R G B WH GR BL

Grey Scale #13

C M Y K

DANES PICTA .COM

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

DANES PICTA .COM

Colour Chart #13

Inches
Centimetres

Blue Cyan Green Yellow Red Magenta White 3/Color Black

STANISŁAW KACZOROWSKI

O NIEKTÓRYCH PRZEKSZTAŁCENIACH PODZIAŁU
DE QUELQUES TRANSFORMATIONS DE DIVISION

ŁÓDZKIE TOWARZYSTWO NAUKOWE
SOCIETAS SCIENTIARUM LODZIENSIS
WYDZIAŁ I SECTIO I
Nr 7

STANISŁAW KACZOROWSKI

O NIEKTÓRYCH PRZEKSZTAŁCANIACH PODZIAŁU

DE QUELQUES TRANSFORMATIONS DE DIVISION

ŁÓDŹ
1949

Adres Łódzkiego Towarzystwa Naukowego
Łódź, Sienkiewicza 29

Wydano z zasiłku Prezydium Rady Ministrów
i Wydziału Nauki Ministerstwa Oświaty

1857/2

Skład główny: „Książka i Wiedza" „Komis-Hurt" Łódź, ul. Piotrkowska Nr 5

Papier druk. bezdrz. 70 x 100, 80 gr. Październik 1949

Nr zam. 5030 Nakład 1000 egz. D-02485

Druk. „Prasa Wojskowa", Łódź, ul. Piotrkowska Nr 104 a

SPIS TREŚCI

Wstęp 9

I. O przekształcaniu 11

1. Określenia 11
2. O przekształcaniu indywiduów 13
3. O przekształcaniu klasowym 15
4. O nieswoistym przekształcaniu rodziny 19
5. O swoistym przekształcaniu rodziny 21

II. O podziale i klasyfikacji 26

1. O znaczeniach wyrazu „podział“ 26
2. O pewnych gatunkach podziału 28
3. O pewnych podrodzinach podziału 30
4. O klasyfikacji 34

III. O przekształcaniu podziałowym 36

1. Jego postacie 36
2. O zmniejszaniu i zwiększaniu podziału 39
3. O odpustawianiu i upustawianiu podziału . . . 40
4. O zubażaniu i wzbogacaniu podziału 41
5. O zniżaniu i podwyższaniu podziału 43
6. O skracaniu podziału 44
7. O wydłużaniu podziału 46
8. Przykłady 47
9. O wiązaniu i odrywaniu podziałowym 49
10. O rozwijaniu i zwijaniu podziałowym 51
11. O kompozycji przekształcań podziałowych . . . 53

IV. O podziale metodologicznym 55

1. O terminach naukowych 55

2. O podziale naukowym 59
3. Podział logiczny a metodologiczny 61
4. O uszczególnianiu i odszczególnianiu 63
5. O podziale według pewnej zasady 65
6. O krzyżowaniu 67
7. O podziale skrzyżowanym 69
8. O podziale pojedynczym 71

V. O błędnych podziałach 74

1. O podziale nierozłącznym i nieadekwatnym . . 74
2. O podziale mętnym 76
3. O podziale obcym 77
4. O podziale niespółrzędnym 79
5. O podziale ze skokiem 81
6. O znaczeniu wyrażenia „błędny podział“ 82
7. O podziale logicznie lub metodologicznie błędnym 86
8. O podziałach pojedynczo i wielokrotnie błędnych 87
9. O podziałach właściwie i niewłaściwie błędnych 88
10. O wzajemnych stosunkach między gatunkami podziału błędnego 90

VI. O podziałach poprawnych 93

1. O poprawnym podziale logicznym lub metodologicznym 93
2. O podziale właściwie lub niewłaściwie poprawnym 94
3. O podziale logicznie lub metodologicznie poprawnym 95

VII. O niektórych podziałach pojedynczo błędnych 97

1. O czystym podziale za ciasnym 97
2. O czystym podziale za obszernym 99
3. O czystym podziale nieadekwatnym 102
4. O czystym podziale za krótkim 104
5. O czystym podziale ze skokiem 105
6. O czystym podziale niespółrzędnym 108

VIII. O poprawnych i błędnych przekształcaniach podziałowych 111
1. Zestawienie znaczeń wyrażenia „podział poprawny“ 111
2. O związkach między podziałami ze względu na ich poprawność 112
3. O przekształcaniu podziału na podział tej samej klasy 114
4. O logicznym przekształcaniu podziału na podział 115
5. O metodologicznym przekształcaniu podziału na podział 117
6. Przekształcania podziałowe a logika tradycyjna . 120
Zakończenie 121
Résumé 127

Chociaż wydając na 2 lata przed drugą wojną światową pracę „O podziale logicznym“ (Lwów 1937 r.) nie byłem zadowolony ze wszystkich osiągniętych w niej wyników, to jednak uważałem za pożyteczne jej ogłoszenie dla zainteresowania zagadnieniem podziału logicznego, które, postawione już przez logikę tradycyjną, ale przez nią zaledwie w drobnej części rozwiązane leżało jeszcze odłogiem w logice matematycznej.

Nie osiągnąłem jednak zamierzonego celu. Praca moja nie wzbudziła takiego echa, jakie pragnąłem usłyszeć. Jedyna jej recenzja ukazała się w Kwartalniku Filozoficznym (t. XVI. r. 1939, str. 95—98), ale jej autor, Prof. A. Wiegner, ocenił moją pracę nie ze stanowiska logicznego, a metodologicznego. Wierzę, że zainteresowaniu logików podziałem stanął na przeszkodzie wybuch drugiej wojny światowej.

Praca niniejsza streszcza wyniki ponownych już w czasie drugiej wojny światowej rozważań nad tymi zagadnieniami podziału, których dotychczasowe rozwiązanie nie dawało mi pełnego zadowolenia. Żywię nadzieję, że będzie ona miała lepsze powodzenie w zainteresowaniu logików podziałem od pracy „O podziale logicznym“.

Moje niezadowolenie z niektórych wyników mej pracy „O podziale logicznym“ miało wiele powodów. Celem niniejszej pracy jest usunąć jeden z nich, a mianowicie zbyt powierzchowne potraktowanie pewnych zagadnień z dziedziny podziału logicznego. Albowiem niektóre zagadnienia z dziedziny podziału logicznego zaledwie poruszyłem w mej pracy, gdyż wydawały mi się mieć małe znaczenie, a głębszego ich związku z innymi zagadnieniami z tej dziedziny, szerzej omówionymi w mej pracy, nie dostrzegałem wówczas jeszcze.

Szersze opracowywanie tych zaledwie poruszonych w mej pracy zagadnień z dziedziny podziału logicznego okazało się pożyteczne, gdyż rzuciło nowe światło nie tylko na zagadnienia podziału logicznego, niezadowalające mię już obecnie, umożliwiając ich głębsze opracowanie, lecz także na inne, nowe zagadnienia z tej dziedziny.

Już w pracy „O podziale logicznym“ zdawałem sobie sprawę z tego, że istnieją takie działania, które, wykonane na podziale dają na wynik nowy podział. Niektóre jednak z nich nie znalazły w niej szerszego omówienia poza krótką wzmianką, jak np. działanie na podziale niewłaściwym, którego wynikiem jest podział właściwy, i działanie na podziale właściwym, którego wynikiem jest podział niewłaściwy. Tymi zaledwie dotkniętymi w pracy „O podziale logicznym“ działaniami na podziale zajmuje się obszerniej niniejsza praca.

Inne wspomniane w pracy „O podziale logicznym“ działania na podziale omawiam w niej wprawdzie szerzej, ale oświetlam je tam niejako tylko z pewnych stron, nie wyjaśniając zaś innych ich stron. Tu należy

działanie, którego wynikiem jest podział według pewnej zasady, a które wykonywamy na innym podziale zwanym jego zasadą. W pracy „O podziale logicznym" wskazałem, że polega ono na klasowym mnożeniu. Tymczasem klasowe mnożenie jest działaniem nieodwracalnym, a przecież umiemy nie tylko otrzymać według pewnego podziału inny podział, lecz także odtworzyć z podziału według pewnej zasady ten podział, który jest jego zasadą. Ponieważ zaś praca „O podziale logicznym" nie wyjaśnia odwracalności działania, którego wynikiem jest podział według pewnej zasady, przeto ta sprawa wymaga też wyjaśnienia. Tym zagadnieniem zajmuje się także niniejsza praca. Lepsze oświetlenie jednak uzyska ono przy omawianiu podobnych zagadnień z innej dziedziny.

W pracy „O podziale logicznym" nie omówiłem też wszystkich działań na podziale, których wynikiem jest podział, nie przeczuwałem bowiem jeszcze wówczas niektórych z nich. Brak ich omówienia w niej ma usunąć także niniejsza praca.

Ale przedmiotem niniejszej pracy są nie tylko nieomówione dość obszernie lub wcale nieuwzględnione w pracy „O podziale logicznym" działania na podziale, których wynikiem jest podział, lecz także nieomówione w niej wcale działania na innych przedmiotach, których wynikiem jest podział, oraz działania względem nich odwrotne.

Chociaż w pracy „O podziale logicznym" zajmuję się działaniami na kilku podziałach, to jednak w niniejszej pracy ograniczam się prawie wyłącznie do działań na jednym podziale.

Nie jest więc niniejsza praca ani powtórzeniem pracy „O podziale logicznym", ani wyrównaniem jej błędów lub niedociągnięć, a uzupełnieniem jej braków w odniesieniu do działań na podziale lub działań, których wynikiem jest podział.

O PRZEKSZTAŁCANIU

1. Określenia

Dla uniknięcia nieporozumień zdefiniuję wpierw kilka terminów, którymi posługuję się w niniejszej pracy. O g ó l n ą jest każda niepusta klasa niejednostkowa. Każda (nieuporządkowana) para indywiduów jest klasą ogólną. Klasą o g ó l n ą d r u g i e g o s t o p n i a jest każda klasa ogólna, która nie jest parą indywiduów. Do każdej klasy ogólnej drugiego stopnia należą przynajmniej trzy różne indywidua. Różnica klasy α i jednostkowej klasy należącego do niej jedynego indywiduum jest tylko wtedy klasą ogólną, kiedy α jest klasą ogólną drugiego stopnia. Każda klasa ogólna jest parą indywiduów albo klasą ogólną drugiego stopnia.

Teoria stosunków odróżnia stosunki dwuczłonowe od stosunków więcejczłonowych. Mniejszość jest stosunkiem dwuczłonowym, ponieważ zachodzi między dwiema liczbami. Stosunek zaś „(nauczyciel) x u c z y (ucznia) y (przedmiotu nauczania np. historii) z" jest więcejczłonowy, bo zachodzi między więcej niż dwoma przedmiotami.

Mniejszość zachodzi jednak nie tylko między 2 a 3, ale także między 3 a 7, między 4 a 10 itd. Stosunek dwuczłonowy zachodzi między dwoma przedmiotami, lecz wiele przedmiotów może pozostawać w nim do pewnego przedmiotu. Dlatego należy odróżniać stosunek więcejczłonowy od dwuczłonowych stosunków o wielu poprzednikach. Stosunkiem o w i e l u p o p r z e d n i k a c h jest każdy stosunek (dwuczłonowy), którego dziedzina jest klasą ogólną. Mniejszość jest stosunkiem o wielu poprzednikach.

Nie każdy jednak stosunek dwuczłonowy jest stosunkiem o wielu poprzednikach. Stosunkiem o j e d n y m p o p r z e d n i k u jest każdy stosunek o jednostkowej dziedzinie. Każda para porządkowa jest stosunkiem o jednym poprzedniku. Każdy stosunek niepusty jest stosunkiem o jednym poprzedniku albo stosunkiem o wielu poprzednikach.

Stosunek (dwuczłonowy) jest wtedy i tylko wtedy j e d n o z n a c z n y, jeśli co najwyżej jeden przedmiot pozostaje w nim do jakiegoś przedmiotu. Tak stosunek „ojciec" jest jednoznaczny, bo każdy człowiek posiada dokładnie jednego ojca. W społeczeństwach monogamicznych prawny stosunek „żona" jest też jednoznaczny, bo każdy mężczyzna posiada jedną żonę, o ile w ogóle posiada ją.

Teoria stosunków odróżnia działanie (wykonane) na jednym przedmiocie od działania (wykonanego) na wielu przedmiotach: pierwsze jest stosunkiem dwuczłonowym, drugie więcejczłonowym. O działaniu na kilku przedmiotach nie mówię w niniejszej pracy.

D z i a ł a n i e m (na jednym przedmiocie) jest każdy jednoznaczny stosunek (dwuczłonowy) o wielu poprzednikach. Wyrażenie zatem „(indywiduum) y jest wynikiem działania R, wykonanego na (indywiduum) x", znaczy, że y pozostaje w jednoznacznym stosunku R do x, i że także wiele przedmiotów pozostaje w nim do jakiegoś przedmiotu. Przeczenie jest działaniem, bo dokładnie jedna klasa jest negacją jakiejkolwiek klasy i przynajmniej dwie klasy są negacjami pewnych klas: klasa pusta jest negacją klasy uniwersalnej a klasa uniwersalna jest negacją klasy pustej. Mnożenie przez liczbę różną od 0 jest działaniem, bo jest stosunkiem jednoznacznym, a jego dziedzina jest klasą ogólną. Mnożenie zaś przez 0 nie jest działaniem, chociaż jest jednoznaczne, gdyż jest stosunkiem o jednym poprzedniku, skoro wynikiem mnożenia przez 0 jakiejkolwiek liczby jest zawsze jedna i ta sama liczba, a mianowicie 0.

Każde działanie jest więc stosunkiem jednoznacznym, ale niekażdy stosunek jednoznaczny jest działaniem. Aby stosunek jednoznaczny był działaniem, musi kilka przedmiotów pozostawać w nim do pewnych przedmiotów.

Stosunek R jest wówczas i tylko wówczas p r z e c i w z w r o t n y w k l a s i e α, gdy żaden element klasy α nie pozostaje w nim do siebie samego. Mniejszość jest stosunkiem przeciwzwrotnym w klasie liczb, bo żadna liczba nie jest mniejsza od siebie samej. Jeśli R jest działaniem, to jest przeciwzwrotne w klasie α wtenczas i tylko wtenczas, kiedy każde indywiduum klasy α jest różne od wyniku działania R, wykonanego na nim. Przeczenie jest działaniem przeciwzwrotnym w klasie klas indywiduów, bo negacja jakiejkolwiek klasy indywiduów jest różna od niej samej. Mnożenie przez liczbę różną od 0 i 1 jest działaniem przeciwzwrotnym w klasie liczb, bo iloczyn jakiejkolwiek liczby przez liczbę różną od 0 i 1 jest zawsze różny od niej.

Stosunek przeciwzwrotny w swej przeciwdziedzinie nazywam krótko p r z e c i w z w r o t n y m. Wynik przeciwzwrotnego działania jest zawsze różny od przedmiotu, na którym wykonywamy je.

Relację, zachodzącą między stosunkiem odwrotnym względem R a nim samym oznacza Russell symbolem Cnv. Relację tę, zwężoną obustronnie do działań, nazywam o d w r o t n o ś c i ą. Działanie S jest wtedy i tylko wtedy odwrotne względem działania R, jeśli dla jakichkolwiek x i y, y jest wynikiem działania S, wykonanego na x, o ile x jest wynikiem działania R, wykonanego na y. Jeśli działanie S jest odwrotne względem działania R, to również działanie R jest odwrotne względem działania S. Dlatego mówimy o działaniach względem siebie odwrotnych. Mnożenie i dzielenie przez tę samą liczbę różną od 0 są działaniami względem siebie odwrotnymi. Jeśli bowiem y jest iloczynem liczby x przez a, to x jest ilorazem liczby y przez a, i na odwrót. Działania odwrotne względem siebie nie muszą być różne od siebie. Tak działaniem odwrotnym względem przeczenia jest ono samo.

R jest wtedy i tylko wtedy działaniem o d w r a c a l n y m, czyli d o s k o n a ł y m, jeśli istnieje działanie odwrotne względem niego. Jeśli tedy działanie S jest odwrotne względem działania R, to działania

R i S są odwracalne czyli doskonałe. Mnożenie i dzielenie przez tę samą liczbę różną od 0 są działaniami odwracalnymi. Przeczenie jest też działaniem doskonałym. Działanie doskonałe jest tylko wówczas przeciwzwrotne, gdy działanie względem niego odwrotne jest także przeciwzwrotne.

P r z e k s z t a ł c a n i e m jest każde przeciwzwrotne działanie odwracalne. Odwrotne względem R działanie jest tylko wtenczas przekształcaniem, kiedy samo działanie R jest przekształcaniem. R przekształca wtedy i tylko wtedy x na y, jeśli jest przekształcaniem, a y jest wynikiem działania R, wykonanego na x. Zatem R tylko wówczas przekształca x na y, gdy działanie względem niego odwrotne przekształca y na x. Mnożenie i dzielenie przez liczbę różną od 0 i 1 są przekształcaniami. Tak np. mnożenie przez 2 przekształca jakąkolwiek liczbę naturalną na pewną liczbę parzystą, a działanie odwrotne względem niego, dzielenie przez 2 przekształca jakąkolwiek liczbę parzystą na jakąś liczbę naturalną. Przeczenie przekształca klasę pustą na uniwersalną i na odwrót, klasę uniwersalną na pustą. Gdy R przekształca x na y, to mówimy też czasem, że R wytwarza y na x.

Każde przekształcanie jest działaniem, ale niekażde działanie jest przekształcaniem. Tak potęgowanie przez 2 jest działaniem, ale nie jest przekształcaniem, bo nie jest działaniem odwracalnym, skoro stosunek odwrotny względem niego, stosunek liczby do jej kwadratu (kwadratowy pierwiastek algebraiczny) nie jest działaniem. Albowiem np. 4 jest kwadratem zarówno liczby dodatniej 2, jak liczby względem niej przeciwnej, liczby ujemnej — 2. Mnożenie przez 1 jest działaniem, ale nie jest przekształcaniem, bo nie jest przeciwzwrotne, skoro iloczyn jakiejkolwiek liczby przez 1 jest równy jej samej.

2. O przekształcaniu indywiduów

D z i a ł a n i e m (wykonanem) na i n d y w i d u u m jest każdy jednoznaczny stosunek o wielu poprzednikach, którego następnikiem jest indywiduum, a poprzednikiem przedmiot dowolnego typu. P r z e k s z t a ł c a n i e m i n d y w i d u u m jest każde przeciwzwrotne i odwracalne działanie na indywiduum bez względu na to, czy jego wynikiem jest indywiduum, czy przedmiot wyższego typu.

W społeczeństwach monogamicznych i monoandrycznych jednoznaczny jest nie tylko stosunek „żona", lecz także stosunek względem niego odwrotny „mąż". Stosunek „żona" jest też działaniem, bo jego dziedziną jest klasa kobiet zamężnych, a więc klasa ogólna. Jest on tedy działaniem odwracalnym. Ale jest on również przeciwzwrotny, bo członami jego są osoby płci przeciwnej, a zatem różne. Stosunek „żona" jest więc przekształcaniem, a przekształcaniem odwrotnym względem niego jest stosunek „mąż". Gdy tedy Zofia jest żoną Jana, to Jan jest jej mężem i na odwrót. Zarówno stosunek „żona" jak stosunek „mąż" są przekształcaniami indywiduum na indywiduum.

S a g i t t a s t o s u n k u R nazywa Russell relację, zachodzącą między klasą poprzedników x-a w stosunku R a samym przedmiotem x, i oznacza ją symbolem $\dot{R}$.

Określam stosunek rodziców do ich pierworodnego dziecka w ten sposób: y pozostaje wtedy i tylko wtedy w nim do x, jeśli y jest jednym z rodziców (ojcem lub matką) x-a i żadne dziecko y-a nie jest starsze od x. Jeśli z pozostaje w nim do x, a y jest dzieckiem z, to y nie jest starszy od x. Jeśli zaś z pozostaje w nim do y, a x jest dzieckiem z, to x nie jest starsze od y. Jeśli jednak z pozostaje w nim do x, to x jest dzieckiem z. Jeśli znów z pozostaje w nim do y, to y jest dzieckiem z. Jeśli tedy z pozostaje w nim do x i do y, to ani y nie jest starsze od x, ani x nie jest starsze od y, a więc x i y są identyczne ze sobą. Stosunek odwrotny względem niego jest więc jednoznaczny (można też powiedzieć: on sam jest odwrotnie jednoznaczny). Jego przeciwdziedziną jest klasa ludzi pierworodnych względem obojga rodziców (jedynych lub najstarszych dzieci obojga rodziców). Ponieważ zaś jest ona klasą ogólną, przeto klasą ogólną jest też przeciwdziedzina jego sagitta, zwężonej do jego przeciwdziedziny, bo ogólną jest także klasa równoliczna z klasą ogólną (*37·401, *73·511). Stąd znów na podstawie Russella twierdzenia *72·71 wynika, że sagitta stosunku rodziców do ich pierworodnego dziecka, zwężona do jego przeciwdziedziny, jest działaniem odwracalnym. Ponieważ zaś poprzednik sagitta jakiegokolwiek stosunku między indywiduami jest klasą indywiduów, a następnik indywiduum, przeto sagitta jakiegokolwiek stosunku jest stosunkiem przeciwzwrotnym. Zatem sagitta stosunku rodziców do ich pierworodnego dziecka, zwężona z prawej strony do ludzi pierworodnych względem obojga rodziców, jest przekształceniem.

Jeśli więc Józef jest pierworodnym dzieckiem Jana i Zofii, to sagitta stosunku rodziców do ich pierworodnego dziecka, zwężona w swej przeciwdziedzinie do ludzi pierworodnych względem obojga rodziców, przekształca Józefa na jego rodziców, Jana i Zofię. Przekształca więc ona człowieka pierworodnego względem obojga swych rodziców na jego rodziców, a zatem indywiduum na (nieuporządkowaną) parę indywiduów. Jest ona tedy przekształceniem indywiduum na klasę indywiduów. Stosunek odwrotny względem niej jest przekształceniem klasy indywiduów na indywiduum.

Podane przykłady przekształcania nie odgrywają żadnej roli w moich rozważaniach: służą tylko do ilustracji przekształcania indywiduum na indywiduum lub klasę indywiduów i klasy indywiduów na indywiduum, natomiast ważne dla nich jest następujące przekształcanie indywiduum:

Stosunek między indywiduami R jest wtedy i tylko wtedy wynikiem w i ą z a n i a przez indywiduum x przedmiotu y, jeśli jest parą porządkową, której pierwszym elementem jest indywiduum y, a drugim x. Wiązanie przez x przedmiotu y polega tedy na łączeniu ich w taką parę porządkową, której członem pierwszym jest y, a drugim x.

W wiązaniu występują 3 przedmioty: 1. przedmiot w i ą ż ą c y (indywiduum x), 2. przedmiot w i ą z a n y (indywiduum y) i 3. wynik wiązania czyli przedmiot z w i ą z a n y (stosunek R). Przedmiot związany jest parą porządkową, której pierwszym elementem jest przedmiot wiązany, a drugim przedmiot wiążący.

Indywiduum y jest wówczas i tylko wówczas wynikiem o d r y w a n i a indywiduum przez indywiduum x od stosunku między indywidu-

ami R, gdy R jest parą porządkową, której pierwszym członem jest y, a drugim x.

Przy odrywaniu mamy do czynienia również z trzema przedmiotami: 1) z przedmiotem odrywającym (indywiduum x), 2) z przedmiotem odrywanym (para porządkowa R) i 3) z wynikiem odrywania, czyli przedmiotem oderwanym (indywiduum y). Odrywać można tylko przez drugi człon odrywanej pary porządkowej. Jeśli R jest wynikiem wiązania przez x indywiduum y, to y jest wynikiem odrywania indywiduum przez x od pary porządkowej R i na odwrót. Wiązanie i odrywanie przez x są działaniami względem siebie odwrotnymi, a więc odwracalnymi. Ponieważ zaś indywiduum i porządkowa para indywiduów są przedmiotami różnych typów, a zatem różne od siebie, przeto wiązanie i odrywanie przez indywiduum są działaniami przeciwzwrotnymi, a więc przekształcaniami. Gdy tedy wiązanie przez x przekształca indywiduum y na parę porządkową, której pierwszym elementem jest y, a drugim x, to odrywanie przez x przekształca tę parę porządkową na y.

W społeczeństwach patriarchalnych rodzina (bezdzietna) jest parą porządkową, której pierwszym członem, głową rodziny jest mężczyzna (mąż) a drugim członem, członkiem rodziny kobieta (żona). Jeśli Jan żeni się z Zofią, to Zofia wiąże Jana w rodzinę, której głową jest on a członkiem ona. Osobą wiążącą jest Zofia, osobą wiązaną jest Jan, przedmiotem związanym zaś jest rodzina, której głową jest Jan, a członkiem Zofia. Ożenek Jana z Zofią przekształca przez Zofię Jana na rodzinę, której głową jest on a członkiem ona. Jeśli zaś Jan rozwodzi się z Zofią, to Zofia odrywa Jana od rodziny, której głową jest on a członkiem ona. Osobą odrywającą jest Zofia, przedmiotem odrywanym jest rodzina, której głową jest Jan a członkiem Zofia, a osobą oderwaną jest Jan. Rozwód Jana z Zofią przekształca przez Zofię na Jana rodzinę, której głową jest on, a członkiem ona. Gdy tedy ożenek Jana z Zofią wiąże indywiduum w porządkową parę indywiduów, to rozwód Jana z Zofią odrywa indywiduum od porządkowej pary indywiduów. Mamy tu do czynienia w pierwszym przypadku z przekształcaniem indywiduum na stosunek między indywiduami, a w drugim przypadku z przekształcaniem stosunku między indywiduami na indywiduum.

Można tedy przekształcać indywiduum na indywiduum lub na przedmiot wyższego typu. Można też przedmiot wyższego typu przekształcać na indywiduum.

3. O przekształcaniu klasowym

Przekształcaniem klasowym jest każde przekształcanie, które jest działaniem na klasie indywiduów bez względu na to, czy jego wynik jest klasą indywiduów czy przedmiotem innego typu.

Z wielu gatunków przekształcania klasowego omówię szerzej przekształcanie szczególnie ważne dla przedmiotu niniejszej pracy.

Klasa γ jest wtedy i tylko wtedy wynikiem zmniejszania o klasę α klasy β, jeśli do niej należą wszystkie i tylko te elementy klasy β, które pozostają po odrzuceniu z niej wszystkich bez wyjątku elementów jej niepustej podklasy właściwej α. Zmniejszanie o α klasy β

BIBLIOTEKA AIP

polega zatem na usuwaniu z niej dokładnie tylu jej elementów, ile jest ich w jej niepustej podklasie właściwej α.

Przy zmniejszaniu mam do czynienia z trzema klasami: 1) z klasą zmniejszającą (klasą α), 2) z klasą zmniejszaną (klasą β) i 3) z wynikiem zmniejszania, czyli klasą zmniejszoną (klasą γ). Zmniejszać można tylko o niepustą podklasę właściwą klasy zmniejszanej. Ponieważ klasa zmniejszająca jest niepustą podklasą klasy zmniejszanej, a klasa zmniejszona jest różnicą klasy zmniejszanej i klasy zmniejszającej, przeto klasa zmniejszona jest podklasą właściwą klasy zmniejszanej.

Klasa β zaś jest wtenczas i tylko wtenczas wynikiem zwiększania o klasę α klasy γ, kiedy do niej należą zarówno wszystkie bez wyjątku indywidua klasy γ, jak wszystkie bez wyjątku indywidua wykluczającej się z nią niepustej klasy α. Zwiększanie o α klasy γ polega więc na dołączaniu do niej nowych przedmiotów, a mianowicie wszystkich bez wyjątku indywiduów klasy α.

Przy zwiększaniu mam do czynienia także z trzema klasami, a mianowicie 1) z klasą zwiększającą (klasą α), 2) z klasą zwiększaną (klasą γ) i 3) z klasą zwiększoną (klasą β). Zwiększać wolno tylko o niepustą klasę, wykluczającą się z klasą zwiększaną. Ponieważ klasa zwiększająca nie mieści się w klasie zwiększanej, a klasa zwiększona jest sumą klasy zwiększanej i klasy zwiększającej, przeto klasa zwiększana jest podklasą właściwą klasy zwiększonej.

Jeśli zaś γ jest wynikiem zmniejszania o α klasy β, to β jest wynikiem zwiększania o α klasy γ i na odwrót. Zmniejszanie i zwiększanie o tę samą klasę są więc działaniami względem siebie odwrotnymi, są tedy działaniami odwracalnymi. Ponieważ zmniejszanie i zwiększanie o jakąkolwiek klasę są działaniami przeciwzwrotnymi, przeto są też przekształcaniami. Jeśli tedy zmniejszanie o α przekształca β na γ, to zwiększanie o α przekształca γ na β i na odwrót.

Szczególnym przypadkiem zmniejszania o klasę indywiduów jest zmniejszanie o jednostkową klasę indywiduów (tj. o klasę, której jedynym elementem jest indywiduum). Klasa γ jest wtedy i tylko wtedy wynikiem zmniejszania o jednostkową klasę α klasy β, jeśli jest wynikiem jej zmniejszania o α i α jest jednostkową klasą indywiduów.

Szczególnym znów przypadkiem zmniejszania o jednostkową klasę indywiduów jest zmniejszanie o klasę, której jedynem elementem jest indywiduum x. Zmniejszanie o jednostkową klasę indywiduum x nazywam zubażaniem o (indywiduum) x. Klasa β jest więc wówczas i tylko wówczas wynikiem zubażania o x klasy α, gdy posiada wszystkie jej elementy z wyjątkiem tylko jej elementu x.

W zubażaniu występują trzy przedmioty: 1) przedmiot zubażający (indywiduum x), 2) przedmiot zubażany (klasa α) i 3) przedmiot zubożony (klasa β). Jeśli zubażamy o indywiduum, przedmiot zubażany i przedmiot zubożony są klasami indywiduów, gdy tymczasem nie klasą a indywiduum jest przedmiot zubażający. Zubażać wolno tylko o indywiduum klasy zubażanej.

Szczególnym przypadkiem zwiększania o klasę indywiduów jest zwiększanie o jednostkową klasę indywiduów. Klasa γ jest wtedy i tylko wtedy wynikiem zwiększania o jednostkową klasę α klasy β, jeśli jest wynikiem jej zwiększania o α i α jest jednostkową klasą indywiduów.

Szczególnym przypadkiem znów zwiększania o jednostkową klasę indywiduów jest zwiększanie o klasę, której jedynym elementem jest indywiduum x. Zwiększanie o jednostkową klasę indywiduum x nazywam w z b o g a c a n i e m o (indywiduum) x. Klasa α jest zatem wtedy i tylko wtedy wynikiem wzbogacania o x klasy β, jeśli posiada nie tylko wszystkie bez wyjątku jej elementy, ale jeszcze jeden element ponad nie, a mianowicie nienależące do niej indywiduum x.

Przy wzbogacaniu rozporządzamy również trzema przedmiotami: 1) przedmiotem w z b o g a c a j ą c y m (indywiduum x), 2) przedmiotem w z b o g a c a n y m (klasa β) i 3) przedmiotem w z b o g a c o n y m (klasa α). Przedmiot wzbogacany i przedmiot wzbogacony są klasami pierwszego rzędu, gdy tymczasem przedmiotem najniższego rzędu jest przedmiot wzbogacający. Wzbogacać wolno jedynie o indywiduum, nie należące do klasy wzbogacanej.

Zubażanie i wzbogacanie o to samo indywiduum są odwracalnymi i przeciwzwrotnymi działaniami na jednej klasie o wyniku klasowym, a więc przekształcaniami klasowymi. Jeśli zubażanie o x przekształca α na β, to wzbogacanie o x przekształca β na α i na odwrót.

Drugim szczególnym przypadkiem zmniejszania jest zniżanie. Z n i ż a n i e jest zmniejszaniem, które nie jest zmniejszaniem o jednostkową klasę indywiduów. Klasa γ jest więc wtedy i tylko wtedy wynikiem zniżania klasy β o klasę α, jeżeli jest wynikiem jej zmniejszania o nią i jeśli α jest ogólną podklasą właściwą klasy β. Gdy więc zmniejszanie klasy o jednostkową klasę jest jej zmniejszaniem o jednostkową jej podklasę właściwą, to zniżanie klasy jest jej zmniejszaniem o ogólną jej podklasę właściwą. Zubażanie klasy polega na usuwaniu z niej jednego jej elementu, gdy tymczasem zniżanie klasy polega na usuwaniu z niej kilku jej indywiduów. Zubażać można już parę indywiduów, zniżać zaś wolno tylko klasę ogólną drugiego stopnia.

W zniżaniu występują trzy przedmioty: 1) przedmiot z n i ż a j ą c y (klasa α), 2) przedmiot z n i ż a n y (klasa β) i 3) przedmiot z n i ż o n y (klasa γ). Wszystkie one są klasami. Zniżać wolno tylko o ogólny ingrediens właściwy klasy zniżanej.

Ponieważ zaś klasa zmniejszająca jest niepusta a klasy niepuste są jednostkowe albo ogólne, przeto zmniejszanie dzieli się na zmniejszanie o jednostkową klasę i zniżanie.

Drugim szczególnym przypadkiem zwiększania jest podwyższanie. P o d w y ż s z a n i e jest zwiększaniem, które nie jest zwiększaniem o klasę jednostkową. Klasa β jest zatem wtenczas i tylko wtenczas wynikiem podwyższania klasy γ o klasę α, kiedy jest wynikiem jej zwiększania o nią i kiedy ogólna klasa α wyklucza się klasą γ. Jeśli tedy zwiększanie klasy o jednostkową klasę jest jej zwiększaniem o jednostkową klasę z nią wykluczającą się, to podwyższanie klasy jest jej zwiększaniem o ogólną klasę wyłączającą się z nią . Wzbogacanie

6-7451 (50)

klasy polega na dołączaniu do jej indywiduów jednego nowego indywiduum, gdy natomiast podwyższanie klasy polega na włączaniu do niej kilku innych indywiduów.

W podwyższaniu mam trzy przedmioty: 1) przedmiot p o d w y ż s z a j ą c y (klasa α), 2) przedmiot p o d w y ż s z a n y (klasa γ) i 3) przedmiot p o d w y ż s z o n y (klasa β). Wszystkie one są klasami. Wolno podwyższać tylko o ogólną klasę wykluczającą się z klasą podwyższaną. Ponieważ klasa zwiększająca jest niepusta, przeto także zwiększanie dzieli się na zwiększanie o klasę jednostkową i podwyższanie.

Zniżanie i podwyższanie o tę samą klasę są działaniami względem siebie odwrotnymi, a więc odwracalnymi. Ponieważ zaś są też działaniami przeciwzwrotnymi na klasie o wyniku klasowym, przeto są przekształcaniami klasowymi. Jeśli zniżanie o α przekształca β na γ, to podwyższanie o α przekształca γ na β i na odwrót.

Jeśli istnieje takie z, że x pozostaje w stosunku R do z i z pozostaje w stosunku S do y, to mówimy, iż x pozostaje w kompozycji (iloczynie relatywnym lub względnym) stosunków R i S do y. Kompozycję stosunków R i S oznacza Russell symbolem: R/S. Stosunek „stryj" jest kompozycją stosunków „brat" i „ojciec".

Kompozycję wzbogacania o indywiduum x i zniżania o klasę indywiduów α nazywam z a c i e ś n i a n i e m z α do x. Zacieśnianie z α do x klasy β polega więc na wzbogacaniu o x wyniku zniżania o α klasy β, a zatem na zastępowaniu w klasie β nowym przedmiotem x wszystkich tych jej elementów, które tworzą jej ogólną podklasę właściwą α. Klasa γ jest tedy wtenczas i tylko wtenczas wynikiem zacieśniania z α do x, kiedy posiada oprócz wszystkich indywiduów klasy β, pozostających po odrzuceniu z niej wszystkich bez wyjątku indywiduów jej ogólnej podklasy właściwej α, jeszcze różne od nich indywiduum x.

Zacieśniane z α do x jest działaniem na klasie o wyniku klasowym, ale występują w nim aż cztery przedmioty, z których trzy są klasami indywiduów a jeden jest indywiduum: 1) k l a s a z a c i e ś n i a j ą c a (klasa α), 2) i n d y w i d u u m z a c i e ś n i a j ą c e (indywiduum x), 3) klasa z a c i e ś n i a n a (klasa β) i 4) klasa z a c i e ś n i o n a (klasa γ). Jeżeli indywiduum zacieśniające nie należy do klasy zacieśniającej, to zacieśniać wolno tylko wtedy, gdy 1) klasa zacieśniająca jest ogólną podklasą właściwą klasy zacieśnianej, a 2) indywiduum zacieśniające nie należy do klasy zacieśnianej.

Iloczyn względny podwyższania o klasę indywiduów α i zubażania o indywiduum x nazywam r o z s z e r z a n i e m z x do α. Rozszerzanie z x do α klasy γ polega tedy na podwyższaniu o α wyniku zubażania o x klasy γ, a więc na zastępowaniu w klasie γ jej elementu x nowymi przedmiotami, a mianowicie indywiduami ogólnej klasy α. Klasa β jest tedy wtenczas i tylko wtenczas wynikiem rozszerzania z x do α klasy γ, kiedy posiada oprócz wszystkich indywiduów klasy γ, pozostających po odrzuceniu z niej elementu x, jeszcze różne od nich indywidua ogólnej klasy α.

Rozszerzanie z x do α jest również działaniem na klasie o wyniku klasowym, a występują w nim też aż cztery przedmioty: trzy klasy

i jedno indywiduum, a mianowicie: 1) indywiduum rozszerzające (indywiduum x), 2) klasa rozszerzająca (klasa α), 3) klasa rozszerzana (klasa γ) i 4) klasa rozszerzona (klasa β). Jeśli indywiduum rozszerzające nie należy do klasy rozszerzającej, to klasa rozszerzona istnieje tylko wtedy, gdy 1) ogólna klasa rozszerzająca wyklucza się z klasą rozszerzaną, a 2) indywiduum rozszerzające należy do klasy rozszerzanej.

Jeśli γ jest wynikiem zacieśniania z α do x klasy β, to β jest wynikiem rozszerzania z x do α klasy γ i na odwrót. Zacieśnianie tedy z α do x i rozszerzanie z x do α są działaniami względem siebie odwrotnymi, a więc działaniami odwracalnymi. Jeśli x nie należy do α, to zacieśnianie z α do x i rozszerzanie z x do α są działaniami przeciwzwrotnymi, a więc przekształcaniami. Gdy więc x nie należy do α, to zacieśnianie z α do x przekształca tylko wtedy β na γ, o ile rozszerzanie z x do α przekształca γ na β.

Omawiam powyżej następujące pary wzajemnie odwrotnych przekształcań klasy indywiduów na klasę indywiduów: zmniejszanie i zwiększanie oraz zniżanie i podwyższanie o klasę indywiduów, zubażanie i wzbogacanie o indywiduum, zacieśnianie z klasy indywiduów na indywiduum i rozszerzanie z indywiduum na klasę indywiduów.

4. O nieswoistym przekształcaniu rodziny

Klasę klas indywiduów czyli klasę drugiego rzędu nazywam rodziną. Rodziny są przedmiotami trzeciego typu.

Przekształcaniem rodziny nazywam przekształcanie, które jest działaniem na rodzinie bez względu na to, czy jego wynik jest rodziną, czy przedmiotem innego typu. Niektóre gatunki przekształcania rodziny odpowiadają gatunkom przekształcania przedmiotu rzędu niższego niż rodzina. Nazywam je nieswoistymi przekształcaniami rodziny. Określenia ich są podobne do odpowiednich definicyj przekształcania przedmiotu typu niższego od rodziny. Obok nich istnieją jeszcze takie gatunki przekształcania rodziny, którym nie odpowiada żaden gatunek przekształcania przedmiotu typu niższego niż rodzina. Nazywam je swoistymi przekształcaniami rodziny. Przekształcania rodziny dzielą się tedy na swoiste i nieswoiste. Ostatnimi przekształcaniami rodziny zajmuję się obecnie, omówienie zaś pierwszych odkładam do następnego rozdziału.

Wiązanie i odrywanie określiłem poprzednio dla indywiduów jako dla przedmiotów najniższego typu, dla których mają one sens. Wiązanie indywiduum przez indywiduum przekształca indywiduum na parę porządkową indywiduów, a więc na stosunek między indywiduami, odrywanie zaś indywiduum przez indywiduum od pary porządkowej indywiduów przekształca parę porządkową indywiduów na indywiduum. Wiązanie i odrywanie można jednak określić także dla przedmiotów typu wyższego od indywiduum. Spośród wiązań i odrywań różnych typów ma szczególne znaczenie dla dalszych rozważań jeden typ, dla którego podam ich definicję.

Stosunek między rodzinami R jest wtedy i tylko wtedy wynikiem wiązania przez rodzinę A rodziny B, jeśli jest parą porządkową, której pierwszym członem jest rodzina B, a drugim rodzina A. We wiązaniu rodziny zarówno przedmiot wiążący, jak wiązany jest rodziną, przedmiot związany zaś jest parą porządkową rodzin, a więc stosunkiem między rodzinami. Wiązanie rodziny przez rodzinę przekształca rodzinę na parę porządkową rodzin.

Rodzina B jest tylko wtenczas wynikiem odrywania rodziny przez rodzinę A od stosunku między rodzinami R, gdy R jest parą porządkową, której pierwszym członem jest rodzina B, a drugim rodzina A. W odrywaniu rodziny przez rodzinę od pary porządkowej rodzin rodziną jest przedmiot odrywający i przedmiot oderwany, gdy tymczasem przedmiot odrywany jest parą porządkową rodzin. Odrywanie rodziny przez rodzinę od pary porządkowej rodzin przekształca parę porządkową rodzin na rodzinę.

Zmniejszanie i zwiększanie, zubażanie i wzbogacanie, zniżanie i podwyższanie, zacieśnianie i rozszerzanie określiłem poprzednio tak, że mają sens dopiero dla klas indywiduów. Zmniejszanie i zwiększanie o klasę indywiduów, zubażanie i wzbogacanie o indywiduum, zniżanie i podwyższanie o klasę indywiduów, zacieśnianie z klasy indywiduów na indywiduum i rozszerzanie z indywiduum na klasę indywiduów przekształcają klasę indywiduów na klasę indywiduów. Podam obecnie analogiczne ich określenia dla rodzin.

Rodzina C jest tylko wówczas wynikiem zmniejszania o rodzinę A rodziny B, gdy jest różnicą rodziny B i jej niepustej podrodziny właściwej A. W zmniejszaniu o rodzinę zarówno przedmiot zmniejszający, jak zmniejszany i zmniejszony jest rodziną.

Rodzina B jest tylko wtenczas wynikiem zwiększania o rodzinę A rodziny C, gdy jest sumą rodziny C i wykluczającej się z nią niepustej rodziny A. W zwiększaniu o rodzinę tak przedmiot zwiększający, jak zwiększany i zwiększony jest rodziną.

Zubażanie i wzbogacanie o klasę indywiduów są zmniejszaniem lub zwiększaniem o jednostkową rodzinę, której jedynym elementem jest zubażająca lub wzbogacająca klasa indywiduów.

Rodzina B jest więc tylko wtedy wynikiem zubażania o α rodziny A, gdy posiada wszystkie jej klasy z wyjątkiem jej klasy α. W zubażaniu o klasę indywiduów przedmiot zubażający jest klasą indywiduów, ale zarówno przedmiot zubażany jak zubożony jest rodziną.

Rodzina A jest tylko wówczas wynikiem wzbogacania o α rodziny B, gdy posiada obok wszystkich jej klas jeszcze nienależącą do niej klasę α. W wzbogacaniu o klasę indywiduów przedmiot wzbogacający jest klasą indywiduów, lecz tak przedmiot wzbogacany jak wzbogacony jest rodziną.

Zniżanie i podwyższanie o rodzinę jest drugim obok zmniejszania i zwiększania o jednostkową rodzinę gatunkiem zmniejszania i zwiększania o rodzinę, a mianowicie są one zmniejszaniem lub zwiększaniem o ogólną rodzinę.

Rodzina C jest więc wtedy i tylko wtedy wynikiem zniżania rodziny B o rodzinę A, jeśli należą do niej wszystkie klasy rodziny B z wyjątkiem wszystkich klas jej ogólnej podrodziny właściwej A.

Rodzina B zaś jest wtenczas i tylko wtenczas wynikiem podwyższania rodziny C o rodzinę A, kiedy należą do niej oprócz wszystkich klas rodziny B jeszcze różne od nich klasy ogólnej rodziny A. Zarówno przedmiot zniżający lub podwyższający, jak także przedmiot zniżany lub podwyższany, jak wreszcie przedmiot zniżony lub podwyższony jest rodziną.

Zacieśnianie z rodziny do klasy indywiduów jest iloczynem relatywnym zniżania o rodzinę i wzbogacania o klasę indywiduów. Rodzina C jest więc tylko wtenczas wynikiem zacieśniania z A do α rodziny B, kiedy posiada obok wszystkich innych klas rodziny B zamiast klas jej ogólnej podrodziny właściwej A jeszcze nienależącą do niej klasę α. W zacieśnianiu z rodziny do klasy indywiduów jeden z przedmiotów zacieśniających jest rodziną, a drugi klasą indywiduów, gdy natomiast zarówno przedmiot zacieśniany, jak zacieśniony, jest rodziną.

Rozszerzanie z klasy indywiduów do rodziny jest kompozycją zubażania o klasę indywiduów i podwyższania o rodzinę. Rodzina B jest zatem tylko wtedy wynikiem rozszerzania z α do A rodziny C, gdy posiada obok wszystkich innych klas rodziny C zamiast jej klasy α jeszcze klasy wykluczającej się z rodziną C ogólnej rodziny A. W rozszerzaniu z klasy indywiduów do rodziny jeden z przedmiotów rozszerzających jest klasą indywiduów a drugi rodziną, gdy tymczasem zarówno przedmiot rozszerzany jak rozszerzony jest rodziną.

Zmniejszanie i zwiększanie rodziny, zubażanie i wzbogacanie o klasę indywiduów, zniżanie i podwyższanie o rodzinę, zacieśnianie z rodziny do klasy indywiduów i rozszerzanie z klasy indywiduów do rodziny są przekształcaniami rodziny na rodzinę.

5. O swoistym przekształcaniu rodziny

Spomiędzy swoistych przekształcań rodziny określam dwie pary przekształcań rodziny. Są one szczególnymi przypadkami wyróżnionych już poprzednio gatunków przekształcania rodziny, a więc nieswoistych przekształcań rodziny, ale nie odpowiada im żaden gatunek przekształcania przedmiotu typu niższego od rodziny. Określenia bowiem analogiczne do ich definicyj nie dają się sformułować z sensem dla przedmiotów typu niższego niż rodzina.

Szczególnym przypadkiem zubażania i wzbogacania rodziny o klasę indywiduów jest jej zubażanie lub wzbogacanie o pustą klasę indywiduów.

Zubażanie o klasę pustą nazywam u p e ł n i a n i e m lub o d p u s t a w i a n i e m. Dlatego B jest tylko wówczas wynikiem upełniania rodziny A, gdy zawiera wszystkie jej klasy z wyjątkiem tylko jej członu pustego. W upełnianiu mam tylko dwa przedmioty: 1) przedmiot u p e ł n i a n y czyli o d p u s t a w i a n y (rodzina A) i 2) przedmiot u p e ł n i o n y czyli o d p u s t o w i o n y (rodzina B).

Wzbogacanie o klasę pustą nazywam odpełnianiem lub upustawianiem. Dlatego A jest tylko wtedy wynikiem odpełniania rodziny B, jeśli posiada obok wszystkich bez wyjątku jej klas jeszcze nienależącą do niej klasę pustą. W upustawianiu są tylko dwa przedmioty: 1) przedmiot odpełniany czyli upustawiany (rodzina B) i 2) przedmiot odpełniony czyli upustowiony (rodzina A).

Upełnianie i odpełnianie są działaniami względem siebie odwrotnymi, a więc odwracalnymi. Ponieważ zaś są też działaniami przeciwzwrotnymi, przeto są przekształcaniami, a w szczególności przekształcaniami rodziny na rodzinę.

Podpusta jest każda rodzina, do której należy klasa pusta. Podpełna jest każda rodzina, która nie jest podpusta. Żadna rodzina podpełna nie posiada wśród swych elementów klasy pustej.

Upełniać można tylko rodzinę podpustą, odpełniać zaś tylko rodzinę podpełną. Przedmiot odpustawiany jest rodziną podpustą, przedmiot zaś odpustowiony jest rodziną podpełną. Przedmiot odpełniany jest rodziną podpełną. Przedmiot zaś odpełniony jest rodziną podpustą. Odpustawianie przekształca rodzinę podpustą na podpełną, odpełnianie zaś przekształca rodzinę podpełną na podpustą.

Właściwym zubażaniem rodziny nazywam takie jej zubażanie, które nie jest jej odpustawianiem. Właściwe zubażanie jest tedy zubażaniem rodziny o klasę niepustą. Rodzina B jest więc wtedy i tylko wtedy wynikiem właściwego zubażania o α rodziny A, jeśli jest wynikiem jej zubażania o niepustą klasę α, jeśli tedy jest wynikiem jej zmniejszania o jednostkową rodzinę klasy niepustej α.

Właściwym wzbogacaniem rodziny nazywam takie jej wzbogacanie, które nie jest jej upustawianiem. Właściwe wzbogacanie rodziny jest tedy jej wzbogacaniem o klasę niepustą. Rodzina A jest zatem wówczas i tylko wówczas wynikiem właściwego wzbogacania o α rodziny B, gdy jest wynikiem jej wzbogacania o niepustą klasę α, gdy tedy jest wynikiem jej zwiększania o jednostkową rodzinę klasy niepustej α.

Właściwe zubażanie i wzbogacanie rodziny o tę samą klasę są działaniami względem siebie odwrotnymi i przekształcaniami rodziny na rodzinę.

Ponieważ w dalszych rozważaniach mam do czynienia tylko z właściwym zubażaniem lub wzbogacaniem, przeto myślę zawsze o nich, gdy mówię o zubażaniu lub wzbogacaniu.

Zatem można albo odpustawiać, tj. zmniejszać rodzinę o rodzinę klasy pustej, albo ją zubażać, tj. zmniejszać ją o jednostkową rodzinę klasy niepustej, albo wreszcie ją zniżać, tj. zmniejszać o rodzinę ogólną. Również można rodzinę albo upustawiać, tj. zwiększać ją o rodzinę klasy pustej, albo ją wzbogacać, tj. zwiększać o jednostkową rodzinę klasy niepustej, albo na koniec ją podwyższać, tj. zwiększać o rodzinę ogólną.

Szczególnym przypadkiem zacieśniania z rodziny do klasy indywiduów jest skracanie o rodzinę. Skracanie o A jest bowiem zacie-

śnianiem z rodziny A do jej łącznej sumy, czyli całości. Skracanie polega zatem na zastępowaniu kilku klas rodziny ich całością, różną od jej klas. Rodzina C jest więc tylko wtedy wynikiem skracania o A rodziny B, jeżeli posiada obok wszystkich innych klas rodziny B zamiast klas jej ogólnej podrodziny właściwej A jeszcze nienależącą do niej całość rodziny A. Wynik skracania o A rodziny B jest wynikiem wzbogacania o całość rodziny A wyniku zniżania o A rodziny B.

W skracaniu występują trzy przedmioty: 1) przedmiot s k r a c a j ą c y (rodzina A), 2) przedmiot s k r a c a n y (rodzina B) i 3) przedmiot s k r ó c o n y (rodzina C). Skracać można tylko o ogólną podrodzinę właściwą rodziny skracanej, której całość nie należy do rodziny skracanej.

Szczególnym przypadkiem rozszerzania z klasy indywiduów do rodziny jest wydłużanie rodziny. W y d ł u ż a n i e o A jest bowiem rozszerzaniem z całości rodziny A do niej samej. Wydłużanie polega tedy na zastępowaniu jednego elementu rodziny kilkoma różnymi zarówno od niego jak od innych jej klas klasami, których on jest całością. Rodzina B jest zatem tylko wówczas wynikiem wydłużania o A rodziny C, gdy posiada obok wszystkich innych klas rodziny C jeszcze klasę wykluczającej się z nią ogólnej rodziny A zamiast tej jej klasy, która jest całością rodziny A. Wynik wydłużania o A rodziny C jest wynikiem podwyższania o A wyniku zubażania o jej całość rodziny C.

W wydłużaniu mam trzy przedmioty: 1) przedmiot w y d ł u ż a j ą c y (rodzina A), 2) przedmiot w y d ł u ż a n y (rodzina C) i 3) przedmiot w y d ł u ż o n y (rodzina B). Wydłużać można tylko o taką wykluczającą się z rodziną wydłużaną ogólną rodzinę, której całość należy do rodziny wydłużanej.

Ponieważ rodzina B jest tylko wtedy wynikiem wydłużania o A rodziny C, jeżeli C jest wynikiem skracania o A rodziny B, przeto skracanie i wydłużanie o tę samą rodzinę są działaniami względem siebie odwrotnymi, a więc odwracalnymi. Tak skracanie, jak wydłużanie o rodzinę, niezawierającą wśród swych klas swej całości, jest działaniem przeciwzwrotnym, a zatem przekształcaniem, w szczególności przekształcaniem rodziny na rodzinę.

Należy odróżniać skracanie i wydłużanie od zmniejszania i zwiększania. Gdy bowiem nie ma sensu ani skracanie, ani wydłużanie klasy indywiduów o klasę indywiduów, lecz tylko skracanie lub wydłużanie rodziny o rodzinę, to zmniejszać lub zwiększać wolno nie tylko klasę pierwszego rzędu o klasę pierwszego rzędu, lecz także klasę wyższego rzędu o klasę tego samego rzędu. Zmniejszać rodzinę można także o jej jednostkową podrodzinę, a skracać rodzinę wolno tylko o jej ogólną podrodzinę właściwą. Zwiększać rodzinę można również o jednostkową rodzinę, wydłużać zaś rodzinę wolno tylko o ogólną rodzinę wykluczającą się z nią.

Nie trzeba jednak mieszać skracania rodziny nawet z jej zniżaniem, choć skracać rodzinę tak, jak ją zniżać wolno tylko o jej ogólną podrodzinę właściwą. Zniżając bowiem o A rodzinę B, wyrzucam spośród jej klas wszystkie i tylko te jej klasy, które należą zarazem do rodziny A

ale nie dołączam do niej zamiast nich żadnej nowej klasy. Skracając zaś o A rodzinę B, nie tylko odrzucam spomiędzy jej klas wszystkie i tylko te jej klasy, które należą równocześnie do rodziny A, lecz dołączam do niej jeszcze w ich miejsce nową klasę, a mianowicie całość rodziny A.

Również nie należy mieszać ze sobą wydłużania i podwyższania rodziny, chociaż wydłużać, tak jak podwyższać rodzinę można tylko o ogólną rodzinę, której żadna klasa nie należy do niej. Podwyższając bowiem rodzinę, nie wyrzucam z niej żadnej jej klasy, lecz tylko dołączam do niej nowe klasy. Wydłużając zaś rodzinę, odrzucam wpierw spośród jej klas pewną jej klasę, a dopiero zamiast niej dołączam do niej nowe klasy, a mianowicie te, których całością jest ona.

Kompozycję wiązania i skracania przez tę samą rodzinę nazywam r o z w i j a n i e m. Zatem stosunek między rodzinami R jest tylko wtedy wynikiem rozwijania przez A rodziny B, jeśli jest wynikiem wiązania przez A wyniku skracania o A rodziny B. Rozwijanie tedy rodziny B o rodzinę A polega na tym, że: 1) zniżam rodzinę B o rodzinę A, 2) wynik tego zniżania wzbogacam o całość rodziny A i 3) wynik tego wzbogacania wiążę przez A. Dopiero wynikiem tego wiązania jest wynik rozwijania przez A rodziny B: para porządkowa rodzin R. W rozwijaniu występują trzy przedmioty: 1) przedmiot r o z w i j a j ą c y (rodzina A), 2) przedmiot r o z w i j a n y (rodzina B) i 3) przedmiot r o z w i n i ę t y (para porządkowa rodzin R).

Iloczyn relatywny wydłużania i odrywania przez tę samą rodzinę nazywamy z w i j a n i e m. Zatem rodzina B jest tylko wówczas wynikiem zwijania przez A pary porządkowej rodzin R, gdy jest wynikiem wydłużania o A wyniku odrywania przez A od pary porządkowej rodzin R. Zwijanie tedy pary porządkowej rodzin R przez rodzinę A polega na tym, że: 1) odrywam rodzinę przez rodzinę A od pary porządkowej R, 2) wynik tego odrywania zubażam o całość rodziny A i 3) wynik tego zubażania podwyższam o rodzinę A. Dopiero wynikiem tego podwyższania jest wynik zwijania pary porządkowej rodzin R przez rodzinę A: rodzina B. W zwijaniu mam również trzy przedmioty: 1) przedmiot z w i j a j ą c y (rodzina A), 2) przedmiot z w i j a n y (para porządkowa rodzin R) i 3) przedmiot z w i n i ę t y (rodzina B).

Jeżeli R jest wynikiem rozwijania przez A rodziny B, to B jest wynikiem zwijania przez A pary porządkowej rodzin R i na odwrót. Rozwijanie i zwijanie przez tę samą rodzinę są działaniami względem siebie odwrotnymi, a więc odwracalnymi. Ponieważ zaś przedmiot rozwijany i rozwinięty, a tak samo przedmiot zwijany i zwinięty są przedmiotami różnych typów, przeto są różne. Zwijanie i rozwijanie są zatem działaniami przeciwzwrotnymi, a więc przekształcaniami. Jeśli tedy rozwijanie przez A przekształca rodzinę B na parę porządkową rodzin R, to zwijanie przez A przekształca parę porządkową rodzin R na rodzinę B i na odwrót.

Nie należy zaś mieszać rozwijania i zwijania z wiązaniem i odrywaniem. Gdy bowiem wiązanie i odrywanie mają sens już dla przedmiotów najniższego typu, to rozwijanie i zwijanie nie ma sensu dla przedmiotów dwóch najniższych typów, lecz dopiero dla rodzin.

Ale nawet wiązanie rodziny przez rodzinę różni się od jej rozwijania przez rodzinę, chociaż oba są wiązaniem przez rodzinę, gdyż wiązanie przez A rodziny B jest wiązaniem przez A jej samej, a rozwijanie przez A rodziny B jest wiązaniem przez A rodziny, będącej dopiero wynikiem skracania o A rodziny B. Wprawdzie wynikiem zarówno wiązania jak rozwijania rodziny przez rodzinę jest para porządkowa rodzin. Gdy jednak istnieje wynik wiązania jakiejkolwiek rodziny przez rodzinę, to wynik rozwijania przez A rodziny B istnieje tylko wtedy, gdy rodzina A jest ogólną podrodziną właściwą rodziny B, a jej całość nie należy do niej.

Jeszcze bardziej różnią się od siebie odrywanie i zwijanie pary porządkowej rodzin przez rodzinę, gdyż zwijanie przez A pary porządkowej rodzin R nie jest odrywaniem od niej przez A, lecz wydłużaniem o A rodziny, będącej wynikiem odrywania przez A od pary porządkowej rodzin R. Wynikiem zarówno odrywania, jak zwijania pary porządkowej rodzin przez rodzinę jest wprawdzie rodzina. Gdy jednak wynik odrywania przez A od pary porządkowej rodzin R istnieje tylko wtenczas, kiedy A jest jej drugim członem, to wynik zwijania przez A pary porządkowej rodzin R istnieje tylko wówczas, gdy: 1) A jest jej drugim członem, 2) A jest ogólną rodziną, 3) A wyklucza się z jej pierwszym członem i wreszcie 4) całość rodziny A należy do pierwszego członu pary porządkowej R.

W obu ostatnich rozdziałach omawiam przekształcania rodziny i przekształcania na rodziny. Przekształcanie rodziny jest jej przekształcaniem na rodzinę albo na stosunek między rodzinami. Przekształcaniem na rodzinę jest przekształcanie stosunku między rodzinami na nią. Odróżniam dwa rodzaje przekształceń rodziny na rodzinę: 1) swoiste, 2) nieswoiste. Swoistymi przekształcaniami rodziny na rodzinę są następujące pary wzajemnie odwrotnych przekształceń: 1) odpustawianie i upustawianie, oraz 2) skracanie i wydłużanie. Nieswoistymi zaś przekształcaniami rodziny na rodzinę są: zmniejszanie i zwiększanie, zubażanie i wzbogacanie, zniżanie i podwyższanie, zacieśnianie i rozszerzanie. Przekształcaniem rodziny na stosunek między rodzinami jest rozwijanie, a odwrotne względem niego zwijanie jest przekształcaniem stosunku między rodzinami na rodzinę.

II. O PODZIALE I KLASYFIKACJI

1. O znaczeniach wyrazu „podział"

W pracy „O podziale logicznym" odróżniam podział klasowy, czyli klasy od podziału stosunkowego, czyli stosunku. Podział równoległoboków na równoboczne i różnoboczne jest klasowy. Podział zaś wzajemnego położenia prostych jednej płaszczyzny na nakrywanie się, przecinanie się i równoległość jest podziałem stosunkowym. Podział klasowy jest już od dawna znany logice i stosowany w nauce, a podział stosunkowy nie jest znany logice ani tradycyjnej, ani matematycznej, chociaż jest także stosowany już dawno w nauce.

Ponieważ tak klasy, jak stosunki są różnych typów, przeto również zarówno podział klasowy jak podział stosunkowy są różnych rzędów. Podziałem klasowym najniższego rzędu jest podział klasy indywiduów, tj. klasy pierwszego rzędu, np. podział ludzi na białych, czarnych i żółtych. Podziałem drugiego rzędu jest podział rodziny, czyli klasy drugiego rzędu. Np. podział wszystkich klas, indywiduów na pustą klasę indywiduów i na niepuste klasy indywiduów jest podziałem uniwersalnej rodziny.

Mówimy także o podziale przedmiotu typu jeszcze niższego od klasy i stosunku, a mianowicie o podziale indywiduum. Odróżniamy go jako podział fizyczny od podziałów klasowych i stosunkowych jako podziałów logicznych. Podziałem fizycznym jest podział bochenka chleba na ćwiartki.

We wszystkich wyróżnionych znaczeniach podział oznacza pewien stosunek. Np. podział klasowy najniższego rzędu jest stosunkiem między rodziną a klasą indywiduów. Określam go przy pomocy innego stosunku, a mianowicie adekwatności.

Klasa indywiduów α jest wtedy i tylko wtedy wynikiem łącznego dodawania, czyli łączną sumą klas rodziny A, jeśli każdy element klasy α i tylko on należy do pewnej klasy rodziny A. Np. klasa wszystkich wysp Oceanu Spokojnego jest łączną sumą klasy wszystkich jego archipelagów. Łączne dodawanie oznacza Russell literą s.

Rodzina A zaś jest wtedy i tylko wtedy adekwatna z klasą α, jeśli α jest łączną sumą klas rodziny A. Adekwatność więc jest konwersją łącznego dodawania.

Otóż podział jest adekwatnością, zwężoną w swej dziedzinie do ogólnych rodzin rozłącznych, a w swej przeciwdziedzinie do klas niejednostkowych. (Rodzina) A jest więc tylko wtedy podziałem (klasy) α, jeśli: 1) jest ogólna, a zatem posiada kilka klas jako swe elementy, 2) jest rozłączna, a więc jej klasy wykluczają się wzajemnie, 3) klasa α

nie jest jednostkowa i 4) jest łączną sumą rodziny A, inaczej jej całością. Krótko (rodzina) A jest tylko wtenczas podziałem (klasy) α, kiedy jest ogólną rodziną rozłączną o niejednostkowej całości α.

Ale obok tego najobszerniejszego znaczenia wyraz „podział" ma jeszcze dwa znaczenia ciaśniejsze: właściwe i niewłaściwe. Podział w znaczeniu właściwym jest podziałem w znaczeniu logiki tradycyjnej.

Podział we właściwym znaczeniu, czyli podział właściwy jest podziałem, zwężonym w swej dziedzinie do rodzin podpełnych. Ponieważ zaś całość żadnej ogólnej rodziny podpełnej nie jest klasą jednostkową, przeto (rodzina) A jest tylko wówczas podziałem właściwym (klasy) α, gdy jest ogólną i rozłączną rodziną podpełną o całości α.

Podział w niewłaściwym znaczeniu, czyli podział niewłaściwy jest podziałem, zwężonym w swej dziedzinie do rodzin podpustych. (Rodzina) A tedy jest tylko wtenczas podziałem w niewłaściwym znaczeniu (klasy) α, kiedy jest ogólną i rozłączną rodziną podpustą o niejednostkowej całości α.

Ale wyraz „podział" nie oznacza tylko stosunku: ma bowiem jeszcze drugie znaczenie, w którym oznacza klasę. Pod tym względem nie stanowi on wyjątku, lecz dzieli los innych rzeczowników, takich jak np. „ojciec". Wyraz „ojciec" bowiem oznacza w wyrażeniu „ojciec Jana" stosunek, a w wyrażeniu „odpowiedzialność ojców za wychowanie ich synów" jego dziedzinę, a więc klasę. Aby pozbawić takie rzeczowniki ich wieloznaczności i ograniczyć je do oznaczania stosunku, lepiej jest zastąpić rzeczowniki: „ojciec", „podział" i tym podobne wyrażeniami „jest ojcem", „jest podziałem" itd.

Dziedzina podziału w pierwszym, czyli stosunkowym znaczeniu jest podziałem w drugim, czyli klasowym znaczeniu. W tym znaczeniu podział jest ogólną rodziną rozłączną o niejednostkowej łącznej sumie, czyli całości.

Właściwy podział w klasowym znaczeniu jest dziedziną właściwego podziału w jego stosunkowym znaczeniu. W tym znaczeniu właściwy podział jest ogólną i rozłączną rodziną podpełną.

Niewłaściwy podział w klasowym znaczeniu jest dziedziną niewłaściwego podziału w stosunkowym znaczeniu; w tym znaczeniu niewłaściwym podziałem jest każda ogólna i rozłączna rodzina podpusta o niejednostkowej łącznej sumie.

Podziałem klasy α jest każda rodzina, która pozostaje w stosunku podziału do klasy α. Każdy podział klasy α jest ogólną rodziną rozłączną o niejednostkowej całości α, a więc jest podziałem adekwatnym z klasą α.

Nie należy mieszać ani podziału klasowego z podziałem w znaczeniu klasowym, ani podziału stosunkowego z podziałem w znaczeniu stosunkowym; można bowiem mówić o podziale klasowym w znaczeniu stosunkowym i o podziale stosunkowym w znaczeniu klasowym. Tak powyżej zdefiniowałem podział klasowy najniższego rzędu najpierw w jego stosunkowym, potem w jego klasowym znaczeniu. Natomiast nie określiłem podziału stosunkowego ani w jego klasowym, ani w jego

stosunkowym znaczeniu. Moje dalsze rozważania bowiem ograniczają się niemal tylko do podziału klasowego, chociaż mają walor też dla podziału stosunkowego, oczywiście po odpowiedniej ich modyfikacji.

Zatem o podziale można mówić w bardzo wielu znaczeniach. Przede wszystkim podział może być różnego rzędu. Pod tym względem odróżniam podział fizyczny od logicznego. Podział logiczny zaś może być albo klasowy, albo stosunkowy. Podział klasowy znów jest albo podziałem klasy indywiduów, albo podziałem rodziny, albo podziałem agregatu (tj. klasy rodzin) itd. Podział stosunkowy wreszcie jest albo podziałem stosunku między indywiduami, albo podziałem stosunku wyższego typu.

O podziale jakiegokolwiek rzędu można mówić albo w jego stosunkowym, albo w jego klasowym znaczeniu. Zarówno zaś w stosunkowym jak klasowym znaczeniu podziału można odróżnić jeszcze trzy znaczenia: najobszerniejsze i dwa ciaśniejsze, właściwe i niewłaściwe.

Używając poniżej wyrazu „podział" bez zastrzeżeń, mam zwykle na myśli podział klasy indywiduów w stosunkowym lub klasowym znaczeniu. Wyraz „podział" oznacza więc poniżej albo adekwatność, zwężoną w swej dziedzinie do ogólnych i rozłącznych rodzin, a w swej przeciwdziedzinie do niejednostkowych klas indywiduów, albo jej dziedzinę: ogólną i rozłączną rodzinę o niejednostkowej łącznej sumie (całości).

2. O pewnych gatunkach podziału

Rodziną ogólną drugiego stopnia jest każda rodzina ogólna, która nie jest parą klas indywiduów. Ale pary klas są podpuste albo podpełne. Każda podpełna para klas jest parą klas niepustych. Każda zaś podpusta para klas jest parą klasy niepustej i klasy pustej. Całością podpustej pary klas jest jej klasa niepusta. Dlatego klasa ogólna jest wtedy i tylko wtedy całością podpustej pary klas, jeśli jest ona parą klasy ogólnej i klasy pustej. Całość tedy pary klasy ogólnej i klasy pustej nie jest klasą jednostkową.

Rodziną d o b r z e o g ó l n ą jest każda rodzina ogólna, która nie jest podpustą parą klas. Obok podziału rodzin ogólnych na pary klas indywiduów i na rodziny ogólne drugiego stopnia mamy więc jeszcze ich podział na podpuste pary klas i na rodziny dobrze ogólne. Każda zaś rodzina dobrze ogólna jest albo podpełną parą klas, albo rodziną ogólną drugiego stopnia.

Ponieważ zaś każda rodzina ogólna drugiego stopnia posiada najmniej trzy klasy, a najwyżej jedna jej klasa jest pusta, przeto każda rodzina ogólna drugiego stopnia posiada co najmniej dwie klasy niepuste. Ale także każda podpełna para klas posiada dwie klasy niepuste. Zatem każda rodzina dobrze ogólna ma co najmniej dwie klasy niepuste. Do niepustej rodziny rozłącznej tylko wtedy nie należy jej całość, jeśli jest ona rodziną dobrze ogólną. Całość zaś rodziny dobrze ogólnej nie jest klasą jednostkową.

D i c h o t o m i a w s t o s u n k o w y m z n a c z e n i u jest podziałem w stosunkowym znaczeniu, zwężonym w swej dziedzinie do

par klas indywiduów. Dichotomia zaś w klasowym znaczeniu jest dziedziną dichotomii w stosunkowym znaczeniu. W tym znaczeniu dichotomia jest takim podziałem, który jest parą klas, jest więc rozłączną parą klas, której całość nie jest klasą jednostkową.

Dichotomia właściwa (w stosunkowym znaczeniu) jest podziałem właściwym (w stosunkowym znaczeniu), zwężonym w swej dziedzinie do par klas indywiduów. Dichotomia właściwa (w klasowym znaczeniu) jest dziedziną dichotomii właściwej (w stosunkowym znaczeniu). W tym znaczeniu dichotomia właściwa jest rozłączną i podpełną parą klas indywiduów.

Dichotomia niewłaściwa (w stosunkowym znaczeniu) jest podziałem niewłaściwym (w stosunkowym znaczeniu), zwężonym w swej dziedzinie do par klas indywiduów. Dichotomia niewłaściwa (w klasowym znaczeniu) jest dziedziną dichotomii niewłaściwej (w stosunkowym znaczeniu). W tym znaczeniu dichotomia niewłaściwa jest parą klasy ogólnej i klasy pustej.

Politomia w stosunkowym znaczeniu jest podziałem w stosunkowym znaczeniu, zwężonym w swej dziedzinie do rodzin, nie będących parami klas. Politomia w klasowym znaczeniu jest dziedziną politomii w stosunkowym znaczeniu. W tym znaczeniu politomia jest rozłączną rodziną ogólną drugiego stopnia, jest więc podziałem o przynajmniej trzech członach. Wyraz „politomia" ma tu znaczenie odmienne od jego znaczenia w logice tradycyjnej i w pracy „O podziale logicznym".

Ponieważ każdy podział jest rodziną ogólną, a każda rodzina ogólna jest albo parą klas, albo rodziną ogólną drugiego stopnia, przeto każdy podział jest albo dichotomią, albo politomią. Ponieważ każda para klas o całości niejednostkowej jest albo parą klasy ogólnej i klasy pustej, albo podpełną parą klas, przeto każda dichotomia jest albo właściwa, albo niewłaściwa.

Prawie właściwy podział (w stosunkowym znaczeniu) jest to podział (w stosunkowym znaczeniu), zwężony w swej dziedzinie do rodzin, nie będących podpustymi parami klas. Prawie właściwy podział (w klasowym znaczeniu) jest dziedziną prawie właściwego podziału (w stosunkowym znaczeniu). W tym znaczeniu prawie właściwy podział jest to taki podział, który nie jest podpustą parą klas. Każdy prawie właściwy podział jest tedy rozłączną rodziną dobrze ogólną.

Ponieważ każda rodzina ogólna jest albo podpustą parą klas, albo rodziną dobrze ogólną, przeto każdy podział jest albo dichotomią niewłaściwą, albo podziałem prawie właściwym. Ponieważ znów każda rodzina dobrze ogólna jest albo podpełną parą klas, albo rodziną ogólną drugiego stopnia, przeto każdy podział prawie właściwy jest albo dichotomią właściwą, albo politomią.

Wprawdzie każdy podział właściwy jest podziałem prawie właściwym, ale niekażdy podział prawie właściwy jest podziałem właściwym. Chociaż bowiem każda politomia niewłaściwa jest podziałem niewłaściwym, to jednak jest ona podziałem prawie właściwym.

Kompozycję adekwatności i należenia nazywam p o b o c z n o ś c i ą. (Rodzina) B jest więc tylko wtedy poboczna (rodziny) A, jeśli jej całość należy do rodziny A.

Stosunek odwrotny względem poboczności nazywam g ł ó w n o ś c i ą. (Rodzina) A jest tedy tylko wówczas główna (rodziny) B, gdy rodzina B jest poboczna rodziny A, gdy więc jej elementem jest całość rodziny B.

Stosunek poboczności, zwężony w swej dziedzinie do podziałów prawie właściwych nazywam p o d z i a ł e m p o b o c z n y m. Zatem (rodzina) B jest tylko wtenczas podziałem pobocznym (rodziny) A, kiedy jest podziałem prawie właściwym i rodziną poboczną rodziny A, a więc prawie właściwym podziałem klasy rodziny A.

Poboczność, zwężoną w swej dziedzinie do podziałów prawie właściwych, a w swej przeciwdziedzinie do podziałów, nazywam p o d z i a ł e m p o b o c z n y m p o d z i a ł u. (Rodzina) B jest więc tylko wtedy podziałem pobocznym podziału A, jeśli całość prawie właściwego podziału B należy do podziału A.

Stosunkiem odwrotnym względem podziału pobocznego podziału jest p o d z i a ł g ł ó w n y p o d z i a ł u. (Rodzina) A jest tylko wówczas podziałem głównym podziału B, gdy rodzina B jest podziałem pobocznym podziału A, gdy tedy jest dichotomią właściwą lub politomią jakiegoś jego członu.

Właśnie określone wyrażenia oznaczają pewne stosunki, chociaż mogą oznaczać też klasy, ale już w innym swym znaczeniu. Są bowiem one tak, jak wiele nazw stosunków, wieloznaczne i oznaczają nie tylko stosunek, lecz także jego dziedzinę. Dlatego nazywam każdy podział poboczny pewnego podziału również p o d z i a ł e m p o b o c z n y m, a każdy podział główny jakiegoś podziału także p o d z i a ł e m g ł ó w n y m. Każdy podział poboczny jest podziałem prawie właściwym jakiegoś członu pewnego podziału. Każdy zaś podział główny zawiera wśród swych członów całość jakiegoś podziału prawie właściwego.

3. O pewnych podrodzinach podziału

Każdą jednostkową podrodzinę jakiegokolwiek podziału nazywam jego p o d r o d z i n ą c z ł o n o w ą. Każda podrodzina członowa jakiegokolwiek podziału jest jego ingrediensem właściwym. Każda podrodzina członowa jakiegokolwiek podziału właściwego jest rodziną podpełną. Podrodzina członowa zaś jakiegokolwiek podziału niewłaściwego jest albo rodziną podpustą, albo rodziną podpełną.

Każdą ogólną podrodzinę właściwą jakiegokolwiek podziału nazywam jego p o d p o d z i a ł e m. Każda dichotomia posiada tylko podrodziny członowe, dopiero trichotomia posiada obok podrodzin członowych także podpodziały: można tedy mówić tylko o podpodziale politomii. Każda niepusta podrodzina właściwa politomii jest albo jej podrodziną członową, albo jej podpodziałem. Każdy podpodział jakiejkolwiek politomii właściwej jest rodziną podpełną. Podpodział zaś jakiejkolwiek politomii niewłaściwej jest albo rodziną podpustą, albo rodziną podpełną.

Ponieważ każda podrodzina rodziny rozłącznej jest rodziną rozłączną, przeto każdy podpodział jakiegokolwiek podziału jest rodziną rozłączną. Ale każdy podpodział jakiegokolwiek podziału jest rodziną ogólną. Dlatego każdy podpełny podpodział jakiegokolwiek podziału jest podziałem. Podpusty zaś podpodział jakiegokolwiek podziału nie jest tylko wtedy podziałem, jeśli jest parą klasy jednostkowej i klasy pustej.

W ł a ś c i w y m p o d p o d z i a ł e m pewnego podziału nazywam taki jego podpodział, który nie jest parą klasy jednostkowej i klasy pustej. Każdy właściwy podpodział jakiegokolwiek podziału jest podziałem, bo jego całość nie jest klasą jednostkową.

D o b r y m p o d p o d z i a ł e m jakiegoś podziału nazywam taki jego właściwy podpodział, który nie jest dichotomią niewłaściwą. Każdy dobry podpodział jakiegokolwiek podziału jest rodziną dobrze ogólną, a więc jest podziałem prawie właściwym. Dlatego każdy dobry podpodział pewnego podziału jest podziałem pobocznym jakiegokolwiek podziału, do którego należy jego całość, a każdy podział poboczny jakiegoś podziału jest dobrym podpodziałem każdego podziału, którego jest on właściwą podrodziną.

Jeśli klasa α jest właściwą podklasą klasy β, to klasa β nie jest podklasą klasy α. Jeśli zaś klasa β nie jest ingrediensem klasy α, to różnica klasy β i klasy α jest klasą niepustą. Jeśli tedy klasa α jest właściwą podklasą klasy β, to różnica klas β i α jest klasą niepustą. Ale każda klasa niepusta jest albo jednostkowa, albo ogólna. Jeśli więc klasa α jest właściwą podklasą klasy β, to różnica klas β i α jest albo klasą jednostkową, albo klasą ogólną.

Klasa α jest wtedy i tylko wtedy w ę ż s z a od klasy β, jeśli jest jej podklasą, a różnica klas β i α jest klasą jednostkową, jeśli więc każde indywiduum klasy α należy do klasy β, a tylko jedno indywiduum klasy β nie należy do klasy α. Klasa α zaś wówczas i tylko wówczas jest d o b r z e w ę ż s z a od klasy β, gdy jest jej ingrediensem, a różnica klas β i α jest klasą ogólną, gdy tedy każde indywiduum klasy α należy też do klasy β, a kilka indywiduów klasy β nie należy do klasy α. Właściwy ingrediens jakiejkolwiek klasy jest więc węższy lub dobrze węższy od niej.

Oczywiście, określenia te można przenieść do rodzin, chociaż sformułowałem je dla klas indywiduów. Stosunek „właściwa podrodzina" dzieli się więc na dwa stosunki: 1) na węższość i 2) na dobrą węższość.

Jeśli rodzina A jest ingrediensem rodziny B, to także jej całość jest ingrediensem całości rodziny B. Jeśli zaś rodzina A jest właściwą podrodziną rodziny B, to jej całość może, ale nie musi być właściwą podklasą całości rodziny B. Jeśli np. rodzina B jest sumą rodziny klasy pustej, czyli 0 i podpełnej rodziny niepustej A, to rodzina A jest właściwym ingrediensem rodziny B, ale jej całość nie jest właściwym ingrediensem całości rodziny B, gdyż jest z nią identyczna, gdy natomiast rodzina klasy pustej jest także właściwą podrodziną rodziny B, a jej całość jest właściwą podklasą jej całości. Całość bowiem rodziny klasy pustej jest klasą pustą, całość zaś podpełnej rodziny niepustej, a więc też i rodziny B jest klasą niepustą, a klasa pusta jest właściwym ingrediensem

klasy niepustej. Jeśli zaś całość rodziny A jest właściwym ingrediensem całości rodziny B, to rodzina A nie musi być właściwym ingrediensem rodziny B. Jeśli np. niepusta klasa α nie należy do podpełnej rodziny A, to całość sumy rodziny A i rodziny klasy pustej jest właściwym ingrediensem całości sumy rodziny A i jednostkowej rodziny klasy α, ale suma rodziny A i rodziny klasy pustej nie jest właściwym ingrediensem sumy rodziny A i jednostkowej rodziny klasy α.

Dlatego wprowadzam następujące określenia: (Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy pod względem całości właściwym ingrediensem (rodziny) B, jeśli jej całość jest właściwym ingrediensem całości rodziny B. (Rodzina) A jest wówczas i tylko wówczas pod względem całości węższa od (rodziny) B, gdy jej całość jest węższa od całości rodziny B. (Rodzina) A jest wtenczas i tylko wtenczas pod względem całości dobrze węższa od (rodziny) B, kiedy jej całość jest dobrze węższa od całości rodziny B.

Aby nie pomieszać właściwego ingrediensu pod względem całości, węższości pod względem całości i dobrej węższości pod względem całości z zachodzącymi również między rodzinami stosunkami właściwego ingrediensu, węższości i dobrej węższości, omówionymi poprzednio, będę mówić w ostatnich przypadkach o właściwym ingrediensie pod względem elementów, o węższości pod względem elementów i o dobrej węższości pod względem elementów.

Okazałem już, że rodzina A nie musi być pod względem całości właściwym ingrediensem rodziny B, jeśli jest pod względem elementów jej właściwym ingrediensem i na odwrót. Obecnie okażę, że rodzina pod względem elementów węższa od pewnej rodziny nie musi być też od niej węższa pod względem całości, a rodzina pod względem elementów dobrze węższa od jakiejś rodziny nie musi być również od niej dobrze węższa pod względem całości. Jeśli bowiem niepusta klasa α nie należy do rodziny A i wyklucza się z każdą jej klasą, to rodzina A jest pod względem elementów węższa od sumy rodziny A i jednostkowej rodziny klasy α bez względu na to, czy klasa α jest jednostkowa, czy ogólna, ale rodzina A jest od niej pod względem całości węższa, jeśli α jest klasą jednostkową, a jest od niej pod względem całości dobrze węższa, jeśli α jest klasą ogólną. Jeżeli zaś niepusta klasa α nie należy do podpełnej rodziny A i wyklucza się z każdą jej klasą, to rodzina A jest pod względem elementów dobrze węższa od sumy rodziny A, jednostkowej rodziny klasy α i rodziny klasy pustej bez względu na to, czy α jest klasą jednostkową, czy ogólną, lecz rodzina A jest od niej pod względem całości węższa, jeśli α jest klasą jednostkową, a jest od niej pod względem całości dobrze węższa, jeśli α jest klasą ogólną.

Klasą α jest wtedy i tylko wtedy mniejsza od rodziny A, jeśli jej jednostkowa rodzina jest (pod względem elementów) węższa od rodziny A. Klasa α jest tedy wówczas i tylko wówczas mniejsza od rodziny A, gdy jest jej członem, a różnica rodziny A i jej jednostkowej rodziny jest rodziną jednostkową. Klasa α rodziny A jest więc wtenczas i tylko wtenczas mniejsza od niej, kiedy A jest parą klasy α i pewnej różnej od niej klasy β. Zatem pewna klasa rodziny A jest wtedy i tylko wtedy mniejsza od niej, jeśli rodzina A jest parą klas.

Klasa α jest wówczas i tylko wówczas dobrze mniejsza od rodziny A, gdy jej jednostkowa rodzina jest (pod względem elementów) dobrze węższa od rodziny A. Klasa α jest tedy wtenczas i tylko wtenczas dobrze mniejsza od rodziny A, kiedy jest jej elementem, a różnica rodziny A i jej jednostkowej rodziny jest rodziną ogólną. Zatem klasa rodziny A jest wtedy i tylko wtedy dobrze mniejsza od niej, jeśli różnica rodziny A i jej jednostkowej rodziny jest rodziną ogólną. Klasa rodziny A jest więc wówczas i tylko wówczas dobrze mniejsza od niej, gdy A jest rodziną ogólną drugiego stopnia.

Ponieważ każda klasa jakiejkolwiek rodziny jest ingrediensem jej całości, przeto klasa α rodziny A jest wtenczas i tylko wtenczas węższa od jej całości, kiedy różnica całości rodziny A i jej klasy α jest klasą jednostkową; jest zaś dobrze węższa od jej całości, kiedy różnica całości rodziny A i klasy α jest klasą ogólną.

Każdy człon jakiejkolwiek dichotomii jest od niej mniejszy. Każdy człon jakiejkolwiek politomii jest od niej dobrze mniejszy. Każdy niepusty człon niewłaściwej trichotomii jest wtedy i tylko wtedy węższy od jej całości, jeśli drugi jej człon niepusty jest klasą jednostkową. Każdy pusty człon jakiejkolwiek niewłaściwej politomii jest od jej całości dobrze węższy. Każdy człon właściwej politomii jest od jej całości dobrze węższy.

Każdy podpodział jakiejkolwiek trichotomii jest od niej (pod względem elementów) węższy. Każdy podpodział właściwej politomii w znaczeniu logiki tradycyjnej jest od niej pod względem całości dobrze węższy, jeśli jest od niej pod względem elementów dobrze węższy. O ile podpełny podpodział niewłaściwej politomii w znaczeniu logiki tradycyjnej jest od niej pod względem elementów dobrze węższy, to jest wtedy i tylko wtedy od niej pod względem całości dobrze węższy, jeśli każdy jej niepusty człon jest klasą ogólną. Podpełny podpodział trichotomii niewłaściwej nie jest pod względem całości od niej nawet węższy.

Żadna podrodzina właściwa dichotomii nie jest od niej węższa ani pod względem elementów, ani pod względem całości. Podrodzina właściwa trichotomii jest wtedy i tylko wtedy od niej węższa pod względem elementów, jeśli jest jej podrodziną członową; jest zaś od niej dobrze węższa pod względem całości tylko wtedy, jeśli albo jest jej podpustą podrodziną członową, albo — o ile ona jest jej podpełną podrodziną członową — drugi człon niepusty trichotomii nie jest klasą jednostkową. Podrodzina właściwa politomii w znaczeniu logiki tradycyjnej jest wtedy i tylko wtedy od niej dobrze węższa pod względem elementów, jeśli albo jest jej podrodziną członową, albo — o ile jest jej podpodziałem — nie zawiera przynajmniej 2 jej członów. Każda podrodzina członowa politomii w znaczeniu logiki klasycznej jest od niej dobrze węższa pod względem całości; jej podpodział zaś nie jest od niej dobrze węższy pod względem całości tylko wtedy, jeśli nie należą do niego dwa jej człony, z których jeden jest klasą pustą, a drugi klasą jednostkową.

4. O klasyfikacji

Niektórzy logicy nie odróżniają klasyfikacji od podziału. Tymczasem klasyfikacja nie jest podziałem, lecz parą podziałów. Klasyfikacją jest np. para podziału czworoboku na równoległobok, trapez i trapezoid oraz podziału równoległoboku na równoboczny i różnoboczny. Niekażda jednak para podziałów jest klasyfikacją. Tak np. para jakiegokolwiek podziału trójkąta i jakiegokolwiek podziału czworoboku nie jest klasyfikacją. Klasyfikacja bowiem różni się od innych par podziałów tym, że jeden z obu podziałów jest podziałem pewnego członu drugiego. Każda klasyfikacja jest więc parą podziałów, związanych ze sobą stosunkiem poboczności. Jeden z członów klasyfikacji jest podziałem pobocznym drugiego jej członu. Stąd p o d z i a ł e m g ł ó w n y m k a s y f i k a c j i nazywamy ten jej człon, który jest podziałem głównym drugiego jej członu, a p o d z i a ł e m p o b o c z n y m k l a s y f i k a c j i nazywamy ten jej człon, który jest podziałem pobocznym jej podziału głównego.

Logika odróżnia dwa rodzaje par: pary porządkowe i pary nieuporządkowane. Para porządkowa jest stosunkiem między dwoma przedmiotami; para nieuporządkowana zaś jest zbiorem, klasą dwuch przedmiotów. Każdy człon pary porządkowej ma w niej swoje ściśle wyznaczone miejsce, którego nie może zamienić z drugim jej członem bez zamiany samej pary porządkowej na inną. Jeśli porządek członów pary porządkowej ulega zmianie, ona sama zmienia się na inną, na odwrotną względem niej parę porządkową. Porządek zaś członów nieuporządkowanej pary nie odgrywa żadnej roli i jego zmiana nie zmienia jej samej.

Klasyfikacja jest parą porządkową podziałów, bo jej podział główny jest jej pierwszym, a jej podział poboczny drugim jej członem. Klasyfikując pewne przedmioty, dzielę je najpierw na ich gatunki, a dopiero potem te ich gatunki dzielę dalej znów na ich gatunki.

Ale można zarzucić, że klasyfikacja nie musi być parą podziałów, lecz może być także np. ich trójcą, gdyż może zawierać obok podziału głównego jeszcze kilka podziałów pobocznych. Tak klasyfikacja czworoboku może oprócz podziału równoległoboku jeszcze zawierać np. podział trapezu na równoramienny i różnoramienny. Tymczasem wszystkie człony trójcy porządkowej również następują po sobie w pewnym porządku. Tak w trójcy wieszczów polskich pierwsze miejsce zajmuje Adam Mickiewicz, drugie Juliusz Słowacki, trzecie Zygmunt Krasiński. W podanej zaś powyżej trójce podziałów tylko podział główny ma swe ściśle wyznaczone, pierwsze miejsce, gdy natomiast porządek obu podziałów pobocznych jest obojętny: drugie miejsce po podziale głównym może zająć równie dobrze podział równoległoboku, jak podział trapezu. Dlatego nie ma tu trójcy porządkowej podziałów, lecz dwie pary porządkowe podziałów, dwie klasyfikacje ze sobą złączone: nieuporządkowana para klasyfikacyj.

Określam więc: (Stosunek) R jest wtedy i tylko wtedy klasyfikacją (klasy) α, jeśli jest parą porządkową jakiegoś podziału klasy α i pewnego jego podziału pobocznego. Para porządkowa rodzin A i B jest wówczas i tylko wówczas klasyfikacją klasy α, gdy A jest podziałem

klasy α, a B jego podziałem pobocznym, tzn. prawie właściwym podziałem pewnego jego członu.

Klasa α jest wtenczas i tylko wtenczas całością klasyfikacji R, kiedy R jest klasyfikacją klasy α.

Wyraz „klasyfikacja" ma jeszcze drugie znaczenie: w tym znaczeniu oznacza on dziedzinę klasyfikacji w pierwszym znaczeniu. Każda klasyfikacja w drugim swym znaczeniu jest parą porządkową, której pierwszy człon jest jakimś podziałem, a drugi człon jest pewnym jego podziałem pobocznym.

Wyraz „klasyfikacja" jest tedy tak, jak wyraz „podział" wieloznaczny i oznacza raz stosunek, drugi raz zaś jego dziedzinę. Gdy jednak podział w pierwszym swym znaczeniu jest stosunkiem, zachodzącym między rodziną klas indywiduów, czyli klasą drugiego rzędu, a klasą indywiduów, czyli klasą pierwszego rzędu, to klasyfikacja w pierwszym swym znaczeniu jest stosunkiem między parą porządkową rodzin, a klasą indywiduów. Jeśli tedy podział w pierwszym znaczeniu jest stosunkiem między dwiema klasami różnych rzędów, to klasyfikacja w pierwszym znaczeniu jest stosunkiem między relacją a klasą.

Gdy podział jest rodziną, a więc klasą, to klasyfikacja jest parą porządkową rodzin, a więc stosunkiem. Jeśli podział w drugim znaczeniu jest agregatem (tj. klasą rodzin), a więc klasą klas drugiego rzędu (klasą trzeciego rzędu), to klasyfikacja w drugim znaczeniu jest klasą par porządkowych, a więc klasą stosunków.

Chociaż wyraz „klasyfikacja" określiłem dla klasy indywiduów, można go określić także dla klas wyższego rzędu. Można też mówić nie tylko o klasyfikacji klasy, czyli klasowej, lecz także o klasyfikacji stosunku, czyli stosunkowej. W dalszych rozważaniach ograniczam się do klasyfikacji klasowej.

III. O PRZEKSZTAŁCANIU PODZIAŁOWYM

1. Jego postacie

Przekształcaniem podziału nazywam przekształcanie, wykonane na podziale. Ale wyraz „podział" oznacza raz stosunek, innym razem rodzinę. Dlatego zaznaczam z góry, że przedmiotem powyższych rozważań jest przekształcanie podziału jako szczególny gatunek przekształcania rodziny. Przekształcanie zaś rodziny jest albo przekształcaniem rodziny na rodzinę, albo przekształcaniem rodziny na przedmiot, nie będący rodziną. Stąd także przekształcanie podziału jest przekształcaniem podziału na podział lub przekształcaniem podziału na niepodział.

Przekształcanie podziału na podział jest to takie jego przekształcanie, którego wynikiem jest podział. Przekształcanie podziału na podział jest tedy szczególnym gatunkiem przekształcania rodziny na rodzinę. Nie tylko jednak każdy podział w drugim znaczeniu, lecz także podział (w pierwszym znaczeniu) klasy α jest rodziną. Dlatego przekształcaniem rodziny na rodzinę jest zarówno przekształcanie podziału w drugim znaczeniu na podział w drugim znaczeniu, jak przekształcanie podziału (w pierwszym znaczeniu) klasy α na podział (w pierwszym znaczeniu) tej samej lub innej klasy.

W rozdziałach poprzednich omówiłem następujące gatunki przekształcania rodziny na rodzinę: 1) zmniejszanie i zwiększanie o rodzinę oraz 2) zubażanie o klasę indywiduów, a w szczególności upełnianie, czyli odpustawianie i wzbogacanie o klasę indywiduów, a w szczególności odpełnianie, czyli upustawianie. Innymi gatunkami przekształcania rodziny na rodzinę są zacieśnianie z rodziny do klasy indywiduów i rozszerzanie z klasy indywiduów do rodziny, chociaż są one tylko kombinacjami innych gatunków przekształcań rodziny na rodzinę. Szczególnym znów gatunkiem zacieśnienia z rodziny do klasy indywiduów jest skracanie o rodzinę. Szczególnym gatunkiem wreszcie rozszerzenia z klasy indywiduów do rodziny jest wydłużanie o rodzinę.

Chociaż każde przekształcanie podziału na podział jest przekształcaniem rodziny na rodzinę, to jednak niekażde przekształcanie rodziny na rodzinę jest przekształcaniem podziału na podział. Tak np. wzbogacanie podziału o klasę indywiduów może nie być przekształcaniem podziału na podział. Wynikiem bowiem wzbogacania podziału równoległoboków na równoboczne i różnoboczne o klasę równoległoboków prostokątnych jest rodzina, do której należą klasy równoległoboków równobocznych, różnobocznych i prostokątnych, która nie jest przecież podziałem, gdyż nie jest rozłączna.

Dlatego przechodzę poniżej po kolei różne omawiane w rozdziałach I 4 i 5 przekształcania rodziny na rodzinę, aby zdać sobie sprawę z warunków, pod jakimi są one przekształcaniami podziału na podział.

Przekształcaniem podziału na niepodział nazywam takie jego przekształcanie, którego wynikiem jest inny niż podział przedmiot. Przekształcanie podziału na niepodział jest szczególnym gatunkiem przekształcania rodziny na coś różnego od rodziny. Ponieważ w rozdziale I, 4 i 5 omówiłem przekształcania rodziny na parę porządkową rodzin, przeto poniżej interesuje mnie tylko przekształcanie podziału na parę porządkową podziałów.

Przekształcaniem podziału na parę porządkową podziałów nazywam takie jego przekształcanie, którego wynikiem jest para porządkowa podziałów. Ale z par porządkowych podziałów omówiłem w rozdziale II, 4 tylko klasyfikację. Dlatego poniżej zajmuję się tylko przekształcaniem podziału na klasyfikację.

Przekształcaniem podziału na klasyfikację nazywam takie jego przekształcanie, którego wynikiem jest szczególna para porządkowa podziałów, zwana klasyfikacją. Przekształcanie podziału na klasyfikację jest tedy szczególnym gatunkiem przekształcania rodziny na parę porządkową rodzin. Ponieważ zaś nie tylko każda klasyfikacja w drugim znaczeniu, lecz także klasyfikacja (w pierwszym znaczeniu) klasy α jest parą porządkową rodzin, przeto przekształcaniem rodziny na parę porządkową rodzin jest nie tylko przekształcanie podziału w drugim znaczeniu na klasyfikację w drugim znaczeniu, lecz także przekształcanie podziału (w pierwszym znaczeniu) klasy α na jej klasyfikację (w pierwszym znaczeniu).

W rozdziałach I, 4 i 5 omówiłem dwa gatunki przekształcania rodziny na parę porządkową rodzin: 1) wiązanie rodziny przez rodzinę i 2) rozwijanie rodziny przez rodzinę.

Chociaż zaś każde przekształcanie podziału na klasyfikację jest przekształcaniem rodziny na parę porządkową rodzin, to jednak nie każde przekształcanie rodziny na parę porządkową rodzin jest przekształcaniem podziału na klasyfikację. Tak np. nawet wiązanie podziału przez podział może nie być przekształcaniem podziału na klasyfikację. Wynikiem bowiem wiązania podziału równoległoboków równobocznych na kwadrat i romb przez podział równoległoboków prostokątnych na kwadrat i prostokąt jest para porządkowa, której pierwszym członem jest wiązany podział równoległoboków równobocznych, a drugim członem wiążący podział równoległoboków prostokątnych, a przecież ta para porządkowa podziałów nie jest klasyfikacją, ponieważ podział wiążący nie jest podziałem pobocznym podziału wiązanego.

Dlatego poniżej podaję warunki, pod jakimi oba omówione w rozdziałach I, 4 i 5 gatunki przekształcania rodziny na parę porządkową rodzin są przekształcaniami podziału na klasyfikację.

Jeśli działanie D przekształca rodzinę A na rodzinę B, to działanie odwrotne względem działania D przekształca rodzinę B na rodzinę A. Jeśli więc D jest przekształcaniem rodziny na rodzinę, to działanie odwrotne względem niego jest także przekształcaniem rodziny na rodzinę. Do przekształcań rodziny na rodzinę należą tedy działania względem siebie odwrotne. Działanie zatem odwrotne względem przekształcania podziału na podział jest także przekształcaniem podziału na podział.

Inaczej ma się sprawa z przekształcaniem rodziny na parę porządkową rodzin. Jeśli działanie D przekształca rodzinę A na parę porządkową rodzin R, to działanie odwrotne względem D przekształca już parę porządkową rodzin R na rodzinę A. Jeśli tedy działanie D jest przekształcaniem rodziny na parę porządkową rodzin, to działanie względem niego odwrotne nie jest już przekształcaniem rodziny na parę porządkową rodzin. Do przekształcań rodziny na parę porządkową rodzin nie należą tedy tego samego rodzaju działania względem siebie odwrotne. Działania odwrotne względem przekształcań podziału na klasyfikację nie są przekształceniami podziału na klasyfikację.

Przekształcaniem klasyfikacji nazywam przekształcanie, wykonane na klasyfikacji. Przekształcanie klasyfikacji jest przekształcaniem pary porządkowej rodzin. W pracy obecnej interesują mnie tylko takie przekształcania klasyfikacji, których wynikiem jest podział.

Przekształcaniem klasyfikacji na podział nazywam takie jej przekształcanie, którego wynikiem jest podział. Jeśli działanie D jest przekształcaniem podziału na klasyfikację, to działanie odwrotne względem niego jest przekształcaniem klasyfikacji na podział. Przekształcanie klasyfikacji na podział jest szczególnym gatunkiem przekształcania pary porządkowej rodzin na rodzinę. Przekształcaniem pary porządkowej rodzin na rodzinę jest nie tylko przekształcanie klasyfikacji w drugim znaczeniu na podział w drugim znaczeniu, lecz także przekształcanie klasyfikacji (w pierwszym znaczeniu) klasy α na jej podział (w pierwszym znaczeniu).

W rozdziałach I, 4 i 5 omówiłem dwa gatunki przekształcania pary porządkowej rodzin na rodzinę: 1) odrywanie rodziny od pary porządkowej rodzin przez rodzinę i 2) zwijanie pary porządkowej rodzin przez rodzinę.

Chociaż zaś każde przekształcanie klasyfikacji na podział jest przekształcaniem pary porządkowej rodzin na rodzinę, to jednak niekażde przekształcanie pary porządkowej rodzin na rodzinę jest przekształcaniem klasyfikacji na podział. Tak np. odrywanie od pary porządkowej rodziny nierozłącznej i podziału przez będący jej drugim członem podział nie jest przekształcaniem klasyfikacji na podział. Albowiem rodzina klasy równoległoboków prostokątnych i klasy równoległoboków równobocznych jest wynikiem odrywania przez podział równoległoboków równobocznych na kwadraty i romby od pary porządkowej, której pierwszym członem jest rodzina klasy równoległoboków prostokątnych i klasy równoległoboków równobocznych, a drugim odrywający podział równoległoboków równobocznych, a przecież ani odrywana para porządkowa rodzin nie jest klasyfikacją, ani oderwana rodzina nie jest podziałem, bo nie jest rozłączna.

W pracy niniejszej zajmuję się warunkami, pod jakimi oba omówione w rozdziałach I, 4 i 5 gatunki przekształcania pary porządkowej rodzin na rodzinę są przekształcaniami klasyfikacji na podział.

Poniżej omawiam tedy 3 gatunki przekształcań: 1) przekształcanie podziału na podział, 2) przekształcanie podziału na klasyfikację i 3) przekształcanie klasyfikacji na podział. Zmniejszanie i zwiększa-

nie podziału na podział, skracanie i wydłużanie podziału na podział, wiązanie podziału na klasyfikację i odrywanie podziału od klasyfikacji nazywam przekształcaniem podziałowym. Poniżej omawiam więc poszczególne przekształcania podziałowe i ich kompozycję.

2. O zmniejszaniu i zwiększaniu podziału

Wynikiem zmniejszania podziału o rodzinę jest różnica podziału zmniejszanego i rodziny zmniejszającej. Ponieważ każdy podział jest rodziną rozłączną, a każda podrodzina rodziny rozłącznej jest też rodziną rozłączną, przeto różnica podziału zmniejszanego i rodziny zmniejszającej jest rodziną rozłączną. Różnica podziału zmniejszanego i rodziny zmniejszającej jest znów wtedy i tylko wtedy rodziną ogólną, jeśli rodzina zmniejszająca jest dobrze węższa (pod względem elementów) od podziału zmniejszanego. Jeśli zaś rodzina B jest rozłączna, a rodzina A jest jej ingrediensem, to całość różnicy rodziny B i rodziny A jest identyczna z różnicą całości rodziny B i całości rodziny A. (Dowód tego twierdzenia opiera się na następujących twierdzeniach Russell'a: *24· 4· 411, *40· 27, *84· 1). Ponieważ więc rodzina zmniejszająca jest podrodziną podziału zmniejszanego, przeto całość różnicy podziału zmniejszanego i rodziny zmniejszającej jest identyczna z różnicą całości podziału zmniejszanego i całości rodziny zmniejszającej. Ale różnica całości podziału zmniejszanego i rodziny zmniejszającej jest wówczas i tylko wówczas klasą ogólną, jeśli rodzina zmniejszająca jest dobrze węższa pod względem całości od podziału zmniejszanego. Zatem wynikiem zmniejszania podziału o jakąkolwiek dobrze węższą od niego tak pod względem elementów, jak pod względem całości rodzinę jest podział różnicy całości podziału zmniejszanego i całości rodziny zmniejszającej. Podział zmniejszony jest ingrediensem właściwym podziału zmniejszanego.

Stąd dichotomii nie można zmniejszać. Trichotomię zaś można zmniejszać o jej podrodzinę członową, a nie można jej zmniejszać o jej podpodział. Dopiero tetrachotomię i politomię o jeszsze większej ilości członów można zmniejszać o jej podpodział. Już politomia zaś daje się zmniejszać o swą podrodzinę członową, a dopiero politomia o więcej niż trzech członach o swój podpodział.

Każda trichotomia niewłaściwa daje się zmniejszać o swą podpustą podrodzinę członową. Każdą trichotomię można zmniejszać o jakąkolwiek dobrze węższą od niej pod względem całości podpełną rodzinę członową. Każda politomia o więcej niż trzech członach daje się zmniejszać o jakąkolwiek swą podrodzinę członową i o jakikolwiek dobrze węższy od niej pod względem elementów i całości swój podpodział. Każdą zaś właściwą politomię o przynajmniej czterech członach można zmniejszać o jakikolwiek dobrze węższy od niej (pod względem elementów) jej podpodział.

Wynikiem zwiększania podziału o rodzinę jest suma podziału zwiększanego i rodziny zwiększającej. Ponieważ każdy podział jest rodziną ogólną, a suma klasy ogólnej i jakiejkolwiek klasy jest też klasą ogólną, przeto suma podziału zwiększanego i rodziny zwiększają-

cej jest rodziną ogólną. Jeśli rodziny A i B wykluczają się wzajemnie, to ich suma jest tylko wtedy rodziną rozłączną, jeśli A i B są rodzinami rozłącznymi, a każda klasa jednej z nich wyklucza się z każdą klasą drugiej. Ponieważ zaś rodzina zwiększająca wyklucza się z rodziną zwiększaną, a każdy podział jest rodziną rozłączną, przeto suma podziału zwiększanego i rodziny zwiększającej jest tylko wówczas rodziną rozłączną, gdy rodzina zwiększająca jest rozłączna i każda jej klasa wyklucza się z każdym jego członem. Ponieważ wreszcie całość sumy rodzin jest identyczna z sumą ich całości, przeto całość sumy podziału zwiększanego i rodziny zwiększającej jest identyczna z sumą całości podziału zwiększanego i całości rodziny zwiększającej, a więc jest też klasą ogólną, bo całość każdego podziału jest klasą ogólną. Zatem podział sumy całości podziału zwiększanego i całości rodziny zwiększającej jest wynikiem zwiększania podziału o jakąkolwiek rodzinę rozłączną, której każda klasa wyklucza się z każdym jego członem. Podział zwiększany jest ingrediensem właściwym podziału zwiększonego.

Każdy podział daje się zwiększać o jakąkolwiek rodzinę klas, wykluczających się zarówno ze sobą, jak z każdym jego członem.

Zarówno zmniejszanie podziału o jakąkolwiek jego podrodzinę dobrze węższą od niego pod względem elementów i całości, jak jego zwiększanie o jakąkolwiek rodzinę klas wyłączających się ze sobą i z jego członami jest przekształcaniem podziału na podział.

3. O odpustawianiu i upustawianiu podziału

Ponieważ rodzina klasy pustej jest podpustą podrodziną członową politomii niewłaściwej, od niej dobrze węższą pod względem elementów i całości, przeto szczególnym przypadkiem zmniejszania podziału o jego podrodzinę, dobrze węższą od niego pod względem elementów i całości, jest upełnianie, czyli odpustawianie politomii niewłaściwej.

Ponieważ całość rodziny klasy pustej jest klasą pustą, a różnica jakiejkolwiek klasy niepustej α i klasy pustej jest klasą niepustą α, przeto wynik odpustawiania jakiejkolwiek politomii niewłaściwej jest podziałem właściwym tej samej klasy, co odpustawiana politomia.

Ponieważ rodzina klasy pustej jest rozłączna, a klasa pusta wyklucza się z każdą klasą niepustą, przeto szczególnym przypadkiem zwiększania podziału o rodzinę klas wykluczających się ze sobą i z każdym jego członem jest jego zwiększanie o rodzinę klasy pustej, a więc odpełnianie, czyli upustawianie podziału właściwego.

Ponieważ suma jakiejkolwiek klasy niepustej α i klasy pustej jest identyczna z klasą niepustą α, przeto wynik upustawiania jakiegokolwiek podziału właściwego jest podziałem niewłaściwym tej samej klasy, co podział upustawiany.

Zarówno upełnianie politomii niewłaściwej, jak odpełnianie podziału właściwego jest przekształcaniem podziału na podział, ale jego przekształcaniem na podział tej samej klasy. Upełnianie przekształca podział niewłaściwy na właściwy, gdy natomiast odpełnianie przekształca podział właściwy na niewłaściwy.

Już logika tradycyjna wie, że wynikiem krzyżowania dwu podziałów może być podział niewłaściwy. Ponieważ zaś logika klasyczna nie uznaje klas pustych, przeto opuszcza wprost w niewłaściwym podziale skrzyżowanym jego człon pusty i otrzymuje podział właściwy. Logika tradycyjna dokonywa więc nieświadomie upełniania podziału niewłaściwego; nie zdaje bowiem sobie sprawy z tego, iż, opuszczając w niewłaściwym podziale skrzyżowanym jego człon pusty, dokonywa na nim upełniania, że więc upełnionym podziałem skrzyżowanym, a nie samym podziałem skrzyżowanym jest właściwy podział skrzyżowany, który uzyskała z niewłaściwego podziału skrzyżowanego po opuszczeniu w nim jego członu pustego. Upełniony podział skrzyżowany jest tedy wynikiem dwu działań: najpierw krzyżowania, wykonanego na dwóch podziałach, a następnie upełniania, wykonanego na wyniku pierwszego działania. Właściwy podział skrzyżowany może tedy być wynikiem odpustawiania niewłaściwego podziału skrzyżowanego, będącego wynikiem krzyżowania dwu podziałów. Tworzenie właściwego podziału skrzyżowanego z niewłaściwego jest więc jego upełnianiem, a zatem przekształcaniem podziału na podział.

Od dawna jest znany podział ludzi na białych, czarnych i żółtych. Uważa się go za podział według pewnej zasady. Niektórzy uważają za jego zasadę podział barw. Gdyby jednak jego zasadą był podział barw, to podział ludzi według niej byłby podziałem niewłaściwym, gdyż np. klasa ludzi zielonych jest pusta. Zatem wynikiem uszczególniania podziału barw przez klasę ludzi jest podział niewłaściwy, którego podpełnym podpodziałem jest podział ludzi na białych, żółtych i czarnych, a dopiero wynikiem jego upełniania jest omawiany podział ludzi. Jest on tedy wynikiem podwójnego przekształcania, a mianowicie jest on wynikiem odpustawiania wyniku uszczególniania przez klasę ludzi podziału barw. Gdyby tedy podział barw miał być zasadą podziału ludzi na białych, żółtych i czarnych, to byłby zasadą nie jego samego, lecz niewłaściwego podziału, którego on jest podpełnym podpodziałem.

Dlatego przychylam się raczej do przekonania, iż zasadą podziału ludzi na białych, czarnych i żółtych jest podział barw skóry ludzkiej, który jest wynikiem zmniejszania podziału barw o rodzinę klas barw, nie będących barwami skóry ludzkiej. Zatem omawiany podział ludzi jest wynikiem uszczególniania przez klasę ludzi podziału barw skóry ludzkiej. Jest on więc wynikiem podwójnego przekształcania, a mianowicie jest on wynikiem uszczególniania przez klasę ludzi wyniku zmniejszania podziału barw o rodzinę klas barw nie barwiących skóry ludzkiej. Zatem w jednym i w drugim przypadku omawiany podział ludzi jest wynikiem nie wykonanego na podziale barw uszczególniania, a wykonanej na nim, kompozycji dwóch przekształceń, z których jedno jest uszczególnianiem.

4. O zubażaniu i wzbogacaniu podziału

Ponieważ każdy człon politomii jest od niej dobrze mniejszy, przeto szczególnym gatunkiem zmniejszania podziału o rodzinę, od niego dobrze węższą pod względem elementów i całości, jest zmniejszanie poli-

tomii o jej podpełną podrodzinę członową, dobrze węższą od niej pod względem całości, a więc zubażanie politomii o jej człon dobrze węższy od jej całości, w szczególności zubażanie właściwej politomii o jej jakikolwiek człon.

Ponieważ całość jednostkowej rodziny jest identyczna z jej jedyną klasą, przeto wynik zubażania politomii o jej człon, dobrze węższy od jej całości, jest podziałem różnicy całości politomii zubażanej i jej członu zubażającego. Ponieważ zaś człon politomii ją zubażający mieści się w jej całości i jest klasą niepustą, przeto różnica całości politomii zubażanej i jej członu zubażającego jest różna od całości politomii zubażanej. Zatem wynik zubażania politomii o jej człon dobrze węższy od jej całości, jest podziałem klasy różnej od całości politomii zubażanej. Zubażanie politomii o dobrze węższy od jej całości jej człon jest więc przekształcaniem podziału na podział i to jego przekształcaniem na podział innej klasy.

Również wynik zubażania politomii właściwej o jej jakikolwiek człon jest podziałem różnicy jej całości i jej członu zubażającego, a więc jest podziałem innej klasy niż politomia zubażana. Zubażanie politomii właściwej o jej jakikolwiek człon jest więc przekształcaniem podziału na podział innej klasy.

Wynikiem zubażania podziału trójkątów na ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne o klasę trójkątów prostokątnych jest podział trójkątów skośnokątnych na ostrokątne i rozwartokątne, jeśli rozumiemy przez trójkąt skośnokątny każdy trójkąt, który nie jest prostokątny.

Podział zubożony jest węższy od podziału zubażanego.

Ponieważ każda rodzina jednostkowa jest rozłączna, przeto szczególnym gatunkiem zwiększania podziału o rodzinę klas wykluczających się ze sobą i z każdym jego członem jest jego zwiększanie o jednostkową rodzinę klasy, wykluczającej się z każdym jego członem, a więc wzbogacanie podziału o klasę, wykluczającą się z każdym jego członem.

Wynik wzbogacania podziału o klasę wykluczającą się z każdym jego członem jest podziałem sumy całości podziału wzbogacanego i klasy wzbogacającej. Ponieważ klasa wzbogacająca wyklucza się z całością podziału wzbogacanego i jest niepusta, przeto suma całości podziału wzbogacanego i klasy wzbogacającej jest różna od całości podziału wzbogacanego. Zatem wynik wzbogacania podziału o klasę, wykluczającą się z każdym jego członem, jest podziałem klasy różnej od całości podziału wzbogacanego. Wzbogacanie podziału o klasę, wykluczającą się z każdym jego członem, jest więc przekształcaniem podziału na podział i to przekształcaniem jego na podział innej klasy.

Wynikiem wzbogacania podziału trójkątów skośnokątnych na ostrokątne i rozwartokątne o klasę trójkątów prostokątnych jest podział trójkątów na ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne. Podział wzbogacany jest węższy od podziału wzbogaconego.

Zubażanie i wzbogacanie podziału o tę samą klasę są działaniami względem siebie odwrotnymi. Jeśli podział B jest wynikiem zubażania podziału A o klasę α, to podział A jest wynikiem wzbogacania podziału B o nią, i na odwrót. Jeśli zubażanie o klasę α przekształca podział A

na podział B, to wzbogacanie o nią przekształca podział B na podział A, i na odwrót.

5. O zniżaniu i podwyższaniu podziału

Szczególnym gatunkiem zmniejszania podziału, o dobrze węższą od niego pod względem elementów i całości rodzinę, jest jego zmniejszanie o jego podpodział, dobrze węższy od niego pod względem elementów i całości, a więc zniżanie politomii z więcej niż trzema członami o jej podpodział, dobrze węższy od niej pod względem elementów i całości i w szczególności zniżanie właściwej politomii z więcej niż trzema członami o jej podpodział, dobrze węższy od niej (pod względem elementów).

Wynik zniżania politomii z przynajmniej czterema członami o jej podpodział, dobrze węższy od niej pod względem elementów i całości, jest podziałem różnicy całości politomii zniżanej i całości jej podpodziału zniżającego. Ponieważ każdy podpodział jakiegokolwiek podziału jest jego ingrediensem, przeto także całość podpodziału jakiegokolwiek podziału jest ingrediensem jego całości. Ponieważ zaś całość jakiejkolwiek rodziny ogólnej jest klasą niepustą, przeto również całość podpodziału jakiegokolwiek podziału jest klasą niepustą. Dlatego różnica całości podziału zniżanego i całości jego podpodziału zniżającego jest różna od całości podziału zniżanego. Zatem wynik zniżania politomii z więcej niż trzema członami o jej podpodział, dobrze węższy od niej pod względem elementów i całości jest podziałem klasy różnej od całości podziału zniżanego. Zniżanie więc politomii z przynajmniej czterema członami o jej podpodział dobrze węższy od niej pod względem elementów i całości, jest przekształcaniem podziału na podział i to jego przekształcaniem na podział innej klasy.

Również wynik zniżania właściwej politomii z więcej niż trzema członami o jej podpodział, dobrze węższy od niej (pod względem elementów), jest podziałem różnicy jej całości i całości jej podpodziału zniżającego, a więc jest podziałem innej klasy niż zniżana politomia. Także więc zniżanie politomii z co najmniej czterema członami o jej podpodział, dobrze węższy od niej, jest przekształcaniem podziału na podział innej klasy.

Wynikiem zniżania podziału równoległoboków na kwadraty, romby, prostokąty i romboidy o rodzinę klasy prostokątów i klasy romboidów jest podział równoległoboków równobocznych na kwadraty i romby. Także wspomniany powyżej podział barw skóry ludzkiej jest wynikiem zniżania podziału barw o rodzinę klas barw nie będących barwami skóry ludzkiej.

Podział zniżony jest dobrze węższy od podziału zniżanego.

Szczególnym gatunkiem zwiększania podziału o rodzinę klas wykluczających się ze sobą i z każdym jego członem jest jego podwyższanie o rodzinę klas, wykluczających się nawzajem i z każdym jego członem.

Wynik podwyższania podziału o rodzinę klas, wykluczających się wzajemnie i z każdym jego członem, jest podziałem sumy całości podziału podwyższanego i całości rodziny podwyższającej. Ponieważ zaś

każda klasa rodziny podwyższającej wyklucza się z każdym członem podziału podwyższanego i ponieważ całość rodziny podwyższającej, jako ogólnej, jest klasą niepustą, przeto suma całości podziału podwyższanego i całości rodziny podwyższającej jest różna od całości podziału podwyższanego. Zatem wynik podwyższania jakiegokolwiek podziału o rodzinę klas, wykluczających się wzajemnie i z każdym jego członem, jest podziałem klasy różnej od całości podziału podwyższanego. Podwyższanie tedy podziału o rodzinę klas, wyłączających się nawzajem i z każdym jego członem, jest przekształcaniem podziału na podział i to jego przekształcaniem na podział innej klasy.

Wynikiem podwyższania podziału ruchów przyśpieszonych na jednostajnie przyśpieszone i niejednostajnie przyśpieszone o rodzinę klasy ruchów jednostajnie opóźnionych i klasy ruchów niejednostajnie opóźnionych jest podział ruchów zmiennych na jednostajnie przyśpieszone, niejednostajnie przyśpieszone, jednostajnie opóźnione i niejednostajnie opóźnione.

Podział podwyższany jest dobrze węższy od podziału podwyższonego.

Zniżanie i podwyższanie podziału o tę samą rodzinę są działaniami względem siebie odwrotnymi. Jeśli podział C jest wynikiem zniżania podziału B o rodzinę A, to podział B jest wynikiem podwyższania podziału C o nią, i na odwrót. Jeśli zniżanie o A przekształca podział B na podział C, to podwyższanie o A przekształca podział C na podział B, i na odwrót.

6. O skracaniu podziału

Wynikiem skracania podziału o rodzinę jest suma jednostkowej rodziny całości rodziny skracającej oraz różnicy podziału skracanego i rodziny skracającej. Ponieważ rodzina skracająca jest ingrediensem właściwym podziału skracanego, przeto wynik skracania podziału o rodzinę jest rodziną ogólną, bo różnica podziału skracanego i rodziny skracającej jest rodziną niepustą, a całość rodziny skracającej nie należy do podziału skracanego. Ponieważ zaś podział skracany jest rodziną rozłączną, a rodzina skracająca jest jego ingrediensem, przeto całość różnicy podziału skracanego i rodziny skracającej jest identyczna z różnicą całości podziału skracanego i całości rodziny skracającej. Dlatego całość wyniku skracania podziału o rodzinę jest identyczna z całością podziału skracanego. Jednostkowa rodzina całości rodziny skracającej wyklucza się z różnicą podziału skracanego i rodziny skracającej, skoro całość rodziny skracającej nie należy do podziału skracanego. Ponieważ dalej całość różnicy podziału skracanego i rodziny skracającej jest identyczna z różnicą całości podziału skracanego i całości rodziny skracającej, przeto każda klasa rodziny skracającej wyklucza się z każdą klasą różnicy podziału skracanego i rodziny skracającej. Ponieważ znów każda rodzina jednostkowa jest rozłączna, przeto też jednostkowa rodzina całości rodziny skracającej jest rozłączna. Ponieważ na koniec podział skracany jest rodziną rozłączną, a każda podrodzina rodziny rozłącznej jest również rozłączna, przeto różnica podziału skracanego i rodziny skracającej jest rodziną rozłączną. Zatem wynik skracania podziału o rodzinę jest rodziną rozłączną.

Zarówno do rodziny jednostkowej, jak do podpustej pary klas należy ich całość. Jeśli tedy całość rodziny A nie należy do niej, to albo A nie jest ani rodziną jednostkową, ani parą klas, albo A jest podpełną rodziną jednostkową. Jeśli więc całość niepustej rodziny A nie należy do niej, to A jest albo podpełną parą klas, albo rodziną ogólną drugiego stopnia. Ale tak podpełna para klas, jak rodzina ogólna drugiego stopnia jest dobrze ogólna. Jeśli tedy całość niepustej rodziny A nie należy do niej, to A jest rodziną dobrze ogólną. (Można nawet udowodnić, że całość niepustej rodziny rozłącznej nie należy tylko wtedy do niej, jeśli jest ona rodziną dobrze ogólną).

Ponieważ całość rodziny skracającej nie należy do podziału skracanego, a rodzina skracająca jest jego ingrediensem, przeto całość rodziny skracającej nie należy do niej samej. Ponieważ zaś rodzina skracająca jest niepusta, przeto jest dobrze ogólna. Ponieważ dalej rodzina skracająca podział jest jego podpodziałem, przeto jest jego dobrym podpodziałem. Ale tylko politomia posiada podpodział. Zatem wynik skracania politomii o jej dobry podpodział jest podziałem tej samej klasy, co ona. Skracanie politomii o jej dobry podpodział jest przekształcaniem podziału na podział i to jego przekształcaniem na podział tej samej klasy.

Skracanie podziału na podział różni się od jego zmniejszania na podział nie tylko tym, czym różnią się od siebie skracanie i zmniejszanie rodziny. Gdy bowiem rodzina skracająca podział na podział jest dobrym podpodziałem politomii skracanej, to rodzina zmniejszająca podział na podział jest dobrze węższą pod względem elementów i całości podrodziną politomii zmniejszanej. Rodziną zmniejszającą podział może być rodzina jednostkowa; rodziną zaś skracającą podział jest tylko rodzina ogólna, a nawet dobrze ogólna. Rodzina skracająca podział jest (pod względem elementów) węższa od podziału skracanego, gdy natomiast rodzina zmniejszająca podział jest od niego (pod względem elementów) dobrze węższa. Wreszcie rodzina zmniejszająca podział jest od niego pod względem całości dobrze węższa, gdy tymczasem rodzina skracająca podział może nie być od niego nawet węższa pod względem całości, bo jej całość może być identyczna z jego całością.

Dichotomii nie można ani zmniejszać, ani skracać, jeśli wynik jej zmniejszania lub skracania ma być też podziałem. Chociaż bowiem podział można zmniejszać o rodzinę jednostkową, to jednak dichotomii nie można zmniejszać dlatego, bo wynik jej zmniejszania byłby rodziną jednostkową, a więc nie byłby podziałem. Chociaż zaś z podziału skracanego może pozostać po wykonaniu na nim skracania tylko jeden jego człon, to jednak dichotomii nie można skracać dlatego, bo rodzina skracająca byłaby rodziną jednostkową.

Trichotomię można skracać, ale nie można jej zmniejszać o rodzinę ogólną, bo wynik jej zmniejszania byłby wówczas rodziną jednostkową. Trichotomii niewłaściwej nie można zmniejszać o jakąkolwiek rodzinę podpełną, lecz tylko o podpełną rodzinę jednostkową; można ją jednak zmniejszać także o podpustą rodzinę, a mianowicie o rodzinę klasy pustej Trichotomii niewłaściwej natomiast nie można skracać o podpustą rodzinę, gdyż jej podpusty podpodział nie jest jej dobrym podpodzia-

łem; można ją skracać tylko o podpełną rodzinę, bo jej podpełny podpodział jest jej dobrym podpodziałem. Jeśli zaś skracam trichotomię niewłaściwą o jej podpełny podpodział, to całość rodziny skracającej jest identyczna z całością podziału skracanego, a więc nie jest wtedy rodzina skracająca nawet węższa pod względem całości od niego.

Niewłaściwą politomię z więcej niż trzema członami można nie tylko skracać, lecz także zmniejszać o jej podpodział podpusty; można ją jednak skracać tylko o jej dobry podpodział, a zmniejszać tylko o jej podpusty podpodział, dobrze węższy od niej pod względem elementów i całości.

Gdy podział zmniejszony jest podziałem innej klasy niż podział zmniejszany, to podział skrócony jest podziałem tej samej klasy, co podział skracany.

7. O wydłużaniu podziału

Wynikiem wydłużania podziału o rodzinę jest suma rodziny wydłużającej oraz różnicy podziału wydłużanego i jednostkowej rodziny całości rodziny wydłużającej.

Ponieważ podział wydłużany jest rodziną rozłączną, a całość rodziny wydłużającej należy do niego, przeto całość różnicy podziału wydłużanego i jednostkowej rodziny całości rodziny wydłużającej jest identyczna z różnicą całości podziału wydłużanego i całości rodziny wydłużającej. Dlatego całość wyniku wydłużania podziału o rodzinę jest identyczna z całością podziału wydłużanego.

Ponieważ rodzina wydłużająca podział jest ogólna, a klasą ogólną jest jakakolwiek klasa, której ingrediensem jest klasa ogólna, przeto wynik wydłużania podziału o rodzinę jest rodziną ogólną.

Ponieważ rodzina wydłużająca wyklucza się z podziałem wydłużanym, przeto wyklucza się też z różnicą jego i jednostkowej rodziny całości rodziny wydłużającej. Ponieważ całość różnicy podziału wydłużanego i jednostkowej rodziny całości rodziny wydłużającej jest identyczna z różnicą całości podziału wydłużanego i całości rodziny wydłużającej, przeto każda klasa rodziny wydłużającej wyklucza się z każdą klasą różnicy podziału wydłużanego i jednostkowej rodziny całości rodziny wydłużającej.

Ponieważ dalej podział wydłużany jest rodziną rozłączną, a każdy ingrediens rodziny rozłącznej jest rodziną rozłączną, przeto różnica podziału wydłużanego i jednostkowej rodziny całości rodziny wydłużającej jest rodziną rozłączną. Ponieważ wreszcie także rodzina wydłużająca jest rozłączna, przeto wynik wydłużania podziału o nią jest rodziną rozłączną.

Ponieważ rodzina wydłużająca podział wyklucza się z nim, przeto żaden człon podziału wydłużanego nie należy do rodziny wydłużającej. Ponieważ zaś całość rodziny wydłużającej należy do podziału wydłużanego, przeto całość rodziny wydłużającej nie należy do niej samej. Ponieważ na koniec rodzina wydłużająca jest niepusta, przeto jest dobrze ogólna.

Ponieważ całość jakiejkolwiek rozłącznej i podpełnej rodziny ogólnej jest klasą ogólną, przeto także całość jakiejkolwiek rozłącznej i podpełnej pary klasy i całość jakiejkolwiek rozłącznej i podpełnej rodziny ogólnej drugiego stopnia jest klasą ogólną. Ponieważ zaś wynik odpustawiania jakiejkolwiek rozłącznej i podpustej rodziny ogólnej drugiego stopnia jest rozłączną i podpełną rodziną ogólną i ponieważ dalej całość jakiejkolwiek rodziny podpustej jest identyczna z całością wyniku jej odpustawiania, przeto całość jakiejkolwiek rozłącznej i podpustej rodziny ogólnej drugiego stopnia jest klasą ogólną. Zatem zarówno całość jakiejkolwiek rozłącznej i podpełnej pary klas, jak całość jakiejkolwiek rozłącznej rodziny ogólnej drugiego stopnia jest klasą ogólną. Stąd całość jakiejkolwiek rozłącznej rodziny dobrze ogólnej jest klasą ogólną.

Rodzina wydłużająca podział jest więc podziałem prawie właściwym. Ponieważ zaś całość rodziny wydłużającej podział należy do niego, przeto rodzina wydłużająca podział jest jego podziałem pobocznym. Zatem wynik wydłużania podziału o jakikolwiek jego podział poboczny jest podziałem i to podziałem tej samej klasy, co on. Wydłużanie zaś podziału o jakikolwiek jego podział poboczny jest przekształcaniem podziału na podział i to jego przekształcaniem na podział tej samej klasy.

Wydłużanie podziału na podział różni się od jego zwiększania na podział nie tylko tym, czym różnią się od siebie wydłużanie i zwiększanie rodziny. Jeżeli bowiem zwiększać można podział na podział o jakąkolwiek rozłączną rodzinę klas wykluczających się z każdym jego członem, to wydłużać podział na podział można tylko o jego podział poboczny. Zwiększać podział na podział można nawet o rodzinę jednostkową; wydłużać zaś podział na podział można tylko o rodzinę ogólną. Zwiększać podział na podział można już nawet o podpustą parę klas, byleby tylko każda jej klasa wykluczała się z każdym jego członem; wydłużać natomiast podziału na podział nie można o podpustą parę klas, lecz tylko o podpustą rodzinę ogólną drugiego stopnia. Zwiększać podziału na podział nie można o jego podział poboczny, bo wynikiem jego zwiększania oń byłaby rodzina nierozłączna.

Podział wydłużony jest podziałem tej samej klasy, co podział wydłużany, gdy tymczasem podział zwiększony jest podziałem innej klasy niż podział zwiększany.

Skracanie i wydłużanie podziału o tę samą rodzinę są działaniami względem siebie odwrotnymi. Dobry podpodział podziału skracanego oń jest podziałem pobocznym podziału skróconego. Podział poboczny podziału wydłużanego oń jest dobrym podpodziałem podziału wydłużonego. Jeśli podział C jest wynikiem skracania podziału B o jego dobry podpodział A, to podział B jest wynikiem wydłużania podziału C o jego podział poboczny A i na odwrót. Jeżeli skracanie o rodzinę A przekształca podział B na podział C, to wydłużanie o nią przekształca podział C na podział B, i na odwrót.

8. Przykłady

Ponieważ sprawa skracania i wydłużania podziału na podział jest dla dalszych rozważań szczególnie ważna, przeto zilustruję je na kilku przykładach.

Przykład pierwszy. Planimetria dzieli trójkąty (ze względu na kąty) na ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne. Wynikiem skracania tego podziału trójkątów o jego podpodział trójkątów skośnokątnych, a mianowicie o rodzinę klasy trójkątów ostrokątnych i klasy trójkątów rozwartokątnych jest podział trójkątów na prostokątne i skośnokątne. Wynikiem znów wydłużania ostatniego podziału trójkątów o (jego poboczny) podział trójkątów skośnokątnych na ostrokątne i rozwartokątne jest ich pierwszy podział.

Przykład drugi. Planimetria dzieli czworoboki na równoległoboki, trapezy i trapezoidy. Trapezoidem jest każdy czworobok, w którym nie ma boków do siebie równoległych. Jeśli nietrapezoidem lub czworobokiem równoległobocznym nazwę każdy czworokąt, który nie jest trapezoidem, to otrzymuję podział czworoboków na trapezoidy i nietrapezoidy. Ponieważ nietrapezoid jest takim czworobokiem, w którym istnieją boki do siebie równoległe, przeto trapez daje się zdefiniować jako taki nietrapezoid, w którym istnieją nierównoległe do siebie boki przeciwległe, a równoległobok jako taki nietrapezoid, w którym nie ma do siebie nierównoległych boków przeciwległych. Nietrapezoidy tedy można podzielić na równoległoboki i trapezy. Ten podział nietrapezoidów jest podpodziałem pierwszego, trichotomicznego podziału czworoboków, a podziałem pobocznym drugiego, dichotomicznego ich podziału.

Otóż wynikiem skracania podziału czworoboków na równoległoboki, trapezy i trapezoidy o jego podpodział nietrapezoidów jest podział czworoboków na trapezoidy i nietrapezoidy. Wynikiem zaś wydłużania dichotomicznego podziału czworoboków o (jego poboczny) podział nietrapezoidów jest ich trichotomiczny podział.

Pouczający jest zaczerpnięty z dziedziny podziałów stosunkowych, a nie, jak oba poprzednie przykłady, z dziedziny podziałów klasowych, następujący przykład.

Przykład trzeci. W podręcznikach stereometrii znajdujemy podział wzajemnego położenia prostych leżących na różnych płaszczyznach na nakrywanie, przecinanie, równoległość i wichrowatość, czyli skośność. Zarówno proste równoległe do siebie, jak skośne względem siebie nie mają żadnego punktu wspólnego; różnią się przede wszystkim tym, że równoległość podobnie, jak przecinanie i nakrywanie zachodzi nie tylko między prostymi stereometrycznymi, ale także między planimetrycznymi prostymi, gdy tymczasem wichrowatość nie zachodzi między prostymi jednej i tej samej płaszczyzny. Przez proste równoległe do siebie daje się więc zawsze przesunąć jedna płaszczyzna, gdy natomiast przez proste skośne względem siebie nie można przesunąć tej samej płaszczyzny.

Jeszcze druga cecha odróżnia proste równoległe do siebie od wichrowatych względem siebie: każdy punkt jednej z prostych równoległych do siebie jest równo oddalony od drugiej z nich, gdy tymczasem pewien punkt jednej z wichrowatych względem siebie leży najbliżej drugiej z nich, a po obu jego stronach leżą na niej punkty tym bardziej odległe od drugiej z nich, im dalej leżą od niego, a więc niektóre punkty jednej z prostych skośnych względem siebie nie są równo oddalone od drugiej z nich. Proste równoległe do siebie są tedy wszędzie rów-

no odległe od siebie, gdy natomiast proste wichrowate względem siebie nie są wszędzie równo oddalone od siebie.

Stąd określam: proste a i b są wtedy i tylko wtedy odległe od siebie, jeżeli nie mają wcale punktu wspólnego. Przy pomocy zaś odległości definiuję równoległość między prostymi tak: proste a i b są wówczas i tylko wówczas równoległe do siebie, gdy 1. są odległe od siebie i 2. istnieje taka płaszczyzna, na której one obie leżą, a skośność w ten sposób: proste a i b są wtenczas i tylko wtenczas względem siebie wichrowate, kiedy 1. są odległe od siebie i 2. nie ma takiej płaszczyzny, na której by one obie leżały.

Przy powyższej definicji odległości otrzymuję jej podział na równoległość i skośność, oraz (drugi) podział wzajemnego położenia prostych stereometrycznych na odległość (stosunek między prostymi z 0 punktami wspólnymi), przecinanie (stosunek między prostymi z 1 punktem wspólnym) i nakrywanie (stosunek między prostymi z 2, a więc i więcej niż 2 punktami wspólnymi). Podział odległości jest jego podziałem pobocznym, gdy natomiast jest podpodziałem pierwszego stereometrycznego podziału wzajemnego położenia prostych.

Wynikiem skracania podziału wzajemnego położenia prostych różnych płaszczyzn na nakrywanie, przecinanie, równoległość i skośność o jego podpodział odległości na równoległość i wichrowatość jest podział wzajemnego położenia prostych stereometrycznych na nakrywanie, przecinanie i odległość. Wynikiem znowu wydłużania ostatniego trichotomicznego podziału wzajemnego położenia prostych stereometrycznych o (jego poboczny) podział odległości na równoległość i skośność jest uznany w stereometrii jego podział tetrachotomiczny.

9. O wiązaniu i odrywaniu podziałowym

Wynik wiązania podziału przez jego podział poboczny jest parą podziału wiązanego i podziału wiążącego. Ponieważ zaś podział wiążący jest podziałem pobocznym podziału wiązanego, przeto wynik wiązania podziału przez jego podział poboczny jest klasyfikacją, której pierwszym członem jest podział wiązany, a drugim podział wiążący. Ponieważ dalej całością klasyfikacji jest całość jej podziału głównego, przeto wynikiem wiązania podziału przez jego podział poboczny jest klasyfikacja tej samej klasy, której podziałem jest podział wiązany. Wiązanie podziału przez jego podział poboczny jest przekształcaniem podziału na klasyfikację, ale jego przekształcaniem na klasyfikację tej samej klasy.

Wynikiem odrywania podziału od klasyfikacji przez jej podział poboczny jest jej podział główny, a więc podział tej samej klasy, co odrywana klasyfikacja. Odrywanie podziału od klasyfikacji przez jej podział poboczny jest przekształcaniem klasyfikacji na podział, ale jej przekształcaniem na podział tej samej klasy.

Wiązanie i odrywanie przez ten sam podział A są działaniami względem siebie odwrotnymi. Jeśli klasyfikacja R jest wynikiem wiązania podziału B przez jego podział poboczny A, to podział B jest wynikiem odrywania podziału od klasyfikacji R przez jej podział

poboczny A i na odwrót. Jeśli wiązanie przez jego podział poboczny A przekształca podział B na klasyfikację R, to odrywanie przez jej podział poboczny A przekształca klasyfikację R na podział B, i na odwrót.

Wynikiem wiązania podziału czworoboków na równoległoboki, trapezy i trapezoidy przez (jego poboczny) podział równoległoboków na równoboczne i różnoboczne, jest klasyfikacja czworoboków, której podziałem głównym jest podział wiązany, a pobocznym jest podział wiążący. Podział zaś czworoboków na równoległoboki, trapezy i trapezoidy jest wynikiem odrywania przez (jej poboczny) podział równoległoboków na równoboczne i różnoboczne od klasyfikacji czworoboków, której podziałem głównym jest podział oderwany, a pobocznym jest podział odrywający.

Wyniki wydłużania i wiązania tego samego podziału o ten sam (jego poboczny) podział są różne. Gdy bowiem wynikiem wydłużania podziału o jego podział poboczny jest podział, to wynikiem jego wiązania o ten sam jego podział poboczny jest klasyfikacja. Natomiast ten sam podział może być wynikiem skracania podziału i odrywania podziału od klasyfikacji przez ten sam podział, będący podpodziałem skracanego podziału, a podziałem pobocznym odrywanej klasyfikacji.

Wyrażenie „trójkąt równoramienny" ma dwa znaczenia: szersze i ciaśniejsze. W zdaniu „każdy wielobok umiarowy dzieli się przez połączenie jego środka z jego wierzchołkami na trójkąty równoramienne" ma wyrażenie „trójkąt równoramienny" szersze znaczenie niż w zdaniu: „każdy sześciobok umiarowy dzieli się przez połączenie jego środka z jego wierzchołkami na trójkąty równoboczne, a każdy inny wielobok umiarowy na trójkąty równoramienne". Klasa bowiem trójkątów równobocznych jest ingrediensem klasy trójkątów równoramiennych z pierwszego zdania, a wyklucza się z klasą trójkątów równoramiennych z drugiego zdania. Klasa zaś trójkątów równoramiennych z drugiego zdania jest też ingrediensem klasy trójkątów równoramiennych z pierwszego zdania. Zatem klasa trójkątów równoramiennych z pierwszego zdania obejmuje nie tylko trójkąty równoboczne, lecz także trójkąty równoramienne z drugiego zdania i nic więcej.

W swym obszerniejszym znaczeniu trójkąt równoramienny jest takim trójkątem, w którym przynajmniej dwa boki przystają do siebie. W swym ciaśniejszym znaczeniu trójkąt równoramienny jest takim trójkątem, w którym tylko dwa boki są sobie równe, a więc jest takim trójkątem równoramiennym w szerszym znaczeniu, którego niektóre boki nie są sobie równe.

Ponieważ trójkąt różnoboczny jest takim trójkątem, w którym nie ma boków przystających do siebie, przeto trójkąt równoramienny w obszerniejszym znaczeniu jest takim trójkątem, który nie jest trójkątem różnobocznym. Dlatego wolałbym trójkąty równoramienne w szerszym znaczeniu nazywać nieróżnobocznymi, a nazwę „trójkąt równoramienny" zachować dla trójkątów równoramiennych w ściślejszym znaczeniu. Trójkąt równoboczny można by wówczas określić jako trójkąt nieróżnoboczny, który nie ma boków nieprzystających do siebie, a trójkąt równoramienny jako taki trójkąt nieróżnoboczny, który posiada boki nierówne sobie. Trójkąty tedy dzieliłyby się na różnoboczne i nieróżno-

boczne, a trójkąty nierównoboczne dzieliłyby się na równoboczne i równoramienne.

Wynikiem wydłużania podziału trójkątów na różnoboczne i nierównoboczne o (jego poboczny) podział trójkątów nierównobocznych na równoboczne i równoramienne jest podział trójkątów na równoboczne, równoramienne i różnoboczne, a wynikiem jego wiązania przez ten sam jego podział poboczny jest klasyfikacja trójkątów, której podziałem głównym jest podział wiązany, a pobocznym podział wiążący. Podział zaś trójkątów na różnoboczne i nierównoboczne jest wynikiem zarówno skracania podziału trójkątów na równoboczne, równoramienne i różnoboczne o jego podpodział trójkątów nierównobocznych na równoboczne i równoramienne, jak odrywania podziału przez ten sam (jej poboczny) podział od klasyfikacji trójkątów, której podziałem głównym jest podział trójkątów na różnoboczne i nierównoboczne, a pobocznym jest podział trójkątów nierównobocznych na równoboczne i równoramienne.

10. O rozwijaniu i zwijaniu podziałowym

Wynikiem rozwijania podziału przez rodzinę jest wynik wiązania przez rodzinę rozwijającą wyniku skracania o nią podziału rozwijanego, a więc para porządkowa wyniku skracania o rodzinę rozwijającą podziału rozwijanego i rodziny rozwijającej. Ponieważ zaś wynik skracania podziału o jego dobry podpodział jest podziałem i ponieważ dalej dobry podpodział podziału skracanego jest podziałem pobocznym wyniku jego skracania o niego, przeto wynik skracania podziału rozwijanego o rodzinę rozwijającą jest podziałem, a rodzina rozwijająca jest podziałem pobocznym, jeżeli rodzina rozwijająca jest dobrym podpodziałem podziału rozwijanego. Zatem wynikiem rozwijania podziału przez jego dobry podpodział jest para porządkowa, której pierwszym członem jest podział będący wynikiem skracania podziału rozwijanego o jego dobry podpodział, a drugim jest jego podział poboczny. Ponieważ na koniec para porządkowa podziału i jego podziału pobocznego jest klasyfikacją, przeto wynikiem rozwijania podziału przez jego dobry podpodział jest klasyfikacją, której głównym podziałem jest podział, będący wynikiem skracania podziału rozwijanego o podział rozwijający, a podziałem pobocznym jest podział rozwijający.

Ponieważ wynik skracania podziału o jego dobry podpodział jest podziałem tej samej klasy, co podział skracany, przeto podział główny klasyfikacji rozwiniętej jest podziałem tej samej klasy, co podział rozwijany. Ponieważ zaś całość podziału głównego klasyfikacji jest zarazem jej całością, przeto wynikiem rozwijania podziału przez jego dobry podpodział jest klasyfikacja tej samej klasy, której podziałem jest podział rozwijany. Rozwijanie podziału przez jego dobry podpodział jest przekształcaniem podziału na klasyfikację i to jego przekształcaniem na klasyfikację tej samej klasy.

Wynikiem zwijania klasyfikacji przez jej podział poboczny jest wynik wydłużania o jej podział poboczny wyniku odrywania podziału przezeń od klasyfikacji zwijanej. Ponieważ zaś wynik odrywania podziału od klasyfikacji przez jej podział poboczny jest jej podziałem

głównym, przeto wynikiem zwijania klasyfikacji przez jej podział poboczny jest wynik wydłużania o jej podział poboczny podziału głównego zwijanej klasyfikacji. Ponieważ dalej podział poboczny klasyfikacji jest zarazem podziałem pobocznym jej podziału głównego, przeto wynikiem zwijania klasyfikacji przez jej podział poboczny jest wynik wydłużania podziału głównego zwijanej klasyfikacji o jego podział poboczny.

Ponieważ wreszcie wynik wydłużania podziału o jego podział poboczny jest podziałem tej samej klasy, co podział wydłużany i ponieważ podział główny klasyfikacji jest podziałem tej samej klasy, co ona, przeto wynik zwijania klasyfikacji przez jej podział poboczny jest podziałem tej samej klasy, co ona. Zatem zwijanie klasyfikacji przez jej podział poboczny jest przekształcaniem klasyfikacji na podział i to jej przekształcaniem na podział tej samej klasy.

Rozwijanie podziału i zwijanie klasyfikacji przez ten sam ich podział poboczny są działaniami względem siebie odwrotnymi. Jeśli klasyfikacja R jest wynikiem rozwijania podziału B przez jego podział poboczny A, to podział B jest wynikiem zwijania klasyfikacji R przez ten sam jej podział poboczny i na odwrót. Jeśli rozwijanie przez podział A przekształca podział B na klasyfikację R, to zwijanie przez ten sam podział przekształca klasyfikację R na podział B i na odwrót.

Wynikiem rozwijania podziału trójkątów na ostrokątne, prostokątne *i* rozwartokątne przez jego podpodział trójkątów skośnokątnych na ostrokątne i rozwartokątne jest klasyfikacja trójkątów, której podziałem głównym jest ich podział na prostokątne i skośnokątne, a pobocznym jest podział rozwijający. Podział trójkątów na ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne jest wynikiem zwijania przez jej podział poboczny klasyfikacji trójkątów, której podziałem głównym jest ich podział na prostokątne i skośnokątne, a pobocznym jest podział trójkątów skośnokątnych na ostrokątne i rozwartokątne.

Wynikiem rozwijania podziału czworoboków na równoległoboki, trapezy i trapezoidy przez jego podpodział nietrapezoidów na równoległoboki i trapezy jest klasyfikacja czworoboków, której podziałem głównym jest ich podział na trapezoidy i nietrapezoidy, a pobocznym jest podział rozwijający. Podział czworokątów na równoległoboki, trapezy i trapezoidy jest wynikiem zwijania przez jej podział poboczny klasyfikacji czworoboków, której podziałem głównym jest ich podział na trapezoidy i nietrapezoidy, a pobocznym jest podział nietrapezoidów na równoległoboki i trapezy.

Wynikiem rozwijania podziału wzajemnego położenia prostych stereometrycznych na nakrywanie, przecinanie, równoległość i skośność przez jego podpodział odległości na równoległość i wichrowatość jest jego klasyfikacja, której podziałem głównym jest jego podział na nakrywanie, przecinanie i odległość, a pobocznym jest podział odległości na równoległość i skośność. Podział wzajemnego położenia prostych różnych płaszczyzn na nakrywanie, przecinanie, równoległość i wichrowatość jest wynikiem zwijania przez jej podział poboczny klasyfikacji wzajemnego położenia prostych stereometrycznych, której głównym

podziałem jest jego podział na nakrywanie, przecinanie i odległość, a pobocznym jest podział odległości na równoległość i skośność.

11. O kompozycji przekształcań podziałowych

Rozwijanie i zwijanie nie są jedynymi kompozycjami przekształcań podziałowych. Ilość iloczynów względnych przekształcań podziałowych jest bardzo wielka. Ale na omówienie ich wszystkich w niniejszej pracy nie ma ani miejsca, ani potrzeby. Dlatego zamierzam ograniczyć się do wymienienia i zilustrowania na przykładach zaledwie kilku kompozycji przekształcań podziałowych.

Wpierw jednak wprowadzam nazwy na oznaczenie pewnych klas dla łatwiejszego porozumiewania się. Tak równobokiem nazywam każdy czworobok, w którym istnieją takie różne pary boków, że a) oba boki każdej z nich przystają do siebie i b) jakikolwiek bok jednej z nich jest różny od każdego boku drugiej z nich. Czworobokiem krzyżowym zaś nazywam każdy czworobok, w którym istnieją takie różne pary boków przecinających się ze sobą, że a) oba boki każdej z nich przystają do siebie i b) jakikolwiek bok jednej z nich jest różny od każdego boku innej z nich. Deltoidem wreszcie jest taki trapezoid, w którym dwa przyległe boki są sobie, a dwa inne sobie równe.

Najpierw wspomnę o kompozycji zubażania o jakiś człon zubażanego podziału i wzbogacania o klasę, wykluczającą się z każdym członem wzbogacanego podziału. Nowy podział jest wynikiem wykonania jej na jakimś podziale. Wynikiem znów wykonania kompozycji, odwrotnej względem niej, na tym nowym podziale jest podział, na którym wykonaliśmy ją poprzednio.

Tak podział czworoboków krzyżowych na równoległoboki równoboczne i deltoidy jest wynikiem kompozycji zubażania o klasą równolęgłoboków różnobocznych i wzbogacania o klasę deltoidów, wykonanej na podziale równoległoboków na równoboczne i różnoboczne. Wynikiem bowiem wzbogacania omawianego podziału równoległoboków o klasę deltoidów jest podział równoboków na równoległoboki równoboczne, równoległoboki różnoboczne i deltoidy, a dopiero wynikiem zubażania ostatniego podziału o klasę równoległoboków różnobocznych jest omawiany podział czworoboków krzyżowych. Na odwrót podział równoległoboków na równoboczne i różnoboczne jest wynikiem kompozycji wzbogacania o klasę deltoidów i zubażania o klasę równoległoboków różnobocznych, a więc kompozycji odwrotnej względem tamtej, wykonanej na podziale czworoboków krzyżowych.

Można utworzyć jeszcze inną kompozycję przekształcań podziałowych, łącząc ze sobą skracanie o pewien dobry podpodział skracanego podziału ze skracaniem o inny jego dobry podpodział. Jeżeli zaś podział A jest wynikiem wykonanej na podziale B kompozycji skracań o jego różne od siebie dobre podpodziały, to podział B jest wynikiem względem niej odwrotnej, a wykonanej na podziale A, kompozycji wydłużań o jego odpowiednie podziały poboczne.

Tak np. podział równoległoboków na równoboczne i różnoboczne jest wynikiem kompozycji skracania o rodzinę klasy kwadratów i klasy

rombów oraz skracania o rodzinę klasy prostokątów i klasy romboidów, wykonanej na ich podziale na kwadraty, romby, prostokąty i romboidy. Również podział równoległoboków na prostokątne i skośnokątne jest wynikiem kompozycji skracania o rodzinę klasy kwadratów i klasy prostokątów oraz skracania o rodzinę klasy rombów i klasy romboidów, wykonanej na tym samym ich podziale.

Na odwrót podział równoległoboków na kwadraty, romby, prostokąty i romboidy jest wynikiem albo kompozycji wydłużania o rodzinę klasy prostokątów i klasy romboidów oraz wydłużania o rodzinę klasy kwadratów i klasy rombów, wykonanej na ich podziale na równoboczne i różnoboczne, albo kompozycji wydłużania o rodzinę klasy rombów i klasy romboidów oraz wydłużania o rodzinę klasy kwadratów i klasy prostokątów, wykonanej na ich podziale na prostokątne i skośnokątne.

Wreszcie można także utworzyć kompozycję zniżania i wydłużania o różne od siebie rodziny. Wynikiem takiej kompozycji przekształcań podziałowych, wykonanej na jakimkolwiek podziale, może być jego podział poboczny, a wynikiem kompozycji względem niej odwrotnej, wykonanej na jakimkolwiek podziale może być jego podział główny.

Tak np. wynikiem kompozycji zniżania o rodzinę klasy trapezów i klasy trapezoidów oraz wydłużania o rodzinę klasy równoległoboków równobocznych i klasy równoległoboków różnobocznych, wykonanej na podziale czworoboków na równoległoboki, trapezy i trapezoidy jest (jego poboczny) podział równoległoboków na równoboczne i różnoboczne. Na odwrót wynikiem kompozycji skracania o rodzinę klasy równoległoboków równobocznych i klasy równoległoboków różnobocznych oraz podwyższania o rodzinę klasy trapezów i klasy trapezoidów, wykonanej na podziale równoległoboków na równoboczne i różnoboczne jest (jego główny) podział czworoboków na równoległoboki, trapezy i trapezoidy.

Niektóre iloczyny względne przekształcań podziałowych nie zależą od porządku swych czynników np. kompozycja skracań o dobre podpodziały różne od siebie. Inne jednak kompozycje przekształcań podziałowych zależą od porządku swych czynników np. kompozycja skracania i podwyższania o różne rodziny.

Podział czworoboków na równoległoboki, trapezy i trapezoidy jest bowiem wynikiem kompozycji skracania o rodzinę klasy równoległoboków równobocznych i klasy równoległoboków różnobocznych oraz podwyższania o rodzinę klasy trapezów i klasy trapezoidów, wykonanej na jego pobocznym podziale równoległoboków, ale nie jest wynikiem podwyższania o rodzinę klasy trapezów i klasy trapezoidów oraz skracania o rodzinę klasy równoległoboków równobocznych i klasy równoległoboków różnobocznych, wykonanej na nim, gdyż byłby wówczas wynikiem podwyższania wyniku skracania dichotomii równoległoboków na równoboczne i różnoboczne, a dichotomii nie można skracać.

IV O PODZIALE METODOLOGICZNYM

1. O terminach naukowych

Do geometrii — geometrię euklidesową mam na myśli tu, jak wszędzie poniżej — należą różne nazwy.

Przede wszystkim zaliczamy do niej takie nazwy, jak np. „punkt" i „prosta". Należą one do geometrii dlatego, ponieważ są jej wyrazami niezdefiniowanymi, czyli pierwotnymi. Ich znaczenie zaś ustala sformułowany na początku geometrii układ jej pewników.

Za nazwy geometryczne uważamy dalej takie nazwy jak np. „równoległobok" i „wielobok umiarowy". Uchodzą one za nazwy z zakresu geometrii dlatego, ponieważ są jej wyrazami zdefiniowanymi, czyli wtórnymi. Ich znaczenie zaś ustalają sformułowane w geometrii ich definicje.

Do geometrii jednak należą nie tylko jej wyrazy pierwotne i wtórne, lecz także jeszcze inne nazwy.

W rozdziale III, 11 spotykamy się z takimi nazwami jak „równobok" i „czworobok krzyżowy". Na próżno szukalibyśmy ich samych wśród wyrazów pierwotnych geometrii lub ich definicji wśród definicyj, sformułowanych w niej. Są one wprawdzie zdefiniowane, ale ich definicje znajdują się dopiero w niniejszej pracy. Różnią się one od geometrycznych wyrazów wtórnych tym, że ich definicje nie są sformułowane w geometrii; są zaś do nich przez to podobne, że w ich definicjach tak samo jak w definicjach geometrycznych wyrazów wtórnych, występują oprócz wyrazów nauk logicznie wcześniejszych od geometrii tylko nazwy geometryczne. Dlatego właśnie skłonni jesteśmy zaliczyć je też do nazw z zakresu geometrii, chociaż ich znaczenie ustalają wprawdzie także definicje, ale definicje niesformułowane w geometrii.

W rozdziale III, 4 napotykamy znów wyrażenie „trójkąt skośnokątny". Z przymiotnikiem „skośnokątny" mamy do czynienia w geometrii w połączeniu z rzeczownikiem „równoległobok". Z definicji równoległoboku skośnokątnego, sformułowanej w geometrii, okazuje się, iż skośnokątny jest każdy wielobok, którego żaden kąt nie jest prosty. Przymiotnik „skośnokątny" należy więc do geometrii. Ponieważ zaś także nazwa „trójkąt" należy do niej, przeto wyrażenie „trójkąt skośnokątny" składa się z nazw geometrycznych. Ponieważ dalej jest ono złożone z nich według dyrektywy składania nazw, przeto jest ono nazwą. Nazwa „trójkąt skośnokątny" oznacza trójkąt, którego żaden kąt nie jest prosty.

W geometrii nie znajdujemy definicji nazwy „trójkąt skośnokątny", chociaż nawet niektóre podręczniki trygonometrii posługują się nią, stwarzając w ten sposób pojęcie rodzajowe dla pojęcia trójkąta ostro-

kątnego i pojęcia trójkąta rozwartokątnego. Taki rodzaj jest jednak sztuczny. Klasa trójkątów skośnokątnych jest sumą klasy trójkątów ostrokątnych i klasy trójkątów rozwartokątnych. Trygonometria tworzy ją dla celu doraźnego tak, jak dla celu doraźnego tworzę powyżej nazwy „równobok" i „czworobok krzyżowy".

Z przymiotnikiem „równoboczny" spotykamy się w geometrii kilkakrotnie, a mianowicie w połączeniu z różnymi rzeczownikami. Równoboczny jest każdy wielobok, w którym wszystkie boki są sobie równe. Przymiotnik „równoboczny" należy też do geometrii. Ponieważ wyrażenie „trójkąt równoboczny" jest złożone z nazw geometrycznych zgodnie z dyrektywą składania nazw, przeto jest ono także nazwą. Ale jest ono geometrycznym wyrazem wtórnym.

Zatem nazwy „trójkąt skośnokątny" i „trójkąt równoboczny" różnią się od siebie tym, że definicja pierwszego nie jest sformułowana w geometrii, a definicja drugiego jest w niej sformułowana; są zaś do siebie pod tym względem podobne, że obie są złożone z nazw geometrycznych wedle dyrektyw składania nazw. Ze względu na ich podobieństwo właśnie skłonni jesteśmy do zaliczenia również nazwy „trójkąt skośnokątny" do nazw z zakresu geometrii, chociaż jej znaczenia nie ustala definicja sformułowana w geometrii.

Nazwa „trójkąt skośnokątny" jest podobna do geometrycznych wyrazów pierwotnych pod tym względem, że w ogóle nie podajemy jej definicji; różni się zaś od nich tym, że znaczenie geometrycznych wyrazów pierwotnych ustalają sformułowane na początku geometrii jej pewniki, gdy tymczasem jej znaczenia nie ustala ani żadna definicja sformułowana w geometrii, ani nawet sformułowany w niej układ jej pewników. Znaczenie wyrażenia „trójkąt skośnokątny" nasuwają po prostu nazwy, z których jest ona złożona wedle dyrektyw składania nazw.

Gdy więc do geometrii należą poprzednie nazwy dlatego, że są jej wyrazami pierwotnymi lub wtórnymi, to ostatnie dlatego, iż są zdefiniowane przy pomocy nazw z jej zakresu lub z nich złożone zgodnie z dyrektywami składania nazw, że więc one same lub ich definicje są zbudowane z nazw z jej zakresu. Gdy tedy do geometrii należą nazwy pierwszego gatunku bezpośrednio, to nazwy drugiego gatunku pośrednio, za pośrednictwem swych składników lub składników swych definicyj.

Gdy znaczenie nazw pierwszego gatunku ustalają sformułowane w geometrii jej pewniki lub definicje, to znaczenia nazw drugiego gatunku nie ustalają ani sformułowane w niej jej pewniki, ani sformułowane w niej definicje, lecz definicje niesformułowane w geometrii lub złączone w nich według dyrektyw składania nazw ich składowe nazwy.

Odróżniam tedy dwa gatunki nazw z zakresu geometrii. Do pierwszego gatunku zaliczam takie nazwy jak „punkt", „prosta" „równoległobok" „wielobok umiarowy" „trójkąt równoboczny" itp.: do drugiego zaś gatunku należą takie nazwy, jak „równobok", „czworobok krzyżowy", „trójkąt skośnokątny" itp. Nazwy pierwszego gatunku należą do geometrii bezpośrednio, a ich znaczenie ustalają sformułowane w niej

pewniki lub definicje. Nazwy drugiego gatunku należą do geometrii pośrednio, a znaczenie ich ustalają ich definicje niesformułowane w geometrii lub nazwy wchodzące w ich skład.

Stosownie do dwuznaczności słówka „niektóre" przymiotnik „równoramienny" ma dwa znaczenia, ciaśniejsze i obszerniejsze. Równoramienny w ściślejszym znaczeniu jest każdy wielobok, w którym tylko niektóre boki są sobie równe. Równoramienny zaś w szerszym znaczeniu jest każdy wielobok, w którym przynajmniej niektóre boki są sobie równe. Stąd także nazwa, złożona z nazw „trójkąt" i „równoramienny" wedle dyrektyw składania nazw, ma dwa znaczenia, ciaśniejsze i obszerniejsze.

Dawniejsze podręczniki geometrii definiują nazwę „trójkąt równoramienny" w jej ciaśniejszym znaczeniu. Dlatego była ona wówczas pierwszego gatunku nazwą z zakresu geometrii. Ponieważ wyrażenie „trójkąt równoramienny" w obszerniejszym jego znaczeniu (czyli „trójkąt nieróżnoboczny" w mojej terminologii) nie jest ani wyrazem pierwotnym geometrii, ani jej wyrazem wtórnym, przeto było ono dawniej jej nazwą drugiego gatunku.

Z czasem jednak nazwa „trójkąt równoramienny" nabiera szerszego znaczenia i nowsze podręczniki geometrii definiują ją w obszerniejszym znaczeniu. Tak nazwa „trójkąt równoramienny" w szerszym znaczeniu staje się pierwszego gatunku nazwą geometryczną. Zatem drugiego gatunku nazwa z zakresu geometrii może stać się z czasem jej nazwą pierwszego gatunku.

Nasuwają mi się pewne analogie z zupełnie innych dziedzin.

Również norma postępowania jest dwojakiego gatunku, jest prawem lub zwyczajem. Prawo jest sformułowane w kodeksie, gdy tymczasem zwyczaj nie jest nigdzie sformułowany. Ale zwyczaj staje się prawem, gdy prawodawca sformułuje go w kodeksie.

Także uznanie nowopowstałego tworu państwowego, zorganizowanego w pewnych granicach terytorialnych, jest dwojakie, jest prawne, de jure lub faktyczne, de facto. Państwo jest uznane prawnie, gdy uznaje je traktat np. pokojowy, sformułowany na konferencji pokojowej. Nawiązanie z nim stosunków (politycznych, handlowych itd.) uznaje je tylko faktycznie. Uznanie faktyczne państwa przeradza się w jego uznanie prawne po zawarciu traktatu.

Przykłady te podsuwają mi pomysł nazwania nazw geometrycznych pierwszego gatunku nazwami, należącymi prawnie (de jure) do geometrii, a nazw drugiego gatunku nazwami należącymi zwyczajowo lub faktycznie (de facto) do niej. Nazywać też będę nazwy należące prawnie do geometrii, krótko nazwami prawnie z jej zakresu lub jej terminami, a nazwy należące faktycznie do niej, nazwami faktycznie z zakresu geometrii.

Wyróżniam tedy nazwy z zakresu nauki dedukcyjnej N, nazwy prawnie z jej zakresu i nazwy faktycznie z jej zakresu.

N a z w ą z z a k r e s u n a u k i d e d u k c y j n e j N jest 1. każdy jej wyraz pierwotny, 2. każde wyrażenie zdefiniowane przy

pomocy nazw z jej zakresu i 3. każde wyrażenie złożone z nazw z jej zakresu wedle dyrektyw składania nazw.

Nazwą zaś należącą prawnie (de jure) do nauki dedukcyjnej N, nazwą prawnie z jej zakresu lub jej terminem jest każda nazwa z jej zakresu o znaczeniu ustalonym w pewnikach lub definicjach, sformułowanych w niej.

Nazwą wreszcie należącą zwyczajowo lub faktycznie (defacto) do nauki dedukcyjnej N, czyli nazwą zwyczajowo lub faktycznie z jej zakresu jest każda nazwa z jej zakresu, która nie jest jej terminem.

Stąd nazwy z zakresu nauki N dzielą się na dwa gatunki: na jej terminy i na nazwy faktycznie z jej zakresu.

Także nazwy z zakresu arytmetyki są dwojakiego gatunku. Terminami arytmetyki są nazwy „liczba", „większy", „5". Nazwą zaś faktycznie z zakresu arytmetyki jest nazwa „liczba większa od 5".

Nazwy z zakresu pewnej nauki mogą być w jednym swym znaczeniu jej terminami, a w drugim swym znaczeniu nazwami faktycznie z jej zakresu. We współczesnych podręcznikach geometrii określa się trapez jako taki czworobok, w którym tylko dwa boki są do siebie równoległe. W podręczniku zaś „Geometria dla II klasy gimnazjalnej" wydanym w r. 1934 we Lwowie, określa B. Iwaszkiewicz trapez jako taki czworobok, który ma „co najmniej 2 boki równoległe" (str. 120) i uważa równoległobok za jego szczególny gatunek (str. 119). Wyraz „trapez" w znaczeniu Iwaszkiewicza jest równoznaczny z określoną przeze mnie w rozdziale III, 8 nazwą „nietrapezoid" (lub „czworobok równoległoboczny"), a ma znaczenie szersze od tego wyrazu w użyciu innych współczesnych matematyków. Zatem nazwa „trapez" w znaczeniu ciaśniejszym posiada w geometrii definicję i jest jej terminem, gdy natomiast nazwa „trapez" w szerszym znaczeniu Iwaszkiewicza jest nazwą faktycznie z zakresu geometrii.

Ponieważ nauka rozwija się i z czasem formułuje definicje nowych nazw, przeto w miarę jej rozwoju nazwa faktycznie z jej zakresu może stać się jej terminem. Dzieje się to wtedy, gdy jej definicję formułuje nauka, do której ona należy. Czasem jakaś nazwa z zakresu pewnej nauki jest w jakimś stadium jej rozwoju jej terminem dopiero in statu nascendi. Gdy proces stawania się terminem geometrii nazwy „trójkąt równoramienny" w jej szerszym znaczeniu jest już faktem dokonanym, to — jak mi się wydaje — rozpoczyna się dopiero podobny proces w odniesieniu do nazwy „trapez" w jej obszerniejszym znaczeniu.

Nazwa a jest wtedy i tylko wtedy podrzędna względem nazwy b, jeśli każdy desygnat nazwy a jest desygnatem nazwy b, ale istnieją desygnaty nazwy b, nie będące desygnatami nazwy a. Nazwa b jest wówczas i tylko wówczas nadrzędna względem nazwy a, jeśli nazwa a jest podrzędna względem nazwy b. Nadrzędność jest więc stosunkiem odwrotnym względem podrzędności.

Termin a jest wtenczas i tylko wtenczas w nauce N bezpośrednio lub w pierwszym stopniu podrzędny względem terminu b, jeśli jest podrzędny względem niego, ale nie ma terminu

nauki N nadrzędnego względem a, a podrzędnego względem b. Termin b jest wtedy i tylko wtedy w nauce N bezpośrednio nadrzędny (genus proximum) względem terminu a, jeśli a jest w niej bezpośrednio podrzędny względem b. Termin a jest w nauce N wówczas i tylko wówczas w drugim stopniu podrzędny względem terminu b, jeśli (jest podrzędny względem niego) i istnieje taki termin c, że a jest w nauce N bezpośrednio podrzędny względem c, a c jest w niej bezpośrednio podrzędny względem b.

Terminy a i b są w nauce N wtenczas i tylko wtenczas współrzędne względem terminu c, jeśli są w niej w tym samym stopniu podrzędne względem niego. W definicji współrzędności występuje taki wyraz jak „termin", który nie należy do nauki, lecz do metanauki. Definicja ta nie należy do logiki, lecz do metodologii i określa współrzędność w znaczeniu metodologicznym, a nie logicznym.

2. O podziale naukowym

Chociaż zarówno podział czworoboków na równoległoboki, trapezy i trapezoidy, jak ich podział na trapezoidy i nietrapezoidy (czworoboki równoległoboczne) są podziałami (w znaczeniu przezemnie w rozdziale II, 1 określonym), to jednak geometria uznaje pierwszy podział, a drugi podział nie ma w niej obiegu. Również podział wzajemnego położenia prostych stereometrycznych na nakrywanie się, przecinanie się, równoległość i skośność jest podziałem geometrycznym, gdy tymczasem jego podział na nakrywanie się, przecinanie się i odległość nie jest podziałem geometrycznym, chociaż oba są podziałami (w znaczeniu przeze mnie określonym).

Zatem nie każdy podział (w moim znaczeniu) jest podziałem w geometrii; na odwrót zaś każdy podział geometryczny jest podziałem (w moim znaczeniu). Znaczenie więc wyrazu podział w geometrii jest węższe, a zatem też różne od jego znaczenia przeze mnie wyróżnionego. Podział w geometrii tedy nie tylko spełnia wszystkie warunki podziału przeze mnie podane, ale także jeszcze jakiś warunek, którego nie wymagam od podziału. Warunek ten nasuwa się przy porównaniu ze sobą obu wymienionych powyżej par podziałów, z których tylko jeden jest podziałem w geometrii.

Oto nazwa jakiegokolwiek członu podziału geometrycznego, jest terminem geometrii, gdy tymczasem występujące w podziałach, nieuznanych w geometrii, wyrazy „nietrapezoid" i „odległość" nie są jej terminami. Zatem dla jakiegokolwiek członu podziału geometrycznego istnieje w geometrii termin, oznaczający go, gdy tymczasem dla pewnego członu podziału, nieuznanego w geometrii, nie istnieje w niej termin, oznaczający go.

Ale na tym nie kończy się jeszcze różnica między podziałem geometrii a podziałem, który nie jest jej podziałem, skoro ani podział czworoboków krzyżowych na kwadraty, romby i deltoidy, ani podział trójkątów skośnokątnych na ostrokątne i rozwartokątne nie są też podziałami geometrycznymi, chociaż są podziałami (w znaczeniu przeze mnie wy-

różnionym) i dla jakiegokolwiek ich członu istnieje w geometrii termin oznaczający go.

Oto wyrażenia „czworobok krzyżowy" i „trójkąt skośnokątny", oznaczające całość rozważanych podziałów, nie są terminami geometrii, gdy tymczasem wyrazy, oznaczające całość podziałów uznawanych w geometrii są jej terminami. Zatem istnieją w geometrii nie tylko dla jakiegokolwiek członu podziału geometrycznego, lecz także dla jego całości terminy, oznaczające je, gdy natomiast nie jest terminem geometrii wyrażenie oznaczające całość lub pewien człon podziału, w niej nieuznawanego.

Ale nawet omówione cechy nie wyczerpują jeszcze różnicy między podziałem geometrycznym, a podziałem nieuznawanym w geometrii. Geometryczny bowiem jest zarówno podział równoległoboków na równoboczne i różnoboczne, jak ich podział na kwadraty, romby, prostokąty i romboidy, ale geometryczny nie jest podział równoległoboków na równoboczne, prostokąty i romboidy, chociaż istnieją w geometrii terminy, oznaczające zarówno jego całość, jak jakikolwiek jego człon.

Otóż w pierwszym podziale równoległoboków zarówno termin „równoległobok równoboczny", jak termin „równoległobok różnoboczny" są bezpośrednio podrzędne terminowi „równoległobok", a więc oba są współrzędne względem niego. W drugim ich podziale terminy „kwadrat" i „romb" są podrzędne względem terminu „równoległobok" za pośrednictwem terminu, „równoległobok równoboczny", a więc są w drugim stopniu podrzędne względem niego, a terminy „prostokąt" i „romboid" są podrzędne względem terminu „równoległobok" za pośrednictwem terminu „równoległobok różnoboczny", są więc także w drugim stopniu podrzędne względem niego. Zatem w drugim podziale równoległoboków terminy „kwadrat" „romb", „prostokąt" i „romboid" są też współrzędne względem terminu „równoległobok". — W trzecim podziale równoległoboków natomiast termin „równoległobok równoboczny" jest w pierwszym, a zarówno termin „prostokąt", jak termin „romboid" w drugim stopniu podrzędny względem terminu „równoległobok", a zatem nie są one współrzędne względem niego.

Okazuje się więc, że w podziale geometrycznym wszystkie terminy, oznaczające jego człony, są współrzędne względem terminu, oznaczającego jego całość, gdy tymczasem w podziale nieuznawanym w geometrii niektóre terminy, oznaczające jego człony, nie są współrzędne względem terminu, oznaczającego jego całość.

Taka sama różnica zachodzi między podziałem arytmetycznym a podziałem nieuznanym w arytmetyce. Tak z trzech następujących podziałów liczb rzeczywistych: 1. na dodatnie, ujemne i zero, 2. na względne i 0 oraz 3. na bezwzględne i ujemne, pierwszy jest podziałem arytmetycznym, gdy oba inne nie znajdują się w arytmetyce, chociaż wszystkie trzy są podziałami (w znaczeniu przeze mnie określonym) i nazwy ich całości oraz wszystkich członów są terminami arytmetyki.

Ale w pierwszym podziale liczb rzeczywistych wszystkie terminy, oznaczające jego człony, są współrzędne względem terminu, oznaczającego jego całość, bo są podrzędne względem niego w drugim stopniu.

Tak termin „liczba dodatnia" jest podrzędny bezpośrednio względem terminu „liczba bezwzględna" lub terminu „liczba względna", które są podrzędne bezpośrednio względem terminu „liczba rzeczywista". Termin znów „liczba ujemna" jest podrzędny bezpośrednio względem terminu „liczba względna", a on jest bezpośrednio podrzędny względem terminu „liczba rzeczywista". Na koniec termin „zero" jest podrzędny względem terminu „liczba rzeczywista" za pośrednictwem terminu „liczba bezwzględna".

Tymczasem w drugim podziale liczb rzeczywistych termin „liczba względna" jest w pierwszym, a termin „zero" w drugim stopniu podrzędny względem terminu „liczba rzeczywista". W trzecim wreszcie ich podziale termin „liczba bezwzględna" jest w pierwszym, a termin „liczba ujemna" w drugim stopniu podrzędny względem terminu „liczba rzeczywista". Terminy, oznaczające człony zarówno drugiego, jak trzeciego podziału liczb rzeczywistych, nie są więc współrzędne względem terminu, oznaczającego ich całość.

Zatem podział w nauce N różni się od podziału w niej nieuznawanego tym, że istnieją w niej terminy, oznaczające zarówno jego całość, jak jakikolwiek jego człon, i że wszystkie terminy, oznaczające jego człony, są w niej współrzędne względem terminu, oznaczającego jego całość, gdy tymczasem albo nie ma w nauce N terminu, oznaczającego całość lub pewien człon podziału w niej nieuznanego, albo niektóre terminy, oznaczające jego człony, nie są w niej współrzędne względem terminu, oznaczającego jego całość.

W opisie różnicy między podziałem nauki N a podziałem w niej nieuznanym posługuję się takimi wyrazami jak „termin", „nauka" „oznacza", „współrzędny" (w zakresie terminów), które nie należą do nauki, lecz do metanauki. Natury metodologicznej, a nie logicznej jest tedy różnica między podziałem w nauce N a podziałem w niej nieuznawanym.

Określam: (rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy p o d z i a ł e m w n a u c e N, jeśli 1. jest podziałem i 2. istnieją w nauce N takie terminy, oznaczające zarówno jej całość, jak jakikolwiek jej człon, że wszystkie terminy, oznaczające jej człony, są w niej współrzędne względem terminu, oznaczającego jej całość.

W definicji tej nie występują same wyrazy logiczne, lecz także wyrazy, które nie należą do logiki. Nie jest tedy ona definicją logiczną. Występują w niej wyrazy metanauki. Jest więc ona definicją metodologiczną.

3. Podział logiczny a metodologiczny

Zaliczając do jednej klasy podziały arytmetyczne, geometryczne i innych nauk dedukcyjnych i tylko je, otrzymuję klasę podziałów dowolnej nauki dedukcyjnej. Każdy podział tej klasy różni się od innych podziałów nie ze stanowiska logiki, lecz metodologii. Dla tego nazywam każdy podział tej klasy p o d z i a ł e m w z n a c z e n i u m e t o d o l o g i c z n y m lub krótko p o d z i a ł e m m e t o d o l o g i c z n y m. W przeciwieństwie do nich podziały wyróżnione poprzednio nazywam podziałami w znaczeniu logicznym lub krótko podziałami logicznymi.

A jest wtedy i tylko wtedy podziałem (klasowym najniższego rzędu) w znaczeniu logicznym, jeśli jest ogólną rodziną rozłączną o niejednostkowej całości. Jest zaś A wtedy i tylko wtedy podziałem w znaczeniu metodologicznym, jeśli istnieje taka nauka, w której A jest podziałem w znaczeniu logicznym. Jest więc A wtedy i tylko wtedy podziałem metodologicznym, jeśli 1. jest podziałem logicznym i 2. w pewnej nauce dla jakiegokolwiek członu rodziny A i dla jej całości istnieją takie terminy, oznaczające je, iż wszystkie terminy, oznaczające jej człony, są w tej nauce współrzędne względem terminu, oznaczającego jej całość.

W definicji podziału logicznego występują same terminy logiczne; jest więc ona logiczna. W definicji podziału metodologicznego występują obok terminów logicznych jeszcze terminy metanauki; jest tedy ona definicją metodologiczną.

Każdy podział w nauce N jest podziałem metodologicznym. Nie tylko jednak podziały jednej nauki, ale podziały każdej nauki są podziałami metodologicznymi.

Każdy podział w znaczeniu metodologicznym jest podziałem w znaczeniu logicznym, ale nie każdy podział logiczny jest podziałem metodologicznym. Aby podział logiczny był podziałem metodologicznym, trzeba, by istniała nauka, której terminami są nazwy jego całości i jakiegokolwiek jego członu, i by wszystkie terminy, oznaczające jego człony były w niej współrzędne względem terminu, oznaczającego jego całość.

Podział czworoboków na równoległoboki, trapezy i trapezoidy, podział wzajemnego położenia prostych różnych płaszczyzn na nakrywanie się, przecinanie się, równoległość i wichrowatość, podział równoległoboków na równoboczne i różnoboczne lub na kwadraty, romby, prostokąty i romboidy, oraz podział liczb rzeczywistych na dodatnie, ujemne i 0, są podziałami nie tylko logicznymi, lecz także metodologicznymi, gdy tymczasem podział czworoboków na trapezoidy i nietrapezoidy, podział wzajemnego położenia prostych stereometrycznych na nakrywanie się, przecinanie się i odległość, podział czworoboków krzyżowych na kwadraty, romby i deltoidy, podział trójkątów skośnokątnych na ostrokątne i rozwartokątne, podział równoległoboków na równoboczne, prostokąty i romboidy, oraz podział liczb rzeczywistych na względne i zero lub ich podział na bezwzględne i ujemne są podziałami w znaczeniu logicznym, ale nie są podziałami w znaczeniu metodologicznym.

Znaczenie metodologiczne wyrazu „podział" jest tedy ciaśniejsze, a zatem i różne, od jego znaczenia logicznego. Do wielu więc znaczeń wyrazu „podział", wyróżnionych w rozdziale II, 1. przybywa jeszcze nowe jego znaczenie: metodologiczne.

Stąd też o klasyfikacji można mówić w 2 znaczeniach: logicznym i metodologicznym. Gdy klasyfikacja w znaczeniu logicznym, czyli logiczna jest to taka para porządkowa podziałów w znaczeniu logicznym, której drugi człon jest podziałem pobocznym pierwszego, to klasyfikacja w znaczeniu metodologicznym, czyli metodologiczna, jest to taka klasyfikacja w znaczeniu logicznym, której każdy człon jest podziałem w znaczeniu metodologicznym.

4. O uszczególnieniu i odszczególnianiu

Jeśli R jest stosunkiem między indywiduami, to klasę indywiduów, pozostających w nim do pewnego indywiduum klasy α, nazywam za Wilkoszem R-owym obrazem klasy α. Russell oznacza go symbolem $R``\alpha$. Stosunek zaś do klasy α jej R-owego obrazu oznacza Russell symbolem R_{ε}. Stosunek ten nazywam w pracy „O podziale logicznym" R-owo obrazowym działaniem. Obecnie proponuję nazwać go i m a g o (stosunku) R (od łacińskiego słowa: imago, obraz). Imago (stosunku) R jest działaniem, ale nie jest działaniem odwracalnym.

Działanie nieodwracalne jednak daje się przekształcić na działanie odwracalne. Matematyka zna takie przekształcania. Tak np. potęgowanie przez 2 jest działaniem nieodwracalnym, skoro 4 jest kwadratem nie tylko liczby dodatniej 2, lecz także przeciwnej względem niej, liczby ujemnej, — 2. Arytmetyka atoli przekształca je na działanie odwracalne, zwężając je w jego przeciwdziedzinie do liczb bezwzględnych.

W podobny sposób daje się przekształcić na działanie odwracalne także imago (stosunku) R. Russell bowiem udowadnia w swym dziele „Principia Mathematica", że imago (stosunku) R, zwężony w swej przeciwdziedzinie do klasy ingrediensów jego przeciwdziedziny, jest działaniem odwracalnym, jeśli stosunek odwrotny względem R jest jednoznaczny (72 · 451).

U s z c z e g ó l n i a n i e m przez (klasę) α nazywam w pracy „O podziale logicznym" imago mnożenia przez nią. Stąd (rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy wynikiem uszczególniania przez (klasę) α (rodziny) B, jeśli do niej należy iloczyn jakiejkolwiek klasy rodziny B przez klasę α.

Ponieważ mnożenie przez klasę jest działaniem, przeto jego odwracalność jest wystarczającym warunkiem odwracalności uszczególniania. Tymczasem mnożenie przez klasę jest tylko niekiedy działaniem odwracalnym.

Tak mnożenie przez klasę uniwersalną jest działaniem odwracalnym, ale jest nim dlatego, ponieważ jest identycznością. Mnożenie zaś przez klasę nieuniwersalną nie jest działaniem odwracalnym, skoro klasą pustą jest nie tylko iloczyn nieuniwersalnej klasy przez klasę pustą, lecz także iloczyn nieuniwersalnej klasy przez swą negację, a negacja klasy nieuniwersalnej jest różna od klasy pustej.

Mnożenie znów przez klasę nieuniwersalną α, zwężone w swej przeciwdziedzinie do rodziny jej ingrediensów, jest już wprawdzie działaniem odwracalnym, ale jest nim dlatego, ponieważ jest identyczne z tożsamością, zwężoną w swej przeciwdziedzinie do rodziny ingrediensów klasy α.

R o d z i n ą w s z y s t k i c h n i e i n g r e d i e n s ó w k l a s y α nazywam negację rodziny wszystkich jej ingrediensów. M n o ż e n i e m zaś p r z e z k l a s ę α w e w ł a ś c i w y m z n a c z e n i u lub krótko w ł a ś c i w y m m n o ż e n i e m p r z e z n i ą nazywam mnożenie przez klasę α, zwężone w swej przeciwdziedzinie do rodziny wszystkich jej nieingrediensów.

Otóż właściwe mnożenie przez klasę nie jest działaniem odwracalnym. Tak np. mnożenie przez klasę wieloboków umiarowych jest działaniem nieodwracalnym, skoro istnieją zarówno czworoboki, jak równoległoboki, które nie są wielobokami umiarowymi, i kwadrat jest nie tylko czworobokiem umiarowym, lecz także równoległobokiem umiarowym, a przecież klasa czworoboków nie jest identyczna z klasą równoległoboków.

Przy innej sposobności zamierzam podać inne sposoby przekształcania właściwego mnożenia przez klasę na działanie odwracalne. Obecnie zaś ograniczam się do jednego sposobu, w jakim można uczynić je działaniem odwracalnym.

(Rodzina) A wtedy i tylko wtedy d a j e s i ę o d ł ą c z a ć od (klasy) α, jeśli dla jakichkolwiek różnych klas β i γ rodziny A iloczyn klasy β przez klasę α jest różny od iloczynu klasy γ przez nią. O d ł ą c z a l n ą zaś o d k l a s y α nazywam każdą rodzinę, która daje się od niej odłączać. Rodzina klasy wieloboków umiarowych i klasy wieloboków nieumiarowych jest odłączalna od klasy sześcioboków.

Nie trudno przekonać się, że 1. każda podrodzina rodziny odłączalnej od klasy α jest też od niej odłączalna i 2. właściwe mnożenie przez klasę α, zwężone w swej przeciwdziedzinie do jakiejkolwiek odłączalnej od niej rodziny, jest działaniem odwracalnym. Tak właściwe mnożenie przez klasę sześcioboków, zwężone w swej przeciwdziedzinie do rodziny klasy wieloboków umiarowych i klasy wieloboków nieumiarowych, jest działaniem odwracalnym.

Ponieważ zaś przeciwdziedziną mnożenia przez klasę jest rodzina uniwersalna, przeto przeciwdziedziną właściwego mnożenia przez klasę α, zwężonego w swej przeciwdziedzinie do odłączalnej od klasy α, rodziny A, jest iloczyn rodziny A i rodziny wszystkich nieingrediensów klasy α. Stąd uszczególnianie przez klasę α, zwężone w swej przeciwdziedzinie do podrodziny iloczynu jakiejkolwiek rodziny, odłączalnej od klasy α i rodziny wszystkich nieingrediensów klasy α, jest działaniem odwracalnym. Zwężony bowiem w swej przeciwdziedzinie do rodziny ingrediensów klasy α, imago stosunku R, zwężonego prawostronnie do klasy α, jest identyczny ze zwężonym w swej przeciwdziedzinie do rodziny ingrediensów klasy α, imago stosunku R. Dlatego uszczególnianie przez klasę sześcioboków, zwężone w swej przeciwdziedzinie do podrodziny rodziny klasy wieloboków umiarowych i klasy wieloboków nieumiarowych jest działaniem odwracalnym.

Uszczególnianie przez klasę α, zwężone w swej przeciwdziedzinie do podrodziny iloczynu jakiejkolwiek rodziny, odłączalnej od klasy α, i rodziny wszystkich nieingrediensów klasy α, nazywam w ł a ś c i w y m u s z c z e g ó l n i a n i e m p r z e z k l a s ę α. Właściwe uszczególnianie przez klasę α jest działaniem odwracalnym.

Działanie odwrotne względem właściwego uszczególniania przez klasę α nazywam o d s z c z e g ó l n i a n i e m p r z e z n i ą. Jeśli rodzina A jest wynikiem właściwego uszczególniania przez klasę α rodziny B, to rodzina B jest wynikiem odszczególniania przez nią rodziny A i na odwrót. Jeśli właściwe uszczególnianie przez (klasę) α przekształca (rodzinę) B na (rodzinę) A, to odszczególnianie przez (klasę) α

przekształca (rodzinę) A na (rodzinę) B i na odwrót. (Rodzina) B jest wtedy i tylko wtedy zasadą (rodziny) A, jeśli jest wynikiem jej odszczególniania przez jej całość.

5. O podziale według pewnej zasady

W związku z podziałem niewłaściwym wspominam już w rozdziale III, 3 o pewnym przykładzie podziału według pewnej zasady. Tam jednak nie omawiam samego podziału według pewnej zasady. Dopiero obecnie zamierzam zająć się nim nieco bliżej.

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy podziałem (klasy) α według (rodziny) B, jeśli podział metodologiczny A jest wynikiem właściwego uszczególniania przez klasę α podziału metodologicznego B. Zatem (rodzina) A jest tylko wtedy podziałem (klasy) α według (rodziny) B, jeśli 1. A i B są podziałami metodologicznymi, 2. (rodzina) B jest odłączalną od (klasy) α, 3. żadna klasa rodziny B nie mieści się w klasie α i 4. A jest wynikiem uszczególniania przez (klasę) α (rodziny) B. (Rodzina) B jest wtedy i tylko wtedy zasadą podziału A klasy α, jeśli A jest podziałem klasy α według B. (Rodzina) B jest więc tylko wówczas zasadą podziału A klasy α, jeśli 1. A i B są podziałami metodologicznymi i 2. B jest wynikiem odszczególniania przez klasę α podziału A.

Podział sześcioboków na umiarowe i nieumiarowe jest ich podziałem według podziału wieloboków na umiarowe i nieumiarowe, a podział wieloboków na umiarowe i nieumiarowe jest zasadą podziału sześcioboków na umiarowe i nieumiarowe. Podział maszyn na proste i złożone jest podziałem maszyn według tego czy są one proste, czy złożone. Podział przedmiotów na proste i złożone jest zasadą podziału maszyn na proste i złożone. Podziałem według pewnej zasady może być nie tylko klasowy, lecz także stosunkowy podział. „Stosunkowym podziałem według pewnej zasady jest podział mężów matki na ojców i ojczymów; jego zasadą jest podział stosunku uniwersalnego typu (1, 1) na ojców i nieojców, na którym wytwarza go mnożenie przez stosunek „mąż matki" (moja praca „Rodzaje podziału logicznego", Lwów 1939, str. 15), ściśle: właściwe uszczególnianie przez niego.

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy podziałem (klasy) α według pewnej zasady, jeśli istnieje taka (rodzina) B, że A jest podziałem (klasy) α według B, jeśli więc jest podziałem metodologicznym i istnieje taki podział metodologiczny B, że A jest wynikiem właściwego uszczególniania (rodziny) B przez (klasę) α.

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy podziałem według pewnej zasady, jeśli istnieje taka (klasa) α, że A jest jej podziałem według pewnej zasady. Zatem (rodzina) A jest tylko wtenczas podziałem według pewnej zasady, kiedy istnieje taka (klasa) α i taka (rodzina) B, że A jest podziałem (klasy) α według B. Podział według pewnej zasady jest to tedy taki podział metodologiczny, który jest wynikiem właściwego uszczególniania przez pewną klasę jakiegoś podziału metodologicznego.

Podziałem bezpośrednim nazywam każdy podział metodologiczny, który nie jest podziałem według pewnej zasady. (Rodzina) A

jest więc wtedy i tylko wtedy podziałem bezpośrednim, jeśli 1. jest podziałem metodologicznym i 2. nie istnieje taka (klasa) α lub taki podział metodologiczny B, że A jest wynikiem właściwego uszczególniania (rodziny) B przez (klasę) α.

Podział trójkątów na ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne jest bezpośredni. Chociaż bowiem jest on podziałem metodologicznym i wynikiem właściwego uszczególniania przez klasę trójkątów rodziny następujących 3 klas: 1. klasy wieloboków, w których każdy kąt jest ostry, 2. klasy wieloboków, w których (przynajmniej) niektóre kąty są proste, i 3. klasy wieloboków, w których (przynajmniej) niektóre kąty są rozwarte, to jednak rodzina uszczególniana nie jest nie tylko podziałem metodologicznym, bo nie istnieją w geometrii terminy, oznaczające jej klasy, ale nawet podziałem logicznym, bo jej klasy nie wykluczają się nawzajem, skoro istnieją wieloboki, które posiadają obok kątów prostych kąty rozwarte.

Podziały metodologiczne dzielą się tedy na podziały według pewnej zasady i na podziały bezpośrednie.

Właściwe uszczególnianie przez klasę α, zwężone obustronnie do podziałów metodologicznych, nazywam metodologicznym uszczególnianiem przez nią. Odszczególnianie przez klasę α, zwężone obustronnie do podziałów metodologicznych, nazywam metodologicznym odszczególnianiem przez nią. Metodologiczne uszczególnianie i odszczególnianie przez tę samą klasę są działaniami względem siebie odwrotnymi.

Wynikiem metodologicznego uszczególniania przez (klasę) α, wykonanego na (rodzinie) B, jest podział (klasy) α według B. Wynikiem zaś metodologicznego odszczególniania przez (klasę) α, wykonanego na jej podziale według pewnej zasady jest jego zasada. Jeśli metodologiczne uszczególnianie przez (klasę) α przekształca podział B na podział A, to metodologiczne odszczególnianie przez nią przekształca podział A na podział B, i na odwrót.

W pracy „O podziale logicznym" przedstawiłem podział według pewnej zasady jako szczególny gatunek podziału wtórnego. Podział wtórny zaś określam tam jako taki podział, który jest wynikiem pewnego działania, wykonanego na jakimś innym podziale. Działań, wytwarzających na pewnym podziale nowy podział, jest bardzo wiele. Jednym z nich, znanym już logice tradycyjnej, jest uszczególnianie przez klasę, które wytwarza podział według pewnej zasady na jakimś innym podziale, zwanym jego zasadą.

Innym działaniem, wytwarzającym na jakimś podziale nowy podział, jest sagitta wewnętrznego stosunku ze względu na 0. „Stosunkiem wewnętrznym nazywam stosunek, zachodzący między y, x i R tylko wtedy, gdy y pozostaje w stosunku R do x... Ze stosunku wewnętrznego można utworzyć... stosunki dwuczłonowe... Stosunek do relacji R jej poprzednika y ze względu na jej następnik x" nazywam „stosunkiem wewnętrznym ze względu na x" (str. 31). Podział liczb rzeczywistych na dodatnie, ujemne i 0 jest podziałem wtórnym, bo jest wynikiem sagitta wewnętrznego stosunku ze względu na 0, wykonanego na podziale

uniwersalnego stosunku, zwężonego obustronnie do liczb rzeczywistych, na większość, mniejszość i równość (str. 53).

6. O krzyżowaniu

W pracy „O podziale logicznym" (str. 33) wprowadzam dla stosunków trójczłonowych klasę, której odpowiada dla stosunków dwuczłonowych R-owy obraz klasy β. Nazywam ją pierwszym R-owym obrazem klas β i γ, oznaczam symbolem $R"_1(\beta, \gamma)$, o ile R jest stosunkiem trójczłonowym typu (1, 1, 1), i określam w ten sposób: p i e r w s z y R-owy o b r a z k l a s β i γ jest to taka klasa, do której należą wszystkie indywidua, pozostające w stosunku R do pewnego indywiduum klasy β i do jakiegoś indywiduum klasy γ, i tylko one.

W tej samej pracy wprowadzam też dla stosunków trójczłonowych relację, odpowiadającą relacji: imago (dwuczłonowego stosunku) R, a nazwaną tam pierwszym R-owo obrazowym działaniem. Relację tę nazywam obecnie pierwszym imago (stosunku trójczłonowego) R, oznaczam symbolem $\text{imag}'_1 R$ i określam tak: P i e r w s z e i m a g o (stosunku trójczłonowego) R jest to taki stosunek, który zachodzi wtedy i tylko wtedy między (klasami) α, β i γ, jeśli klasa α jest identyczna z pierwszym R-owym obrazem klas β i γ. Pierwsze imago R jest trójczłonowym stosunkiem jednoznacznym, a w szczególności działaniem na dwu klasach, którego wynikiem jest znów klasa.

Przez zmianę porządku członów stosunku trójczłonowego otrzymujemy stosunki względem niego odwrotne (odmienne, Diversen R. Carnap, Abriss der Logistik, Wien 1929, str. 44). Stosunki odwrotne względem trójczłonowego stosunku R oznacza Carnap również literą R, obok której u góry zaznacza porządek członów. Tak np. symbol $R^{(2, 1, 3)}$ słownie: R o porządku członów (2, 1, 3), oznacza stosunek, który powstał ze stosunku R przez zamianę porządku jego drugiego członu z jego członem pierwszym. Zamiast oznaczać samą literą R pierwotny stosunek, można też pisać $R^{(1, 2, 3)}$

Stosunek odwrotny względem jednoznacznego stosunku trójczłonowego nie musi być jednoznaczny. Tak stosunek odwrotny względem pierwszego imago R, np. $(\text{img}'_1 R)^{(2, 1, 3)}$ może nie być działaniem. Daje się jednak udowodnić następujące twierdzenie: Jeśli R i $R^{(2, 1, 3)}$ są trójczłonowymi stosunkami jednoznacznymi, to także zwężone w swej trzeciej dziedzinie do niepustych klas, pierwsze imago R o porządku (2, 1, 3), $(\text{img}'_1 R)^{(2, 1, 3)}$ jest jednoznacznym stosunkiem trójczłonowym.

K l a s o w e m n o ż e n i e jest to taki stosunek, który zachodzi wtedy i tylko wtedy między (klasami) α, β i γ, jeśli α jest iloczynem klas β i γ. Oznaczam je symbolem mul. Klasowe mnożenie jest trójczłonowym stosunkiem jednoznacznym, a w szczególności działaniem na dwu klasach o wyniku klasowym.

Pierwsze imago klasowego mnożenia nazywam w pracy „O podziale logicznym" k r z y ż o w a n i e m. Oznaczam je symbolem Krz i zapisuję jego definicję tak: $\text{Krz} = \text{img}'_1 \text{ mul. Df.}$ Stąd (rodzina) A jest tylko wtedy wynikiem krzyżowania ze sobą (rodzin) B i C, jeśli do niej

należy iloczyn jakiejkolwiek klasy rodziny B przez każdą klasę rodziny C.

Stosunek odwrotny względem klasowego mnożenia, o porządku (2, 1, 3), mul $^{(2,\ 1,\ 3)}$ nie jest jednoznaczny. Aby stał się on jednoznaczny, należy zwęzić odpowiednio klasowe mnożenie.

(Rodzina) C jest wtedy i tylko wtedy r o z ł ą c z a l n a z (rodziną) B, jeśli jest odłączalna od jakiejkolwiek klasy rodziny B. Jeśli (rodzina) C jest rozłączalna z (rodziną) B, to klasowe mnożenie, zwężone w swej drugiej dziedzinie do rodziny B, a w swej trzeciej dziedzinie do rodziny C, o porządku (2, 1, 3), jest stosunkiem jednoznacznym. Jeśli tedy (rodzina) C jest rozłączalna z (rodziną) B, to także

$$\left\{ \text{img}'_1 \left[\text{mul}^{(-,\ B,\ C)} \right] \right\}^{(2,\ 1,\ 3)}$$

jest stosunkiem jednoznacznym.

Jeśli zaś R jest trójczłonowym stosunkiem jednoznacznym, to także jego zwężenie R $^{(-,\ \alpha,\ \beta)}$ jest stosunkiem jednoznacznym. Ponieważ jednak,

$$\left\{ \text{img}'_1 \left[R^{(-,\ \alpha,\ \beta)} \right] \right\}^{(-,\ \text{Cl}'\alpha,\ \text{Cl}'\beta)} = \left\{ \text{img}'_1\ R \right\}^{(-,\ \text{Cl}'\alpha,\ \text{Cl}'\beta)}$$

przeto prawdą jest też następujące twierdzenie: Jeśli niepusta (rodzina) C jest rozłączalna z (rodziną) B, to krzyżowanie, zwężone w swej drugiej dziedzinie do klasy ingrediensów rodziny B, w swej trzeciej dziedzinie do klasy ingrediensów rodziny C, o porządku (2, 1, 3) czyli

$$\left\{ \text{Krz}^{(-,\ \text{Cl}'\ B,\ \text{Cl}'\ C)} \right\}^{(2,\ 1,\ 3)}$$

jest stosunkiem jednoznacznym, a w szczególności działaniem na dwu rodzinach, którego wynikiem jest także rodzina.

W ł a ś c i w y m k r z y ż o w a n i e m, symbolicznie: Włkrz, nazywam, zwężone w swej drugiej dziedzinie do klasy ingrediensów pewnej rodziny B i w swej trzeciej dziedzinie do klasy ingrediensów jakiejś niepustej rodziny C, rozłączalnej z rodziną B. O d k r z y ż o w a n i e m zaś, symbolicznie: Odkrz, nazywam stosunek odwrotny, względem właściwego krzyżowania o porządku (2, 1, 3).

Odkrzyżowanie jest działaniem odwrotnym względem właściwego krzyżowania. Jeśli więc (rodzina) A jest wynikiem właściwego krzyżowania, wykonanego na (rodzinach) B i C, to (rodzina) B jest wynikiem odkrzyżowania, wykonanego na (rodzinach) A i C. Jeśli właściwe krzyżowanie przekształca (rodziny) B i C na (rodzinę) A, to odkrzyżowanie przekształca (rodziny) A i C na (rodzinę) B.

Jeśli działanie na dwu przedmiotach jest przemienne w klasie α, to pierwsze jego imago jest również przemienne w klasie jej ingrediensów. Ponieważ zaś klasowe mnożenie jest przemienne w rodzinie wszystkich klas indywiduów, przeto krzyżowanie jest też przemienne w agregacie wszystkich rodzin.

Jeśli działanie na dwóch przedmiotach jest przemienne w pewnej klasie, to może mieć jedno działanie względem siebie odwrotne. Tak dodawanie i mnożenie liczbowe mają po jednym działaniu względem siebie odwrotnym, a mianowicie odejmowanie i dzielenie. Tak także działaniem odwrotnym względem właściwego krzyżowania jest odkrzyżowanie. Jeśli tedy (rodzina) A jest wynikiem właściwego krzyżowania (rodzin) B i C, to nie tylko (rodzina) B jest wynikiem odkrzyżowania (rodzin) A i C, ale także rodzina C jest wynikiem odkrzyżowania (rodzin) A i B.

7. O podziale skrzyżowanym

W związku z podziałem niewłaściwym wspominam już w rozdziale III, 3 o podziale skrzyżowanym, ale dopiero obecnie zajmuję się o tyle nim bliżej, o ile jest to konieczne dla dalszych rozważań.

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy d w u z g o d n a z (rodziną) B, jeśli jakakolwiek klasa (rodziny) A nie wyklucza się z pewnymi różnymi od siebie klasami (rodziny) B. Tak np. rodzina klasy równoległoboków równobocznych i klasy równoległoboków różnobocznych jest dwuzgodna z rodziną klasy równoległoboków prostokątnych i klasy równoległoboków skośnokątnych, bo istnieją nie tylko równoboczne równoległoboki prostokątne czyli kwadraty i równoboczne równoległoboki skośnokątne, czyli romby, ale także równoboczne równoległoboki prostokątne, czyli prostokąty i różnoboczne równoległoboki skośnokątne, czyli romboidy. Rodzina klasy pociągów osobowych, klasy pociągów towarowych i klasy pociągów mieszanych jest dwuzgodna z rodziną klasy pociągów pośpiesznych i klasy pociągów zwykłych, chociaż nie istnieją mieszane pociągi pośpieszne, bo istnieją nie tylko osobowe pociągi pośpieszne i osobowe pociągi zwykłe, ale również towarowe pociągi pośpieszne i towarowe pociągi zwykłe.

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy p o d z i a ł e m k l a s y α s k r z y ż o w a n y m z (rodzin) B i C, jeśli 1. jest podziałem metodologicznym, 2. (rodziny) B i C są różnymi od siebie metodologicznymi podziałami klasy α, dwuzgodnymi ze sobą i 3. A jest wynikiem właściwego krzyżowania ze sobą (rodzin) B i C.

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy s k r z y ż o w a n y m p o d z i a ł e m k l a s y α, jeśli istnieją takie (rodziny) B i C, że A jest podziałem klasy α, skrzyżowanym z (rodzin) B i C. Zatem (rodzina) A jest tylko wówczas skrzyżowanym podziałem klasy α, jeśli jest podziałem metodologicznym i istnieją takie różne od siebie dwuzgodne ze sobą metodologiczne podziały B i C tej samej klasy α, że A jest wynikiem ich właściwego krzyżowania ze sobą.

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy p o d z i a ł e m s k r z y ż o w a n y m, jeśli istnieje taka (klasa) α oraz takie (rodziny) B i C, że A jest podziałem klasy α skrzyżowanym z (rodzin) B i C. Zatem (rodzina) A jest tylko wtenczas podziałem skrzyżowanym, jeśli jest podziałem metodologicznym i wynikiem właściwego krzyżowania ze sobą pewnych różnych od siebie metodologicznych podziałów jakiejś jednej i tej samej klasy dwuzgodnych ze sobą.

Podział równoległoboków na kwadraty, romby, prostokąty i romboidy jest podziałem skrzyżowanym, gdyż jest podziałem metodologicznym i wynikiem właściwego krzyżowania ze sobą różnych od siebie podziałów równoległoboków, a mianowicie ich podziału na równoboczne i różnoboczne z ich podziałem na prostokątne i skośnokątne. W rozdziale III, 11 okazuje się, że ten sam podział skrzyżowany jest wynikiem kompozycji wydłużań podziału równoległoboków na równoboczne i różnoboczne lub ich podziału na prostokątne i skośnokątne o ich podziały poboczne. Skrzyżowany podział może być także wynikiem kompozycji wydłużań pewnego podziału tej samej klasy o jego podziały poboczne.

Podział skrzyżowany może być tedy wynikiem albo właściwego krzyżowania ze sobą dwu metodologicznych podziałów tej samej klasy, albo kompozycji wydłużań jednego z nich o jego podziały poboczne.

Podział równoległoboków na równoboczne i różnoboczne jest wynikiem odkrzyżowania ich podziału na kwadraty, romby, prostokąty i romboidy oraz ich podziału na prostokątne i skośnokątne, a podział równoległoboków na prostokątne i skośnokątne jest wynikiem odkrzyżowania ich podziału na kwadraty, romby, prostokąty i romboidy oraz ich podziału na równoboczne i różnoboczne. Podział metodologiczny może być więc wynikiem odkrzyżowania pewnego podziału skrzyżowanego i jakiegoś innego metodologicznego podziału tej samej klasy.

Jeśli podział skrzyżowany A jest wynikiem właściwego krzyżowania metodologicznych podziałów B i C, to podział B jest wynikiem odkrzyżowania podziałów A i C, a podział C jest wynikiem odkrzyżowania podziałów A i B. Jeśli właściwe krzyżowanie przekształca metodologiczne podziały B i C na podział skrzyżowany A, to odkrzyżowanie przekształca podziały A i C na podział B lub podziały A i B na podział C.

Jeśli podział A jest podziałem skrzyżowanym z podziałów B i C, to zarówno podział B, jak podział C nazywam podziałem k r z y ż o w a n y m na podział A. Jeśli więc A jest wynikiem właściwego krzyżowania B i C, to każdy z podziałów krzyżowanych na podział A jest wynikiem odkrzyżowania A i drugiego podziału krzyżowanego nań. Jeśli właściwe krzyżowanie przekształca B i C na A, to odkrzyżowanie przekształca A i jeden z podziałów krzyżowanych nań na drugi podział krzyżowany nań.

Każdy termin, oznaczający człon podziału skrzyżowanego, jest w jakiejś nauce podrzędny względem terminu, oznaczającego jego całość, za pośrednictwem terminu oznaczającego jakiś człon podziałów krzyżowanych nań. Każdy termin oznaczający człon podziału skrzyżowanego, jest tedy w pewnej nauce, w drugim stopniu podrzędny względem terminu, oznaczającego jego całość. Każdy podział skrzyżowany jest więc takim podziałem metodologicznym, w którym wszystkie terminy oznaczające jego człony, są w jakieś nauce, w drugim stopniu podrzędne względem terminu, oznaczającego jego całość.

W pracy „O podziale logicznym" przedstawiam podział skrzyżowany jako szczególny gatunek podziału złożonego. P o d z i a ł z ł o ż o n y zaś jest to taki podział, który jest wynikiem pewnego działania, wykonanego na jakichś dwu podziałach. Istnieje wiele działań, wytwarza-

jących na dwóch podziałach nowy podział. Logika klasyczna zna z nich tylko jedno, a mianowicie właściwe krzyżowanie, wytwarzające podział skrzyżowany na dwu innych podziałach.

Innym działaniem, wytwarzającym na kilku podziałach nowy podział, jest kompozycja stosunków. Kompozycją stosunków nazywam relację zachodzącą między iloczynem względnym stosunków R i S a nimi samymi. Russell oznacza ją kreską pionową. Jest ona stosunkiem trójczłonowym.

Podziały złożone są pojedynczo złożone lub podwójnie złożone. „Podziałem pojedynczo złożonym nazywam każdy podział wytworzony przez pewne działanie na pewnych podziałach identycznych ze sobą". („Rodzaje podziału logicznego", str. 17). „Podziałem pojedynczo złożonym jest np. podział stosunku dziadkowie na ojca ojca, czyli dziadka po ojcu, ojca matki, czyli dziadka po matce, matkę ojca, czyli babkę po ojcu i matkę matki, czyli babkę po matce; wytwarza go kompozycja stosunków na... podziale rodziców na ojca i matkę" (tamże str 18). „Podziałem podwójnie złożonym nazywam każdy podział wytworzony przez pewne działanie na pewnych dwóch różnych od siebie podziałach. Podziałem podwójnie złożonym jest np. podział stosunku dziecko rodzeństwa na następujące stosunki: syn brata, czyli bratanek, córka brata, czyli bratanica, syn siostry, czyli siostrzeniec i córka siostry, czyli siostrzenica. Wytwarza go kompozycja stosunków na dwóch... podziałach, na podziale dzieci na syna i córkę oraz na podziale rodzeństwa na brata i siostrę" (tamże str. 17 i 18). „Szczególnym gatunkiem... podziałów podwójnie złożonych jest podział skrzyżowany" (tamże str. 20).

„Nie tylko klasowe podziały złożone są często podziałami niewłaściwymi, lecz także stosunkowe podziały złożone. Tak np. na podziale dzieci na syna i córkę, oraz na podziale małżonków na męża i żonę wytwarza kompozycja stosunków podział złożony stosunku małżonkowie dzieci , w którym dwa człony: mąż syna i żona córki są stosunkami pustymi. Po odrzuceniu ich otrzymujemy z omawianego złożonego podziału właściwy podział małżonków dzieci: na męża córki, czyli zięcia i na żonę syna, czyli synowę" (tamże str. 24).

Podane przykłady okazują, że całości podziałów przekształcanych na podział złożony nie muszą być identyczne ani ze sobą, ani z całością podziału złożonego, gdy tymczasem całości podziałów krzyżowanych na podział skrzyżowany są identyczne ze sobą i z jego całością.

8. O podziale pojedynczym

P o d z i a ł e m p o j e d y n c z y m nazywam każdy podział metodologiczny, który nie jest podziałem skrzyżowanym. (Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy podziałem pojedynczym, jeśli 1. jest podziałem metodologicznym i 2. nie istnieje ani taka klasa α, ani takie rodziny B i C, by A była podziałem klasy α skrzyżowanym z (rodzin) B i C.

Podział metodologiczny dzieli się więc na pojedynczy i skrzyżowany.

Podział liczb rzeczywistych na dodatnie, ujemne i zero nie jest wynikiem właściwego krzyżowania podziału lub rzeczywistych na względne i 0

oraz ich podziału na bezwzględne i ujemne, bo one ani nie są metodologicznymi podziałami, ani dwuzgodne ze sobą, skoro 0 nie jest liczbą ujemną. Zatem podział liczb rzeczywistych na dodatnie, ujemne i 0 jest podziałem pojedynczym. Ale terminy „liczba dodatnia", „liczba ujemna" i „0" są w drugim stopniu podrzędne względem terminu „liczba rzeczywista". Zatem podziałem skrzyżowanym nie jest każdy podział metodologiczny, w którym terminy oznaczające jego człony, są w jakiejś nauce, w drugim stopniu podrzędne względem terminu, oznaczającego jego całość. Wszystkie teminy oznaczające człony podziału pojedynczego, mogą też być w pewnej nauce, w drugim stopniu podrzędne względem terminu, oznaczającego jego całość. Podział skrzyżowany nie daje się tedy określić jako taki podział metodologiczny, w którym wszystkie terminy oznaczające jego człony, są w pewnej nauce, podrzędne w drugim stopniu względem terminu, oznaczającego jego całość. Wydaje się więc rzeczą niemożliwą uniknąć krzyżowania przy definiowaniu podziału skrzyżowanego.

Ale wszystkie terminy oznaczające człony podziału pojedynczego mogą również być w jakiejś nauce, bezpośrednio podrzędne względem terminu, oznaczającego jego całość. Tak terminy, oznaczające człony pojedynczego podziału trójkątów na różnoboczne i na równoramienne (w szerszym znaczeniu, czyli nieróżnoboczne w mojej terminologii), są w pierwszym stopniu podrzędne względem terminu „trójkąt".

Podziałem pojedynczym jest też podział trójkątów na ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne. Terminy, oznaczające jego człony, są w pierwszym stopniu podrzędne względem terminu, oznaczającego jego całość, chociaż terminy „trójkąt ostrokątny" i „trójkąt rozwartokątny" są podrzędne względem nazwy „trójkąt skośnokątny", a ona jest podrzędna względem terminu „trójkąt", gdyż wyraz „trójkąt skośnokątny" nie jest terminem geometrycznym.

Podziałem pojedynczym jest także podział czworoboków na równoległoboki, trapezy i trapezoidy. Chociaż zarówno klasa równoległoboków, jak klasa trapezów jest podrzędna względem klasy nietrapezoidów, a klasa czworoboków równoległobocznych jest podrzędna względem klasy czworoboków, to jednak wyraz „nietrapezoid" lub „czworobok równoległoboczny" nie jest terminem planimetrii. Zatem terminy, oznaczające człony tego trichotomicznego podziału czworoboków, są bezpośrednio podrzędne względem terminu, oznaczającego jego całość.

Podziałem pojedynczym jest zarówno podział ruchów zmiennych na jednostajnie zmienne i niejednostajnie zmienne, jak ich podział na przyśpieszone i opóźnione. Zatem wynikiem właściwego krzyżowania pojedynczych podziałów ruchów zmiennych jest ich podział skrzyżowany na jednostajnie przyspieszone, jednostajnie opóźnione, niejednostajnie przyśpieszone i niejednostajnie opóźnione.

Podziałem pojedynczym jest tak podział równoległoboków na równoboczne i różnoboczne, jak ich podział na prostokątne i skośnokątne. Wynikiem więc właściwego krzyżowania obu pojedynczych podziałów

równoległoboków jest ich podział skrzyżowany na kwadrat, romb, prostokąt i romboid.

Podział skrzyżowany jest tedy wynikiem albo właściwego krzyżowania ze sobą dwu podziałów pojedynczych tej samej klasy, albo kompozycji wydłużań pojedynczego podziału tej samej klasy o jego podziały poboczne.

V O BŁĘDNYCH PODZIAŁACH

1. O podziale nierozłącznym i nieadekwatnym

Najpierw omawiam następujące dwa błędne podziały, czyli błędy w podziale: 1. podział nierozłączny i 2. podział nieadekwatny.

Podział nierozłączny jest to ogólna rodzina nierozłączna o niejednostkowej całości. Podział liczb rzeczywistych na liczby rzeczywiste, większe od 5, i liczby rzeczywiste, mniejsze od 6, jest podziałem nierozłącznym, gdyż jego człony nie wykluczają się wzajemnie, lecz krzyżują się ze sobą, skoro liczba mieszana $5\frac{1}{2}$ należy do każdego z nich. Podział trójkątów na równoboczne, ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne jest też podziałem nierozłącznym, gdyż klasa trójkątów równobocznych nie wyklucza się z klasą trójkątów ostrokątnych, lecz jest jej ingrediensem właściwym, jest — w terminologii logiki tradycyjnej — podrzędna względem niej.

Ponieważ żaden podział nierozłączny nie jest rodziną rozłączną, a każdy podział w znaczeniu logicznym jest rodziną rozłączną, przeto żaden podział nierozłączny nie jest podziałem logicznym.

Nieadekwatny podział klasy α jest to ogólna rodzina o niejednostkowej całości, nieadekwatna z klasą α. Ponieważ zaś żaden podział nieadekwatny klasy α nie jest adekwatny z klasą α i ponieważ każdy podział klasy α jest z nią adekwatny, przeto żaden nieadekwatny podział klasy α nie jest jej podziałem. Jeśli zaś jakaś rodzina jest nieadekwatna z klasą α, to klasa α nie mieści się w jej całości lub jej całość nie mieści się w klasie α. Zatem klasa α nie zawiera się w całości jej podziału nieadekwatnego lub całość nieadekwatnego podziału klasy α nie zawiera się w klasie α.

Nieadekwatne podziały są albo za ciasne, albo za obszerne.

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy za ciasnym podziałem klasy α, jeśli 1. jest jej podziałem nieadekwatnym i 2. mieści się w jej podziale. Jeśli zaś rodzina A mieści się w rodzinie B, to całość rodziny A zawiera się w całości rodziny B. Zatem całość za ciasnego podziału klasy α mieści się w klasie α. Ponieważ zaś za ciasny podział klasy α jest jej podziałem nieadekwatnym, przeto klasa α nie mieści się w całości za ciasnego jej podziału. Całość za ciasnego podziału klasy α jest tedy ingrediensem właściwym klasy α.

Jeśli znów całość rodziny A nie mieści się w całości rodziny B, to A nie zawiera się w B. Zatem podział klasy α nie mieści się w jej podziale za ciasnym. Ale za ciasny podział klasy α zawiera się w jej podziale. Za ciasny podział klasy α jest więc ingrediensem właściwym jej podziału. Podział trójkątów na ostrokątne i rozwartokątne jest ich po-

działem za ciasnym, bo jego całością jest klasa trójkątów skośnokątnych, a ona jest ingrediensem właściwym klasy trójkątów. Podział równoległoboków na równoboczne i prostokątne jest też ich podziałem za ciasnym, bo romboid nie jest ani równoboczny, ani prostokątny, chociaż jest przecież równoległobokiem.

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy za obszernym podziałem klasy α, jeśli 1. jest jej podziałem nieadekwatnym i 2. mieści w sobie jej podział. Ponieważ podział klasy α mieści się w jej podziale za obszernym, przeto klasa α mieści się w całości za obszernego jej podziału. Ale za obszerny podział klasy α jest jej podziałem nieadekwatnym. Klasa α nie zawiera więc w sobie całości jej podziału za obszernego. Klasa α jest tedy ingrediensem właściwym całości jej podziału za obszernego.

Ponieważ zaś całość za obszernego podziału klasy α nie zawiera się w klasie α, przeto za obszerny podział klasy α nie mieści się w jej podziale. Ponieważ podział klasy α mieści się w jej podziale za obszernym, przeto podział klasy α jest ingrediensem właściwym jej podziału za obszernego. Podział równoległoboków równobocznych na kwadraty, romby i deltoidy jest ich podziałem za obszernym, bo jego całością jest klasa czworoboków krzyżowych, a klasa równoległoboków równobocznych jest jej ingrediensem właściwym. Deltoid bowiem jest czworobokiem krzyżowym, ale nie jest równoległobokiem równobocznym. Podział równoległoboków równobocznych na kwadraty, romby i równoległoboki prostokątne jest też ich podziałem za obszernym, bo prostokąt jest równoległobokiem prostokątnym, ale nie równobocznym.

Pierwszy przykład podziału za ciasnego i pierwszy przykład podziału za obszernego jest rodziną rozłączną, gdy natomiast drugi przykład podziału za ciasnego jest rodziną nierozłączną, skoro kwadrat jest równobocznym równoległobokiem prostokątnym i drugi przykład podziału za obszernego jest też rodziną nierozłączną, gdyż kwadrat jest równoległobokiem prostokątnym. Zatem podział nieadekwatny może być, ale również może nie być rodziną rozłączną.

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy mało za ciasnym podziałem klasy α, jeśli 1. jest jej podziałem za ciasnym 2. jest węższa od jej podziału. Mało za ciasnym podziałem czworoboków jest ich podział na równoległoboki i trapezy, bo różni się od ich podziału jednym członem.

(Rodzina) A jest wówczas i tylko wówczas dużo za ciasnym podziałem klasy α, jeśli 1. jest jej podziałem za ciasnym i 2. jest dobrze węższa od jej podziału. Dużo za ciasnym podziałem kręgowców jest ich podział na ssaki, ptaki i gady, bo różni się od ich podziału kilku członami.

Podział za ciasny jest mało za ciasny lub dużo za ciasny.

(Rodzina) A jest wtenczas i tylko wtenczas mało za obszernym podziałem klasy α, jeśli 1. jest jej podziałem za obszernym i 2. jej podział jest węższy od niej. Mało za obszernym podziałem równoległoboków równobocznych jest ich podział na kwadraty, romby i deltoidy, bo ich podział różni się od niego jednym członem.

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy dużo za obszernym podziałem klasy α, jeśli 1. jest jej podziałem za obszernym i 2. jej podział jest dobrze węższy od niej. Dużo za obszernym podziałem równoległoboków równobocznych jest ich podział na kwadraty, romby, deltoidy, trapezy równoboczne (tj. trapezy o 3 bokach sobie równych) i trapezoidy równoboczne (tj. trapezoidy o 3 bokach do siebie przystających).

Podział za obszerny jest mało za obszerny lub dużo za obszerny.

Zarówno podział nierozłączny, jak podział nieadekwatny dają się zdefiniować przy pomocy samych terminów logicznych. Ich definicje zawierają tylko terminy logiczne; należą więc one do logiki, są jej definicjami.

2. O podziale mętnym

Wieloboki dzielą się na opisalne na kole i nieopisalne na nim. Wieloboki można też podzielić na równoboczne (tj. takie, w których nie ma boków nieprzystających do siebie) i na różnoboczne (tj. takie, w których istnieją boki nierówne sobie). Jeśli utworzę rodzinę w ten sposób, iż zaliczę do niej pierwszy człon pierwszego podziału wieloboków i drugi człon ich drugiego podziału i tylko je, to otrzymam rodzinę klasy wieloboków opisalnych na kole i klasę wieloboków różnobocznych. Wynikiem zaś jej właściwego uszczególniania przez klasę równoległoboków jest ich podział na opisalne na kole i na różnoboczne. Jest on podziałem według kilku zasad.

Wieloboki dzielą się też na umiarowe (czyli foremne) i na nieumiarowe (czyli nieforemne). Wieloboki można również podzielić na prostokątne (tj. takie, w których przynajmniej niektóre kąty są proste) i na skośnokątne (tj. takie, w których żaden kąt nie jest prosty). Jeśli utworzę rodzinę w ten sposób, iż zaliczę do niej pierwszy człon pierwszego z ostatnich dwu podziałów wieloboków, drugi człon drugiego z nich i drugi człon drugiego z podziałów wieloboków podanych wpierw, i tylko je, to powstanie rodzina klasy wieloboków umiarowych, klasy wieloboków skośnokątnych i klasy wieloboków różnobocznych. Wynikiem znów jej właściwego uszczególniania przez klasę równoległoboków jest ich podział na kwadraty, różnoboczne i skośnokątne. Jest on też podziałem według kilku zasad.

Zarówno pierwszy, jak drugi podział równoległoboków według kilku zasad jest ogólną rodziną o niejednostkowej całości i istnieją w geometrii dla jego całości i dla każdego jego członu terminy, oznaczające je. Różnią się zaś one tym, że pierwszy jest rodziną rozłączną, bo żaden równoległobok opisalny na kole nie jest różnoboczny, gdy tymczasem drugi jest rodziną nierozłączną, skoro istnieją różnoboczne równoległoboki skośnokątne np. romboid.

W pierwszym przykładzie klasa wieloboków opisalnych na kole i klasa wieloboków różnobocznych nie wykluczają się wzajemnie, skoro deltoid jest różnobocznym wielobokiem opisalnym na kole. W drugim przykładzie klasa wieloboków umiarowych nie wyklucza się też z klasą wieloboków skośnokątnych, skoro sześciobok umiarowy jest także wie-

lobokiem skośnokątnym, ale wyklucza się z klasą wieloboków różnobocznych, bo każdy wielobok umiarowy jest wielobokiem równobocznym.

Stąd określam: (rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy w n a u c e N p o d z i a ł e m w e d ł u g k i l k u z a s a d l u b m ę t n y m, jeśli I jest ogólną rodziną o niejednostkowej całości, II istnieje taka rodzina B, takie różne podziały tej samej klasy C i D oraz takie różne, a niewykluczające się wzajemnie klasy α i β, że 1. α należy do B i C oraz β należy do B i D i 2. A jest wynikiem właściwego uszczególniania przez swą całość (rodziny) B, i na koniec III dla całości rodziny A i dla każdego jej członu istnieją w nauce N terminy, je oznaczające. (Rodzina) A zaś jest wtedy i tylko wtedy p o d z i a ł e m w e d ł u g k i l k u z a s a d l u b m ę t n y m, jeśli istnieje taka nauka, że A jest w niej podziałem według kilku zasad.

Definicja podziału mętnego zawiera obok terminów logicznych jeszcze takie wyrazy jak „termin", „nauka", „oznacza", które nie należą do nauki, lecz do metanauki. Podział mętny nie daje się tedy zdefiniować przy pomocy samych terminów logicznych. Dlatego definicja jego nie jest logiczna, a metodologiczna.

Jeśli A jest podziałem według kilku zasad, to istnieje taka rodzina B i takie różne, a niewykluczające się nawzajem klasy α i β, że α i β należą do B, a A jest wynikiem właściwego uszczególniania przez swą całość (rodziny) B. Jeśli zaś pewne różne, a niewykluczające się wzajemnie klasy α i β należą do (rodziny) B, to B jest podziałem nierozłącznym. Każdy tedy podział mętny jest wynikiem właściwego uszczególniania przez swą całość pewnego podziału nierozłącznego. Zatem wynik odszczególniania jakiegokolwiek podziału według kilku zasad przez jego całość jest podziałem nierozłącznym. Zasada każdego podziału mętnego jest więc podziałem nierozłącznym. Tak rodzina klasy wieloboków umiarowych, klasy wieloboków różnobocznych i klasy wieloboków skośnokątnych jest podziałem nierozłącznym.

Ponieważ żaden podział nierozłączny nie jest podziałem metodologicznym, przeto zasada żadnego podziału mętnego nie jest podziałem metodologicznym. Ponieważ znów zasada każdego podziału według pewnej zasady jest podziałem metodologicznym, przeto żaden podział według kilku zasad nie jest podziałem według pewnej zasady.

Ponieważ rodzina klasy wieloboków opisalnych na kole i klasy wieloboków różnobocznych jest nierozłączna, a więc nie jest podziałem logicznym, i ponieważ podział równoległoboków na opisalne na kole i różnoboczne jest rodziną rozłączną, a zatem podziałem logicznym, przeto wynikiem odszczególniania pewnego podziału w znaczeniu logicznym przez jego całość może nie być podział w znaczeniu logicznym.

3. O podziale obcym

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy p o d z i a ł e m o b c y m n a u c e N, jeśli 1. jest ogólną rodziną o niejednostkowej całości i 2. dla jej całości lub dla pewnego jej członu nie istnieje w nauce N termin, je

oznaczający. Zatem żaden termin nauki N nie oznacza pewnego członu podziału jej obcego lub jego całości.

Podziałami obcymi geometrii są np. podział czworoboków na trapezoidy i na nietrapezoidy, podział wzajemnego położenia prostych stereometrycznych na nakrywanie się, przecinanie się i odległość, oraz podział czworoboków krzyżowych na kwadraty romby i deltoidy. Wszystkie te przykłady podziału obcego geometrii są rodzinami rozłącznymi. Ale podział obcy nauce N nie musi być rodziną rozłączną. Tak np. podział trójkątów na prostokątne, skośnokątne i równoramienne jest obcy geometrii, chociaż jest rodziną nierozłączną.

Podział obcy nauce N staje się jej podziałem, gdy powstają w niej terminy, których brak w nauce N czynił go jej obcym. Tak podział trójkątów na różnoboczne i nieróżnoboczne jest dziś podziałem planimetrii, ale był dopóty jej obcy, dopóki nie istniał w niej termin „trójkąt równoramienny" w obszerniejszym znaczeniu, oznaczający klasę trójkątów nieróżnobocznych. Podział czworoboków na trapezoidy i nietrapezoidy jest dziś obcy planimetrii, lecz stałby się jej podziałem, jeśliby w jej skład weszła Iwaszkiewicza definicja trapezu w szerszym znaczeniu. Również podział wzajemnego położenia prostych różnych płaszczyzn na nakrywanie się, przecinanie się i odległość przestałby być podziałem obcym stereometrii, gdyby matematycy włączyli określenie stosunku odległości do zbioru definicyj geometrycznych. Podział czworoboków krzyżowych na kwadraty, romby i deltoidy stałby się podziałem planimetrii, gdyby w niej powstał termin „czworobok krzyżowy".

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy p o d z i a ł e m o b c y m, jeśli w każdej nauce jest podziałem obcym. Podział obcy nie jest podziałem żadnej nauki. W żadnej nauce tedy nie istnieją wszystkie terminy, oznaczające całość lub jakikolwiek człon podziału obcego.

Ponieważ dla całości lub pewnego członu podziału obcego nie istnieją w żadnej nauce terminy, oznaczające je, i ponieważ dla całości i jakiegokolwiek członu podziału metodologicznego istnieją w pewnej nauce terminy, je oznaczające, przeto żaden podział obcy nie jest podziałem metodologicznym.

W definicji podziału obcego występują obok terminów logicznych jeszcze takie wyrazy, jak „termin", „nauka", „oznacza", które nie należą do nauki, lecz do metanauki. Podział obcy nie daje się tedy zdefiniować przy pomocy samych terminów logicznych. Dlatego jego definicja nie jest definicją logiczną, a metodologiczną.

Podział obcy różni się od podziału mętnego tym, że podział mętny może być podziałem metodologicznym, a on nie może nim być. Pod tym względem przypomina on podział nierozłączny. Podział nierozłączny bowiem różni się od podziału nieadekwatnego tym, iż zarówno podział za ciasny, jak za obszerny może być podziałem logicznym, a on nie może nim być. Brak podziałowi obcemu pewnej istotnej cechy podziału metodologicznego tak, jak podziałowi nierozłącznemu pewnej istotnej cechy podziału logicznego.

Podziału obcego nie wyróżnia logika tradycyjna. Lista podziałów błędnych, podana przez logikę klasyczną, nie jest tedy pełna: brak jej pewnego podziału błędnego.

4. O podziale niespółrzędnym

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy podziałem niewspółrzędnym w nauce N, jeśli 1. jest ogólną rodziną o niejednostkowej całości, 2. istnieją w nauce N terminy, oznaczające jej całość i jakikolwiek jej człon i 3. niektóre terminy oznaczające jej człony nie są w nauce N współrzędne względem terminu, oznaczającego jej całość. Zatem istnieją takie człony podziału niewspółrzędnego w nauce N, że niektóre terminy, je oznaczające, nie są w niej w tym samym stopniu podrzędne względem terminu, oznaczającego jego całość.

Podziałami niewspółrzędnymi w arytmetyce są podział liczb rzeczywistych na względne i 0 oraz ich podział na ujemne i bezwzględne. Podziałem niewspółrzędnym w geometrii jest podział równoległoboków na równoboczne, prostokąty i romboidy. Wymienione przykłady podziału niewspółrzędnego czy to w arytmetyce, czy to w geometrii są rodzinami rozłącznymi. Ale podział niewspółrzędny w jakiejś nauce dedukcyjnej nie musi być rodziną rozłączną. Tak np. podział równoległoboków na równoboczne, prostokątne, prostokąty i romboidy jest niewspółrzędny w geometrii, chociaż jest rodziną nierozłączną, skoro istnieją równoboczne równoległoboki prostokątne.

Podział w nauce N o członach, oznaczonych terminami, w niej bezpośrednio podrzędnymi względem terminu oznaczającego jego całość, może stać się później podziałem w niej niewspółrzędnym, gdy powstaje w niej termin, oznaczający klasę podrzędną względem jego całości, a nadrzędną względem jakiegoś jego członu. Jeśli mianowicie wszystkie terminy oznaczające człony jakiegoś podziału, są w nauce N bezpośrednio podrzędne względem jej terminu, oznaczającego jego całość i jeśli nazwa z zakresu nauki N, nie będąca przedtem jej terminem, staje się jej terminem i oznacza klasę podrzędną względem jego całości, a nadrzędną względem pewnego jego członu, to podział sam, będący dotychczas podziałem nauki N, staje się podziałem w niej niewspółrzędnym i znika z niej.

Tak dzieje się z podziałem trójkątów na równoboczne, równoramienne i różnoboczne, znajdującym się w dawniejszych podręcznikach geometrii. Ponieważ nie istnieje jeszcze w geometrii termin, podrzędny względem terminu „trójkąt", a nadrzędny względem terminów „trójkąt równoboczny" i „trójkąt równoramienny", przeto wszystkie terminy geometrii, oznaczające jego człony, są bezpośrednio podrzędne względem jej terminu oznaczającego jego całość, a on sam jest wówczas podziałem geometrycznym. Gdy zaś pojawia się w planimetrii termin „trójkąt równoramienny" w jego szerszym znaczeniu, podrzędny względem terminu „trójkąt", a nadrzędny względem terminów „trójkąt równoboczny" i „trójkąt równoramienny" (w jego ciaśniejszym znaczeniu), wówczas niektóre terminy, oznaczające człony trichotomicznego podziału trójkątów ze względu na boki, są w pierwszym, a inne w drugim stopniu podrzędne względem terminu oznaczającego jego całość. Ponieważ tedy niektóre terminy, oznaczające jego człony nie są już współrzędne względem terminu, oznaczającego jego całość, przeto staje się on podziałem niewspółrzędnym w geometrii i znika z nowszych jej podręcz-

ników. Jego miejsce zajmuje podział trójkątów na różnoboczne i równoramienne w obszerniejszym znaczeniu (czyli nierównoboczne w mojej terminologii), który wraz ze (swym pobocznym) podziałem trójkątów równoramiennych w szerszym znaczeniu na równoboczne i równoramienne w ściślejszym znaczeniu tworzy klasyfikację trójkątów. Zatem niewspółrzędny podział trójkątów ze względu na boki z dawniejszych podręczników geometrii wypiera w nowszych jej podręcznikach wspomniana ich klasyfikacja. Trichotomiczny podział trójkątów na równoboczne, równoramienne (w węższym znaczeniu) i różnoboczne jest tedy dopóty podziałem planimetrii, dopóki nie wchodzi w skład planimetrii termin „trójkąt równoramienny" (w jego szerszym znaczeniu), ale staje się podziałem niewspółrzędnym z chwilą wzbogacenia nim terminologii geometrycznej.

W odniesieniu do trichotomicznego podziału trójkątów ze względu na boki proces stawania się podziału geometrii podziałem w niej niewspółrzędnym jest już faktem dokonanym. Proces ten jednak może dla innych podziałów zaledwie dopiero zaczynać się lub nie dobiegać jeszcze swego końca.

Nie tak daleko, jak w opisanym właśnie przykładzie, dotarł już proces stawania się podziałem niewspółrzędnym w geometrii podziału czworoboków na równoległoboki, trapezy i trapezoidy. We współczesnych podręcznikach planimetrii znajduje się on jeszcze. Ale Iwaszkiewicz zdaje się już wprowadzać do geometrii na jego miejsce klasyfikację czworoboków, której podziałem głównym jest ich podział na trapezoidy i na trapezy w obszerniejszym znaczeniu (nietrapezoidy czy czworoboki równoległoboczne w mojej terminologii), a pobocznym jest podział trapezów (w szerszym znaczeniu) na równoległoboki i trapezy w ściślejszym znaczeniu. Jeśli wyraz „trapez" w znaczeniu Iwaszkiewicza stanie się terminem planimetrii, to trichotomiczny podział czworoboków, uważany we współczesnej matematyce za podział, stanie się podziałem w niej niewspółrzędnym i ustąpi miejsca wspomnianej ich klasyfikacji.

Gdyby wprowadzany przeze mnie w niniejszej pracy wyraz „odległość" stał się terminem geometrii, to, znajdujący się we współczesnych podręcznikach stereometrii, podział wzajemnego położenia prostych różnych płaszczyzn stałby się podziałem w niej niewspółrzędnym, a jego miejsce zajęłaby jego klasyfikacja, której podziałem głównym byłby jego podział na nakrywanie się, przecinanie się i odległość, a pobocznym byłby podział odległości na równoległość i skośność.

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy p o d z i a ł e m n i e w s p ó ł r z ę d n y m, jeśli w każdej nauce jest podziałem niewspółrzędnym. Podział niewspółrzędny nie jest podziałem w żadnej nauce. Istnieją wprawdzie terminy pewnej nauki, oznaczające całość podziału niewspółrzędnego i jakikolwiek jego człon, lecz terminy, oznaczające pewne jego człony, nie są w niej współrzędne względem terminu, oznaczającego jego całość.

Ponieważ niektóre terminy, oznaczające człony podziału niewspółrzędnego w nauce N, nie są w niej współrzędne względem terminu,

oznaczającego jego całość i ponieważ wszystkie terminy oznaczające człony jej podziału, są w nauce N współrzędne względem terminu, oznaczającego jego całość, przeto żaden podział niewspółrzędny w nauce N nie jest w niej podziałem. Żaden więc podział niewspółrzędny w jakiejkolwiek nauce nie jest podziałem w pewnej nauce. Żaden podział niewspółrzędny nie jest tedy podziałem metodologicznym. Podziałowi niewspółrzędnemu brak więc pewnej cechy istotnej podziału metodologicznego.

Zatem podziałowi nierozłącznemu brak jakiejś cechy istotnej podziału logicznego. Podziałowi obcemu i podziałowi niewspółrzędnemu brak znów pewnych cech istotnych podziału metodologicznego. Każdy inny podział zaś błędny może posiadać wszystkie cechy istotne podziału metodologicznego lub przynajmniej podziału logicznego.

Ponieważ w definicji podziału niewspółrzędnego występują obok terminów logicznych jeszcze terminy, które nie należą do nauki, lecz do metanauki, przeto definicja podziału niewspółrzędnego nie jest definicją logiczną, a metodologiczną.

5. O podziale ze skokiem

Klasa terminów oznaczających człony podziału niewspółrzędnego w nauce N, a w niej podrzędnych w pierwszym stopniu względem terminu, oznaczającego jego całość, jest niepustym ingrediensem właściwym klasy terminów, oznaczających jego człony. Jeśli zaś klasa α jest podklasą właściwą klasy β, to jest węższa lub dobrze węższa od niej. Stąd podziały niewspółrzędne w nauce N są dwojakiego gatunku.

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy podziałem za krótkim w nauce N, jeśli 1. jest podziałem niewspółrzędnym w niej, i 2. klasa terminów oznaczających jej człony, a w nauce N podrzędnych bezpośrednio względem terminu, oznaczającego jej całość, jest węższa od klasy terminów, oznaczających jej człony. Podziałem za krótkim w arytmetyce jest podział liczb rzeczywistych na względne i 0. Podziałem za krótkim w geometrii jest podział równoległoboków na równoboczne, prostokątne i romboid. Pierwszy z nich jest rodziną rozłączną, drugi nierozłączną.

(Rodzina) A jest wówczas i tylko wówczas podziałem za długim w nauce N, jeśli 1. jest podziałem niewspółrzędnym w niej i 2. klasa terminów oznaczających jej człony, a w nauce N podrzędnych w pierwszym stopniu względem terminu, oznaczającego jej całość, jest dobrze węższa od klasy terminów, oznaczających jej człony. Podziałem za długim w geometrii jest podział równoległoboków na równoboczne, prostokąt i romboid oraz ich podział na równoboczne, prostokątne, prostokąt i romboid. Pierwszy z nich jest rodziną rozłączną, drugi nierozłączną.

Pierwszy gatunek podziałów niewspółrzędnych nie jest znany logice tradycyjnej, drugi zaś ich gatunek zna logika klasyczna pod inną nazwą, a mianowicie pod nazwą podziału ze skokiem. Dlatego podział za długi nazywam też podziałem ze skokiem.

Podział niewspółrzędny jest więc albo za krótki, albo za długi, czyli ze skokiem. Ponieważ logika tradycyjna zna podział ze skokiem, przeto zna też ona podział niewspółrzędny.

Podział liczb rzeczywistych na dodatnie, ujemne i zero jest podziałem arytmetycznym, gdy natomiast ich podział na liczby względne i zero jest niewspółrzędny w arytmetyce, chociaż jest krótszy od niego. Podział równoległoboków na równoboczne i różnoboczne jest podziałem geometrycznym, gdy tymczasem ich podział na równoboczne, prostokąt i romboid jest podziałem ze skokiem w geometrii, chociaż jest dłuższy od niego. Czasem tedy nauka stawia wyżej podział dłuższy nad krótszy, czasem znów na odwrót podział krótszy nad dłuższy. W pierwszym wypadku podział jest dla niej za krótki, w drugim za długi.

Termin arytmetyki, oznaczający jeden człon podziału w niej za krótkiego, jest podrzędny w drugim stopniu względem jej terminu, oznaczającego jego całość, gdy natomiast dwa terminy geometrii, oznaczające człony podziału w niej za długiego, są podrzędne w drugim stopniu względem jej terminu oznaczającego jego całość.

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy p o d z i a ł e m z a k r ó t k i m, jeśli w jakiejkolwiek nauce jest podziałem za krótkim. Podział za krótki nie jest podziałem w żadnej nauce. Istnieją wprawdzie w pewnej nauce terminy, oznaczające zarówno całość podziału za krótkiego, jak jakikolwiek jego człon, ale jeden termin, oznaczający jakiś jego człon, jest w niej w drugim stopniu podrzędny względem terminu, oznaczającego jego całość, gdy inne terminy, oznaczające jego człony, są w niej bezpośrednio podrzędne względem niego.

(Rodzina) A jest wtenczas i tylko wtenczas p o d z i a ł e m z e s k o k i e m lub z a d ł u g i m, jeśli w każdej nauce jest podziałem ze skokiem. Podział ze skokiem nie jest podziałem w żadnej nauce. Istnieją wprawdzie w jakiejś nauce terminy, oznaczające jego całość i każdy jego człon, lecz istnieje kilka terminów oznaczających jego człony, w niej w drugim stopniu podrzędnych względem terminu, oznaczającego jego całość, gdy tymczasem inne terminy, oznaczające jego człony są w niej bezpośrednio podrzędne względem niego. Może też być tylko jeden termin oznaczający jeden człon podziału ze skokiem, w danej nauce bezpośrednio podrzędny względem terminu, oznaczającego jego całość.

6. O znaczeniu wyrażenia „błędny podział"

Prawdziwość i fałszywość są cechami zdań, ale w przenośnym znaczeniu przypisujemy je też indywiduom. Jeżeli mianowicie fałszywe jest zdanie: „(indywiduum) x jest (elementem klasy) α", to mówię, iż (indywiduum) x jest f a ł s z y w y m (e l e m e n t e m klasy) α. Jeśli więc jakiś przedmiot nie jest diamentem, to mówię, że jest on fałszywym diamentem. Mówię zaś, iż (indywiduum) x jest p r a w d z i w y m (e l e m e n t e m k l a s y) α, jeżeli (prawdą jest, iż indywiduum) x jest (elementem klasy) α. Jeśli tedy pewien przedmiot jest naprawdę diamentem, to mówię, iż on jest prawdziwym diamentem.

W odniesieniu znów do przedmiotu typu wyższego od indywiduum używam w takich przypadkach wyrazu „błędny" zamiast „fałszywy", „poprawny" zamiast „prawdziwy". Tak mówię, iż (klasa) α jest b ł ę-

dną (klasą rodziny) A, jeśli mylne jest zdanie: „(klasa) α jest (klasą rodziny) A.“. Jeżeli zaś (klasa) α jest naprawdę (klasą rodziny) A, to mówię, iż α jest poprawną (klasą rodziny) A.

Wyrazu „podział“ używamy nieraz jeszcze w innym niewłaściwym znaczeniu, niż to, o którym mówię w rozdziale II, 1, a mianowicie mówimy, iż (rodzina) A jest podziałem, gdy jest ogólną rodziną o niejednostkowej całości, chociaż nie jest rozłączna. Tak np. mówimy o podziale nierozłącznym lub o podziale liczb rzeczywistych na mniejsze od 6 i większe od 5, chociaż nie jest on rodziną rozłączną. Ponieważ wówczas (rodzina) A nie jest podziałem, przeto mówię wtedy, że A jest błędnym podziałem. W tym znaczeniu jednak wyrażenie „błędny podział“ znaczy to samo, co wyrażenie „podział nierozłączny“, a więc oznacza tylko jeden błąd w podziale. Mówię zaś wówczas i tylko wówczas, iż (rodzina) A jest poprawnym podziałem, gdy jest ona podziałem. Zatem poprawny podział jest podziałem, gdy tymczasem ani nierozłączny, ani błędny podział nie jest podziałem. Wyrazy „nierozłączny“ i „błędny“ mają znaczenie modyfikujące, a nie determinujące znaczenie tego wyrazu, z którym są połączone.

Mówimy też wtedy, że (rodzina) A jest podziałem (klasy) α, jeżeli spełnia tylko niektóre wyróżnione w rozdziale II, 1, warunki podziału, jeśli tedy jest ogólną rodziną rozłączną lub nierozłączną, ale nieadekwatną z niejednostkową klasą α. Tak mówimy np. o za ciasnym lub za obszernym podziale (klasy) α, o podziale równoległoboków na równoboczne i prostokątne lub o podziale równoległoboków równobocznych na kwadraty, romby i deltoidy. Zarówno za ciasny, jak za obszerny podział (klasy) α nie jest adekwatny z (klasą) α, ale może być lub nie być rodziną rozłączną. Tak podany powyżej za ciasny podział równoległoboków nie jest adekwatny z klasą równoległoboków i jest rodziną nierozłączną, gdy natomiast podany powyżej za obszerny podział równoległoboków równobocznych nie jest adekwatny z klasą równoległoboków równobocznych, ale jest rodziną rozłączną. Wyraz „podział“ nie oznacza tu tedy błędnego podziału w znaczeniu poprzednio wyróżnionym.

Ponieważ w omawianych przypadkach (rodzina) A nie jest podziałem (klasy) α, przeto mówię tu: „(rodzina) A jest błędnym podziałem (klasy) α“. Dla przeciwstawienia temu wypadkowi mówię, iż (rodzina) A jest poprawnym podziałem (klasy) α, jeśli jest podziałem (klasy) α.

Mówimy wtedy i tylko wtedy, że (klasa) α jest błędną całością (rodziny) A, jeśli nie jest jej całością. Mówię zaś wtenczas i tylko wtenczas, że (klasa) α jest poprawną całością (rodziny) A, kiedy jest jej całością czyli łączną sumą, chociaż w tym wypadku mam do czynienia z tożsamością, a nie ze stosunkiem należenia. Albowiem jedna jedyna klasa jest (poprawną) całością rodziny A, a w szczególności jest nią klasa α, o ile rodzina A jest adekwatna z klasą α, gdy natomiast błędna całość rodziny A jest rodziną, do której oprócz innych klas należy też klasa α, o ile A nie jest adekwatna z α. Jeśli więc mówię, że (klasa) α jest błędną całością (rodziny) A, to mam na myśli, że jest ona jedna spośród wielu jej błędnych całości, że więc ona należy

do ich klasy. Jeżeli zaś wysławiam się, że (klasa) α jest (poprawną) całością rodziny A, to mam na myśli, że jest ona jedyną jej całością, że tedy jest ona z nią identyczna.

Otóż (rodzina) A jest wtenczas i tylko wtenczas (poprawnym) podziałem (klasy) α, jeśli 1. jest podziałem i 2. α jest jego (poprawną) całością. (Rodzina) A jest zaś wtedy i tylko wtedy błędnym podziałem klasy α, jeśli 1. jest podziałem poprawnym lub błędnym w znaczeniu poprzednio wyróżnionym i 2. α jest jego (błędną) całością. Czy zatem (rodzina) A jest poprawnym czy błędnym podziałem (klasy) α, nie zależy to od tego, czy jest ona poprawnym, czy błędnym podziałem, ale od tego, czy (klasa) α jest jej poprawną, czy błędną całością. Jeśli więc (rodzina) A jest błędnym podziałem (klasy) α, to błąd nie tkwi w tym, że A nie jest podziałem, lecz w tym, iż α nie jest jej całością. Błąd tedy nie leży w tym wypadku w samej rodzinie A, lecz w jej stosunku do (klasy) α: (klasę) α uważa się za jej (poprawną) całość, gdy tymczasem jest ona tylko jej błędną całością. Błędny podział (klasy) α nie musi być błędnym podziałem, ale (klasa) α jest jego błędną całością. (Poprawny) podział (klasy) α jest (poprawnym) podziałem, a (klasa) α jest jego (poprawną) całością. Błędny podział (klasy) α może być tak samo, jak jej (poprawny) podział, podziałem, więc może być także poprawnym podziałem, chociaż też może nim nie być, ale jest nieadekwatny z klasą α. W tym znaczeniu tedy wyrażenie „błędny podział" znaczy to samo, co wyrażenie „podział nieadekwatny", a więc oznacza znów tylko jeden błąd w podziale.

Ponieważ żaden podział nierozłączny nie jest podziałem w znaczeniu logicznym, przeto nierozłączny podział jest błędnym podziałem w znaczeniu logicznym, gdy natomiast nieadekwatny podział klasy α może nie być, chociaż również może być podziałem w znaczeniu logicznym.

Ponieważ ani żaden podział obcy, ani żaden podział niewspółrzędny nie jest podziałem w znaczeniu metodologicznym, przeto jest błędnym podziałem w znaczeniu metodologicznym, gdy tymczasem podział mętny może nie być, ale też może być podziałem w znaczeniu metodologicznym. Tak podany w rozdziale V, 2, pierwszy przykład podziału mętnego jest podziałem metodologicznym, ale drugi jego przykład nie jest podziałem logicznym, a zatem nie jest też podziałem metodologicznym.

W przypadku podziału nierozłącznego lub podziału obcego można mówić o błędnym podziale, gdy w przypadku podziału nieadekwatnego lub mętnego nie można mówić o błędnym podziale (ani w znaczeniu logicznym, ani w znaczeniu metodologicznym), ale o błędnym podziale pewnego gatunku. Ponieważ żaden nieadekwatny podział klasy α nie jest jej podziałem, przeto jest błędnym podziałem klasy α. Ponieważ żaden podział według kilku zasad nie jest podziałem według pewnej zasady, przeto jest błędnym podziałem według pewnej zasady.

Tymczasem także i w tych przypadkach mówi się o błędnym podziale. Zatem znaczenie nadane powyżej wyrażeniu „błędny podział" nie pokrywa się z tym znaczeniem, jakie łączy się z nim zwykle.

Dlatego tworzę klasę o następujących 5 członach, zaliczając do niej 1. podział nierozłączny, 2. podział nieadekwatny, 3. podział według kil-

ku zasad, 4. podział niewspółrzędny i 5. podział obcy, a każdy jej element nazywam podziałem błędnym. Gdy błędny podział (w znaczeniu logicznym lub metodologicznym) jest agregatem, to zdefiniowany właśnie błędny podział jest klasą agregatów. Aby uniknąć zaś wieloznaczności, wolę mówić o podziale nierozłącznym zamiast o błędnym podziale w znaczeniu logicznym i o podziale obcym lub niewspółrzędnym zamiast o błędnym podziale w znaczeniu metodologicznym.

Ale mimo to wyrażenie „błędny podział" nie jest jeszcze jednoznaczne: używa się bowiem tego wyrażenia jeszcze w drugim znaczeniu. W tym znaczeniu oznacza ono łączną sumę klasy podziałów błędnych w pierwszym znaczeniu. (Rodzina) A jest więc wtedy i tylko wtedy podziałem błędnym w drugim znaczeniu, jeśli istnieje taki (agregat) $\mathfrak{H}$ że 1. $\mathfrak{H}$ jest błędnym podziałem w pierwszym znaczeniu i 2. $A \varepsilon \mathfrak{H}$.

Podział błędny w drugim znaczeniu nie jest tak, jak podział błędny w pierwszym znaczeniu, klasą agregatów, lecz agregatem. W zdaniu „podział trójkątów na ostrokątne i rozwartokątne jest podziałem błędnym" wyrażenie „błędny podział" ma swe drugie znaczenie, gdy natomiast w zdaniu „podział nieadekwatny jest podziałem błędnym" ma ono znaczenie pierwsze, jeśli wyraz „jest" oznacza „należenie", a znaczenie drugie, jeśli wyraz „jest" oznacza „część" (mieszczenie). Stąd nie ma już wieloznaczności ani słówka „jest", ani wyrażenia „błędny podział" w zdaniu „każdy podział nieadekwatny jest podziałem błędnym" i w zdaniu „podział za ciasny jest podziałem błędnym".

Można mówić jeszcze w innych znaczeniach o błędnym podziale.

Błędnym podziałem w pierwszym znaczeniu logiki tradycyjnej, czyli błędnym podziałem w pierwszym znaczeniu tradycyjnym nazywam każdy człon klasy, do której należą: 1. podział nierozłączny, 2. podział nieadekwatny, 3. podział ze skokiem i 4. podział według kilku zasad. Nie każdy podział błędny w pierwszym poprzednio podanym znaczeniu jest podziałem w pierwszym znaczeniu tradycyjnym. Tak np. podział obcy jest podziałem błędnym w pierwszym poprzednio wyróżnionym znaczeniu, lecz nie jest podziałem błędnym w pierwszym znaczeniu tradycyjnym.

Łączną sumę klasy podziałów błędnych w pierwszym znaczeniu tradycyjnym nazywam podziałem błędnym w drugim znaczeniu logiki tradycyjnej, czyli błędnym podziałem w drugim znaczeniu tradycyjnym. Każdy podział błędny w drugim znaczeniu tradycyjnym jest podziałem błędnym w drugim powyżej podanym znaczeniu, lecz nie każdy podział błędny w drugim powyżej wyróżnionym znaczeniu jest podziałem błędnym w drugim znaczeniu tradycyjnym Tak np. podział czworoboków krzyżowych na kwadraty, romby i deltoidy jest podziałem błędnym w drugim poprzednio wyróżnionym znaczeniu, ale nie jest podziałem błędnym w drugim znaczeniu tradycyjnym.

Dlatego nazywam też podział błędny w drugim poprzednim znaczeniu podziałem błędnym w drugim szerszym znaczeniu, a podział błędny w drugim znaczeniu tradycyjnym podziałem błędnym w drugim węższym znaczeniu.

7. O podziale logicznie lub metodologicznie błędnym

Podział ze stanowiska logiki, czyli logicznie błędny jest to taki podział błędny (w pierwszym znaczeniu), który daje się zdefiniować przy pomocy samych terminów logicznych. Podziałem logicznie błędnym jest podział nierozłączny i podział nieadekwatny.

Podział ze stanowiska metodologii błędny, czyli metodologicznie błędny jest to taki podział błędny (w pierwszym znaczeniu), który nie daje się zdefiniować wyłącznie przy pomocy terminów logicznych. Podziałami metodologicznie błędnymi są: podział według kilku zasad, podział obcy i podział niewspółrzędny.

Dlatego podziały błędne (w pierwszym znaczeniu) dzielą się na podziały logicznie błędne i na podziały metodologicznie błędne.

Ale można mówić o podziale logicznie błędnym i o podziale metodologicznie błędnym jeszcze w innym znaczeniu.

Łączną sumę klasy podziałów logicznie błędnych w pierwszym znaczeniu nazywam podziałem ze stanowiska logiki błędnym, czyli logicznie błędnym w drugim znaczeniu. (Rodzina) A jest więc wtedy i tylko wtedy podziałem logicznie błędnym w drugim znaczeniu, jeśli istnieje taki podział logicznie błędny w pierwszym znaczeniu ϑ, że $A \varepsilon \vartheta$. Tak podział trójkątów na ostrokątne i rozwartokątne jest podziałem logicznie błędnym (w drugim znaczeniu), ponieważ jest nieadekwatnym podziałem, a nieadekwatny podział jest podziałem logicznie błędnym (w pierwszym znaczeniu). Każdy podział nierozłączny, każdy podział za ciasny i każdy podział za obszerny jest ze stanowiska logiki błędny (w drugim znaczeniu).

Łączną sumę klasy podziałów metodologicznie błędnych w pierwszym znaczeniu nazywam podziałem ze stanowiska metodologii, czyli metodologicznie błędnym w drugim znaczeniu. (Rodzina) A jest tedy tylko wtenczas metodologicznie błędnym podziałem w drugim znaczeniu, jeśli istnieje taki podział metodologicznie błędny w pierwszym znaczeniu, że A jest nim. Tak podział czworoboków na trapezoidy i nietrapezoidy jest podziałem ze stanowiska metodologii błędnym (w drugim znaczeniu), gdyż jest podziałem obcym, a podział obcy jest podziałem metodologicznie błędnym (w pierwszym znaczeniu). Każdy podział według kilku zasad, każdy podział obcy i każdy podział niewspółrzędny jest ze stanowiska metodologii błędny (w drugim znaczeniu). Każdy podział za krótki i każdy podział ze skokiem jest metodologicznie błędny (w drugim znaczeniu).

Błędne podziały tedy należą do dwu różnych nauk: do logiki i do metodologii.

Klasyfikacja jest wtedy i tylko wtedy ze stanowiska logiki błędna, czyli logicznie błędna, jeśli przynajmniej jeden z jej członów: podział główny lub podział poboczny jest podziałem logicznie błędnym w drugim znaczeniu. Klasyfikacja zaś jest wtedy i tylko wtedy ze stanowiska metodologii błędna, czyli metodologicznie błędna, jeśli przynajmniej jeden z jej członów jest podziałem metodologicznie błędnym w drugim znaczeniu.

Każdy nierozłączny podział ze skokiem jest podziałem zarówno ze stanowiska logiki, jak ze stanowiska metodologii błędnym w drugim znaczeniu. Istnieją tedy takie podziały logicznie błędne w drugim znaczeniu, które są zarazem podziałami metodologicznie błędnymi w drugim znaczeniu. Zatem klasa podziałów logicznie błędnych w drugim znaczeniu nie wyklucza się z klasą podziałów metodologicznie błędnych w drugim znaczeniu. Dlatego podział podziałów błędnych w drugim znaczeniu na logicznie błędne i metodologicznie błędne jest podziałem nierozłącznym.

Zatem tylko podziały błędne w pierwszym znaczeniu dzielą się na logicznie błędne i metodologicznie błędne, gdy natomiast podziały błędne w drugim znaczeniu nie dają się podzielić na logicznie błędne i metodologicznie błędne.

8. O podziałach pojedynczo i wielokrotnie błędnych

(Rodzina) A jest wówczas i tylko wówczas czystym podziałem nierozłącznym, gdy 1. jest podziałem nierozłącznym i 2. dla jakiegokolwiek (agregatu) ϑ, jeśli ϑ jest błędnym podziałem (w pierwszym znaczeniu) i $A \varepsilon \vartheta$, to ϑ jest identyczne z podziałem nierozłącznym. Oba podane w rozdziale V, 1, przykłady podziału nierozłącznego są czystymi podziałami nierozłącznymi.

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy czystym podziałem nieadekwatnym, jeśli 1. jest podziałem nieadekwatnym i 2. jakikolwiek podział błędny (w pierwszym znaczeniu) jest identyczny z podziałem nieadekwatnym, o ile A jest nim. Podany w rozdziale V, 1, przykład pierwszy podziału za ciasnego i przykład pierwszy podziału za obszernego jest czystym podziałem nieadekwatnym.

(Rodzina) A jest wtenczas i tylko wtenczas czystym podziałem mętnym, jeśli 1. jest podziałem mętnym i 2. istnieje co najwyżej jeden taki błędny podział (w pierwszym znaczeniu), że A jest nim. Podany w rozdziale V, 2, pierwszy przykład podziału mętnego jest czystym podziałem mętnym.

(Rodzina) A jest tylko wówczas czystym podziałem niewspółrzędnym, jeśli 1. jest podziałem niewspółrzędnym i 2. należy do najwyżej jednego błędnego podziału (w pierwszym znaczeniu). Podane w rozdziale V, 4, trzy pierwsze przykłady podziału niewspółrzędnego są czystymi podziałami niewspółrzędnymi.

(Rodzina) A jest tylko wtedy czystym podziałem obcym, jeśli 1. jest podziałem obcym i 2. istnieje co najwyżej jeden taki błędny podział (w pierwszym znaczeniu), że A jest nim. Podane w rozdziale V, 3, trzy pierwsze przykłady podziału obcego są czystymi podziałami obcymi.

(Rodzina) A jest tylko wtenczas nierozłącznym podziałem nieadekwatnym, jeśli jest podziałem 1. nierozłącznym i 2. nieadekwatnym. Podane w rozdziale V, 1, drugie przykłady podziału za ciasnego i podziału za obszernego są nierozłącznymi podziałami nieadekwatnymi.

(Rodzina) A jest tylko wówczas nierozłącznym podziałem mętnym, jeśli jest podziałem 1. nierozłącznym i 2. mętnym. Podany w rozdziale V, 2, drugi przykład podziału mętnego jest nierozłącznym podziałem mętnym.

(Rodzina) A jest tylko wtedy nierozłącznym podziałem niewspółrzędnym, jeśli jest podziałem 1. nierozłącznym i 2. niewspółrzędnym. Podany w rozdziale V, 4, czwarty przykład podziału niewspółrzędnego jest nierozłącznym podziałem niewspółrzędnym.

(Rodzina) A jest tylko wówczas nierozłącznym podziałem obcym, jeśli jest podziałem 1. nierozłącznym i 2. obcym. Podany w V, 3, czwarty przykład podziału obcego jest nierozłącznym podziałem obcym.

(Rodzina) A jest tylko wtedy nieadekwatnym podziałem niewspółrzędnym, jeśli jest podziałem 1. nieadekwatnym i 2. niewspółrzędnym. Podział czworoboków na równoległoboki równoboczne, równoległoboki różnoboczne i trapezy jest nieadekwatnym podziałem niewspółrzędnym.

(Rodzina) A jest tylko wtenczas nieadekwatnym podziałem obcym, jeśli jest podziałem 1. nieadekwatnym i 2. obcym. Podział czworoboków krzyżowych na kwadraty i romby jest nieadekwatnym podziałem obcym.

(Rodzina) A jest wówczas i tylko wówczas podziałem pojedynczo błędnym, gdy 1. jest podziałem błędnym (w drugim znaczeniu) i 2. dla jakichkolwiek (agregatów) ϑ i ζ jeśli ϑ i ζ są podziałami błędnymi (w pierwszym znaczeniu), a $A \varepsilon \vartheta$ i $A \varepsilon \zeta$, to $\vartheta = \zeta$. Jeśli tedy A jest podziałem pojedynczo błędnym, to istnieje co najmniej jeden taki błędny podział (w pierwszym znaczeniu), że A jest nim i istnieje co najwyżej jeden taki podział błędny (w pierwszym znaczeniu), że A jest nim, krótko: istnieje dokładnie jeden taki błędny podział (w pierwszym znaczeniu), że A jest nim, A jest pewnym dokładnie jednym błędnym podziałem (w pierwszym znaczeniu). Każdy czysty podział nierozłączny, każdy czysty podział nieadekwatny, każdy czysty podział mętny, każdy czysty podział niewspółrzędny i każdy czysty podział obcy jest podziałem pojedynczo błędnym.

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy podziałem wielokrotnie błędnym, jeśli istnieją co najmniej dwa takie błędne podziały (w pierwszym znaczeniu) ϑ i ζ, że $A \varepsilon \vartheta$ i $A \varepsilon \zeta$. Każdy podział wielokrotnie błędny jest podziałem błędnym (w drugim znaczeniu). Każdy nierozłączny podział nieadekwatny, każdy nierozłączny podział mętny, każdy nierozłączny podział niewspółrzędny, każdy nierozłączny podział obcy i każdy nieadekwatny podział niewspółrzędny jest podziałem wielokrotnie błędnym.

9. O podziałach właściwie i niewłaściwie błędnych

Każdy czysty podział nieadekwatny jest podziałem w znaczeniu metodologicznym, gdy tymczasem ani żaden czysty podział nierozłączny, ani żaden nierozłączny podział nieadekwatny nie jest podziałem w znaczeniu metodologicznym.

Okazuje się tedy, że niektóre podziały błędne w drugim znaczeniu są podziałami w znaczeniu metodologicznym; inne zaś nie są nimi. Istnieją tedy takie błędne podziały w drugim znaczeniu, które nie są podziałami w znaczeniu metodologicznym. Istnieją jednak też takie błędne podziały w drugim znaczeniu, które są podziałami w znaczeniu metodologicznym.

Wobec tego wprowadzam następujące określenia:

1. Podział błędny we właściwym znaczeniu czyli podział właściwie błędny jest to taki podział błędny (w drugim znaczeniu), który nie jest podziałem w znaczeniu metodologicznym. Żaden podział właściwie błędny nie jest podziałem w znaczeniu metodologicznym. Każdy czysty podział nierozłączny, każdy nierozłączny podział nieadekwatny, każdy podział niewspółrzędny, każdy podział obcy i każdy nierozłączny podział mętny jest podziałem właściwie błędnym.

2. Podział błędny w niewłaściwym znaczeniu, czyli podział niewłaściwie błędny jest to taki podział błędny (w drugim znaczeniu), który jest podziałem w znaczeniu metodologicznym. Ponieważ każdy podział niewłaściwie błędny jest podziałem w znaczeniu metodologicznym, a każdy podział metodologiczny jest podziałem w znaczeniu logicznym, przeto żaden podział niewłaściwie błędny nie jest ani błędnym podziałem w znaczeniu logicznym,ani błędnym podziałem w znaczeniu metodologicznym. Każdy podział niewłaściwie błędny jest to taki podział metodologiczny, który jest zarazem podziałem nieadekwatnym lub podziałem mętnym. Każdy czysty podział nieadekwatny, każdy czysty podział mętny i każdy nieadekwatny podział mętny jest podziałem niewłaściwie błędnym.

Można jednak jeszcze w innym znaczeniu mówić o właściwie lub niewłaściwie błędnym podziale.

1. Właściwie błędny podział w drugim znaczeniu, czyli właściwie błędny podział logiczny jest to taki podział błędny (w drugim znaczeniu), który nie jest podziałem logicznym. Każdy podział nierozłączny i tylko on jest właściwie błędnym podziałem logicznym.

2. Niewłaściwie błędny podział w drugim znaczeniu, czyli niewłaściwie błędny podział logiczny jest to taki podział błędny (w drugim znaczeniu), który jest podziałem logicznym. Każdy niewłaściwie błędny podział logiczny jest to taki podział logiczny, który jest zarazem podziałem nieadekwatnym lub podziałem mętnym lub podziałem niewspółrzędnym lub podziałem obcym.

W przeciwieństwie do właściwie lub niewłaściwie błędnego podziału logicznego nazywam właściwie lub niewłaściwie błędny podział w pierwszym znaczeniu również właściwie lub niewłaściwie błędnym podziałem metodologicznym.

Każdy właściwie błędny podział logiczny jest właściwie błędnym podziałem metodologicznym, ale nie każdy właściwie błędny podział metodologiczny jest właściwie błędnym podziałem logicznym. Każdy podział nierozłączny jest właściwie błędnym podziałem zarówno logicznym, jak metodologicznym. Każdy podział obcy zaś jest właściwie błędnym podziałem metodologicznym, ale nie każdy podział obcy jest

właściwie błędnym podziałem logicznym. Żaden czysty podział obcy nie jest bowiem właściwie błędnym podziałem logicznym. Każdy podział niewspółrzędny zaś jest właściwie błędnym podziałem metodologicznym, ale nie każdy podział niewspółrzędny jest właściwie błędnym podziałem logicznym. Żaden bowiem czysty podział niewspółrzędny nie jest właściwie błędnym podziałem logicznym. Każdy właściwie błędny podział metodologiczny jest tylko nierozłączny lub obcy, lub niewspółrzędny.

Każdy niewłaściwie błędny podział metodologiczny jest niewłaściwie błędnym podziałem logicznym. Istnieją niewłaściwie błędne podziały metodologiczne, które są zarazem niewłaściwie błędnymi podziałami logicznymi. Tak np. każdy nieadekwatny podział mętny jest niewłaściwie błędnym podziałem zarówno logicznym, jak metodologicznym, ponieważ zgodnie ze swą definicją nie jest ani nierozłączny, ani obcy, ani niewspółrzędny. Istnieją też niewłaściwie błędne podziały logiczne, które nie są niewłaściwie błędnymi podziałami metodologicznymi. Tak np. każdy nieadekwatny podział obcy jest niewłaściwie błędnym podziałem logicznym, lecz nie jest niewłaściwie błędnym podziałem metodologicznym, bo jest jako podział obcy właściwie błędnym podziałem metodologicznym.

Istnieją również właściwie błędne podziały metodologiczne, które są niewłaściwie błędnymi podziałami logicznymi. Tak np. czysty podział obcy jest właściwie błędnym podziałem metodologicznym, bo jest podziałem obcym. Ponieważ zaś jest podziałem błędnym w drugim znaczeniu i jest podziałem logicznym, przeto jest niewłaściwie błędnym podziałem logicznym. Również czysty podział niewspółrzędny jest właściwie błędnym podziałem metodologicznym, lecz jest niewłaściwie błędnym podziałem logicznym.

10. O wzajemnych stosunkach między gatunkami podziału błędnego

W poprzednich rozdziałach wyróżniam kilka gatunków podziału błędnego. Obecnie zajmę się ich wzajemnymi stosunkami.

Tak odróżniam powyżej podziały logicznie lub metodologicznie błędne, właściwie i niewłaściwie błędne podziały logiczne oraz właściwie i niewłaściwie błędne podziały metodologiczne. Rozważam więc najpierw wzajemny stosunek tych gatunków podziału błędnego.

Każdy właściwie błędny podział logiczny jest logicznie błędny. Niektóre jednak właściwie błędne podziały logiczne są też i metodologicznie błędne. Tak np. każdy nierozłączny podział mętny jest nie tylko logicznie, lecz także metodologicznie błędny. Podział zaś logicznie błędny nie musi być właściwie błędnym podziałem logicznym. Tak np. każdy czysty podział nieadekwatny jest logicznie błędny, ale nie jest właściwie błędnym podziałem logicznym.

Właściwie błędny podział metodologiczny nie musi być też i metodologicznie błędny. Tak np. czysty podział nierozłączny jest logicznie, a nie metodologicznie błędny, chociaż jest też właściwie błędnym podziałem metodologicznym. Ale niektóre właściwie błędne podziały

metodologiczne są nie tylko logicznie, lecz także metodologicznie błędne. Tak np. każdy nierozłączny podział obcy jest i logicznie i metodologicznie błędny. Podział metodologicznie błędny nie musi być zarazem właściwie błędnym podziałem metodologicznym. Tak np. każdy czysty podział mętny jest metodologicznie błędny, chociaż nie jest przecież właściwie błędnym podziałem metodologicznym. Zatem klasa właściwie błędnych podziałów metodologicznych i klasa podziałów metodologicznie błędnych krzyżują się ze sobą.

Zarówno niektóre niewłaściwie błędne podziały logiczne, jak również niektóre niewłaściwie błędne podziały metodologiczne są i logicznie i metodologicznie błędne. Tak np. każdy nieadekwatny podział według kilku zasad jest i logicznie i metodologicznie błędny. Podział logicznie błędny nie musi być też niewłaściwie błędnym podziałem logicznym. Tak np. każdy czysty podział nierozłączny jest podziałem logicznie błędnym, ale nie jest niewłaściwie błędnym podziałem logicznym. Podział metodologicznie błędny nie musi również być niewłaściwie błędnym podziałem metodologicznym. Tak np. każdy czysty podział obcy jest metodologicznie błędny, chociaż nie jest niewłaściwie błędnym podziałem metodologicznym. Niewłaściwie błędny podział logiczny nie musi być też logicznie błędny. Tak np. każdy czysty podział według kilku zasad jest niewłaściwie błędnym podziałem logicznym, ale nie jest logicznie błędny. Także niewłaściwie błędny podział metodologiczny nie musi być metodologicznie błędny. Tak np. każdy czysty podział nieadekwatny jest niewłaściwie błędnym podziałem metodologicznym, choć nie jest metodologicznie błędny. Zatem krzyżuje się zarówno klasa niewłaściwie błędnych podziałów logicznych z klasą podziałów logicznie błędnych, jak klasa niewłaściwie błędnych podziałów metodologicznych z klasą podziałów metodologicznie błędnych.

Mieliśmy też powyżej podział podziałów błędnych na pojedynczo i na wielokrotnie błędne. Ze względu na dwa znaczenia wyrazu „podział", logiczne i metodologiczne, mieliśmy też dwa podziały podziałów błędnych na właściwie i niewłaściwie błędne.

Ze skrzyżowania podziału podziałów błędnych (w drugim znaczeniu) na właściwie i niewłaściwie błędne z ich podziałem na pojedynczo i wielokrotnie błędne otrzymuję skrzyżowany podział podziałów błędnych (w drugim znaczeniu) na następujące 4 gatunki:

1. podziały pojedynczo błędne we właściwym znaczeniu. 2. podziały pojedynczo błędne w niewłaściwym znaczeniu, 3. podziały wielokrotnie błędne we właściwym znaczeniu i 4. podziały wielokrotnie błędne w niewłaściwym znaczeniu.

Podział pojedynczo błędny we właściwym znaczeniu jest to taki podział właściwie błędny, który jest pojedynczo błędny. Podziałem pojedynczo błędnym we właściwym znaczeniu jest każdy czysty podział nierozłączny.

Podział pojedynczo błędny w niewłaściwym znaczeniu jest to taki podział niewłaściwie błędny, który jest pojedynczo błędny. Podziałem pojedynczo błędnym w niewłaściwym znaczeniu jest każdy czysty podział nieadekwatny.

Podział wielokrotnie błędny we właściwym znaczeniu jest to taki podział właściwie błędny, który jest wielokrotnie błędny. Podziałem wielokrotnie błędnym we właściwym znaczeniu jest każdy nierozłączny podział nieadekwatny.

Podział wielokrotnie błędny w niewłaściwym znaczeniu jest to taki podział niewłaściwie błędny, który jest wielokrotnie błędny. Podziałem wielokrotnie błędnym w niewłaściwym znaczeniu jest każdy nieadekwatny podział mętny.

Odróżniam tedy dwa znaczenia, wyrażenia „błędny podział". Gdy podział błędny w drugim znaczeniu jest klasą trzeciego rzędu, to błędny podział w pierwszym znaczeniu jest klasą aż czwartego rzędu. Gdy podziały błędne w pierwszym znaczeniu dzielą się tylko w jeden sposób, to błędne podziały w drugim znaczeniu dają się dzielić w 3 sposoby.

VI. O PODZIAŁACH POPRAWNYCH

1. O poprawnym podziale logicznym lub metodologicznym

Wynikiem moich rozważań jest odróżnienie następujących znaczeń wyrażenia „błędny podział":

I, 1. Wyrażenie „błędny podział logiczny" znaczy to samo, co wyrażenie: „podział nierozłączny", a więc oznacza ogólną rodzinę nierozłączną o niejednostkowej całości.

2. Wyrażenie: „błędny podział metodologiczny" znaczy to samo, co wyrażenie: „podział obcy lub podział niewspółrzędny", a zatem oznacza ogólną rodzinę o niejednostkowej całości, posiadającą tę własność, iż nie istnieje w żadnej nauce termin, oznaczający jakiś jej człon lub jej całość lub — o ile istnieją w jakiejś nauce terminy, oznaczające jej całość i jakikolwiek jej człon — terminy, oznaczające pewne jej człony, nie są w tej nauce, współrzędne terminowi, oznaczającemu jej całość.

II. 1. Wyrażenie „podział błędny w pierwszym znaczeniu tradycyjnym" znaczy to samo, co wyrażenie „suma jednostkowych klas agregatów podziału nierozłącznego, podziału nieadekwatnego, podziału ze skokiem i na koniec podziału według kilku zasad".

2. Wyrażenie „podział błędny w pierwszym moim znaczeniu" znaczy to samo, co wyrażenie „suma jednostkowych klas agregatów podziału nierozłącznego, podziału nieadekwatnego, podziału niewspółrzędnego, podziału według kilku zasad i wreszcie podziału obcego".

III, 1. Wyrażenie „podział błędny w drugim znaczeniu tradycyjnym" znaczy to samo, co wyrażenie „suma agregatów podziału nierozłącznego, podziału nieadekwatnego, podziału ze skokiem i w końcu podziału według kilku zasad".

2. Wyrażenie „podział błędny w drugim moim znaczeniu" znaczy to samo, co wyrażenie „suma agregatów podziału nierozłącznego, podziału nieadekwatnego, podziału niewspółrzędnego, podziału według kilku zasad i ostatecznie podziału obcego".

IV, 1. Wyrażenie „podział logicznie błędny" znaczy to samo, co wyrażenie „jakiś podział błędny, zdefiniowany przy pomocy samych terminów logicznych".

2. Wyrażenie „podział metodologicznie błędny" znaczy to samo, co wyrażenie „pewien podział błędny, niezdefiniowalny tylko przy pomocy terminów logicznych".

Pierwszemu (I) znaczeniu wyrażenia „błędny podział" odpowiadają wyrażenia „poprawny podział logiczny" i „poprawny podział metodologiczny".

1. Wyrażenie „poprawny podział logiczny“ znaczy to samo, co wyrażenie „podział logiczny“, oznacza tedy ogólną rodzinę rozłączną o niejednostkowej całości.

2. Wyrażenie „poprawny podział metodologiczny“ znaczy to samo, co wyrażenie „podział metodologiczny“, oznacza więc podział logiczny, posiadający tę własność, iż istnieją w jakiejś nauce takie terminy, oznaczające zarówno każdy jego człon, jak jego całość, że terminy, oznaczające jego człony, są w niej współrzędne względem terminu, oznaczającego jego całość.

W omówionym przypadku wyraz „poprawny“ ma tak, jak wyraz „błędny“ z przypadku I, znaczenie zgodne z jego definicją, podaną w rozdziale V, 6. W innych przypadkach wyraz „błędny“ ma znaczenie różne od jego znaczenia z tej definicji. Dlatego także znaczenie wyrazu „poprawny“ w innych przypadkach nie jest też zgodne z jego znaczeniem, przypisanym mu definicją, podaną w rozdziale V, 6.

2. O podziale właściwie lub niewłaściwie poprawnym

W ł a ś c i w i e p o p r a w n y p o d z i a ł l o g i c z n y jest to taki podział w znaczeniu logicznym, który nie jest podziałem błędnym w drugim znaczeniu. Zatem właściwie poprawny podział logiczny jest to taki podział logiczny, który nie jest ani podziałem nieadekwatnym, ani podziałem według kilku zasad. Podział czworoboków krzyżowych na kwadraty, romby i deltoidy jest właściwie poprawnym podziałem logicznym.

Ponieważ każdy niewłaściwie błędny podział logiczny jest takim podziałem w znaczeniu logicznym, który jest podziałem błędnym w drugim znaczeniu, przeto nazywam go również n i e w ł a ś c i w i e p o p r a w n y m p o d z i a ł e m l o g i c z n y m.

Stąd (poprawne) podziały logiczne dzielą się na właściwie poprawne i niewłaściwie poprawne, czyli niewłaściwie błędne.

Ponieważ istnieją błędne podziały w drugim znaczeniu, które nie są podziałami w znaczeniu logicznym (właściwie błędne podziały logiczne), ponieważ dalej istnieją błędne podziały w drugim znaczeniu, które są podziałami w znaczeniu logicznym (niewłaściwie błędne, czyli poprawne podziały logiczne) i ponieważ wkońcu istnieją podziały w znaczeniu logicznym, które nie są błędnymi podziałami w drugim znaczeniu, przeto klasa podziałów w znaczeniu logicznym i klasa podziałów błędnych w drugim znaczeniu nie wykluczają się wzajemnie, lecz krzyżują się ze sobą.

Z rozdziału V, 9, wiem, że istnieją takie podziały błędne w drugim znaczeniu, które nie są podziałami w znaczeniu metodologicznym, oraz takie podziały błędne w drugim znaczeniu, które są podziałami metodologicznymi. Istnieją również jednak takie podziały w znaczeniu metodologicznym, które nie są błędnymi podziałami w drugim znaczeniu (np. podział równoległoboków na równoboczne i różnoboczne). Zatem klasa podziałów w znaczeniu metodologicznym i klasa podziałów błędnych w drugim znaczeniu nie wyłączają się nawzajem, ale krzyżują się ze sobą.

Podział poprawny we właściwym znaczeniu, czyli właściwie poprawny podział lub właściwie poprawny podział metodologiczny jest to taki podział w znaczeniu metodologicznym, który nie jest podziałem błędnym w drugim znaczeniu. Właściwie poprawny podział metodologiczny jest to też taki podział metodologiczny, który nie jest ani podziałem nieadekwatnym, ani podziałem według kilku zasad. Podział równoległoboków na równoboczne i różnoboczne jest właściwie poprawnym podziałem metodologicznym.

Ponieważ każdy niewłaściwie błędny podział metodologiczny jest takim podziałem metodologicznym, który jest podziałem błędnym w drugim znaczeniu, przeto można go też nazwać niewłaściwie poprawnym podziałem metodologicznym.

Stąd także (poprawne) podziały metodologiczne dzielą się na właściwie i niewłaściwie poprawne.

Odróżnianie właściwie poprawnych podziałów, niewłaściwie poprawnych, czyli niewłaściwie błędnych podziałów, oraz właściwie błędnych podziałów nie zdziwi nikogo, kto zwróci uwagę na to, iż istnieją gatunki podziału i że mają one obok cech wspólnych wszystkim podziałom jeszcze cechy, które wyróżniają je od innych gatunków podziału. Otóż niektóre błędne podziały mają wszystkie cechy wspólne wszystkim podziałom, a nie posiadają cechy, wyróżniającej pewien gatunek podziału od innych jego gatunków. Dlatego są one podziałami, ale nie są podziałami jakiegoś gatunku: są one więc poprawnymi podziałami, ale błędnymi podziałami odpowiedniego gatunku. Ponieważ są one błędnymi podziałami pewnego gatunku, a mimo to poprawnymi podziałami, przeto są one niewłaściwie poprawnymi podziałami. Ponieważ znów nie są one błędnymi podziałami, a mimo to błędnymi podziałami jakiegoś gatunku, przeto są one też niewłaściwie błędnymi podziałami.

Niektóre błędne podziały dalej nie posiadają pewnej cechy wspólnej wszystkim podziałom: nie są one tedy podziałami, lecz błędnymi podziałami. Ponieważ nie są one (ani właściwie, ani niewłaściwie) poprawnymi podziałami, przeto są one właściwie błędnymi podziałami.

Rodzina, posiadająca cechy wspólne wszystkim podziałom i wszystkim podziałom pewnego gatunku, jest wreszcie nie tylko poprawnym podziałem, lecz także poprawnym podziałem jakiegoś gatunku, jest tedy poprawnym podziałem w każdym przypadku, a nie tak, jak niewłaściwie poprawny podział, który jest w jednym przypadku poprawny, w innym błędny, jest więc ona właściwie poprawnym podziałem.

3. O podziale logicznie lub metodologicznie poprawnym

Rodzina klasy kwadratów i klasy rombów jest (poprawnym) podziałem logicznym, ale jest podziałem logicznie błędnym, jeśli uważamy ją za podział równoległoboków: nie jest zaś podziałem logicznie błędnym, gdy mienimy ją podziałem równoległoboków równobocznych. Podział logicznie poprawny jest to taki podział logiczny, który nie jest logicznie błędny. Podział równoległoboków równobocznych na kwadraty i romby jest logicznie poprawny, gdy tymczasem podział równoległoboków na kwadraty i romby jest logicznie błędny.

Zarówno podział równoległoboków na równoboczne i różnoboczne, jak ich podział na opisalne na kole i różnoboczne jest (poprawnym) podziałem metodologicznym, chociaż drugi z nich jest metodologicznie błędny, gdy natomiast pierwszy nie jest metodologicznie błędny. Podział metodologicznie poprawny jest to taki podział metodologiczny, który nie jest metodologicznie błędny. Pierwszy podany powyżej podział równoległoboków jest metodologicznie poprawny, a drugi ich podział jest metodologicznie błędny.

Istnieją podziały i logicznie, i metodologicznie poprawne (np. podział równoległoboków na równoboczne i różnoboczne). Ale istnieją też podziały logicznie poprawne, a metodologicznie błędne, (np. podział czworoboków krzyżowych na kwadraty, romby i deltoidy). Istnieją również podziały metodologicznie poprawne, a logicznie błędne (np. czyste podziały nieadekwatne). Klasa podziałów logicznie poprawnych i klasa podziałów metodologicznie poprawnych nie wykluczają się tedy wzajemnie, lecz krzyżują się ze sobą. Dlatego nie wolno dzielić podziałów na logicznie i metodologicznie poprawne.

Każdy właściwie poprawny podział logiczny jest logicznie poprawny, ale niektóre niewłaściwie poprawne podziały logiczne są też logicznie poprawne (np. czyste podziały według kilku zasad). Niektóre więc podziały logicznie poprawne nie są właściwie poprawnymi podziałami logicznymi.

Każdy właściwie poprawny podział metodologiczny jest metodologicznie poprawny, lecz niektóre niewłaściwie poprawne podziały metodologiczne są także metodologicznie poprawne (np. czyste podziały nieadekwatne). Zatem niektóre podziały metodologicznie poprawne nie są właściwie poprawnymi podziałami metodologicznymi.

Każdy podział logicznie poprawny jest też (poprawnym) podziałem logicznym. Nie każdy jednak (poprawny) podział logiczny jest logicznie poprawny. Tak np. każdy czysty podział nieadekwatny jest podziałem logicznym, bo nie jest nierozłączny, ale nie jest logicznie poprawny.

Każdy podział metodologicznie poprawny jest również (poprawnym) podziałem metodologicznym. Niektóre atoli (poprawne) podziały metodologiczne nie są metodologicznie poprawne. Ponieważ np. żaden czysty podział według kilku zasad nie jest ani obcy, ani niewspółrzędny, przeto jest podziałem metodologicznym; nie jest on jednak metodologicznie poprawny.

Do dwóch znaczeń tak poprawności podziału logicznego, jak poprawności podziału metodologicznego, omówionych wyżej, dołącza się jeszcze trzecie ich znaczenie. Odróżniam więc 3 coraz szersze znaczenia poprawności podziału logicznego: właściwie poprawny podział logiczny, podział logicznie poprawny i (poprawny) podział logiczny, oraz 3 coraz obszerniejsze znaczenia poprawności podziału metodologicznego: właściwie poprawny podział metodologiczny, podział metodologicznie poprawny i (poprawny) podział metodologiczny.

VII. O NIEKTÓRYCH PODZIAŁACH POJEDYNCZO BŁĘDNYCH

1. O czystym podziale za ciasnym

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy czystym podziałem za ciasnym, jeśli 1. jest czystym podziałem nieadekwatnym i 2. podziałem za ciasnym.

(Rodzina) A jest wówczas i tylko wówczas czystym podziałem mało za ciasnym, jeśli jest 1. czystym podziałem za ciasnym i 2. podziałem mało za ciasnym. (Rodzina) A jest wtenczas i tylko wtenczas podziałem dużo za ciasnym, jeśli jest 1. czystym podziałem za ciasnym, i 2. podziałem dużo za ciasnym.

Czystym podziałem mało za ciasnym jest np. podział czworoboków na równoległoboki i trapezy. Jest on wynikiem zubażania o klasę trapezoidów właściwie poprawnego ich podziału na równoległoboki, trapezy i trapezoidy. Ponieważ klasa trapezoidów jest członem zubażanego podziału czworoboków i ponieważ zubażany podział jest politomią, przeto omawiany czysty podział mało za ciasny czworoboków jest wynikiem zubażania ich właściwie poprawnej politomii o jej człon. Każdy czysty podział mało za ciasny jest wynikiem zubażania właściwie poprawnej politomii tej samej klasy o jej człon.

Czystym podziałem dużo za ciasnym jest np. podział kręgowców na ssaki, ptaki i gady. Jest on wynikiem zniżania o rodzinę klasy płazów i klasy ryb właściwie poprawnego podziału kręgowców na ssaki, ptaki, gady, płazy i ryby Ponieważ rodzina zniżająca jest podpodziałem podziału zniżanego, dobrze węższym od niego pod względem elementów i całości, ponieważ podział zniżany jest politomią o więcej niż trzech członach, przeto omawiany czysty podział dużo za ciasny kręgowców jest wynikiem zniżania ich właściwie poprawnej politomii z więcej niż trzema członami o jej podpodział, od niej dobrze węższy pod względem elementów i całości. Każdy czysty podział klasy α dużo za ciasny jest wynikiem zniżania jej właściwie poprawnej politomii z więcej niż trzema członami o jej podpodział od niej dobrze węższy pod względem elementów i całości.

Każdy czysty podział za ciasny jest tedy wynikiem albo zubażania właściwie poprawnej politomii tej samej klasy o jakiś jej człon, albo zniżania właściwie poprawnej politomii tej samej klasy z więcej niż trzema członami o pewien jej podpodział, dobrze węższy od niej pod względem elementów i całości, jest więc wynikiem zmniejszania właściwie poprawnej politomii tej samej klasy o jej podpełną podrodzinę członową lub politomii tej samej klasy z więcej niż trzema członami o jej podpodział, od niej dobrze węższy pod względem elementów i całości.

Z tej własności czystego podziału za ciasnego wypływają następujące jego własności:

1. Ponieważ zmniejszanie i zwiększanie rodziny o tę samą rodzinę są działaniami względem siebie odwrotnymi, przeto wynikiem zwiększania czystego podziału za ciasnego o rodzinę brakującego mu członu niepustego właściwie poprawnej politomii tej samej klasy lub o ogólną rodzinę brakujących mu członów właściwie poprawnej politomii tej samej klasy z więcej niż trzema członami jest właściwie poprawny podział tej samej klasy, gdy tymczasem wynikiem jego zwiększania o inną rodzinę nie jest właściwie poprawny podział tej samej klasy. Tak np. wynikiem wzbogacania omówionego czystego podziału dużo za ciasnego kręgowców o klasę płazów jest ich czysty podział mało za ciasny na ssaki, ptaki, gady i płazy.

2. Całością czystego podziału za ciasnego jest różnica całości podziału zmniejszanego i całości rodziny zmniejszającej. Tak całością podanego powyżej czystego podziału mało za ciasnego czworoboków jest różnica klasy czworoboków i klasy trapezoidów, tj. klasa nietrapezoidów (czworoboków równoległobocznych lub trapezów w znaczeniu Iwaszkiewicza). Całością podanego poprzednio czystego podziału dużo za ciasnego kręgowców jest różnica klasy kręgowców oraz sumy klasy płazów i klasy ryb, a więc klasa, otrzymana z klasy kręgowców po usunięciu z niej wszystkich płazów i ryb, tj. klasa kręgowców, oddychających przez całe swe życie płucami.

3. Ponieważ wynik zmniejszania każdej właściwie poprawnej politomii o jej podpełną podrodzinę członową lub właściwie poprawnej politomii z więcej niż trzema członami o jej podpodział, dobrze węższy od niej pod względem elementów i całości jest podziałem, przeto czysty podział za ciasny jest podziałem. Ponieważ zaś czysty podział za ciasny klasy α jest wynikiem zmniejszania właściwie poprawnego jej podziału o rodzinę jego członów, przeto jest podziałem różnicy klasy α i całości rodziny zmniejszającej, tj. sumy brakujących mu jego członów.

Ponieważ nierozłączny podział za ciasny nie jest podziałem, przeto nie jest wynikiem zmniejszania żadnego właściwie poprawnego podziału o pewną jego podrodzinę. Ale wiemy z rozdziałów III, 2, 4, i 5, że także właściwie poprawny podział jest wynikiem zmniejszania właściwie poprawnego podziału o jakąś jego podrodzinę. Ta więc własność czystego podziału za ciasnego, że jest on wynikiem zmniejszania pewnego właściwie poprawnego podziału o jakąś jego podrodzinę, odróżnia go od nierozłącznego podziału za ciasnego, a zbliża do właściwie poprawnego podziału. Ta własność czystego podziału za ciasnego klasy α, że jego całość (poprawna) jest właściwym ingrediensem klasy α, nie odróżnia go od nierozłącznego podziału za ciasnego klasy α, ale też i nie odróżnia go od właściwie poprawnego podziału, którego całość jest także właściwym ingrediensem całości właściwie poprawnego podziału zmniejszanego. Czysty podział za ciasny różni się od właściwie poprawnego podziału tym, że jego całość utożsamiamy z całością tego właściwie poprawnego podziału, którego zmniejszania jest on wynikiem, gdy tymczasem całość właściwie poprawnego podziału odróżniamy od jego całości.

Błąd czystego podziału za ciasnego nie polega tedy ani na tym, że nie jest on podziałem w znaczeniu logicznym, ani na tym, że jego całością nie jest całość tego właściwie poprawnego podziału, którego zmniejszania jest on wynikiem, lecz na pomieszaniu ze sobą obu tych całości, jego całości poprawnej z jego całością błędną. Czysty podział za ciasny nie jest więc błędnym podziałem w znaczeniu logicznym, lecz jego błędną całością jest całość tego właściwie poprawnego podziału, którego zmniejszania jest on wynikiem. Czysty podział za ciasny jest zatem błędnym podziałem całości tego właściwie poprawnego podziału, którego zmniejszania jest on wynikiem, ale poprawnym podziałem pewnego jej właściwego ingrediensu. Tak czysty podział za ciasny czworoboków na równoległoboki i trapezy jest poprawnym podziałem nietrapezoidów, a czysty podział za ciasny kręgowców na ssaki, ptaki i gady jest poprawnym podziałem kręgowców, oddychających przez całe swe życie płucami.

Dlatego czysty podział za ciasny klasy α jest błędnym podziałem klasy α, chociaż jest poprawnym podziałem nie klasy α, a jakiegoś jej ingrediensu właściwego, pewnej klasy podrzędnej względem niej w terminologii logiki tradycyjnej. W terminologii logiki klasycznej można też powiedzieć, że czysty podział za ciasny przedmiotów klasy α nie jest ich podziałem, lecz jest podziałem jakiegoś ich gatunku.

Jeśli zmniejszając właściwie poprawną politomię klasy α o jej człon lub jej właściwie poprawną politomię z więcej niż trzema członami o jej podpodział, od niej dobrze węższy pod względem elementów i całości zdajemy sobie sprawę z tego, że całością wyniku zmniejszania jest różnica klasy α i całości rodziny zmniejszającej, otrzymujemy właściwie poprawny podział pewnego ingrediensu właściwego klasy α. Jeśli zaś, zmniejszając właściwie poprawną politomię klasy α o jej człon lub jej właściwie poprawną politomię z więcej niż trzema członami o jej podpodział, od niej dobrze węższy pod względem elementów i całości, mieszamy całość wyniku zmniejszania z klasą α, otrzymujemy błędny podział klasy α, jej podział za ciasny.

Ponieważ logika tradycyjna umie przekształcać czysty podział za ciasny na właściwie poprawny podział tej samej klasy, przeto wykonywa zarówno wzbogacanie, jak podwyższanie rodziny, choć nie zdaje sobie z nich sprawy. Logika klasyczna wykonywa tedy zwiększanie rodziny o jednostkową i podpełną lub ogólną i rozłączną rodzinę klas wykluczających się z każdą jej klasą. Ponieważ logika klasyczna nie zna klasy pustej, przeto nie zna też upustawiania rodziny, a więc jej zwiększania o rodzinę klasy pustej. Zatem logika tradycyjna wykonywa tylko niektóre gatunki zwiększania rodziny.

2. O czystym podziale za obszernym

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy czystym podziałem za obszernym, jeżeli jest 1. czystym podziałem nieadekwatnym i 2. podziałem za obszernym. (Rodzina) A jest wtenczas i tylko wtenczas czystym podziałem mało za obszernym, jeśli jest 1. czystym podziałem za obszernym, 2. podziałem mało za obszer-

nym. (Rodzina) A jest wówczas i tylko wówczas czystym podziałem dużo za obszernym, jeśli jest 1. czystym podziałem za obszernym i 2. podziałem dużo za obszernym.

Czystym podziałem mało za obszernym jest np. podział równoległoboków równobocznych na kwadraty, romby i deltoidy. Jest on wynikiem wzbogacania o klasę deltoidów właściwie poprawnego podziału równoległoboków równobocznych na kwadraty i romby. Ponieważ klasa deltoidów wyklucza się zarówno z klasą kwadratów, jak z klasą rombów, przeto czysty podział mało za obszerny właśnie omawiany jest wynikiem wzbogacania właściwie poprawnego podziału tej samej klasy o klasę wykluczającą się z każdym jego członem. Każdy czysty podział klasy α mało za obszerny jest wynikiem wzbogacania jej właściwie poprawnego podziału o klasę wykluczającą się z każdym jego członem.

Czystym podziałem dużo za obszernym jest np. podział równoległoboków równobocznych na kwadraty, romby, deltoidy, trapezy równoboczne i trapezoidy równoboczne. Jest on wynikiem podwyższania właściwie poprawnego ich podziału na kwadraty i romby o rodzinę klasy deltoidów, klasy trapezów równobocznych i klasy trapezoidów równobocznych.

Ponieważ rodzina podwyższająca jest rozłączna, a każda jej klasa wyłącza się zarówno z klasą kwadratów, jak z klasą rombów, przeto czysty podział dużo za obszerny równoległoboków równobocznych jest wynikiem podwyższania ich podziału właściwie poprawnego o rodzinę klas wykluczających się ze sobą i z każdym jego członem. Każdy czysty podział klasy α dużo za obszerny jest wynikiem podwyższania ich podziału właściwie poprawnego o rodzinę klas wyłączających się ze sobą i z każdym jego członem.

Każdy czysty podział za obszerny jest więc wynikiem albo wzbogacania właściwie poprawnego podziału tej samej klasy o klasę wykluczającą się z każdym jego członem, albo jego podwyższania o rozłączną rodzinę klas wykluczających się z każdym jego członem, jest tedy wynikiem zwiększania właściwie poprawnego podziału tej samej klasy albo o podpełną i jednostkową, albo o rozłączną i ogólną rodzinę klas wykluczających się z każdym jego członem.

Z tej własności czystego podziału za obszernego wypływają następujące dalsze jego własności.

1. Wynikiem zmniejszania czystego podziału za obszernego o rodzinę zbywającego mu członu niepustego właściwie poprawnego podziału tej samej klasy lub o ogólną rodzinę zbywających mu jego członów jest właściwie poprawny podział tej samej klasy, gdy tymczasem wynikiem jego zmniejszania o inną rodzinę nie jest właściwie poprawny podział tej samej klasy. Tak np. wynikiem zmniejszania czystego podziału dużo za obszernego równoległoboków równobocznych o rodzinę klasy trapezów równobocznych i klasy trapezoidów równobocznych jest ich podany powyżej czysty podział mało za obszerny.

2. Ponieważ wynik zwiększania każdego podziału albo o podpełną i jednostkową, albo o ogólną i rozłączną rodzinę klas wykluczających się

z każdym jego członem jest politomią, przeto także czysty podział za obszerny jest politomią.

3. Całością czystego podziału za obszernego jest suma całości rodziny zwiększającej i całości tego właściwie poprawnego podziału, którego zwiększania jest on wynikiem. Ponieważ klasa czworoboków krzyżowych jest sumą klasy równoległoboków równobocznych i klasy deltoidów, przeto całością powyższego czystego podziału mało za obszernego równoległoboków równobocznych jest klasa czworoboków krzyżowych. Jeśli zaś czworobokiem równobocznym nazwę każdy czworobok, w którym istnieją różne od siebie pary boków przecinających się ze sobą i przystających do siebie, to klasa czworoboków równobocznych jest sumą klasy równoległoboków równobocznych, klasy deltoidów, klasy trapezów równobocznych i klasy trapezoidów równobocznych. Zatem całością powyższego czystego podziału dużo za obszernego równoległoboków równobocznych jest klasa czworoboków równobocznych.

Ponieważ nierozłączny podział za obszerny nie jest podziałem, przeto nie jest też wynikiem zwiększania żadnego właściwie poprawnego podziału o rozłączną rodzinę klas wykluczających się z każdym jego członem. Ale w rozdziałach III, 2, 4 i 5, okazuje się, iż również właściwie poprawny podział jest wynikiem zwiększania właściwie poprawnego podziału o rozłączną rodzinę klas wykluczających się z każdym jego członem. Zatem czysty podział za obszerny różni się od nierozłącznego podziału za obszernego tym, że jest wynikiem zwiększania właściwie poprawnego podziału o rozłączną rodzinę klas, wykluczających się z każdym jego członem, a posiada tę własność wspólnie z właściwie poprawnym podziałem. Nie różni się zaś on ani od nierozłącznego podziału za obszernego, ani od właściwie poprawnego podziału tym, że jego całości właściwym ingrediensem jest całość tego właściwie poprawnego podziału, którego zwiększania jest on wynikiem. Czysty podział za obszerny różni się tym od właściwie poprawnego podziału, że jego całość utożsamiamy z całością tego właściwie poprawnego podziału, którego zwiększania jest on wynikiem, gdy natomiast całość właściwie poprawnego podziału odróżniamy od jego całości.

Stąd błąd czystego podziału za obszernego nie polega ani na tym, że nie jest on podziałem w znaczeniu logicznym, ani na tym, iż jego całością nie jest całość tego właściwie poprawnego podziału, którego zwiększania jest on wynikiem, lecz na pomieszaniu ze sobą obu tych całości: jego całości poprawnej i jego całości błędnej. Czysty podział za obszerny nie jest tedy błędnym podziałem w znaczeniu logicznym, lecz jego błędną całością jest całość tego właściwie poprawnego podziału, którego zwiększania jest on wynikiem. Zatem czysty podział za obszerny jest błędnym podziałem całości właściwie poprawnego podziału zwiększanego, ale poprawnym podziałem pewnej klasy względem niej nadrzędnej. Tak powyżej podany czysty podział mało za obszerny jest poprawnym podziałem czworoboków krzyżowych a ich powyższy czysty podział dużo za obszerny jest poprawnym podziałem czworoboków równobocznych.

Czysty podział za obszerny klasy α jest więc błędnym podziałem klasy α, choć jest poprawnym podziałem, bo jest poprawnym podziałem

nie klasy α, a jakiejś klasy jej nadporządkowanej. W terminologii logiki tradycyjnej czysty podział za obszerny przedmiotów (klasy) α jest (poprawnym) podziałem jakiegoś ich rodzaju.

Jeśli tedy, zwiększając właściwie poprawny podział klasy α o podpełną i jednostkową lub rozłączną i ogólną rodzinę klas wykluczających się z każdym jego członem, zdajemy sobie sprawę z tego, że całością podziału zwiększonego jest suma klasy α i całości rodziny zwiększającej, to otrzymujemy właściwie poprawny podział pewnej klasy nadrzędnej względem klasy α; jeśli zaś, zwiększając właściwie poprawny podział klasy α o podpełną i jednostkową lub rozłączną i ogólną rodzinę klas wykluczających się z każdym jego członem, mieszamy całość podziału zwiększonego z klasą α, to otrzymujemy błędny podział klasy α, jej podział za obszerny.

Ponieważ logika tradycyjna przekształca czysty podział za obszerny na właściwie poprawny podział tej samej klasy, przeto wykonywa zarówno zubażanie, jak i zniżanie rodziny, chociaż nie zdaje sobie z nich sprawy. Logika klasyczna wykonywa tedy zmniejszanie rodziny o jednostkową i podpełną lub ogólną jej podrodzinę. Ponieważ zaś logika tradycyjna odpustawia też rodzinę, a więc zmniejsza ją o podpustą jej podrodzinę jednostkową, przeto wykonywa zmniejszanie rodziny we wszystkich jego postaciach bez uświadomienia sobie tego.

3. O czystym podziale nieadekwatnym

Ponieważ każdy czysty podział nieadekwatny jest albo czystym podziałem za ciasnym, albo czystym podziałem za obszernym, przeto jest podziałem (w znaczeniu logicznym) i wynikiem zmniejszania lub zwiększania pewnego podziału właściwie poprawnego o jakąś rodzinę. Ale także podział właściwie poprawny jest podziałem i wynikiem zmniejszania lub zwiększania jakiegoś podziału właściwie poprawnego o pewną rodzinę. Zatem nie można odróżniać czystego podziału nieadekwatnego od podziału właściwie poprawnego przy pomocy działań zmniejszania lub zwiększania pewnego podziału właściwie poprawnego o jakąś rodzinę.

Jeśli rodzina A jest wynikiem zmniejszania lub zwiększania rodziny B o jakąś rodzinę, to albo A jest ingrediensem właściwym rodziny B, albo na odwrót, a więc A jest różne od B. Ponieważ czysty podział klasy α nieadekwatny jest wynikiem zmniejszania lub zwiększania jej podziału właściwie poprawnego o jakąś rodzinę, przeto jest różny od jej podziału (właściwie poprawnego). Albo czysty podział klasy α nieadekwatny jest ingrediensem właściwym jej podziału, albo właściwie poprawny podział klasy α jest ingrediensem właściwym jej czystego podziału nieadekwatnego. Nie tylko tym jednak różni się czysty podział klasy α nieadekwatny od jej podziału. Czysty podział klasy α nieadekwatny różni się od jej podziału jeszcze tym, że jego całość (poprawna) jest różna od klasy α, jest jej podrzędna lub nadrzędna, gdy tymczasem całość (poprawna) właściwie poprawnego jej podziału jest identyczna z klasą α.

Lecz w tym nawet nie tkwi istota ich różnicy. Różnica między nimi polega raczej na tym, iż całość czystego podziału klasy α nieadekwatnego utożsamiamy błędnie, mieszamy z całością tego właściwie poprawnego podziału, którego zmniejszania lub zwiększania o jakąś rodzinę jest on wynikiem, gdy tymczasem jest ona całością jej podziału właściwie poprawnego. Jeśli zmniejszając lub zwiększając właściwie poprawny podział klasy α o pewną rodzinę, zdajemy sobie sprawę z tego, że całością wyniku jego zmniejszania lub zwiększania jest klasa różna od całości podziału zmniejszanego lub zwiększanego, otrzymujemy właściwie poprawny podział innej klasy, klasy podrzędnej lub nadrzędnej względem klasy α. Jeśli zaś zmniejszając lub zwiększając właściwie poprawny podział klasy α o jakąś rodzinę, mieszamy całość wyniku jego zmniejszania lub zwiększania o nią z klasą α, otrzymujemy nieadekwatny podział klasy α. Klasa α jest (poprawną) całością właściwie poprawnego jej podziału, gdy natomiast jest błędną całością jej czystego podziału nieadekwatnego.

Stąd błąd czystego podziału nieadekwatnego nie polega na tym, że nie jest on podziałem (w znaczeniu logicznym), ani na tym, że jego całością nie jest całość tego właściwie poprawnego podziału, którego zmniejszanie lub zwiększanie o pewną rodzinę jest on wynikiem, lecz na pomieszaniu ze sobą obu tych całości, jego całości poprawnej z jego całością błędną. Czysty podział nieadekwatny nie jest tedy błędnym podziałem (w znaczeniu logicznym), lecz jego błędną całością jest całość tego właściwie poprawnego podziału, którego zmniejszania lub zwiększania o jakąś rodzinę jest on wynikiem. Zatem czysty podział nieadekwatny jest błędnym podziałem całości tego właściwie poprawnego podziału zmniejszanego lub zwiększanego o jakąś rodzinę, którego jest on wynikiem, ale poprawnym podziałem klasy różnej od niej, albo klasy, która jest jej ingrediensem właściwym, albo klasy, której jest ona ingrediensem właściwym. Czysty podział klasy α nieadekwatny jest tedy podziałem o całości różnej od klasy α, jej podrzędnej lub nadrzędnej, jest podziałem, którego całość (poprawną) pomieszano z klasą α.

Zmniejszanie i zwiększanie o pewną rodzinę wytwarzają tak czysty podział klasy α nieadekwatny na jej podziale i podział klasy α na jej czystym podziale nieadekwatnym, jak mnożenie i dzielenie przez 2 wytwarzają liczbę parzystą na liczbie naturalnej i liczbę naturalną na liczbie parzystej. Zmniejszamy lub zwiększamy o jakąś rodzinę czysty podział klasy α nieadekwatny, gdy przekształcamy go na jej podział. Zmniejszamy lub zwiększamy o pewną rodzinę podział klasy α, gdy wytwarzamy na nim jej czysty podział nieadekwatny. Zmniejszanie lub zwiększanie o jakąś rodzinę poprawia czysty podział nieadekwatny lub zamienia nań właściwie poprawny podział tej samej klasy.

Zmniejszanie i zwiększanie o pewną rodzinę nie należy jednak do istoty czystego podziału nieadekwatnego. Dlatego można obejść się bez ich pomocy przy jego definiowaniu. Pod tym względem różni się on od podziału według pewnej zasady i od podziału skrzyżowanego, zdefiniowanych przy pomocy pewnych działań.

4. O czystym podziale za krótkim

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy czystym podziałem za krótkim, jeśli jest 1. czystym podziałem niewspółrzędnym i 2. podziałem za krótkim.

Czysty podział za krótki liczb rzeczywistych na względne i 0 jest wynikiem skracania ich podziału na dodatnie, ujemne i 0 o (jego pod) podział liczb względnych na dodatnie i ujemne. Ponieważ podział liczb względnych na dodatnie i ujemne jest dobrym podpodziałem podziału liczb rzeczywistych na dodatnie, ujemne i 0, przeto czysty podział za krótki liczb rzeczywistych na względne i 0 jest wynikiem skracania ich podziału o jego dobry podpodział. Każdy czysty podział klasy α za krótki jest wynikiem skracania jej podziału o jego dobry podpodział.

Ponieważ skracanie i wydłużanie rodziny o tę samą rodzinę są działaniami względem siebie odwrotnymi, przeto wynikiem wydłużania czystego podziału za krótkiego liczb rzeczywistych na względne i 0 o (jego poboczny) podział liczb względnych na dodatnie i ujemne jest ich podział na dodatnie, ujemne i 0. Zatem podział klasy α jest wynikiem wydłużania czystego jej podziału za krótkiego o jego podział poboczny. Wydłużanie tedy o jego podział poboczny przekształca czysty podział klasy α za krótki na jej podział.

Ponieważ wynik skracania jakiegokolwiek podziału o jego dobry podpodział jest podziałem, przeto czysty podział za krótki jest podziałem. Ponieważ zaś nierozłączny podział za krótki nie jest podziałem, przeto nie jest wynikiem skracania żadnego podziału o jego dobry podpodział. Zatem czysty podział za krótki różni się od nierozłącznego podziału za krótkiego tym, że jest podziałem i wynikiem skracania podziału tej samej klasy o jego dobry podpodział.

Podział równoległoboków na równoboczne i różnoboczne jest też wynikiem skracania ich podziału na równoboczne, prostokąty i romboidy o (jego pod)podział równoległoboków różnobocznych na prostokąty i romboidy. Zatem nie tylko czysty podział za krótki klasy α, lecz także (właściwie poprawny) jej podział jest wynikiem skracania jej podziału o jego dobry podpodział. Nie ma tedy ze stanowiska logicznego różnicy między czystym podziałem za krótkim klasy α i jej podziałem.

Ale podział liczb rzeczywistych na dodatnie, ujemne i 0 jest podziałem metodologicznym, gdy tymczasem podział równoległoboków na równoboczne, prostokąty i romboidy jest podziałem ze skokiem, a więc błędnym podziałem metodologicznym. Zatem podział liczb rzeczywistych na względne i 0 jest wynikiem skracania ich podziału metodologicznego o jego dobry podpodział, gdy natomiast podział równoległoboków na równoboczne i różnoboczne jest wynikiem skracania błędnego podziału metodologicznego o jego dobry podpodział.

Ale podział liczb rzeczywistych na względne i 0 jest jako podział za krótki błędnym podziałem metodologicznym, a podział równoległoboków na równoboczne i różnoboczne jest podziałem metodologicznym. Zatem błędny podział metodologiczny klasy α jest wynikiem skracania jej poprawnego podziału metodologicznego o jego dobry podpodział, gdy tymczasem poprawny podział metodologiczny klasy α jest wynikiem

skracania jej błędnego podziału metodologicznego o jego dobry podpodział. Nie jest tedy przypadkiem, że ilustrując w rozdziale III, 8 skracanie podziału na podział, nie mogę natrafić na przykład takiego metodologicznego podziału klasy α, którego skracania o jego dobry podpodział wynikiem byłby jej podział (metodologiczny).

Okazuje się tedy, że każdy czysty podział klasy α za krótki jest wynikiem skracania jej podziału metodologicznego o jego dobry podpodział, gdy tymczasem każdy podział klasy α metodologiczny jest wynikiem skracania jej błędnego podziału metodologicznego o jego dobry podpodział. Zatem różnica między czystym podziałem klasy α za krótkim, a jej podziałem metodologicznym polega na tym, że pierwszy jest wynikiem skracania poprawnego, a drugi błędnego jej podziału metodologicznego o jego dobry podpodział. Różnica tedy między czystym podziałem klasy α za krótkim a jej podziałem metodologicznym jest natury metodologicznej, a nie logicznej.

Ale każdy podział metodologiczny jest pojedynczy lub skrzyżowany. Podział zaś liczb rzeczywistych na dodatnie, ujemne i 0 jest pojedynczy. Zatem czysty podział za krótki liczb rzeczywistych na względne i 0 jest wynikiem skracania ich podziału pojedynczego o jego dobry podpodział. Każdy czysty podział klasy α za krótki jest wynikiem skracania jej podziału pojedynczego o jego dobry podpodział.

5. O czystym podziale ze skokiem

(Rodzina) A jest wtedy i tylko wtedy c z y s t y m p o d z i a ł e m z e s k o k i e m, jeśli 1. jest czystym podziałem niewspółrzędnym i 2. podziałem ze skokiem.

Czystym podziałem ze skokiem jest np. podział wzajemnego położenia prostych planimetrycznych na nakrywanie się, równoległość, prostopadłość i pochyłość. Jest on wynikiem wydłużania podziału tego samego stosunku na nakrywanie się, równoległość i przecinanie się o (jego poboczny) podział przecinania się na prostopadłość i pochyłość. Ale jest on też wynikiem zwijania przez jej podział poboczny klasyfikacji tego samego stosunku, której podziałem głównym jest jego podział na nakrywanie się, równoległość i przecinanie się, a pobocznym jest podział przecinania się na prostopadłość i pochyłość.

Czystym podziałem ze skokiem jest też np. podział równoległoboków na równoboczne, prostokąty i romboidy. Jest on również wynikiem wydłużania ich właściwie poprawnego podziału na równoboczne i różnoboczne o (jego poboczny) podział równoległoboków różnobocznych na prostokąty i romboidy lub zwijania przez jej podział poboczny ich klasyfikacji, której podziałem głównym jest ich podział na równoboczne i różnoboczne, a pobocznym jest podział równoległoboków różnobocznych na prostokąty i romboidy.

Ale czysty podział ze skokiem równoległoboków jest także wynikiem skracania właściwie poprawnego ich podziału na kwadraty, romby, prostokąty i romboidy o jego podpodział równoległoboków na kwadraty i romby. Ponieważ podział równoległoboków równobocznych na kwadraty i romby jest dobrym podpodziałem podziału równoległoboków

na kwadraty, romby, prostokąty i romboidy, przeto omawiany czysty podział ze skokiem jest wynikiem skracania podziału tej samej klasy o jego dobry podpodział.

Trudniej byłoby wskazać podział wzajemnego położenia prostych planimetrycznych, którego skracania o jego dobry podpodział wynikiem byłby podany poprzednio czysty podział ze skokiem tego samego stosunku. Łatwo zaś wskazać właściwie poprawny podział, którego wydłużania o jego podział poboczny i klasyfikację, której zwijania przez jej podział poboczny, jest czysty podział ze skokiem ruchów zmiennych na przyśpieszone, jednostajnie opóźnione i niejednostajnie opóźnione. Dlatego ograniczam się tylko do stwierdzenia, iż czysty podział ze skokiem ruchów zmiennych, wspomniany przed chwilą, jest wynikiem skracania właściwie poprawnego podziału ruchów zmiennych na jednostajnie przyśpieszone, niejednostajnie przyśpieszone, jednostajnie opóźnione i niejednostajnie opóźnione o jego podpodział ruchów przyśpieszonych na jednostajnie przyśpieszone i niejednostajnie przyśpieszone.

Ale zarówno podział równoległoboków na kwadraty, romby, prostokąty i romboidy, jak podział ruchów zmiennych na jednostajnie przyśpieszone, niejednostajnie przyśpieszone, jednostajnie opóźnione i niejednostajnie opóźnione są podziałami skrzyżowanymi. Zatem czysty podział ze skokiem jest wynikiem skracania podziału skrzyżowanego tej samej klasy o jego dobry podpodział. Ponieważ zaś jest trudną rzeczą podać skrzyżowany podział wzajemnego położenia prostych planimetrycznych, przeto napotykamy trudność w przedstawieniu pierwszego czystego podziału ze skokiem jako wyniku skracania pewnego właściwie poprawnego podziału tego samego stosunku o jego dobry podpodział.

Nierównoległobokiem nazywam każdy czworobok, w którym istnieją sobie przeciwległe boki do siebie nierównoległe. Wynikiem podwyższania podziału nierównoległoboków na trapezy i trapezoidy o rodzinę klasy równoległoboków równobocznych i klasy równoległoboków różnobocznych jest czysty podział ze skokiem czworoboków na równoległoboki równoboczne, równoległoboki różnoboczne, trapezy i trapezoidy. Zatem czysty podział ze skokiem jest nawet wynikiem podwyższania, a więc zwiększania pewnego właściwie poprawnego podziału o rozłączną, podpełną i ogólną rodzinę klas, wykluczających się z każdym jego członem.

Zatem czysty podział ze skokiem klasy α jest wynikiem albo wydłużania jakiegoś jej podziału pojedynczego o jego podział poboczny, albo skracania pewnego jej podziału skrzyżowanego o jego dobry podpodział, albo zwijania pewnej jej klasyfikacji o jej podział poboczny, albo na koniec zwiększania jakiegoś podziału o rozłączną, podpełną i ogólną rodzinę klas, wykluczających się z każdym jego członem.

Z tej własności czystego podziału ze skokiem wypływają następujące jego dalsze własności:

1. Ponieważ wydłużanie i skracanie rodziny o tę samą rodzinę są działaniami względem siebie odwrotnymi, przeto wynikiem albo skracania czystego podziału ze skokiem o jego dobry podpodział, albo jego wydłużania o jego podział poboczny jest właściwie poprawny podział

tej samej klasy. Ponieważ zwijanie klasyfikacji przez (jej poboczny) podział i rozwijanie podziału tej samej klasy przez ten sam (jego pod) podział są działaniami względem siebie odwrotnymi, przeto wynikiem rozwijania czystego podziału ze skokiem przez jego dobry podpodział jest klasyfikacja tej samej klasy. Wynikiem wreszcie zmniejszania czystego podziału ze skokiem o odpowiedni jego podpodział jest także właściwie poprawny podział pewnego ingrediensu właściwego jego całości.

2. Ponieważ wynik skracania jakiegokolwiek podziału o jego dobry podpodział, wynik wydłużania jego o jego podział poboczny, wynik zwijania klasyfikacji przez jej podział poboczny i wynik zwiększania każdego podziału o rozłączną rodzinę klas, wykluczających się z każdym jego członem jest podziałem, przeto czysty podział ze skokiem jest podziałem.

3. Ponieważ całością wyniku skracania podziału o jego dobry podpodział jest całość podziału skracanego, ponieważ także całością wyniku wydłużania podziału o jego podział poboczny jest całość podziału wydłużanego, ponieważ dalej całością wyniku zwijania klasyfikacji przez jej podział poboczny jest całość klasyfikacji zwijanej i ponieważ na koniec całością wyniku zwiększania podziału o rozłączną rodzinę klas wykluczających się z każdym jego członem nie jest całość podziału zwiększanego, przeto czysty podział ze skokiem jest wynikiem pewnego działania, wykonanego nie tylko na podziale tej samej klasy, ale także na podziale innej klasy. Istnieje tedy wiele takich przekształcań podziałowych, że wynikiem ich wykonania na podziale lub klasyfikacji jest czysty podział ze skokiem. Przekształcania podziałowe zaś względem nich odwrotnie przekształcają znów na odwrót czysty podział ze skokiem na podział lub klasyfikację.

Ponieważ nierozłączny podział ze skokiem nie jest podziałem, przeto nie ma takich przekształcań podziałowych, żeby wynikiem ich wykonania na podziale lub klasyfikacji był nierozłączny podział ze skokiem. Tym właśnie też różni się czysty podział ze skokiem od nierozłącznego podziału ze skokiem.

Ale w rozdziale III okazało się, że właściwie poprawny podział jest również wynikiem pewnego przekształcania podziałowego, wykonanego na podziale lub klasyfikacji tej samej lub innej klasy. Ze stanowiska logiki tedy nie różni się czysty podział ze skokiem niczym od właściwie poprawnych podziałów. Różnica między czystym podziałem ze skokiem, a właściwie poprawnym podziałem polega na czym innym. Oto podziałem obcym (por. III, 8,) jest każdy ten podział, którego wydłużania o jego podział poboczny wynikiem jest właściwie poprawny podział, gdy tymczasem podziałem metodologicznym jest każdy ten podział, którego wydłużania o jego podział poboczny wynikiem jest czysty podział ze skokiem. Zatem czysty podział ze skokiem jest wynikiem wydłużania poprawnego podziału metodologicznego o jego podział poboczny, a właściwie poprawny podział jest wynikiem wydłużania błędnego podziału metodologicznego o jego podział poboczny. Ze stanowiska metodologii więc różni się czysty podział ze skokiem od właściwie poprawnego podziału.

Jakkolwiek tedy czysty podział ze skokiem jest wynikiem różnych działań wykonanych na podziale, to jednak wydłużanie jest dla niego działaniem istotnym. Stąd wynikiem skracania czystego podziału ze skokiem o jego dobry podpodział jest podział tej samej klasy. Poprawianie czystego podziału ze skokiem polega tedy na jego skracaniu o pewien jego dobry podpodział.

Zatem czysty podział ze skokiem różni się od nierozłącznego podziału ze skokiem tym, iż jest podziałem i wynikiem wydłużania pewnego właściwie poprawnego podziału o jego podział poboczny; różni się zaś on od właściwie poprawnego podziału tym, że jest wynikiem wydłużania poprawnego podziału metodologicznego o jego podział poboczny.

Nie jest tedy przypadkiem, iż ilustrując w rozdziale III, 8, wydłużanie podziału na podział, nie mogę znaleźć przykładu takiego podziału metodologicznego, którego by wydłużania o jego podział poboczny wynikiem był podział właściwie poprawny.

Ponieważ logika tradycyjna umie przekształcać czysty podział ze skokiem na właściwie poprawny podział tej samej klasy, przeto wykonywa skracanie rodziny o jej dobrze ogólną podrodzinę właściwą, choć nie uświadamia sobie tego.

6. O czystym podziale niespółrzędnym

Ponieważ każdy czysty podział niewspółrzędny klasy α jest albo czystym jej podziałem za krótkim, albo czystym jej podziałem ze skokiem, przeto jest wynikiem skracania o jego dobry podpodział lub wydłużania o jego podział poboczny jej podziału. Tymczasem także podział klasy α jest wynikiem skracania o jego dobry podpodział lub wydłużania o jego podział poboczny jej podziału. Ze stanowiska logiki tedy nie różni się czysty podział niewspółrzędny klasy α od jej podziału.

Różnica między czystym podziałem niewspółrzędnym klasy α, a jej właściwie poprawnym podziałem polega na tym, że ostatni jest wynikiem albo skracania jej podziału ze skokiem o jego dobry podpodział, albo wydłużania jej podziału obcego o jego podział poboczny, gdy tymczasem pierwszy jest wynikiem skracania o jego dobry podpodział lub wydłużania o jego podział poboczny podziału metodologicznego klasy α. Zatem czysty podział niewspółrzędny klasy α jest wynikiem skracania o jego dobry podpodział lub wydłużania o jego podział poboczny poprawnego podziału metodologicznego, a właściwie poprawny jej podział jest wynikiem skracania o jego dobry podpodział lub wydłużania o jego podział poboczny błędnego podziału metodologicznego. Ze stanowiska metodologii więc różni się czysty podział niewspółrzędny od właściwie poprawnego podziału. Zatem także na tej drodze dochodzę do wyniku, osiągniętego w rozdziale V, 4.

Czysty podział niewspółrzędny jest podziałem (w znaczeniu logicznym), a jest ze stanowiska metodologii, a nie logiki błędny.

Czysty podział niewspółrzędny różni się od czystego podziału nieadekwatnego tym, iż jest wynikiem jakiegoś działania wykonanego na podziale metodologicznym, gdy tymczasem czysty podział nieadekwatny

jest wynikiem pewnego działania, wykonanego na podziale logicznym. Gdy jednak wynikiem skracania o jego dobry podpodział lub wydłużania o jego podział poboczny pojedynczego podziału klasy α jest zawsze jej czysty podział niewspółrzędny, to wynikiem zmniejszania podziału klasy α o jego podrodzinę, dobrze węższą od niego pod względem całości i elementów lub jego zwiększania o rozłączną rodzinę klas, wykluczających się z każdym jego członem, może być jej czysty podział nieadekwatny, a może też być właściwie poprawny podział klasy względem niej podrzędnej albo nadrzędnej.

Gdy tedy dla czystego podziału klasy α niewspółrzędnego jest istotne to, iż jest on wynikiem skracania o jego dobry podpodział lub wydłużania o jego podział poboczny jej podziału metodologicznego, to dla czystego nieadekwatnego podziału klasy α nie jest istotne to, że jest on wynikiem czy to zmniejszania jej podziału o jego podrodzinę, dobrze węższą od niego pod względem elementów i całości, czy to jego zwiększania o rozłączną rodzinę klas, wyłączających się z każdym jego członem.

Gdy czysty podział nieadekwatny klasy α różni się od właściwie poprawnego jej podziału tylko tym, że klasa α nie jest jego całością, a jest całością jej podziału, to czysty podział klasy α niewspółrzędny różni się od właściwie poprawnego jej podziału tylko tym, iż jest wynikiem skracania o jego dobry podpodział lub wydłużania o jego podział poboczny jej podziału metodologicznego, a właściwie poprawny podział klasy α jest wynikiem skracania o jego dobry podpodział lub wydłużania o jego podział poboczny błędnego jej podziału metodologicznego.

Zgodnie z definicją swą żaden czysty podział nieadekwatny nie jest ani podziałem nierozłącznym, ani obcym, ani niewspółrzędnym. Dlatego każdy czysty podział nieadekwatny jest nie tylko podziałem logicznym, lecz także podziałem metodologicznym. Czysty zaś podział niewspółrzędny jest podziałem logicznym, ale nie jest podziałem metodologicznym.

Zatem każdy czysty podział nieadekwatny klasy α i tylko on jest takim podziałem w znaczeniu logicznym, którego całością nie jest klasa α, którego (poprawną) całość pomieszano z klasą α. Każdy zaś czysty podział niewspółrzędny i tylko on jest takim podziałem w znaczeniu logicznym, który jest wynikiem skracania o jego podpodział lub wydłużania o jego podział poboczny podziału metodologicznego.

Gdy różnica między czystym podziałem nieadekwatnym klasy α, a jej podziałem jest natury logicznej, to różnica między czystym podziałem niewspółrzędnym klasy α a jej podziałem jest natury metodologicznej.

W pracy „O podziale logicznym“ ograniczam pojęcie podziału nieadekwatnego do czystych podziałów nieadekwatnych, a pojęcie podziału ze skokiem do czystych podziałów ze skokiem. Wydaje mi się bowiem wówczas, iż własności poszczególnego podziału błędnego uchwycę najlepiej właśnie na podziale pojedynczo błędnym. Dlatego wynik tamtej pracy w odniesieniu do podziału nieadekwatnego i podziału ze skokiem zadziwia Prof. A. Wiegnera w jego o niej recenzji.

Aby zbliżyć się do zwykłego poglądu na podział nieadekwatny i podział niewspółrzędny, odróżniam w niniejszej pracy czysty podział nieadekwatny i czysty podział niewspółrzędny będące podziałami, od nierozłącznego podziału nieadekwatnego i nierozłącznego podziału niewspółrzędnego, które już nie są podziałami.

Czy tedy określam czysty podział niewspółrzędny przy pomocy działań skracania i wydłużania, czy pozostaję przy dawnej jego definicji, to zawsze jego definicja nie należy do logiki, lecz do metodologii. Ponieważ zaś każdy podział ze skokiem jest podziałem niewspółrzędnym, przeto jest on metodologicznie, a nie logicznie błędny.

Teraz dopiero rozumiem, dlaczego zagadnienia podziału ze skokiem nie mogę rozwiązać w pracy „O podziale logicznym". Tam bowiem usiłuję je rozwiązać na gruncie logiki, a na niem ono nie daje się rozwiązać. Zagadnienie podziału ze skokiem nie jest bowiem zagadnieniem logicznym, a metodologicznym.

Na gruncie logiki nie mógłbym był wówczas rozwiązać zagadnienia podziału ze skokiem jeszcze z innego powodu. Nie znam bowiem w pracy „O podziale logicznym" wydłużania, które jest działaniem istotnym dla podziału ze skokiem, chociaż wydłużanie, dając się zdefiniować przy pomocy samych terminów logicznych, należy do logiki.

VIII. O POPRAWNYCH I BŁĘDNYCH PRZEKSZTAŁCANIACH PODZIAŁOWYCH

1. Zestawienie znaczeń wyrażenia „podział poprawny"

W rozdziałach poprzednich przekonywam się jeszcze na innej drodze, iż podział niewspółrzędny jest podziałem metodologicznie błędnym. Gdy tedy podziałami logicznie błędnymi są tylko dwa podziały błędne, a mianowicie podział nierozłączny i podział nieadekwatny, to podziałami metodologicznie błędnymi są aż trzy podziały błędne, a mianowicie podział niewspółrzędny, podział według kilku zasad i podział obcy.

Ponieważ zaś zagadnienie poprawności podziału związałem z zagadnieniem jego błędności, przeto wynik ten umożliwia mi też ściślejsze rozgraniczenie znaczeń wyrażenia „podział poprawny".

I. 1. (Poprawny) podział logiczny może być zarazem podziałem nieadekwatnym, lub podziałem niewspółrzędnym lub podziałem według kilku zasad, lub podziałem obcym, bo jego szczególnym gatunkiem jest niewłaściwie poprawny podział logiczny.

2. Podział logicznie poprawny jest też szczególną postacią (poprawnego) podziału logicznego i może być podziałem niewspółrzędnym lub podziałem według kilku zasad lub podziałem obcym, ale nie może być podziałem nieadekwatnym.

3. Właściwie poprawny podział logiczny jest szczególnym gatunkiem (poprawnego) podziału logicznego, a w szczególności podziału logicznie poprawnego, ale nie może być ani podziałem nieadekwatnym, ani podziałem niewspółrzędnym, ani podziałem według kilku zasad, ani podziałem obcym.

II. 1. (Poprawny) podział metodologiczny może być zarazem podziałem nieadekwatnym lub podziałem według kilku zasad, gdyż jego szczególnym gatunkiem jest niewłaściwie poprawny podział metodologiczny.

2. Podział metodologicznie poprawny jest także szczególnym gatunkiem (poprawnego) podziału metodologicznego i może być podziałem nieadekwatnym, ale nie może być podziałem według kilku zasad.

3. Właściwie poprawny podział metodologiczny jest szczególną postacią (poprawnego) podziału metodologicznego, a w szczególności podziału metodologicznie poprawnego, ale nie może być ani podziałem nieadekwatnym, ani podziałem według kilku zasad.

Powyższe zestawienie znaczeń wyrażenia „podział poprawny" przekonywa od razu, iż, przechodząc od znaczenia jego 1, przez jego znaczenie 2. do jego znaczenia 3, przechodzimy od jego znaczenia najobszerniejszego do jego znaczenia najciaśniejszego. Działania zaś podziałowe

poddaję w III takim warunkom, by wynikiem ich wykonania na podziale poprawnym w najszerszym znaczeniu był również podział poprawny w najobszerniejszym znaczeniu. Tak na zmniejszanie i zwiększanie, skracanie i wydłużanie, wiązanie i odrywanie nakładam tam takie warunki, by przekształcały podział logiczny na podział logiczny lub na klasyfikację logiczną i klasyfikację logiczną na podział logiczny. Trzeba zaś jeszcze zbadać ich zachowanie się w odniesieniu do podziału w innym znaczeniu poprawnego i do klasyfikacji w innym znaczeniu poprawnej, a w szczególności do podziału metodologicznego i do klasyfikacji metodologicznej.

2. O związkach między podziałami ze względu na ich poprawność

Ponieważ definicje zmniejszania i zwiększania, skracania i wydłużania, wiązania i odrywania zawierają same terminy logiczne, przeto należą one do logiki. Logika tradycyjna jednak nie zajmuje się nimi, chociaż posługuje się niektórymi z nich przy przekształcaniu podziałów błędnych na poprawne.

Tymczasem poprawny podział logiczny jest wynikiem zarówno zmniejszania poprawnego podziału logicznego o jego podrodzinę, dobrze węższą od niego pod względem elementów i całości, jak jego zwiększania o rozłączną rodzinę klas, wykluczających się z każdym jego członem. Także błędny podział logiczny jest wynikiem zwiększania błędnego podziału logicznego o rozłączną rodzinę klas, wykluczających się z każdym jego członem. Ale wynikiem zmniejszania błędnego podziału logicznego o jego podrodzinę, dobrze węższą od niego pod względem elementów i całości, może nie być błędny podział logiczny. Tak np. wynikiem zubażania nierozłącznego podziału równoległoboków na równoboczne, różnoboczne i prostokątne o klasę równoległoboków prostokątnych jest ich podział poprawny na równoboczne i różnoboczne, lecz wynikiem jego zubażania o klasę równoległoboków równobocznych jest znów ich nierozłączny podział na różnoboczne i prostokątne.

Poprawny podział logiczny jest wynikiem zarówno wydłużania poprawnego podziału logicznego o jego podział poboczny, jak jego skracania o jego dobry podpodział, a błędny podział logiczny jest wynikiem tak wydłużania błędnego podziału logicznego o jego podział poboczny, jak jego skracania o jego dobry podpodział.

Poprawna klasyfikacja logiczna jest wynikiem wiązania poprawnego podziału logicznego przez jego podział poboczny, a poprawny podział logiczny jest wynikiem odrywania od poprawnej klasyfikacji logicznej przez jej podział poboczny. Błędna klasyfikacja logiczna jest wynikiem wiązania błędnego podziału logicznego przez jego podział poboczny. Wynikiem zaś odrywania od błędnej klasyfikacji logicznej przez jej podział poboczny może nie być błędny podział logiczny. Tak np. podział czworoboków na równoległoboki, trapezy i trapezoidy jest wynikiem odrywania przez jej podział poboczny od klasyfikacji czworoboków, której podziałem głównym jest ich podział na równoległoboki, trapezy

i trapezoidy, a pobocznym jest podział równoległoboków na równoboczne, różnoboczne i prostokątne.

Natomiast wynikiem zarówno zmniejszania poprawnego podziału metodologicznego o jego podrodzinę, dobrze węższą od niego pod względem elementów i całości, jak jego zwiększania o rozłączną rodzinę klas, wykluczających się z każdym jego członem, może nie być poprawny podział metodologiczny (por. III, 4 i VII, 2). Również wynikiem skracania poprawnego podziału metodologicznego o jego dobry podpodział może nie być poprawny podział metodologiczny (por. III, 8). Także wynik wydłużania poprawnego podziału metodologicznego o jego podział poboczny może nie być poprawny podział metodologiczny. Tak np. wynikiem wydłużania podziału czworoboków na równoległoboki, trapezy i trapezoidy o rodzinę klasy trapezoidów równobocznych (por. V, 1) i klasy trapezoidów różnobocznych (tj. takich, które nie są równoboczne) jest obcy geometrii ich podział na równoległoboki, trapezy, trapezoidy równoboczne i trapezoidy różnoboczne, gdyż ani wyrażenie „trapezoid równoboczny", ani wyrażenie „trapezoid różnoboczny" nie jest terminem geometrii.

Wreszcie wynikiem wiązania poprawnego podziału metodologicznego przez obcy jego podział poboczny jest błędna klasyfikacja metodologiczna, ale wynikiem odrywania od poprawnej klasyfikacji metodologicznej przez jej podział poboczny jest poprawny podział metodologiczny.

Wynikiem tak zmniejszania logicznie poprawnego podziału o jego podrodzinę, dobrze węższą od niego pod względem elementów i całości, jak jego zwiększania o rozłączną rodzinę klas, wykluczających się z każdym jego członem może być podział logicznie błędny (por. VII, 1, 2). Wynikiem tak wydłużania logicznie poprawnego podziału o jego podział poboczny jak jego skracania o jego dobry podpodział jest podział logicznie poprawny.

Wynikiem zmniejszania podziału metodologicznie poprawnego o jego podrodzinę, dobrze węższą od niego pod względem elementów i całości, może być podział metodologicznie błędny (por. III, 4).

Gdy wynikiem wydłużania właściwie poprawnego podziału metodologicznego klasy α o jej podział poboczny jest jej czysty podział ze skokiem, to wynikiem skracania właściwie poprawnego podziału metodologicznego klasy α o jej dobry podpodział jest jej podział obcy (por. VII, 4 i 5). Zatem wynikiem zarówno wydłużania podziału metodologicznie poprawnego o jego podział poboczny, jak jego skracania o jego dobry podpodział jest podział metodologicznie błędny.

Okazuje się tedy, że podział logicznie poprawny lub błędny może być wynikiem przekształcania podziałowego, wykonanego na podziale logicznie poprawnym i że podział metodologicznie błędny jest wynikiem omówionych powyżej przekształcań podziałowych, wykonanych na podziale metodologicznie poprawnym. Dlatego w dalszych rozważaniach nie zajmuję się ani przekształcaniem podziału logicznie poprawnego, ani przekształcaniem podziału metodologicznie poprawnego, lecz ograniczam się do omówienia przekształcania podziału (zarówno logicznego, jak metodologicznego) w najszerszym znaczeniu poprawnego.

3. O przekształcaniu podziału na podział tej samej klasy

(Stosunek) R jest wtenczas i tylko wtenczas przekształcaniem podziału klasy α na jej podział, kiedy dla jakichkolwiek (rodzin) A i B, jeśli A jest podziałem klasy α, a R przekształca A na B, to B jest też podziałem klasy α. (Stosunek) R jest wtedy i tylko wtedy błędnym przekształcaniem podziału na podział tej samej klasy, jeśli nie jest przekształcaniem podziału na podział tej samej klasy. Zatem R jest wówczas i tylko wówczas błędnym przekształcaniem podziału klasy α na jej podział, gdy istnieją takie (rodziny) A i B, że A jest (poprawnym) podziałem klasy α, B jest błędnym jej podziałem, a R przekształca A na B. W przeciwieństwie do błędnego przekształcania podziału na podział tej samej klasy nazywam przekształcanie podziału na podział tej samej klasy też poprawnym przekształcaniem podziału na podział tej samej klasy.

Skracanie podziału o jego dobry podpodział i jego wydłużanie o jego podział poboczny, upustawianie podziału właściwego i odpustawianie podziału niewłaściwego są poprawnymi przekształcaniami podziału na podział tej samej klasy, gdy tymczasem zubażanie politomii o jej człon lub wzbogacanie podziału o klasę, wykluczającą się z każdym jego członem, zniżanie politomii z więcej niż trzema członami o jej podpodział dobrze węższy od niej pod względem elementów i całości lub podwyższanie podziału o rozłączną rodzinę klas, wykluczających się z każdym jego członem, jest błędnym przekształcaniem podziału na podział tej samej klasy.

Zubażanie bowiem politomii o jej człon i zniżanie politomii z więcej niż trzema członami o jej podpodział dobrze węższy od niej pod względem elementów i całości przekształca podział klasy α na jej podział za ciasny, a wzbogacanie podziału o klasę, wykluczającą się z każdym jego członem, lub podwyższanie podziału o rozłączną rodzinę klas, wykluczających się z każdym jego członem, przekształca podział klasy α na jej podział za obszerny. Zatem zubażanie i wzbogacanie, zniżanie i podwyższanie podziału na podział przekształcają podział klasy α na jej podział nieadekwatny, a więc na jej błędny podział.

Między zubażaniem lub wzbogacaniem podziału na podział, zniżaniem lub podwyższaniem podziału na podział a skracaniem lub wydłużaniem podziału na podział, zachodzi ta zasadnicza różnica, iż pierwsze są błędnymi przekształcaniami podziału na podział tej samej klasy, gdy natomiast drugie są poprawnymi przekształcaniami podziału na podział tej samej klasy.

Gdy zmniejszanie lub zwiększanie podziału o podpustą rodzinę jednostkową jest poprawnym przekształcaniem podziału na podział tej samej klasy, to zmniejszanie podziału o jego podpełną podrodzinę członową lub o jego podpodział dobrze węższy od niego pod względem elementów i całości lub zwiększanie podziału o rozłączną rodzinę klas, wykluczających się z każdym jego członem, jest błędnym przekszałcaniem podziału na podział tej samej klasy. Zmniejszanie lub zwiększanie podziału na podział jest tedy czasem, a czasem nie jest przekształca-

niem podziału na podział tej samej klasy, jest więc błędnym przekształcaniem podziału na podział tej samej klasy.

Zatem skracanie lub wydłużanie podziału na podział różni się od zmniejszania lub zwiększania podziału na podział tym, że skracanie podziału o jego dobry podpodział lub wydłużanie podziału o jego podział poboczny jest poprawnym przekształcaniem podziału na podział tej samej klasy, gdy natomiast zmniejszanie lub zwiększanie podziału na podział jest błędnym przekształcaniem podziału na podział tej samej klasy.

4. O logicznym przekształcaniu podziału i na podział

(Stosunek) R jest wtenczas i tylko wtenczas przekształcaniem podziału na podział w znaczeniu logicznym, czyli logicznym przekształcaniem podziału na podział, kiedy dla jakichkolwiek (rodzin) A i B, jeśli A jest podziałem w znaczeniu logicznym, a R przekształca A na B, to B jest też podziałem w znaczeniu logicznym. (Stosunek) R jest wtedy i tylko wtedy logicznie błędnym przekształcaniem podziału na podział, jeśli nie jest logicznym przekształcaniem podziału na podział. Zatem R jest wówczas i tylko wówczas logicznie błędnym przekształceniem podziału na podział, jeśli istnieją takie (rodziny) A i B, że A jest podziałem logicznym, B jest nierozłącznym podziałem, a R przekształca A na B. W przeciwieństwie do logicznie błędnego przekształcania podziału na podział nazywam logiczne przekształcanie podziału na podział także logicznie poprawnym przekształcaniem podziału na podział.

Upustawianie podziału właściwego lub odpustawianie podziału niewłaściwego, zubażanie podziału o jego człon lub jego wzbogacanie o klasę, wykluczającą się z każdym jego członem, zniżanie podziału o jego podpodział dobrze węższy od niego pod względem elementów i całości lub jego podwyższanie o rozłączną rodzinę klas, wykluczających się z każdym jego członem, krótko zmniejszanie lub zwiększanie podziału na podział jest logicznie poprawnym przekształcaniem podziału na podział. Również skracanie podziału o jego dobry podpodział lub jego wydłużanie o jego podział poboczny jest logicznie poprawnym przekształcaniem podziału na podział.

Zatem zmniejszanie lub zwiększanie podziału na podział jest tak, jak skracanie lub wydłużanie podziału na podział, logicznie poprawnym przekształcaniem podziału na podział, chociaż skracanie lub wydłużanie podziału na podział jest, a zmniejszanie lub zwiększanie podziału na podział nie jest przekształcaniem podziału na podział tej samej klasy.

Logicznie błędnym przekształcaniem podziału na podział jest odszczególnianie podziału przez jego całość, skoro przekształca także podział w znaczeniu logicznym na podział nierozłączny, np. podział równoległoboków na opisalne na kole i różnoboczne na podział wieloboków na opisalne na kole i różnoboczne (por. V, 2).

(Stosunek) R jest wtenczas i tylko wtenczas przekształcaniem podziału w znaczeniu logicznym na klasyfikację w znaczeniu logicznym, czyli logicznym przekształcaniem podziału na klasyfikację, kiedy dla jakiejkolwiek (rodziny) A i jakiejkolwiek (pary porządkowej rodzin) S,

jeśli A jest podziałem w znaczeniu logicznym, a R przekształca A na S, to S jest klasyfikacją w znaczeniu logicznym. (Stosunek) R jest wtedy i tylko wtedy logicznie błędnym przekształcaniem podziału na klasyfikację, jeśli nie jest logicznym przekształcaniem podziału na klasyfikację. Zatem R jest wówczas i tylko wówczas logicznie błędnym przekształcaniem podziału na klasyfikację, gdy istnieje taka (rodzina) A i taka (para porządkowa rodzin) S, że A jest podziałem w znaczeniu logicznym, S jest błędną klasyfikacją w znaczeniu logicznym, a R przekształca A na S. W przeciwieństwie do logicznie błędnego przekształcania podziału na klasyfikację nazywam logiczne przekształcanie podziału na klasyfikację również logicznie poprawnym przekształcaniem podziału na klasyfikację.

Wiązanie podziału przez jego podział poboczny jest logicznie poprawnym przekształcaniem podziału na klasyfikację.

(Stosunek) R jest wtenczas i tylko wtenczas przekształcaniem klasyfikacji w znaczeniu logicznym na podział w znaczeniu logicznym, czyli logicznym przekształcaniem klasyfikacji na podział, kiedy dla jakiejkolwiek (rodziny) A i jakiejkolwiek (pary porządkowej rodzin) S, jeśli S jest klasyfikacją w znaczeniu logicznym, a R przekształca S na A, to A jest podziałem w znaczeniu logicznym. (Stosunek) R jest wtedy i tylko wtedy logicznie błędnym przekształcaniem klasyfikacji na podział, jeśli nie jest logicznym przekształcaniem klasyfikacji na podział. Zatem R jest wówczas i tylko wówczas logicznie błędnym przekształcaniem klasyfikacji na podział, gdy istnieje taka (rodzina) A i taka (para porządkowa rodzin) S, iż S jest klasyfikacją w znaczeniu logicznym, A jest podziałem nierozłącznym, a R przekształca S na A. W przeciwieństwie do logicznie błędnego przekształcania klasyfikacji na podział nazywam logiczne przekształcanie klasyfikacji na podział też logicznie poprawnym przekształcaniem klasyfikacji na podział.

Odrywanie od klasyfikacji przez jej podział poboczny jest logicznie poprawnym przekształcaniem klasyfikacji na podział.

(Stosunek) R jest wtedy i tylko wtedy logicznie poprawną kompozycją przekształcań podziałowych S i T, jeśli S i T są logicznie poprawnymi przekształcaniami podziałowymi i R jest kompozycją S i T. (Stosunek) R jest wtedy i tylko wtedy logicznie poprawną kompozycją przekształcań podziałowych, jeśli istnieją takie logicznie poprawne przekształcania podziałowe S i T, że R jest ich kompozycją.

(Stosunek) R jest wtedy i tylko wtedy logicznie błędną kompozycją przekształcań podziałowych S i T, jeśli S lub T jest logicznie błędnym przekształcaniem podziałowym i R jest ich kompozycją. (Stosunek) R jest wówczas i tylko wówczas logicznie błędną kompozycją przekształcań podziałowych, jeśli istnieją takie przekształcania podziałowe S i T, iż R jest ich kompozycją, a S lub T jest logicznie błędnym przekształcaniem podziałowym.

Ponieważ rozwijanie jest kompozycją wiązania i skracania, a skracanie jest logicznie poprawnym przekształcaniem podziału na podział, wiązanie zaś jest logicznie poprawnym przekształcaniem podziału na klasyfikację, przeto jest ono logicznie poprawną kompozycją przekształ-

cań podziałowych. Ponieważ zwijanie jest kompozycją wydłużania i odrywania, a zarówno wydłużanie, jak odrywanie jest logicznie poprawnym przekształcaniem podziałowym, przeto jest ono logicznie poprawną kompozycją przekształcań podziałowych.

Zarówno kompozycja zubażania o pewien człon zubażanego podziału i wzbogacania o klasę, wykluczającą się z każdym członem wzbogacanego podziału, jak kompozycja względem niej odwrotna jest logicznie poprawna, bo jej czynniki są logicznie poprawnymi przekształcaniami podziału na podział. Tak samo kompozycja skracania o jakiś dobry podpodział skracanego podziału i skracania o inny jego dobry podpodział i kompozycja względem niej odwrotna jest logicznie poprawna, bo ich czynniki są logicznie poprawnymi przekształcaniami podziału na podział. Na koniec również kompozycja zniżania i wydłużania o różne od siebie rodziny i kompozycja względem niej odwrotna jest logicznie poprawna, bo jest kompozycją logicznie poprawnych przekształcań podziału na podział.

Zatem wszystkie przekształcania podziałowe i omówione bliżej w rozdziale III, 10 i 11 ich kompozycje są logicznie poprawne.

5. O metodologicznym przekształcaniu podziału na podział

(Stosunek) R jest wtenczas i tylko wtenczas przekształcaniem podziału na podział w znaczeniu metodologicznym, czyli metodologicznym przekształcaniem podziału na podział, kiedy dla jakichkolwiek (rodzin) A i B, jeśli A jest podziałem w znaczeniu metodologicznym, a R przekształca A na B, to B jest też podziałem w znaczeniu metodologicznym. (Stosunek) R jest wtedy i tylko wtedy metodologicznie błędnym przekształcaniem podziału na podział, jeśli nie jest metodologicznym przekształcaniem podziału na podział. Zatem R jest wówczas i tylko wówczas metodologicznie błędnym przekształcaniem podziału na podział, jeśli istnieją takie (rodziny) A i B, iż A jest podziałem metodologicznym, B nie jest podziałem metodologicznym, a R przekształca A na B. Stąd metodologiczne przekształcanie podziału na podział nazywam też metodologicznie poprawnym przekształcaniem podziału na podział.

Metodologiczne uszczególnianie i odszczególnianie są metodologicznie poprawnymi przekształcaniami podziału na podział, ponieważ pierwsze przekształca podział na podział według pewnej zasady, drugie podział według pewnej zasady na jego zasadę, a zarówno podział według pewnej zasady, jak jego zasada są podziałami w znaczeniu metodologicznym.

Ponieważ podział trójkątów na ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne jest podziałem w znaczeniu metodologicznym, a podział trójkątów skośnokątnych na ostrokątne i rozwartokątne jest podziałem obcym geometrii i ponieważ zubażanie o klasę trójkątów prostokątnych przekształca podział pierwszy na drugi (por. III, 4), przeto zmniejszanie przekształca podział metodologiczny na błędny podział metodologiczny. Zmniejszanie jest tedy metodologicznie błędnym przekształcaniem podziału na podział.

Ponieważ podział równoległoboków równobocznych na kwadraty, i romby jest podziałem metodologicznym, a podział czworoboków krzyżowych na kwadraty, romby i deltoidy jest podziałem obcym geometrii, ponieważ zaś wzbogacanie o klasę deltoidów przekształca podział pierwszy na drugi (por. VII, 2), przeto zwiększanie przekształca poprawny podział metodologiczny na błędny podział metodologiczny. Zwiększanie jest więc metodologicznie błędnym przekształcaniem podziału na podział.

Ponieważ wynikiem skracania podziału w znaczeniu metodologicznym o jego dobry podpodział jest podział za krótki (por. VII, 4), przeto skracanie jest metodologicznie błędnym przekształcaniem podziału na podział.

Ponieważ wynikiem wydłużania podziału w znaczeniu metodologicznym o jego podział poboczny jest podział ze skokiem (por. VII, 5), przeto wydłużanie jest również metodologicznie błędnym przekształcaniem podziału na podział.

(Stosunek) R jest wtenczas i tylko wtenczas przekształcaniem podziału w znaczeniu metodologicznym na klasyfikację w znaczeniu metodologicznym lub metodologicznym przekształcaniem podziału na klasyfikację, kiedy dla jakiejkolwiek (rodziny) A i jakiejkolwiek (pary porządkowej rodzin) S, jeśli A jest podziałem w znaczeniu metodologicznym, a R przekształca A na S, to S jest klasyfikacją w znaczeniu metodologicznym. (Stosunek) R jest wtedy i tylko wtedy metodologicznie błędnym przekształcaniem podziału na klasyfikację, jeśli nie jest metodologicznym przekształcaniem podziału na klasyfikację. Zatem R jest wówczas i tylko wówczas metodologicznie błędnym przekształcaniem podziału na klasyfikację, gdy istnieje taka (rodzina) A i taka (para porządkowa rodzin) S, że A jest podziałem w znaczeniu metodologicznym, S jest błędną klasyfikacją w znaczeniu metodologicznym, a R przekształca A na S. W przeciwieństwie do metodologicznie błędnego przekształcania podziału na klasyfikację mówię w poprzednim przypadku o metodologicznie poprawnym przekształcaniu podziału na klasyfikację.

Wiązanie (poprawnego) podziału w znaczeniu metodologicznym przez jego poboczny (poprawny) podział w znaczeniu metodologicznym jest metodologicznie poprawnym przekształcaniem podziału na klasyfikację, bo (poprawną) klasyfikacją w znaczeniu metodologicznym jest każda klasyfikacja, w której zarówno podział główny, jak podział poboczny jest (poprawnym) podziałem w znaczeniu metodologicznym.

(Stosunek) R jest wtenczas i tylko wtenczas przekształcaniem klasyfikacji w znaczeniu metodologicznym na podział w znaczeniu metodologicznym, czyli metodologicznym przekształcaniem klasyfikacji na podział, kiedy dla jakiejkolwiek (rodziny) A i dla jakiejkolwiek (pary porządkowej rodzin) S, jeśli S jest klasyfikacją w znaczeniu metodologicznym, a R przekształca S na A, to A jest podziałem w znaczeniu metodologicznym. (Stosunek) R jest wtedy i tylko wtedy metodologicznie błędnym przekształcaniem klasyfikacji na podział, jeżeli nie jest metodologicznym przekształcaniem klasyfikacji na podział. Zatem R jest wówczas i tylko wówczas metodologicznie błędnym przekształcaniem klasyfikacji na podział, gdy istnieje taka (rodzina) A i taka (para

porządkowa rodzin) S, iż S jest klasyfikacją w znaczeniu metodologicznym, A nie jest podziałem metodologicznym, a R przekształca S na A. W przeciwieństwie do tego przypadku mówię w poprzednim przypadku o metodologicznie poprawnym przekształcaniu klasyfikacji na podział.

Odrywanie od (poprawnej) klasyfikacji w znaczeniu metodologicznym przez jej podział poboczny jest metodologicznie poprawnym przekształcaniem klasyfikacji na podział, bo podział główny klasyfikacji w znaczeniu metodologicznym jest też podziałem w znaczeniu metodologicznym.

(Stosunek) R jest wtedy i tylko wtedy metodologicznie poprawną kompozycją przekształcań podziałowych S i T, jeśli S i T są metodologicznie poprawnymi przekształcaniami podziałowymi i R jest ich kompozycją. Zatem R jest wówczas i tylko wówczas metodologicznie poprawną kompozycją przekształcań podziałowych, jeśli istnieją takie metodologicznie poprawne przekształcania podziałowe S i T, że R jest ich kompozycją.

(Stosunek) R jest wtedy i tylko wtedy metodologicznie błędną kompozycją przekształcań podziałowych S i T, jeśli S lub T jest metodologicznie błędnym przekształcaniem podziałowym i R jest ich kompozycją. Zatem R jest wtenczas i tylko wtenczas metodologicznie błędną kompozycją przekształcań podziałowych, kiedy istnieją takie przekształcania podziałowe S i T, iż R jest ich kompozycją, a S lub T jest metodologicznie błędnym przekształcaniem podziałowym.

Ponieważ rozwijanie jest kompozycją wiązania i skracania, a skracanie jest metodologicznie błędnym przekształcaniem podziału na podział, przeto jest metodologicznie błędną kompozycją przekształcań podziałowych, chociaż wiązanie jest metodologicznie poprawnym przekształcaniem podziału na klasyfikację. Ponieważ zwijanie jest kompozycją metodologicznie błędnego wydłużania i metodologicznie poprawnego odrywania, przeto jest metodologicznie błędną kompozycją przekształcań podziałowych.

Zarówno kompozycja zubażania o pewien człon zubażanego podziału i wzbogacania o klasę, wyłączającą się z każdym członem wzbogacanego podziału, jak kompozycja względem niej odwrotna jest metodologicznie błędna, bo jest kompozycją metodologicznie błędnych przekształcań podziałowych. Również kompozycja skracania o jakiś dobry podpodział podziału skracanego i skracania o inny jego podpodział dobry i kompozycja względem niej odwrotna jest metodologicznie błędna, gdyż jest kompozycją metodologicznie błędnych przekształcań podziałowych. Wreszcie także kompozycja zniżania i wydłużania o różne rodziny oraz kompozycja względem niej odwrotna jest metodologicznie błędna, bo zniżanie i wydłużanie oraz przekształcania podziałowe względem nich odwrotne są metodologicznie błędnymi przekształcaniami podziału na podział.

Spośród przekształcań podziałowych i ich kompozycyj, omówionych w rozdziałach III, 10 i 11, tylko wiązanie i odrywanie są metodologicznie poprawne. Tylko wiązanie i odrywanie są i logicznie i metodologicznie poprawnymi przekształcaniami podziałowymi.

6. Przekształcania podziałowe a logika tradycyjna

Przekształcanie podziału lub na podział jest logicznie albo poprawne, albo błędne. Wszystkie przekształcania podziałowe i ich kompozycje są logicznie poprawne. Także przekształcanie podziału lub na podział jest metodologicznie albo poprawne, albo błędne. Wiązanie podziału przez jego podział poboczny oraz odrywanie od klasyfikacji przez jej podział poboczny jest metodologicznie poprawne, gdy tymczasem wszystkie inne przekształcania podziałowe i ich kompozycje są metodologicznie błędne.

Logika tradycyjna wykonywa wprawdzie niektóre przekształcania podziałowe takie, jak skracanie podziału o jego dobry podpodział, odpustawianie politomii niewłaściwej, zubażanie politomii o jej człon i wzbogacanie podziału o klasę, wyłączającą się z każdym jego członem, zniżanie politomii z więcej niż trzema członami o jej podpodział dobrze węższy od niej pod względem elementów i całości oraz podwyższanie podziału o rozłączną rodzinę klas, wyłączających się z każdym jego członem, przekształcając za ich pomocą błędny podział na poprawny lub podział niewłaściwy na właściwy. Wykonywa jednak ona je nieświadomie, nie zdaje sobie sprawy z ich logicznej poprawności i nie włącza ich do swych rozważań.

Z podziałów wtórnych zna logika tradycyjna tylko podział według pewnej zasady, gdyż działanie, wytwarzające go na jego zasadzie i działanie, przekształcające go na nią, są przekształcaniami podziału na podział metodologicznie poprawnymi, gdy tymczasem działania, wytwarzające inne podziały wtórne na pewnym podziale, są przekształcaniami podziału na podział logicznie poprawnymi. Z podziałów złożonych znów zna logika klasyczna tylko podział skrzyżowany, bo działanie wytwarzające go na dwóch podziałach krzyżowanych nań i działania, przekształcające go na nie, są przekształcaniami metodologicznie poprawnymi, gdy natomiast działania, wytwarzające inne podziały złożone na pewnych dwóch podziałach są przekształcaniami logicznie poprawnymi.

Podział skrzyżowany może być wynikiem nie tylko właściwego krzyżowania dwóch pojedynczych podziałów tej samej klasy, ale także kompozycji pewnych przekształcań podziałowych, wykonanej na jakimkolwiek z tych dwu pojedynczych podziałów, których wynikiem właściwego krzyżowania jest on. Ale logika klasyczna dostrzega w podziale skrzyżowanym wynik właściwego krzyżowania dwóch pojedynczych podziałów tej samej klasy, nie widzi zaś w nim (zresztą słusznie) wyniku kompozycji przekształcań podziałowych, wykonanej na jednym z tych pojedynczych podziałów, bo podział skrzyżowany jest podziałem w znaczeniu metodologicznym, a metodologicznie błędna jest ta kompozycja przekształcań podziałowych, której wynikiem wykonania na pewnym pojedynczym podziale jest on: wynikiem jej więc może nie być podział metodologiczny. Logika tradycyjna jednak nie zdaje sobie sprawy z logicznej poprawności, dającej ten sam wynik, co właściwe krzyżowanie, kompozycji przekształcań podziałowych i nie włącza jej do swych rozważań, ponieważ jest ona metodologicznie błędna.

Logika klasyczna jednak wiąże podział z jego podziałem pobocznym w klasyfikację. Zdaje sobie sprawę z poprawności wiązania i tworzenie klasyfikacji włącza do swych rozważań. Wiązanie zaś podziału przez jego podział poboczny i odrywanie od klasyfikacji przez jej podział poboczny są ze stanowiska zarówno logiki, jak metodologii poprawne, gdy tymczasem nieznane logice klasycznej, zmniejszanie lub zwiększanie podziału na podział, jego skracanie lub wydłużanie na podział oraz ich kompozycje są ze stanowiska logiki poprawne, a ze stanowiska metodologii błędne. Dla logiki tradycyjnej tedy nie rozstrzyga o włączeniu czy niewłączeniu przekształcań podziałowych i ich kompozycyj do jej rozważań ich logiczna, ale ich metodologiczna poprawność; patrzy ona na nie nie z punktu widzenia logicznego, lecz metodologicznego. Logika klasyczna więc nie umie oddzielić zagadnień logicznych od metodologicznych, lecz miesza je ze sobą tak, jak miesza też zagadnienia logiczne z psychologicznymi. Logika tradycyjna zatem popełnia nie tylko psychologizm, ale także „metodologizm".

Skutkiem metodologizmu logiki klasycznej jest niezauważenie przez nią przekształcań podziałowych metodologicznie błędnych. Tymczasem istnieje wśród nich przekształcanie, należące do logiki, choć nieznane logice tradycyjnej, a istotne dla znanego jej błędnego podziału.

***

Zbliżam się do końca moich rozważań: należy więc spojrzeć wstecz na ich wyniki.

W pracy mojej z przekształcań podziału lub na podział omawiam wprawdzie także uszczególnianie i krzyżowanie, ale dotykam ich niejako tylko ubocznie. Przedmiotem moich rozważań są przekształcania podziałowe i ich kompozycje. Do przekształcań podziałowych zaś zaliczam: 1. zmniejszanie i zwiększanie podziału na podział, oraz pokrewne z nimi: odpustawianie politomii niewłaściwej i upustawianie podziału właściwego, zubażanie politomii o jej człon i wzbogacanie podziału o klasę wyłączającą się z każdym jego członem, zniżanie politomii z więcej niż trzema członami o jej podpodział dobrze węższy od niej pod względem elementów i całości oraz podwyższanie podziału o rozłączną rodzinę klas, wyłączających się z każdym jego członem, 2. skracanie podziału o jego dobry podpodział i jego wydłużanie o jego podział poboczny, oraz 3. wiązanie podziału w klasyfikację przez jego podział poboczny i odrywanie od klasyfikacji jej podziału głównego przez jej podział poboczny.

Przekształcania podziałowe są przekształcaniami podziału lub klasyfikacji. Przekształcanie podziału jest jego przekształcaniem na podział lub na klasyfikację. Przekształcaniem podziału na podział jest jego zmniejszanie lub zwiększanie na podział i jego skracanie lub wydłużanie na podział. Przekształcaniem podziału na klasyfikację jest jego wiązanie przez jego podział poboczny. Przekształcanie klasyfikacji jest jej przekształcaniem na podział. Przekształcaniem klasyfikacji na podział jest odrywanie od niej jej podziału głównego przez jej podział poboczny.

Przekształcanie podziału na podział jest jego przekształcaniem na podział tej samej klasy lub jego przekształcaniem na podział innej klasy. Upełnianie politomii niewłaściwej i odpełnianie podziału właściwego, skracanie podziału o jego dobry podpodział oraz jego wydłużanie o jego podział poboczny jest przekształcaniem podziału na podział tej samej klasy, gdy tymczasem zubażanie politomii o jej człon i wzbogacanie podziału o klasę, wyłączającą się z każdym jego członem, zniżanie politomii z więcej niż trzema członami o jej podpodział dobrze węższy od niej pod względem elementów i całości oraz podwyższanie podziału o rozłączną rodzinę klas, wyłączających się z każdym jego członem jest przekształcaniem podziału na podział innej klasy.

Przekształcanie podziału na klasyfikację jest jego przekształcaniem na klasyfikację tej samej klasy. Przekształcanie klasyfikacji na podział jest jej przekształcaniem na podział tej samej klasy. Wiązanie podziału w klasyfikację przez jego podział poboczny jest przekształcaniem podziału na klasyfikację tej samej klasy, a odrywanie od klasyfikacji jej podziału głównego przez jej podział poboczny jest jej przekształcaniem na podział tej samej klasy.

W rozważaniach moich odróżniam podział i klasyfikację w znaczeniach metodologicznych od podziału i klasyfikacji w znaczeniach logicznych. Podziałem w znaczeniu logicznym jest każda ogólna rodzina rozłączna o niejednostkowej całości. Klasyfikacją w znaczeniu logicznym jest każda para porządkowa podziałów w znaczeniach logicznych, z których pierwszy jest podziałem pobocznym drugiego. Podział w znaczeniu metodologicznym jest szczególnym przypadkiem podziału w znaczeniu logicznym. Podział w znaczeniu logicznym jest tylko wtedy podziałem w znaczeniu metodologicznym, jeśli terminy pewnej nauki dedukcyjnej oznaczają zarówno jego całość, jak jakikolwiek jego człon, a wszystkie terminy, oznaczające jego człony, są w niej współrzędne względem terminu, oznaczającego jego całość. Klasyfikacja w znaczeniu logicznym jest tylko wtedy klasyfikacją w znaczeniu metodologicznym, jeśli zarówno jej podział główny, jak podział poboczny jest podziałem w znaczeniu metodologicznym.

Błędnym podziałem w znaczeniu logicznym jest podział nierozłączny. Podział nierozłączny zaś jest to nierozłączna rodzina ogólna, o niejednostkowej całości. Błędnym podziałem w znaczeniu metodologicznym jest podział obcy i podział niewspółrzędny. Podział obcy jest to taka rodzina ogólna, której niejednostkowej całości lub pewnych członów nie oznaczają terminy żadnej nauki. Podział niewspółrzędny jest to rodzina ogólna o członach i niejednostkowej całości, oznaczonych przez takie terminy pewnej nauki, że niektóre terminy, oznaczające jego człony, nie są w niej współrzędne względem terminu, oznaczającego jego całość. Podziału obcego nie zna logika tradycyjna wcale. Szczególnym gatunkiem zaś podziału niewspółrzędnego jest znany logice klasycznej podział ze skokiem.

Odróżnienie podziału w znaczeniu metodologicznym od podziału w znaczeniu logicznym pozwala mi odróżnić w odniesieniu do przekształcań podziałowych ich poprawność lub błędność ze stanowiska logiki od ich poprawności lub błędności z punktu widzenia metodologii.

Logicznie poprawne są przekształcania podziałów lub klasyfikacyj w znaczeniach logicznych na podziały lub klasyfikacje w znaczeniach logicznych, błędne zaś są ich przekształcania na błędne podziały lub klasyfikacje w znaczeniach logicznych. Metodologicznie znów poprawne są przekształcania podziałów lub klasyfikacyj w znaczeniach metodologicznych na podziały lub klasyfikacje w znaczeniach metodologicznych, błędne natomiast są ich przekształcania na błędne podziały lub klasyfikacje w znaczeniach metodologicznych.

Wszystkie przekształcania podziałowe są poprawne ze stanowiska logiki, gdy tymczasem z punktu widzenia metodologii poprawne są spomiędzy nich tylko wiązanie podziału w klasyfikację przez jego podział poboczny i odrywanie od klasyfikacji jej podziału głównego przez jej podział poboczny. Tymczasem logika klasyczna włącza do swych rozważań właśnie wiązanie podziału w klasyfikację przez jego podział poboczny i odrywanie od klasyfikacji jej podziału głównego przez jej podział poboczny, gdy natomiast nie zajmują logiki tradycyjnej inne przekształcania podziałowe też logicznie poprawne. Logika klasyczna patrzy bowiem na przekształcania podziałowe ze stanowiska metodologii, a nie logiki.

Wyodrębnienie skracania podziału o jego dobry podpodział i wydłużania podziału o jego podział poboczny ze wskazaniem ich roli w podziale niewspółrzędnym, a w szczególności w podziale ze skokiem, i próba rozgraniczenia w odniesieniu do podziałów zagadnień metodologicznych od logicznych wydają mi się najważniejszymi wynikami niniejszej pracy. Ale skracanie podziału o jego dobry podpodział i wydłużanie podziału o jego podział poboczny dodają także waloru innym przekształcaniom podziałowym, skoro ostatnie nie mają już takiego znaczenia w logice, jak pierwsze. Mimo to wydaje mi się, że wyróżnienie różnych gatunków przekształcań podziałowych nie jest niepotrzebne, gdyż rzuca światło na niektóre formy podziału zarówno poprawnego, jak błędnego, albo zupełnie nieznane logice tradycyjnej, albo przez nią nieraz zaledwie wyróżnione, ale bliżej niezbadane.

Praca przedstawiona na posiedzeniu naukowym
Wydziału I Łódzkiego Towarzystwa Naukowego
dnia 30 czerwca 1948 roku

Résumé

La division est la classe générale (c. à. d. ni nulle ni individuelle) de classes d'individus (les membres de division, membra divisionis) mutuellement exclusives dont la somme (la totalité de division, totum divisionis) est non - individuelle. La classification est une paire ordinale dont le premier membre est une certaine division (sa division principale ou fondementale) et le deuxième, sa division secondaire Pour désigner la division secondaire de la division principale de la classification nous employons aussi le terme division secondaire de la classification.

Ces définition de la division et de la classification ne contiennent que les expressions logiques. Elles déterminent donc la division et la classification au sens logique. Par contre dans les disciplines on parle de la division dans un sens plus restreint que son sens logique.

Le terme dans une discipline déductive est un nom de son domaine ayant une signification déterminée dans son système d'axiomes ou dans les définitions qui y sont distinctement (explicite) formulées. Le terme *a* dans la discipline déductive *N* est subordonné au terme *b* au premier degré ou directement s'il lui est subordonné et que la discipline en question ne contienne pas de terme *c* tel que le terme *a* soit subordonné au terme *c* et que le terme *c* soit subordonné au terme *b*. Par contre le terme *a* dans la discipline déductive *N* est subordonné au terme *b* au second degré s'il existe un terme *c* tel que le terme *a* soit dans cette discipline directement subordonné au terme *c* et que le terme *c* soit dans cette discipline directement subordonné au terme *b*. Les termes *a* et *b* sont, dans la discipline déductive *N*, coordonnés au terme *c* si dans cette discipline ils lui sont subordonnés au même degré.

Or, une division, au sens logique, n'est division dans une discipline que si cette discipline contient des termes qui désignent la totalité et un membre quelconque de cette division et que les termes qui en désignent les membres soient dans cette discipline coordonnés au terme qui en désigne la totalité. Dans cette définition de la division apparaissent, à côté des termes logiques, des expressions qui n'appartiennent plus à la discipline mais à la métadiscipline. C'est pourquoi la division reconnue dans la discipline est une division au sens méthodologique.

Si la classification au sens logique est une paire ordinale de divisions au sens logique, la classification au sens méthodologique est une paire ordinale de divisions au sens méthodologique.

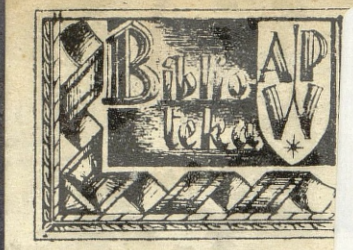
Une division incorrecte au sens logique est une division non-exclusive. Les membres d'une pareille division ne s'excluent pas mutuellement. Une classification incorrecte au sens logique est une paire ordinale dont un membre au moins (sa division principale ou secondaire) est une division incorrecte au sens logique.

Une division incorrecte au sens méthodologique, est une division étrangère ou une division non-coordonnée. Les termes d'aucune discipline ne désignent ni la totalité ni aucun membre d'une division étrangère. Certains termes qui désignent les termes d'une division non-coordonnée ne sont dans aucune discipline coordonnés au terme qui en désigne la totalité. La logique traditionnelle ne connaît point la division étrangère. Une espèce particulière de la division non-coordonnée est le saut en division (saltus sive hiatus in dividendo) que connaît la logique classique. Une classification incorrecte au sens méthodologique est une paire ordinale dont au moins un membre (sa division principale ou secondaire) est une division incorrecte au sens méthodologique.

Nous pouvons parler des transformations correctes ou incorrectes d'une division ou d'une classification en division ou en classification aussi bien du point de vue de la logique que de celui de la méthodologie. Du point de vue de la logique sont correctes les transformations des divisions ou des classifications au sens logique en divisions ou classifications au sens logique, sont incorrectes leurs transformations en divisions ou classifications incorrectes au sens logique. Du point de vue de la méthodologie sont correctes les transformations des divisions ou des classifications au sens méthodologique en divisions ou classifications au sens méthodologique, sont incorrectes leurs transformations en divisions ou classifications incorrectes au sens méthodologique.

L'auteur distingue dans son travail plusieurs espèces de paires de transformations de la division ou de la classification en division ou en classification dont le rapport est celui des converses, parmi ces transformations certaines sont logiquement et méthodologiquement correctes, d'autres logiquement correctes et méthodologiquement incorrectes. Il démontre que la logique traditionnelle fait entrer dans ses considerations celles parmi les transformations de la division ou de la classification en division ou classification qui sont méthodologiquement correctes sans s'occuper des transfomations qui sont logiquement et méthodologiquement incorrectes. La logique classique considère donc les transformations de la division ou de la classification en division ou en classification du point de vue de la méthodologie ou non de celui de la logique.

BIBLIOTEKA UAM



Biblioteka Główna
Akademii Sztuki Wojennej
1857/2
12-001857-000-0