22}/ = /sgn/ \cdot \sqrt{\left| /0{,}191 - 0{,}230 \frac{y_p^2}{x_p^2} \right|} .$$

Dla trzeciego wariantu wyboru punktów zerowych własnych uderzeń jądrowych i drugiego sposobu ugrupowania nieprzyjaciela oraz jego trzeciego wariantu użycia środków jądrowych odpowiedni element macierzy będzie równy :

$$h/Z_3,B_{23}/ = /sgn/ \sqrt{\left| 0{,}201-0{,}226 \frac{y_p^2}{x_p^2} \right|}.$$

Podobne obliczenia należy wykonać dla wszystkich możliwych układów działania strony własnej i przeciwnika.

Aby uprościć dalsze zapisy wykorzystamy oznaczenia wprowadzone w poprzednim przykładzie.

Niżej zamieszczona macierz przedstawia wartość oczekiwaną końcowego stanu własnych sił normalizowaną względem x_p / początkowy stan sił własnych/, uwzględniając wszystkie warianty wyboru punktów zerowych własnych uderzeń jądrowych i działania nieprzyjaciela.

Macierz wartości oczekiwanych końcowego stanu własnych sił w zależności od wariantu wyboru punktów zerowych własnych uderzeń jądrowych i sposobu ugrupowania nieprzyjaciela oraz użycia jego środków jądrowych.

Strategie nieprzyjaciela / Strategie własne	B_{11}	B_{12}	B_{13}	B_{21}	B_{22}	B_{23}
Z_1	h/0,195-0,183k/	h/0,191-0,183k/	h/0,201-0,183k/	h/0,195-0,216k/	h/0,191-0,216k/	h/0,201-0,216k/
Z_2	h/0,195-0,201k/	h/0,191-0,201k/	h/0,201-0,201k/	h/0,195-0,230k/	h/0,191-0,230k/	h/0,201-0,230k/
Z_3	h/0,195-0,193k/	h/0,191-0,193k/	h/0,201-0,193k/	h/0,195-0,226k/	h/0,191-0,226k/	h/0,201-0,226k/

Powyższa macierz jest macierzą gry rozpatrywanej sytuacji taktycznej. W grze tej, strona własna jest maksymizującą, dąży ona do uzyskania możliwie dużych wartości końcowego stanu sił, natomiast przeciwnik jest stroną minimizującą, jego celem jest osiągnięcie możliwie małych wartości końcowego stanu naszych sił, gdyż ujemne wartości odpowiadają odniesieniu sukcesu przez nieprzyjaciela.

Aby wyznaczyć optymalny wariant wyboru punktów zerowych własnych uderzeń jądrowych, należy najpierw określić dolną i górną wartość gry, a tym samym zbadać, czy rozwiązanie istnieje w postaci strategii czystej czy też mieszanej.

W tym celu określimy najpierw dolną wartość gry, tj:

$$\alpha = \max_{k} \min_{jl} h/Z_k, B_{jl}/$$

gdzie: k = 1,2,3;
j = 1,2;
l = 1,2,3.

Analizując macierz gry otrzymujemy :

$$\alpha_1 = \min_{jl} h/Z_1, B_{jl}/ = h\ /0,191-0,216k/,$$

$$\alpha_2 = \min_{jl} h/Z_2, B_{jl}/ = h\ /0,191-0,230k/,$$

$$\alpha_3 = \min_{jl} h/Z_3, B_{jl}/ = h\ /0,191-0,226k/.$$

Stąd otrzymujemy

$$\alpha = \max_{k} \alpha_k = h/0,191-0,216k/.$$

Ażeby się przekonać o możliwości uzyskania większej wartości oczekiwanej końcowego stanu własnych sił od dolnej wartości gry, należy obliczyć jeszcze górną wartość gry. Jak wiemy górną wartość gry określa się następująco :

$$\beta = \min_{jl} \max_{k} h/Z_k, B_{jl}/.$$

Z macierzy gry bezpośrednio otrzymujemy :

$$\beta_{11} = \max_k h/Z_k, B_{11}/ = h/0,195-0,183k/,$$

$$\beta_{12} = \max_k h/Z_k, B_{12}/ = h/0,191-0,183k/,$$

$$\beta_{13} = \max_k h/Z_k, B_{13}/ = h/0,201-0,183k/,$$

$$\beta_{21} = \max_k h/Z_k, B_{21}/ = h/0,195-0,216k/,$$

$$\beta_{22} = \max_k h/Z_k, B_{22}/ = h/0,191-0,216k/,$$

$$\beta_{23} = \max_k h/Z_k, B_{23}/ = h/0,201-0,216k/.$$

Stąd natychmiast wyznaczamy górną wartość gry. Jest ona równa

$$\beta = \min_{jl} \beta_{jl}$$

czyli

$$\beta = h/0,191-0,216k/.$$

Ponieważ w grze tej ma miejsce następująca równość

$$\max_k \min_{jl} h/Z_k, B_{jl}/ = \min_{jl} \max_k h/Z_k, B_{jl}/$$

więc jest to gra z punktem siodłowym, a odpowiadające temu punktowi strategie są czystymi strategiami optymalnymi odpowiednio jednej i drugiej strony.

Zatem pierwszy wariant wyboru punktów zerowych własnych uderzeń jądrowych jest wariantem optymalnym. Gwarantuje on uzyskanie największej wartości oczekiwanej końcowego stanu własnych sił.

Natomiast strategią optymalną nieprzyjaciela jest drugi sposób ugrupowania bojowego i drugi wariant użycia środków jądrowych. Stosując tę strategię ma zapewnione to, że w żadnym wypadku nie powiększy wartości końcowego stanu naszych sił.

Z macierzy gry bezpośrednio widać, że wartość oczekiwana końcowego stanu własnych sił zależy od

$$k = \frac{y_p^2}{x_p^2},$$

a więc od początkowego stosunku sił. Obliczmy ją dla $k = 0{,}534$. Wartość gry w tym wypadku będzie równa

$$H = h/0{,}191-0{,}115/$$

$$H = 0{,}275.$$

Wiedząc, że $H = \frac{x}{x_p}$ otrzymujemy

$$x = 0{,}275x_p.$$

Tak więc optymalny wariant wyboru punktów zerowych uderzeń jądrowych zapewnia osiągnięcie końcowego stanu sił własnych równego 0,275 stanu początkowego, przy $k = 0{,}534$. Należy zauważyć, że żaden inny wariant wyboru punktów zerowych nie daje możliwości uzyskania większej wartości, jeśli tylko będziemy brać pod uwagę rozsądne działanie przeciwnika. Z kolei nieprzyjaciel jest w takim położeniu, że nie jest w stanie zmniejszyć osiąganej przez nas wartości, jeżeli nie odstąpimy od swojej strategii optymalnej.

Trzeba jednakże pamiętać, iż warunki te są spełnione wówczas, kiedy obie strony nie wychodzą poza zbiór swoich strategii. Z tego względu pierwszorzędnego znaczenia nabiera szczegółowa ocena i analiza możliwości działania /wykorzystania sił i środków/ zarówno własnej strony jak i przeciwnika. O ile ocena sił własnych nie będzie z reguły przedstawiać trudności, z uwagi na dysponowanie pełnymi, wyczerpującymi danymi, o tyle szczegółowa ocena możliwości nieprzyjaciela zawsze będzie stanowić istotny problem, gdyż jest prawie nie-

możliwym posiadanie pełnych informacji. Jednakże metody teorii gier umożliwiają dokonywanie analizy i takich sytuacji, o których nie mamy kompletnej informacji i to jest ich jedną z zasadniczych zalet.

W całokształcie procesu badawczego istotne znaczenie posiada umiejętność zestawienia możliwych strategii obu stron. Szczególnie nie można pominąć najmniej korzystnego dla nas działania przeciwnika, gdyż wówczas cała analiza ilościowa nie miałaby żadnego sensu. Właśnie w tym względzie uwidacznia się niezastąpiona rola człowieka, bowiem tylko on jest w stanie wykowić ujemne i dodatnie cechy badanego zjawiska.

Dla ilustracji metody, w rozpatrywanym przykładzie, wzięto pod uwagę tylko zasadnicze sposoby działania obu stron. Uwzględnienie większej ilości strategii utrudniłoby zrozumienie istoty problemu nie wnosząc do zagadnienia nic nowego.

VI. PRZYKŁADOWE ROZWIĄZANIE PROBLEMU OPTYMALNEGO PODZIAŁU ZADAŃ MIĘDZY PODODDZIAŁY WYKONUJĄCE UDERZENIA JĄDROWE

Metodę postępowania przy rozwiązywaniu tego problemu rozpatrzymy na następującym przykładzie.

Na podstawie dokonanej oceny nieprzyjaciela ustalono potrzebę wykonania uderzeń jądrowych na niżej wyszczególnione cele.

Cel nr 1 - stanowisko dowodzenia korpusu armijnego. Powierzchnia celu wynosi 5 km^2. Stan osobowy nie jest okopany. Wymagane jest osiągnięcie 60% pewnie rażonej części celu.

Cel nr 2 - batalion czołgów w rejonie ześrodkowania. Powierzchnia celu wynosi 7 km^2. Należy przewidywać możliwość znajdowania się batalionu w kolumnie marszowej długości 5 km. Oprócz tego, do czasu wykonania uderzenia, batalion może zająć rejon obrony o powierzchni 6 km^2. Pożądane jest uzyskanie nie mniej niż 20% pewnie rażonej części celu.

Cel nr 3 - batalion piechoty w rejonie ześrodkowania. Powierzchnia celu wynosi 12 km^2. Istnieje możliwość uformowania batalionu w kolumnę marszową długości 7 km, lub zajęcia rejonu obrony o powierzchni 7 km^2. Wymaga się, aby pewnie rażona część celu wynosiła minimum 40%.

Cel nr 4 - batalion piechoty w rejonie ześrodkowania. Powierzchnia celu wynosi 16 km^2. Przewiduje się możliwość przejścia batalionu w ugrupowanie marszowe lub do przygotowanego rejonu obrony. Długość kolumny - 8 km, powierzchnia rejonu obrony - 9 km^2. Wymagane jest uzyskanie nie mniej niż 20% pewnie rażonej części celu.

Do dyspozycji posiadamy cztery baterie, dwie - rakiet operacyjno-taktycznych i dwie - rakiet taktycznych. Baterie rakiet operacyjno-taktycznych mogą wykonywać uderzenia jądrowe o mocy 10 KT, 20 KT i 40 KT, a baterie rakiet taktycznych- 3 KT, 10 KT i 20 KT. Czas potrzebny na uzyskanie gotowości ogniowej przez poszczególne pododdziały i warunki bezpieczeństwa wojsk własnych, umożliwiają realizację dowolnego zadanie przez dowolny pododdział.

Odległości strzelania do odpowiednich celów wynoszą :

Cel nr 1 - 1 bateria ROT - 90 km;
- 2 bateria ROT - 100 km;
- 3 bateria RT - 40 km;
- 4 bateria RT - 43 km.

Cel nr 2 /w rejonie ześrodkowania i w kolumnie marszowej/:
- 1 bateria ROT - 80 km;
- 2 bateria ROT - 90 km;
- 3 bateria RT - 25 km;
- 4 bateria RT - 30 km.

Cel nr 2 /w rejonie obrony/:
- 1 bateria ROT - 70 km;
- 2 bateria ROT - 80 km;
- 3 bateria RT - 15 km;
- 4 bateria RT - 20 km.

Cel nr 3 /w rejonie ześrodkowania i w kolumnie marszowej/:
- 1 bateria ROT - 85 km;
- 2 bateria ROT - 100 km;
- 3 bateria RT - 28 km;
- 4 bateria RT - 30 km.

Cel nr 3 /w rejonie obrony/:
- 1 bateria ROT - 78 km;
- 2 bateria ROT - 92 km;
- 3 bateria RT - 20 km;
- 4 bateria RT - 22 km.

Cel nr 4 /w rejonie ześrodkowania i w kolumnie marszowej/:
- 1 bateria ROT - 90 km;
- 2 bateria ROT - 95 km;
- 3 bateria RT - 25 km;
- 4 bateria RT - 28 km.

Cel nr 4 /w rejonie obrony/:
- 1 bateria ROT - 80 km;
- 2 bateria ROT - 85 km;
- 3 bateria RT - 15 km;
- 4 bateria RT - 18 km.

Należy określić optymalny wariant podziału zadań ogniowych, przyjmując za kryterium efektywności, wskaźnik ekonomicz-

ności strzelania. Z istniejących warunków realizacji zadań wynika, że baterie rakiet taktycznych nie są w stanie zwalczać pierwszego celu, gdyż nie pozwala na to donośność sprzętu.

Obliczmy najpierw wskaźniki ekonomiczności strzelania przy zwalczaniu celów przez poszczególne pododdziały.

1/ 1 bateria ROT - cel nr 1.

Moc rakiety - 10 KT. Pewnie rażona część celu /So/ wynosi 42%, a wartość oczekiwana rażonej części celu /M/ - 68%. Ta ewentualność nie może być brana pod uwagę, bowiem $S_o < 60\%$.

Moc rakiety - 20 KT. $S_o = 62\%$, $M = 84\%$. A stąd wskaźnik ekonomiczności strzelania /E/ wynosi $E = \frac{20\ KT}{84\%} = \frac{0{,}238\ KT}{1\%}$ lub $E_{12}^{11} = 0{,}238$ KT/%.

Moc rakiety - 40 KT. $S_o = 78\%$, $M = 92\%$, $E_{13}^{11} = 0{,}435$KT/%.

2/ 1 bateria ROT - cel nr 2 w rejonie ześrodkowania.

Moc rakiety - 10 KT. $S_o = 15\%$, $M = 20\%$. Ponieważ $S_o < 20\%$, stąd zadanie nie może być wykonane rakietą tej mocy. Umownie możemy przyjmować $E_{11}^{12} = 0$.

Moc rakiety - 20 KT. $S_o = 20\%$, $M=29\%$. $E_{12}^{12} = 0{,}690$ KT/%.

Moc rakiety - 40 KT. $S_o = 27\%$, $M=40\%$. $E_{13}^{12} = 1$ KT/%.

3/ 1 bateria ROT - cel nr 2 w kolumnie marszowej.

Moc rakiety - 10 KT. $S_o = 10\%$, $M=18\%$. $E_{11}^{22} = 0$.

Moc rakiety - 20 KT. $S_o = 10\%$, $M=27\%$. $E_{12}^{22} = 0$.

Moc rakiety - 40 KT. $S_o = 15\%$, $M=35\%$. $E_{13}^{22} = 0$.

4/ 1 bateria ROT - cel nr 2 w rejonie obrony.

Moc rakiety - 10 KT. $S_o = 18\%$, $M=22\%$. $E_{11}^{32} = 0$.

Moc rakiety - 20 KT. $S_o = 21\%$, $M=30\%$. $E_{12}^{32} = 0{,}667$ KT/%.

Moc rakiety - 40 KT. $S_o = 29\%$, $M=42\%$. $E_{13}^{32} = 0{,}952$ KT/%.

5/ 1 bateria ROT - cel nr 3 w rejonie ześrodkowania.

Moc rakiety - 10 KT. $S_o = 36\%$, $M=46\%$. $E_{11}^{13} = 0$.

Moc rakiety - 20 KT. S_0=50%, M=62%. E_{12}^{13}=0,323 KT/%.

Moc rakiety - 40 KT. S_0=66%, M=81%. E_{13}^{13}=0,494 KT/%.

6/ 1 bateria ROT - cel nr 3 w kolumnie marszowej.

Moc rakiety - 10 KT. S_0=25%, M=35%. E_{11}^{23}=0.

Moc rakiety - 20 KT. S_0=41%, M=48%. E_{12}^{23}=0,417 KT/%.

Moc rakiety - 40 KT. S_0=56%, M=62%. E_{13}^{23}=0,645 KT/%.

7/1 bateria ROT - cel nr 3 w rejonie obrony.

Moc rakiety - 10 KT. S_0=19%, M=29%. E_{11}^{33}=0.

Moc rakiety - 20 KT. S_0=27%, M=41%. E_{12}^{33}=0.

Moc rakiety - 40 KT. S_0=40%, M=56%. E_{13}^{33}=0,714 KT/%.

8/1 bateria ROT - cel nr 4 w rejonie ześrodkowania.

Moc rakiety - 10 KT. S_0=33%, M=39%. E_{11}^{14}=0,256 KT/%.

Moc rakiety - 20 KT. S_0=45%, M=55%. E_{12}^{14}=0,364 KT/%.

Moc rakiety - 40 KT. S_0=59%, M=72%. E_{13}^{14}=0,556 KT/%.

9/ 1 bateria ROT - cel nr 4 w kolumnie marszowej.

Moc rakiety - 10 KT. S_0=19%, M=31%. E_{11}^{24}=0.

Moc rakiety - 20 KT. S_0=38%, M=44%. E_{12}^{24}=0,454 KT/%.

Moc rakiety - 40 KT. S_0=49%, M=54%. E_{13}^{24}=0,741 KT/%.

10/ 1 bateria ROT - cel nr 4 w rejonie obrony.

Moc rakiety - 10 KT. S_0=17%, M=20%. E_{11}^{34}=0.

Moc rakiety - 20 KT. S_0=26%, M=36%. E_{12}^{34}=0,556 KT/%.

Moc rakiety - 40 KT. S_0=36%, M=50%. E_{13}^{34}=0,8 KT/%.

11/ 2 bateria ROT - cel nr 1.

Moc rakiety - 10 KT. S_0=42%, M=67%. E_{21}^{11}=0.

Moc rakiety - 20 KT. S_0=61%, M=82%. E_{22}^{11}=0,244 KT/%.

Moc rakiety - 40 KT. S_0=77%, M=92%. E_{23}^{11}=0,435 KT/%.

12/ 2 bateria ROT - cel nr 2 w rejonie ześrodkowania.

Moc rakiety - 10 KT. S_0=13%, M=19%. E_{21}^{12}=0.

Moc rakiety - 20 KT. S_0=18%, M=28%. E_{22}^{12}=0.

Moc rakiety - 40 KT. S_0=24%, M=39%. E_{23}^{12}=1,026 KT/%.

13/ 2 bateria ROT - cel nr 2 w kolumnie marszowej.

Moc rakiety - 10 KT. S_0=10%, M=20%. E_{21}^{22}=0.

Moc rakiety - 20 KT. S_0=10%, M=26%. E_{22}^{22}=0.

Moc rakiety - 40 KT. S_0=11%, M=34%. E_{23}^{22}=0.

14/ 2 bateria ROT - cel nr 2 w rejonie obrony.

Moc rakiety - 10 KT. S_0=15%, M=22%. E_{21}^{32}=0.

Moc rakiety - 20 KT. S_0=20%, M=32%. E_{22}^{32}=0,625 KT/%.

Moc rakiety - 40 KT. S_0=27%, M=44%. E_{23}^{32}=0,909 KT/%.

15/ 2 bateria ROT - cel nr 3 w rejonie ześrodkowania.

Moc rakiety - 10 KT. S_0=34%, M=46%. E_{21}^{13} =0.

Moc rakiety - 20 KT. S_0=49%, M=63%. E_{22}^{13}=0,317 KT/%.

Moc rakiety - 40 KT. S_0=64%, M=81%. E_{23}^{13}=0,494 KT/%.

16/ 2 bateria ROT - cel nr 3 w kolumnie marszowej.

Moc rakiety - 10 KT. S_0=20%, M=34%. E_{21}^{23}=0.

Moc rakiety - 20 KT. S_0=40%, M=48%. E_{22}^{23}=0,417 KT/%.

Moc rakiety - 40 KT. S_0=55%, M=61%. E_{23}^{23}=0,656 KT/%.

17/ 2 baterie ROT - cel nr 3 w rejonie obrony.

Moc rakiety - 10 KT. S_0=18%, M=30%. E_{21}^{33}=0.

Moc rakiety - 20 KT. S_0=25%, M=42%. E_{22}^{33}=0.

Moc rakiety - 40 KT. S_0=37%, M=58%. E_{23}^{33}=0.

18/ 2 bateria ROT - cel nr 4 w rejonie ześrodkowania.

Moc rakiety - 10 KT. S_0=33%, M=40%. E_{21}^{14}=0,25 KT/%.

Moc rakiety - 20 KT. S_0=46%, M=57%. E_{22}^{14}=0,351 KT/%.

Moc rakiety - 40 KT. S_0=58%, M=72%. E_{23}^{14}=0,556 KT/%.

19/ 2 bateria ROT - cel nr 4 w kolumnie marszowej.

Moc rakiety - 10 KT. S_0=19%, M=31%. E_{21}^{24}=0.

Moc rakiety - 20 KT. S_0=37%, M=44%. E_{22}^{24}=0,454 KT/%.

Moc rakiety - 40 KT. S_0=48%, M=54%. E_{23}^{24}=0,741 KT/%.

20/ 2 bateria ROT - cel nr 4 w rejonie obrony.

Moc rakiety - 10 KT. S_o=19%, M=24%. E_{21}^{34}=0.

Moc rakiety -20 KT. S_o=27%, M=36%. E_{22}^{34}=0,556 KT/%.

Moc rakiety - 40 KT. S_o=37%, M=50%. E_{23}^{34}=0,8 KT/%.

21/ 3 bateria RT - cel nr 2 w rejonie ześrodkowania.

Moc rakiety - 3 KT. S_o=0, M=0. E_{31}^{12}=0.

Moc rakiety - 10 KT. S_o=23%, M=24%. E_{32}^{12}=0,417 KT/%.

Moc rakiety - 20 KT. S_o=31%, M=34%. E_{33}^{12}=0,588 KT/%.

22/ 3 bateria RT - cel nr 2 w kolumnie marszowej.

Moc rakiety - 3 KT. S_o=0, M=0. E_{31}^{22}=0

Moc rakiety - 10 KT. S_o=14%, M=23%. E_{32}^{22}=0.

Moc rakiety - 20 KT. S_o=21%, M=31%. E_{33}^{22}=0,645 KT/%.

23/ 3 bateria RT - cel nr 2 w rejonie obrony.

Moc rakiety - 3 KT. S_o=0, M=0. E_{31}^{32}=0.

Moc rakiety - 10 KT. S_o=28%, M=30%. E_{32}^{32}=0,333 KT/%.

Moc rakiety - 20 KT. S_o=35%, M=40%. E_{33}^{32}=0,5 KT/%.

24/ 3 bateria RT - cel nr 3 w rejonie ześrodkowania.

Moc rakiety - 3 KT. S_o=25%, M=25%. E_{31}^{13}=0.

Moc rakiety - 10 KT. S_o=45%, M=48%. E_{32}^{13}=0,208 KT/%.

Moc rakiety - 20 KT. S_o=61%, M=70%. E_{33}^{13} =0,286 KT/%.

25/ 3 bateria RT - cel nr 3 w kolumnie marszowej.

Moc rakiety - 3 KT. S_o=18%, M=24%. E_{31}^{23}=0.

Moc rakiety - 10 KT. S_o=35%, M=38%. E_{32}^{23}=0.

Moc rakiety - 20 KT. S_o=48%, M=51%. E_{33}^{23}=0,392 KT/%.

26/ 3 bateria RT - cel nr 3 w rejonie obrony.

Moc rakiety - 3 KT. S_o=20%, M=20%. E_{31}^{33}=0.

Moc rakiety - 10 KT. S_o=30%, M=34%. E_{32}^{33}=0.

Moc rakiety - 20 KT. S_o=38%, M=44%. E_{33}^{33}=0.

27/ 3 bateria RT - cel nr 4 w rejonie ześrodkowania.

Moc rakiety - 3 KT. S_o=22%, M=21%. E_{31}^{14}=0,143 KT/%.

Moc rakiety - 10 KT. S_o=39%, M=40%. E_{32}^{14}=0,25 KT/%.

Moc rakiety - 20 KT. S_o=55%, M=60%. E_{33}^{14}=0,333 KT/%.

28/ 3 bateria RT - cel nr 4 w kolumnie marszowej.

Moc rakiety - 3 KT. S_o=17%, M=21%. E_{31}^{24}=0.

Moc rakiety - 10 KT. S_o=31%, M=33%. E_{32}^{24}=0,303 KT/%.

Moc rakiety - 20 KT. S_o=42%, M=44%. E_{33}^{24}=0,454 KT/%.

29/ 3 bateria RT - cel nr 4 w rejonie obrony.

Moc rakiety - 3 KT. S_o=15%, M=15%. E_{31}^{34}=0.

Moc rakiety - 10 KT. S_o=23%, M=24%. E_{32}^{34}=0,417 KT/%.

Moc rakiety - 20 KT. S_o=34%, M=39%. E_{33}^{34}=0,513 KT/%.

30/ 4 bateria RT - cel nr 2 w rejonie ześrodkowania.

Moc rakiety - 3 KT. S_o=0, M=0. E_{41}^{12}=0.

Moc rakiety - 10 KT. S_o=24%, M=25%. E_{42}^{12}=0,4 KT/%.

Moc rakiety - 20 KT. S_o=31%, M=35%. E_{43}^{12}=0,571 KT/%.

31/ 4 bateria RT - cel nr 2 w kolumnie marszowej.

Moc rakiety - 3 KT. S_o=0, M=0. E_{41}^{22}=0.

Moc rakiety - 10 KT. S_o=11%, M=21%. E_{42}^{22}=0.

Moc rakiety - 20 KT. S_o=17%, M=27%. E_{43}^{22}=0.

32/ 4 bateria RT - cel nr 2 w rejonie obrony.

Moc rakiety - 3 KT. S_o=0, M=0. E_{41}^{32}=0.

Moc rakiety - 10 KT. S_o=24%, M=28%. E_{42}^{32}=0,357 KT/%.

Moc rakiety - 20 KT. S_o=32%, M=38%. E_{43}^{32}=0,526 KT/%.

33/ 4 bateria RT - cel nr 3 w rejonie ześrodkowania.

Moc rakiety - 3 KT. S_o=26%, M=26%. E_{41}^{13}=0.

Moc rakiety - 10 KT. S_o=44%, M=48%. E_{42}^{13}=0,208 KT/%.

Moc rakiety - 20 KT. S_o=60%, M=70%. E_{43}^{13}=0,286 KT/%.

34/ 4 bateria RT - cel nr 3 w kolumnie marszowej.

Moc rakiety - 3 KT. S_o=17%, M=24%. E_{41}^{23}=0.

Moc rakiety - 10 KT. S_o=34%, M=38%. E_{42}^{23}=0.

Moc rakiety - 20 KT. S_o=47%, M=50%. E_{43}^{23}=0,4 KT/%.

35/ 4 bateria RT - cel nr 3 w rejonie obrony.

Moc rakiety - 3 KT. S_o=20%, M=20%. E_{41}^{33}=0.

Moc rakiety - 10 KT. S_o=30%, M=34%. E_{42}^{33}=0.

Moc rakiety - 20 KT. S_o=41%, M=49%. E_{43}^{33}=0,408 KT/%.

36/ 4 bateria RT - cel nr 4 w rejonie ześrodkowania.

Moc rakiety - 3 KT. S_o=22%, M=22%. E_{41}^{14}=0,136 KT/%.

Moc rakiety - 10 KT. S_o=40%, M=40%. E_{42}^{14}=0,25 KT/%.

Moc rakiety - 20 KT. S_o=58%, M=64%. E_{43}^{14}=0,312 KT/%.

37/ 4 baterie RT - cel nr 4 w kolumnie marszowej.

Moc rakiety - 3 KT. S_o=16%, M=21%. E_{41}^{24}=0.

Moc rakiety - 10 KT. S_o=31%, M=33%. E_{42}^{24}=0,303 KT/%.

Moc rakiety - 20 KT. S_o=41%, M=44%. E_{43}^{24}=0,454 KT/%.

38/ 4 bateria RT - cel nr 4 w rejonie obrony.

Moc rakiety - 3 KT. S_o=17%, M=17%. E_{41}^{34}=0.

Moc rakiety - 10 KT. S_o=25%, M=26%. E_{42}^{34}=0,385 KT/%.

Moc rakiety - 20 KT. S_o=34%, M=39%. E_{43}^{34}=0,513 KT/%.

Obliczone wskaźniki ekonomiczności strzelania do wszystkich celów przy użyciu dysponowanych pododdziałów i rakiet określonej mocy, możemy teraz zestawić w formie macierzy.

Macierz wskaźników ekonomiczności strzelania

Pododdziały rakiet		Moce ładunków jądrowych	Warianty ugrupowania i cele npla	Warianty ugrupowania											
				U_1				U_2				U_3			
				Rozmieszczenie poszczególnych celów											
				C_1	C_2	C_3	C_4	C_1	C_2	C_3	C_4	C_1	C_2	C_3	C_4
	1b		10 KT	0	0	0	0,256	0	0	0	0	0	0	0	0
			20 KT	0,238	0,690	0,323	0,364	0,238	0	0,417	0,454	0,238	0,667	0	0,556
			40 KT	0,435	1	0,494	0,556	0,435	0	0,645	0,741	0,435	0,952	0,714	0,8
	2b		10 KT	0	0	0	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0
			20 KT	0,244	0	0,317	0,351	0,244	0	0,417	0,454	0,244	0,625	0	0,556
			40 KT	0,435	1,026	0,494	0,556	0,435	0	0,656	0,741	0,435	0,909	0	0,8
	3b		3 KT	0	0	0	0,143	0	0	0	0	0	0	0	0
			10 KT	0	0,417	0,208	0,25	0	0	0	0,303	0	0,333	0	0,417
			20 KT	0	0,588	0,286	0,333	0	0,645	0,392	0,454	0	0,5	0	0,513
	4b		3 KT	0	0	0	0,136	0	0	0	0	0	0	0	0
			10 KT	0	0,4	0,208	0,25	0	0	0	0,303	0	0,357	0	0,385
			20 KT	0	0,571	0,286	0,312	0	0	0,4	0,454	0	0,526	0,408	0,513

Z analizy macierzy wskaźników ekonomiczności strzelania bezpośrednio wynikają następujące alternatywy realizacji zadań ogniowych.

Cel nr 1 /stanowisko dowodzenia/ może być zwalczany przez 1 i 2 baterię ROT przy użyciu rakiet mocy 20 KT i 40 KT.

Cel nr 2 /batalion czołgów/ może być zwalczany tylko przez 3 baterię RT przy użyciu rakiety o mocy 20 KT.

Cel nr 3 /batalion piechoty/ może zwalczać 1 bateria ROT rakietą o mocy 40 KT oraz 4 bateria RT rakietą o mocy 20 KT.

Cel nr 4 /batalion piechoty/ mogą zwalczać 1 i 2 bateria ROT rakietami o mocy 20 KT i 40 KT oraz 3 i 4 bateria RT rakietami o mocy 10 KT i 20 KT.

Ograniczenia te pozwalają na realizację zadań ogniowych według następujących wariantów.

W_1 - cel nr 1 - 1 bateria ROT, moc rakiety - 40 KT;
- cel nr 2 - 3 bateria RT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 3 - 4 bateria RT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 4 - 2 bateria RT, moc rakiety - 40 KT.

Sumaryczne wskaźniki ekonomiczności strzelania wynoszą :

$E/W_1,U_1/ = 1,665$; $E/W_1,U_2/ = 2,321$; $E/W_1,U_3/ = 2,143$.

W_2 - cel nr 1 - 1 bateria ROT, moc rakiety - 40 KT;
- cel nr 2 - 3 bateria RT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 3 - 4 bateria RT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 4 - 2 bateria ROT, moc rakiety - 20 KT.

Sumaryczne wskaźniki ekonomiczności strzelania wynoszą:

$E/W_2,U_1/ = 1,66$; $E/W_2,U_2/ = 1,934$; $E/W_2,U_3/ = 1,899$.

W_3 - cel nr 1 - 1 bateria ROT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 2 - 3 bateria RT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 3 - 4 bateria RT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 4 - 2 bateria RT, moc rakiety - 40 KT.

Sumaryczne wskaźniki ekonomiczności strzelania wynoszą :

$E/W_3,U_1/ = 1,768$; $E/W_3,U_2/ = 2,024$; $E/W_3,U_3/ = 1,946$.

W_4 - cel nr 1 - 1 bateria ROT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 2 - 3 bateria RT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 3 - 4 bateria RT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 4 - 2 bateria ROT, moc rakiety - 20 KT.

Sumaryczne wskaźniki ekonomiczności strzelania wynoszą :

$E/W_4,U_1/ = 1,463$; $E/W_4,U_2/ = 1,737$; $E/W_4,U_3/ = 1,702$.

W_5 - cel nr 1 - 2 bateria ROT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 2 - 3 bateria RT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 3 - 4 bateria RT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 4 - 1 bateria RT, moc rakiety - 20 KT.

Sumaryczne wskaźniki ekonomiczności strzelania wynoszą:

$E/W_5,U_1/ = 1,482$; $E/W_5,U_2/ = 1,783$; $E/W_5,U_3/ = 1,708$.

W_6 - cel nr 1 - 2 bateria ROT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 2 - 3 bateria RT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 3 - 4 bateria RT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 4 - 1 bateria ROT, moc rakiety - 40 KT.

Sumaryczne wskaźniki ekonomiczności strzelania wynoszą :

$E/W_6,U_1/ = 1,674$; $E/W_6,U_2/ = 2,030$; $E/W_6,U_3/ = 1,952$.

W_7 - cel nr 1 - 2 bateria ROT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 2 - 3 bateria RT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 3 - 1 bateria ROT, moc rakiety - 40 KT;
- cel nr 4 - 4 bateria RT, moc rakiety - 20 KT.

Sumaryczne wskaźniki ekonomiczności strzelania wynoszą :

$E/W_7,U_1/ = 1,638$; $E/W_7,U_2/ = 1,989$; $E/W_7,U_3/ = 1,971$.

W_8 - cel nr 1 - 2 bateria ROT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 2 - 3 bateria RT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 3 - 1 bateria ROT, moc rakiety - 40 KT;
- cel nr 4 - 4 bateria RT, moc rakiety - 10 KT.

Sumaryczne wskaźniki ekonomiczności strzelania wynoszą :

$E/W_8,U_1/ = 1,576$; $E/W_8,U_2/ = 1,837$; $E/W_8,U_3/ = 1,843$.

W_9 - cel nr 1 - 2 bateria ROT, moc rakiety - 40 KT;
- cel nr 2 - 3 bateria RT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 3 - 4 bateria RT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 4 - 1 bateria ROT, moc rakiety - 20 KT.

Sumaryczne wskaźniki ekonomiczności strzelania wynoszą :

$E/W_9,U_1/ = 1,673$; $E/W_9,U_2/ = 1,934$; $E/W_9,U_3/ = 1,899$.

W_{10} - cel nr 1 - 2 bateria ROT, moc rakiety - 40 KT;
- cel nr 2 - 3 bateria RT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 3 - 4 bateria RT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 4 - 1 bateria ROT, moc rakiety - 40 KT.

Sumaryczne wskaźniki ekonomiczności strzelania wynoszą :

$E/W_{10},U_1/ = 1,865$; $E/W_{10},U_2/ = 2,221$; $E/W_{10},U_3/ = 2,143$.

W_{11} - cel nr 1 - 2 bateria ROT, moc rakiety - 40 KT;
- cel nr 2 - 3 bateria RT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 3 - 1 bateria ROT, moc rakiety - 40 KT;
- cel nr 4 - 4 bateria RT, moc rakiety - 20 KT.

Sumaryczne wskaźniki ekonomiczności strzelania wynoszą :

$E/W_{11},U_1/ = 1,829$; $E/W_{11},U_2/ = 2,179$; $E/W_{11},U_3/ = 2,162$.

W_{12} - cel nr 1 - 2 bateria ROT, moc rakiety - 40 KT;
- cel nr 2 - 3 bateria RT, moc rakiety - 20 KT;
- cel nr 3 - 1 bateria ROT, moc rakiety - 40 KT;
- cel nr 4 - 4 bateria RT, moc rakiety - 10 KT.

Sumaryczne wskaźniki ekonomiczności strzelania wynoszą :

$E/W_{12},U_1/ = 1,767$; $E/W_{12},U_2/ = 2,028$; $E/W_{12},U_3/ = 2,034$.

Dla dokonania wyboru optymalnego wariantu podziału zadań ogniowych, obliczone wartości celowym jest zestawić w formie macierzy.

Macierz sumarycznych wskaźników ekonomiczności strzelania w zależności od wariantu podziału zadań ogniowych i ugrupowania celów nieprzyjaciela.

Warianty ugrupowania celów npla / Warianty podziału zadań ogniowych	U_1	U_2	U_3
W_1	1,665	2,321	2,143
W_2	1,660	1,934	1,899
W_3	1,768	2,024	1,946
W_4	1,463	1,737	1,702
W_5	1,482	1,783	1,708
W_6	1,674	2,030	1,952
W_7	1,638	1,989	1,971
W_8	1,576	1,837	1,843
W_9	1,673	1,934	1,899
W_{10}	1,865	2,221	2,143
W_{11}	1,829	2,179	2,162
W_{12}	1,767	2,028	2,034

Z analizy powyższej macierzy bezpośrednio wynika, że

$$\beta = \min_{s} \max_{f} E/W_s, U_f/ = 1,737$$

oraz

$$\alpha = \max_{f} \min_{s} E/W_s, U_f/ = 1{,}737,$$

czyli

$$\alpha = \beta \ .$$

Oznacza to, że jest to gra z punktem siodłowym, a strategie odpowiadające temu punktowi są optymalnymi, odpowiednio jednej i drugiej strony. Tak więc, największą efektywność wykorzystania środków jądrowych osiągnie się stosując optymalny wariant /W_4/ podziału zadań ogniowych. Zgodnie z tym wariantem cel nr 1 powinien być zwalczany przez 1 baterię ROT przy użyciu rakiety o mocy 20 KT, cel nr 2 - przez 3 baterię RT przy użyciu rakiety o mocy 20 KT, cel nr 3 - przez 4 baterię RT przy użyciu rakiety o mocy 20 KT i cel nr 4 - przez 2 baterię ROT przy użyciu rakiety o mocy 20 KT. Wariant ten gwarantuje uzyskanie najmniejszej wartości sumarycznego wskaźnika ekonomiczności strzelania, a tym samym najpełniejsze wykorzystanie mocy ładunków jądrowych.

Przy każdym innym podziale zadań ogniowych wskaźniki ekonomiczności strzelania są większe, co bezpośrednio widać z przedstawionej macierzy. Należy ponadto zauważyć, że przy optymalnym wariancie - wskaźnik ekonomiczności równy 1,737 KT na jeden procent wartości oczekiwanej rażonej części celu, osiągamy bez względu na to jakie ugrupowanie przyjmie przeciwnik. Bowiem w przypadku, gdy przyjmuje on ugrupowanie według trzeciego wariantu wówczas wskaźnik ekonomiczności zmniejszy się do 1,702, a przy jego pierwszym wariancie ugrupowania - zmniejszy się do 1,463.

Otrzymanie tą metodą rozwiązanie, dotyczące podziału zadań ogniowych między pododdziały wykonujące uderzenia jądrowe, jest jednoznaczne, jeśli tylko zostaną uwzględnione wszystkie możliwe warianty ugrupowania zwalczanych celów przeciwnika.

Ponieważ zarówno przy opracowywaniu samego modelu omawianego problemu jak też i przy jego rozwiązywaniu zachodzi potrzeba wykonywania dużej ilości pracochłonnych obliczeń, wynika stąd konieczność korzystania z elektronicznych maszyn matematycznych, szczególnie wówczas, gdy zależy nam na otrzymaniu wyników w jak najkrótszym czasie. Z reguły bowiem, nawet

najlepsze i najdokładniejsze obliczenia uzyskane z opóźnieniem nie przedstawiają istotnej wartości.

WNIOSKI OGÓLNE

Głównym celem badawczym mniejszej pracy było określenie metody rozwiązania pewnych zagadnień użycia środków jądrowych przy zastosowaniu osiągnięć współczesnej matematyki. Osiągnięcie wytyczonych celów prowadziło poprzez analizę ogólnych zasad wykorzystania środków jądrowych według poglądów naszych potencjalnych przeciwników i własnych, czynników wpływających na wynik uderzeń jądrowych i możliwości zastosowania współczesnych metod ilościowych. Chodziło również o wykazanie, że niepokonalne niemal trudności, w zakresie podjęcia racjonalnie uzasadnionej decyzji przy stosowaniu dotychczasowych, konwencjonalnych /intuicyjnych/ metod oceny położenia wojsk w warunkach współczesnego pola walki /bitwy/, można przezwyciężyć przez stosowanie jakościowo nowych metod. Obecne pole walki jest w bardzo dużym stopniu nasycone nowoczesnym, doskonałym sprzętem technicznym, potężnymi środkami rażenia, działania bojowe stają się coraz bardziej złożone. Przy takim układzie, dla podjęcia optymalnej decyzji wykorzystania sił i środków, nie wystarczają już tradycyjne metody, stosowane w ubiegłych wojnach, oparte głównie o analizę jakościową. Aby podjąć racjonalną decyzję, szczególnie w zakresie użycia środków jądrowych, koniecznym jest stosowanie analizy ilościowej, wykorzystując najnowsze osiągnięcia nauk ścisłych. W pracy została przedstawiona metoda rozwiązania pewnych problemów optymalnego wykorzystania środków jądrowych przy zastosowaniu teorii gier. Ta dyscyplina matematyczna jest najbardziej odpowiednia dla rozwiązywania zagadnień, w których występują sytuacje wyraźnie konfliktowe.

W oparciu o teorię gier opracowano modele matematyczne umożliwiające określenie optymalnego sposobu użycia środków jądrowych, uwzględniając aktualną sytuację pola walki.

Pierwszy model matematyczny ujmuje zagadnienie użycia środków jądrowych do zwalczania sił żywych i środków ogniowych nieprzyjaciela. Pozwala on ustalić optymalny sposób wykorzystania posiadanych środków jądrowych, biorąc pod

uwagę możliwości wykonania uderzeń przez stronę przeciwną. Wiarogodność otrzymanych danych, z rozwiązania modelu, jest zależna od stopnia wiarogodności informacji o przeciwniku. Im dane o nieprzyjacielu będą pełniejsze i dokładniejsze, tym model realniej będzie odzwierciedlał realną sytuację, a przez to i wyniki będą stanowiły pewniejszą przesłankę dla podjęcia konkretnej decyzji. Z tego względu zagadnienie rozpoznania nabiera pierwszorzędnego znaczenia.

Jako kryterium efektywności wykorzystane równania Lanchestera. Równania te najbardziej adekwatnie charakteryzują rezultaty działań obu stron, po wykonaniu przez nie określonej ilości uderzeń jądrowych. Wprowadzenie tych równań do modelu pozwala ustalić stan sił własnych po zakończeniu walki, którą strona własna stara się maksymizować, a przeciwna - minimizować. Na podstawie tego, zupełnie jednoznacznie można określić najlepszy sposób użycia środków jądrowych, gdyż miarą efektywności uderzeń jest końcowy stan sił własnych. Oprócz tego na podstawie przyjętego kryterium można ustalić początkowy stan sił własnych zapewniający osiągnięcie sukcesu.

Ponieważ w modelu bierze się również pod uwagę ugrupowanie wojsk, przeto z rozwiązania otrzymuje się także optymalny sposób ugrupowania oddziałów i związków taktycznych.

Tak więc ilościowe przedstawienie występujących wielkości i zależności, ujęte w postaci modelu matematycznego, umożliwia szczegółową analizę danej sytuacji bojowej i podjęcie optymalnej decyzji, opartej na realnych przesłankach.

Należy zauważyć, że decyzja ta jest w pewnym sensie "pesymistyczna" /wynika to z istoty strategii minimaksymalnych/, a nawet "asekurancka", co jednak nie podważa jej poważnego znaczenia na atomowym polu walki, gdzie walory ostrożności i pewnej skuteczności odgrywają nie mniej ważną rolę jak i ryzyko. Ryzyko bowiem istnieje zawsze, chodzi tylko o to by było możliwie jak najmniejsze.

Drugi model matematyczny jest opracowany dla potrzeb określenia optymalnego wariantu punktów zerowych podczas zwalczania celu kilkoma rakietami jądrowymi. Na polu walki często będą występowały obiekty, którym zadanie strat wymaganej wiel-

kości będzie zmuszało do użycia więcej niż jednej rakiety jądrowej. Realizując takie zadanie na ogół można wybrać kilka wariantów punktów zerowych. Obowiązujące w tej dziedzinie zasady określają tylko ogólne wskazówki, którymi należy się kierować przy wyborze punktów zerowych. Jednakże dokonując wyboru w myśl tych zasad, nie jesteśmy w stanie stwierdzić, czy wybrany wariant jest najbardziej efektywny. Stąd też zrodziła się konieczność opracowania odpowiedniej metody określania optymalnego wyboru punktów zerowych uderzeń jądrowych. Warunkom tym odpowiada model przedstawiony w pracy. Model ten uwzględnia przewidywane sposoby ugrupowania zwalczanego obiektu, prawdopodobne skutki uderzeń jądrowych nieprzyjaciela oraz możliwe warianty punktów zerowych własnych uderzeń ustalonej mocy. W charakterze kryterium efektywności, podobnie jak i w poprzednim modelu, wykorzystano równania Lanchestera. Rozwiązanie modelu, w oparciu o przyjęte kryterium efektywności, daje możność wybrania spośród wszystkich - optymalnego wariantu punktów zerowych, gwarantującego uzyskanie najwyższego stanu końcowego sił własnych.

Kolejny model matematyczny, przedstawiony w pracy, ujmuje zagadnienie podziału zadań ogniowych między pododdziały wykonujące uderzenia jądrowe. Problem ten jest o wiele bardziej złożony niż to się na pozór wydaje, gdyż ilość możliwych podziałów zadań gwałtownie wzrasta, wraz ze wzrostem ilości celów i pododdziałów je zwalczających. Dlatego też intuicyjne metody z góry przesądzają o ich niedoskonałości. Natomiast przedstawienie czynników występujących przy tym problemie w postaci ściśle uszeregowanych zależności, w postaci modelu i jego rozwiązanie, gwarantuje taki podział zadań, przy którym uzyskuje się maksymalny efekt uderzeń jądrowych. W modelu tym jako kryterium efektywności wykorzystano wskaźnik ekonomiczności strzelania, czyli moc ładunku przypadającą na jeden procent wartości oczekiwanej rażonej części celu. W oparciu o ten wskaźnik można określić minimalną moc ładunku zużywaną na jednostkę wartości oczekiwanej rażonej części celu, zapewniając jednocześnie osiągnięcie żądanego stopnia rażenia wszystkich celów, a więc tym samym optymalny podział zadań ogniowych. Istotną właściwością modelu jest to, że uwzględnia on różnorodne

ugrupowanie obiektów, daje więc pewność wykonania zadania bez względu na to, jaką formę ugrupowania przyjmie przeciwnik.

Niemal w każdej sytuacji bojowej czas na wypracowanie i podjęcie decyzji jest niezmiernie krótki. Stąd wykorzystanie danych ilościowych wynikających z rozwiązania przedstawionych modeli, bez użycia środków mechanizacji, będzie możliwe tylko w nielicznych przypadkach, przy macierzach małego rzędu. Chcąc więc w pełni korzystać z omówionych metod ilościowych, koniecznym jest stosowanie do obliczeń elektroniczych maszyn matematycznych. Opracowane modele nadają się do zaprogramowania, natomiast dla potrzeb powtarzających się obliczeń, koniecznych przy formułowaniu poszczególnych modeli, mogą być zawczasu opracowane podprogramy, a pewne wielkości - na stałe wprowadzone do pamięci maszyny. Maszyny matematyczne, podające ilościową charakterystykę, możliwego w kształtującej się sytuacji, sposobu działania, bardzo znacznie skracają czas trwania operacji obliczeniowych, w pełni uzasadniają decyzję człowieka i tym samym wszystkie jego przedsięwzięcia mogą być opierane na realnych przesłankach. Nie oznacza to jednak abdykacji człowieka na rzecz maszyny. Elektroniczne maszyny matematyczne zdolne są do wykonywania operacji matematycznych i logicznych tylko wówczas, gdy działaniem ich pokieruje twórcza myśl człowieka. Opracowanie programu działania maszyny, który określa treść dokonywanych operacji nawet w warunkach największego postępu technicznego, pozostanie zawsze specyficzną funkcją człowieka - produktem jego pracy myślowej. Nie będzie przesadnym stwierdzenie, że rozwiązanie współczesnych, skomplikowanych problemów pola walki jest możliwe tylko przy zespoleniu umysłu człowieka i doskonałych urządzeń technicznych.

Jeżeli praca okaże się choćby skromnym wkładem w zakresie rozwoju stosowania metod naukowych do rozwiązywania problemów wojskowych, autor uważać będzie, że spełnił swoje zadanie.

Załączniki :

1. Niektóre dane bomb i pocisków jądrowych przyjętych na uzbrojenie w armii USA.
2. Zasadnicze dane taktyczno-techniczne naziemnych pocisków rakietowych /artylerii atomowej/ będących na wyposażeniu państw NATO.

3. Warunkowe prawo rażenia siły żywej odkrytej w stopniu nie mniej niż średnim.
4. Płaszczyznowe prawo rażenia siły żywej odkrytej podczas powietrznych wybuchów jądrowych o mocy 30 KT.
5. Płaszczyznowe prawo rażenia siły żywej odkrytej.
6-7. Wykresy do oceny skuteczności strzelania.
8. Przykład liczbowy ilustrujący rozwiązanie równań /9/ rozdział III pkt. 2.
9-17. Warianty ugrupowania oraz użycia środków jądrowych własnych i nieprzyjaciela. /Do rozdz. IV/.
18-23. Warianty wyboru punktów zerowych uderzeń jądrowych oraz ugrupowania wojsk własnych i nieprzyjaciela. /Do rozdz. V/.
24. Bibliografia.

Wykonano w 30 egz.

Egz.nr 1-30 Bibl.Tajna
Wyk. ppłk CIECHANOWICZ
Druk: PK,dn.24.4.65 r.
Nr ks. 0123/WW.

Załącznik nr 1

Niektóre dane bomb. i pocisków jądrowych przyjętych na uzbrojenie w armii USA.

Typ ładunków jądrowego	Rodzaj amunicji	Moc /w KT/	Wymiary pocisku /w cm/		Ciężar pocisku /w kg/	Srodki do przenoszenia pocisków
			długość	średnica		
Mk 5	Bomba lotnicza	6; 16; 60; 100	326	111	1370	Samoloty: B-66, Ay i A3D
	Głowica	6; 16; 60; 100	193	112	1160	Pociski: "Matador" i "Regulus"
Mk 6	Bomba lotnicza	12; 26; 90; 154	325	152	3710	Samoloty B-47
Mk 7	Bomba lotnicza	2,5; 9; 28; 47	465	77	740	Samoloty: F-84, F-100, F-101, AD, A3D, A4D, Ay, F2H, F7U i FJ-4B.
	Głowica	2,5; 9; 28; 47	141	76	450	Pociski: "Corporal" i "Honest John"
	Głowica	2,5; 28				Pocisk "Nike-Hercules"
Mk 12	Bomba lotnicza	3; 8	394	56	510	Samoloty: AD, A3D, A4D, AJ, F2M, F7U, F9F i FJ-4B
Mk 19	Pocisk artyleryjski	2; 8; 17; 45	137	28	270	280 mm armata F-131
Mk 23	Pocisk artyleryjski				40,6	406 mm działo okrętowe
Mk228	Bomba lotnicza	75; 300				Samoloty: B-47, B-66, F-100, F-101, A3D, A3J, A4D i FJ-4B
Mk 31	Głowica	2; 30	99	74	430	Pocisk "Nike-Hercules"
Mk 33	Pocisk artyleryjski	1-1,5	94	20,3	110	203,2 haubice M2 i M55
	Głowica	1-1,5				Pocisk "Little John"
Mk 39	Głowica	350; 3800				Pocisk "Redstone"
Mk 40	Głowica	2; 10				Pocisk "Lacrosse"
Mk 90	Bomba głębinowa "Betty"	9; 28	326	80	1140	Samoloty: S2F, P2V, P5M, AD
Mk 91	Bomba lotnicza	25; 70	370	36	1520	Samoloty AD, A3D, A4D, AJ i F2H
Mk 101	Bomba głębinowa "Lulu"	10	241	46	550	Samoloty: S2F, P2V, P5M i AD
	Głowica	0,1-0,5; 2				Pocisk "Hawk"
T 4	Fugas T 4 1/	1			72	Ustawia się ręcznie na miejscu wybuchu

1/ W postaci fugasu może być wykorzystany również ładunek jądrowy Mk 7 o mocy 2,5; 9; 28 i 47 KT. Do jego wysadzenia używa się zapalnika o spóźnionym działaniu 0-21 dni lub przewodów o długości do 8 km. Opracowano na podstawie "Zasady użycia broni jądrowej w celach operacyjno-taktycznych" Sztab Generalny - Zarząd II, Warszawa - 1961.
Według innych źródeł moce ładunków jądrowych, dla strategicznych pocisków rakietowych wynoszą do 10 MT /patrz załącznik 2/.

Załącznik nr 2

Zasadnicze dane taktyczno-techniczne naziemnych pocisków rakietowych /artylerii atomowej/ będących na wyposażeniu państw NATO.

Oznaczenie i nazwa pocisku	Zasięg /w km/ min.	Zasięg /w km/ maks.	Prawdopodobny błąd kołowy	Prędkość w km/godz.	Czas rozwinięcia	Moc głowicy jądrowej w KT	Ciężar całkowity w t	System kierowania	Rodzaj wyrzutni	Rok wejścia na uzbrojenie
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
				A. Strategiczne pociski rakietowe						
PGM-16D Atlas D	2900	15000		ponad 29000		3000-7000	116,6	radiowo-bezwładnościowy	stacjonarna	1960
PGM-16E Atlas E	2900	18500		ponad 29000		3000-7000	117,9	programowo-bezwładnościowy	stacjonarna	1961
HGM-16F Atlas F	2900	18500		około 30000		3000-7000	117,9	programowo-bezwładnościowy	stacjonarna	1962
Atlas Mark 2		ok. 15000						programowo-bezwładnościowy		1967
HGM-25B Titan I		14800		25000		4000-10000	99,8	programowo-bezwładnościowy	stacjonarna	1962
LGM-25C Titan II		21000		30000		4000-10000	149,7	- " -	stacjonarna	1963
LGM-30A Minuteman A	800	9250		24000		800	29,5	- " -		1962
LGM-30B Minuteman B	800	10200		ponad 24000		2000	29,5	- " -		1963
LGM-30C Minuteman C	800	ponad 10200		ponad 24000		1000-2000	Poniżej 29,5	- " -		1965
UGM-27A Polaris A1		2200		12800		600	12,7	- " -	okręt podwodny	1960
UGM-27B Polaris A2		2000		15000		600	14,5	- " -	- " -	1962
UGM-27C Polaris A3		4600		19000		750	15,2	- " -	- " -	1964
UGM-27D Polaris B3		ponad 4600				ponad 1000	ponad 13,6	- " -	- " -	1965
MMRBM	320	3200					5	bezwładnościowo-gwiezdny		1966

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
B. Taktyczno-operacyjne pociski rakietowe										
MGM-1C Matador	900 prakt. 850	900 prakt. 850	500 m	960	30 min.	6;33;60; 100	5,6	radiolokacyjny	na przyczepie samochodowej	1953 wycofywany z użycia
MGM-13B Mace A		1200	300 m	960	20 min.	10;60; 300;1100	7,03	nawigacyjny	na przyczepie samochodowej	1959
MGM-13C Mace B		2200	760-1525m	960	20 min.	10;60; 300;1100	8,165	bezwładnościowy	stacjonarna, umocniona	1962
RGM-6A Regulus I		925		960	5-10min.	33;60;100	6,59	radiowy metoda dowodzenia	okręt podwodny	1954
MGM-5A Corporal 11B	47	125	300 m	3700	2-3godz.	2,5;9; 28;47	5,1	radiowo-bezwładnościowy	stół startowy	1954 /od 1962r. wycofywany/
MGM-29A Sergeant	50	139	300 m	3700	30 min.	do 20	4,58	bezwładnościowy	na przyczepie samochodowej	1962
MGM-31A Pershing	185	560 /640/	400 m	4800	10 min.	1000-1500	13,6	bezwładnościowy	wóz gąsienicowy	1963
Blue Water	40	160			ok. 15 min.	do 10	ok. 2300	programowo-bezwładnościowy	na samochodzie	1963
PGM-11A Redstone	90	320	300 m	5300	kilka godzin	350; 3800	28	bezwładnościowy	stół startowy	1958 /w 1964 r. ma być wycofany/
C. Taktyczne pociski rakietowe /artyleria/										
MGR-1B Honest-John	8,5	33,8	2-35oD	2000	ok. 40 min.	2,5; 9; 28;47	2,14	niekierowany	na samochodzie	1962
MGR-3A Little John	3,2	18,2	2-5oo D	ponad 1600	ok. 10 min.	1,5 151,5	356	niekierowany	przyczepa do samochodu terenowego	1961
MGM-18A Lacrosse	8	32	0,2oo D	1300	20 min.	2; 10	1,04	radiowy, metodą dowodzenia	na samochodzie	1959
XMGM-52A Lance	5	50				jądrowa		radiowy	wóz gąsienicowy	planowany 1965/66
MGM-51A Shillelagh					kilka min.	jądrowa	20,4	radiowy metodą wiązki prowadzącej	na pojazdach szturmowych Sheridan	1964
M-29 Davy Crockett		4			kilka min.	0,1-1	0,17 /z wyrzutnią/	-	na samochodzie	1962
M-28 Davy Crockett		2			kilka min.	0,1-1	0,068 /z wyrzutnia/	-	zmontowana na trójnogu	1962

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Haubica 203,2 mm		16,9	100 m			1; 1,5		-		1946
Armata 280 mm		28,7	100 m			2; 8; 17;45		-		1951

a/ Opracowanie własne na podstawie: 1/ "Zasady użycia broni jądrowej w celach operacyjno-taktycznych" - Sztab Generalny - Zarząd II, Warszawa - 1961 r.

2/ Wojskowy Przegląd Zagraniczny - Dodatek specjalny nr 4/1962 r.
3/ Myśl Wojskowa nr 10/1963 r.
4/ Przegląd Informacyjny nr 6/1962 ASG.
5/ Krótki informator o podstawowym uzbrojeniu i sprzęcie bojowym głównych państw kapitalistycznych. Cz.I. Wyd. Sztab Generalny, Zarząd II, Warszawa 1964 r.

b/ W oficjalnych materiałach i publikacjach dotyczących danych taktyczno-technicznych spotyka się wiele rozbieżności. Na przykład: w wymienionym wyżej "Wojskowym Przeglądzie Zagranicznym" podano, że maksymalny zasięg pocisku "Pershing" wynosi 640 km, natomiast w "Myśli Wojskowej" nr 10/63 r. podana jest donośność 480 km, a w "Przeglądzie Informacyjnym" nr 6/62 - ASG, od 500 do 800 km. Podobne rozbieżności można spotkać i w odniesieniu do innych rodzajów pocisków. Dlatego też zostały przyjęte te dane, które potwierdzają się w kilku źródłach.

c/ Pocisk rakietowy "Lance" ma stanowić podstawowe uzbrojenie dywizji i w przyszłości zamienić pociski "Honest John" i "Lacrosse".

Pociskami "Sergeant" mają być zamienione pociski "Corporal".
Pociski "Matador" mają być zamienione pociskami "Pershing".

Załącznik nr 8

Szczegółowe rozwiązanie układu równań /9/ - rozdział III pkt.2.

Mamy dany układ równań

$$\frac{dx}{dt} = -\beta y, \qquad \frac{dy}{dt} = -\alpha x \qquad /1/$$

oraz warunki początkowe

$$x\,/0/ = x_0, \qquad y\,/0/ = y_0 \qquad /2/$$

Różniczkując drugie równanie otrzymamy

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\alpha \frac{dx}{dt}.$$

Korzystając z pierwszego równania dostaniemy równanie różniczkowe drugiego rzędu, tj.

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \alpha\beta\, y \quad \text{lub} \quad \frac{d^2y}{dt^2} - \alpha\beta\, y = 0 \qquad /3/$$

Jest to równanie różniczkowe drugiego rzędu kształtu

$$y'' + py' + qy = 0,$$

którego ogólne rozwiązanie ma postać

$$y = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x},$$

a liczba x spełnia równanie charakterystyczne

$$r^2 + pr + q = 0.$$

Stąd rozwiązaniem ogólnym równania /3/ jest

$$y = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t} \qquad /4/,$$

zaś równanie charakterystyczne przyjmie postać

$$r^2 - \alpha\beta = 0 \qquad /5/.$$

Jeśli przyjąć równą efektywność obu stron, tj. $\alpha = \beta$, wówczas

$$r_1 = \alpha, \qquad r_2 = -\alpha \qquad /6/.$$

Kładąc /6/ do /4/ otrzymamy

$$y = C_1 e^{\alpha t} + C_2 e^{-\alpha t} \qquad /7/$$

Różniczkując /7/ wyznaczymy

$$\frac{dy}{dt} = C_1 \alpha e^{\alpha t} - C_2 \alpha e^{-\alpha t} ,$$

lecz z /1/ $\frac{dy}{dt} = - \alpha x$, więc

$$-\alpha x = C_1 \alpha e^{\alpha t} - C_2 \alpha e^{-\alpha t} ,$$

skąd

$$x = - C_1 e^{\alpha t} + C_2 e^{-\alpha t}$$

Uwzględniając warunki początkowe z /7/ i /8/ obliczymy stałe całkowania C_1 i C_2. Będzie więc

$$y_o = C_1 + C_2$$
$$x_o = C_2 - C_1$$

dodając stronami

$$x_o + y_o = 2 C_2 ,$$

skąd

$$C_2 = \frac{x_o + y_o}{2} , \quad y_o = C_1 + \frac{x_o + y_o}{2} \text{ i wtedy } C_1 = \frac{y_o - x_o}{2}$$

Podstawiając wartości C_1 i C_2 do /7/ i /8/ dostaniemy

$$y = \frac{1}{2} /y_o - x_o/ e^{\alpha t} + \frac{1}{2} /y_o + x_o/ e^{-\alpha t} \qquad /9/.$$

$$x = - \frac{1}{2} /y_o - x_o/ e^{\alpha t} + \frac{1}{2} /y_o + x_o/ e^{-\alpha t}$$

Podnosząc /9/ stronami do kwadratu i odejmując jedno równanie od drugiego otrzymamy :

$$y^2 = \frac{1}{4}|y_0 - x_0|^2 e^{2\alpha t} + \frac{1}{2}|y_0 - x_0|\,|y_0 + x_0| + \frac{1}{4}|y_0 + x_0|^2$$

$$e^{-2\alpha t},$$

$$x^2 = \frac{1}{4}|y_0 - x_0|^2 e^{2\alpha t} - \frac{1}{2}|y_0 - x_0|\,|y_0 + x_0| + \frac{1}{4}|y_0 - x_0|^2$$

$$e^{-2\alpha t},$$

$$y^2 - x^2 = |y_0 - x_0|\,|y_0 + x_0|,$$

skąd

$$y_0^2 - y^2 = x_0^2 - x^2.$$

BIBLIOGRAFIA :

1. Aganbiegian A.G., Bielkin W.D., Birman I. Ja., Karapietian A. Ch., Rimanowskaja N.M., Trietiakowa A.F. - Primienienije matiematiki i elektronnoj tiechniki w płanirowaniju. Izdatielstwo Ekonomiczeskoj Litieratury, Moskwa 1961 r.

2. Anuriejew I., Borisow W., Szczerbakow I. - Zadaczi i sodierżanije tieorii issledowanija opieracji. "Wojennaja Myśl", 7/1963 r.

3. Bauer E. - Tendencje militarne Zachodu /Stanów Zjednoczonych Wielkiej Brytanii i Francji/. "Wojskowy Przegląd Zagraniczny 5/1963 r.

4. Berg A. inż. adm., Kitow A. płk inż., Lapunow prof. dr - Kibiernetyka w wojennom diele. "Wojennaja Myśl", 1961 r.

5. Banasiński A., Weryha A., Żurawicki S. - Metody matematyczne w naukach ekonomicznych. Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 1963 r.

6. Blackett P.M.S. prof. - Badanie operacji a broń jądrowa. "Przegląd Informacyjny ASG", 7/1962 r.

7. Bach R.E., Dolansky J.L., Stubss H.L. - Some Recent Contributions to the Lanchester Theory of Combat. "Operations Research", May-June 1962, Volume 10, Number 3.

8. Beckenbach E.F. - Nowoczesna matematyka dla inżynierów. "Państwowe Wydawnictwo Naukowe", Warszawa 1962 r.

9. Berge K. - Theorie generale des jeux a n personnes. Tłum. - Obszczaja tieorija igr nieskolkich lic. Gosudarstwiennoje Izdatielstwo Fiziko - Matiematiczeskoj Litieratury, Moskwa 1961 r.

10. Bellaman R. - Dynamic programming. Tłum. - Dinamiczeskoje programirowanije. Izdatielstwo Inostrannoj Litieratury, Moskwa 1960 r.

11. BIDZIŃSKI B. ppłk dypl. - Wpływ broni rakietowo-jądrowej na operacyjne ugrupowanie armii w działaniach zaczepnych. Rozprawa doktorska. ASG 1963 r.

12. CZECHOWSKI T. - Wstęp matematyczny do analizy przepływów międzygałęziowych. Polskie Wydawnictwo Gospodarcze. Warszawa 1959 r.
13. Chrisanfow A. płk - Wzgliady komandowanija SSzA na primienienije rakietno-jadiernogo orużija. "Wojennyj Zarubieżnik", 5/1961 r.
14. Ciechanowicz M. ppłk dypl. - Właściwości wykonywania ognia rakietami z ładunkiem jądrowym. /Zbiór opracowań do zajęć praktycznych na kursach ogólnowojskowych/ Wyd. ASG, 1962r.
15. Ciechanowicz M. ppłk dypl. mgr, Bryll G. mgr - Analiza walki czołgów oparta na teorii gier różniczkowych. "Myśl Wojskowa", 3/1964 r.
16. Doświadczenia i wnioski z ćwiczenia "Bałtyk-Odra". Wyd. MON, Warszawa 1962 r.
17. Doświadczenia i wnioski z ćwiczenia "Wybrzeże". Wyd. MON, Warszawa 1961 r.
18. Deitchman S.J. - A. Lanchester Model of Guerilla Warfare. "Operations Research", November - December 1962, Volume 10, Number 6.
18.a. Dresher M. - Games of Strategy, Theory and Applications. Tłum. Strategiczeskije igry. Teoria i priłożenija. Izdatielstwo "Sowietskoje Radio" - Moskwa 1964 r.
19. Edmond E.B. - Atomowa siła ognia a manewr. "Wojskowy Przegląd Zagraniczny", 6/1961 r.
20. Fasanottli F. - Artyleria konwencjonalna i taktyczne pociski rakietowe. "Wojskowy Przegląd Zagraniczny", 6/1961 r.
21. Gass S.I. - Linear Programming. Methods and Applications. Tłum. - Programowanie liniowe. Metody i zastosowania. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1963 r.
22. Gale D. - The Theory of Linear Economic Models. Tłum. - Tieorija Liniejnych ekonomiczeskich modelej. Izdatielstwo Inostrannoj Litieratury, Moskwa 1963 r.
23. Gierczuk Ja. P. - Problemy optimalnogo płanirowanija. /Liniejnoje programirowanije/. Izdatielstwo Ekonomiczeskoj Litieratury, Moskwa 1961 r.
24. Germain L. mjr - Badanie operacji w lotnictwie. "Przegląd Informacyjny ASG", 6/1961 r.

25. Graff A.D. ppłk - Razwiedka celei dla naniesienija jadiernych udarow. "Wojennyj Zarubieżnik", 5/1961 r.
26. Guerin mjr - Badanie operacji. "Przegląd Informacyjny ASG", 6/1961 r.
27. Habr J. - Linearni programowani. Tłum. Liniejnoje programirowanije. Gosstalizdat CSU SSSR, Moskwa 1960 r.
28. Jacobs W.D. mjr, Dunham J. V. mjr - Dwa poglądy na użycie broni jądrowej. "Wojskowy Przegląd Zagraniczny", 2/1964r.
29. Jefimow F. płk - Wojenno-stratiegiczeskije koncepcji SSzA i NATO. "Wojennyj Zarubieżnik", 4/1963 r.
30. Klaus E. dr - Zadania- możliwości i zakres badań operacyejnych. "Przegląd Informacyjny ASG", 2/1960 r.
31. Kotarbiński - Traktat o dobrej robocie. Zakład Naukowy im. Ossolińskich, Wrocław, 1958 r.
32. Kopicki E. ppłk dypl. - Zastosowanie zależności funkcyjnych do oceny skuteczności strzelania rakietami z głowicami jądrowymi. "Zbiór Prac Akademii" /ASG/, 4/21/1962 r.
33. Kuźniecow W. - W sprawie określenia potrzeb w broni jądrowej. "Wojennaja Myśl", 3/1960 r.
34. Konstantinow M. gen., płk, Winnickij L. płk, Oficerow W. płk - Praca myślowa dowódcy. "Przegląd Informacyjny ASG". 2/1964 r.
35. Klonowski Z. ppłk dypl. - Przewaga we współczesnej walce. "Zbiór Prac Akademii" /ASG/, 1/14/1961 r.
36. Lange O. - Wstęp do ekonometrii. Wydanie 2. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1961 r.
37. Luce R.D., Raiffa H. - Games and Decisions. Introduction and ceritical survey. Tłum. - Igry i rieszenija. W wiedienije w kriticzeskij obzor. Izdatielstwo Inostrannoj Litieratury, Moskwa 1961 r.
38. Lesz M. - Z praktyki programowania liniowego. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1962 r.
39. Lewandowski S. płk dypl.; Kaczmarek J. ppłk dypl. - Użycie i działanie wojsk rakietowych i artylerii w operacji zaczepnej armii ze szczególnym uwzględnieniem początkowego okresu wojny. Wyd. ASG 1963 r.
40. MAJCHRZAK Z. ppłk dypl.-Charakterystyka skuteczności strzelania rakietowymi pociskami jądrowymi. Wyd. ASG 1963 r.

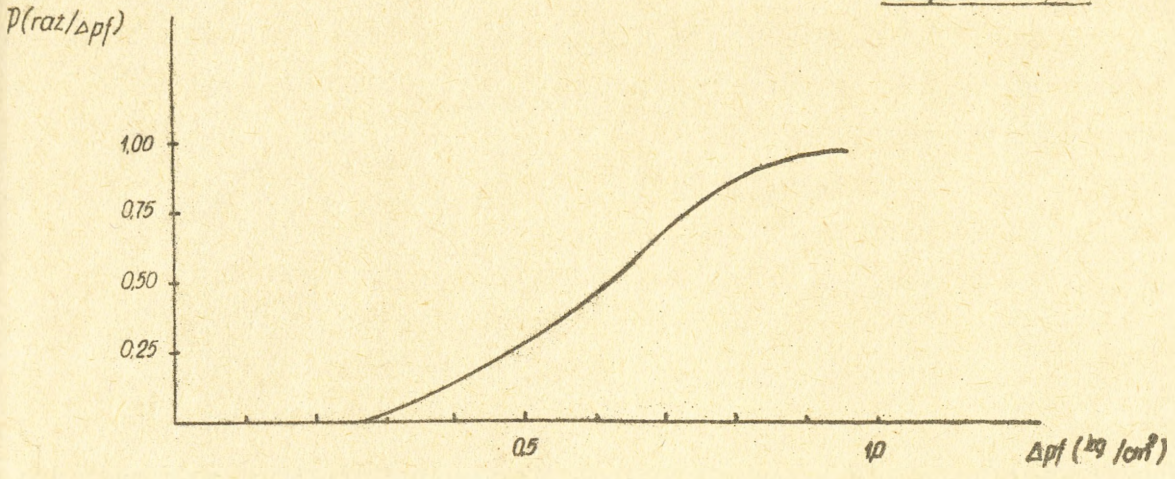
41. Merk O. - Druga generacja pocisków rakietowych. "Wojskowy Przegląd Zagraniczny" /Dodatek specjalny/, 4/9/1962 r.
42. MOLL Cz. mjr dypl. - Właściwości planowania, wykonywania i oceny skuteczności ognia rakietami jądrowymi. /Materiały do zajęć praktycznych na kursach ogólnowojskowych/. Wyd. ASG 1963 r.
43. M.W. płk, S.Wm kpt. - Potencjał wojenny i struktura organizacyjna sił zbrojnych Stanów Zjednoczonych. "Wojskowy Przegląd Zagraniczny", 2/1962 r.
44. Mataxis T.C., Goldberg S.L. - Taktyka atomowa. Wyd. ASG 1961 r.
45. Miksche F.O. - Uwaga broń atomowa. Niektóre problemy sztuki wojennej. Wyd. MON, Warszawa 1958 r.
46. Morse Ph. M., Kimball G.E. - Methods of Operations Research. Tłum. - Metody badania operacji. Wyd. ASG 1962 r.
47. McKinsey J. C.C. - Introduction to the Theory of Games. Tłum. - Wwiedienije w tieoriju igr. Gosudarstwiennoje Izdatielstwo Fiziko-Matiematiczeskoj Litieratury, Moskwa 1960 r.
48. Merrill G., Goldberg H., Helmholz R.H. - Operations Research. Armament. Launching. Tłum. - Issledowanije Opieracji. Bojewyje czasti. Pusk snariadow. Izdatielstwo Inostrannoj Litieratury, Moskwa 1959 r.
49. Nef W. - Możliwości matematycznego rozwiązywania problemów wojskowych. "Przegląd Informacyjny ASG" 2/1960 r.
50. Niemczynow W.S. - Primienienije matiematyki w ekonomiczeskich issledowanijach. Izdatielstwo Socjalno-Ekonomiczeskoj Litieratury, Moskwa 1961 r.
51. Obrona wojsk przed bronią masowego rażenia. Wyd. Sztab Generalny, Zarząd II, Warszawa 1962 r.
52. Operational Research in Practice. Report of a NATO Conferece. Tłum. - Issledowanije opieracji na praktikie. Materiały konfierencji NATO. Wojennoje Izdatielstwo Ministierstwa Oborony SSSR, Moskwa 1962 r.
53. Pontriagin L.S., Bołtiańskij W.G., Gamkierelindza R.W., Miszczenko E.F. - Matiematiczeskaja tieorija optimalnych processow. Gosudarstwiennoje Izdatielstwo Fiziko-Matiematiczeskoj Litieratury, Moskwa 1961 r.
54. Pokrowski G.N. - Nauka i tiechnika w sowriemiennych wojnach. Moskwa 1959 r.

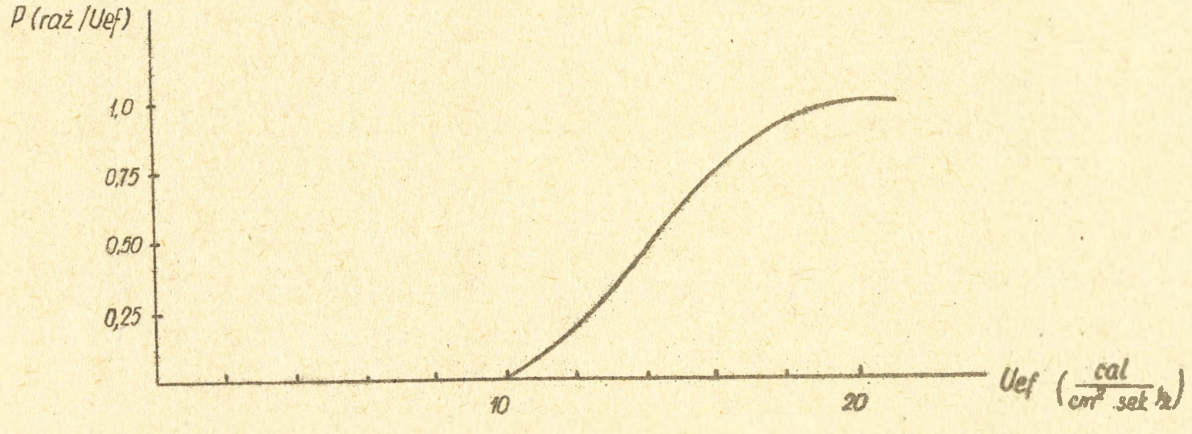
55. Promienienije tieorii igr w wojennom diele. Sbornik pieriewodow s anglijskogo. Izdatielstwo "Sowietskoje Radio", Moskwa 1961 r.
56. Podstawowe normy taktyczne oraz niektóre zasady działań pododdziałów, oddziałów i związków taktycznych w warunkach użycia broni masowego rażenia. Wyd. Inspektorat Szkolenia, Warszawa 1961 r.
57. Problemy wojny atomowej. Krytyka niedoceniania przewagi w siłach lądowych. "Wojskowy Przegląd Zagraniczny", 1/1958 r.
58. Przegląd techniki rakietowej. Wydawnictwo Katedry Sprzętu Mechanicznego Politechniki Warszawskiej, luty 1962 r.
59. Rogers G.R. gen. por. - Bitwy bez rozlewu krwi "Przegląd Informacyjny ASG", 6/1961 r.
60. Renauld P. gen. - Wojskowe badanie operacji. "Przegląd Informacyjny ASG", 6/1961 r.
61. Radzikowski mgr - Zastosowanie metod matematyczno-statystycznych dla celów wojskowych. "Myśl Wojskowa", 8/1961 r.
62. Regulamin Polowy Sił Zbrojnych Polskiej Rzeczypospolitej Ludowej /dywizja/. Sztab Generalny 250/1960 r.
63. Sadowski W. - Teoria podejmowania decyzji. Polskie Wydawnictwo Gospodarcze, Warszawa 1960 r.
64. Skibiński J. płk dypl. - O podstawach metodologii socjalistycznej nauki wojennej. "Zbiór Prac Akademii" /ASG/ 2/15/ 1961 r.
65. Skibiński J. płk dypl. - Stosowanie metod matematycznych w procesie badawczym nauki wojennej. "Zbiór Prac Akademii". /ASG/, 2/15/ 1961 r.
66. Skibiński J. płk dypl. - Teoria przewagi sił zbrojnych. Zarys metodologii wyznaczania efektywności wysiłku wojsk. Rozprawa doktorska, ASG 1963 r.
67. Skibiński J. płk dypl. - Niektóre aspekty badań operacji w wojsku. "Myśl Wojskowa", 9/1960 r.
68. Stankiewicz mjr - Teoria podejmowania decyzji wojenno-gospodarczych we współczesnej literaturze amerykańskiej. "Myśl Wojskowa", 1/1963 r.
69. Szczurek M.R. płk mgr inż. - Teoria gier. "Myśl Wojskowa", 12/1960 r.

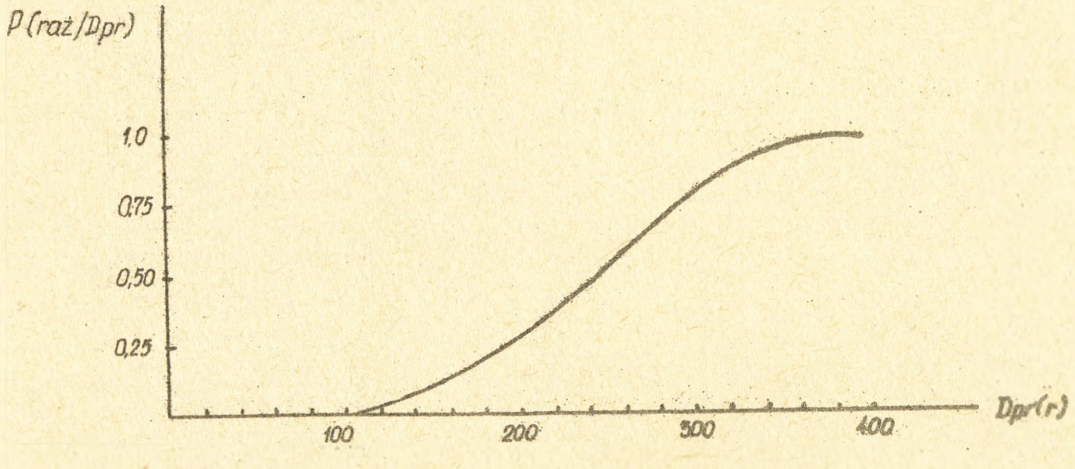
70. Szczurek M.R. płk mgr inż. - Wojsko a teoria podejmowania decyzji i badanie operacji. "Myśl Wojskowa", 10/1959 r.
71. Stachowski J. płk dypl. prof. - Wnioski z ćwiczeń szkieletowych okresu letniego 1961 r. w zakresie wykorzystania ognia jądrowego. "Zbiór Prac Akademii" /ASG/, 4/17/ 1961 r.
72. Shire E.S. - Znaczenie obrony cywilnej. "Wojskowy Przegląd Zagraniczny", 5/1963 r.
73. Skutki działania broni jądrowej. "Wojskowy Przegląd Zagraniczny", 6/1963 r.
74. Stockton H.L. ppłk - Właściwości broni jądrowej i jej działanie. "Wojskowy Przegląd Zagraniczny", 4/1959 r.
75. Stein [illegible]. - Badanie operacji. "Przegląd Informacyjny ASG", 7/1962 r.
76. Sztarski M.R. - Wojsko a badanie operacji. Wyd. MON, Warszawa 1963 r.
77. Tkaczenko P. płk inż. - Elektronowe maszyny liczące i opracowanie informacji. "Przegląd Informacyjny ASG", 6/1961 r.
78. Treal kmdr - Analiza probabilistyczna uderzeń środkami jądrowymi. "Wojskowy Przegląd Zagraniczny", 2/1963 r.
79. Użycie broni atomowej. /Podręcznik/. Wyd. MON, Warszawa 1960 r.
80. Uczebnik po strielbie opieratiwno-tokticzeskimi rakietami. Czast 2. Wojennoje Izdatielstwo Ministierstwa Obrony SSSR, Moskwa 1962 r.
81. Walka państw obozu socjalistycznego o powszechne i całkowite rozbrojenie. Wyd. MON, Warszawa 1962 r.
82. Wójcik E. kpt. dypl. - Broń rakietowo-jądrowa na środkowoeuropejskim Teatrze Działań Wojennych "Myśl Wojskowa", 10/1963 r.
83. Właściwości ognia skutecznego pociskami jądrowymi /Podręcznik/. Wyd. MON 1961 r.
84. Worobiow N.N. - Matriczgyje igry. Gosudarstwiennoje Izdatielstwo Fiziko-Matiematiczeskoj Litieratury, Moskwa 1961 r.
85. Williams J.D. - The Compleat Strategyst being a primer on the theory of games of strategy. Tłum. - Sowierszennyj stratieg ili bukwar po tieorii stratiegiczeskich igr. Izdatielstwo "Sowietskoje Radio", Moskwa 1960 r.

86. Wiśniewski E. płk dypl. - Niektóre problemy działań zaczepnych wojsk lądowych w początkowym okresie wojny. Rozprawa doktorska, ASG 1962 r.
87. Wencel J.S. - Elementy teorii gier. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1961 r.
88. Właściwości bojowe broni atomowej i środki obrony przeciwatomowej. Podręcznik oficera. Sztab Generalny, 1963/1955r.
89. Vademecum o armiach obcych. Wyd. Szefostwo Artylerii W.P., - Wydział Rozpoznawczy, Warszawa 1964 r.
90. Zasady użycia broni jądrowej w celach operacyjno-taktycznych. Wyd. Sztab Generalny, Zarząd II, Warszawa 1961 r.
91. Zacharow Wm. Marsz. Zw. Radz. - Naczalnyj pieriod Wielkoj Otieczestwiennoj Wojny i jewo uroki. "Wojenno Istoriczeskij Żurnał", 7/1961 r.
92. Zasady użycia wojsk rakietowych i artylerii w walce i operacji. /Podręcznik/. Wyd. MON, Warszawa 1963 r.
93. Żurawicki S. - Ekonomia polityczna a matematyka. Zagadnienia metodologiczne. Wyd. Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 1961 r.

Załącznik Nr 3



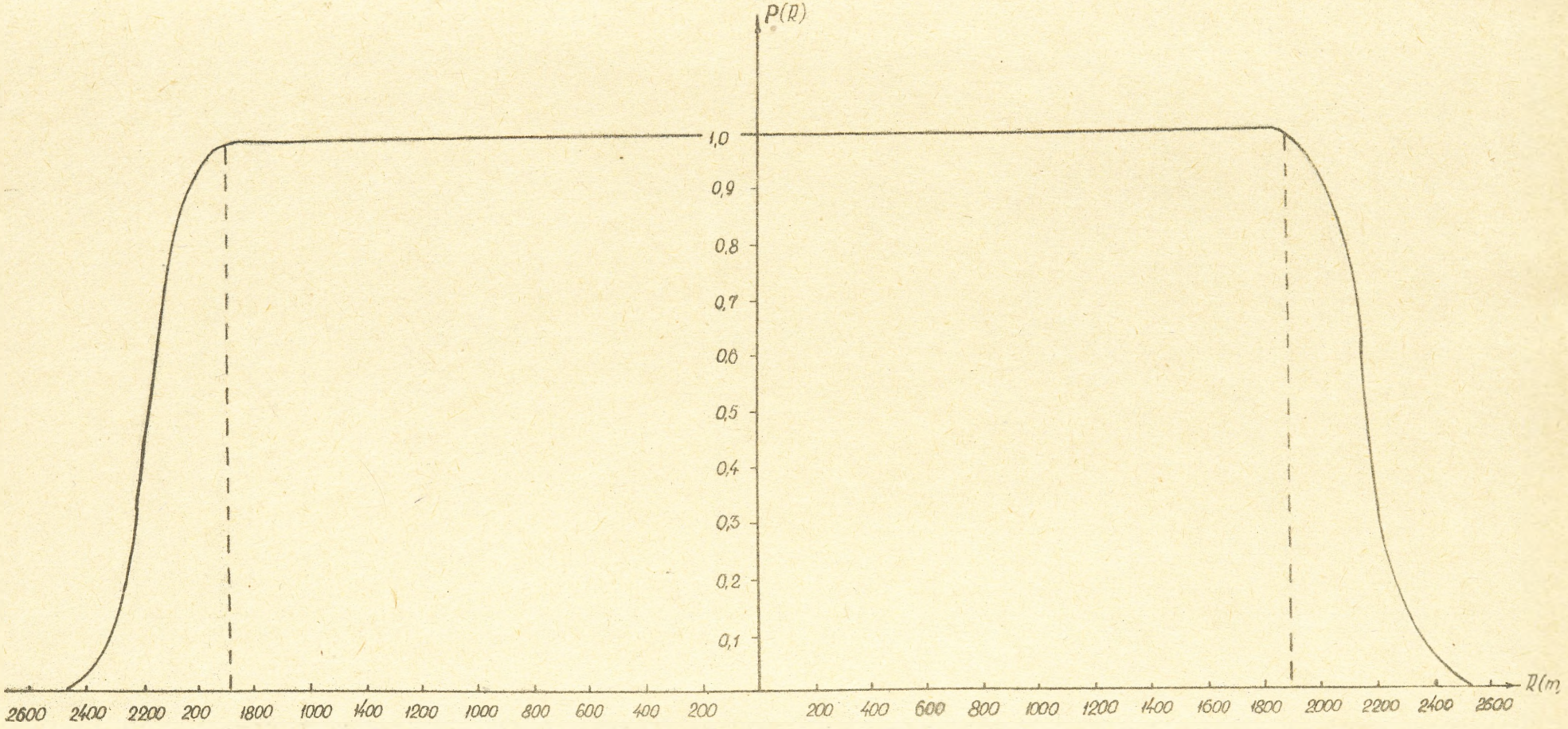




WARUNKOWE PRAWO RAŻENIA SIŁY ŻYWEJ ODKRYTEJ W STOPNIU NIE MNIEJ NIŻ ŚREDNIM[1]

---

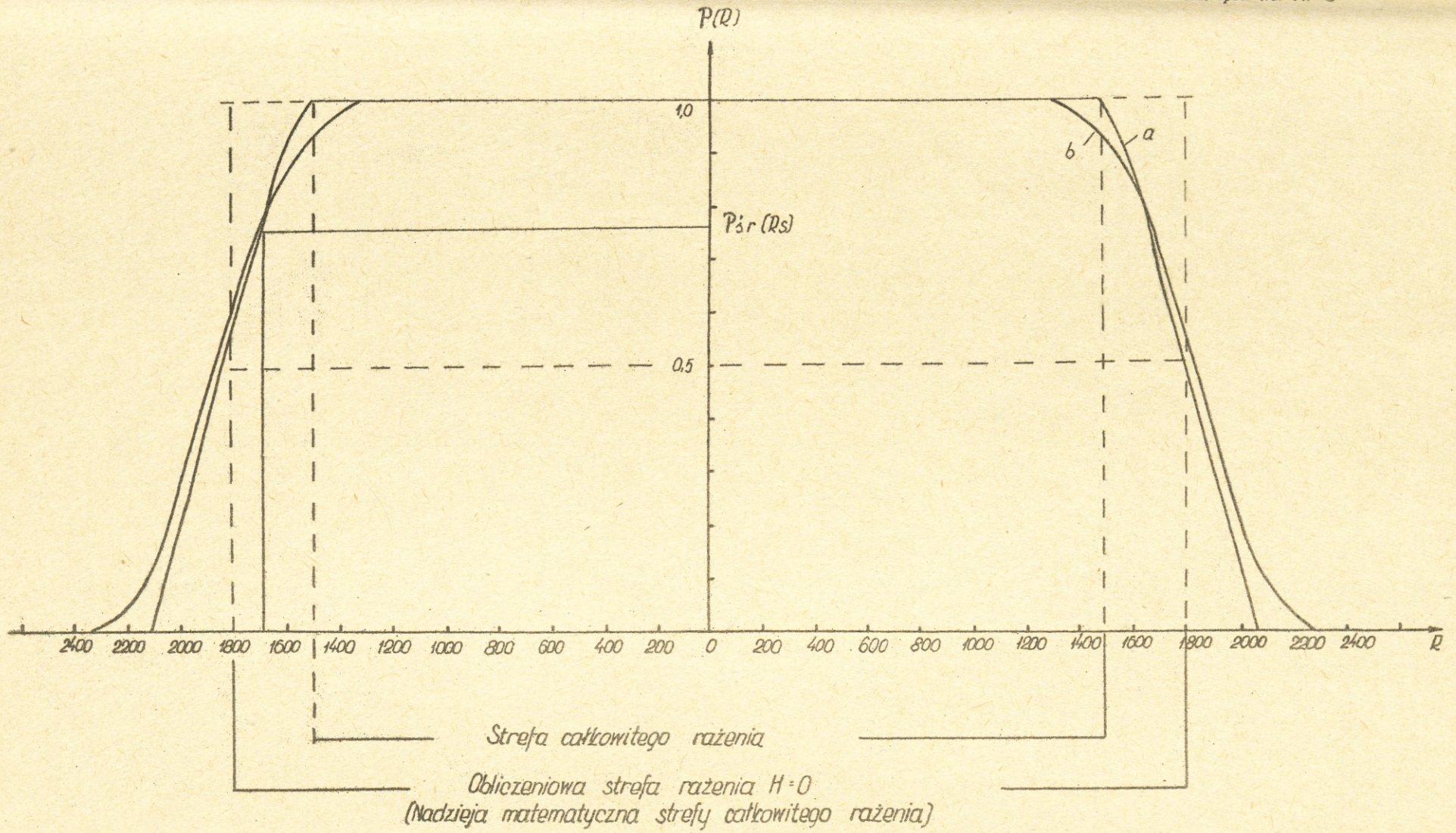
[1] ppłk dypl. Z. Majchrzak Charakterystyka skuteczności strzelania rakietowymi pociskami jądrowymi - Skrypt ASG - 1963 r.



PŁASZCZYZNOWE PRAWO RAŻENIA SIŁY ŻYWEJ ODKRYTEJ PODCZAS POWIETRZNYCH WYBUCHÓW JĄDROWYCH O MOCY 30 KT [1]

---

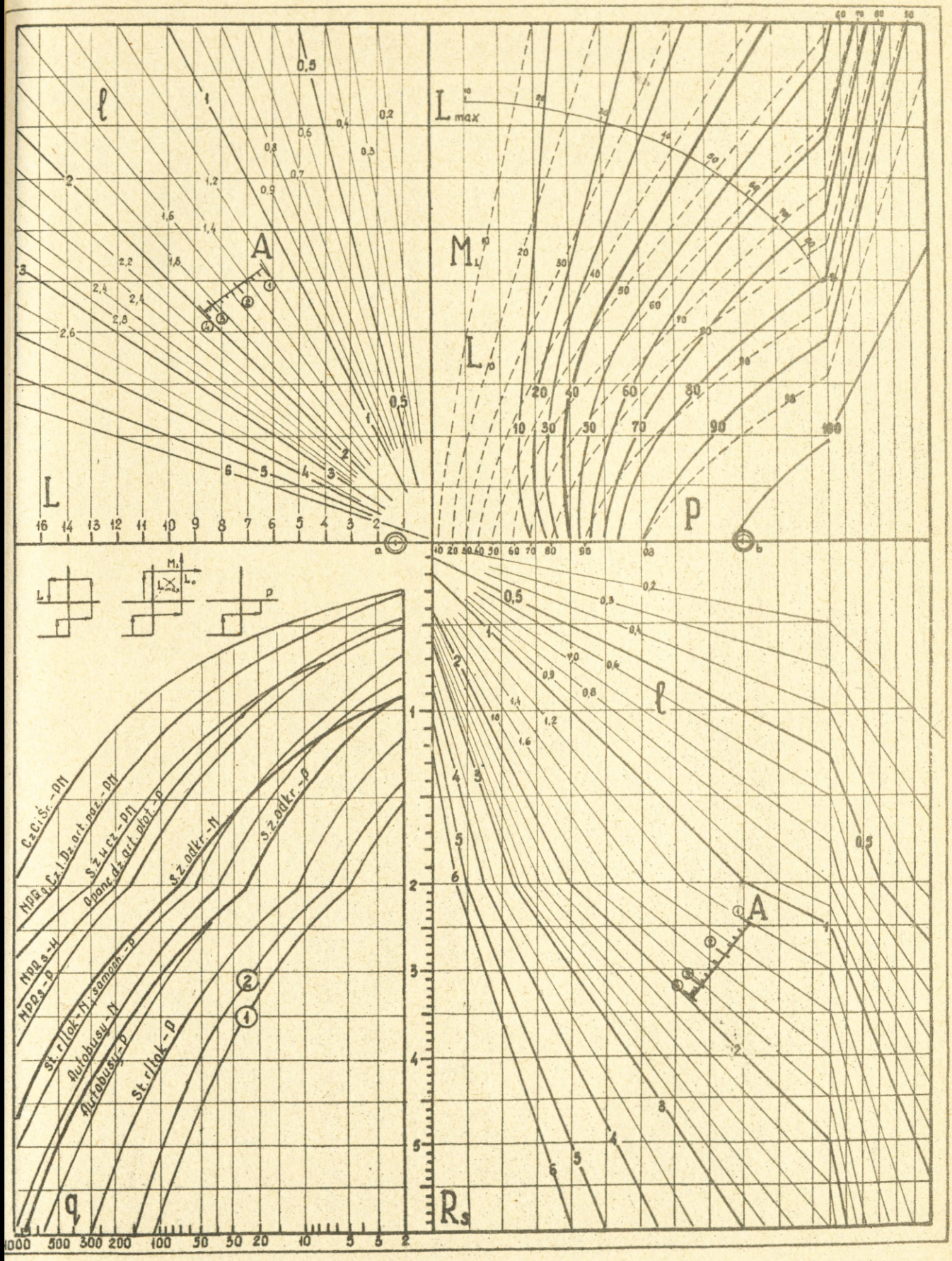
[1] ppłk dypl. Z. Majchrzak: Charakterystyka skuteczności strzelania rakietowymi pociskami jądrowymi - Skrypt ASG - 1963 r.

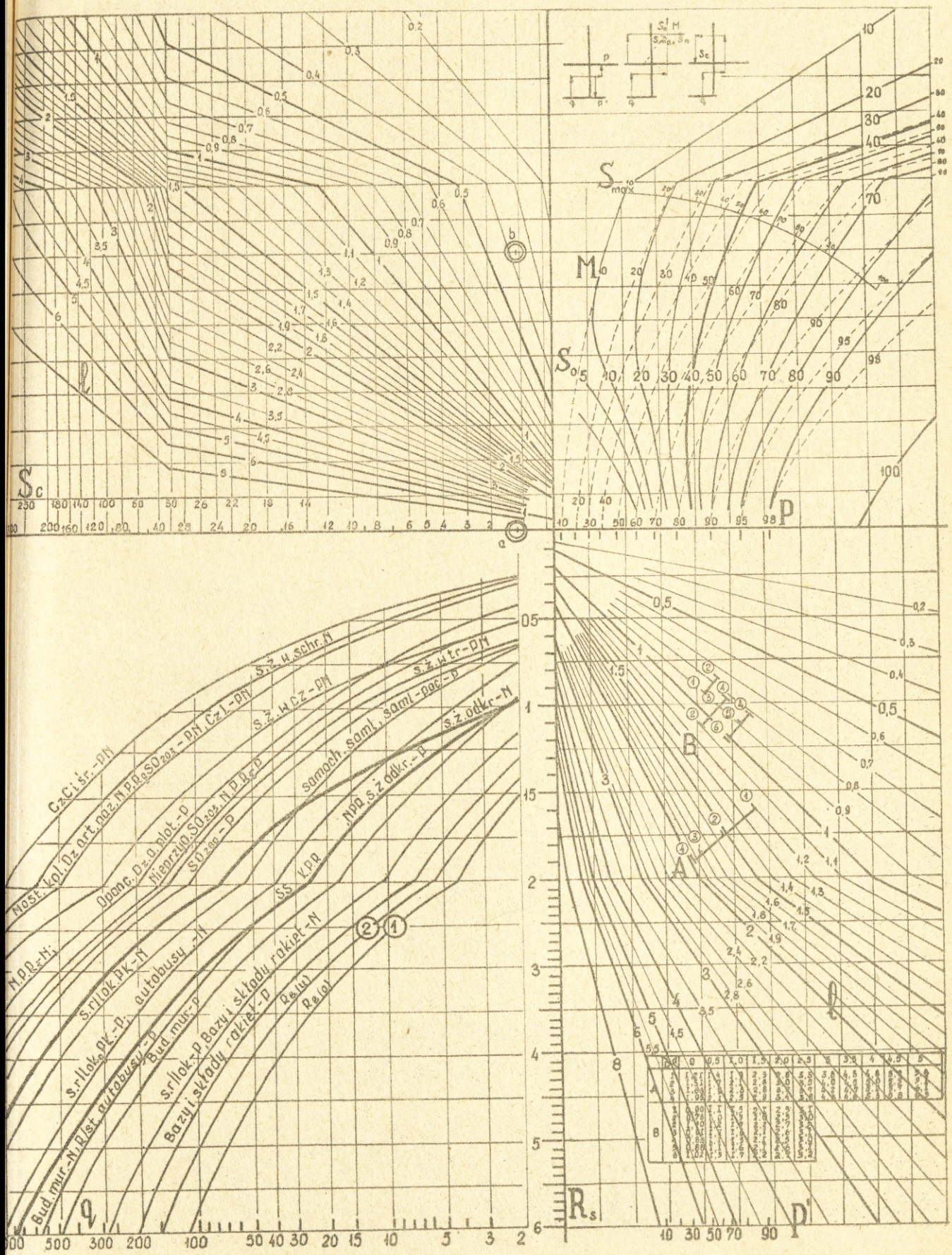


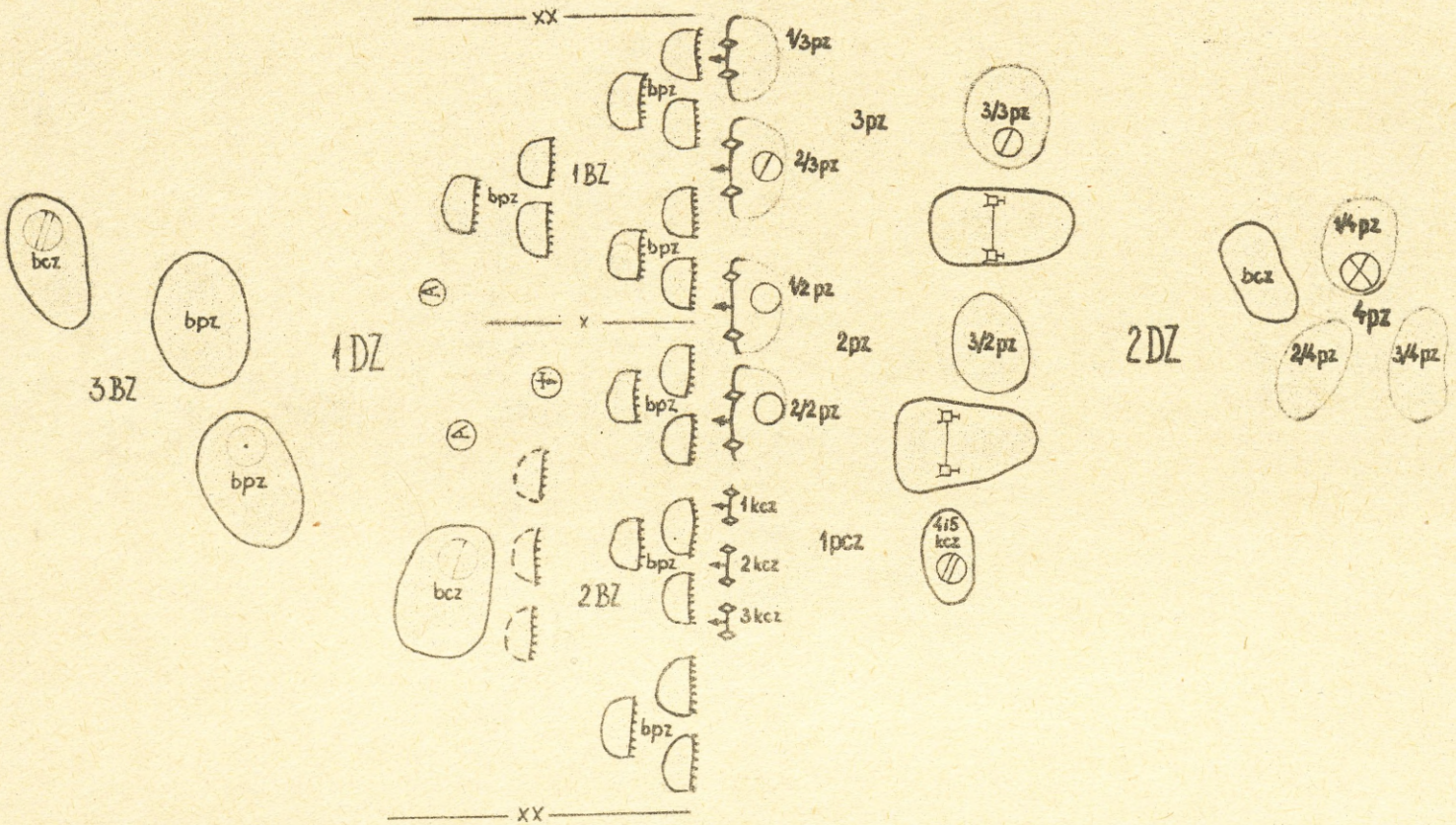
PŁASZCZYZNOWE PRAWO RAŻENIA SIŁY ŻYWEJ ODKRYTEJ a) wybuch naziemny b) wybuch powietrzny

---

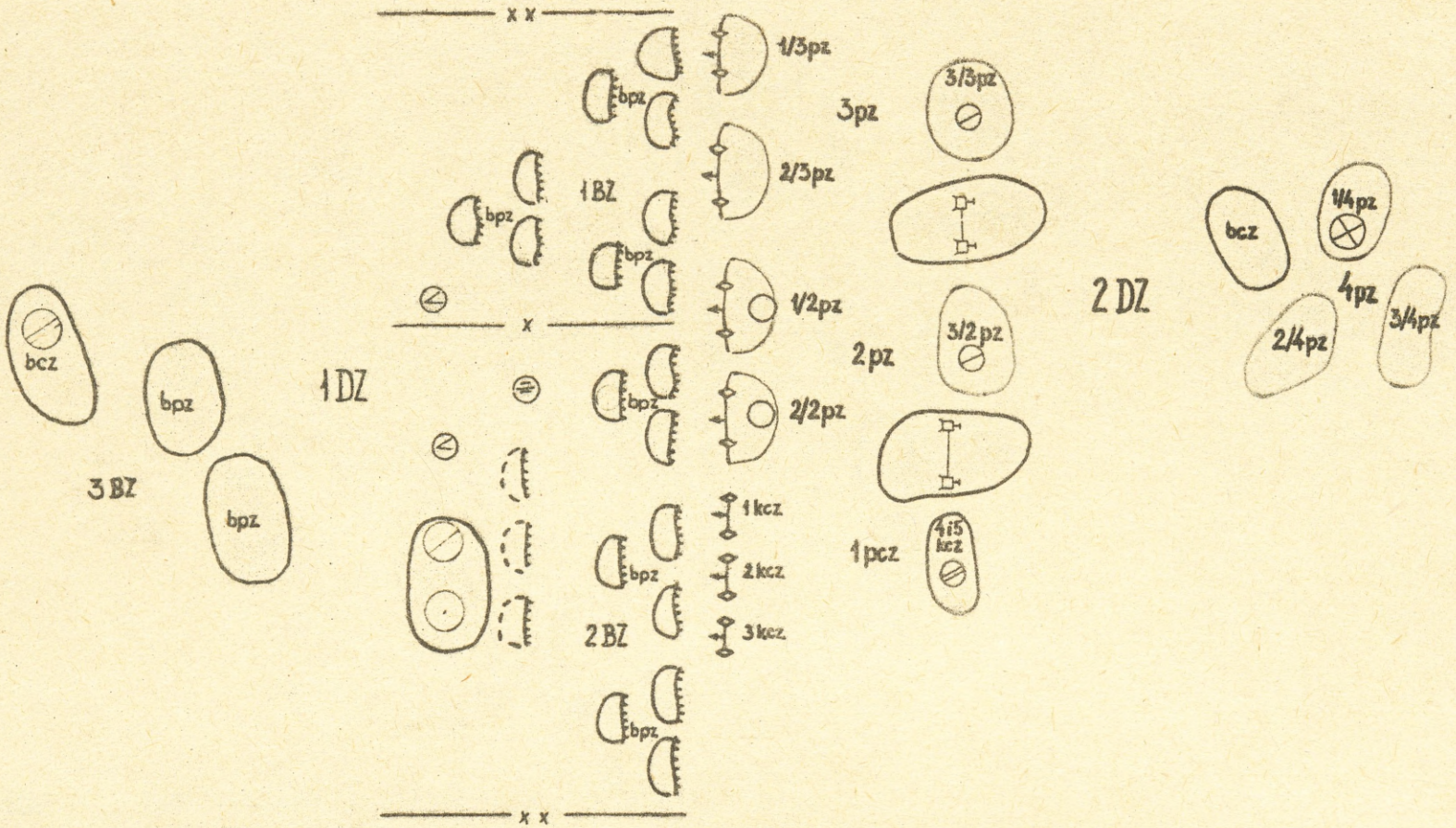
[1] Ppłk dypl. Z. Majchrzak. Charakterystyka skuteczności strzelania rakietowymi pociskami jądrowymi - Skrypt ASC - 1983 r.


ℓ
A
L
L max
M_L
L_p
P
a
b
R_s
q
Cz.C.Sc. - PN
NPDs.cz.I Dz.ort.pcz. - PN
S.ż.u.cz - PN
Opanc.dz.ort.plot. - P
S.z.odkr. - N
S.z.odkr. - P
NPDs - N
NPDs - P
St.rtlok - N, samoch - P
Autobusy - N
Autobusy - P
St.rtlok - P


Sc
l
M
P
Rs
P'
q
A
B
a
b
Most kol. Oz art. paz. N.P.Pc SO20s - PN
Cz Ci śr. - PN
S.ż. w. sch. r. N
S.ż. w. Cz - PN
S.ż. w. tr - PN
Opanc. Dz. O. plot. - P
Mieprzlu O. SO20s. N.P.Pc - P
SO20s - P
sampoch. saml., saml - pac - P
S.ż. odkr - N
npq. S.ż. odkr. - P
S.rllok. PK - N
S.rllok. PK - P
autobusy - N
S.rllok. PK - P
autobusy - P
Bud. mur. - P
S.rllok. - P
Bazy i składy rakiet - N
Bud. mur. - N
Rist. autobusy - P
Bazy i składy rakiet - P
Rejon
Rejon

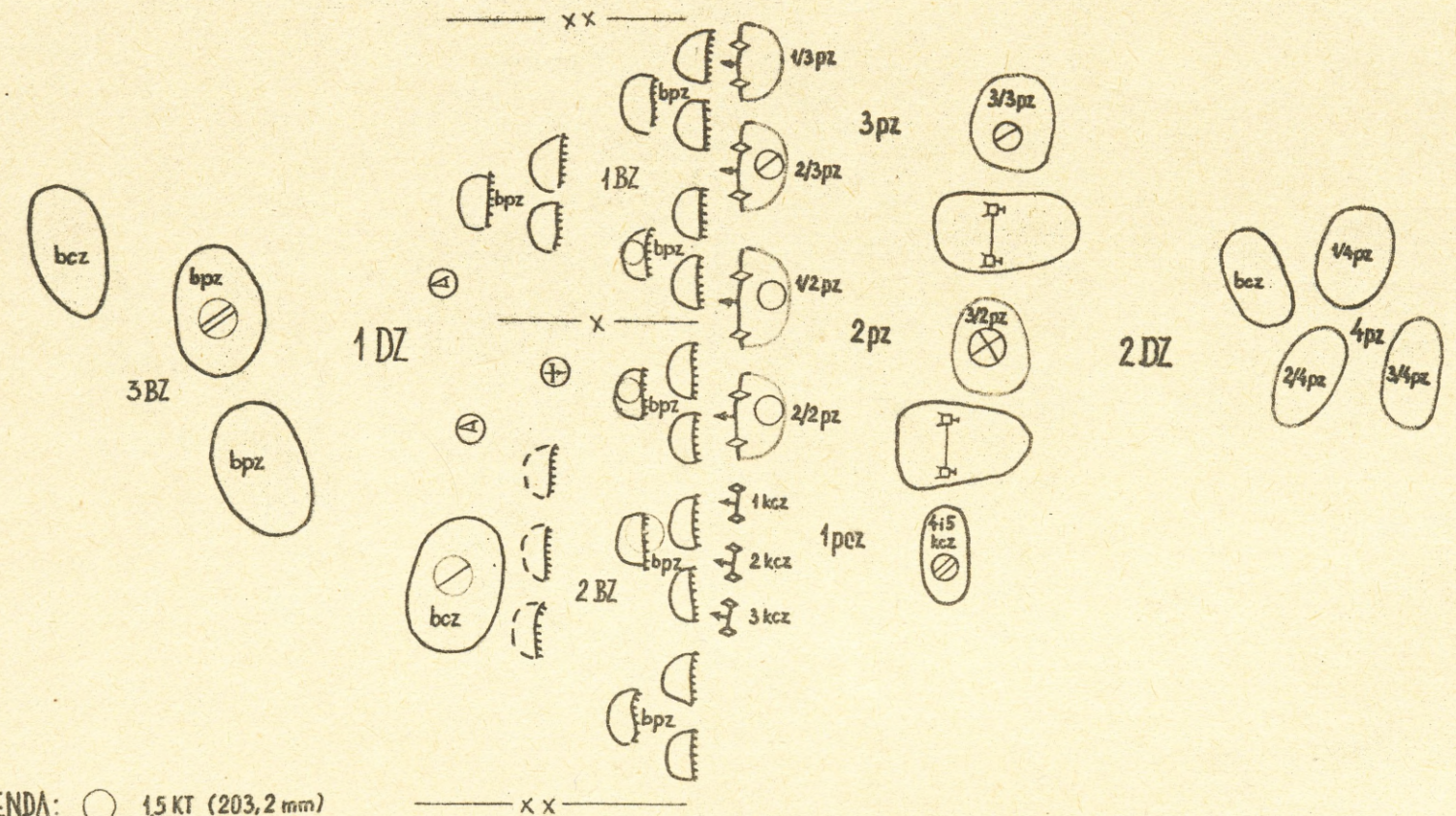


LEGENDA: ○ 1,5 KT (203,2 mm)
⊘ 2,5 KT („HJ")
⊘ 9 KT („HJ")
⊗ 28 KT („Corporal)
○ 3 KT (T)
⊙ 10 KT (T)
⊘ 20 KT (T)
⊘ 40 KT (OT)



LEGENDA:
- 1,5 KT (203,2 mm)
- 2,5 KT („H")
- 9 KT („H")
- 28 KT („Corporal")
- 3 KT (T)
- 10 KT (T)
- 20 KT (T)
- 40 KT (OT)

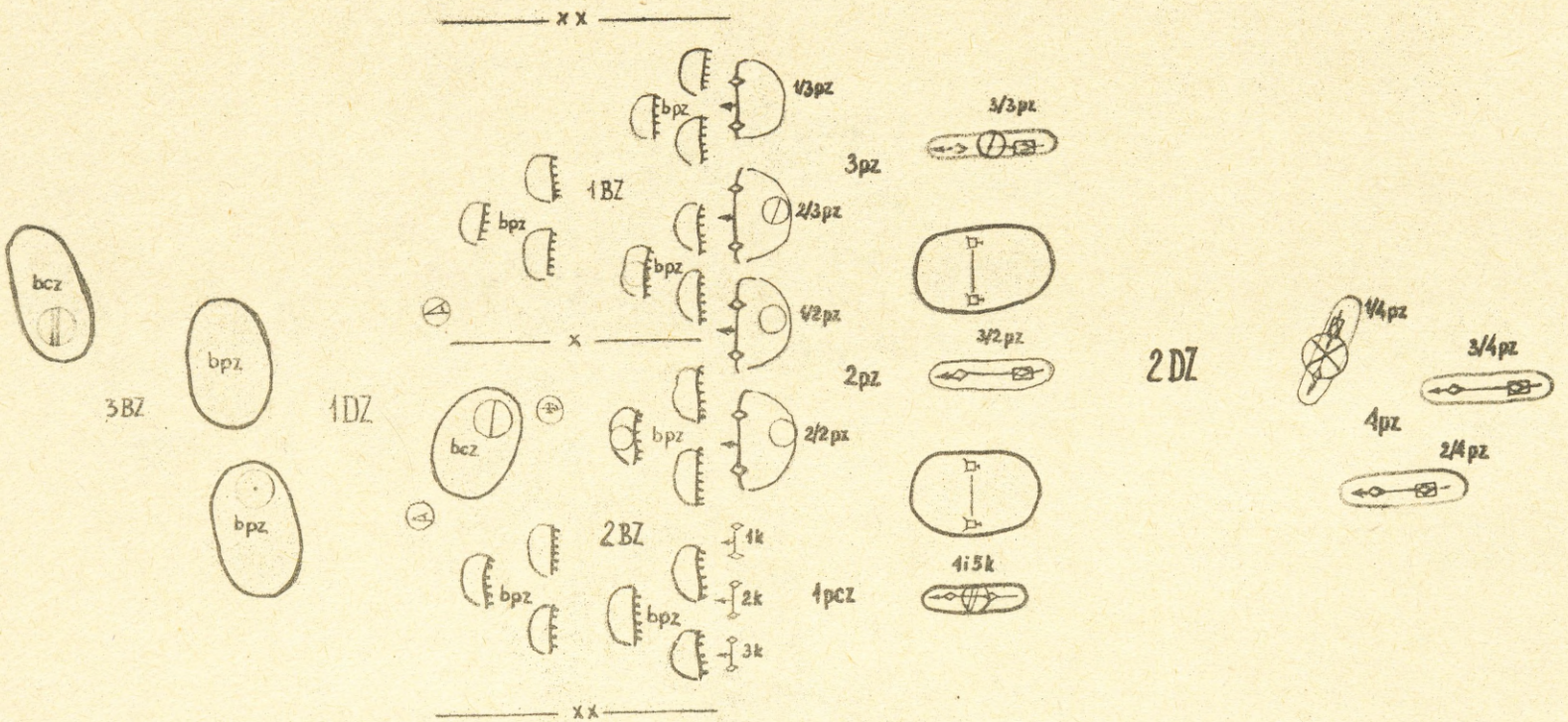
OBRAZ TRZECI WARIANT UŻYCIA ŚRODKÓW JĄDROWYCH PRZEZ OBIE STRONY



LEGENDA:

- 1,5 KT (203,2 mm)
- 2,5 KT („M")
- 9 KT („M")
- 28 KT („Corporal")
- 3 KT (T)
- 10 KT (T)
- 20 KT (T)
- 40 KT (OT)

ORAZ PIERWSZY WARIANT UŻYCIA ŚRODKÓW JĄDROWYCH PRZEZ OBIE STRONY

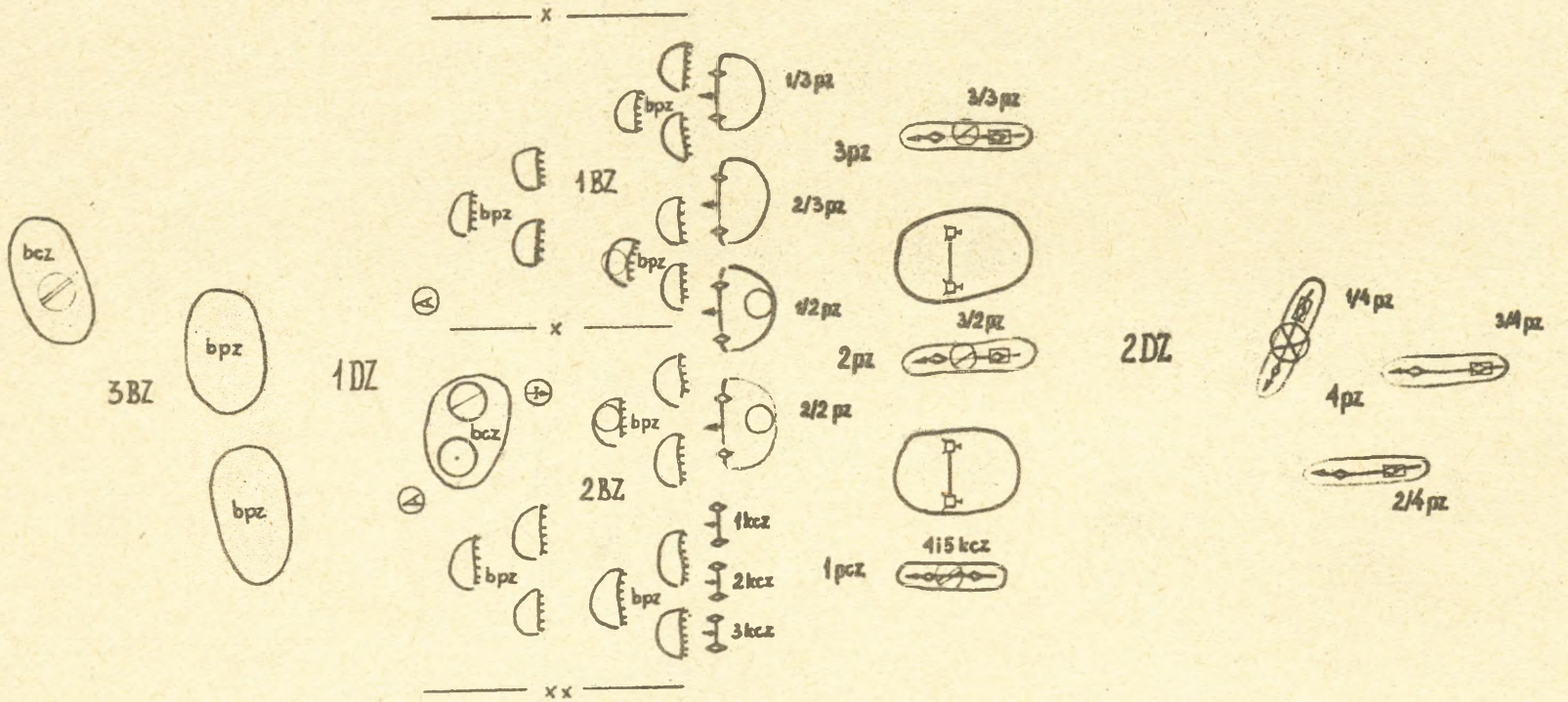


LEGENDA:

- 1,5 KT (203,2 mm)
- 2,5 KT („HT")
- 9 KT („HT")
- 28 KT („Corporal")
- 3 KT (T)
- 10 KT (T)
- 20 KT (T)
- 40 KT (OT)

DRUGI WARIANT UGRUPOWANIA WOJSK WŁASNYCH I NIEPRZYJACIELA
ORAZ DRUGI WARIANT UŻYCIA ŚRODKÓW JĄDROWYCH PRZEZ OBIE STRONY

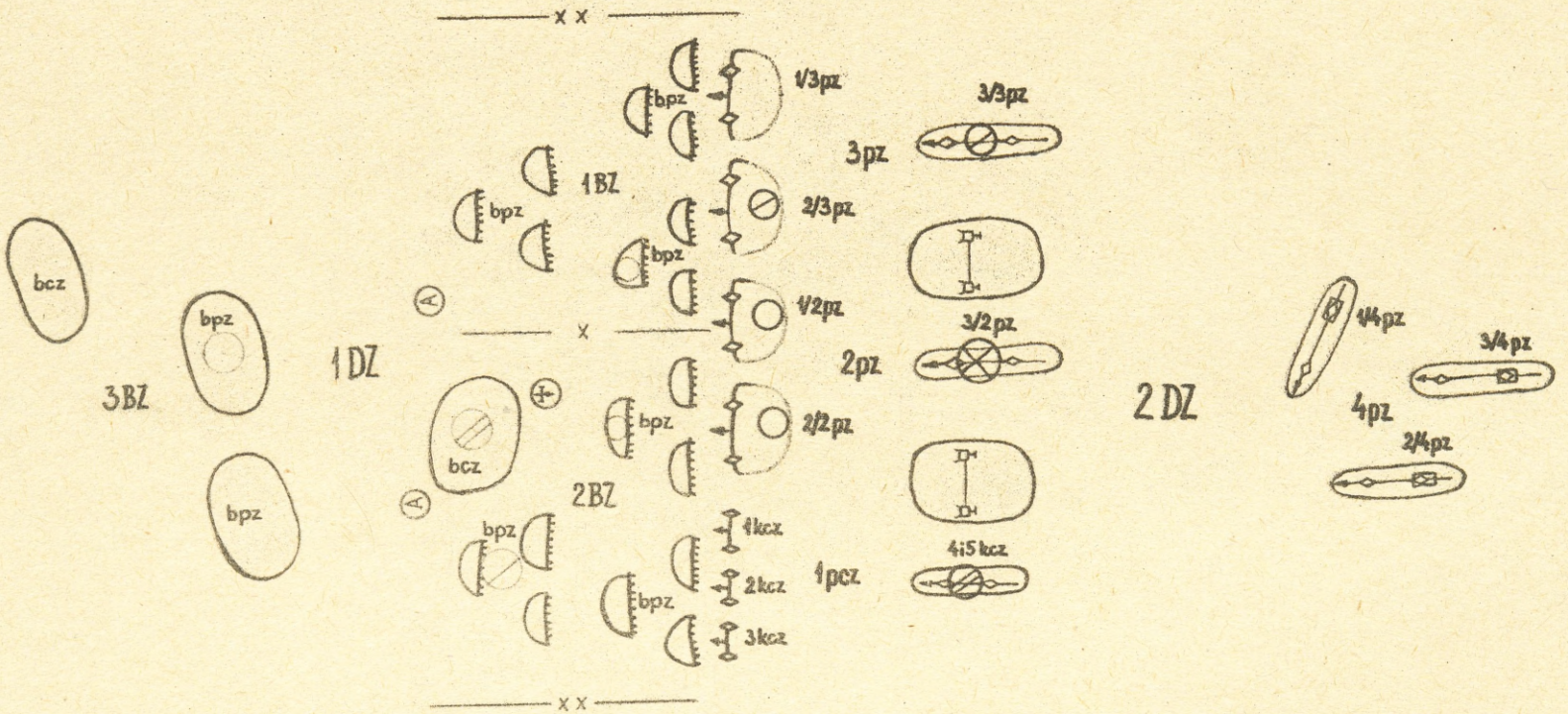
ZAŁĄCZNIK NR 13 DO ROZDZ. IV



LEGENDA :

- 1,5 KT (203,2 mm)
- 2,5 KT („HJ")
- 9 KT („HJ")
- 28 KT („Corporal")
- 3 KT (T)
- 10 KT (T)
- 20 KT (T)
- 40 KT (OT)

ORAZ TRZECI WARIANT UŻYCIA ŚRODKÓW JĄDROWYCH PRZEZ OBIE STRONY

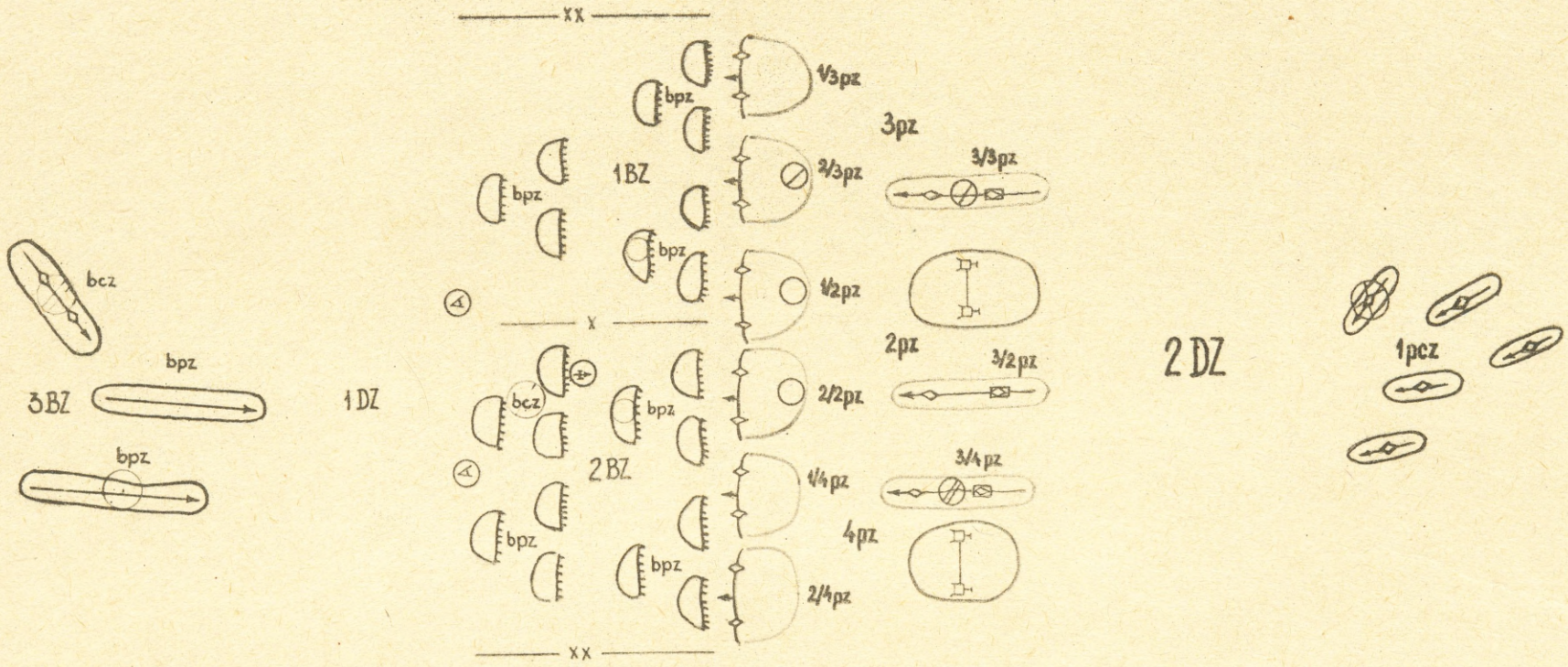


LEGENDA:

- 1,5 KT (203,2 mm)
- 2,5 KT (H]")
- 9 KT (.H]")
- 28 KT („Corporal")
- 3 KT (T)
- 10 KT (T)
- 20 KT (T)
- 40 KT (TO)

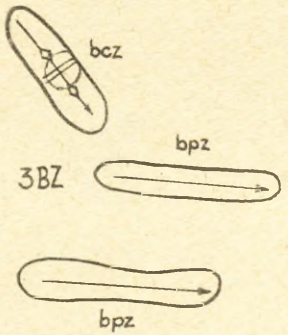
TRZECI WARIANT UGRUPOWANIA WOJSK WŁASNYCH I NIEPRZYJACIELA ORAZ PIERWSZY WARIANT UŻYCIA ŚRODKÓW JĄDROWYCH PRZEZ OBIE STRONY

ZAŁĄCZNIK NR 15 DO ROZDZ. IV

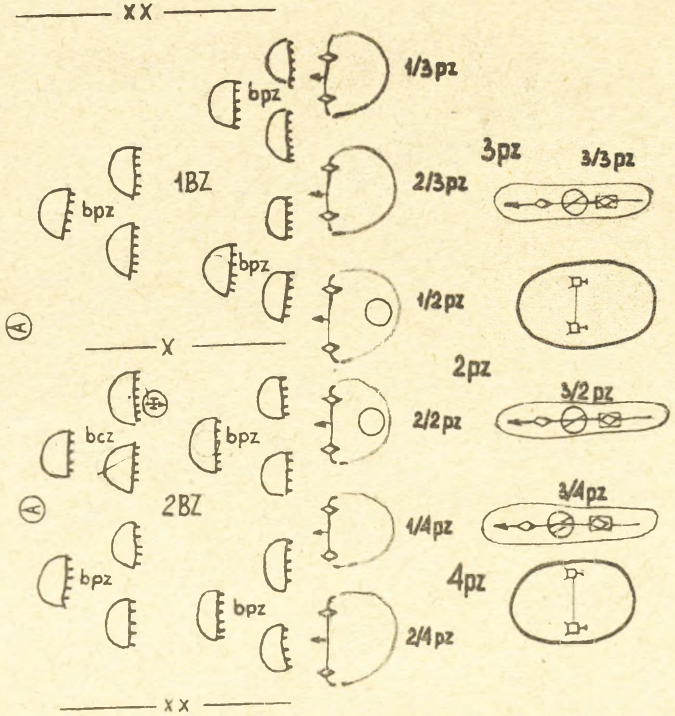


LEGENDA:

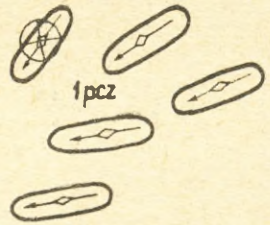
- 1,5 KT (203,2 mm)
- 2,5 KT („H")
- 9 KT („H")
- 28 KT („Corporal")
- 3 KT (T)
- 10 KT (T)
- 20 KT (T)
- 40 KT (OT)



1DZ



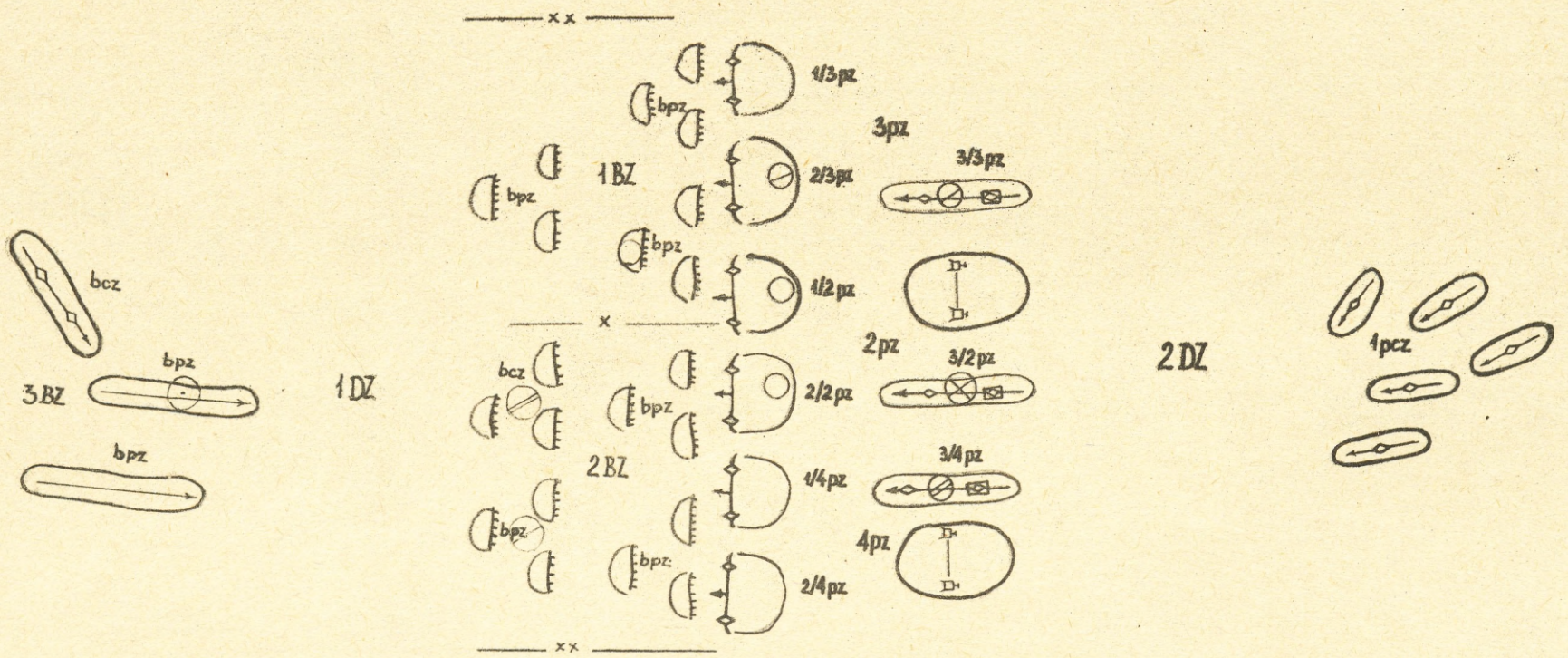
2DZ



LEGENDA:
- 1,5 KT (203,2 mm)
- 2,5 KT („HT")
- 9 KT („HT")
- 28 KT („Corporal")
- 3 KT (T)
- 10 KT (T)
- 20 KT (T)
- 40 KT (OT)

TRZECI WARIANT UGRUPOWANIA WOJSK WŁASNYCH I NIEPRZYJACIELA ORAZ TRZECI WARIANT UŻYCIA ŚRODKÓW JĄDROWYCH PRZEZ OBIE STRONY

ZAŁĄCZNIK NR 17 DO ROZDZ. IV

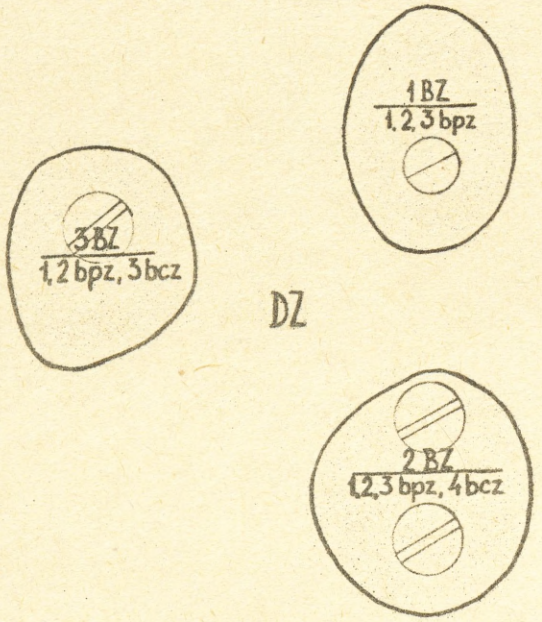


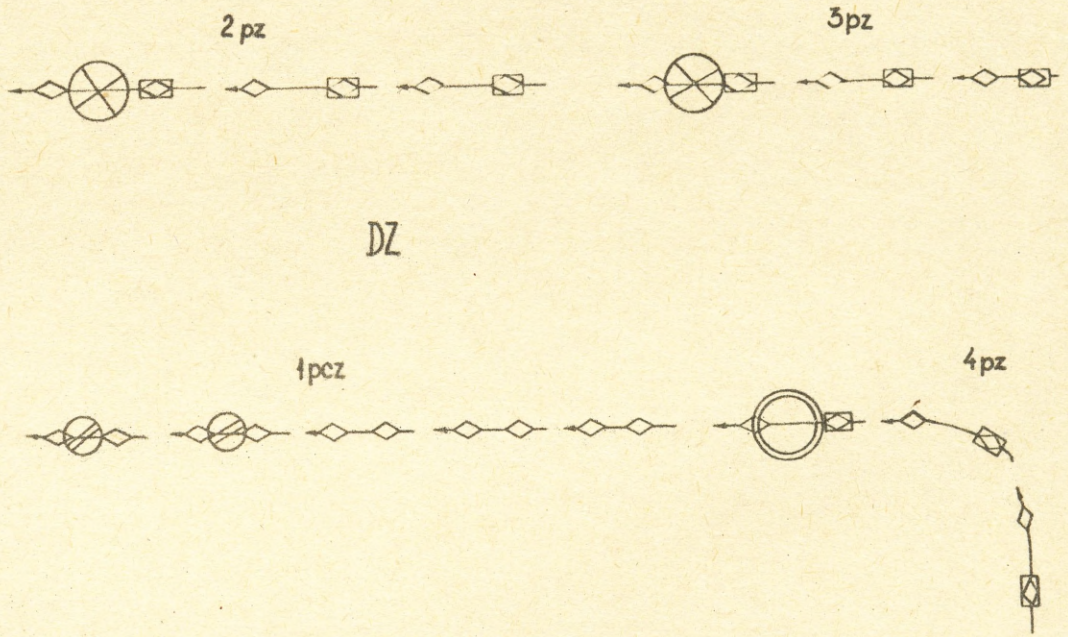
LEGENDA:

- 1,5 KT (203,2 mm)
- 2,5 KT („HJ")
- 9 KT („HJ")
- 28 KT („Corporal")
- 3 KT (T)
- 10 KT (T)
- 20 KT (T)
- 40 KT (OT)

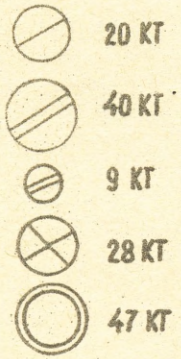
ORAZ PIERWSZY WARIANT WYBORU PUNKTÓW ZEROWYCH UDERZEŃ JĄDROWYCH PRZEZ OBIE STRONY

ZAŁĄCZNIK NR 18 DO ROZDZ. V



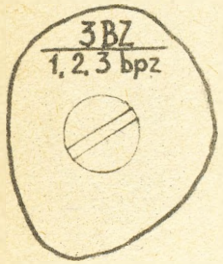


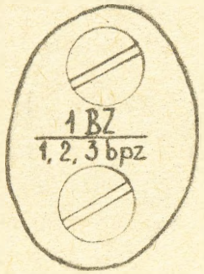
LEGENDA:



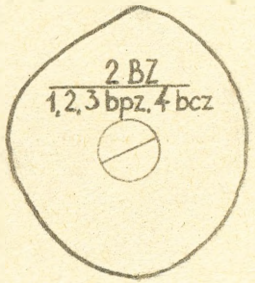
ORAZ DRUGI WARIANT WYBORU PUNKTÓW ZEROWYCH UDERZEŃ JĄDROWYCH PRZEZ OBIE STRONY

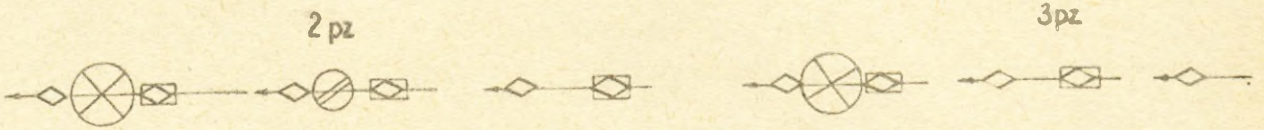
ZAŁĄCZNIK NR 19 DO ROZDZ. V



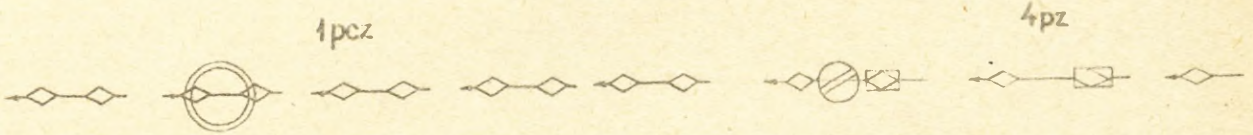


DZ

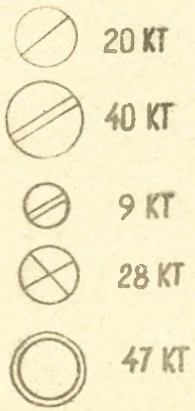




DZ



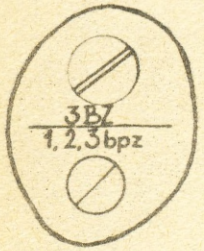
LEGENDA:



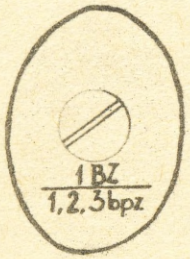
PIERWSZY WARIANT UGRUPOWANIA WOJSK WOJSKOWYCH I NIEPRZYJACIELA ORAZ TRZECI WARIANT

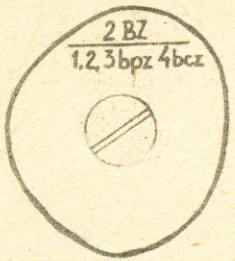
WYBORU PUNKTÓW ZEROWYCH UDERZEŃ JĄDROWYCH PRZEZ OBIE STRONY

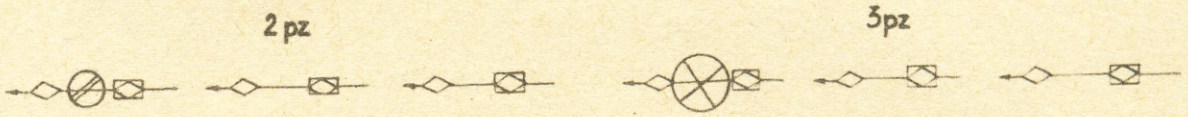
ZAŁĄCZNIK NR 20 DO ROZDZ. V



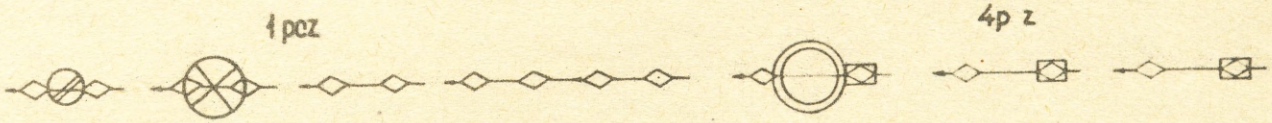
DZ



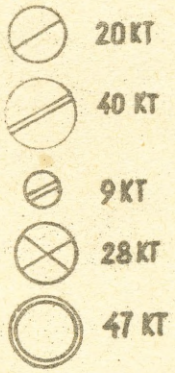




DZ

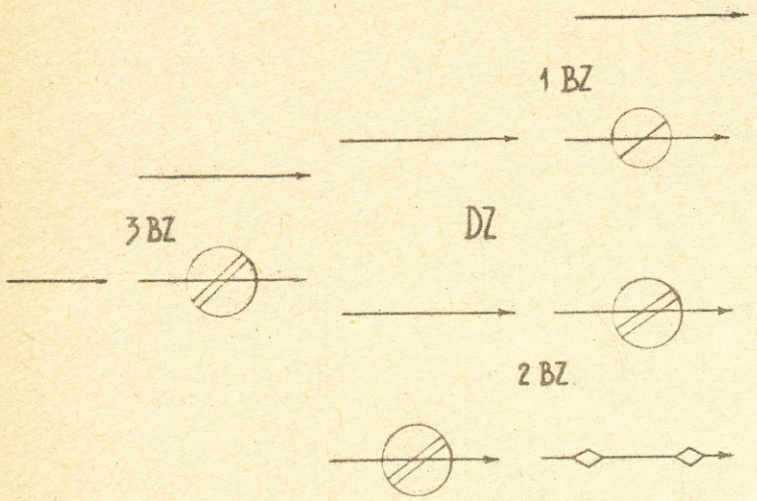


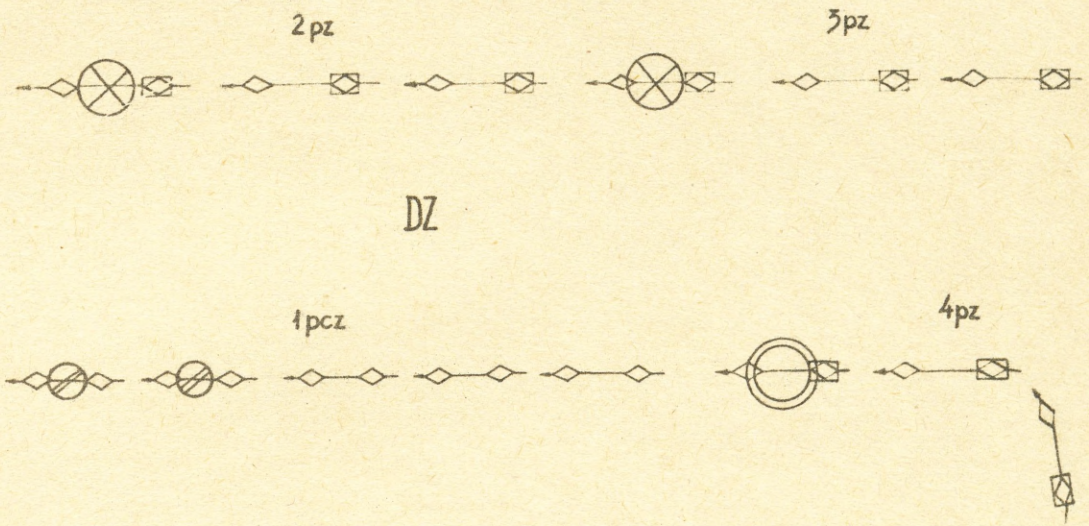
LEGENDA:



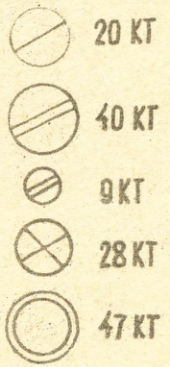
PIERWSZY WARIANT UGRUPOWANIA WOJSK WŁASNYCH, DRUGI WARIANT UGRUPOWANIA NIEPRZYJACIELA
ORAZ PIERWSZY WARIANT WYBORU PUNKTOW ZEROWYCH UDERZEN JADROWYCH PRZEZ OBIE STRONY

ZAŁĄCZNIK NR 21 DO ROZDZ.V



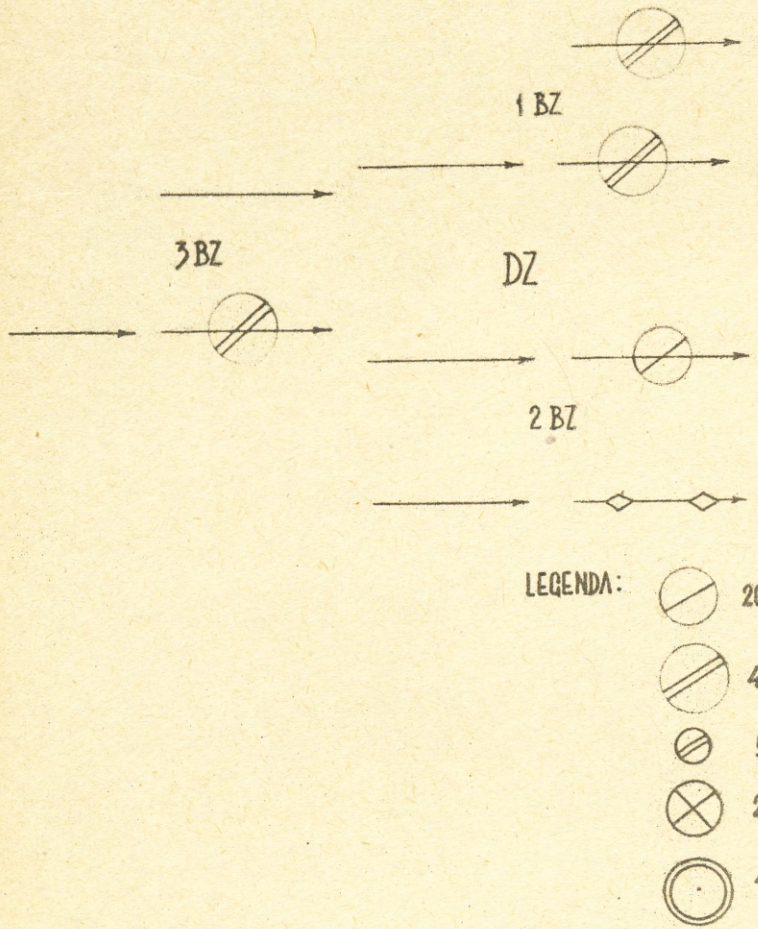


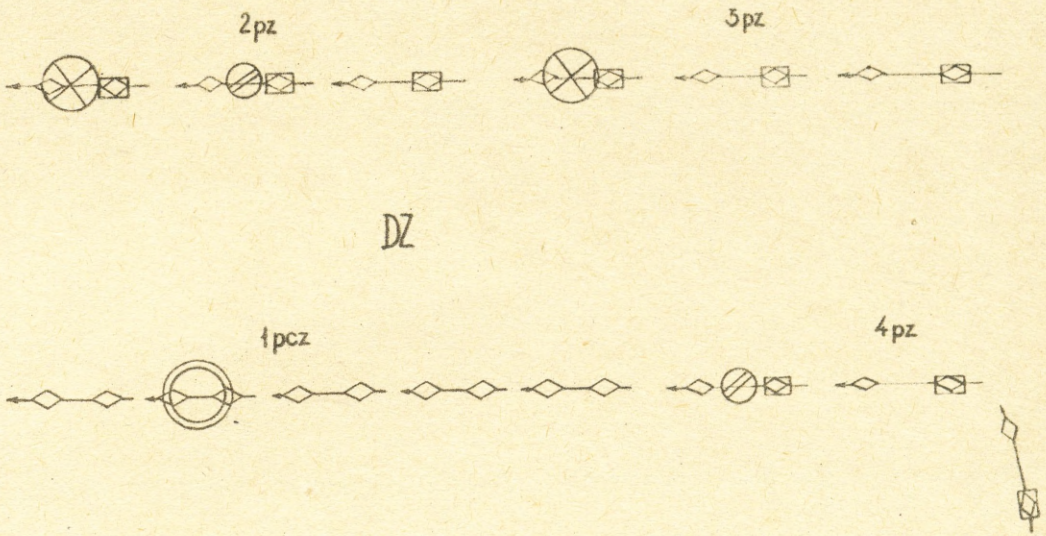
LEGENDA:



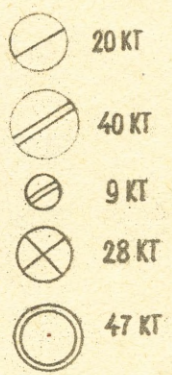
PIERWSZY WARIANT UGRUPOWANIA WOJSK WŁASNYCH,
DRUGI WARIANT UGRUPOWANIA NIEPRZYJACIELA,
ORAZ DRUGI WARIANT WYBORU PUNKTÓW ZEROWYCH UDERZEŃ JĄDROWYCH PRZEZ OBIE STRONY

ZAŁĄCZNIK NR 22 DO ROZDZ.V



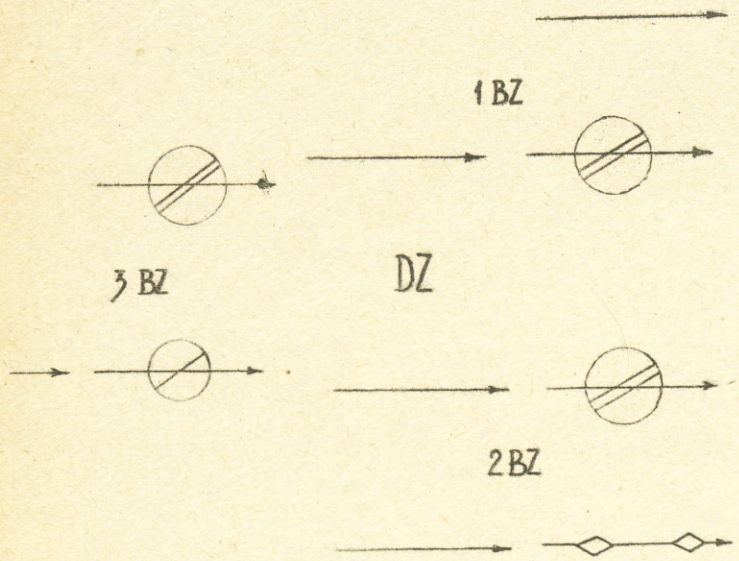


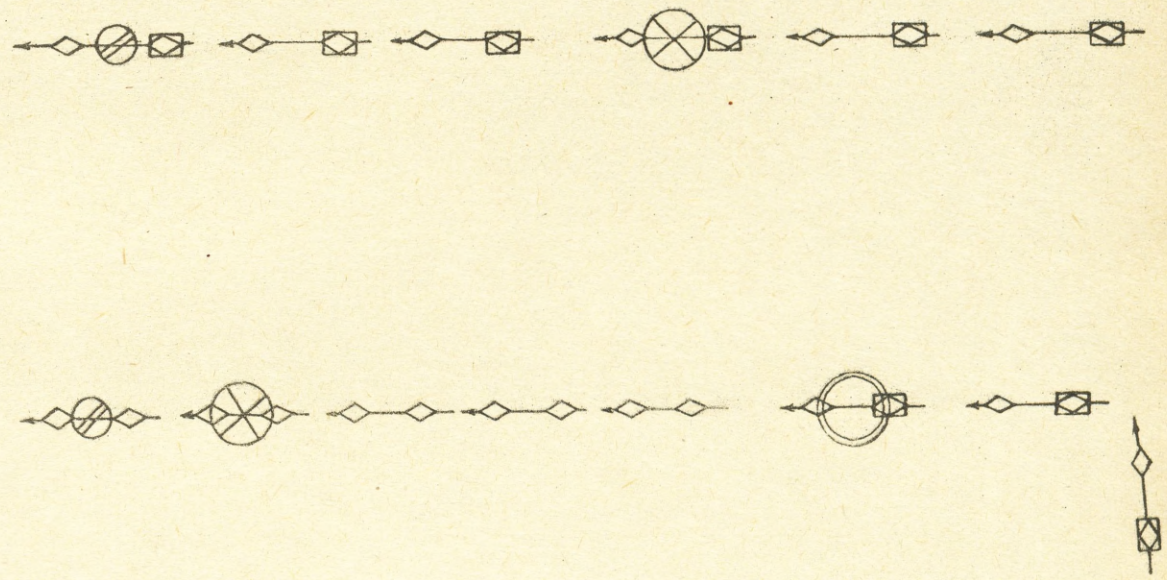
LEGENDA:



PIERWSZY WARIANT UGRUPOWANIA WOJSK WŁASNYCH, DRUGI WARIANT UGRUPOWANIA NIEPRZYJACIELA ORAZ TRZECI WARIANT WYBORU PUNKTÓW ZEROWYCH UDERZEŃ JĄDROWYCH PRZEZ OBIE STRONY

ZAŁĄCZNIK NR 23 DO ROZDZ. V





LEGENDA: