AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO
im. Generała Broni Karola Świerczewskiego

KATEDRA CYBERNETYKI

91

LOGIKA
Zeszyt nr 3

ppłk mgr Jan NOWAKOWSKI

ELEMENTY LOGIKI FORMALNEJ

WARSZAWA LISTOPAD 1970

AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO
im. Generała Broni Karola Świerczewskiego

KATEDRA CYBERNETYKI

91

LOGIKA
Zeszyt nr 3

ppłk mgr Jan NOWAKOWSKI

ELEMENTY LOGIKI FORMALNEJ

WARSZAWA LISTOPAD 1970

AKADEMIA SZTABU GENERALNEGO
im. Generała Broni Karola Świerczewskiego

KATEDRA CYBERNETYKI

LOGIKA

Zeszyt nr 3

ppłk mgr Jan NOWAKOWSKI

ELEMENTY LOGIKI FORMALNEJ

WARSZAWA LISTOPAD 1970

SPIS TREŚCI

Str.

WSTĘP

Niniejszy skrypt, trzeci z serii poświęconej logice, zawiera elementarny wykład logiki formalnej.

„Aby sprawnie myśleć, trzeba wiedzieć, z jakiego zdania jakie zdanie wynika. L o g i k a f o r m a l n a — czyli logika w węższym tego słowa znaczeniu — jest nauką o wynikaniu jednych zdań z drugich, ze względu na budowę (formę) tych zdań. Uczy więc ona np., że z wszelkiego zdania o budowie: «Każde S jest P» (a więc np. ze zdania: «Każdy słowik jest ptakiem», «Każdy adwokat jest prawnikiem», «Każdy student jest uczniem» wynika odpowiednie zdanie o budowie: «Niektóre P są S» (a więc np.: «Niektóre ptaki są słowikami», «Niektórzy prawnicy są adwokatami», «Niektórzy uczniowie są studentami»), to znaczy, że jeśli prawdziwe jest pierwsze z tych zdań, to musi być też prawdziwe i drugie. Przestrzega natomiast logika formalna np. przed tym, by z tego, że «Niektóre S nie są P», wnosić, że «Niektóre P nie są S», bo z pierwszego drugie wcale nie wynika: może być tak, że prawdą jest pierwsze, a fałszem drugie. Np. to prawda, że niektórzy urzędnicy nie są prokuratorami, ale to fałsz, że niektórzy prokuratorzy nie są urzędnikami. Logika formalna podobna jest pod wieloma względami do matematyki, jest jednak nauką bardziej ogólną niż matematyka” [1].

---

[1] Z. Ziembiński — LOGIKA PRAKTYCZNA, PWN, Warszawa 1963 r.

1. O POTRZEBIE I SPOSOBACH UZASADNIANIA TWIERDZEŃ

1.1. Zasada dostatecznej racji

Specyfika służby wojskowej powoduje, że oficer dowódca, bądź pracownik sztabu sam musi formułować różnorodne twierdzenia oraz wysłuchiwać twierdzeń formułowanych przez inne osoby. Dlatego w procesie dowodzenia jednym z ważnych problemów jest porządne uzasadnianie twierdzeń.

Uzasadnić jakieś twierdzenie to tyle co dojść do niego samemu lub doprowadzić do jego uznania kogoś innego na takiej drodze, która zawsze albo przynajmniej przeważnie doprowadza do twierdzeń prawdziwych.

W związku z problematyką uzasadniania twierdzeń należy wspomnieć o wymienianej przez wiele podręczników **zasadzie dostatecznej racji.** Zasada ta w niniejszym skrypcie będzie traktowana jako pewien postulat domagający się uzasadnienia dla wszystkich naszych przekonań oraz domagający się, abyśmy niczemu lekkomyślnie nie dawali wiary i uznawali tylko to, co zostało przez innych lub przez nas samych porządnie uzasadnione.

Tak rozumiana zasada dostatecznej racji przeciwstawia się wszelkiemu dogmatyzmowi, a więc przeciwstawia się głoszeniu obowiązku uznawania określonych twierdzeń bez względu na to, czy zostały one porządnie uzasadnione, czy też nie. W myśl zasady dostatecznej racji należy **odrzucić** wszystkie twierdzenia, które nie są porządnie uzasadnione.

Należy zwrócić uwagę na fakt, że często uchybiamy zasadzie dostatecznej racji i w sposób lekkomyślny uznajemy za prawdziwe zdanie porządnie nie uzasadnione.

Jakie są tego przyczyny?

1. Człowiek skłonny jest uznawać za prawdziwe wszystkie te zdania, które wypowiadane są **tonem pewnym i sugestywnym.** Cudze słowa działają niejako zaraźliwie, a ich oddziaływanie (o czym wiedzą specjaliści od reklamy) jest tym silniejsze, im częściej się je słyszy.

2. Na moc sugestywną zdania wpływa nie tylko jego powtarzanie, lecz także **powaga osoby**, która je wypowiada lub na którą ktoś się powołuje wypowiadając to zdanie.

Ta powaga bardzo często nie polega na tym, że dana osoba jest znawcą spraw, co do których wydaje opinię. W wielu wypadkach następuje coś, co można by nazwać **przepływem autorytetu z jednej dziedziny do drugiej.** Np. wypowiadający zdanie na temat A jest autorytetem w dziedzinie B, a nie jest znawcą tematu A. Znając jednak tę osobę jako autorytet w dziedzinie B, jesteśmy skłonni uznawać za rozsądne również to, co wypowiada w dziedzinie A. Stąd, uchybiając zasadzie dostatecznej racji, przyjmujemy za prawdziwe wszystkie zdania na temat A, mimo iż wypowiadający je jest znawcą problematyki związanej z inną dziedziną.

3. Zasadzie dostatecznej racji uchybiamy także wtedy, kiedy uznajemy za prawdziwe zdanie, które nie jest porządnie uzasadnione, ale które **jest zgodne** z naszymi przekonaniami, pragnieniami i dążeniami. I przeciwnie, wiele zdań prawdziwych, porządnie uzasadnionych skłonni jesteśmy traktować jako fałszywe, jeżeli są **sprzeczne** z naszymi poglądami, przekonaniami i pragnieniami.

Na zakończenie niniejszego paragrafu zwracamy uwagę, że istnieją dwa podstawowe sposoby uzasadniania twierdzeń:

a) **sposób bezpośredni (empiryczny) na drodze doświadczenia;**

b) **sposób pośredni na drodze rozumowania.**

1.2. Bezpośrednie uzasadnianie twierdzeń na drodze doświadczenia

Bezpośrednie uzasadnianie twierdzeń polega na odwoływaniu się do doświadczenia (empirii). Uznajemy i przyjmujemy tylko te twierdzenia, które okażą się zgodne z doświadczeniem. Natomiast te, które nie wytrzymają próby konfrontacji odrzucamy.

Można przyjąć, że u podstaw rozpoznania wojskowego, które ma na celu bądź weryfikację, bądź uściślenie posiadanych informacji o nieprzyjacielu leży niejednokrotnie zasada bezpośredniego uzasadniania twierdzeń.

1.3. Pośrednie uzasadnianie twierdzeń na drodze rozumowania

Twierdzenia uzasadniamy także w sposób pośredni na drodze rozumowania. **Rozumowanie to myślenie uzasadniające;** inaczej jest to **myślenie, którego celem jest uzasadnienie jakiegoś twierdzenia.**

Jaki jest formalno-logiczny mechanizm takiego uzasadniania twierdzeń? Punktem wyjścia są jakieś zdania, o których skądinąd wiemy, że są prawdziwe. Innymi słowy, dysponujemy jakimiś porządnie uzasadnionymi zdaniami wyjściowymi, przy czym obojętne jest na jakiej drodze je uzasadniono. **Na podstawie tych zdań formułujemy nowe twierdzenie, a jego prawdziwość uznajemy na podstawie prawdziwości zdań wyjściowych.** W takim właśnie wypadku mówimy, że nasze twierdzenie uzasadniliśmy na drodze rozumowania.

Możemy więc określić, że rozumowanie — to proces myślowy polegający na **uznaniu jakiegoś zdania na podstawie uznania zdań innych.**

Nie popełnimy chyba błędu, jeżeli przyjmiemy, że w działalności dowódczej znajduje zastosowanie przede wszystkim **pośredni** sposób uzasadniania twierdzeń: w procesie dowodzenia oficerowie, dowódcy i pracownicy sztabu dysponują określonymi informacjami mającymi postać zdań logicznych i stosując określone operacje logiczne dochodzą na ich podstawie do nowych zdań.

W tych warunkach nie może budzić żadnych wątpliwości potrzeba znajomości przez wszystkich oficerów formalnych mechanizmów poprawnych rozumowań.

Operacje logiczne mające na celu uzasadnienie jakiegoś twierdzenia mają postać **wnioskowania**, którego schemat jest następujący: na początku mamy jakieś zdanie lub zdania, o których wiemy, że są prawdziwe i które są nazywane **przesłankami;** do tych zdań dobieramy nowe zdanie, tzw. **wniosek** (konkluzję), które uznajemy za prawdziwe ze względu na prawdziwość przesłanek. Przesłanki i wniosek połączone są z reguły słowem «więc» lub «zatem».

W dalszej części skryptu omówimy niektóre z tzw. **niezawodnych schematów wnioskowania,** a więc takie struktury myślowe, które nigdy nie doprowadzą nas od prawdziwych przesłanek do fałszywych wniosków.

2. ZDANIE

2.1. Zdanie logiczne

Swoje myśli i sądy o świecie wypowiadamy za pomocą zdań, które, jak żadne inne wyrażenia, nadają się do tego właśnie celu.

Z gramatyki szkolnej znane są nam zdania oznajmujące, rozkazujące i pytajne.

Ze względu na ten podział, wyrażenie: «Druga wojna światowa rozpoczęła się 1 września 1939 r. napaścią Niemiec hitlerowskich na Polskę» jest zdaniem oznajmującym, wyrażenie: «Który ze zbrodniarzy hitlerowskich został skazany w Norymberdze na karę śmierci?» zdaniem pytajnym, natomiast wyrażenie «Otwierać w imieniu prawa!» zdaniem rozkazującym.

Zdania stanowią również przedmiot zainteresowań logików. Zdania, którymi oni się interesują, noszą nazwę **zdań w sensie logicznym** lub po prostu **zdań logicznych.**

Zdanie logiczne to wypowiedź, która posiada tę właściwość, że przy pewnym swym znaczeniu jest bądź prawdziwa, bądź fałszywa.

Z tej definicji wynika, że każde zdanie logiczne ma zawsze określoną wartość logiczną: przy pewnym swym znaczeniu jest ono bądź prawdziwe, bądź fałszywe. **Innej możliwości nie ma.** Dlatego właśnie logika, której podstawy zostały wyłożone w niniejszej serii skryptów jest logiką dwuwartościową.

Tak rozumiane zdanie logiczne **jest tożsame** tylko ze zdaniem oznajmującym, bowiem tylko ono posiada tę własność, że przy pewnym swym znaczeniu może przyjmować **jedną i tylko jedną** z dwóch możliwych wartości: może być prawdziwe albo fałszywe.

Łatwo zauważyć, że tej właściwości **nie posiadają** ani zdania pytajne, ani zdania rozkazujące. Nie można o nich mówić, że są prawdziwe lub że są fałszywe. Dlatego nie są one zdaniami w sensie logicznym i nie interesują logików. Można powiedzieć, że pomiędzy zakresem nazwy «zdanie w sensie gramatycznym» i zakresem nazwy «zdanie logiczne» zachodzi stosunek nadrzędności, co oznacza, że pierwsza z nich jest rodzajem, druga zaś gatunkiem.

Od tego miejsca będziemy mówili tylko i wyłącznie o zdaniach logicznych, nazywając je po prostu zdaniami. Jeżeli kiedykolwiek użyjemy w tekście nazwy «zdanie» w innym znaczeniu, a mianowicie będziemy mieli na myśli zdanie w sensie gramatycznym, a nie zdanie logiczne, to o fakcie tym natychmiast czytelnika powiadomimy.

Podamy jeszcze kilka przykładów zdań: «Są tacy dowódcy, którzy zawsze podejmują optymalne decyzje»; «Rewizjoniści zachodnioniemieccy są nieprzejednanymi wrogami Polski Ludowej«; «Kontrwywiad wojskowy niejednokrotnie udaremnił przekazanie wrogim wywiadom cennych informacji o naszych siłach zbrojnych». Pierwsze z tych zdań jest fałszywe, natomiast dwa pozostałe są prawdziwe.

Warto poświęcić nieco więcej uwagi **kryterium**, na mocy którego orzekamy czy zdanie jest prawdziwe, czy też fałszywe. Historia filozofii notuje wiele różnorodnych stanowisk w tej sprawie. My oprzemy się na **klasycznej koncepcji** prawdziwości zdania, która legła u podstaw marksistowskiej teorii poznania.

W świetle tej koncepcji **zdanie prawdziwe to zdanie zgodne z rzeczywistością, natomiast zdanie fałszywe to zdanie, niezgodne z rzeczywistością.**

Prawidłowa interpretacja tego stanowiska zależy od sposobu rozumienia wyrazu «rzeczywistość». Aby uniknąć wszelkich niedomówień, które mogłyby stać się podstawą do idealistycznych spekulacji wyjaśniamy, że w niniejszym skrypcie wyraz «rzeczywistość» znaczy tyle, co ogół rzeczy materialnych tworzących wszechświat. Tak więc nasze rozumienie rzeczywistości **nie wykracza** poza świat materialny.

Można zatem powiedzieć, że zdanie prawdziwe to zdanie **zgodne z rzeczywistością** lub inaczej **zgodne z ogółem** rzeczy. Innymi słowy, zdanie prawdziwe to zdanie, które stwierdza takie stosunki pomiędzy rzeczami, jakie zachodzą w rzeczywistości.

Zdanie fałszywe to zdanie, które jest niezgodne z rzeczywistością — niezgodne z «ogółem rzeczy», a więc zdanie stwierdzające takie stosunki pomiędzy rzeczami, jakie w rzeczywistości nie zachodzą.

W tym rozumieniu zdanie: «Warszawa leży nad Odrą» jest zdaniem fałszywym — stwierdza ono takie stosunki pomiędzy obiektami materialnego świata (miasto Warszawa, rzeka Odra), jakie w rzeczywistości nie zachodzą. Natomiast zdanie: «Warszawa leży nad Wisłą» jest zdaniem prawdziwym, ponieważ tak się rzeczy mają w rzeczywistości, jak ono głosi.

Zdanie, podobnie jak każde wyrażenie danego języka, posiada określone znaczenie, które nazywamy **sądem**.

2.2. Zdanie prawdopodobne

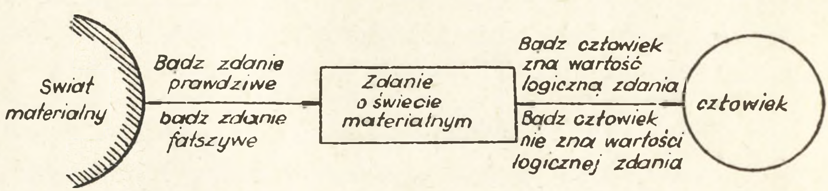
W praktyce dowodzenia wojskami, dowódcy i oficerowie sztabów niejednokrotnie muszą przyjmować za podstawę swoich przedsięwzięć zdania, których wartości logicznej **nie znają**. Innymi słowy, dowódcy i oficerowie sztabów w toku kierowania walką muszą wielokrotnie opierać się na zdaniach, o których **nie mogą** z całą pewnością rozstrzygnąć, czy są prawdziwe, czy też nie. Przykładami takich zdań są wszelkie domysły i przypuszczenia traktujące o przeciwniku i jego działaniach.

W tej sytuacji potrzebne i pożyteczne wydaje się wprowadzenie do języka wojskowych złożonej nazwy: **zdanie prawdopodobne**.

Obecnie wyjaśnimy w jaki sposób należałoby tę nazwę rozumieć.

Rozpatrzmy następującą sytuację: jest świat materialny i są ludzie, którzy za pomocą języka wypowiadają swoje myśli o otaczającej ich rzeczywistości. Pomiędzy dowolnym zdaniem o świecie materialnym, wypowiedzianym przez człowieka, a samym światem zachodzi określony stosunek: bądź zdanie jest zgodne z rzeczywistością i wtedy jest prawdziwe, bądź nie jest zgodne z rzeczywistością i jest fałszywe. Zwracamy uwagę na fakt, że jest to stosunek **obiektywny**, a więc niezależny od człowieka, który je wypowiada. Inna relacja kształtuje się natomiast pomiędzy człowiekiem wypowiadającym zdanie o świecie, a tym zdaniem: bądź człowiek zna wartość logiczną zdania, bądź jej nie zna.

Obydwie wymienione relacje można przedstawić w postaci prostego rysunku.



Biorąc pod uwagę, że wartość logiczna zdania nie zależy od wypowiadającego je człowieka, ani od tego, czy zna on czy też nie tę wartość, dochodzimy do czterech typowych sytuacji, w jakich mogą się znaleźć osoby wypowiadające zdania o świecie:

1) Zdanie jest **prawdziwe** i wypowiadająca je osoba **zna** jego wartość logiczną;

2) Zdanie jest **fałszywe** i wypowiadająca je osoba **zna** jego wartość logiczną;
3) Zdanie jest **prawdziwe** i wypowiadająca je osoba **nie zna** jego wartości logicznej;
4) Zdanie jest **fałszywe** i wypowiadająca je osoba **nie zna** jego wartości logicznej.

W pierwszym wypadku, wiedząc, że jakieś zdanie jest prawdziwe, włączamy je do systemu naszej wiedzy. Od tej pory zdanie takie możemy wyzyskiwać jako przesłankę w różnych wnioskowaniach.

W drugim wypadku, wiedząc, że jakieś zdanie jest fałszywe, **zaprzeczamy je i otrzymujemy zdanie prawdziwe**, które również od tej pory może być wyzyskiwane jako przesłanka w przeprowadzanych przez nas wnioskowaniach.

Oto np. wiemy z całą pewnością, że zdanie: «Propaganda uprawiana przez radio Wolna Europa sprzyja budownictwu socjalizmu w Polsce Ludowej i umocnieniu jej autorytetu na arenie międzynarodowej» jest zdaniem fałszywym.

Zaprzeczając je, otrzymujemy nowe zdanie, już jednak prawdziwe: «Nieprawda, że propaganda uprawiana przez radio Wolna Europa sprzyja budownictwu socjalizmu w Polsce Ludowej i umocnieniu jej autorytetu na arenie międzynarodowej».

Przyjmiemy, że jeżeli jakaś osoba operuje zdaniem prawdziwym i jednocześnie z całą pewnością wie o tym, że jest ono prawdziwe, to zdanie takie jest dla danej osoby **zdaniem pewnym.**

Sytuacja, którą odzwierciedla punkt trzeci i czwarty, tym się charakteryzuje, że operujemy zdaniem, którego wartości logicznej nie znamy, a więc może się w przyszłości okazać, że jest ono bądź prawdziwe, bądź fałszywe.

W takich wypadkach będziemy mówili o **zdaniach prawdopodobnych.** W uproszczeniu moglibyśmy powiedzieć, że **zdanie prawdopodobne, to takie zdanie, którego wartości logicznej nie znamy.**

Chcemy zwrócić uwagę, że prawdopodobieństwo zdania jest **względne**, zarówno z punktu widzenia **osoby**, która je wypowiada, jak i **czasu**, w którym je wypowiada.

Znaczy to, że wyrażenie, które dla jednych jest zdaniem prawdopodobnym, dla innych jest zdaniem pewnym oraz to, iż wyrażenie, które dla kogoś było wcześniej zdaniem prawdopodobnym, często później przekształca się w zdanie pewne.

W związku z powyższym, ścisła definicja zdania prawdopodobnego, urobiona jako projektująca definicja kontekstowa, ma następującą postać: **mówimy, że zdanie z jest prawdopodobne dla A w chwili t zawsze i tylko wtedy, kiedy A w chwili t nie zna wartości logicznej zdania z.**

Zdanie prawdopodobne powinno być poddawane weryfikacji, której celem jest poznanie jego wartości logicznej.

2.3. Rodzaje zdań logicznych

Codzienna działalność oficerów związana jest z potrzebą komunikowania się z innymi ludźmi. Wypowiadając swe myśli i sądy o świecie oficer operuje zdaniami. W procesie dowodzenia za pomocą zdań opisujemy np. sytuację na polu walki, charakter działań przeciwnika, teren, poniesione i zadane straty itp. Za pomocą zdań formułujemy również przypuszczenia i domysły dotyczące przeciwnika i jego działania oraz wnioski traktujące o działaniu wojsk własnych.

Zdania, które wypowiadamy mają różnorodną strukturę. Często zdaniem jest pojedynczy wyraz. Np. pytamy podwładnego: «Czy sporządziliście już notatkę z kontroli przeprowadzonej w kompanii por. Szymańskiego?» i otrzymujemy odpowiedź: «Sporządziłem». Ta jednowyrazowa odpowiedź jest skróconym zdaniem, które w formie rozwiniętej brzmi: «Tak jest, sporządziłem już notatkę z kontroli przeprowadzonej w kompanii por. Szymańskiego». Jednak w większości wypadków zdania, którymi operujemy w naszym codziennym działaniu, zbudowane są z większej liczby wyrazów i mają bardziej złożoną strukturę.

W logice dzieli się zdania na **proste** i **złożone.**

2.3.1. Zdania proste

Weźmy kilka przykładów nieskomplikowanych zdań: «Pułk naciera»; «Dowódca 4 DZ obserwuje pole walki»; «Niektórzy oficerowie WP są członkami PZPR».

Każde z przytoczonych trzech zdań jest **zdaniem prostym.** W logice za zdanie proste uważa się takie zdanie, w którego skład **nie wchodzą** już żadne inne zdania.

Z jakich elementów są zbudowane zdania proste? Łatwo zauważyć, że podstawowymi wyrażeniami zdań prostych są nazwy. W przytoczonych zdaniach są to: «pułk», «dowódca 4 DZ», «pole walki», «oficer WP», «członek PZPR».

Same nazwy nie tworzą jednak zdań i dlatego obok nich w przytoczonych zdaniach występują takie wyrazy, jak «są», «naciera» i «obserwuje». Są to tzw. **funktory zdaniotwórcze o argumentach nazwowych.**

Wyjaśnijmy tę trochę przydługą nazwę. Wymienione wyrazy spełniają tę funkcję, że w połączeniu z nazwami tworzą zdania. Nazwy, z którymi tworzą one zdania, nazywamy **argumentami.** Stąd właśnie otrzymujemy tę na pozór skomplikowaną nazwę.

Niektóre funktory zdaniotwórcze mogą tworzyć zdania w połączeniu z jedną tylko nazwą — są to **funktory zdaniotwórcze o jednym argumencie nazwowym.** Takim właśnie funktorem jest użyte przez nas słowo «naciera»; takim funktorem jest także słowo «świeci».

Inne funktory mogą tworzyć zdania w połączeniu z dwiema, trzema i więcej nazwami. Funktory takie nazywamy **funktorami dwuargumentowymi, trójargumentowymi** itd. Np. wyrazy: «obserwuje» oraz «jest» są funktorami dwuargumentowymi, gdyż łączą w zdanie dwie nazwy. Natomiast wyraz «uderzył» jest funktorem trójargumentowym; mówimy np.: «Chuligan uderzył ofiarę szpadryną». Funktor «uderzył» połączył w jedno zdanie trzy nazwy: «chuligan», «ofiara», i «szpadryna».

W literaturze z zakresu logiki, funktory zdaniotwórcze o argumentach nazwowych nazywane są predykatami. Reasumując możemy więc powiedzieć, że zdania proste zbudowane są z predykatów i nazw.

Zdania proste nie wystarczają jednak do precyzyjnego wypowiadania wszystkich myśli i sądów o świecie. Dlatego posługujemy się nie tylko zdaniami prostymi, lecz również zdaniami złożonymi.

2.3.2 Zdania złożone

Zdaniem złożonym nazywamy takie zdanie, które zawiera jako swą część składową przynajmniej jedno zdanie proste.

W tym rozumieniu następujące wyrażenia są zdaniami złożonymi: «SD 47 pz znajduje się we wsi KOPCE DUŻE albo we wsi STAWISKA STARE»; «Jeżeli ciśnienie gazu w naczyniu wzrasta, to objętość gazu w tym naczyniu maleje»; «Przed frontem 126 DZ bronią się pododdziały 34 pz lub pododdziały 36 pz przeciwnika«; «W toku natarcia nasze wojska przełamały obronę przeciwnika i zmusiły go do wycofania się w kierunku zachodnim»; «Nieprawda, że przewaga ilościowa jest jedynym czynnikiem gwarantującym zwycięstwo w walce»; «Natarcie ma szansę powodzenia wtedy i tylko wtedy, kiedy zostało starannie przygotowane».

Analizując zdania złożone, łatwo zauważamy, że są one zbudowane ze zdań prostych połączonych w jedną całość za pomocą takich wyrażeń, jak: **lub, albo, i, nieprawda, że, jeżeli..., to...** oraz **zawsze i tylko wtedy, kiedy.** Wyrażenia te nazywamy **funktorami zdaniotwórczymi o argumentach zdaniowych.**

Funktory zdaniotwórcze o argumentach zdaniowych (podobnie jak funktory zdaniotwórcze o argumentach nazwowych) mogą być o jednym, dwóch i więcej argumentach. Wyrażenie «nieprawda, że» jest funktorem jednoargumentowym, natomiast wyrażenia «jeżeli..., to...», «zawsze i tylko wtedy, kiedy», «lub», «albo», oraz «i« są funktorami dwuargumentowymi.

Funktory zdaniotwórcze o argumentach zdaniowych spełniają tę funkcję, że łączą zdania proste w zdania złożone.

Obecnie omówimy niektóre ważniejsze rodzaje zdań złożonych, które odgrywają ogromną rolę w wypowiadaniu naszych myśli i sądów o świecie.

2.3.2.1. Negacja

Zdania rozpoczynające się od funktora «nieprawda, że» (ewentualnie «nie jest tak, że») są zdaniami złożonymi i w logice noszą nazwę **negacji** lub **zaprzeczenia.**

Bardziej ogólnie można powiedzieć, że negacja (zaprzeczenie) jest zdaniem złożonym, które otrzymujemy z dowolnego zdania, poprzedzając je funktorem «nieprawda, że» lub «nie jest tak, że».

Dowolne zdanie i jego zaprzeczenie tworzą tzw. parę **zdań sprzecznych.** Np. «Moskwa jest stolicą Kraju Rad» oraz «Nieprawda, że Moskwa jest stolicą Kraju Rad».

Pomiędzy zdaniami tworzącymi parę zdań sprzecznych zachodzą określone stosunki logiczne: **jeżeli zanegujemy zdanie prawdziwe, to w wyniku otrzymamy zdanie fałszywe; jeżeli natomiast zanegujemy zdanie fałszywe, to w wyniku otrzymamy zdanie prawdziwe.**

Np. wygłaszamy zdanie: «Wszyscy mieszkańcy Ziemi są uczciwi». Zdanie to jest niestety fałszywe, ponieważ nie jest tak w rzeczywistości jak ono głosi. Negując je otrzymujemy zdanie prawdziwe: «Nieprawda, że wszyscy mieszkańcy Ziemi są uczciwi».

Ta sama zasada leży u podstaw relacji, na mocy której zdanie prawdziwe dwukrotnie zanegowane jest zdaniem prawdziwym, natomiast zdanie fałszywe dwukrotnie zanegowane pozostaje w dalszym ciągu fałszywe.

Ogólnie możemy powiedzieć, że **zdanie dwukrotnie zanegowane nie zmienia swojej wartości logicznej.**

Obecnie całą naszą wiedzę dotyczącą zdań sprzecznych ujmiemy w odpowiedniej tabelce.

W tym celu zdanie zastąpimy literą «a», a funktor negacji przedstawimy za pomocą falistej kreski poziomej $\sim$. W ten sposób zdanie zanegowane będziemy oznaczali za pomocą wzoru «$\sim$a», który czytamy «nieprawda, że (nie jest tak, że) a» lub po prostu «nie a».

Umawiamy się także, że wartość logiczną zdania prawdziwego będziemy oznaczali za pomocą jedynki «1», natomiast wartość logiczną zdania fałszywego za pomocą zera — «0»:

prawda — 1;

fałsz — 0.

Obecnie zbudujemy tabelkę wartości logicznych negacji.

a	$\sim$ a	$\sim\sim$ a
	»nieprawda (nie jest tak) że a«; »nie a«	»nieprawda (nie jest tak), że nieprawda (nie jest tak) że a«; »nieprawda (nie jest tak), że nia a«
1	0	1
0	1	0

W pierwszej kolumnie tabelki podane są wszystkie możliwe wartości logiczne zdania przed zanegowaniem (może być bądź prawdziwe, bądź fałszywe), w drugiej — wartości zdania zanegowanego jednokrotnie, w trzeciej zaś — zanegowanego dwukrotnie.

W ostatnim wierszu tabelki odwierciedlona jest zasada, że zdanie fałszywe po jednokrotnym zanegowaniu staje się zdaniem prawdziwym, natomiast po dwukrotnym zanegowaniu staje się ponownie zdaniem fałszywym.

Wiersz przedostatni wskazuje na fakt, że jednokrotna negacja zdania prawdziwego daje w wyniku zdanie fałszywe, natomiast dwukrotna negacja zdania prawdziwego daje zdanie prawdziwe.

2.3.2.2. Zdanie warunkowe (implikacja)

Nasze myśli i sądy o świecie wyrażamy bardzo często za pomocą zdań złożonych, które mają następujący kształt: «Jeżeli dzisiaj jest piątek, to jutro jest sobota»; «Jeżeli ktoś jest absolwentem ASG, to posiada tytuł oficera dyplomowanego»; «Jeśli ktoś jest oficerem Wojska Polskiego, to jest także obywatelem PRL».

Wszystkie przytoczone zdania posiadają identyczną strukturę: składają się z dwóch zdań prostych połączonych za pomocą dwuargumentowego funktora zdaniotwórczego «jeżeli..., to...».

Zdanie mające taki właśnie kształt, a więc zdanie w którym możemy wyróżnić funktor zdaniotwórczy «jeżeli..., to...», oraz dwa zdania składowe, będące argumentami tego funktora nazywamy **zdaniem warunkowym** lub **okresem warunkowym** lub krótko **implikacją.**

Zdanie składowe zawarte pomiędzy wyrazami «jeżeli» i «to» nazywamy **poprzednikiem**, natomiast zdanie następujące po wyrazie «to» nazywamy **następnikiem implikacji.**

Funktor zdaniotwórczy	Jeżeli	jakaś figura geometryczna ma cztery boki i cztery kąty równe
		p o p r z e d n i k
	to	ta figura jest kwadratem
		n a s t ę p n i k

W logice przyjęto zasadę, że wartość logiczna zdania złożonego zależy tylko i wyłącznie od wartości logicznej zdań składowych.

Zgodnie z tą zasadą wartość logiczna całej implikacji zależy od wartości, jakie przyjmują poprzednik i następnik. Zakładamy, że implikacja jest **fałszywa** tylko w tym jednym wypadku, kiedy jej poprzednik jest prawdziwy, a następnik fałszywy.

We wszystkich pozostałych wypadkach implikacja jest zdaniem prawdziwym. Inaczej można powiedzieć, że implikacja jest prawdziwa zawsze i tylko wtedy, kiedy nie jest tak, iż poprzednik jej jest prawdziwy, a następnik fałszywy.

Zastępując poprzednik i następnik implikacji literami «a» i «b», a funktor «jeżeli..., to...» strzałką → możemy całą implikację przedstawić w postaci formuły:

«a→b»,

którą czytamy: «jeżeli a, to b».

Podstawiając w miejsce «a» i «b» wszystkie możliwe kombinacje 1 i 0 (kombinacje wartości logicznych przyjmowanych przez poprzednik i następnik) otrzymamy tabelkę wartości logicznych implikacji:

a	b	a → b »jeżeli a, to b«
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Analiza tabelki doprowadza nas do dwóch ciekawych wniosków.

Wniosek pierwszy: każda implikacja, która ma następnik prawdziwy, jest prawdziwa bez względu na wartość logiczną poprzednika.

Np. wiemy, że następnik jakiejś implikacji jest zdaniem następującym: «Polskę Ludową łączą ze Związkiem Radzieckim więzy serdecznej i braterskiej przyjaźni». Ponieważ jest to zdanie prawdziwe, więc mimo iż **nie wiemy** jaką treść ma poprzednik i jaka jest jego wartość logiczna, to jednak **uznajemy całą implikację za prawdziwą.**

Wniosek drugi: każda implikacja, która ma poprzednik fałszywy, jest prawdziwa, bez względu na wartość logiczną następnika.

Oto ktoś wypowiada implikację, której tylko poprzednik dochodzi do naszych uszu: «Dowodzenie wojskami jest działalnością w takim stopniu twórczą, że nie obowiązują w nim żadne trwałe zasady». Zdanie to jest jawnie fałszywe, a więc cała implikacja jest **prawdziwa,** bez względu na wartość logiczną następnika, którego treści nie znamy.

W logice za pomocą funktora «jeżeli..., to...» (podobnie jak za pomocą każdego innego funktora zdaniotwórczego o argumentach zdaniowych) możemy łączyć w jedną całość dwa dowolne zdania, a więc nawet takie, które nie są ze sobą związane treściowo.

Np. możemy wypowiedzieć taką implikację: «Jeżeli $2+2=4$, to twierdzenie Pitagorasa nie jest spełnione dla wszystkich trójkątów prostokątnych». Pomiędzy poprzednikiem a następnikiem tej implikacji nie ma żadnego związku treściowego. Mimo to, z całą odpowiedzialnością możemy stwierdzić, że implikacja ta jest fałszywa, ponieważ jej poprzednik jest prawdziwy, a następnik fałszywy. W praktyce bardzo rzadko wypowiadamy implikacje, w których poprzednik i następnik nie są ze sobą powiązane treściowo.

W prawdziwej implikacji pomiędzy poprzednikiem a następnikiem zachodzi stosunek **wynikania implikacyjnego,** który jest jedną z postaci **wynikania logicznego.** Chcemy zwrócić uwagę na fakt, że wynikania logicznego nie należy mylić ze znanym powszechnie wynikaniem przyczynowo-skutkowym.

Wynikanie logiczne, to **wynikanie zdań,** natomiast wynikanie przyczynowo-skutkowe to **wynikanie faktów,** zdarzeń.

Wynikanie implikacyjne stanowi jedną z najprostszych postaci wynikania logicznego. Zachodzi ono pomiędzy poprzednikiem i następnikiem prawdziwej implikacji: **w praw-**

dziwej implikacji następnik wynika implikacyjnie z poprzednika. Innymi słowy, jeżeli stwierdzamy, że pomiędzy zdaniami «a» i «b» zachodzi stosunek wynikania implikacyjnego, to po prostu stwierdzamy, iż zdanie «a» jest poprzednikiem, a zdanie «b» następnikiem jakiejś prawdziwej implikacji. W implikacji fałszywej wynikanie implikacyjne nie zachodzi.

Zdania implikacyjne odgrywają dużą rolę w formułowaniu twierdzeń nauki. Mówimy np. «Jeżeli ciśnienie gazu w naczyniu maleje, to objętość gazu w naczyniu wzrasta»; «Jeżeli metal podgrzewamy, to metal zwiększa swą objętość»; «Jeżeli kałuże na podwórku zamarzły, to na podwórku musi być temperatura poniżej 0° Celsjusza».

Podobnie w nauce wojennej implikacja stanowi zdanie bardzo wygodne do formułowania ogólnych zależności, rzec można ogólnych praw, na których sformułowanie pozwoliły wieloletnie obserwacje i bogata praktyka.

2.3.2.3. Zdanie alternatywne (alternatywa)

W codziennym działaniu niejednokrotnie wypowiadamy swe myśli za pomocą zdań o następującym kształcie: «Zgrupowanie nieprzyjaciela należy zniszczyć za pomocą uderzenia lotnictwa szturmowego lub zgrupowanie nieprzyjaciela należy zniszczyć za pomocą uderzeń rakietowych».

Zdanie o takiej strukturze nazywamy **zdaniem alternatywnym** lub po prostu **alternatywą**.

Alternatywa składa się z dwóch zdań prostych zwanych **członami**, które są połączone w jedną całość dwuargumentowym funktorem zdaniotwórczym «lub».

Pierwszy człon	Uderzenia nieprzyjaciela zostaną wykonane na b pzmot
Funktor zdaniotwórczy	lub
Drugi człon	Uderzenia nieprzyjaciela zostaną wykonane na bcz

Przyjmujemy, że alternatywa jest fałszywa tylko w tym jednym jedynym wypadku, kiedy **obydwa** jej człony są fałszywe. W przeciwnym wypadku alternatywa jest prawdziwa. Innymi słowy, alternatywa jest prawdziwa, jeżeli **przynajmniej jeden** z jej członów jest prawdziwy.

Stosując do oznaczenia członów alternatywy litery «a» i «b», natomiast dla oznaczenia funktora zdaniotwórczego spłaszczonej krokiewki $\vee$, zapisujemy alternatywę w postaci formuły:

$$«a \vee b»,$$

którą czytamy «a lub b».

Alternatywa jest **przemienna,** tzn. że jej wartość logiczna nie ulegnie zmianie, jeżeli zamienimy miejscami obydwa człony. Innymi słowy: wartość logiczna alternatywy nie zależy od kolejności członów. Zależność tę możemy przedstawić w postaci wzoru:

$$«(a \vee b) \equiv (b \vee a)»,$$

który należy czytać: «a lub b jest równoważne b lub a».

Pomiędzy członami prawdziwej alternatywy zachodzi stosunek **dopełniania.** Można go wyjaśnić w sposób następujący: pomiędzy dwoma zdaniami zachodzi stosunek dopełniania wtedy i tylko wtedy, jeżeli fałszywość jednego z nich pociąga za sobą prawdziwość drugiego.

Możemy obecnie zbudować tabelkę wartości logicznych alternatywy.

a	b	$a \vee b$ »a lub b«
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

2.3.2.4. Alternatywa rozłączna

Życie zmusza wielokrotnie wojskowych do wypowiadania sądów o interesujących ich faktach w formie następujących zdań: «Wykryta kolumna piechoty zmotoryzowanej nieprzyjaciela maszerująca w kierunku wschodnim zostanie użyta do kontrataku albo do obsadzenia kolejnej rubieży obrony».

Przytoczone zdanie składa się z dwóch zdań prostych połączonych funktorem zdaniotwórczym «albo». Jest to funktor dwuargumentowy. Zdanie o takiej budowie nazywamy **alternatywą rozłączną.**

Pierwszy człon	Zdobyty czołg został wyprodukowany przez firmę X
Funktor zdaniotwórczy	albo
Drugi człon	Zdobyty czołg został wyprodukowany przez firmę Y

Wartość logiczna całej alternatywy rozłącznej wyznaczona jest przez wartości członów składowych. Przyjmujemy, że alternatywa rozłączna jest prawdziwa wtedy, kiedy jej człony mają **różną** wartość logiczną (jeden jest prawdziwy, a drugi fałszywy); natomiast gdy jej człony mają **jednakową** wartość logiczną (obydwa są bądź prawdziwe, bądź fałszywe) to jest ona fałszywa.

Korzystając z liter «a» i «b» oraz z symbolu $\dot{-}$, za którego pomocą będziemy oznaczali funktor «albo», zapisujemy alternatywę rozłączną w postaci formuły:

$$«a \dot{-} b»,$$

którą czytamy: «a albo b».

Alternatywa rozłączna jest przemienna, a więc ma moc obowiązującą wzór:

$$«(a \dot{-} b) \equiv (b \dot{-} a)»,$$

który należy czytać: «a albo b jest równoważne b albo a».

Obecnie możemy zbudować tabelkę wartości logicznych alternatywy rozłącznej.

a	b	$a \dot{-} b$ »a albo b«
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Pomiędzy członami prawdziwej alternatywy rozłącznej zachodzi zarazem stosunek **dopełniania i wykluczania.**

Ze stosunkiem dopełniania zapoznaliśmy się w poprzednim paragrafie, omawiając istotę alternatywy zwykłej. Obecnie parę słów powiemy na temat stosunku wykluczania.

Krótko można stosunek wykluczania scharakteryzować w sposób następujący: **stosunek wykluczania zachodzący pomiędzy dwoma zdaniami polega na tym, że prawdziwość jednego z tych zdań pociąga za sobą fałszywość zdania drugiego.**

Bardziej precyzyjnie można powiedzieć: pomiędzy dwoma zdaniami zachodzi stosunek wykluczania wtedy i tylko wtedy, jeżeli prawdziwość jednego z nich pociąga za sobą fałszywość drugiego.

Tak więc mówiąc, że pomiędzy członami prawdziwej alternatywy rozłącznej zachodzi zarazem stosunek dopełniania i wykluczania wyrażamy myśl, że fałszywość jednego z członów pociąga za sobą prawdziwość drugiego, natomiast prawdziwość jednego z członów wyklucza prawdziwość członu drugiego.

Inaczej: jeżeli wiadomo, że cała alternatywa rozłączna jest prawdziwa i prawdziwy jest także jeden z jej członów, to drugi z członów jest fałszywy lub jeżeli cała alternatywa rozłączna jest prawdziwa i jeden z jej członów jest fałszywy, to drugi z członów jest prawdziwy.

Zwracamy uwagę na fakt, że w języku potocznym bardzo często funktor «lub» jest utożsamiany z funktorem «albo». Są jednak takie sytuacje, w których nie używa się świadomie funktora «lub», a tylko funktor «albo».

Mówimy na przykład: «Wóz albo przewóz»; «Pieniądze albo życie»; «Wszystko albo nic» podkreślając w ten sposób, że skoro prawdziwy będzie jeden z członów tej alternatywy, to drugi będzie fałszywy. Jeżeli będzie wóz, to nie będzie przewozu; jeżeli dostanie ktoś pieniądze, to nie będzie brał życia itd.

W logice nie utożsamia się funktora «lub» z funktorem «albo» i nadaje się im różne znaczenia. W ten sposób za pomocą każdego z nich możemy w sposób ścisły opisywać różne sytuacje.

2.3.2.5. Zdanie koniunktywne (koniunkcja)

Wielokrotnie wypowiadamy zdania, które mają następujący kształt: «Dowódca dywizji obserwuje pole walki i szef sztabu dywizji obserwuje pole walki»; «Armia jest związkiem operacyjnym i Front jest związkiem operacyjnym».

Zdania mające taką strukturę nazywamy **zdaniami koniunktywnymi** lub krótko **koniunkcjami.**

Koniunkcja składa się z dwóch zdań prostych zwanych **członami,** które łączy w jedną całość dwuargumentowy funktor zdaniotwórczy «i».

Korzystając z liter «a» i «b» dla oznaczenia członów koniunkcji, oraz z symbolu $\wedge$ dla oznaczenia funktora zdaniotwórczego «i» możemy zapisać koniunkcję w postaci formuły:

$$«a \wedge b»,$$

którą czytamy: «a i b».

Koniunkcja jest również przemienna, a więc ma walor następujący wzór:

$$«(a \wedge b) \equiv (b \wedge a)»,$$

który należy czytać: «a i b jest równoważne b i a».

Przyjmujemy, że koniunkcja jest prawdziwa w **jednym i tylko jednym** wypadku, a mianowicie wtedy, kiedy **obydwa** jej człony są jednocześnie prawdziwe. W **przeciwnym** wypadku koniunkcja jest fałszywa.

Tabelka wartości logicznych koniunkcji ma postać następującą.

a	b	$a \wedge b$ »a i b«
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

2.3.2.6. Równoważność

Weźmy pod uwagę następujące zdanie: «Człowiek żyje zawsze i tylko wtedy, kiedy bije jego serce». Zdanie o takiej budowie zwane jest **równoważnością.**

Równoważność składa się z dwóch zdań prostych (członów), które są połączone w jedno zdanie złożone za pomocą dwuargumentowego funktora zdaniotwórczego: «zawsze i tylko wtedy, kiedy» («jest równoważne»).

Pierwszy człon	Równanie kwadratowe ma dwa pierwiastki rzeczywiste
Funktor zdaniotwórczy	zawsze i tylko wtedy, kiedy
Drugi człon	wyróżnik tego równania jest większy od zera

Zastępując człony równoważności zmiennymi «a» i «b», a funktor zdaniotwórczy symbolem $\equiv$ zapisujemy równoważność w postaci formuły:

$$(a \equiv b),$$

którą czytamy: «a zawsze i tylko wtedy, kiedy b».

Równoważność ma walor przemienności, a więc spełniony jest następujący wzór:

$$(a \equiv b) \equiv (b \equiv a),$$

który czytamy: (a zawsze i tylko wtedy, kiedy a) jest równoważne (b zawsze i tylko wtedy, kiedy a).

Równoważność stosujemy zawsze wtedy, kiedy chcemy wypowiedzieć myśl, iż pewne dwa zdania mają tę samą wartość logiczną. Wynika stąd, że równoważność jest prawdziwa w tym wypadku, kiedy obydwa jej człony są bądź prawdziwe, bądź fałszywe. W przeciwnym wypadku równoważność jest fałszywa.

Tabelka wartości logicznych równoważności ma następującą postać:

a	b	$a \equiv b$ »a zawsze i tylko wtedy, kiedy b«
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Uświadomienie sobie struktury zdań złożonych oraz sposobu ich rozumienia, a także czynników, które decydują o ich wartości logicznej, pozwoli na bardziej precyzyjne i jasne wyrażenie naszych myśli i sądów o interesujących nas faktach, zdarzeniach i zjawiskach.

3. SYMBOLIKA LOGIKI FORMALNEJ

3.1. Stałe i zmienne logiczne. Funkcje zdaniowe

Dalszy wykład poprzedzimy wyjaśnieniem kilku istotnych terminów, właściwych dla logiki formalnej.

1. W logice mówimy o **stałych logicznych**, do których zaliczamy:

a) funktory zdaniotwórcze o argumentach nazwowych;

b) funktory zdaniotwórcze o argumentach zdaniowych;

c) kwantyfikatory, z którymi zapoznamy się nieco później.

Stałe logiczne charakteryzują się tym, że **ich znaczenie jest z góry ustalone i nie zmienia się w toku całego rozumowania.**

Weźmy dla przykładu funktor «jeżeli..., to...». Kiedykolwiek go używamy, to **zawsze** nadajemy mu **ten sam** sens: łączymy za jego pomocą dwa dowolne zdania, przy czym rezultatem tej operacji będzie zawsze implikacja, która jest fałszywa w jednym i tylko w jednym wypadku, a mianowicie wtedy, kiedy poprzednik jest prawdziwy, a następnik fałszywy.

Poszczególnym funktorom zdaniotwórczym o argumentach zdaniowych przyporządkowuje się stałe symbole, które ułatwiają zapis różnorodnych form wnioskowania:

Funktor	Symbol
»nieprawda, że«	$\sim$
»jeżeli..., to...«	$\rightarrow$
»lub«	$\vee$
»albo«	$\dot{-}$
»i«	$\wedge$
»zawsze i tylko wtedy, kiedy« (jest równoważne)	$\equiv$

2. W logice formalnej mówimy nie tylko o stałych logicznych, lecz także o **zmiennych logicznych**, do których zaliczamy:

a) zmienne nazwowe;

b) zmienne zdaniowe.

Przedmiotem zainteresowań logiki formalnej nie jest **treść** poszczególnych wnioskowań, lecz **schematy**, według których przebiegają, a więc ich **struktura**.

W tej sytuacji sama treść wnioskowań nie ułatwia, lecz przeciwnie — utrudnia realizację nakreślonego celu.

Dlatego w logice formalnej przeprowadza się formalizację wnioskowań, polegającą ogólnie rzecz biorąc na tym, że **abstrahuje się** od ich treści, którą zastępuje się ustalonymi symbolami.

Symbole występujące we wnioskowaniach i tym się charakteryzujące, że można pod nie podstawiać wyrażenia zawierające różną treść nazywa się w logice zmiennymi logicznymi.

Zmienne nazwowe to symbole zastępujące w zdaniach **nazwy**, a więc symbole, pod które można podstawiać nazwy. Zmienne nazwowe oznaczamy dużymi literami alfabetu łacińskiego: A, B, C., ..., M, N, ..., P, R, S, Q.

Dzięki zmiennym nazwowym możemy np. zdania: «Janek obserwuje mecz bokserski»; «Piotr obserwuje wykładowcę», «Zwiadowca obserwuje maszerującą kolumnę npla»; «Dowódca dywizji obserwuje natarcie podległych oddziałów» zapisać w formie schematu «P obserwuje S», w którym P i S są zmiennymi nazwowymi, pod które możemy podstawiać dowolne nazwy.

Zmienne zdaniowe to symbole zastępujące **zdania**, a więc symbole, pod które można podstawiać różne zdania. Zmienne zdaniowe oznaczamy małymi literami alfabetu łacińskiego: a, b, c, d, ..., p, r, s, q, z, x, y.

Dzięki zmiennym zdaniowym poszczególne rodzaje zdań złożonych można przedstawić w postaci następujących wyrażeń:

Rodzaj zdania	Wyrażenie skrótowe
negacja	$\sim a$
implikacja	$a \rightarrow b$
alternatywa	$a \vee b$
alternatywa rozłączna	$a \mathbin{\dot{\_}} b$
koniunkcja	$a \wedge b$
równoważność	$a \equiv b$

Chcemy zwrócić uwagę na bardzo istotny fakt: przytoczone w tabelce wyrażenia są jedynie formułami pewnych zdań, a **nie są** zdaniami w rozumieniu definicji podanej w paragrafie 2.1. Podobnie, przytoczone powyżej wyrażenie «P obserwuje S» także jest tylko formułą pewnego zdania, a nie jest zdaniem logicznym. W omawianych wyrażeniach obok **stałych logicznych** występują również **zmienne logiczne** (bądź zmienne nazwowe, bądź zmienne zdaniowe). Wyrażenia złożone ze stałych logicznych i zmiennych (nazwowych lub zdaniowych) nazywane są w logice formalnej **funkcjami zdaniowymi.**

Funkcje zdaniowe, jakkolwiek nie są zdaniami, to jednak posiadają tę właściwość, że jeżeli pod występujące w nich zmienne podstawimy konkretne treści, to przekształcą się one w zdania logiczne, które będą bądź prawdziwe, bądź fałszywe.

Weźmy funkcję zdaniową: «Żadne S nie jest P» i podstawmy pod zmienną S nazwę «pułk zmechanizowany», a pod zmienną P nazwę «związek operacyjny». Otrzymamy wtedy zdanie «Żaden pułk zmechanizowany nie jest związkiem operacyjnym», które oczywiście jest zdaniem prawdziwym.

Weźmy pod uwagę inną funkcję zdaniową, np.: «$a \wedge z$». Podstawmy następnie pod zmienną «a» zdanie: «Warszawa jest stolicą Polski Ludowej», natomiast pod zmienną «b» zdanie: «Warszawa leży nad Wisłą». W wyniku takiej operacji otrzymamy prawdziwe zdanie koniunktywne: «Warszawa jest stolicą Polski Ludowej i Warszawa leży nad Wisłą».

W szczególności, za funkcję zdaniową uważa się pojedynczą zmienną zdaniową oraz jej zaprzeczenie.

Oto kilka przykładów funkcji zdaniowych: a; $\sim p$; każde A jest B; $[(a—b) \wedge (c—b)] \rightarrow [a \vee c) \rightarrow b]$; P strzela do S.

3.2. Formalne i logiczne schematy wnioskowania

Różne konkretne wnioskowania mogą być przedstawiane w postaci formalnej, jako tzw. **schematy wnioskowania**, zawierające jedynie stałe i zmienne logiczne.

Rozpatrzmy prosty przykład. Ktoś wnioskuje w sposób następujący: «Wiadomo, że jeżeli silniej naciskamy na pedał przyspieszenia, to wzrasta dopływ paliwa do silnika i wiadomo, że jeśli wzrasta dopływ paliwa do silnika, to zwiększa się prędkość samochodu, więc jeżeli silniej naciskamy na pedał przyśpieszenia, to wzrasta prędkość samochodu».

Uporządkujmy to wnioskowanie, wydzielając przesłanki i wniosek:

(1) «Jeżeli silniej naciskamy na pedał przyśpieszenia, to wzrasta dopływ paliwa do silnika

i

(2) jeżeli wzrasta dopływ paliwa do silnika, to zwiększa się prędkość samochodu

więc

(3) jeżeli silniej naciskamy na pedał przyśpieszenia, to zwiększa się prędkość samochodu».

Odtwórzmy obecnie strukturę tego wnioskowania. W tym celu zdanie «silniej naciskamy na pedał przyspieszenia» zastąpmy zmienną «a»; zdanie «wzrasta dopływ paliwa do silka» — zmienną «b»; natomiast zdanie «zwiększa się prędkość samochodu» — zmienną «c».

W tej sytuacji pierwszą przesłankę występującą w tym wnioskowaniu można przedstawić za pomocą funkcji zdaniowej «$a \rightarrow b$»; drugą za pomocą «$b \rightarrow c$», a konkluzję za pomocą «$a \rightarrow c$».

Całe wnioskowanie zaś można przedstawić w postaci schematu:

$$(a \rightarrow b)$$
$$\text{i}$$
$$(b \rightarrow c)$$
$$\text{więc}$$
$$(a \rightarrow c)$$

lub w postaci jeszcze bardziej sformalizowanej:

$$\frac{(a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c).}{(a \rightarrow c)}$$

Schemat ten czytamy w następujący sposób: «jeżeli a, to b i jeżeli b, to c, więc jeżeli a, to c».

W przytoczonym schemacie występują tylko stałe i zmienne logiczne. Schematy tak zbudowane nazywane są **formalnymi schematami wnioskowania.** Kreska, która oddziela przesłanki od wniosku, jest symbolem słowa «więc» lub «zatem».

Niektóre formalne schematy wnioskowania charakteryzują się tym, że wnioskując według nich nigdy nie przejdziemy od prawdziwych przesłanek do fałszywych wniosków.

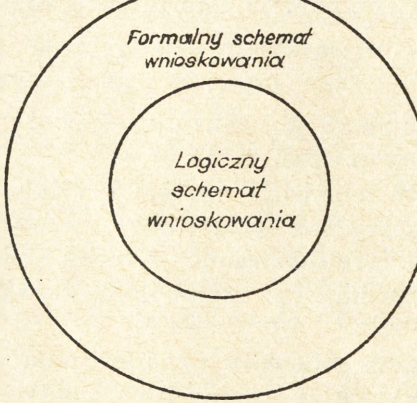
Takie formalne schematy nazywamy **logicznymi** lub **niezawodnymi schematami wnioskowania.** W swej istocie są to **prawa logiczne,** które nazywa się także **tautologiami.**

Rozpatrzony powyżej schemat jest schematem logicznym, a więc niezawodnym i nosi nazwę **prawa sylogizmu hipotetycznego.** Wnioskując według niego **zawsze** będziemy przechodzili od prawdziwych przesłanek do prawdziwych wniosków.

Formalne schematy wnioskowania, które nie są schematami logicznymi, tym się charakteryzują, że czasami od prawdziwych przesłanek wiodą nas do prawdziwych wniosków, niekiedy znów od prawdziwych przesłanek wiodą do wniosków fałszywych. O tych schematach mówimy, że **nie są** schematami niezawodnymi.

Zarówno o schematach niezawodnych, jak i o schematach, które nie są niezawodnymi, będziemy mówili w dalszej części skryptu.

Na zakończenie niniejszego paragrafu zwracamy uwagę na fakt, że pomiędzy zakresami nazw «formalny schemat wnioskowania» i «logiczny schemat wnioskowania» zachodzi stosunek nadrzędności, a więc pierwsza z nich jest rodzajem, a druga gatunkiem. Stosunek ten można przedstawić graficznie:



Schematy wnioskowania ze zmiennymi zdaniowymi dzielą się, ze względu na liczbę występujących w nich zmiennych, na: schematy z **jedną zmienną zdaniową**, z **dwiema zmiennymi**, z **trzema zmiennymi** itd.

W dalszym ciągu omówimy niektóre logiczne (niezawodne) schematy wnioskowania z jedną, dwiema i trzema zmiennymi.

4. LOGICZNE (NIEZAWODNE) SCHEMATY ZE ZMIENNYMI ZDANIOWYMI

4.1. Logiczne (niezawodne) schematy wnioskowania z jedną zmienną zdaniową

4.1.1. Prawo sprzeczności

Weźmy pod uwagę dowolną parę zdań sprzecznych, np.: «O powodzeniu operacji zaczepnej decyduje między innymi sprawne dowodzenie» (a) oraz «Nieprawda, że o powodzeniu operacji zaczepnej decyduje między innymi sprawne dowodzenie» ($\sim$a).

Łatwo zauważyć, że te dwa zdania **nie mogą być jednocześnie prawdziwe:** nie może być przecież tak, że sprawne dowodzenie jest i nie jest zarazem czynnikiem decydującym o powodzeniu operacji zaczepnej.

Zasada ta ma moc obowiązującą w stosunku do wszystkich zdań sprzecznych. W logice przyjmuje ona postać **prawa sprzeczności,** które brzmi: **dwa zdania sprzeczne nie mogą być jednocześnie prawdziwe.**

Z tego wynika, że ktokolwiek budowałby **koniunkcję** zdań sprzecznych, to **zawsze** wygłaszałby zdanie fałszywe (bowiem nigdy dwa zdania sprzeczne nie mogą być prawdziwe, a więc i owa koniunkcja nigdy nie byłaby prawdziwa), które dopiero po zaprzeczeniu staje się zdaniem prawdziwym.

Innymi słowy: **koniunkcja zdań sprzecznych jest zawsze fałszywa, natomiast jej zaprzeczenie jest zawsze prawdziwe.**

Tak rozumiane prawo sprzeczności można przedstawić w formie wzoru:

$$\boxed{\sim (a \wedge \sim a)}$$

który należy czytać: «nieprawda, że zarazem a i nie a».

Zgodnie z prawem sprzeczności, koniunkcja: «Istotą dowodzenia są procesy informacyjne związane z wykonywaniem określonych operacji na informacjach operacyjno-taktycznych i istotą dowodzenia nie są procesy informacyjne związane z wykonywaniem określonych operacji na informacjach operacyjno-taktycznych» jest fałszywa, natomiast jej zaprzeczenie, które w skrócie zapisujemy: «Nieprawda, że istotą dowodzenia zarazem są i nie są procesy informacyjne związane z wykonywaniem określonych operacji na informacjach operacyjno-taktycznych» jest zdaniem prawdziwym.

4.1.2. Prawo wyłączonego środka

Weźmy pod uwagę dwa inne zdania sprzeczne: «Każda kradzież jest czynem społecznie szkodliwym» oraz «Nieprawda, że każda kradzież jest czynem społecznie szkodliwym».

Na podstawie prawa sprzeczności wiemy, że zdania te nie mogą być jednocześnie prawdziwe.

Bliższa analiza tych zdań pozwala na przyjęcie tezy, że przynajmniej jedno z nich **musi być prawdziwe.** Uświadomienie sobie tego faktu nie wystarcza niestety na wskazanie tego zdania, które właśnie jest prawdziwe.

W ten sposób dochodzimy do jednego z ważnych praw logicznych, tzw. **prawa wyłączonego środka,** które brzmi: **z dwóch zdań sprzecznych jedno i tylko jedno jest prawdziwe.**

Z prawa wyłączonego środka wynika, że gdybyśmy zbudowali alternatywę zdań sprzecznych, to bez względu na ich treść byłaby ona zawsze zdaniem prawdziwym (bowiem zawsze przynajmniej jeden człon będzie prawdziwy).

Tak rozumiane prawo wyłączonego środka można przedstawić w postaci wzoru:

$$\boxed{a \vee \sim a}$$

który czytamy: «a lub nie a».

Zgodnie z prawem wyłączonego środka prawdziwa jest następująca alternatywa: «Niniejszy skrypt jest wyczerpującym wykładem logiki formalnej lub nieprawda, że niniejszy skrypt jest wyczerpującym wykładem logiki formalnej».

4.1.3. Prawo podwójnego przeczenia

Zgodnie z tym prawem **zdanie dwukrotnie zaprzeczone nie zmienia swojej wartości logicznej** (patrz paragraf 2.3.2.1).

Prawo to możemy przedstawić w formie wzoru:

$$\boxed{\frac{\sim\sim p}{p}}$$

który czytamy: «nieprawda, że nieprawda, że p, więc p», ewentualnie «nieprawda, że nie p, więc p».

Na mocy prawa podwójnego przeczenia wartość logiczna zdania: «Nieprawda, że NRF nie jest państwem militarystycznym» jest taka sama jak zdania: «NRF jest państwem militarystycznym».

4.2. Logiczne (niezawodne) schematy wnioskowania z dwiema zmiennymi zdaniowymi

Obecnie omówimy niektóre, częściej spotykane logiczne schematy wnioskowania z dwiema zmiennymi zdaniowymi.

4.2.1. Sposób ustanawiający przez ustanowienie (modus ponendo ponens)

Ktoś rozumuje w następujący sposób: «Jeżeli suma cyfr pewnej danej liczby dzieli się przez 3, to liczba ta również dzieli się przez 3 i wiadomo, że suma cyfr liczby 207.348 wynosząca 24 jest podzielna przez 3, więc liczba 207.348 jest podzielna przez 3».

Uporządkujmy to rozumowanie, wyróżniając przesłanki i wniosek:

(1) «Jeżeli suma cyfr pewnej danej liczby dzieli się przez 3, to również ta liczba dzieli się przez 3

i

(2) wiadomo, że suma cyfr liczby 207.348 wynosząca 24 jest podzielna przez 3

więc

(3) liczba 207.348 jest podzielna przez 3».

W przytoczonym wnioskowaniu pierwsza przesłanka jest zdaniem warunkowym, druga to skonkretyzowana postać poprzednika tego zdania, natomiast konkluzja to jego skonkretyzowany następnik.

Spróbujmy przedstawić analizowane wnioskowanie w postaci sformalizowanego schematu logicznego. W tym celu poprzednik pierwszej przesłanki: «suma cyfr pewnej danej liczby dzieli się przez 3» zastąpmy zmienną «a», jej następnik zaś: «liczba ta również dzieli się przez 3» — zmienną «b». Całe wnioskowanie można teraz przedstawić w postaci schematu:

(a → b)
i
a
więc
b

Z kolei zastąpmy funktor zdaniotwórczy «i» symbolem koniunkcji, a słowo «więc», oddzielające wniosek od przesłanek poziomą kreską. Wtedy analizowany schemat przyjmie taką oto postać:

$$\boxed{\frac{(a \to b) \wedge a}{b}}$$

Schemat ten czytamy: «jeżeli a, to b i a, więc b».

Zastępując poziomą kreskę oddzielającą wniosek od przesłanek symbolem funktora implikacji $\rightarrow$ możemy nadać rozważanemu schematowi ostateczną, rzec można najbardziej sformalizowaną postać:

$$\boxed{\{[(a \rightarrow b) \wedge a] \rightarrow b\}}$$

Schemat ten czytamy: «jeżeli jeżeli a, to b i a, to b».

Analizowany schemat wnioskowania jest schematem logicznym, a więc niezawodnym: wnioskując według niego nigdy nie przejdziemy od prawdziwych przesłanek do fałszywych wniosków. Jest on nazywany **sposobem ustanawiającym przez ustanowienie** lub po łacinie **modus ponendo ponens.**

Poniżej przytaczamy kilka wnioskowań, które również przebiegają według schematu ponendo ponens.

«Jeżeli dzisiaj jest niedziela, to jutro jest poniedziałek i wiadomo, że dzisiaj jest właśnie niedziela, więc jutro jest na pewno poniedziałek».

«Jeżeli jeżeli mnożymy przez siebie dwie liczby o jednakowych znakach, to iloczyn jest liczbą większą od zera i wiadomo, że dwie liczby (-3) i (-17) mają znaki jednakowe, to wiadomo, że ich iloczyn będzie liczbą dodatnią».

4.2.2. Sposób obalający przez obalenie (modus tollendo tollens)

Dowódca pz znajdującego się w obronie rozumuje w następujący sposób: «Jeżeli nieprzyjaciel zamierza przejść do natarcia na kierunku działania mojego pułku, to musi przeprowadzić dokładne rozpoznanie przedniego skraju obrony i nieprawda, że nieprzyjaciel prowadzi dokładne rozpoznanie przedniego skraju naszej obrony, a więc nie może być prawdą, że nieprzyjaciel w najbliższym czasie przejdzie do natarcia na kierunku działania mojego pułku».

Uporządkujemy wnioskowanie dowódcy pułku, wydzielając w nim przesłanki i wniosek:

(1) «Jeżeli nieprzyjaciel zamierza przejść do natarcia na kierunku działania mojego pułku, to musi przeprowadzić dokładne rozpoznanie przedniego skraju obrony

i

(2) nieprawda, że nieprzyjaciel prowadzi dokładne rozpoznanie przedniego skraju naszej obrony

więc

(3) nie może być prawdą, że nieprzyjaciel w najbliższym czasie przejdzie do natarcia na kierunku działania mojego pułku».

Pierwsza przesłanka powyższego wnioskowania jest implikacją stwierdzającą pewną zależność pomiędzy prowadzeniem działań zaczepnych a rozpoznaniem, druga jest zaprzeczeniem następnika tej implikacji, natomiast wniosek to zaprzeczony jej poprzednik.

Dokonajmy formalizacji analizowanego wnioskowania, zastępując poprzednik przesłanki pierwszej: «nieprzyjaciel zamierza przejść do natarcia na kierunku działania mojego pułku» zmienną «a», następnik zaś «musi przeprowadzić dokładne rozpoznanie przedniego skraju obrony» zmienną «b». W ten sposób dochodzimy do schematu:

$$(a \rightarrow b)$$

i

$$\sim b$$

więc

$$\sim a$$

który w ujęciu bardziej sformalizowanym przyjmie postać:

$$\frac{(a \rightarrow b) \wedge \sim b}{\sim a}$$

lub

$$\{[(a \to b) \wedge \sim b] \to \sim a\}$$

Drugi ze schematów należy czytać: «jeżeli a, to b i wiadomo, że nieprawda, iż b, więc nieprawda, że a»; trzeci zaś: «jeżeli jeżeli a, to b i nieprawda, że b, to nieprawda, że a». Rozpatrywany schemat wnioskowania zaliczany jest do schematów logicznych i nosi nazwę **sposobu obalającego przez obalenie** lub po łacinie **modus tollendo tollens.** Wnioskując według tego schematu mamy gwarancję, że nigdy nie przejdziemy od prawdziwych przesłanek do fałszywych wniosków.

Poniżej przytaczamy wnioskowanie przebiegające według schematu tollendo tollens.

«Jeżeli jeżeli ktoś jest chory na gruźlicę, to wieczorami miewa stany podgorączkowe i nieprawdą jest, że Karpowicz miewa wieczorami stany podgorączkowe, to Karpowicz nie jest chory na gruźlicę».

4.2.3. Sposób ustanawiający przez obalenie (modus tollendo ponens)

Przyjrzyjmy się rozumowaniu, jakie przeprowadził kierowca samochodu, którego silnik niespodziewanie przestał pracować: «Silnik przestał pracować, ponieważ uległ uszkodzeniu lub silnik przestał pracować, ponieważ zabrakło paliwa i wiadomo, iż nieprawdą jest, że w zbiorniku nie ma paliwa, więc na pewno silnik uległ uszkodzeniu».

Uporządkujmy to wnioskowanie:

(1) «Silnik przestał pracować, ponieważ uległ uszkodzeniu lub silnik przestał pracować, ponieważ zabrakło paliwa

i

(2) wiadomo, iż nieprawdą jest, że w zbiorniku nie ma paliwa

więc

(3) na pewno silnik samochodu uległ uszkodzeniu».

Pierwsza przesłanka jest alternatywą, druga jej zaprzeczonym drugim członem, natomiast wniosek jest jej pierwszym członem.

W przytoczonym wnioskowaniu zastępujemy pierwszy człon pierwszej przesłanki: «silnik przestał pracować, ponieważ uległ uszkodzeniu» zmienną «a», natomiast drugi człon pierwszej przesłanki: «silnik przestał pracować, ponieważ zabrakło paliwa» zmienną «b». Obecnie całe wnioskowanie możemy przedstawić w formie schematów o różnym stopniu formalizacji.

$(a \vee b)$

i

$\sim b$

więc

a

$$\frac{(a \vee b) \wedge \sim b}{a}$$

$$\{[(a \vee b) \wedge \sim b] \rightarrow a\}$$

Drugi z przytoczonych schematów czytamy: «a lub b i nieprawda, że b, więc a»; trzeci zaś: «jeżeli a lub b i nieprawda, że b, to a».

Jest to również logiczny schemat wnioskowania, nazywany **sposobem ustanawiającym przez obalenie** lub po łacinie **modus tollendo ponens.** Wnioskując według niego zawsze przechodzimy od prawdy do prawdy i nigdy nie przejdziemy od prawdy do fałszu.

Ze względu na to, że alternatywa jest przemienna, ma również walor następująca odmiana schematu tollendo ponens:

$(a \vee b)$
i
$\sim a$
więc
b

$$\frac{(a \vee b) \wedge \sim a}{b}$$

$$\{[(a \vee b) \wedge \sim a] \rightarrow b\}$$

4.2.4. Sposób obalający przez ustanowienie (modus ponendo tollens)

W niektórych zbiorach zadań z logiki można znaleźć następujące opowiadanie. Oto w pewnym państwie panował następujący zwyczaj. Każdy przestępca skazany na śmierć ciągnął przed egzekucją los, który dawał mu szansę ocalenia. Do pudła wrzucano dwie kartki: jedną z napisem ŻYCIE, drugą z napisem ŚMIERĆ. Jeżeli skazany wyciągnął pierwszą z nich, to zostawał ułaskawiony, jeżeli drugą — wyrok wykonywano.

Jeden z obywateli tego państwa miał sporo wrogów, którzy uknuli spisek i spowodowali postawienie go przed sądem. Sąd skazał go na karę śmierci. Chcąc przypieczętować los nieszczęśnika, wrogowie doprowadzili do tego, że do pudła, z którego miał on ciągnąć los wrzucono dwie kartki, z których każda zawierała napis ŚMIERĆ. Przyjaciele skazanego nie mogli mu pomóc — dowiedzieli się jednak o przygotowywanym fałszerstwie i powiedzieli mu o nim. Skazaniec nie chciał zwracać się z tą sprawą do sądu; wpadł jednak na pomysł, który pozwolił mu uratować życie. Kiedy przyszło do losowania, wyciągnął kartkę z pudła i natychmiast ją połknął. Sędziowie wyciągnęli z pudła drugą kartkę, odczytali napis ŚMIERĆ i uwolnili skazańca sądząc, że wylosował kartkę z napisem ŻYCIE.

Odtwórzmy rozumowanie sędziów:

(1) «Skazaniec nie wylosował kartki z napisem ŚMIERĆ albo skazaniec nie wylosował kartki z napisem ŻYCIE

i

(2) wiadomo, że skazaniec nie wylosował kartki z napisem ŚMIERĆ

więc

(3) nieprawda, że skazaniec nie wylosował kartki z napisem ŻYCIE (co jest równoważne zdaniu: skazaniec wylosował kartkę z napisem ŻYCIE)».

Obydwa człony pierwszej przesłanki: «skazaniec nie wylosował kartki z napisem ŚMIERĆ» oraz «skazaniec nie wylosował kartki z napisem ŻYCIE» zastępujemy kolejno zmiennymi «a» i «b». Dzięki temu możemy całe wnioskowanie przedstawić w postaci sformalizowanych schematów.

$(a \dot{-} b)$

i

a

więc

$\sim b$

$$\frac{(a \dot{-} b) \wedge a}{\sim b}$$

$$\boxed{\{[(a \dot{-} b) \wedge a] \rightarrow \sim b\}}$$

Drugi ze schematów czytamy: «a albo b i wiadomo, że a, więc nieprawda, że b»; trzeci zaś: «jeżeli a albo b i a, to nieprawda, że b».

Jest to także logiczny schemat wnioskowania, nazywany **sposobem obalającym przez ustanowienie** lub po łacinie **modus ponendo tollens.** Wnioskując według tego schematu zawsze przechodzimy od prawdy do prawdy i nigdy nie przejdziemy od prawdy do fałszu.

Alternatywa rozłączna jest przemienna, a więc ma walor następująca odmiana schematu ponendo tollens:

$(a \dot{-} b)$

i

b

więc

$\sim a$

$$\frac{(a \dot{-} b) \wedge b}{\sim a}$$

$$\{[(a \dot{-} b) \wedge b] \rightarrow \sim a\}$$

4.2.5. Kwadrat logiczny dla implikacji. Prawo transpozycji

W dowodzeniu wojskami wielokrotnie zachodzi potrzeba operowania zdaniami warunkowymi. Stąd konieczność omówienia tych praw, które pozwalają na takie przekształcanie implikacji, które zawsze od zdania prawdziwego prowadzi do zdania prawdziwego.

Weźmy pod uwagę następującą prawdziwą implikację: «jeżeli liczba całkowita x ma na pozycji jednostek cyfrę parzystą, to liczba x jest podzielna przez 2».

Implikację tę można przekształcić za pomocą jednego z przytoczonych sposobów:

a) można zamienić miejscami poprzednik i następnik;
b) można zanegować poprzednik i następnik;
c) można zamienić miejscami poprzednik i następnik, dokonując jednocześnie operacji negowania zarówno poprzednika, jak i następnika.

Poddajmy naszą implikację, którą nazwiemy **implikacją prostą**, kolejno tym wszystkim przekształceniom.

Po pierwsze zamieńmy miejscami jej poprzednik i następnik. Wtedy otrzymamy nową implikację: «Jeżeli liczba całkowita x jest podzielna przez 2, to liczba x ma na pozycji jednostek cyfrę parzystą».

Otrzymaliśmy w ten sposób tzw. **implikację odwrotną**, która w pewnych warunkach może okazać się fałszywa: np. liczba 50 jest podzielna przez 2, a mimo to nie ma na pozycji jednostek cyfry parzystej.

Z powyższego wynika, że dokonane przekształcenie prawdziwej implikacji doprowadziło do implikacji odwrotnej, która jednak w pewnych warunkach może okazać się fałszywa, a więc jest to przekształcenie, które nie gwarantuje, że zawsze od prawdy dojdziemy do prawdy.

Omawiane przekształcenie można przedstawić za pomocą następującego wzoru:

$$\boxed{\frac{(a \rightarrow b)}{(b \rightarrow a)}}$$

który czytamy: «jeżeli a, to b, więc jeżeli b, to a».

Oczywiście, że **nie jest** to logiczny schemat wnioskowania: korzystając z niego musimy liczyć się z faktem, że niekiedy doprowadzi on nas od prawdziwych przesłanek do fałszywych wniosków.

Dokonajmy **drugiego** z wymienionych przekształceń, a mianowicie zanegujmy jednocześnie poprzednik i następnik naszej implikacji. Otrzymamy nową implikację, tzw. **implikację przeciwną,** która brzmi: «Jeżeli nieprawda, że liczba całkowita x ma na pozycji jednostek cyfrę parzystą, to nieprawda, że liczba x jest podzielna przez 2».

W wyniku takiego przekształcenia otrzymaliśmy implikację, która w pewnych warunkach również może okazać się fałszywa.

Na podstawie powyższych rozważań formułujemy wniosek: dokonane przez nas przekształcenie prawdziwej implikacji doprowadziło do nowej implikacji, która jednak w pewnych warunkach może okazać się fałszywa, a więc jest to przekształcenie, które nie gwarantuje, że zawsze od prawdy dojdziemy do prawdy.

Oto formalny schemat tego przekształcenia:

$$\frac{(a \to b)}{(\sim a \to \sim b)}$$

Schemat ten należy czytać: «jeżeli a, to b, więc jeżeli nie a, to nie b».

Nie jest to logiczny schemat wnioskowania: kiedy jesteśmy zmuszeni do korzystania z niego pamiętajmy, że czasami doprowadzić nas może od prawdziwych przesłanek do fałszywych wniosków.

Omówimy obecnie **trzecie** z możliwych przekształceń: zanegujmy poprzednik i następnik, a następnie zamieńmy je miejscami. W tym wypadku otrzymamy następującą implikację: «Jeżeli nieprawda, że liczba całkowita x jest podzielna przez 2, to nieprawda, że liczba x ma na pozycji jednostek cyfrę parzystą», którą można wyrazić nieco prościej: «Jeżeli liczba całkowita x nie jest podzielna przez 2, to liczba x nie ma na pozycji jednostek parzystej cyfry».

Okazuje się, że otrzymana implikacja zwana **implikacją przeciwstawną** do implikacji prostej lub jej **transpozycją** jest zdaniem prawdziwym: zawsze tak jest, że jeżeli jakaś liczba nie jest podzielna przez 2, to na pewno nie ma na pozycji jednostek parzystej cyfry.

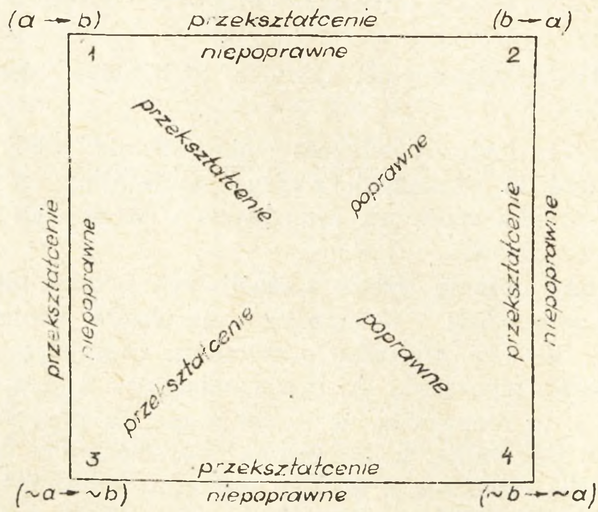
Dokonane przekształcenie można przedstawić w postaci sformalizowanego schematu:

$$\frac{(a \rightarrow b)}{(\sim b \rightarrow \sim a)}$$

który czytamy: «jeżeli a, to b, więc jeżeli nie b, to nie a».

Jest to **logiczny schemat wnioskowania:** korzystając z niego zawsze przechodzimy od prawdy do prawdy. Schemat ten nosi nazwę **prawa transpozycji.**

Dotychczasowe nasze rozważania dotyczące przekształcania implikacji ujmiemy w tzw. **kwadracie logicznym dla implikacji.**



Na wierzchołku nr 1 umieszczona jest implikacja wyjściowa, a więc implikacja prosta, na wierzchołku nr 2 implikacja odwrotna, na wierzchołku nr 3 implikacja przeciwna i wreszcie na wierzchołku nr 4 implikacja przeciwstawna do prostej, a więc jej transpozycja.

Boki kwadratu pokazują **niepoprawne** przekształcenia implikacji, a więc takie, które czasami od prawdy doprowadzają do prawdy, a czasami od prawdy doprowadzają do fałszu.

Chcemy zwrócić uwagę na fakt, że niepoprawność przekształceń, na które wskazuje kwadrat logiczny, ma walor **zwrotności:** jak nie można przechodzić od implikacji leżącej np. na wierzchołku nr 3 do implikacji leżącej na wierzchołku nr 4, tak nie można przechodzić od implikacji leżącej na wierzchołku nr 4 do implikacji leżącej na wierzchołku nr 3.

Przekątne kwadratu pokazują natomiast poprawne przekształcenia implikacji, tzn. takie, które zawsze od prawdy prowadzą do prawdy i nigdy nie prowadzą od prawdy do fałszu.

Przekształcenia te możemy ująć w następujące wzory:

a) $$\boxed{\frac{(a \to b)}{(\sim b \to \sim a)}}$$ «jeżeli a, to b, więc jeżeli nie b, to nie a»

b) $$\boxed{\frac{(\sim b \to \sim a)}{(a \to b)}}$$ «jeżeli nie b, to nie a, więc jeżeli a, to b»

c) $$\boxed{\frac{(b \to a)}{(\sim a \to \sim b)}}$$ «jeżeli b, to a, więc jeżeli nie a, to nie b»

d) $$\boxed{\frac{(\sim a \to \sim b)}{(b \to a)}}$$ «jeżeli nie a, to nie b, więc jeżeli b, to a»

Wszystkie przytoczone wzory stanowią różne postacie prawa transpozycji; przekształcając implikacje zgodnie z nimi nigdy nie przejdziemy od prawdy do fałszu.

4.2.6. Prawa De Morgana

Do bardzo interesujących schematów wnioskowania należy zaliczyć prawa De Morgana, z których jedno stanowi podstawę zaprzeczania alternatywy, a drugie koniunkcji.

Zaprzeczenie alternatywy — zgodnie z prawem De Morgana — **jest równoważne koniunkcji jej zaprzeczonych członów.** Treść tego prawa można przedstawić w postaci schematu wnioskowania:

$$\boxed{\begin{array}{c} \sim (a \vee b) \\ \text{więc} \\ \sim a \wedge \sim b \end{array}}$$

Po dalszej formalizacji dochodzimy do schematów:

$$\boxed{\frac{\sim (a \vee b)}{(\sim a \wedge \sim b)}}$$

$$\boxed{\sim (a \vee b) \equiv (\sim a \wedge \sim b)}$$

z których pierwszy czytamy: «nieprawda, że a lub b, więc nieprawda, że a i nieprawda, że b», drugi natomiast: «nieprawda, że a lub b zawsze i tylko wtedy, kiedy nieprawda, że a i nieprawda, że b».

Omawiane prawo De Morgana można zilustrować podstawiając do schematów pod zmienną «a» zdanie: «Nieprzyjaciel będzie forsował rzekę na kierunku WÓLKI», natomiast pod zmienną «b» zdanie: «Nieprzyjaciel będzie forsował rzekę na kierunku FOLWARKU».

W wyniku otrzymujemy rozumowanie mające następującą postać:

(1) «Nieprawda, że nieprzyjaciel będzie forsował rzekę na kierunku WÓLKI lub na kierunku FOLWARKU

więc

(2) nieprawda, że nieprzyjaciel będzie forsował rzekę na kierunku WÓLKI i nieprawda, że nieprzyjaciel będzie forsował rzekę na kierunku FOLWARKU».

Zaprzeczenie koniunkcji — zgodnie z kolejnym prawem De Morgana — **jest równoważne alternatywie jej zaprzeczonych członów.** Istotę tego prawa odzwierciedla odnośny schemat wnioskowania:

$$\boxed{\begin{array}{c} \sim (a \wedge b) \\ \text{więc} \\ \sim a \vee \sim b \end{array}}$$

Kontynuując formalizację otrzymujemy następujące schematy:

$$\boxed{\dfrac{\sim (a \wedge b)}{(\sim a \vee \sim b)}}$$

$$\boxed{\sim (a \wedge b) \equiv (\sim a \vee \sim b)}$$

Pierwszy z nich czytamy: «nieprawda, że a i b, więc nieprawda, że a lub nieprawda, że b», drugi zaś: «nieprawda, że a i b zawsze i tylko wtedy, gdy nieprawda, że a lub nieprawda, że b».

Podamy obecnie przykład ilustrujący omawiane prawo De Morgana. Pod zmienną «a» podstawiamy zdanie: «Przed frontem natarcia dywizji bronią się pododdziały 213 pcz nieprzyjaciela», natomiast pod zmienną «b» zdanie: «Przed frontem natarcia dywizji bronią się pododdziały 172 pz».

W rezultacie dochodzimy do rozumowania:

(1) «Nieprawda, że przed frontem natarcia dywizji bronią się pododdziały 213 pcz i pododdziały 172 pz nieprzyjaciela

więc

(2) nieprawda, że przed frontem natarcia dywizji bronią się pododdziały 213 pcz nieprzyjaciela lub nieprawda, że przed frontem natarcia dywizji bronią się pododdziały 172 pz nieprzyjaciela».

Tak rozumiane prawa De Morgana stanowią wygodny i niezawodny instrument pozwalający na szybkie i prawidłowe zaprzeczanie alternatyw i koniunkcji.

4.2.7. Zawodne schematy wnioskowania z dwiema zmiennymi zdaniowymi

Ktoś rozumuje w sposób następujący:

(1) «Jeżeli nieprzyjaciel przygotowuje się do natarcia, to prowadzi rozpoznanie naszej obrony

i

(2) skądinąd wiadomo, że nieprzyjaciel nie przygotowuje się aktualnie do prowadzenia działań zaczepnych

więc

(3) nieprzyjaciel nie prowadzi rozpoznania naszej obrony».

Analizując to rozumowanie stwierdzamy ze zdziwieniem, że od prawdziwych przesłanek przeszliśmy do wniosku, który okazuje się jawnie fałszywy: wiadomo przecież, że nieprzyjaciel będzie zawsze rozpoznawał naszą obronę, bez względu na to czy aktualnie przygotowuje się do prowadzenia działań zaczepnych, czy też nie. Dlaczego tak się stało? Otóż dlatego, że wnioskowano według schematu, który nie ma waloru niezawodności, a więc nie jest schematem logicznym.

Ustalmy ten schemat. W tym celu w miejsce poprzednika pierwszej przesłanki: «Nieprzyjaciel przygotowuje się do natarcia» podstawmy zmienną «a», natomiast w miejsce następnika pierwszej przesłanki: «nieprzyjaciel prowadzi rozpoznanie naszej obrony» podstawiamy zmienną — «b». Teraz możemy zbudować formalny schemat analizowanego wnioskowania:

$$\begin{array}{c} (a \rightarrow b) \\ \text{i} \\ \sim a \\ \text{więc} \\ \sim b \end{array}$$

$$\frac{(a \rightarrow b) \wedge \sim a}{\sim b}$$

$$\{[(a \rightarrow b) \wedge \sim a] \rightarrow \sim b\}$$

Drugi ze schematów czytamy: «jeżeli a, to b i nieprawda, że a, więc nieprawda, że b»; trzeci zaś: «jeżeli a, to b i nieprawda, że a, to nieprawda, że b».

Otrzymany schemat nie jest schematem niezawodnym — wnioskując według niego niekiedy będziemy przechodzić od prawdy do prawdy, czasami natomiast od prawdy do fałszu.

Rozpatrzmy jeszcze jedno rozumowanie:

(1) «Wiadomo, że jeżeli podgrzewamy pręt metalowy, to pręt metalowy wydłuża się

i

(2) stwierdzamy, że obserwowany pręt metalowy wydłuża się

więc

(3) obserwowany pręt metalowy jest podgrzewany».

Podobnie jak poprzednio, od prawdziwych przesłanek przechodzimy do wniosku, który budzi poważne wątpliwości: może się przecież zdarzyć, że pręt metalowy wydłużył się w wyniku rozciągania, a nie podgrzewania. W tym wypadku, mimo iż przesłanki będą prawdziwe, wniosek okaże się fałszywy. Jest to rezultat tego, że również i to wnioskowanie opiera się na schemacie, który nie jest schematem logicznym.

Podstawiając w miejsce poprzednika pierwszej przesłanki: «podgrzewamy pręt metalowy» zmienną «a», w miejsce następnika: «pręt metalowy się wydłuża» — zmienną «b», otrzymujemy następujący formalny schemat wioskowania:

$$(a \to b)$$

i

b

więc

a

$$\frac{(a \to b) \wedge b}{a}$$

$$\{ [(a \to b) \wedge b] \to a \}$$

Drugi ze schematów czytamy: «jeżeli a, to b i b, więc a; trzeci zaś: «jeżeli jeżeli a, to b i b, to a».

Przytoczony schemat nie jest schematem niezawodnym — wnioskując według niego musimy liczyć się z faktem, że czasami będziemy przechodzić od prawdziwych przesłanek do prawdziwych wniosków, a czasami od prawdziwych przesłanek do fałszywych wniosków.

4.3. Niektóre schematy wnioskowania z trzema zmiennymi zdaniowymi

Dotychczas omawialiśmy schematy wnioskowania, w których występowały bądź jedna, bądź dwie zmienne zdaniowe. Logicy interesują się także schematami, w których występuje więcej zmiennych zdaniowych. Obecnie omówimy kilka logicznych schematów z trzema zmiennymi zdaniowymi.

4.3.1. Prawo transpozycji złożonej

Rozpatrzmy następujące rozumowanie: «Jeżeli liczba x dzieli się przez 2 i liczba x dzieli się przez 3, to liczba x dzieli się przez 6, więc jeżeli liczba x dzieli się przez 2 i liczba x nie dzieli się przez 6, to liczba x nie dzieli się przez 3».

Wyróżnijmy przesłankę i wniosek tego rozumowania:

(1) «Jeżeli liczba x dzieli się przez 2 i liczba x dzieli się przez 3, to liczba x dzieli się przez 6

więc

(2) jeżeli liczba x dzieli się przez 2 i liczba x nie dzieli się przez 6, to liczba x nie dzieli się przez 3».

Przesłanka (1) stanowi implikację, w której poprzednik jest koniunkcją; jej pierwszy człon zastąpmy zmienną «a», natomiast drugi zmienną «b». Następnik implikacji zastąpmy zmienną «c».

Teraz możemy odtworzyć strukturę analizowanego wnioskowania:

$$(a \wedge b) \rightarrow c$$

więc

$$(a \wedge \sim c) \rightarrow \sim b$$

któremu po dalszej formalizacji można nadać następującą postać:

$$\boxed{\frac{(a \wedge b) \rightarrow c}{(a \wedge \sim c) \rightarrow \sim b}}$$

$$\boxed{\{[(a \wedge b) \rightarrow c] \rightarrow [(a \wedge \sim c) \rightarrow \sim b]\}}$$

Drugi ze schematów czytamy: «jeżeli a i b, to c, więc jeżeli a i nieprawda, że c, to nieprawda, że b»; trzeci zaś: «jeżeli jeżeli a i b, to c, to jeżeli a i nieprawda, że c, to nieprawda, że b».

Przytoczony schemat jest schematem niezawodnym: wnioskując według niego, nigdy od zdania prawdziwego nie przejdziemy do zdania fałszywego. Schemat ten nazywamy **prawem transpozycji złożonej.**

4.3.2. Prawo łączenia

Weźmy pod uwagę takie oto rozumowanie: «Wiadomo, że jeżeli na polu walki żołnierz przechodzi do nieprzyjaciela, to podlega karze śmierci i wiadomo, że jeżeli żołnierz z tchórzostwa ucieka z pola walki, to podlega karze śmierci, więc jeżeli na polu walki żołnierz przechodzi do nieprzyjaciela lub z tchórzostwa ucieka z pola walki, to podlega karze śmierci».

Wyodrębnijmy w tym rozumowaniu przesłanki i wniosek:

(1) «Jeżeli na polu walki żołnierz przechodzi do nieprzyjaciela, to podlega karze śmierci

i

(2) jeżeli żołnierz z tchórzostwa ucieka z pola walki, to podlega karze śmierci

więc

(3) jeżeli na polu walki żołnierz przechodzi do nieprzyjaciela lub z tchórzostwa ucieka z pola walki, to podlega karze śmierci».

Przesłankami tego wnioskowania są dwie implikacje, które mają różne poprzedniki oraz identyczne następniki. Wniosek jest natomiast implikacją mającą w poprzedniku alternatywę, której członami są poprzedniki implikacji występujących w przesłankach, a w następniku zdanie identyczne z następnikami tych implikacji.

Zastąpmy obecnie poprzednik pierwszej przesłanki: «na polu walki żołnierz przechodzi do nieprzyjaciela» zmienną «a», poprzednik drugiej przesłanki: «żołnierz z tchórzostwa ucieka z pola walki» — zmienną «b», a następnik tych implikacji: «żołnierz podlega karze śmierci» — zmienną «c». Obecnie możemy odtworzyć formalną strukturę analizowanego wnioskowania:

$$\boxed{\begin{array}{c} (a \to c) \\ \text{i} \\ (b \to c) \\ \text{więc} \\ (a \vee b) \to c \end{array}}$$

$$\boxed{\dfrac{(a \to c) \wedge (b \to c)}{(a \vee b) \to c}}$$

$$\boxed{\{[(a \to c) \wedge (b \to c)] \to [(a \vee b) \to c]\}}$$

Drugi z przytoczonych schematów czytamy: «jeżeli a, to c i jeżeli b, to c, więc jeżeli a lub b, to c»; trzeci zaś: «jeżeli jeżeli a, to c i jeżeli b, to c, to jeżeli a lub b, to c».

W tym wypadku również mamy do czynienia z niezawodnym schematem wnioskowania nazywanym prawem łączenia.

4.3.3. Prawo kompozycji

Ktoś rozumuje w następujący sposób: «Wiadomo, że jeżeli samochód milicyjny jest w akcji, to ma włączoną syrenę i wiadomo, że jeżeli samochód milicyjny jest w akcji, to ma włączony sygnał świetlny, a więc jeżeli samochód milicyjny jest w akcji, to ma włączoną syrenę i ma włączony sygnał świetlny».

Uporządkujmy to rozumowanie:

(1) «Jeżeli samochód milicyjny jest w akcji, to ma włączoną syrenę

i

(2) jeżeli samochód milicyjny jest w akcji, to ma włączony sygnał świetlny

więc

(3) jeżeli samochód milicyjny jest w akcji, to ma włączoną syrenę i ma włączony sygnał świetlny».

Przesłankami przytoczonego wnioskowania są dwie implikacje, które mają różne następniki i jednakowe poprzedniki. Wniosek zaś stanowi implikację mającą w następniku koniunkcję, której członami są następniki implikacji występujących w przesłankach, a w poprzedniku zdanie identyczne z ich poprzednikami.

Dokonajmy podstawień. W miejsce poprzednika obydwu przesłanek: «samochód milicyjny jest w akcji» podstawmy zmienną «a», w miejsce następnika pierwszej przesłanki: «samochód milicyjny ma włączoną syrenę» — zmienną «b», natomiast w miejsce następnika drugiej przesłanki: «samochód milicyjny ma włączony sygnał świetlny» — zmienną «c».

Po tych zabiegach możemy przedstawić strukturę analizowanego wnioskowania:

$$\boxed{\begin{array}{c}(a \rightarrow b)\\ \text{i}\\ (a \rightarrow c)\\ \text{więc}\\ a \rightarrow (b \wedge c)\end{array}}$$

$$\boxed{\frac{(a \rightarrow b) \wedge (a \rightarrow c)}{a \rightarrow (b \wedge c)}}$$

$$\boxed{\{[(a \rightarrow b) \wedge (a \rightarrow c)] \rightarrow [a \rightarrow (b \wedge c)]\}}$$

Drugi ze schematów czytamy: «jeżeli a, to b i jeżeli a, to c, więc jeżeli a, to b i c»; trzeci zaś: «jeżeli jeżeli a to b i jeżeli a, to c, to jeżeli a, to b i c».

Przytoczony schemat również jest schematem niezawodnym i nosi nazwę **prawa kompozycji.**

Na tym kończymy przykładowe omówienie niektórych logicznych schematów wnioskowania z trzema zmiennymi zdaniowymi.

4.4. Formalne aspekty budowania niezawodnych schematów wnioskowania

W niniejszym paragrafie będziemy starali się dać odpowiedź na następujące pytanie: w jaki sposób dochodzimy do niezawodnych schematów wnioskowania?

Uzyskanie odpowiedzi na to pytanie wiąże się z rozwiązywaniem zadań następującego typu. Dana jest prawdziwa implikacja, której poprzednik jest również zdaniem prawdziwym. Należy określić jaką wartość logiczną posiada następnik tej implikacji.

Przeprowadzimy następujące rozumowanie. Implikacja jest prawdziwa w trzech wypadkach, które zaznaczamy w tabelce wartości logicznych implikacji

a	b	a → b
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Zgodnie z warunkami powyższego zadania, w tabelce został zakreskowany (wykluczony) wiersz odpowiadający takiemu podstawieniu pod zmienne symboli 1 i 0, które daje implikację fałszywą.

Postępując w dalszym ciągu zgodnie z warunkami zadania wykluczamy te wypadki, w których poprzednik implikacji nie jest prawdziwy, a więc a = 0.

a	b	a → b
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

W konsekwencji otrzymaliśmy jedną tylko sytuację: cała implikacja jest prawdziwa, poprzednik implikacji jest prawdziwy, a także następnik jest prawdziwy.

W oparciu o rozwiązanie powyższego zadania możemy sformułować prawo logiczne, zgodnie z którym «następnik prawdziwej implikacji, która ma prawdziwy poprzednik, również jest zdaniem prawdziwym».

Prawo to możemy zapisać w postaci wzoru

$$\frac{(a \rightarrow b) \wedge a}{b},$$

w którym czytelnik rozpoznaje omówiony poprzednio niezawodny schemat wnioskowania zwany modus ponendo ponens.

Rozwiążmy kolejne zadanie. Dana jest prawdziwa alternatywa, której pierwszy człon jest fałszywy. Jaką wartość logiczną posiada drugi człon tej alternatywy?

Alternatywa jest prawdziwa wtedy, kiedy przynajmniej jeden z jej członów jest prawdziwy; natomiast fałszywa jest zawsze i tylko wtedy, kiedy jednocześnie obydwa jej człony są fałszywe:

a	b	$a \vee b$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Zgodnie z warunkami zadania wykluczyliśmy wypadek, kiedy alternatywa jest fałszywa.

Z kolei, uwzględniając dalsze warunki zadania, wykluczamy te wypadki, kiedy pierwszy człon analizowanej alternatywy jest prawdziwy:

a	b	a $\vee$ b
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Jako wynik przeprowadzonego rozumowania otrzymujemy tylko jedną sytuację: cała alternatywa jest prawdziwa, pierwszy jej człon jest fałszywy, natomiast drugi człon jest prawdziwy.

Teraz już możemy sformułować odpowiedź na pytanie postawione w zadaniu: drugi człon danej alternatywy jest zdaniem prawdziwym.

Analogicznie jak poprzednio, możemy w oparciu o uzyskane rozwiązanie sformułować prawo logiczne, zgodnie z którym «drugi człon prawdziwej alternatywy, której pierwszy człon jest fałszywy, jest zdaniem prawdziwym».

Prawo to zapisujemy w postaci wzoru

$$\frac{(a \vee b) \wedge \sim a}{b},$$

w którym czytelnik rozpoznaje niezawodny schemat wnioskowania zwany modus tollendo ponens.

Rozwiążmy jeszcze jedno zadanie podobnego typu. Dana jest prawdziwa implikacja, której następnik jest prawdziwy. Jaką wartość logiczną ma poprzednik tej implikacji?

Opierając się na warunkach zadania wykluczamy te wszystkie wypadki, kiedy implikacja jest fałszywa oraz te wszystkie wypadki, kiedy jej następnik nie jest prawdziwy (jest fałszywy) i otrzymujemy następującą tabelkę:

a	b	a → b
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Okazuje się, że pozostały niezakreskowane dwa wiersze, a więc w prawdziwej implikacji, której następnik jest prawdziwy, o poprzedniku nie można w sposób jednoznaczny nic powiedzieć: może on być bądź prawdziwy, bądź fałszywy.

Wyniki naszych rozważań nie mogą w tym wypadku stanowić podstawy do zbudowania jakiegoś niezawodnego schematu wnioskowania. Na ich podstawie można jedynie sformułować następujące ostrzeżenie: niech wszyscy pamiętają, że na podstawie prawdziwości następnika prawdziwej implikacji nie można w sposób jednoznaczny określić wartości logicznej poprzednika.

W oparciu o przytoczone przykłady staraliśmy się wyjaśnić formalny mechanizm budowania niezawodnych schematów wnioskowania.

Można powiedzieć, że po prostu rzecz polega na rozwiązaniu swoistej krzyżówki: znamy zależności, jakie się kształtują pomiędzy wartością logiczną poszczególnych członów a całym zdaniem złożonym, znamy wartość logiczną całego zdania złożonego oraz znamy wartości logiczne niektórych jego członów; na tej podstawie określamy wartość logiczną bądź wszystkich, bądź niektórych z pozostałych członów.

W wypadkach, kiedy chodzi o bardziej złożone schematy, sprawy nieco się komplikują, lecz zawsze istota problemu sprowadza się do owej symbolicznej krzyżówki, którą należy rozwiązać według przytoczonych powyżej zasad.

4.5. Zero-jedynkowa (matrycowa) metoda sprawdzania schematów wnioskowania

Załóżmy, że mamy dany jakiś formalny schemat wnioskowania ze zmiennymi zdaniowymi i chcemy ustalić czy jest on schematem logicznym (niezawodnym), czy też nie.

Powstaje pytanie: czy jest jakaś metoda, która pozwalałaby na jednoznaczne rozwiązanie tego problemu? Odpowiedź na to pytanie jest twierdząca.

Jedna z najprostszych metod pozwalająca wielokrotnie na jednoznaczną ocenę analizowanego schematu wnioskowania polega na tym, że staramy się dobrać takie podstawienia konkretnych treści pod zmienne zdaniowe, aby wniosek otrzymany według sprawdzanego schematu z prawdziwych przesłanek był zdaniem **fałszywym.** Na tej podstawie uznajemy sprawdzany schemat za **zawodny.**

Np. mamy schemat wnioskowania

$$\frac{a \rightarrow b}{\sim a \rightarrow \sim b}$$

który chcemy sprawdzić za pomocą opisanej powyżej metody.

W tym celu staramy się zastąpić zmienne «a» i «b» takimi zdaniami, które dadzą prawdziwą przesłankę i fałszywy wniosek.

Dokonajmy następującego podstawienia:

a — «pada deszcz»;

b — «na niebie są chmury».

Zastępując w powyższym schemacie zmienne «a» i «b» odnośnymi zdaniami, otrzymujemy następujące rozumowanie:

«Jeżeli pada deszcz, to na niebie są chmury

więc

jeżeli nie pada deszcz, to na niebie nie ma chmur».

W wyniku podstawienia konkretnych zdań za zmienne występujące w sprawdzanym schemacie, otrzymaliśmy wnioskowanie, w którym przesłanka jest prawdziwa, natomiast wniosek jest jawnie fałszywy.

Oznacza to, że przytoczony schemat **nie jest** niezawodny: czasami od prawdy będzie prowadził do prawdy, ale czasami od prawdy doprowadzi do fałszu.

Należy podkreślić, że **wystarczy znaleźć tylko jedno takie podstawienie, które da prawdziwe przesłanki i fałszywy wniosek, aby można było uznać dany schemat wnioskowania za zawodny.**

Chcemy też zwrócić uwagę na fakt, że znalezienie nawet znacznej liczby takich podstawień, które dadzą prawdziwe przesłanki i prawdziwy wniosek **nie upoważnia** nas do uznania schematu za niezawodny. Nigdy bowiem nie mamy gwarancji, że nie ma takiego podstawienia, które da prawdziwe przesłanki i fałszywy wniosek.

Rozpatrzymy inną, bardzo ciekawą metodę sprawdzania schematów wnioskowania, tzw. metodę **zero-jedynkową** lub **matrycową.**

W sprawdzanym schemacie dokonujemy wszystkich możliwych podstawień pod zmienne zdaniowe symboli 1 i 0. Jeżeli następnie wykonując operacje określone w tabelkach wartości logicznych zdań złożonych zawsze otrzymamy w ostatecznym wyniku symbol zdania prawdziwego — 1, to uznajemy sprawdzany schemat wnioskowania za niezawodny. Jeżeli natomiast co najmniej raz otrzymamy w wyniku symbol zdania fałszywego — 0, to sprawdzany schemat uznajemy za zawodny.

Wyjaśnimy tę metodę na prostym przykładzie. Weźmy pod uwagę następujący formalny schemat wnioskowania:

$$\frac{(a \rightarrow b) \wedge \sim b}{\sim a}.$$

Najpierw przedstawimy ten schemat w postaci implikacji, której poprzednik będą stanowiły przesłanki powyższego schematu, natomiast następnik — jego wniosek. Otrzymujemy więc takie oto wyrażenie:

$$\{[(a \rightarrow b) \wedge \sim b] \rightarrow \sim a\}.$$

Następnie w miejsce zmiennych «a» i «b» podstawiamy wszystkie możliwe kombinacje symboli 1 i 0. Ilość i charakter podstawień określa poniższa tabela:

L. p.	a	b	Wartość wyrażenia
I	1	1	?
II	1	0	?
III	0	1	?
IV	0	0	?

Okazuje się, że musimy dokonać czterech podstawień. Oczywiście, że zastąpienie zmiennych zdaniowych symbolami 1 i 0 należy traktować jako zastąpienie ich zdaniami logicznymi o określonej wartości logicznej: bądź prawdziwymi, bądź fałszywymi.

Po każdym podstawieniu badamy jaką wartość logiczną przyjmuje w całości sprawdzane wyrażenie i na tej podstawie oceniamy charakter analizowanego schematu wnioskowania. Rozpatrzmy po kolei wszystkie możliwe podstawienia.

Podstawienie pierwsze:

L. p.	a	b	Wartość wyrażania
I	1	1	?

Po podstawieniu w miejsce «a» i «b» symboli 1 i 0, badane wyrażenie

1) $$\{[(a \rightarrow b) \wedge \sim b] \rightarrow \sim a\}$$

przyjmie postać następującą:

2) $$\{[(1 \rightarrow 1) \wedge \sim 1] \rightarrow \sim 1\}.$$

W tym wyrażeniu implikacja zawarta w okrągłym nawiasie jest zdaniem prawdziwym, ponieważ zarówno poprzednik, jak i jej następnik są zdaniami prawdziwymi. Dlatego implikację tę możemy zastąpić symbolem zdania prawdziwego 1.

Wyrażenie (~ 1) (zaprzeczenie zdania prawdziwego) możemy zastąpić symbolem zdania fałszywego 0.

Wykonując te operacje otrzymujemy z wyrażenia (2) wyrażenie następujące:

3) $$\{[1 \wedge 0] \rightarrow 0\}.$$

W dalszym ciągu zastępując wyrażenie $[1 \wedge 0]$ symbolem zdania fałszywego 0 (koniunkcja, której przynajmniej jeden człon jest fałszywy jest zdaniem fałszywym) otrzymujemy kolejne wyrażenie:

4) $$\{0 \rightarrow 0\}.$$

Teraz sprawa jest już prosta: implikacja, której poprzednik i następnik są fałszywe, jest zdaniem prawdziwym. Możemy więc przejść do kolejnego wyrażenia:

5) $$\{1\}.$$

Tak więc w wyniku pierwszego podstawienia całe wyrażenie przyjęło wartość 1. Obecnie możemy wypełnić do końca pierwszy wiersz tabeli:

L. p.	a	b	Wartość wyrażenia
I	1	1	1

Podstawienie drugie:

L. p.	a	b	Wartość wyrażenia
II	1	0	?

1) $\{[(a \to b) \wedge \sim b] \to \sim a\};$

2) $\{[(1 \to 0) \wedge \sim 0] \to \sim 1\};$

3) $\{[0 \wedge 1] \to 0\};$

4) $\{0 \to 0\};$

5) $\{1\}.$

L. p.	a	b	Wartość wyrażenia
II	1	0	1

Podstawienie trzecie:

L. p.	a	b	Wartość wyrażenia
III	0	1	?

1) $\{[(a \to b) \wedge \sim b] \to \sim a\}$;

2) $\{[(0 \to 1) \wedge \sim 1] \to \sim 0\}$;

3) $\{[1 \wedge 0] \to 1\}$;

4) $\{0 \to 1\}$;

5) $\{1\}$.

L. p.	a	b	Wartość wyrażenia
III	0	1	1

Podstawienie czwarte:

L. p.	a	b	Wartość wyrażenia
IV	0	0	?

1) $\{[(a \to b) \wedge \sim b] \to \sim a\}$;

2) $\{[(0 \to 0) \wedge \sim 0] \to \sim 0\}$;

3) $\{[1 \wedge 1] \to 1\}$;

4) $\{1 \to 1\}$;

5) $\{1\}$;

L p.	a	b	Wartość wyrażenia
IV	0	0	1

Widzimy, że wszystkie cztery podstawienia dały w wyniku symbol zdania prawdziwego 1. Na tej podstawie można uzupełnić tabelę wyjściową, zastępując w niej znaki zapytania jedynkami:

L. p.	a	b	Wartość wyrażenia
I	1	1	1
II	1	0	1
III	0	1	1
IV	0	0	1

Sens otrzymanych wyników można sformułować w sposób następujący: badane wyrażenie zawsze przekształca się w zdanie prawdziwe, jeżeli występujące w nim zmienne (a i b) zastąpimy zdaniami, przy czym obojętne jest jaką wartość logiczną zdania te posiadają (mogą być bądź prawdziwe, bądź fałszywe).

Obecnie mamy wystarczające podstawy do stwierdzenia, że sprawdzany przez nas schemat wnioskowania

$$\frac{(a \rightarrow b) \wedge \sim b}{\sim a}$$

jest schematem niezawodnym (modus tollendo tollens).

Jeżeli sprawdzając jakiś schemat wnioskowania, przynajmniej raz otrzymamy w wyniku symbol zdania fałszywego 0, to sprawdzanie można przerwać, a schemat należy uznać za **zawodny.**

Poddajmy sprawdzeniu następujący schemat wnioskowania:

$$\frac{(a \rightarrow b) \wedge b}{a}$$

Na początku, schemat przedstawiamy w postaci implikacji:

$$\{[(a \to b) \wedge b] \to a\}.$$

Oto wszystkie możliwe podstawienia ujęte w formie tabelki:

L. p.	a	b	Wartość wyrażenia
I	1	1	?
II	0	1	?
III	1	0	?
IV	0	0	?

Podstawienie pierwsze:

L. p.	a	b	Wartość wyrażenia
I	1	1	?

1) $\{[(a \to b) \wedge b] \to a\}$;

2) $\{[(1 \to 1) \wedge 1] \to 1\}$;

3) $\{[1 \wedge 1] \to 1\}$;

4) $\{1 \to 1\}$;

5) $\{1\}$.

L. p.	a	b	Wartość wyrażenia
I	1	1	1

Podstawienie drugie:

L. p.	a	b	Wartość wyrażenia
II	0	1	0

1) $\{[(a \rightarrow b) \wedge b] \rightarrow a\};$

2) $\{[(0 \rightarrow 1) \wedge 1] \rightarrow 0\};$

3) $\{[1 \wedge 1] \rightarrow 0\};$

4) $\{1 \rightarrow 0\};$

5) $\{0\}.$

L. p.	a	b	Wartość wyrażenia
II	0	1	0

Już w drugim podstawieniu sprawdzane wyrażenie przyjęło wartość 0, a więc schemat wnioskowania, który był przedmiotem naszego sprawdzenia, **nie jest** schematem niezawodnym.

Na tym zakończymy omawianie zero-jedynkowej metody sprawdzania schematów wnioskowania. Metoda ta jest bardzo wygodna, ponieważ pozwala na ustalenie w skończonej liczbie kroków czy dowolne wyrażenie logiczne, zbudowane ze zmiennych zdaniowych i stałych logicznych, jest równoważne jakiemuś niezawodnemu schematowi wnioskowania, czy też nie.

Wszystkich czytelników, którzy chcieliby dokładniej zapoznać się z metodą zero-jedynkową odsyłamy do książki Tadeusza Katarbińskiego pod tytułem „Kurs logiki dla prawników" wydawanej wielokrotnie przez PWN.

5. LOGICZNE (NIEZAWODNE) SCHEMATY ZE ZMIENNYMI NAZWOWYMI

5.1. Zdania kategoryczne. Wnioskowanie pośrednie i bezpośrednie

W paragrafie niniejszym zajmiemy się zdaniami prostymi mającymi następujący kształt: 1) «Każdy oficer jest żołnierzem»; 2) «Żaden szpieg wywiadu zachodnioniemieckiego nie jest przyjacielem Polski Ludowej»; 3) «Niektórzy oficerowie WP są magistrami prawa» oraz 4) «Niektórzy przestępcy gospodarczy nie są pociągani do odpowiedzialności karnej».

Przytoczone zdania nazywane są **zdaniami kategorycznymi.** Zbudowane są one z nazw, funktorów zdaniotwórczych o argumentach nazwowych oraz z wyrazów takich, jak: «każdy», «żaden», «niektóre», «niektórzy» i równoważnych, nazywanych **kwantyfikatorami.**

Wyrazy: «każdy», «żaden» i równoważne, takie, jak np. «wszyscy», są to **kwantyfikatory ogólne**, natomiast wyrazy: «niektórzy», «niektóre» i równoważne są to **kwantyfikatory szczegółowe.**

Wszystkie zdania kategoryczne, w których na początku występuje kwantyfikator ogólny, nazywane są **zdaniami ogólnymi,** natomiast wszystkie te zdania, w których na początku występuje kwantyfikator szczegółowy, nazywane są zdaniami szczegółowymi.

Dwa pierwsze z przytoczonych powyżej zdań, są zdaniami ogólnymi, dwa pozostałe natomiast — to zdania szczegółowe.

Ze względu na formę funktora zdaniotwórczego występującego w zdaniach kategorycznych, dzielimy je na **twierdzące** i **przeczące.**

Pierwsze i trzecie z przytoczonych powyżej zdań są **zdaniami twierdzącymi**, natomiast drugie i czwarte są **zdaniami przeczącymi.**

Nakładając na siebie obydwa podziały, otrzymamy nowy podział zdań kategorycznych na:

— zdania **ogólnotwierdzące** (pierwsze z przytoczonych zdań);
— zdania **ogólnoprzeczące** (drugie z przytoczonych zdań);
— zdania **szczegółowotwierdzące** (trzecie z przytoczonych zdań);
— zdania **szczegółowoprzeczące** (czwarte z przytoczonych zdań).

Oznaczając typ zdania małymi literami: a, e, i, o otrzymujemy następujące funkcje zdaniowe:

SaP — odpowiadającą zdaniu ogólnotwierdzącemu;
SeP — odpowiadającą zdaniu ogólnoprzeczącemu;
SiP — odpowiadającą zdaniu szczegółowotwierdzącemu;
SoP — odpowiadającą zdaniu szczegółowoprzeczącemu.

Przytoczone funkcje należy czytać w sposób następujący:

SaP — «każde S jest P»;
SeP — «żadne S nie jest P»;
SiP — «niektóre S są P»;
SoP — «niektóre S nie są P».

Omawiając zdania kategoryczne należy wyjaśnić sposób rozumienia kwantyfikatora szczegółowego «niektóre». W języku potocznym nadaje się mu różne znaczenia. Jedni wypowiadając słowo «niektóre» wiążą z nim znaczenie «co najmniej niektóre», inni zaś «co najwyżej niektóre». W naszych rozważaniach będziemy nadawali wyrazowi «niektóre» **pierwsze** z wymienionych znaczeń. W tym rozumieniu, jeżeli ktoś wygłasza zdanie «Niektóre S są P» i utrzymuje, że jest ono prawdziwe, ten zobowiązuje się niejako pokazać **przynajmniej** jedno S, które jest jednocześnie P. Oczywiście, że nie wyklucza on także takiej możliwości, iż **większa** ilość S jest jednocześnie P oraz nie wyklucza możliwości, iż **wszystkie** S są P. Wyklucza on natomiast taką sytuację, że **ani jedno** S nie jest P.

Nadając takie znaczenie kwantyfikatorowi «niektóre», uznajemy za prawdziwe zarówno zdanie: «Niektórzy oficerowie WP są absolwentami wyższych uczelni», jak również zdanie: «Niektórzy oficerowie WP są obywatelami PRL».

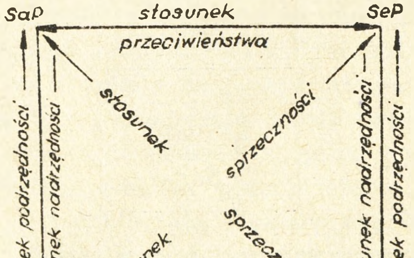
Zdania kategoryczne mogą być zarówno przesłankami, jak i konkluzjami wnioskowań.

Wśród wnioskowań opartych na zdaniach kategorycznych wyróżniamy wnioskowanie **pośrednie** i **bezpośrednie.** We wnioskowaniu pośrednim występują z reguły **dwie** przesłanki, natomiast we wnioskowaniu bezpośrednim występuje tylko **jedna** przesłanka.

Obecnie omówimy niektóre schematy wnioskowania bezpośredniego.

5.2. Kwadrat logiczny dla zdań kategorycznych. Stosunki logiczne pomiędzy zdaniami kategorycznymi

Zbudujmy kwadrat i podobnie jak w przypadku implikacji umieśćmy na jego wierzchołkach poszczególne zdania kategoryczne. Zdania te powiązane są ze sobą stosunkami logicznymi: **sprzeczności, przeciwieństwa, podprzeciwieństwa, nadrzędności i podrzędności.**



Stosunek sprzeczności zachodzi pomiędzy następującymi parami zdań:

SaP i SoP oraz SeP i SiP

Pamiętamy z poprzednich rozdziałów, że zdania sprzeczne posiadają tę właściwość, iż obydwa nie mogą być jednocześnie prawdziwe i obydwa nie mogą być jednocześnie fałszywe. Innymi słowy można powiedzieć, że pomiędzy zdaniami sprzecznymi zachodzi jednocześnie stosunek **wykluczania i dopełniania.** Jeżeli jedno z nich jest prawdziwe, to drugie jest fałszywe i odwrotnie, jeżeli jedno z nich jest fałszywe, to drugie jest prawdziwe.

W oparciu o powyższe możemy sformułować następujące niezawodne schematy wnioskowania:

1.	SaP więc $\sim$(SoP)	$\boxed{\dfrac{SaP}{\sim (SoP)}}$
2.	SoP więc $\sim$(SaP)	$\boxed{\dfrac{SoP}{\sim (SaP)}}$
3.	$\sim$(SaP) więc SoP	$\boxed{\dfrac{\sim (SaP)}{SoP}}$
4.	$\sim$(SoP) więc SaP	$\boxed{\dfrac{\sim (SoP)}{SaP}}$

Sformułowane wzory czytamy w sposób następujący:

pierwszy — «każde S jest P, więc nieprawda, że niektóre S nie są P»;

drugi — «niektóre S nie są P, więc nieprawda, że każde S jest P»;

trzeci — «nieprawda, że każde S jest P, więc niektóre S nie są P»;
czwarty — «nieprawda, że niektóre S nie są P, więc każde S jest P».

Sformułowane powyżej schematy wnioskowania są schematami niezawodnymi.

Oto przykład wnioskowania według pierwszego schematu:

(1) «Każda jednostka wojskowa jest obiektem, który należy chronić przed penetracją wrogiego wywiadu

więc

(2) nieprawda, że niektóre jednostki wojskowe nie są obiektami, które należy chronić przed penetracją wrogiego wywiadu».

Oto przykład wnioskowania według schematu trzeciego:

(1) «Nieprawda, że każdy wielki wódz jest człowiekiem nieomylnym

więc

(2) niektórzy wielcy wodzowie nie są ludźmi nieomylnymi».

W przytoczonych wnioskowaniach przesłanki zostały oznaczone cyfrą 1, natomiast wnioski cyfrą 2.

Dobranie przykładów wnioskowania według pozostałych schematów pozostawiamy czytelnikowi.

Stosunek przeciwieństwa. Istota stosunku przeciwieństwa zachodzącego pomiędzy dwoma dowolnymi zdaniami polega na tym, że **obydwa te zdania mogą być jednocześnie fałszywe, lecz nie mogą być jednocześnie prawdziwe.**

Innymi słowy można powiedzieć, że jeżeli pomiędzy dwoma zdaniami zachodzi stosunek przeciwieństwa, to te dwa zdania **wzajemnie się wykluczają**, lecz **nie dopełniają.**

Stosunek przeciwieństwa zachodzi pomiędzy zdaniami SaP i SeP. Zdania te mogą się okazać jednocześnie fałszywe, lecz nie mogą być jednocześnie prawdziwe. Dlatego wiedząc, że jedno z nich jest prawdziwe, **wnioskujemy**, że drugie jest fałszywe

Na tej zasadzie budujemy dwa niezawodne schematy wnioskowania:

1. SaP
więc
$\sim$(SeP)

$$\boxed{\frac{SaP}{\sim (SeP)}}$$

2. SeP
więc
$\sim$(SaP)

$$\boxed{\frac{SeP}{\sim (SaP)}}$$

Pierwszy z przytoczonych schematów czytamy: «każde P jest S, więc nieprawda, że żadne S nie jest P»; drugi natomiast: «żadne S nie jest P, więc nieprawda, że każde S jest P».

Oto przykład wnioskowania według schematu pierwszego:

(1) «Każdy oficer WP jest posiadaczem pistoletu służbowego

więc

(2) nieprawda, że żaden oficer WP nie jest posiadaczem pistoletu służbowego».

Oto przykład wnioskowania według drugiego schematu:

(1) «żaden morderca nie jest człowiekiem godnym litości

więc

(2) nieprawda, że każdy morderca jest człowiekiem godnym litości».

Innych niezawodnych schematów wnioskowania opartych na stosunku przeciwieństwa nie możemy budować. Wynika to z faktu, że dwa zdania przeciwne mogą być jednocześnie fałszywe i dlatego, jeżeli wiemy, że jedno z nich jest fałszywe, to **nie potrafimy** w sposób jednoznaczny ustalić w oparciu o tę informację wartości logicznej drugiego.

Weźmy dla przykładu zdanie: «Wszyscy oficerowie WP są mężczyznami w wieku lat trzydziestu». Jest to fałszywe zdanie ogólnotwierdzące (SaP). Na jego podstawie nie potrafimy z góry określić jaka jest wartość zdania ogólnoprzeczącego (SeP) posiadającego ten sam podmiot i ten sam orzecznik. Na pierwszy rzut oka wydaje się, że powinno ono być prawdziwe. Okazuje się jednak, że jest inaczej. Zdanie ogólnoprzeczące «Żaden oficer WP nie jest mężczyzną w wieku lat trzydziestu» **również** jest zdaniem fałszywym.

Kiedy indziej od fałszywego zdania ogólnotwierdzącego przejdziemy do prawdziwego zdania ogólnoprzeczącego. Weźmy pod uwagę fałszywe zdanie ogólnotwierdzące (SaP): «Każdy odwetowiec zachodnioniemiecki jest przyjacielem Polski Ludowej». Budując zdanie ogólnoprzeczące, posiadające ten sam podmiot i orzecznik, otrzymujemy zdanie prawdziwe: «Żaden odwetowiec zachodnioniemiecki nie jest przyjacielem Polski Ludowej».

Powyższe przykłady stanowią ilustrację następującej zasady: jeżeli jedno ze zdań przeciwnych jest fałszywe, to drugie jest **nieokreślone:** może ono być bądź prawdziwe, bądź fałszywe. Dlatego w oparciu o tę zasadę nie można budować niezawodnych schematów wnioskowania.

Stosunek podprzeciwieństwa. Jest on niejako odwróceniem stosunku przeciwieństwa i zachodzi pomiędzy zdaniami SiP i SoP.

Na czym polega stosunek podprzeciwieństwa? Otóż dwa zdania podprzeciwne **dopełniają się wzajemnie**, lecz **wzajemnie się nie wykluczają.**

Inaczej mówimy, że **dwa zdania podprzeciwne mogą być jednocześnie prawdziwe, lecz nie mogą być jednocześnie fałszywe.**

Znaczy to, że jeżeli jedno ze zdań podprzeciwnych jest prawdziwe, to drugie jest nieokreślone (może być bądź prawdziwe, bądź fałszywe); jeżeli natomiast jedno z nich jest fałszywe, to drugie jest prawdziwe.

W oparciu o tę drugą właściwość możemy zbudować dwa niezawodne schematy wnioskowania:

1. ~(SiP)
więc
SoP

$$\boxed{\frac{\sim(SiP)}{SoP}}$$

2. ~(SoP)
więc
SiP

$$\boxed{\frac{\sim(SoP)}{SiP}}$$

Pierwszy schemat czytamy: «nieprawda, że niektóre S są P, więc prawda, że niektóre S nie są P», drugi zaś: «nieprawda, że niektóre S nie są P, więc niektóre S są P».

Przytaczamy przykład wnioskowania według schematu pierwszego:

(1) «Nieprawda, że niektórzy żołnierze są strzelcami trafiającymi w same dziesiątki

więc

(2) niektórzy żołnierze nie są strzelcami trafiającymi w same dziesiątki».

Oto przykład wnioskowania według drugiego schematu:

(1) «Nieprawda, że niektórzy ludzie nie są ssakami

więc

(2) niektórzy ludzie są ssakami».

W oparciu o zasadę, zgodnie z którą dwa zdania podprzeciwne wzajemnie się nie wykluczają, nie można budować żadnego niezawodnego schematu wnioskowania.

Rozpatrzmy przykład. Mamy prawdziwe zdanie szczegółowotwierdzące (SiP): «Niektóre jednostki wojskowe są związkami taktycznymi». Przechodząc do zdania szczegółowoprzeczącego **również** otrzymujemy zdanie prawdziwe: «Niektóre jednostki wojskowe nie są związkami taktycznymi».

W innych wypadkach moglibyśmy otrzymać zdanie fałszywe. Widzimy więc, że jeżeli jedno ze zdań podprzeciwnych jest prawdziwe, to wartość logiczna zdania drugiego nie jest z góry określona.

Stosunek nadrzędności i podrzędności. Stosunek nadrzędności zachodzi pomiędzy parami zdań:

SaP i SiP oraz SeP i SoP.

Stosunek podrzędności zachodzi natomiast pomiędzy zdaniami:

SiP i SaP oraz SoP i SeP.

Zarówno w przypadku stosunku nadrzędności, jak i stosunku podrzędności ogólna zasada polega na tym, że zdania ogólne są **nadrzędne** w stosunku do zdań szczegółowych, natomiast zdania szczegółowe są **podrzędne** w stosunku do zdań ogólnych.

Przyjmujemy, że w sposób jednoznaczny wynikają **tylko** zdania szczegółowe ze zdań ogólnych — **nigdy** zaś odwrotnie.

Na tej podstawie budujemy niezawodne schematy wnioskowania:

1. SaP
   więc
   SiP

$$\boxed{\frac{\mathrm{SaP}}{\mathrm{SiP}}}$$

2. SeP
   więc
   SoP

$$\boxed{\frac{\mathrm{SeP}}{\mathrm{SoP}}}$$

Pierwszy z przytoczonych schematów czytamy: «każde S jest P, więc niektóre S są P»; drugi natomiast: «żadne S nie jest P, więc niektóre S nie są P».

Dla ilustracji podajemy przykład wnioskowania według schematu drugiego:

(1) «Żaden sędzia nie jest adwokatem

więc

(2) niektórzy sędziowie nie są adwokatami».

Na mocy przytoczonych schematów możemy przechodzić od zdań ogólnych do zdań szczegółowych i zawsze jeżeli zdanie ogólne jest prawdziwe, to również prawdziwe jest zdanie szczegółowe.

W oparciu o stosunek podrzędności można zbudować następujące niezawodne schematy wnioskowania:

1. $\sim$(SiP)
więc
$\sim$(SaP)

$$\boxed{\frac{\sim(SiP)}{\sim(SaP)}}$$

2. $\sim$(SoP)
więc
$\sim$(SeP)

$$\boxed{\frac{\sim(SoP)}{\sim(SeP)}}$$

Pierwszy ze schematów czytamy: «nieprawda, że niektóre S są P, więc nieprawda, że każde S jest P»; drugi zaś: «nieprawda, że niektóre S nie są P, więc nieprawda, że żadne S nie są P».

Schematy te oparte są na zasadzie, że **jeżeli fałszywe jest zdanie szczegółowe, to również i zdanie ogólne musi być fałszywe.**

Oto przykład wnioskowania według schematu pierwszego: «nieprawda, że niektórzy adwokaci są prokuratorami, więc nieprawda, że wszyscy adwokaci są prokuratorami».

Kończąc omawianie kwadratu logicznego, zwracamy uwagę na fakt, że jest on wygodny z tego względu, iż pozwala na stosunkowo łatwe określenie stosunków pomiędzy różnymi typami zdań kategorycznych.

5.3. Konwersja zdań kategorycznych

Konwersja stanowi jedną z form wnioskowania bezpośredniego. Polega ona na tym, że w zdaniu kategorycznym **zamieniamy miejscami** podmiot i orzecznik. Wyróżniamy konwersję **wprost** i konwersję **z ograniczeniem.**

Konwersja wprost polega jedynie na zamianie miejscami podmiotu i orzecznika, przy czym ogólny charakter zdania

nie zmienia się. Konwersji wprost podlegają zdania SeP oraz SiP.

W oparciu o zasady konwersji wprost budujemy następujące schematy wnioskowania:

1. SeP
   więc
   PeS

$$\boxed{\frac{SeP}{PeS}}$$

2. SiP
   więc
   PiS

$$\boxed{\frac{SiP}{PiS}}$$

Przytoczone schematy czytamy następująco:

1. «Żadne S nie jest P, więc żadne P nie jest S»;
2. «Niektóre S są P, więc niektóre P są S».

Przytaczamy obecnie przykład wnioskowania według pierwszego schematu:

(1) «Żaden uczciwy Polak nie jest agentem wywiadu NRF

więc

(2) żaden agent wywiadu NRF nie jest uczciwym Polakiem».

Oto przykład wnioskowania według schematu drugiego:

(1) «Niektórzy oficerowie Wojska Polskiego są wykładowcami

więc

(2) niektórzy wykładowcy są oficerami Wojska Polskiego».

Obok konwersji wprost wyróżniamy konwersję z ograniczeniem. Polega ona na tym, że **zamieniamy miejscami podmiot i orzecznik, zmieniając przy tym ogólny charakter samego zdania.** Konwersji z ograniczeniem podlega zdanie typu SaP.

Aby od prawdziwego zdania (SaP) przejść na drodze konwersji do innego prawdziwego zdania kategorycznego, należy zamienić miejscami podmiot i orzecznik, zmieniając przy tym kwantyfikator z ogólnego na szczegółowy.

Otrzymujemy w ten sposób następujący niezawodny schemat wnioskowania:

SaP
więc
PiS

$$\boxed{\frac{SaP}{PiS}}$$

który czytamy «każde S jest P, więc niektóre P są S».

Wnioskując według tego schematu, nigdy nie przejdziemy od prawdy do fałszu, lecz zawsze będziemy przechodzić od prawdy do prawdy. Oto przykład:

(1) «Każdy pistolet jest bronią palną

więc

(2) niektóre typy broni palnej są pistoletami».

Zdanie SoP **nie podlega** żadnej konwersji: ani z ograniczeniem, ani wprost.

5.4. Obwersja zdań kategorycznych

Obwersja jest jedną z postaci wnioskowania bezpośredniego polegającą na **wyprowadzaniu ze zdania twierdzącego równoważnego mu zdania przeczącego** i na odwrót, tj. **ze zdania przeczącego równoważnego mu zdania twierdzącego.**

Obwersji podlegają wszystkie typy zdań kategorycznych. Dokonując obwersji zdania należy zmienić jego tzw. **jakość** (zdanie twierdzące na przeczące, a zdanie przeczące na twierdzące) i dodać **negację** do orzecznika.

W oparciu o powyższe otrzymujemy cztery niezawodne schematy wnioskowania:

1. SaP
więc
Se∼P

$$\boxed{\frac{SaP}{Se \sim P}}$$

2. SeP
więc
Sa∼P

$$\boxed{\frac{SeP}{Sa \sim P}}$$

3. SiP
więc
So$\sim$P

$$\frac{SiP}{So \sim P}$$

4. SoP
więc
Si$\sim$P

$$\frac{SoP}{Si \sim P}$$

Powyższe schematy czytamy w następujący sposób:

— pierwszy — «każde S jest P, więc żadne S nie jest nie P»;

— drugi — «żadne S nie jest P, więc każde S jest nie P»;

— trzeci — «niektóre S są P, więc niektóre S nie są nie P»;

— czwarty — «niektóre S nie są P, więc niektóre S są nie P».

Oto przykład wnioskowania według schematu pierwszego:

(1) «Każda konstytucja jest ustawą

więc

(2) żadna konstytucja nie jest nieustawą»;

według schematu drugiego:

(1) «Żaden złodziej nie jest uczciwy

więc

(2) każdy złodziej jest nieuczciwy»;

według schematu trzeciego:

(1) «Niektórzy żołnierze WP są ludźmi doświadczonymi życiowo

więc

(2) niektórzy żołnierze WP nie są ludźmi niedoświadczonymi życiowo»;

według schematu czwartego:

(1) Niektórzy przestępcy nie są ludźmi sprytnymi

więc

(2) niektórzy przestępcy są ludźmi niesprytnymi».

Na tym kończymy przegląd niezawodnych schematów wnioskowania opartych na zdaniach kategorycznych. Na początku, w paragrafie 5.1 mówiliśmy, że obok wnioskowania bezpośredniego istnieje również wnioskowanie pośrednie polegające na wyprowadzaniu wniosku z dwóch przesłanek, z których każda jest zdaniem kategorycznym. Schematy takiego wnioskowania nazywają się **sylogizmami**.

W niniejszym skrypcie nie będziemy mówili o sylogizmach; wszystkich, którzy chcieliby zapoznać się z tą formą wnioskowania odsyłamy do podręczników logiki Tadeusza Kotarbińskiego, Jana Gregorowicza i innych [1].

---

[1] Tadeusz Kotarbiński — Kurs logiki dla prawników; PWN, Warszawa 1960 r.; Jan Gregorowicz — Zarys logiki dla prawników; PWN, Warszawa 1962 r.

PYTANIA KONTROLNE

1. Z czego wynika potrzeba uzasadniania twierdzeń w działalności dowódczej?
2. Na czym polega zasada dostatecznej racji? Jakie są przyczyny nieliczenia się z nią w praktycznej działalności ludzi?
3. Omów dwa podstawowe sposoby uzasadniania twierdzeń.
4. Omów strukturę wnioskowania.
5. Wyjaśnij istotę zdania logicznego. Jaki stosunek zachodzi pomiędzy zdaniami logicznymi, a zdaniami w sensie gramatycznym?
6. Jakie zdania logiczne uznajemy za prawdziwe, a jakie za fałszywe? Dlaczego mówimy, że logika, której podstawy wyłożono w niniejszym skrypcie, jest logiką dwuwartościową?
7. Wyjaśnij istotę zdań prawdopodobnych.
8. Jak zbudowane są zdania proste? (nazwy i funktory zdaniotwórcze o argumentach nazwowych). Podaj przykłady zdań prostych.
9. Jak są zbudowane zdania złożone? (zdania proste i funktory zdaniotwórcze o argumentach zdaniowych). Podaj przykłady zdań złożonych.
10. Wyjaśnij istotę negacji. Omów tabelkę wartości logicznych negacji.
11. Wyjaśnij istotę alternatywy i alternatywy rozłącznej oraz omów tabelki ich wartości logicznych.
12. Wyjaśnij istotę koniunkcji i omów tabelkę jej wartości logicznych.
13. Wyjaśnij istotę implikacji i omów tabelkę jej wartości logicznych.
14. Wyjaśnij istotę równoważności i omów tabelkę jej wartości logicznych.
15. Co to są stałe i zmienne logiczne, funkcje zdaniowe oraz formalne i logiczne schematy wnioskowania?
16. Omów prawo sprzeczności, wyłączonego środka i prawo podwójnego przeczenia. Podaj przykłady wnioskowania według tych praw.
17. Omów niezawodne schematy wnioskowania: modus ponendo ponens i modus tollendo tollens. Podaj przykłady wnioskowania według tych praw.
18. Omów niezawodne schematy wnioskowania: modus tollendo ponens i modus ponendo tollens. Podaj przykłady wnioskowania według tych praw.

19. Omów związki logiczne zachodzące pomiędzy zdaniami w kwadracie logicznym dla implikacji.
20. Omów prawa de Morgana oraz podaj przykłady wnioskowania według tych praw.
21. Omów prawo transpozycji złożonej. Podaj przykłady wnioskowania według tego prawa.
22. Omów prawa: łączenia i kompozycji, a także podaj przykłady wnioskowania według tych praw.
23. Wymień i omów rodzaje zdań kategorycznych.
24. Scharakteryzuj stosunki logiczne zachodzące między zdaniami kategorycznymi w kwadracie logicznym dla zdań kategorycznych.
25. Scharakteryzuj konwersję i obwersję zdań.

LITERATURA

1. Tadeusz Kotarbiński — KURS LOGIKI DLA PRAWNIKÓW; PWN, Warszawa 1960 r.
2. Jan Gregorowicz — ZARYS LOGIKI DLA PRAWNIKÓW; PWN, Warszawa 1962 r.
3. Zygmunt Ziembiński — LOGIKA PRAKTYCZNA; PWN, Warszawa 1963 r.
4. Kazimierz Ajdukiewicz — ZARYS LOGIKI; PZWS, Warszawa 1957 r.

Druk. ASG. — O-XV-4675. — Nr z. 229 (2819/WW)