

Grey Scale #13



A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19



**AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO**  
im. gen. broni Karola Świerczewskiego

KURS BADAŃ OPERACYJNYCH

ARCHIWUM

Egz. Nr ..... 5

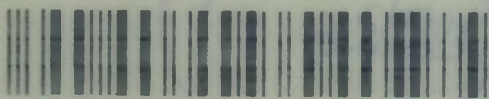
plk dr J. SKIBIŃSKI

**WSTĘP DO TEORII POSZUKIWANIA**

Część I

Biblioteka Główna  
Akademii Obrony Narodowej

S/501



05-000519-003-0

12983

WARSZAWA

LISTOPAD

1964



AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO  
im. gen. broni Karola Świerczewskiego

KURS BADAŃ OPERACYJNYCH

ARCHIWUM

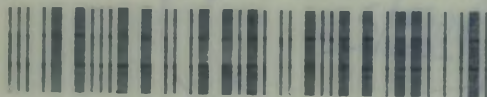
Egz. Nr ..... 5

płk dr J. SKIBIŃSKI

WSTĘP DO TEORII POSZUKIWANIA

Część I

Biblioteka Główna  
Akademii Obrony Narodowej  
S/501



05-000519-003-0

12983

WARSZAWA

LISTOPAD

1964

AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO  
im.gen.broni K.Swierozewskiego

-----  
KURS BADAN OPERACYJNYCH

Płk dr J. SKIBINSKI

WSTĘP DO TEORII POSZUKIWANIA

cz.I



-----  
REMBERTÓW

LISTOPAD

1964 r.

## Spis treści

### Przedmowa

1. Przedmiot, zakres i metody badań teorii poszukiwania.
  - 1.1. Założenia podstawowe.
  - 1.2. Kierunki i zakresy badań.
    - 1.2.1. Zarys kinematyki poszukiwania celu
    - 1.2.2. Wykrywanie celu
    - 1.2.3. Optymalizacja wysiłku poszukiwania.
2. Zarys kinematyki poszukiwania celu
  - 2.1. Podstawowe typy zagadnień kinetyki poszukiwania.
    - 2.1.1. Wyznaczenie liczby celów na obszarze o promieniu  $r$ .
    - 2.1.2. Wyznaczenie liczby celów na obszarze o promieniu  $r$ , na danym kursie obserwatora w ciągu jednostki czasu.
    - 2.1.3. Wyznaczenie prawdopodobieństwa wejścia celu do danego obszaru poszukiwania /bez względu na kierunek ruchu celu/.
    - 2.1.4. Wyznaczenie prawdopodobieństwa wejścia celu do obszaru obserwatora /z uwzględnieniem kierunku ruchu celu/.

## W S T ę P.

Stały wzrost prędkości i zasięgu technicznych środków walki, głównie środków przencszenia ognia, pociąga za sobą m.in. konieczność dysponowania coraz sprawniejszym, coraz bardziej niezawodnym aparatem zbierania i opracowywania we właściwym czasie informacji o ich połączeniu w przestrzeni. Informacje te powinny stanowić efekt procesu ciągłej obserwacji obszarów działań zarówno sił własnych jak i przeciwnika. Polem działań systemu obserwacji będą więc obszary lądowe, powierzchniowe i głębokie morza oraz przestrzeń powietrzna; w latach ostatnich doszła jeszcze przestrzeń kosmiczna. Dobór środków technicznych, niezbędnych do obsługi przyjętego systemu obserwacji, ich ilość, jakość, rozmieszczenie, układ ruchu itp. zależą od nakreślonych celów i zadań w zakresie poszukiwania, charakteru poszukiwanych obiektów oraz warunków technicznych i naturalnych, aktualnych i przewidywanych, w jakich działają lub będą działały środki obserwacji /lub tworczone z nich zespoły/ oraz obiekty, których wykrywanie stanowi cel obserwacji.

W obecnych warunkach coraz krótszego czasu, przeznaczonego na powzięcie decyzji oraz organizację działań i przeciwdziałań, odpowiednio wzrasta znaczenie szybkości uzyskiwania możliwie jak najdokładniejszych informacji z kontrolowanych obszarów. Problem organizowania systemów obserwacji nabiera w tych warunkach jakościowo nowej treści, gdyż jakościowo zmienia się rola operatora ludzkiego w tym systemie: konwencjonalny "obserwator" przekształca się w dysponenta sterującego zespołem technicznych środków obserwacji, rejestrujących aktualne zmiany, zachodzące w kontrolowanym obszarze i wyprowadzających wnioski podstawowe, zgodnie z uprzednio opracowanym programem działania danego systemu obserwacji. Szybka rejestracja tych zmian, o których informacje napływają często z różnych źródeł /środków obserwacji/ oraz ich selekcja, magazynowanie i opracowywanie wymagają już zastosowania jakościowego odmiennego aparatu. Problem ten występuje obecnie w coraz ściślejszym związku z koniecznością powiązania działań różnych systemów obserwacji

wprowadzanych w celu kontrolowania odpowiednich obszarów, pod kątem konkretnych potrzeb kierownictwa.

Powiązanie to odbywa się na bazie techniki radio-elektronicznej, jako obecnie podstawowej, umożliwiającej z jednej strony przyspieszenie procesu zbierania i opracowywania informacji z drugiej natomiast - zespolenie systemów w określony kompleks, działający na wysokim poziomie organizacji wewnętrznej.

Zarówno działanie poszczególnych systemów obserwacji jak i kompleksu tych systemów wymaga istnienia określonych baz: teoretycznej i technicznej. Pierwszą z nich obejmuje badanie szeregu problemów podstawowych, m.in.

1. rozwijanie istniejącej kinematyki poszukiwania w świetle zmian strukturalnych, wynikających ze specyfiki technicznych środków obserwacji i poszukiwanych obiektów, działających w przestrzeni wielowymiarowej;
2. opracowywanie algorytmów działania poszczególnych systemów /kompleksów/ obserwacji;
3. tworzenie systemów optymalnych, zautomatyzowanych w ramach określonego kompleksu itd.

Baza techniczna obejmuje zagadnienia występujące w toku rozwiązywania określonych zadań konkretnych, m.in.

- a/ wiązanie wytypowanych środków obserwacji w określone systemy /kompleksy/ z udziałem i bez udziału operatora ludzkiego;
- b/ budowę optymalnego systemu zbierania, selekcji i przetwarzania informacji przy najmniejszym błędzie;
- c/ tworzenie właściwej sieci łączności w ramach systemu /kompleksu/ itd.

Obeonie istnieje już bardzo dużo kompleksowych systemów radioelektronicznych, pracujących na rzecz wojska w zakresie obserwacji i powiadomienia, przy czym od efektywności ich działania w znacznej mierze zależy efektywność użycia środków walki.

## 1. Przedmiot, zakres i metody badań teorii poszukiwania.

### 1. 1. Założenia podstawowe.

Poszukiwanie jest procesem w którym jako podmiot działający występuje obserwator, zaś przedmiotem jest obiekt materialny, nazywany powszechnie celem. Proces ten odbywa się w trakcie ruchu przynajmniej jednego z nich i sprowadza się do wykrycia celu. Efektem wykrycia jest uzyskanie i utrzymanie kontaktu między obserwatorem i celem. Pojęcie "wykrycie celu" dotyczy obserwatora, który w przewidywanej przestrzeni występowania celu powinien jednoznacznie określić: miejsce /położenie/ celu oraz kierunek i prędkość jego ruchu. Jeśli w danym momencie czasu, brak informacji liczbowych przynajmniej o jednej z tych wielkości, wtedy traktujemy wykrycie jako niepełne. Kontakt między obserwatorem i celem nastąpi wtedy, gdy odległość między nimi oraz pewne warunki techniczne umożliwią obserwatorowi śledzenie ruchu celu lub wykonanie uderzenia /np.ogniem/ względnie przekazanie o nim informacji innym środkiem, wywołanym w momencie kontaktu.

Wynika stąd, że pojęcie "wykrycie celu" nie jest zawsze równoznaczne z uzyskaniem z nim kontaktu. Pierwsze warunkuje wystąpienie drugiego, natomiast może nie zachodzić zależność odwrotna: kontakt z celem nie nastąpi, jeśli uprzednio nie zaistniało przynajmniej wykrycie niepełne oraz nie nastąpiło zbliżenie na właściwą odległość oddziaływania na cel w sprzyjających warunkach technicznych.

Przestrzeń poszukiwania wybiera obserwator przewidując możliwości ruchu celu.

W ujęciu elementarnym obserwator i cel traktujemy jako punkty materialne poruszające się w przestrzeni:

- jednowymiarowej, gdy ruch celu i obserwatora odbywa się w przestrzeni, której obrazem jest linia;
- dwuwymiarowej, gdy tory ruchu obserwatora i celu znajdują się na wspólnej płaszczyźnie /płaskiej, wypukłej, wklęsłej, zwichrowanej itp/;

- trójwymiarowej, gdy tory obserwatora i celu przebiegają na dwóch płaszczyznach o zmiennym kącie nachylenia względem siebie.

Czywistym jest, że w toku poszukiwania obserwator i cel mogą zmieniać swe przestrzenie /zależy to tylko od odległości w zakresie zmiany roli: celu na obserwatora i odwrotnie. W tych przypadkach w toku poszukiwania wystąpi dodatkowa sytuacja konfliktowa, wymagająca dokonania przez obserwatora wyboru optymalnej przestrzeni poszukiwania /np. podczas pościgu/.

Ruch obserwatora i stosowany przez niego sposób rejestrowania informacji o celu są w zasadzie wzajemnie niezależne gdyż wynikają z działania różnych mechanizmów, przy czym jeden i drugi mogą być procesem ciągłym / w określonym przedziale czasu/ bądź skokowym lub punktowym. Sposób /taktykę/ działania ustala obserwator w miarę potrzeb wynikających z charakteru działania celu, miejsca położenia, kierunku ruchu i prędkości oraz własnych możliwości w zakresie ruchu i efektywności środków wykrywania własnych dla odpowiedniej przestrzeni. Np. obserwatorem może być okręt nawodny, który prowadzi obserwację ciągłą powierzchni morza; okręt podwodny obserwację skokową tylko w okresach wynurzenia; radiolokator obrotowy rejestruje w sposób punktowy /za pomocą sygnałów/ ruch środków napadu powietrznego itd/.

Podobnie jak ruchy obserwatora i celu mogą mieć charakter linijowy lub nieliniowy, również funkcje określające proces wykrywania mogą być linijowe lub nieliniowe. Samo działanie obserwatora jest ponadto z reguły procesem dynamicznym, gdyż decyzja podjęta w dowolnym momencie czasu wpływa na dalszy przebieg działań, a więc i na decyzje podejmowane w przyszłości.

Proces poszukiwania odbywa się zawsze w określonych przestrzeniach, środowiskach charakteryzujących się różnym i zmieniającym się w sposób ciągły wpływem otoczenia.

Np. w przestrzeni powietrznej występują różne warunki obserwacji wynikające ze zmian pór doby, pogody, ciśnienia atmosferycznego, temperatury itp; na powierzchni morza występuje ponadto zjawisko turbulencji /zmienności prądów wodnych/, które w pewnych przypadkach wpływa na zmiany połączenia pewnej kategorii celów; pod powierzchnią morza działają z kolei odmienne czynniki, ograniczające efektywność obserwacji itd. Obserwację przeprowadza się z reguły przy pomocy różnego rodzaju środków technicznych, dostosowanych z jednej strony do charakteru celu i otoczenia w jakim działa, z drugiej - rodzaju środka ruchu obserwatora. Wszystkie te czynniki techniczne i warunki naturalne wywierają poważny wpływ na przebieg procesu poszukiwania oraz efektywność wykrywania celu. Najogólniej rzecz biorąc, podzielimy je na następujące grupy:

1. określające stan "widoczności" w przestrzeni poszukiwania
2. określające techniczną sprawność niezawodność środków ruchu;
3. określające techniczną zdolność /niezawodność/ działania środków obserwacji i wykrywania celów.

Większość zdarzeń występujących w procesie poszukiwania posiada charakter przypadkowy /losowy/. Z punktu widzenia obserwatora do takich zdarzeń będą należały m.in. miejsce ukazania się celu, jego kierunek ruchu i prędkość. Jeśli nawet pominiemy na chwilę okoliczność, że sytuacja powstająca między obserwatorem i celem mają charakter konfliktowy /z którego siłą rzeczy wynika niepełna lub zupełna nieznajomość decyzji przeciwnika, a ponadto - współzależność decyzji obu stron/ to już istnieje dostateczna podstawa, aby proces poszukiwania traktować jako probabilistyczny /stochastyczny/. Sytuację tę pogłębia jeszcze przypadkowa zmienność warunków naturalnych i technicznych w jakich działają zarówno obserwator jak i cel.

Pewny zestawienie założeń podstawowych, określa najogólniej istotę procesu poszukiwania jego charakter oraz warunki w jakich przebiega. Można stąd, w pewnej mierze, wnioskować o charakterze przedmiotu badań teorii poszukiwania

jej zakresie oraz głównych typach zadań jakie powinna rozwiązywać.

Teoria poszukiwania jest dziedziną matematyki, zajmującą się badaniem współzależności o charakterze geometrycznym i stochastycznym między czynnikami określającymi ruch i zdolność wykrywania celu przez obserwatora, w dowolnych środowiskach przestrzeni wielowymiarowej i w różnych warunkach naturalnych i technicznych.

## 1.2. Kierunki i zakresy badań.

W świetle powyższej próby sformułowania definicji teorii poszukiwania, można tę dziedzinę traktować jako jedną z metod badań operacyjnych, służącą zarówno do formułowania jak i rozwiązywania pewnej klasy modeli matematycznych, które najogólniej nazwiemy "modelami poszukiwania".

Jak już wspomniano na wstępie, powstanie teorii poszukiwania uwarunkowała konieczność szybkiego wykrywania celów /przede wszystkim - powietrznych, morskich nawodnych i podwodnych/, możliwie bezbłędnego określania ich jakości, położenia, kierunku ruchu i prędkości oraz w szczególnych przypadkach - aktywnego śledzenia ich przesunięć. Konkretnie zadania bojowe w tym zakresie wysuwała przed grupami badań operacyjnych rzeczywistość II wojny światowej<sup>x/</sup>, jakkolwiek jeszcze wcześniej, bo w I wojnie światowej, pewne próby rozwiązań metodami statystycznymi podejmował T. Edison /na zlecenie Ministerstwa Marynarki USA/ w odniesieniu do poszukiwania niemieckich okrętów podwodnych, by ustalić optymalne sposoby nachylania się przed atakami.

Podczas II wojny światowej rozwijano teorię poszukiwania głównie pod kątem potrzeb wysuwanych przez systemy OPL i obronę przed okrętami podwodnymi przeciwnika.

---

x/ Szereg przykładów modeli poszukiwania oraz metod ich rozwiązywania zawiera praca: Ph. M. Morse i G. E. Kimball: "Metody issliedowanija operaczi. Pier. z angl. "Sowjetskoje Radio", Moskwa 1956.  
Tłum. na język polski: Wyd. wewn. ASG Por. Rozdział III §1: Szybkość poszukiwania; rozdz. V § 2. Rozwiązania analityczne na podstawie teorii poszukiwania.

Jako środki ruchu stosowano: lotnictwo oraz okręty nawodne, a w końcowej fazie wojny na Pacyfiku również okręty podwodne<sup>x/</sup>, natomiast jako środki obserwacji /poza środkami obserwacji wzrokowej/ - stacje radiolokacyjne na okrętach, radiolokatory lotnicze, stacje hydro-akustyczne itp. Nie były jeszcze w szerokim użyciu aparaty oparte na technice podozerwieni, które obecnie w znacznej mierze eliminują, bądź ograniczają trudności w zakresie widzialności, środki telewizyjne zamontowane na okrętach i samolotach czy też przenieszone przez rakiety itd.

Wszystkie techniczne środki poszukiwania bez względu na specyfikę stosowanych metod, były i są nadal narzędziami oceny /ilościowej/ prawdopodobieństw wykrywania celu w obszarze obserwatora. To prawdopodobieństwo jest jednym z ważniejszych czynników składających się na ocenę efektywności działania środków poszukiwania.

Najogólniej rzecz biorąc, teorię poszukiwania można podzielić na trzy podstawowe, choć współzależne działy.

Dział 1: Kinematyka poszukiwania celu.

Dział 2: Metody wykrywania celu.

Dział 3: Optymalizacja wysiłku poszukiwania.

Scharakteryzujemy ogólnie powyższe działy na tle właściwych im trzech głównych grup zadań.

### 1.2.1. Zarys kinematyki poszukiwania celu.

Przedmiotem kinematyki poszukiwania celu są zasady określania zależności między elementami geometrycznymi, charakteryzującymi ruchy obserwatora i celu w przestrzeni wielowymiarowej w dowolnym momencie czasu. W celu uproszczenia rozważań ograniczymy się do rozpatrywania wspomnianych zależności w przestrzeni co najwyżej trójwymiarowej.

Proces poszukiwania może przebiegać w przypadkach najprostszych:

- gdy obserwator jest nieruchomy, a cel znajduje się w ruchu
- gdy cel jest nieruchomy, a obserwator znajduje się w ruchu
- gdy obserwator i cel znajdują się w ruchu.

---

x/ Najpierw zastosowali te urządzenia Japończycy, a następnie Amerykanie, gdy wykryli ze przyczyną zwiększonych strat w okrętach podwodnych jest ich niszczenie przez japońską flotę podwodną.

Pierwsze dwa przypadki można traktować jako stany szczególne przypadku trzeciego, najogólniejszego. Aby określić elementy podstawowe ruchu obserwatora i celu, przyjmujemy, że w rozpatrywanym okresie czasu przesuwają się ruchem jednostajnym wzdłuż właściwych sobie linii prostych.

Opis matematyczny wzajemnego położenia obserwatora i celu w danym momencie czasu oraz ich kursów i prędkości wymaga rozpatrywania tego procesu na tle określonego, najdogodniejszego dla danego zadania układu osi współrzędnych.

Jak można wnioskować z wysuniętych założeń podstawowych /rozd.1.1./ proces poszukiwania rozpatruje się w stosunku do obserwatora. W związku z powyższym opis wzajemnego położenia obserwatora i celu oraz ich ruchów wymaga wprowadzenia następujących elementów głównych:

$\vec{R}$  - wektor odległości obserwatora od celu, przy założeniu, że obserwator znajduje się w danym momencie w środku określonego układu współrzędnych;

$\vec{u}$  - prędkość /bezwzględna/ ruchu obserwatora;

$\vec{v}$  - prędkość bezwzględna ruchu celu;

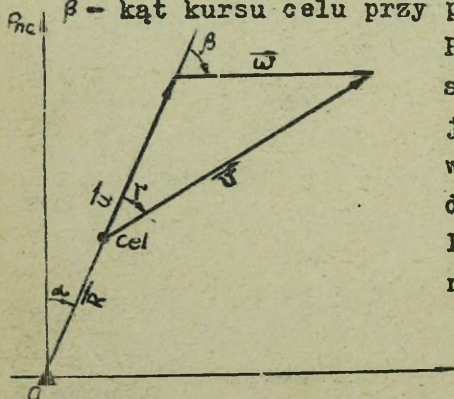
$\alpha$  - azymut wektora  $\vec{R}$ ;

$\gamma$  - kąt określający różnicę między kursem obserwatora i celu;

Ponadto, ze względu na różnice między prędkościami obserwatora i celu wprowadzamy:

$\vec{w}$  - prędkość względną celu; oraz

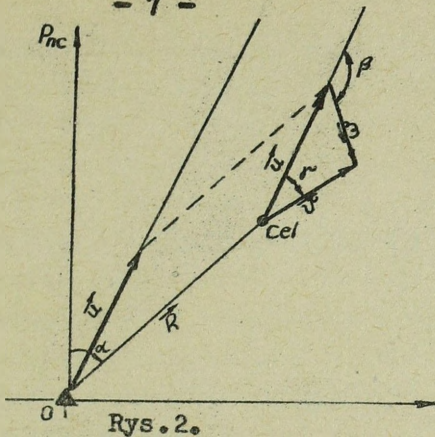
$\beta$  - kąt kursu celu przy prędkości względnej.



Rys.1.

Powyższe pojęcia przedstawiono schematycznie na rys.1. uwzględniając przypadek, że  $\vec{u} < \vec{v}$ , a obserwator znajduje się na początku układu osi współrzędnych.

Przypadek  $\vec{u} > \vec{v}$  przedstawiono na rys.2.

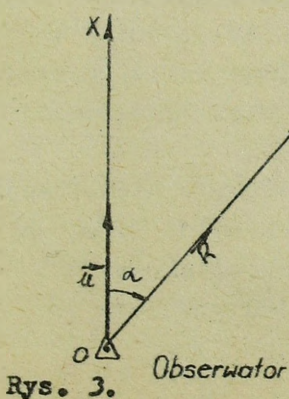


Ponieważ, z punktu widzenia zadania obserwatora istotne znaczenie posiadają elementy względne, występujące w procesie poszukiwania, tj.  $\vec{\omega}$  i  $\beta$ , możemy je wyznaczać z zależności zawierających elementy bezwzględne, a mianowicie:

$$\begin{aligned} \vec{\omega} &= \sqrt{v^2 + u^2 - 2vu \cos \gamma} = \\ &= -u \cdot \cos \beta \pm \sqrt{v^2 - u^2 \cdot \sin^2 \beta} \end{aligned} \quad (1)$$

oraz:  $\sin \beta = \frac{v}{u} \sin (\beta - \gamma)$  ----- (2)

Jednakże, wyznaczenie prędkości względnej celu  $\vec{\omega}$  oraz kąta  $\beta$  między tą prędkością i wektorem prędkości obserwatora nie doprowadza jeszcze do określenia ich wzajemnego połączenia w dowolnym momencie ich ruchu. Aby ułatwić sobie ciągłość śledzenia zmian położenia obserwatora i celu wygodniej jest zastosować biegunowy układ współrzędnych /rys. 3/ w którym wektor prędkości obserwatora  $\vec{u}$



będzie wychodził z bieguna O /miejsca połączenia obserwatora w danym momencie/ i przebiegał wzdłuż biegunowej OX. Odległość obserwatora do celu określi wtedy wektor wodzący  $\vec{R}$ , a położenie celu - ponadto kąt  $\alpha$  między  $\vec{u}$  i  $\vec{R}$ , odczytywany zgodnie z ruchem wskazówki zegara.

W oparciu o powyższy układ współrzędnych, posiadając informacje o wielkościach  $u, V, \gamma$  oraz  $R$  i  $\mathcal{L}$ , można by w każdym momencie czasu wyznaczać geometrycznie położenie celu oraz kierunki jego ruchu. Wiadomo jednak, że nasze informacje o parametrach określających położenie celu i jego ruch nie są jednoznacznie określone. Gdyby tak było poszukiwanie nie miałooby sensu. Najogólniej rzecz biorąc, przyjmuje się, że przynajmniej jeden z tych parametrów jest zmienną losową o znanym lub nieznanym rozkładzie prawdopodobieństwa. Jeśli ponadto założymy, jako losową, możliwość znajdowania się na danym obszarze poszukiwania większej ilości celów, a każdy z nich charakteryzują parametry niezależne o wartościach losowych, staje się wtedy zrozumiała konieczność probabilistycznego podejścia do problemu poszukiwania. Stąd też w teorii poszukiwania urządzeniem podstawowym, służącym do określania odpowiednich parametrów charakteryzujących cel / lub cele/, stanowi teoria prawdopodobieństwa. Najogólniej rzecz biorąc, prawdopodobieństwo wykrycia celu w określonym rejonie można wyrazić w postaci funkcji:

$$dp = f(v, r, R, d) dv dr dR dd \dots \dots (3)$$

Ponieważ w danym rejonie poszukiwania zmiennymi losowymi będą zarówno ilość celów, ich rozmieszczenie w poszczególnych momentach czasu jak i określające je parametry, zatem proces poszukiwania może przebiegać w następujących sytuacjach:

1. gdy na obszarze poszukiwania występuje jeden cel, którego położenie, kierunek ruchu i prędkość jesteśmy w stanie określić w każdym momencie czasu przy pomocy prawdopodobieństwa z jakimi w danych warunkach mogą występować odpowiednie wartości tych parametrów;

2. gdy na obszarze poszukiwania znajduje się większa ilość celów, przy czym jesteśmy w stanie określić liczbowo /np w %/ tę część spośród nich, względem których możemy, w każdym momencie czasu wyznaczyć prawdopodobieństwa ich połączeń, kierunków ruchu i prędkości.

A zatem, zamierzając dla danego momentu czasu, określić prawdopodobieństwo /lub %/ charakteryzujące ilość celów:

- znajdujących się na odległości od  $R_1$  do  $R_2$  od obserwatora  $/R_2 > R_1/;$
- poruszających się z prędkością w granicach od  $v_1$  do  $v_2$

$$(v_2 > v_1);$$

- w granicach kątów kursowych od  $\beta_1$  do  $\beta_2$  ( $\beta_2 > \beta_1$ ) dla kątów kursowych obserwatora od  $\alpha_1$  do  $\alpha_2$  ( $\alpha_2 > \alpha_1$ ) można zastosować wzór /3/, który przyjmie teraz postać:

$$P = \int_{v_1}^{v_2} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \int_{R_1}^{R_2} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} f(v, \beta, R, \alpha) dv d\beta dR d\alpha \dots (4)$$

gdzie funkcja  $f(v, \beta, R, \alpha)$  wyraża średnią gęstość względną w sytuacji 1 lub gęstość prawdopodobieństwa w sytuacji 2.

Zastosowanie powyższej funkcji do rozwiązywania zadań praktycznych wymaga uprzednio określenia na drodze analitycznej współzależności między parametrami /zmiennymi/. Najczęściej, obliczenia przeprowadza się stosując jedną z dwóch podstawowych dróg postępowania:

- metodą statystycznego opracowania informacji, lub
- metodą obliczeń teoretycznych.

Pierwsza z nich jest z reguły niezwykle pracochłonna, gdyż dla uzyskania wyrażenia analitycznego tej funkcji należy dysponować dużą ilością informacji otrzymanych z doświadczeń /prób/, czego w przeciętnych warunkach działania obserwatora nie można oczekiwać. Metoda ta daje wyniki niewątpliwie dokładniejsze, jednak możliwości stosowania są znacznie ograniczone.

Druga metoda /obliczeń teoretycznych/ wymaga wprowadzenia szeregu hipotez określających a priori parametry ruchu i połączenie celu. Dokładność wyników będzie więc zależała od umiejętności przewidywania w zakresie oceny parametrów celu oraz warunków w jakich proces poszukiwania będzie przebiegał. Metoda ta jest znacznie prostsza i szybciej doprowadza do rozwiązania zadań. Stąd też w rozwinięciu wykładu stanie się głównym przedmiotem rozważań.

### 1.2.2. Druga grupa zadań. Wykrywanie celu.

Jak wynika z naszych założeń podstawowych, wyznaczenie gęstości prawdopodobieństw rozmieszczenia celów na obszarze poszukiwania, ich kursów i prędkości /wzór /3/, a zwłaszcza /4/ względem obserwatora, nie świadczy jeszcze o wykryciu celu. Oprócz współzależności kinematycznych między parametrami charakteryzującymi ruch celu i obserwatora, należy ponadto uwzględnić pewne warunki zewnętrzne, określone przez środowisko oraz techniczne, wynikające z właściwości urządzeń do obserwacji stosowanych przez obserwatora, sposobów działania /ruchu celu itp. Uzyskanie kontaktu z celem jest uzależnione również od wystąpienia sprzyjających warunków, które zapewnią jego rozpoznanie pod względem jakościowym. Do parametrów określających warunki zewnętrzne, związane ze środowiskiem, przede wszystkim zaliczymy:

- sytuację atmosferyczną na obszarze poszukiwania;
- stan nasświetlenia /np. stopień zamglenia, pora doby/;
- kąt załamania się światła w danym środowisku /powietrzu, wodzie bez pokrywy lodowej, z pokrywą różnej grubości itp./;
- kontrastowości tła itd.

Zrozumiałe jest, że wielkości powyższych parametrów na wyniki obserwacji zależy od rodzaju /typu/ stosowanych urządzeń technicznych; inny będzie wpływ w przypadku obserwacji gołym okiem niż przy stosowaniu lornet zaopatrzonych w odpowiednie filtry, jeszcze inny w przypadku posługiwania się noktowizorem czy aparaturą hydroakustyczną itd. Stacje radiolokacyjne są zupełnie niewrażliwe na wpływy zmian oświetlenia, czy temperatury, jednak nie zawsze działają sprawnie w przypadkach burz magnetycznych itd. Wynika stąd konieczność przeprowadzania wnikliwej oceny wpływu zmian warunków środowiska na działanie stosowanej aparatury.

Druga grupa warunków, wpływających na efektywność poszukiwania, dotyczy techniki obserwacji. Ilość parametrów, charakteryzujących tę stronę procesu poszukiwania, jest równie znaczna jak poprzednio, a ich wpływ na wyniki pomiaru

nie mniej istotne. Najogólniej rzecz biorąc, możemy zaliczyć do nich następujące parametry:

- dobór właściwej metody poszukiwania i wykrywania;
- niezawodność danej aparatury /techniczną, eksploatacyjną i
- poziom wyszkolenia obsługi w zakresie eksploatacji;
- stan fizyczny i psychiczny obsługi w momentach pomiaru danych z obserwacji itd.

Niezależnie od warunków naturalnych /otoczenia/ i technicznych, często poważny wpływ na wyniki pomiaru wywierają czynniki wprowadzane świadomie /lub nieświadomie/ przez przeciwnika /cel/. Do parametrów określających liczbowo możliwości celu w zakresie przeciwdziałań można zaliczyć:

- stopień zmniejszenia wymiarów obserwowanej części celu;
- zakłócenia widoczności celu, wywołane na drodze stosowania różnych środków maskowania biernego i czynnego itd.

Jak można więc zauważyć, wpływ parametrów powyższych trzech kategorii /jeśli ograniczymy się tylko do tej liczby/ na wyniki pomiarów jest na tyle poważny, że jego dominancie może, w pewnych warunkach, poważnie zniekształcić treść uzyskiwanych informacji lub nawet uniemożliwić ich odbiór. Z drugiej strony uwzględnienie wszystkich parametrów, określających warunki obserwacji i poszukiwania będzie z reguły niemożliwe, zarówno ze względu na ich olbrzymią ilość oraz brak właściwych danych liczbowych, jak również - trudności w określeniu współzależności między nimi, w postaci odpowiednich sformułowań analitycznych /np. w formie pewnych wzorów na wskaźniki syntetyczne, uogólniające wybrane grupy warunków/. Stąd też podjęcie decyzji w zakresie poszukiwania jest ściśle związane z uprzednim wyborem parametrów podstawowych, najistotniejszych dla zamierzonego działania. Uwzględniając tylko niektóre warunki, a pomijając inne /jakkolwiek oceniane jako drugorzędne/ świadomie wprowadzamy do obliczeń pewien stopień przybliżenia..

Rozpatrzmy tylko jedną cechę charakteryzującą działanie aparatury obserwacyjnej, a mianowicie dotyczącą struktury procesu napływu informacji. Z tego punktu widzenia, rozróżnia się dwa podstawowe podejścia:

1. proces obserwacji /śledzenia celu/ przebiega w sposób ciągły, tj. napływające informacje zapełniają każdy, dowolny przedział czasowy;
2. proces obserwacji /śledzenia celu/ przebiega w postaci dyskretnej, tj. ciągu impulsów, rozmieszczonych na osi czasu równomiernie lub nierównomiernie, lecz ze znaną częstością.

W pierwszym przypadku prawdopodobieństwo wykrycia celu w zamierzonym przedziale czasu od 0 do t wyniesie dla niezmiennych się warunków obserwacji:

$$P(t) = 1 - e^{-P_t t} \quad (5a)$$

dla zmieniających się warunków:

$$P(t) = 1 - e^{-\int_0^t P_t dt} = 1 - \exp\left[-\int_0^t P_t dt\right] \quad (5b)$$

gdzie symbolem  $P_t dt$  oznaczmy prawdopodobieństwo

wykrycia celu w ciągu elementarnego przedziału czasu.

W drugim przypadku prawdopodobieństwo wykrycia celu przynajmniej w jednym z n impulsów, wyniesie:

$$P(n) = 1 - (1 - p)^n \quad (6a)$$

jeśli  $p = \text{const}$  dla wszystkich n impulsów

lub:

$$P(n) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_i) \quad (6b)$$

gdzie  $P_i$  jest zmienne, tj. oznacza prawdopodobieństwo wykrycia celu w i - tym impulsie. Zakładamy przy tym, że zdarzenia "wykrycia celu" w każdym impulsie są wzajemnie niezależne. Prawdopodobieństwa  $P_1$  i  $P_2$  wyznaczamy zwykle na drodze doświadczeń /prób/, uwzględniając specyfikę warunków naturalnych i technicznych. Stąd też, dla każdej grupy warunków /kombinacji warunków/ wartości prawdopodobieństw będą kształtowały się odmiennie, a dokładność wyniku będzie zależała tylko od umiejętności wyboru najwłaściwszej ich kombinacji.

Należy zwrócić uwagę, że wzory 5a i 6a dotyczą wykrywania celu nieruchomego, a ponadto w przypadkach, gdy n i t są stosunkowo niewielkie, tj. w warunkach, gdy w procesie poszukiwania wielkości  $P_t$  i  $P_i$  nie zmieniają się w sposób zasadniczy. W przypadkach poszukiwań długotrwałych gdy  $P_t$  i  $P_i$  zmieniają się zasadniczo należy stosować wzory ogólniejsze, tj. 5b i 6b.

### 1.2.3. Optymalizacja wysiłku poszukiwania.

Pojęciem "optymalizacja wysiłku" obejmujemy całość działań analitycznych, zmierzających do znalezienia jak najlepszego rozwiązania /dla konkretnych warunków/ w zakresie podziału sił i środków, przeznaczonych do zrealizowania zamierzonego celu /zadania/. Przez podział sił i środków rozumiemy ustalenie składów ilościowych i jakościowych poszczególnych grup z punktu widzenia konkretnych zadań cząstkowych, przewidywanych do wykonania w określonych miejscach /rejonach, rubieżach/ i czasie. W procesie poszukiwania optymalizacja wysiłku obejmuje dokonanie takiego podziału sił i środków na poszczególne przestrzenie, który uwzględni ich możliwości zarówno z punktu widzenia kinematyk jak i warunków fizycznych /naturalnych i technicznych/. Istotnym jest, aby dokonany podział sił i środków poszukiwania, zapewniał osiągnięcie maksymalnego /w danych warunkach/ prawdopodobieństwa wykrywania celem; inaczej mówiąc aby "funkcja zamieru"<sup>x/</sup> działania uzyskała wartość maksymalną.

Aby narazie możliwie najprościej sformułować wspomnianą funkcję zamieru ograniczymy się do przestrzeni jednowymiarowej. Wprowadźmy następujące oznaczenia:

S - całkowity "koszt" wysiłku poszukiwania lub ogólny zakres potrzeb sił i środków dla zapewnienia ciągłości poszukiwania w danej przestrzeni;

s/x/- wysiłek lub zakres potrzeb sił i środków dla zapewnienia poszukiwania w przedziale elementarnym  $[x, x+dx/]$  przestrzeni poszukiwania;

c/x/ - "koszt" wysiłku poszukiwania w przedziale elementarnym  $[x, x+dx/]$  przestrzeni poszukiwania;

Całkowity wysiłek poszukiwania /lub potrzeby w tym zakresie, w danej przestrzeni można przedstawić następująco:

$$S = \int s/x/ c/x/ dx = \text{minimum} \text{ --- --- --- (7)}$$

przy założeniu, że  $s/x/ \geq 0$  i  $c/x/ \geq 0$

x/ W terminologii badań operacyjnych powszechnie używa się nazwy: "funkcja celu", mając na uwadze zamierzony efekt racjonalnego działania. W danym przypadku "cel" zastąpiliśmy słowem "zamiar" działania, aby nie mylić z celem, jako obiektem poszukiwania.

Poszukiwanie minimum wyrażenia /7/ wynika z reguły racjonalnego działania /racjonalnego "gospodarowania"/, prowadzącego do rozwiązań optymalnych.

Jednak z drugiej strony, dążymy do uzyskania, w tych warunkach, maksymalnego prawdopodobieństwa wykrycia celu. Jeśli więc oznaczymy przez:

$P_i(x)$  - prawdopodobieństwo wykrycia celu w przedziale elementarnym  $[x, x+dx]$  podczas 1 - tego impulsu;

$h(x)$  - funkcja określająca bieżące warunki naturalne i techniczne poszukiwania w przedziale  $[x, x+dx]$

to funkcję prawdopodobieństwa wykrycia celu w przedziale  $[x, x+dx]$  danej przestrzeni poszukiwania, przy wykorzystaniu z zamierzonego wysiłku  $s/x$ , możemy przedstawić następująco:

$$P[\bar{D}(x)] = \int P_i(x) \left[ 1 - e^{-h(x)D(x)} \right] dx = \max. \dots \dots (8)$$

Przedstawiając powyższe wzory w postaciach najogólniejszych pomijamy narazie szczegółowe sformułowanie pewnych funkcji złożonych, np.  $h/x$ ,  $s/x$ ,  $c/x$ , itp.

Spracowanie każdej z nich wymaga wprowadzenia dodatkowego aparatu badawczego /statystycznego, analitycznego itp/ i może stanowić oddzielny przedmiot rozważań, wkraczających niejednokrotnie do dziedzin nie związanych bezpośrednio z teorią poszukiwania.

ależ również zauważyć, że w przypadku rozpatrywania procesu poszukiwania w przestrzeni wielowymiarowej /np. dwu i trójwymiarowej/ należy poszczególne punkty tej przestrzeni /np. punkty  $x$  oraz  $dx$  rozpatrywanej przestrzeni jednowymiarowej/ określać przy pomocy odpowiednich współrzędnych. W związku z tym, zmieni się ogólna postać wzorów /7/ i /8/, a mianowicie, zwiększy się w nich ilość całek do dwóch, trzech itd, zależnie od rzędu wymiarowości danej przestrzeni.

## 2. Zarys kinematyki poszukiwania celu.

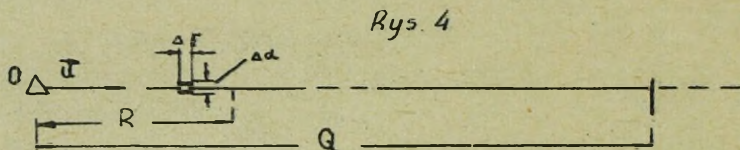
W rozdz. 1.2.1. wspomnieliśmy, że istnieją dwie metody podstawowe obliczania dość złożonych funkcji, wyznaczających prawdopodobieństwo wzajemnego położenia celu względem obserwatora. Metoda statystyczna jest z reguły bardzo złożona. Istnieją wprawdzie realne możliwości znacznego skrócenia czasu eksperymentowania na bardzo dużej liczbie

prób /rzędu kilkunastu czy kilkuset tysięcy, przy zastosowaniu t.zw. metody Monte Carlo/, jednak nie zawsze, będzie to praktycznie możliwe. Stąd też, ściślejsze sformułowanie funkcji /4/ odbywa się często na drodze teoretycznej. Zajmiemy się tym zagadnieniem bardziej szczegółowo.

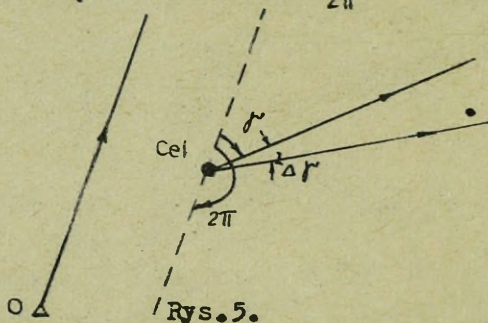
Jako podstawę do rozważań przyjmuje się pewne hipotezy określające charakter ruchu obserwatora i celu w danej przestrzeni poszukiwania oraz ich wzajemne położenie. Ponieważ z reguły poszukiwanie będzie dotyczyło celu /lub grupy celów/ konkretnych, zatem najczęściej niektóre parametry można przyjąć jako w pewnym stopniu znane. Do takich zmiennych niezależnych, występujących w toku formalizacji danego modelu poszukiwania, można m.in. zaliczyć: prędkość celu /samolotu, okrętu podwodnego czy nawodnego itd/, jego wielkość itp. Oczywiście, wielkości tych parametrów nie zawsze można określić jednoznacznie, częściej i łatwiej scharakteryzować je w postaci probabilistycznej. Podobnie przedstawia się sprawa położenia celu w przestrzeni poszukiwania. W większości zadań z dziedziny poszukiwania najczęściej można z określonej przestrzeni wydzielić pewien obszar, aby przyjąć hipotezę, że z dostatecznie dużym prawdopodobieństwem cel znajduje się na nim. Wartość tego prawdopodobieństwa zaliczymy do zmiennych niezależnych, natomiast jako niewiadome będą wielkości, charakteryzujące jego prędkość i kierunek ruchu, względnie obszar do którego zamierza się przesunąć. Aby uproszczyć formalizację modelu, można przyjąć hipotezę o równym prawdopodobieństwie położenia celu na wybranym obszarze oraz kierunku jego ruchu, np. w granicach od 0 do  $2\pi$ . W ten sposób, dla każdej zmiennej, określającej prędkość celu, można przyjąć pewne hipotetyczne rozkłady prawdopodobieństw charakteryzujące: odległość /R/ celu od obserwatora, kąt między kursem obserwatora i celu / $\theta$ / oraz azymut wektora  $\vec{R}$  tj.  $\alpha$ . Na tej drodze dojdziemy do sformułowania równomierne go rozkładu prawdopodobieństw przy danej prędkości celu. Rozkład ten posłuży z kolei do wyznaczenia gęstości prawdopodobieństwa występowania pewnych zdarzeń w postaci niektórych elementów geometrycznych charakteryzujących ruch celu

zgodnie z przyjętymi hipotezami, a mianowicie:

1. Jeśli przyjęto hipotezę, że istnieje równe prawdopodobieństwo znajdowania się celu w dowolnym punkcie obszaru  $Q$  wydzielonego z ogólnej przestrzeni poszukiwania, to wartość tego prawdopodobieństwa wyniesie:  $\frac{RdRd\alpha}{Q}$  jeśli rozpatrywać to zadanie w przestrzeni jednowymiarowej w której  $RdRd\alpha$  będzie obszarem elementarnym na której cel może się znajdować /rys.4/.



2. Jeśli przyjęto hipotezę, że istnieje równe prawdopodobieństwo przesuwania się celu w dowolnym kierunku, lecz np. w granicach od  $0$  do  $2\pi$  to wartość prawdopodobieństwa, że kąt  $\gamma$  między kursami obserwatora i celu zmieni się o wielkość  $d\gamma$ , wyniesie:  $\frac{d\gamma}{2\pi}$  /rys.5/.



3. Powyższe hipotezy /punkty 1 i 2/ dotyczą zdarzeń wzajemnie niezależnych: położenie celu w przestrzeni nie zależy bowiem od kierunku jego ruchu i odwrotnie. A zatem, aby obliczyć prawdopodobieństwo łączne, że cel znajduje się w granicach przestrzeni elementarnej  $RdRd\alpha$  i przesuwa się w kierunku  $\gamma + d\gamma$  względem kierunku obserwatora, należy zastosować twierdzenie o mnożeniu prawdopodobieństw. Prawdopodobieństwo łączne wystąpienia obu zdarzeń w ujęciu elementarnym, wyniesie:

$$f(\gamma, R, \alpha) dR d\alpha = \frac{RdRd\alpha}{2\pi} \cdot \frac{d\gamma}{Q}, \dots \dots \dots (9)$$

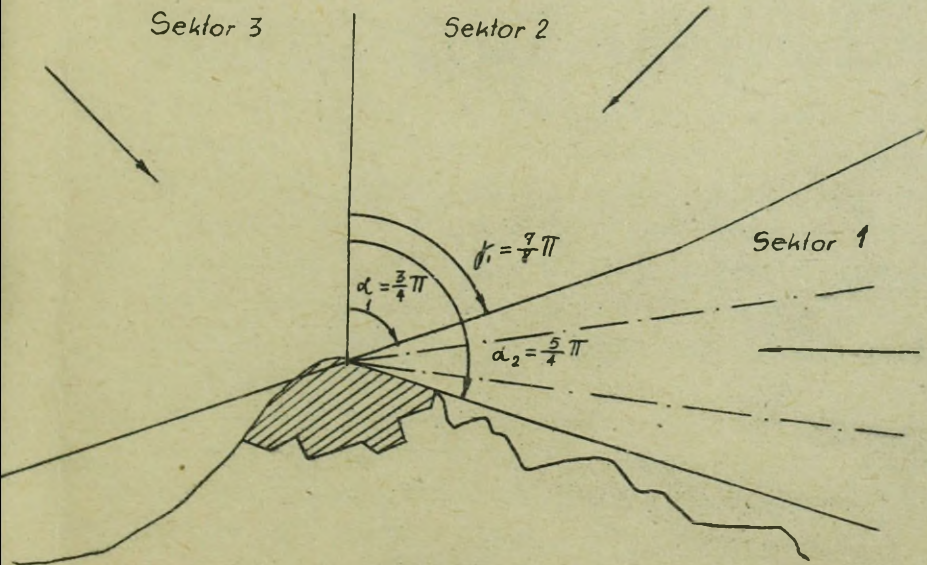
a stąd, poszukiwana gęstość tego prawdopodobieństwa:

$$f(r, R, \alpha) = \frac{R}{2\pi Q} \dots \dots \dots (10)$$

4. Hipoteza o znanej a priori prędkości celu pozwala przejść do obliczenia prawdopodobieństwa łącznego, dotyczącego zdarzenia, obejmującego wszystkie powyższe elementy geometryczne ruchu celu / p-ty 1,2,3/, który znajduje się między pewną sytuacją "1" i "2". Jeśli założymy, że  $r_2 > r_1$ ,  $R_2 > R_1$  oraz  $\alpha_2 > \alpha_1$ , to, korzystając z wzoru ogólnego /4/, możemy to prawdopodobieństwo obliczyć z wzoru:

$$P(r_2 > r \geq r_1; R_2 > R \geq R_1; \alpha_2 > \alpha \geq \alpha_1) = \frac{1}{2\pi Q} \int_{r_1}^{r_2} \int_{R_1}^{R_2} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} R dR d\alpha dr$$

Przykład: W ramach systemu obrony pewnej bazy morskiej prowadzi się obserwację określonej części akwenu morskiego o powierzchni 15.000 km<sup>2</sup> w celu wykrywania środków rozpoczęcia nawodnego przeciwnika. Uwzględniając kierunki zagrożenia oraz dotychczasową aktywność przeciwnika na tych kierunkach, obserwowany obszar podzielono na trzy sektory o różnej powierzchni /rys.6/.



Rys.6.

Przyjęto, że w każdym sektorze działa stale przynajmniej jeden środek rozpoznania przeciwnika, lecz ich położenie i kierunki ruchu nie są znane. Dokonać podziału własnych środków obserwacji na każdy z tych sektorów, z punktu widzenia prawdopodobieństwa, że cele znajdują się na obszarach:

Sektor	$R_1$ km	$R_2$ km	$\alpha_{n_1}$	$\alpha_{n_2}$	kurs celu $\gamma$
I	0	60	$3/4\pi$	$5/4\pi$	$7/8\pi < \gamma < 9/8\pi$
II	0	60	0	$3/4\pi$	$1/8\pi < \gamma < 5/8\pi$
III	0	60	$\frac{11}{4}\pi$	$4\pi$	$\frac{23}{8}\pi < \gamma < \frac{31}{8}\pi$

Przyjęto, że wektor prędkości obserwatora działającego w każdym sektorze jest zorientowany na północ.

Rozwiązanie: Stosując wzór /11/ obliczymy prawdopodobieństwa znajdowania się celu w każdym sektorze.

Sektor 1.

$$\begin{aligned}
 P / \frac{9}{8}\pi > \gamma > \frac{7}{8}\pi; 50 > R_1 > 0; \frac{5}{4}\pi > \alpha_1 > \frac{3}{4}\pi / &= \\
 = \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 000} \int_{\frac{7}{8}\pi}^{\frac{9}{8}\pi} d\gamma_1 \int_0^{60} r_1 dr_1 \int_{\frac{3}{4}\pi}^{\frac{5}{4}\pi} d\alpha_1 &= \\
 = \frac{1}{94200} / \frac{9}{8}\pi - \frac{7}{8}\pi / \frac{3600}{2} / \frac{5}{4}\pi - \frac{3}{4}\pi / &\approx 0,02
 \end{aligned}$$

Sektor 2.

$$\begin{aligned}
 P / \frac{5}{8}\pi > \gamma > \frac{1}{8}\pi; 60 > R_2 > 0; \frac{3}{4}\pi > \alpha_2 > 0 / &= \\
 = \frac{1}{6 \cdot 28 \cdot 15 \cdot 000} \int_{\frac{1}{8}\pi}^{\frac{5}{8}\pi} d\gamma_2 \int_0^{60} r_2 dr_2 \int_0^{\frac{3}{4}\pi} d\alpha_2 &= \\
 = \frac{1}{94200} / \frac{5}{8}\pi - \frac{1}{8}\pi / \frac{3600}{2} \cdot \frac{3}{4}\pi &\approx 0,07
 \end{aligned}$$

Sektor 3.

$$\begin{aligned}
 P / \frac{31}{8}\pi > \gamma > \frac{23}{8}\pi; 60 > R_3 > 0; 4\pi > \alpha_3 > \frac{11}{4}\pi / &= \\
 = \frac{1}{6 \cdot 28 \cdot 15 \cdot 000} \int_{\frac{23}{8}\pi}^{\frac{31}{8}\pi} d\gamma_3 \int_0^{60} r_3 dr_3 \int_{\frac{11}{4}\pi}^{4\pi} d\alpha_3 &= \\
 = \frac{1}{94200} / \frac{31}{8}\pi - \frac{23}{8}\pi / \frac{3600}{2} / 4\pi - \frac{11}{4}\pi / &= 0,24.
 \end{aligned}$$

Podział środków obserwacji należy dokonać w stosunku 2 : 7 : 24.

Powyższe prawdopodobieństwa można również interpretować w ten sposób, że jeśli na danym obszarze  $D = 15000$  km kw. działa większa ilość celi, to w każdym sektorze będzie znajdowało się odpowiednio: 2%, 7% i 24%.

### 2.1. Podstawowe typy zagadnień kinetyki poszukiwania

W poprzednim rozdziale rozpatrzone stosunkowo wąskie zagadnienie, gdyż dotyczyło ono jedynie wyznaczenia prawdopodobieństwa znajdowania się celu na danym obszarze poszukiwania. Dla procesu poszukiwania istotnym jest jednak uzyskanie kontaktu z celem.

W związku z tym można wyróżnić trzy główne typy zagadnień /zadań/ rozwiązywanych w oparciu o podstawy kinetyki poszukiwania.

1. Wyznaczenie liczby celów, które znajdują się w danym obszarze w ciągu jednostki czasu.
2. Wyznaczenie liczby celów znajdujących się w danym obszarze /w ciągu jednostki czasu/ i działających na kącie kursowy obserwatora.
3. Wyznaczenie prawdopodobieństw wejścia celu do danego obszaru poszukiwania.

Rozwiązywanie wynikających stąd zadań wymaga uprzedniego wprowadzenia szeregu założeń umożliwiających sformalizowanie modelu poszukiwania. Niektóre z tych założeń były już uwzględnione w poprzednich rozważaniach, a mianowicie:

- a/ utrzymujemy w mocy założenie ogólne: w każdym momencie czasu działania obserwatora rozmieszczenia celów w przestrzeni poszukiwania odpowiada równomiernemu rozkładowi prawdopodobieństw;
- b/ wprowadzimy ponadto: obserwator znajduje się w środku obszaru kształtu koła o promieniu  $r$ ; oraz
- c/ w toku poszukiwania w tym obszarze obserwator może wykryć cel, bądź cel może wykryć obserwatora.

Kolejno rozpatrzmy wspomniane trzy typy zagadnień:

2.1.1. Wyznaczenie liczby celów na powierzchni koła o promieniu r.

Przyjmijmy, że istnieją informacje pozwalające określić ogólną liczbę M celów znajdujących się w pewnym okresie na określonej przestrzeni poszukiwania. /np. przestrzeni dwuwymiarowej/; stąd, na jednostkę powierzchni poszukiwania przypadnie  $M/Q = m$  celów

a na powierzchni koła o promieniu r /w jednostce czasu/  
 $n = \pi r^2 m$  Ponieważ obserwator i cele znajdują się w ruchu z właściwymi sobie prędkościami /u, v/, zatem uwzględniając te wielkości ilość celów wyniesie:

$$n = \frac{4rm}{\pi} (v+u) E(k; \frac{\pi}{2}) \text{ --- (12)}$$

/pomijamy przy tym dość złożony tok postępowania doprowadzający do tego wzoru/; gdzie  $E(k; \frac{\pi}{2})$  / jest ośką eliptyczną drugiego rodzaju, w której:

$$k = \sin \varphi = \frac{2\sqrt{v \cdot u}}{v+u} \text{ --- (13)}$$

Przykład 1. Na pewnej części akwenu morskiego o powierzchni  $Q = 15000 \text{ km}^2$  znajduje się  $M=30$  celów nawodnych, rozmieszczonych w sposób przypadkowy i pływających w różnych kierunkach z prędkością  $v = 20 \text{ km/godz.}$

Prędkość obserwatora wynosi  $u = 30 \text{ km/godz.}$  Obliczyć ile celów znajdzie się w ciągu 1 godziny na obszarze działania obserwatora w promieniu  $r = 30 \text{ km.}$

Rozwiązanie:

1. Na jednostkę powierzchni wydzielonej części akwenu przypada:  $m = M/Q = 30/15000 = 0,002 \text{ celu/km}^2$ .

2. Z wzoru /13/ obliczamy współczynnik k:

$$k = \frac{2\sqrt{20 \cdot 30}}{20+30} = \frac{49}{50} = 0,98.$$

3. Stąd, wielkość kąta  $\alpha$ :

$$\alpha = \text{Arc Sin } 0,98 \approx 79^\circ.$$

4. Z odpowiedniej tabeli<sup>x/</sup> wybieramy dla  $\alpha = 79^\circ$  wartość ośki eliptycznej drugiego rodzaju:

$$E = \frac{\pi}{2k}; \frac{\pi}{2} = 1,0468.$$

x/ Np. I. Bronsztajn, K. Siemiendiajew: Poradnik encyklopedyczny z matematyki PWN 1959, str.93

3. Stosując wzór /12/ obliczamy liczbę celów występujących w ciągu godziny na obszarze  $r = 30$  km, a mianowicie:

$$n = \frac{4 \cdot 30 \cdot 0,002}{3,14} / 20+30 / \cdot 1,0468 \approx 4,19.$$

Przykład:2. - treść jak w przykładzie poprzednim z tym, że obserwator płynie z prędkością 10 km/godz. Ile celów przepłynie w ciągu godziny przez obszar o promieniu  $r = 30$  km<sup>2</sup>.

Rozwiązanie:

1. Współczynnik

$$k = \frac{2\sqrt{20 \cdot 10}}{20+10} \approx \frac{28}{30} \approx 0,81$$

2. Wielkość kąta :

$$\alpha = \text{arc Sin } 0,81 \approx 54^\circ$$

3. Dla  $\alpha = 54^\circ$  wartość całki eliptycznej drugiego rodzaju wyniesie:

$$E / k, \frac{\pi}{2} = 1,2681.$$

4. Stosując wzór /12/, otrzymamy:

$$n = \frac{4 \cdot 30 \cdot 0,002}{3,14} / 20+10 / \cdot 1,2681 \approx 3,05$$

Analogicznie, rozpatrując przypadek, gdy prędkość obserwatora jest bardzo mała w stosunku do prędkości celu  $v = 20$  km/godz,  $u = 1$  km/godz/, otrzymamy:

$$k = \frac{2\sqrt{20}}{21} \approx 0,21$$

czyli  $\alpha = \text{arc Sin } 0,21 \approx 12^\circ$

stad dla  $\alpha = 12^\circ$ , otrzymamy:

$$E / k, \frac{\pi}{2} = 1,5537,$$

zatem:

$$n = \frac{4 \cdot 30 \cdot 0,002}{3,14} \cdot 21 \cdot 1,5537 = 2,62.$$

2.1.2. Wyznaczenie liczby celów na powierzchni koła o promieniu  $r$  i danym kursie obserwatora w ciągu jednostki czasu.

Założenia podstawowe oraz warunki zadania - jak w rozdz. 2.1.1. Ograniczeniem będzie określony /a nie dowolny,

jak poprzednio/ kurs obserwatora. Zagadnienie sprowadzi się więc do wyznaczenia wartości  $n$  w granicach  $[\alpha, \alpha + d\alpha]$  w ciągu jednostki czasu.

Cele mają wejść w obszar obserwatora pod różnymi kątami kursowymi, a zatem ich liczba  $/n/$  zależy od stosunku prędkości celu do prędkości obserwatora, czyli  $u/v$ . W związku z tym wystąpią dwa przypadki:

1. gdy  $u \leq v$  oraz
2. gdy  $u > v$

Później jak przy sformułowaniu wzoru /12/, pominie-my tok analizy i przedstawimy tylko wyniki końcowe.

Przypadek 1. Prędkość obserwatora jest mniejsza lub równa prędkości celu ( $u \leq v$ )

Ilość celów, która znajdzie się w ciągu jednostki czasu na kącie kursowym obserwatora, wyniesie:

$$n(\alpha) = \frac{m r}{\pi} \left[ u \arccos\left(-\frac{u}{v} \cos \alpha\right) \cos \alpha + \sqrt{v^2 - u^2} \cdot \cos^2 \alpha \right]$$

Przykład 3. Dane:  $r = 30$  km;  $u = 20$  km/godz;  
 $v = 30$  km/godz;  $\alpha = 30^\circ$ ;  $m = 25$  celów. Obliczyć ilość celów jaka znajdzie się w obszarze obserwatora na danym kącie kursowym.

$$n / \alpha / = \frac{25 \cdot 30}{3.14} \left[ 20 \cdot \arccos \left[ -\frac{20}{30} \cos 30^\circ \right] \cos 30^\circ + \sqrt{30^2 - 20^2} \cdot \cos^2 30^\circ \right]$$

Ponieważ:

$$20 \cdot \arccos \left[ -0,667 \cos 30^\circ \right] \cdot \cos 30^\circ =$$

Przypadek 2. Prędkość obserwatora jest większa od prędkości celu.

Ponieważ liczba celów, która w ciągu jednostki czasu może wejść do obszaru obserwatora na jego kącie kursowym, zależy od stosunku prędkości celu do prędkości obserwatora, mają wystąpić następujące przypadki szczególne:

Przypadek 2a: gdy wielkość kąta kursowego obserwatora będzie zawarta w przedziale:

$$-\arccos \frac{v}{u} \leq \alpha < \arccos \frac{v}{u} \quad \text{--- (15)}$$

wtedy ilość celów wyniesie:

$$n / \alpha / = m r u \cdot \cos \alpha \quad \text{--- (16)}$$

Przypadek 2b: gdy wielkość kąta kursowego obserwatora będzie zawarta w przedziałach:

$$-\arccos\left(-\frac{v}{u}\right) \leq \alpha < -\arccos\frac{v}{u} \quad (17)$$

lub

$$\arccos\frac{v}{u} \leq \alpha < \arccos\left(-\frac{v}{u}\right) \quad (18)$$

wtedy ilość celów wyniesie:

$$n(\alpha) = \frac{mr}{\pi} \left[ u \cdot \arccos\left(-\frac{v}{u} \cdot \cos \alpha\right) \cos \alpha + \sqrt{v^2 + u^2 \cos^2 \alpha} \right]$$

Przypadek 2c: gdy wielkość kąta kursowego:

$$\alpha < -\arccos\left(-\frac{v}{u}\right) \quad (20)$$

lub;

$$\alpha \geq \arccos\left(-\frac{v}{u}\right) \quad (21)$$

wtedy:

$$n(\alpha) = 0$$

Oznacza to, że w przypadku szczególnym 2c, żaden cel nie wejdzie do strefy obserwatora /o promieniu r/ znajdującego się na kącie kursowym w przedziale  $(\alpha, \alpha + d\alpha)$

Przykład 4. Dane:  $m = 0,002$  celu na  $\text{km}^2$ ,

$r = 30$  km,  $u = 30$  km/godz,  $v = 10$  km/godz,

$\alpha = 30^\circ$ . Obliczyć ilość celów, które w ciągu godziny znajdą się na obszarze obserwatora.

1. Sprawdzamy, który przypadek szczególny tu występuje, czyli:

$$\arccos\frac{v}{u} = \arccos\frac{10}{30} \approx 71^\circ$$

2. Ponieważ  $v > u$  oraz  $\alpha < \arccos\frac{v}{u}$  stosujemy wzór /16/; czyli ilość celów  $n/30^\circ$  wyniesie:

$$\begin{aligned} n/30^\circ &= m r u \cdot \cos \alpha = 0,002 \cdot 30 \cdot 30 \cdot 0,867 = \\ &= 1,56. \end{aligned}$$

2.1.3. Określenie prawdopodobieństwa wejścia celu do obszaru obserwatora /bez uwzględnienia kierunku ruchu celu/.

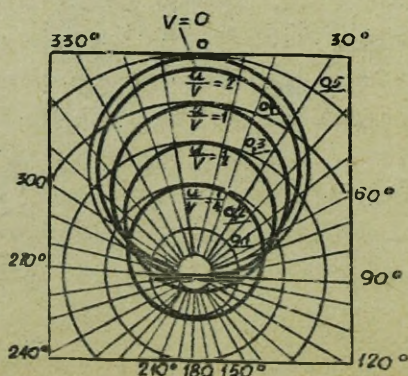
Na podstawie rozważań w § 2.1.1. i 2.1.2., a w szczególności - biorąc pod uwagę wzory /12/, /14/, /16/ i /19/ można wyznaczyć gęstość rozkładu prawdopodobieństwa liczby celów, które wejdą do obszaru obserwatora pod różnymi kątami kursowymi.

Jeśli przyjmiemy, że  $n$  oznacza wartość oczekiwaną liczby wszystkich celów, które w ciągu jednostki czasu wejdą do obszaru obserwatora pod dowolnym kątem kursowym, to gęstość rozkładu prawdopodobieństw będzie równa ilorazowi wartości oczekiwanej liczby celów wchodzących do tego obszaru pod kątem  $\alpha$  do wartości oczekiwanej wszystkich celów wchodzących do tego obszaru, czyli:

$$\varphi(\alpha) = \frac{n(\alpha)}{n} = \frac{\pi n(\alpha)}{4\pi m(u+v)E(k; \frac{\pi}{2})} \quad \text{--- --- --- (22)}$$

Gęstość rozkładu prawdopodobieństw zależy od wartości  $n/d$ , czyli od stosunku prędkości obserwatora do prędkości celu, a ponadto od wartości kąta kursowego obserwatora. Stąd, zależnie od charakteru przypadku, wprowadzamy do wzoru /22/ wartość  $n/d$  obliczoną z wzoru /14/, /16/ lub /19/.

Zależność wartości  $\varphi/d$  od różnych wielkości  $u/v$  oraz  $d$  przedstawiono na rys.7 Na siatkę wkładającą się z układu kątów kursowych /co  $10^\circ$ / oraz skali kołowej dla  $\varphi(\alpha)$  co 0.1 /tj od zera do 0,5/, wrysowano liniami pogrubionymi miejsca geometryczne punktów określających wartość  $\varphi/d$  dla różnych wielkości  $u/v$  /1/4, 1/2, 1 i 2/.



Na podstawie obliczanej gęstości prawdopodobieństw rozkładu celów można obliczyć prawdopodobieństwo, że cel znajdzie się w obszarze obserwatora na jego kącie kursowym w przedziale  $|\alpha_1|; |\alpha_2|$ , czyli  $\alpha_1 \leq d \leq \alpha_2$ , a mianowicie:

$$P(\alpha_1 \leq d \leq \alpha_2) = \frac{\pi}{4rm} \frac{1}{(u+v)E(k; \frac{\pi}{2})} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} n(\alpha) d\alpha \quad (23)$$

W przypadku 2a, rozdz. 2.1.2. tj. gdy  $d > v$  a kąt kursowy obserwatora znajduje się w przedziale określonym przez /15/, czyli

$$- \arccos \frac{v}{u} \leq d \leq \arccos \frac{v}{u}$$

wtedy, określając  $n/\alpha$  z wzoru /16/, otrzymamy:

$$P(\alpha_1 \leq d \leq \alpha_2) = \frac{\pi}{4rm} \frac{rmu}{(u+v)E(k; \frac{\pi}{2})} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \cos \alpha d\alpha =$$

$$= \frac{\pi}{4} \frac{u}{(u+v)E(k; \frac{\pi}{2})} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \cos \alpha d\alpha \quad (24)$$

Przykład 5. Treść jak w przykładzie 4. Obliczyć prawdopodobieństwo wejścia celu do obszaru obserwatora w ciągu godziny, jeśli kąt kursowy znajduje się w przedziale

$$\alpha_1 = -30^\circ; \alpha_2 = +30^\circ$$

Korzystając z wzoru /24/, otrzymamy:

$$P(-30^\circ \leq d \leq 30^\circ) = \frac{3,14 \cdot 30}{4(30+10) \cdot E(k; \frac{\pi}{2})} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \cos \alpha d\alpha$$

Wartość funkcji  $E(k; \frac{\pi}{2})$  / wyznaczamy analogicznie jak w przykładzie 1. Czyli:

$$k = \frac{2\sqrt{30 \cdot 10}}{30+10} = \frac{24,6}{70} = 0,49$$

stąd:  $\alpha = \arcsin 0,49 \approx 30^\circ$

zatem:  $E(k; \frac{\pi}{2}) = 1,6858$ .

Prawdopodobieństwo wejścia celu do obszaru obserwatora wynosi:

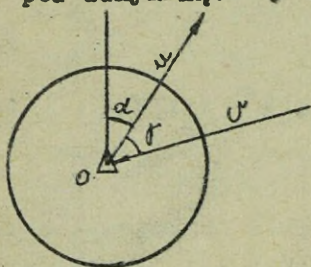
$$P(-30^\circ \leq d \leq 30^\circ) = \frac{3,14 \cdot 30}{160 \cdot 1,6858} = 0,31$$

co można również interpretować następująco: w ciągu godziny wejdzie do strefy obserwatora 31% wszystkich celów znajdujących się na danym obszarze.

x x x

Zagadnienie poszukiwania celu, którego rozwiązanie wyraża wzór /24/ można przedstawić również w innej postaci. Zakładając, że obserwator przesuwa się pod kątem kursowym  $d$ , określić prawdopodobieństwo wejścia celu do jego obszaru

pod danym kątem  $\gamma$  względem tego kursu /rys.8/.



Rys.8.

Analogicznie jak rozdz.2.1.2. poszukiwane prawdopodobieństwo zależy od wielkości stosunku prędkości obserwatora do prędkości celu. W związku z tym można wydzielić dwa przypadki.

1. gdy  $u \leq v$  oraz
2. gdy  $u > v$

Pomijając tok analizy, przedstawimy tylko jej wyniki końcowe.

Przypadek 1. Prędkość obserwatora jest mniejsza lub równa prędkości celu / $u \leq v$ /.

Prawdopodobieństwo wejścia celu w ciągu godziny do obszaru obserwatora pod kątem  $\gamma$  względem kursu pod kątem  $\alpha$  wyniesie:

$$P_{\alpha}(\gamma) = \frac{\cos \alpha - \frac{v}{u} \cos(\gamma - \alpha)}{2 \left[ \arccos \left( -\frac{v}{u} \cos \alpha \right) \cos \alpha + \sqrt{\frac{v^2}{u^2} - \cos^2 \alpha} \right]} \quad (25)$$

gdy  $\alpha$  znajdzie się w przedziałach:

$$\arccos \left( \frac{v}{u} \right) \leq \alpha < -\arccos \cos \frac{v}{u} \quad (26)$$

lub:

$$-\arccos \left( -\frac{v}{u} \right) \leq \alpha < -\arccos \cos \frac{v}{u} \quad (27)$$

Przypadek 2: Prędkość obserwatora jest większa od prędkości

$$\text{celu } /u > v/. \quad P_{\alpha}(\gamma) = \frac{1}{2\pi} \left[ 1 - \frac{v}{u} \frac{\cos(\gamma - \alpha)}{\cos \alpha} \right] \quad (28)$$

gdy  $\alpha$  znajdzie się w przedziale:

$$-\arccos \cos \frac{v}{u} \leq \alpha < \arccos \cos \frac{v}{u} \quad (29)$$

Ponadto w tym przypadku może zaistnieć sytuacja, że  $P_{\alpha}(\gamma) = 0$  t.j. cel nie wejdzie do obszaru obserwatora. Nastąpi to wtedy, gdy

$$\alpha < -\arccos \left( -\frac{v}{u} \right) \quad (30)$$

lub

$$\alpha > \arccos \left( -\frac{v}{u} \right) \quad (31)$$

Przykład 6. Treść - jak w przykładzie 4.

Obliczyć prawdopodobieństwo wejścia celu do obszaru obserwatora pod kątem  $\gamma = 70^{\circ}$  względem  $\alpha = 30^{\circ}$ .

Ponieważ  $u > u'$  oraz

$$d < \arccos \left( \frac{u'}{u} \right) = \arccos \frac{10}{30} \approx 71^\circ$$

czyli zachodzi przypadek 2 /wzór 29/, zatem korzystając z wzoru /28/, otrzymamy:

$$P_{30^\circ}(60^\circ) = \frac{1}{6,28} \left[ 1 - \frac{10}{30} \frac{\cos(70^\circ - 30^\circ)}{\cos 30^\circ} \right] = 0,11$$

2.1.4. Określenie prawdopodobieństwa wejścia celu do obszaru obserwatora /z uwzględnieniem kierunku ruchu celu/.

Rozpatrując zagadnienia wyznaczania prawdopodobieństw wejścia celu do obszaru obserwatora zakładając, że cele rozłożone są równomiernie w całym obszarze poszukiwania, ich prędkości są znane, a kierunki ruchu pomijając jako nieistotne. Chodzić bowiem tylko o to, aby określić prawdopodobieństwo kontaktu z celem w obszarze obserwacji w ciągu jednostki czasu.

Obecnie rozwiniemy powyższe zagadnienie wprowadzając dodatkowo założenia odnośnie jednoczynnego określenia położenia celu względem obserwatora na obszarze poszukiwania, czyli wielkości  $R$  oraz  $\alpha$  w danym momencie; nie jest natomiast znany kierunek ruchu celu.

Zagadnienie sprowadzi się do wyznaczenia prawdopodobieństwa wejścia celu do obszaru obserwatora, czyli  $P(\alpha, R)$  z uwzględnieniem sektora możliwych kursów celu.

Jak wynika z rozważań w rozdz. 1.2.1., cel znajdujący się na kącie kursowym  $\alpha$  względem prostej  $R$  łączącej w danym momencie obserwatora i cel  $R > r$ , wejdzie do obserwowanego obszaru tylko wtedy, gdy wektor  $\vec{w}$  prędkości względnej celu jest zwrócony w kierunku tego obszaru /tj. koła o promieniu  $r$ /. Obliczenie poszukiwanego prawdopodobieństwa wymaga uprzedniego wyznaczenia wielkości  $\gamma$  / $R, \alpha$ / obszaru, który obejmie wszystkie kąty  $\gamma$ , tj. wszystkie różnice między kątami kursów celu przy których jego wektor prędkości względnej  $\vec{w}$  jest skierowany wewnątrz obszaru o promieniu  $r$ .

Prawdopodobieństwo wejścia celu do tego obszaru wyniesie:

$$P(\alpha, R) = \frac{\gamma(R, \alpha)}{2\pi} \text{ ----- (32)}$$

Wyznaczenie wielkości  $R, \alpha$  metodą analityczną jest dość uciążliwe, natomiast o wiele łatwiej i szybciej określić ją graficznie. Sposób ten przedstawiono na rys.9. dla trzech różnych przypadków, wynikających z położenia celu względem obserwatora oraz stosunku ich prędkości.

Elementy wspólne dla tych przypadków będą:

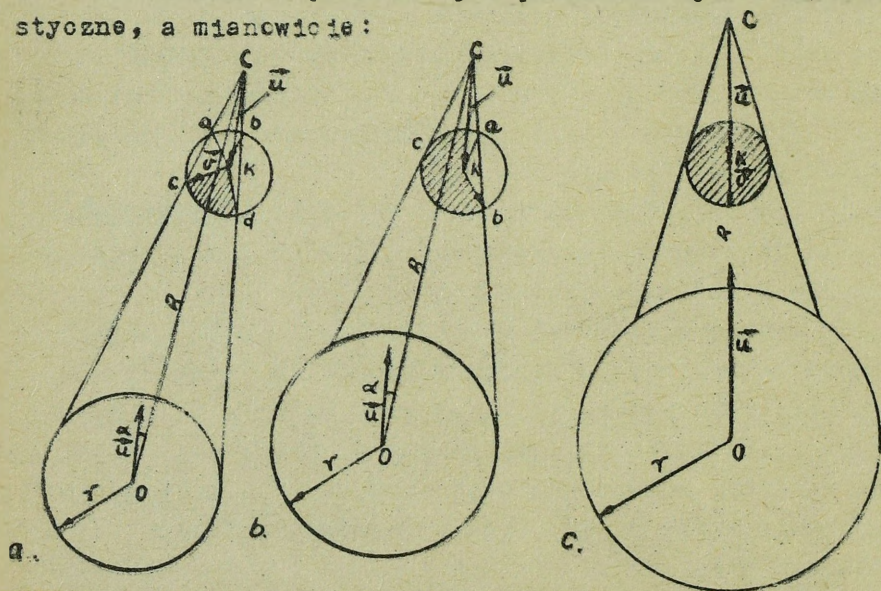
1/ z oznaczonego punktu C, położenia obserwatora w danym momencie czasu, rysujemy:

- koło o promieniu r odpowiadającemu zasięgowi obserwacji;
- wektor prędkości obserwatora  $\vec{u}$ ;
- pod kątem  $\alpha$  do wektora  $\vec{u}$  - odcinek prostej  $R = CC$  odpowiadający odległości obserwatora do celu.

2. Z punktu C w kierunku przeciwnym do  $\vec{u}$  wrysowuje się odcinek CK równy modułowi wektora  $\vec{u}$ .

3. Z punktu K rysuje się okrąg koła o promieniu równym modułowi wektora prędkości celu  $\vec{v}$ .

Wynika stąd, że zależnie od położenia celu i stosunku  $u$  do  $v$  można z punktu C przeprowadzić tylko określone styczne, a mianowicie:



W przypadkach, gdy wektor prędkości względnej celu  $\vec{w}$  /odpowiadający wektorowi kursu celu  $\vec{r}$ / jest zwrócony w kierunku obszaru obserwatora wtedy przeprowadza się styczne do koła o promieniu r /rys.9a/ bądź, jeśli jest to niemożliwe - po jednej do każdego z obu kół /rys.9b/. W ten sposób w kole



Obliczenie sektora prędkości względnych celu  $\vec{w}$ .

$$\varphi(R, \alpha) = \arctan b = 163^\circ = 0,91\pi$$

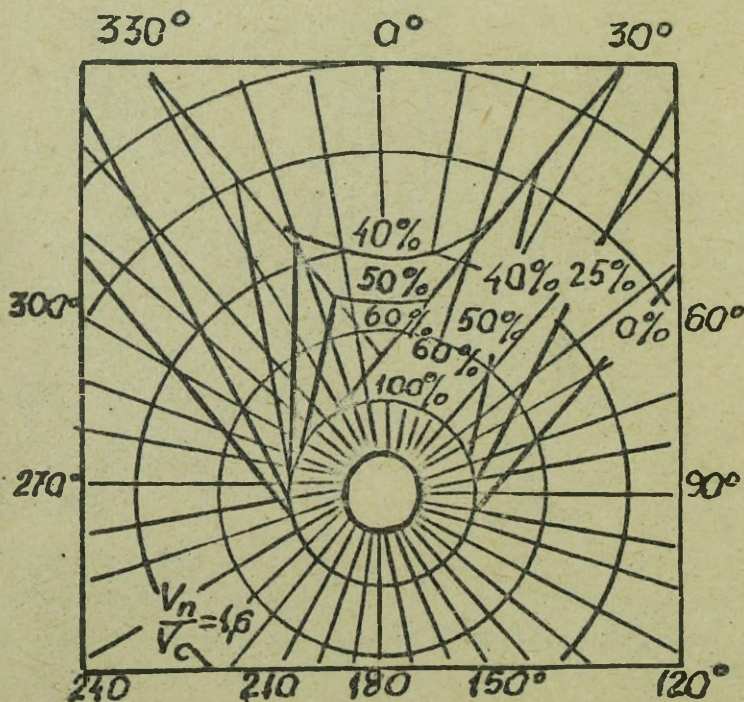
Z wzoru /32/ wyznaczamy

$$P(\alpha, R) = \frac{\varphi(R, \alpha)}{2\pi} = \frac{0,91\pi}{2\pi} = 0,46$$

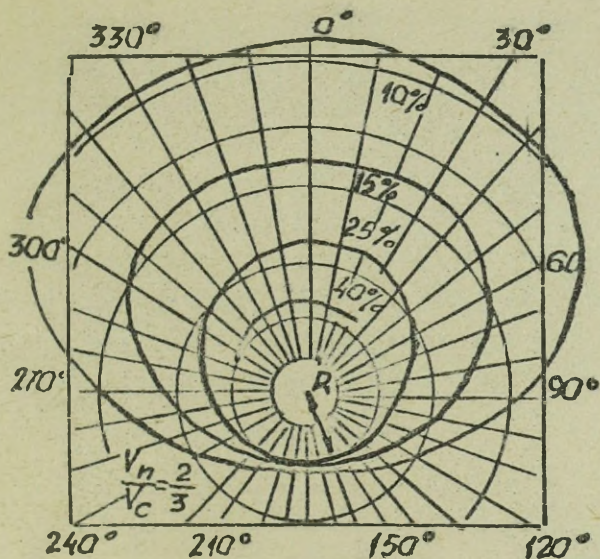
x x x

W oparciu o powyższe rozważania można wykonać dla celów praktycznych odpowiednie nomogramy, przyspieszające tok obliczeń. Zakładając, że na obszarze poszukiwania cele są rozmieszczone równomiernie, oraz przyjmując różne stosunki prędkości obserwatora do celu można narysować siatkę składającą się z układu kątów kursowych  $\alpha$  i skali odległości R na którą wprowadzić odpowiednie krzywe równych prawdopodobieństw  $P(\alpha, r)$  wejścia celu do obszaru obserwacji.

Na rys.11 przedstawiono przykładowo linie równych prawdopodobieństw /w %/ dla stosunku  $u/v = 1\frac{3}{5}$ , a na rys.12  $u/v = 2/3$ .



Rys 11



Rys. 12

x x x

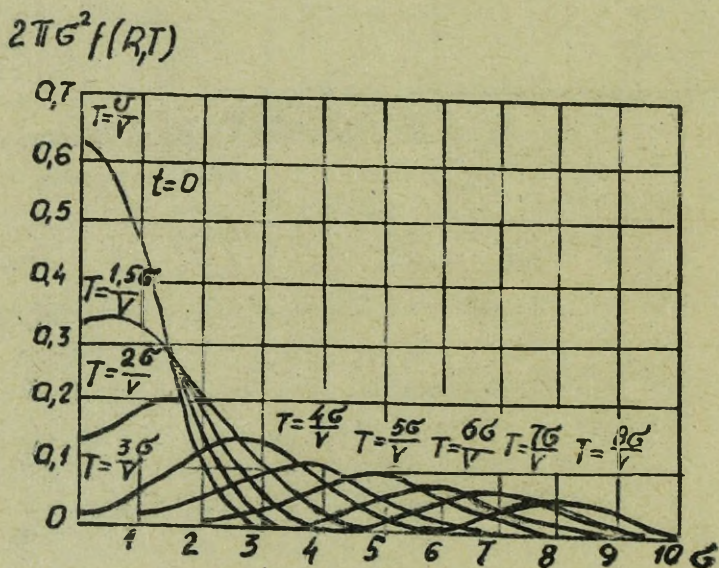
Założenie o równomierności rozmieszczenia celów na obszarze poszukiwania jest pewnym uproszczeniem, które w praktyce będzie rzadko występowało. Należy liczyć się z możliwością, że rozmieszczenie celów w poszczególnych okresach czasu będzie podporządkowane różnym rozkładom prawdopodobieństw, a nie tylko prawu rozkładu normalnego.

Rozpatrzmy następujący przypadek. W wyniku akcji, w pewnym momencie obserwator wykrył cel i określił jego położenie, popełniając przy tym błąd podlegający pewnemu prawu rozkładu (normalnego, eliptycznego, kołowego itp.). Przyjmijmy, że w momencie  $t$  kontakt z celem utracony i przez okres  $t + at$  ( $a > 1$ ) nie prowadzono obserwacji. Można więc przewidywać, że cel przesunął się z prędkością  $v$  w nieznanym kierunku, a tym samym wystąpiło kolejne zadanie wyznaczenia nowego rozkładu  $f(R, t + at)$ , tj. na okres utraty kontaktu. Jeśli wiadomo, że pierwotny błąd w ocenie położenia jest podporządkowany prawu rozkładu normalnego kołowego z odchyleniem standardowym  $\sigma$ , to nowy rozkład można wyrazić następująco:

$$f(R, t + at) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{R^2 + v^2 t^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{Rvt}{\sigma^2}\right) \quad (33)$$

przy czym  $T = T + at$ , natomiast  $I_0 / \frac{Rv T}{G^2}$  jest funkcją Bessela rzędu zerowego o argumentie urojonym<sup>x/</sup>. Korzystając z wzoru /33/ na rys.13 przedstawiono układ krzywych funkcji  $F/R, T/$  dla różnych wartości  $T$ .

Jako początek osi współrzędnych przyjęto punkt w którym cel został wykryty. Jak wynika z zagęszczenia się krzywych, określających prawdopodobieństwa położenia celu na różnych kierunkach, cel może znaleźć się w różnych miejscach. Zadanie ponownego wykrycia celu sprowadzi się więc do określenia największego prawdopodobieństwa wykrycia celu.



Bieżąca odległość ( $r$ ) od punktu początkowego

Rys. 13

x/ Wartość funkcji Bessela można wyznaczyć korzystając np. z książki: I.M. Bronsztejn, K.A. Siemiendrajew. Poradnik Encyklopedyczny Matematyka, str.542, 544. Wyd. PWN 1959 r.

Wykonanie tego zadania wymaga takiego doboru kursów, który zapewni przebywanie i prowadzenie obserwacji w rejonach charakteryzujących się największą gęstością rozkładów celu. Przeprowadzone badania wykazały, że ten warunek spełnia trasa określona przez spiralę logarytmiczną.



## ZESTAWIENIE OZNACZEŃ

- $\vec{R}$  - wektor połączenia celu od środka układu współrzędnych;
- $\vec{u}$  - wektor prędkości bezwzględnej obserwatora;
- $\vec{v}$  - wektor prędkości bezwzględnej celu;
- $\alpha$  - azymut wektora  $\vec{R}$ ;
- $\beta$  - kąt między kursem obserwatora i celu;
- $\beta'$  - kąt między kursem obserwatora i wektorem prędkości względnej celu;
- $\vec{w}$  - wektor prędkości względnej celu;
- $P(n)$  - prawdopodobieństwo wykrycia celu w tku n impulsów;
- $P_t$  - prawdopodobieństwo wykrycia celu w ciągu elementarnego przedziału czasu od 0 do t;
- $P_i$  - prawdopodobieństwo wykrycia celu w i-tym impulsie;
- S - całkowity "kcszt" wysiłku poszukiwania lub niezbędny zakres sił i środków dla zrealizowania procesu poszukiwania w danej przestrzeni;
- $s(x)$  - wysiłek lub niezbędny zakres potrzeb sił i środków dla zrealizowania procesu poszukiwania w przedziale elementarnym  $x, /x+dx/$  danej przestrzeni;
- $ck(x)$  - "kcszt" wysiłku poszukiwania w przedziale elementarnym  $[x, /x+dx/]$  danej przestrzeni;
- $P(x)$  - prawdopodobieństwo wykrycia celu podczas i-tego impulsu w przedziale  $[x, /x+dx/]$  przestrzeni poszukiwania;
- $h(x)$  - funkcja określająca bieżące warunki naturalne i techniczne poszukiwania w przedziale  $[x, /x+dx/]$  ;
- $P(s(x))$  - funkcja prawdopodobieństwa wykrycia celu w przedziale  $x, /x+dx/$  ;
- Q - obszar wydzielony z pewnej przestrzeni poszukiwania /np. wycinek powierzchni/;
- m - liczba celów przypadających na jednostkę obszaru poszukiwania;
- r - promień obszaru obserwatora;
- n - liczba celów znajdujących się na powierzchni koła o promieniu r w jednostce czasu;
- M - ogólna liczba celów na danym obszarze poszukiwania;
- k - współczynnik w całce eliptycznej;
- E - całka eliptyczna;  $E/k; \frac{\pi}{2}$ ;
- $\rho(x)$  - gęstość rozkładu prawdopodobieństw liczby celów wchodzących do obszaru obserwatora pod kątem kursowym  $\alpha$  w jednostce czasu;

